

INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR DEL SUR DE GUANAJUATO



SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARA IMPLEMENTACIÓN EN TIEMPO REAL

Opción 2: Titulación Integral – Tesis Profesional

Elaborada por:

Miguel Ortiz Castillo

Que presenta para obtener el título de:

INGENIERO ELECTRÓNICO

Asesor:

M.C. Susana Violeta Martínez Hernández

“SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES PARA IMPLEMENTACIÓN EN TIEMPO REAL”

Elaborada por:

Miguel Ortiz Castillo

Aprobado por.....

M.C. Susana Violeta Martínez Hernández
Docente de la carrera de Ingeniería Electrónica
Asesor de tesis profesional

Revisado por.....

M.C. Leonel Estrada Rojo
Docente de la carrera de Ingeniería Electrónica
Coasesor de tesis profesional

Revisado por.....

Ing. Netzahualcóyotl Martínez Cázares
Docente de la carrera de Ingeniería Electrónica
Revisor de la opción de titulación



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

LIBERACIÓN DE PROYECTO PARA LA TITULACIÓN INTEGRAL

Uriangato, Guanajuato, **14/Noviembre/2019**

Asunto: Liberación de proyecto para la titulación integral

Ing. J. Trinidad Tapia Cruz
Director Académico y de Estudios Profesionales
ITSUR
PRESENTE

Por este medio informo que ha sido liberado el siguiente proyecto para la titulación integral:

Nombre del estudiante y/o egresado: ORTIZ CASTILLO MIGUEL	
Carrera: Ingeniería Electrónica	Núm. de control: E13120234
Nombre del proyecto: Solución de ecuaciones diferenciales para implementación en tiempo real	
Producto: Tesis Profesional.	

Agradezco de antemano su valioso apoyo en esta importante actividad para la formación profesional de nuestros egresados.

ATENTAMENTE

Dr. J. Eli Eduardo González Durán
Coordinador de Ingeniería Electrónica
ITSUR

Instituto Tecnológico Superior
del Sur de Guanajuato



COMISIÓN INGENIERÍA
ELECTRÓNICA

La comisión revisora ha tenido a bien aprobar la reproducción de este trabajo.

M.C. Susana Violeta Martínez Hernández	M.C. Leonel Estrada Rojo	Ing. Netzahualcóyotl Martínez Cázares

C.p. J. Eli Eduardo González Durán. - Coordinador de Ing. Electrónica
XXXX/xxx



Título de la tesis: Solución De Ecuaciones Diferenciales Para Implementación En Tiempo Real

Resumen

Los tópicos de control son primordiales en el área de ingeniería cuyo objetivo es que mediante la manipulación de las variables físicas se logre un dominio sobre las variables de interés, de modo que estas alcancen valores y comportamientos deseados. Las teorías de control permiten caracterizar el comportamiento de un sistema físico, que a su vez permite manipularlo para obtener diferentes resultados.

El desarrollo de plantas de sistemas físicos para mostrar las teorías de control en el aula es uno de los principales retos ya que es deseable contar con una amplia gama de éstas, además de que sean flexibles para cambiar sus parámetros y observar en tiempo real el impacto de estos cambios. La elaboración de plantas requiere tiempo y un costo considerable.

Por ello que surgió la necesidad de elaborar un instrumento didáctico que presente flexibilidad, de fácil configuración y que permita la respuesta de sistemas dinámicos en tiempo real para la visualización del comportamiento de dichas plantas con el fin de comprender y demostrar la teoría vista en los tópicos de control.

En este documento se muestra el desarrollo de una metodología para programar modelos de sistemas dinámicos físicos a través de la programación de métodos numéricos para solución de ecuaciones diferenciales en un dispositivo embebido MyRio de National Instruments, con la finalidad de obtener la respuesta en tiempo real de sistemas físicos típicamente usados en la teoría de control.

Palabra(s) Clave: Control, Sistema, Función de transferencia, tiempo real.

Abstract

Control topics are essentials in the area of engineering whose objective is that by the manipulation of the physical variables a domain over the variables of interest is achieved, so that this variables reach desired values and behaviors. Control theories allow the characterization of the behavior of a physical system, which in turn allows manipulate it to obtain different results.

The development of physical system plants to show the control theories in the classroom is one of the main challenges since it is desirable to have a broad range of these plants, and need to be flexible to change their parameters and observe the impact in real time of these changes. The elaboration of plants requires time and a considerable cost.

That's why the necessity arose to elaborate a didactic instrument that presents flexibility, easy configuration and that allows the response of dynamics systems in real time for the visualization of the behavior of those plants with the objective of understand and demonstrate the theory seen in the topics of control.

This document shows the development of a methodology for programming models of physical Dynamic systems through of the numerical methods for solution of differential equations in a embedded device MyRio of National Instruments, in orden to obtain the reponse in real time of physical systems tipically used in control theory.

Keyword (s): Control, System, Transfer Function, real time.

Agradecimientos:

Quiero agradecer en primer lugar a Dios por permitirme llegar hasta esta etapa de mi vida, por fortalecerme en los momentos difíciles y por ser mi guía en el camino, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el periodo de estudio

Agradecer a mis padres por su apoyo incondicional y sacrificios, ya que hicieron todo lo que estuvo a su alcance al brindarme las herramientas necesarias para poder cumplir mis metas. Muchas gracias por su paciencia, comprensión y sobre todo por su amor

Por último, doy mis más sinceros agradecimientos a mi tutor de proyecto, que con su amplia experiencia y conocimientos me orientaron al correcto desarrollo y culminación con éxito este trabajo para la obtención de la Ingeniería en Electrónica quien con su conocimiento y guía me ayudo a terminar con éxito el último escalón en mi etapa como universitario

Dedicatoria:

El trabajo realizado lo dedico con mucho cariño para mis padres, Miguel Ortiz e Isabel Castillo Franco, que han sido el apoyo fundamental para lograr los objetivos propuestos, ya que, con su ejemplo y amor profundo, me encaminaron a seguir adelante y no darme por vencido en momentos difíciles quienes, siempre me dieron esperanzas y tuvieron fe en mí. A mi hermana que siempre estuvo al pendiente de cada paso que di, que con sus palabras me dio el coraje para salir adelante en momentos de duda. A mis amigos que gracias a su apoyo moral me permitieron permanecer con empeño, dedicación y cariño, y a todos quienes contribuyeron con un granito de arena para culminar con éxito la meta propuesta.

Tabla de contenido

Capítulo 1. Introducción.....	11
Capítulo 2. Marco teórico (Antecedentes).....	12
2.1 Sistemas de control.....	12
2.2 Clasificaciones de los sistemas de control	14
2.3 Sistemas de control de lazo abierto	14
2.4 Sistemas de control de lazo cerrado	16
2.5 Tipos de sistemas de control.....	19
2.6 Características de un sistema de control	22
2.7 La ingeniería en los sistemas de control	23
2.8 Función de transferencia.....	26
2.9 Método de Euler.....	27
Capítulo 3. Planteamiento del problema	30
3.1 Identificación.....	30
3.2. Justificación.....	31
3.3 Alcance.....	31
Capítulo 4. Objetivos.....	32
4.1. Objetivos generales.....	32
4.2. Objetivos específicos.....	32
Capítulo 5. Metodología.....	33
Péndulo Invertido.....	33
Sistema Térmico.....	42
Sistema de nivel de líquido de tanques acoplados	48
Capítulo 6. Resultados.....	59
Capítulo 7. Análisis de resultados	68
Capítulo 8. Conclusiones y trabajo a futuro.....	70
8.1 Conclusiones.....	70
8.2 Trabajo a futuro.....	70

Índice de figuras

Figura 1. Esquema general de un sistema.....	12
Figura 2. Esquema general de un sistema de control	14
Figura 3. Diagrama de bloques de control alumbrado público (Lazo abierto)	15
Figura 4. Diagrama de bloques control en lazo cerrado	17
Figura 5. Diagrama de bloques.....	25
Figura 6. Grafica en flujo de análisis.....	25
Figura 7. Método de un paso	28
Figura 8. Método de Euler.....	28
Figura 9. Esquema péndulo invertido	33
Figura 10. Diagramas de cuerpo libre del sistema	34
Figura 11. Implementación de Euler en LabVIEW del péndulo.....	40
Figura 12. Timed Loop.....	41
Figura 13. Aplicación de Euler a la solución del modelo en tiempo real	41
Figura 14. Sistema Térmico	42
Figura 15. Implementación de Euler en LabVIEW del sistema térmico	45
Figura 16. Timed Loop.....	47
Figura 17. Aplicación de Euler a la solución del modelo en tiempo real, sistema de tanques acoplados	47
Figura 18. Sistema de nivel de líquido de tanques acoplados	48
Figura 19. Comportamiento de resistencia para flujo laminar	49
Figura 20. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (68)	51
Figura 21. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (69)	51
Figura 22. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (70)	51
Figura 23. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (68)	52
Figura 24. Diagrama de bloques general del sistema	52
Figura 25. Aplicación de las reglas al diagrama general.....	52
Figura 26. Simplificación del diagrama de bloques de la figura 25.....	53
Figura 27. Reducción de bloques en cascada del sistema de la figura 26	53
Figura 28. Implementación de Euler en LabVIEW para el sistema de tanques acoplados	55
Figura 29. Timed Loop.....	56
Figura 30. Aplicación de Euler a la solución del modelo en tiempo real al sistema de tanques acoplados	57
Figura 31. Proyecto en MyRio (Sobre la FPGA)	58
Figura 32. Ubicación de polos del modelado del péndulo.....	60
Figura 33. Dinámica del ángulo y la posición del carro	60
Figura 34. Panel frontal de los resultados.....	61
Figura 35. Resultados obtenidos en MATLAB, térmico.....	61
Figura 36. Dinámica de la temperatura de salida	62
Figura 37. Panel frontal de los resultados.....	63
Figura 38. Resultados obtenidos en MATLAB	64

Figura 39. Dinámica del caudal de salida	65
Figura 40. Panel frontal de los resultados.....	66
Figura 41. Resultados obtenidos en MATLAB	66
Figura 42. Simulación MATLAB vs Simulación en tiempo real	68

Índice de tablas

1. Datos del modelo del péndulo	59
2. Datos del modelo térmico.....	62
3. Datos del modelo de tanques acoplados	64

Capítulo 1. Introducción

El uso de dispositivos construidos con entradas y salidas configurables se ha popularizado, y esto se debe principalmente a las respuestas en tiempo real que proveen, por lo que pueden ser configurados para simular el comportamiento de sistemas muy complejos, sin la necesidad de tener físicamente ese sistema.

La simulación hardware-in-the-loop (HIL) es una técnica usada para el desarrollo y validación de sistemas integrados complejos en tiempo real, una simulación para comprobar el algoritmo de control realizada en un entorno virtual que representa el sistema de control físico, se utiliza para probar el comportamiento de este sin prototipos físicos.

La simulación HIL constituye una plataforma efectiva porque incluye toda la complejidad de la planta que controla el sistema integrado. Esto lo realiza mediante modelos matemáticos de todos los sistemas dinámicos relacionados con la planta bajo control, formando lo que se denomina como "simulación de la planta". El sistema integrado que se está comprobando interactúa con esta simulación de la planta.

Las simulaciones HIL son especialmente útiles para probar algoritmos de control complejos que resultarían muy costosos o peligrosos de realizarse físicamente, es ampliamente utilizada en la industria automotriz, aeroespacial, química, y automatización entre otras, por ende, la importancia de la simulación en tiempo real ya que es capaz de reaccionar a perturbaciones reales en el instante en el que ocurren y tener una respuesta actualizada conforme transcurre el tiempo.

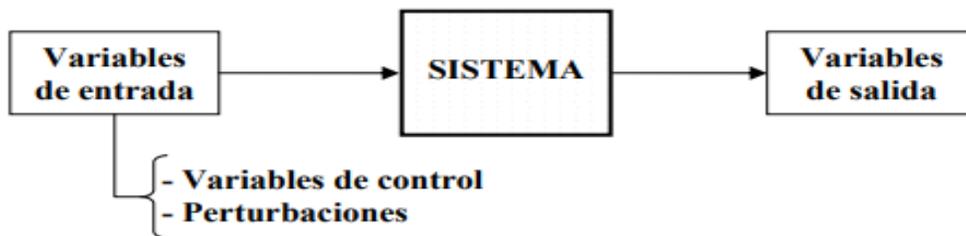
Capítulo 2. Marco teórico (Antecedentes)

2.1 Sistemas de control

¿Qué es un sistema de control?

Un sistema dinámico puede definirse conceptualmente como un ente que recibe acciones externas o variables de entrada, y cuya respuesta a estas acciones externas son las denominadas variables de salida.

Las acciones externas al sistema se dividen en dos grupos, variables de control, que se pueden manipular, y perturbaciones sobre las que no es posible ningún tipo de control. La Figura 1 ilustra de un modo conceptual el funcionamiento de un sistema. [1]



Fuente [1]

Figura 1. Esquema general de un sistema

Dentro de los modelos se encuentra el concepto de sistema de control. Estos son un tipo de modelado que se caracteriza por la presencia de una serie de elementos que permiten influir en el funcionamiento del modelado. La finalidad de un esquema de control es conseguir, mediante la manipulación de las variables, un dominio sobre las variables de salida, de modo que estas alcancen unos valores prefijados (consigna).

Un sistema de control ideal debe ser capaz de conseguir su objetivo cumpliendo los siguientes requisitos:

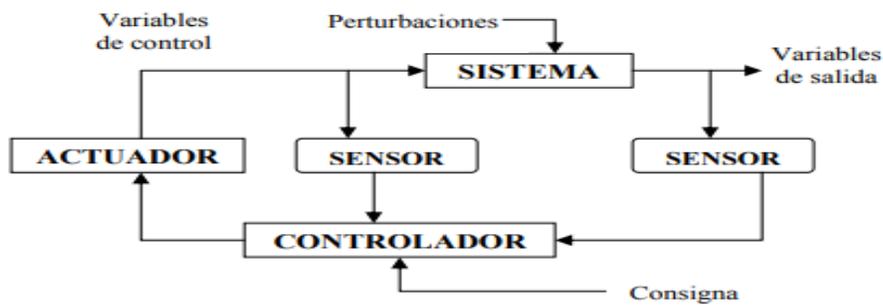
- Garantizar la estabilidad y, particularmente, ser robusto frente a perturbaciones y errores en los modelos.
- Ser tan eficiente como sea posible, según un criterio preestablecido. Normalmente este criterio consiste en que la acción de control sobre las variables de entrada sea realizable, evitando comportamientos bruscos e irreales.
- Ser fácilmente implementable y cómodo de operar en tiempo real con ayuda de un ordenador.

Los elementos básicos que forman parte de un sistema de control y permiten su manipulación son los siguientes:

- Sensores. Permiten conocer los valores de las variables medidas del sistema.
- Controlador. Utilizando los valores determinados por los sensores y la consigna impuesta, calcula la acción que debe aplicarse para modificar las variables de control en base a cierta estrategia.

Actuador. Es el mecanismo que ejecuta la acción calculada por el controlador y que modifica las variables de control.

La figura 2 ilustra el esquema de funcionamiento de un sistema de control genérico.



Fuente [1]

Figura 2. Esquema general de un sistema de control

2.2 Clasificaciones de los sistemas de control

Los sistemas de regulación y control se clasifican en dos tipos:

- Sistemas de control en lazo abierto.
- Sistemas de control en lazo cerrado.

2.3 Sistemas de control de lazo abierto

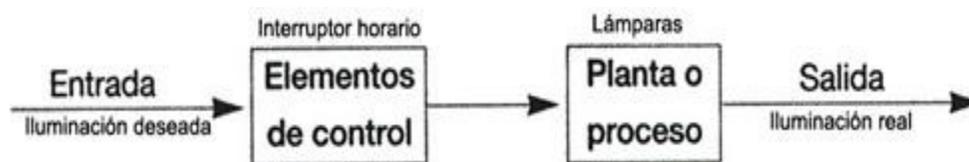
La exactitud de estos sistemas depende de su programación previa. Es preciso de prever las relaciones que deben darse entre los diferentes componentes del sistema, a fin de tratar de conseguir que la salida alcance el valor deseado con la exactitud prevista. [2]

Estos sistemas se controlan directamente, o por medio de un transductor y un actuador.

Es aquel sistema en que actúa el proceso sobre la señal de entrada y da como resultado una señal independiente a la señal de entrada, pero basada en la primera. Esto significa que no hay realimentación hacia el controlador para que este pueda ajustar la acción de control. Es decir, la señal de salida no se convierte en señal de entrada para el controlador.

Un ejemplo de este tipo de sistemas es el proceso de lavado realizado por una lavadora automática. La señal de salida (blancura de la ropa) no influye en la entrada. La temperatura del agua, si incluye proceso de prelavado y lavado tienen una trascendencia importante, si está bien programada, cada proceso tendrá la duración adecuada para conseguir alcanzar el objetivo final, que será obtener la limpieza prevista.

Otro ejemplo de sistema en lazo abierto sería el alumbrado público controlado por interruptor horario. El encendido o apagado no depende de la luz presente, sino de los tiempos prefijados de antemano por el interruptor horario. El esquema de control del alumbrado público se muestra en la figura 3 evidenciando que es un sistema de lazo abierto



Fuente [2]

Figura 3. Diagrama de bloques de control alumbrado público (Lazo abierto)

Una característica importante de los sistemas de lazo abierto es que dependen de la variable tiempo y la salida es independiente de la entrada.

Los sistemas en bucle abierto tienen el inconveniente de ser muy sensibles a las perturbaciones. Así por ejemplo en una sala cuya temperatura se controle mediante un sistema en lazo abierto, si circunstancialmente se quedase una ventana abierta (perturbación), el sistema no sería capaz de adaptarse a esta nueva situación y no se alcanzaría la temperatura deseada.

Estos modelos se caracterizan por:

- Ser sencillos y de fácil concepto.
- Nada asegura su estabilidad ante una perturbación.

- La salida no se compara con la entrada.
- Ser afectado por las perturbaciones. Estas pueden ser tangibles o intangibles.

La precisión depende de la previa calibración del sistema.

2.4 Sistemas de control de lazo cerrado

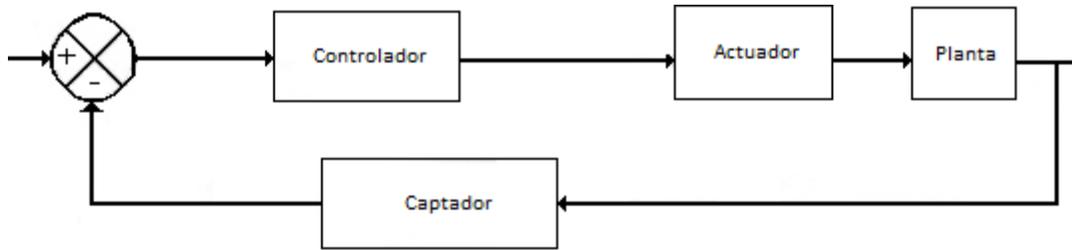
En ellos, la señal de salida influye en la entrada. Esto se consigue mediante un proceso de realimentación. [2]

La realimentación es la propiedad de un sistema en lazo cerrado por la cual la salida (o cualquier otra variable controlada) es comparada con la entrada del sistema, de forma que el proceso de control depende de ambas.

En estos sistemas un transductor mide en cada instante el valor de la señal de salida y proporciona un valor proporcional a dicha señal.

Este valor relacionado con la señal de salida, se realimenta al sistema, de forma que ésta influye directamente sobre el proceso de control.

El diagrama de bloques correspondiente a un sistema de control en lazo cerrado se muestra en la figura 4.



Fuente [2]

Figura 4. Diagrama de bloques control en lazo cerrado

En la imagen 4 se observa que, la salida es realimentada hacia la entrada; ambas se comparan, y la diferencia que existe entre la entrada, que es la señal de referencia o consigna (señal de mando), y el valor de la salida (señal realimentada) es la señal de error.

Si la señal de error fuese nula, entonces la salida tendría exactamente el valor previsto, lo que implicaría que el controlador mantendría su acción de control en ese valor para que la salida de la planta se mantenga en el valor deseado.

De no ser nula, ésta afecta al controlador o regulador, donde es convenientemente amplificada si fuera necesario, convirtiéndose en la señal activa, capaz de activar al actuador, para que la salida alcance el valor previsto.

La señal de error, o diferencia entre los valores de la entrada y de la salida, actúa sobre los elementos de control tratando de reducir el error a cero y llevar la salida a su valor correcto. Se intenta que el sistema siga siempre a la señal de consigna.

El control en lazo cerrado es imprescindible cuando se da alguna de las siguientes circunstancias:

- Cuando un proceso no es posible de regular por el hombre.
- Una producción a gran escala que exige grandes instalaciones y el hombre no es capaz de manejar.

- Vigilar un proceso es especialmente difícil en algunos casos y requiere una atención que el hombre puede perder fácilmente por cansancio o despiste, con los consiguientes riesgos que ello pueda ocasionar al trabajador y al proceso.

Un ejemplo de este tipo de control es el sistema de control de temperatura de una habitación. El transductor utilizado puede ser un dial con el que se seleccione la temperatura deseada, el actuador será una caldera y el captador un termómetro. Éste último actúa como sensor midiendo la temperatura de la habitación, para que pueda ser comparada con la de referencia, si la temperatura no fuese directamente comparable, por medio de un transductor se convertiría en otra magnitud más manipulable. El controlador es el componente que determina el comportamiento sistema, por lo que se debe diseñar con gran precisión. Es el cerebro del bucle de control. Mientras que la variable controlada tenga el valor previsto, el regulador no actuará sobre el actuador, en el momento que la variable de salida se aleja del prefijado, surge la señal de error, que ataca al regulador modificando su señal, ordenando al actuador que actúe sobre la planta o proceso, en el sentido de anular la señal de error, un termostato realizaría esta función.

Los sistemas en lazo cerrado son prácticamente insensibles a las perturbaciones, ya que cualquier modificación de las condiciones del sistema que afecten a la salida, serán inmediatamente rectificadas por efecto de la realimentación, con lo que las perturbaciones se compensan, y la salida resulta independiente de éstas.

Sus características son:

- Ser complejos, pero amplios en cantidad de parámetros.
- La salida se compara con la entrada y le afecta para el control del sistema.
- Su propiedad de retroalimentación.

- Ser más estable a perturbaciones y variaciones internas.

2.5 Tipos de sistemas de control

En [3] indica que los sistemas de control pueden ser agrupados en tres tipos básicos:

1. Hechos por el hombre. Como los sistemas eléctricos o electrónicos que están permanentemente capturando señales del estado del sistema bajo su control y que, al detectar una desviación de los parámetros preestablecidos del funcionamiento normal del sistema, actúan mediante sensores y actuadores, para llevar al sistema de vuelta a sus condiciones operacionales normales de funcionamiento. Un claro ejemplo de este es un termostato, el cual capta consecutivamente señales de temperatura. En el momento en que la temperatura desciende o aumenta y sale del rango, este actúa encendiendo un sistema de refrigeración o de calefacción.

1.1. Por su causalidad pueden ser: causales y no causales. Un sistema es causal si existe una relación de causalidad entre las salidas y las entradas del sistema, más explícitamente, entre la salida y los valores futuros de la entrada.

1.2. Según el número de entradas y salidas del sistema, se denominan: por su comportamiento

- De una entrada y una salida o SISO (single input, single output).
- De una entrada y múltiples salidas o SIMO (single input, multiple output).
- De múltiples entradas y una salida o MISO (multiple input, single output).
- De múltiples entradas y múltiples salidas o MIMO (multiple input, multiple output).

1.3. Según la ecuación que define el sistema, se denomina:

- Lineal, si la ecuación diferencial que lo define es lineal.
- No lineal, si la ecuación diferencial que lo define es no lineal.

1.4. Las señales o variables de los sistemas dinámicos son función del tiempo.

Y de acuerdo con ello estos sistemas son:

- De tiempo continuo, si el modelo del sistema es una ecuación diferencial, y por tanto el tiempo se considera infinitamente divisible. Las variables de tiempo continuo se denominan también analógicas.
- De tiempo discreto, si el sistema está definido por una ecuación por diferencias. El tiempo se considera dividido en períodos de valor constante. Los valores de las variables son digitales (sistemas binarios, hexadecimal, etc.), y su valor solo se conoce en cada período.
- De eventos discretos, si el sistema evoluciona de acuerdo con variables cuyo valor se conoce al producirse un determinado evento.

1.5. Según la relación entre las variables de los sistemas, diremos que:

- Dos sistemas están acoplados, cuando las variables de uno de ellos están relacionadas con las del otro sistema.
- Dos sistemas están desacoplados, si las variables de ambos sistemas no tienen ninguna relación.

1.6. En función de la evolución de las variables de un sistema en el tiempo y el espacio, pueden ser:

- Estacionarios, cuando sus variables son constantes en el tiempo y en el espacio.
- No estacionarios, cuando sus variables no son constantes en el tiempo o en el espacio.

1.7. Según sea la respuesta del sistema (valor de la salida) respecto a la variación de la entrada del sistema:

- El sistema se considera estable cuando ante cualquier señal de entrada acotada, se produce una respuesta acotada de la salida.
- El sistema se considera inestable cuando existe por lo menos una entrada acotada que produzca una respuesta no acotada de la salida.

1.8. Si se comparan o no, la entrada y la salida de un sistema, para controlar esta última, el sistema se denomina:

- Sistema en lazo abierto, cuando la salida para ser controlada, no se compara con el valor de la señal de entrada o señal de referencia.
- Sistema en lazo cerrado, cuando la salida para ser controlada, se compara con la señal de referencia. La señal de salida que es llevada junto a la señal de entrada, para ser comparada, se denomina señal de feedback o de retroalimentación.

1.9. Según la posibilidad de predecir el comportamiento de un sistema, es decir su respuesta, se clasifican en:

- Sistema determinista, cuando su comportamiento futuro es predecible dentro de unos límites de tolerancia.

- Sistema estocástico, si es imposible predecir el comportamiento futuro. Las variables del sistema se denominan aleatorias.

2. Naturales, incluyendo sistemas biológicos. Por ejemplo, los movimientos corporales humanos como el acto de indicar un objeto que incluye como componentes del sistema de control biológico los ojos, el brazo, la mano, el dedo y el cerebro del hombre. En la entrada se procesa el movimiento y la salida es la dirección hacia la cual se hace referencia.

3. Mixtos, Cuyos componentes están unos hechos por el hombre y los otros son naturales. Se encuentra el sistema de control de un hombre que conduce su vehículo. Este sistema está compuesto por los ojos, las manos, el cerebro y el vehículo. La entrada se manifiesta en el rumbo que el conductor debe seguir sobre la vía y la salida es la dirección actual del automóvil. Otro ejemplo puede ser las decisiones que toma un político antes de unas elecciones. Este sistema está compuesto por ojos, cerebro, oídos, boca. La entrada se manifiesta en las promesas que anuncia el político y la salida es el grado de aceptación de la propuesta por parte de la población.

Un sistema de control puede ser neumático, eléctrico, mecánico o de cualquier tipo, su función es recibir entradas y coordinar una o varias respuestas según su lazo de control (para lo que está programado).

2.6 Características de un sistema de control

Las características de estos presentan condiciones tanto de entrada como de salida, las cuales pueden ser controladas, modificadas y pueden ser variables externas o propiciadas por el mismo entorno. [4]

- **Señal de Corriente de Entrada:** Considerada como estímulo aplicado a un sistema desde una fuente de energía externa con el propósito de que el sistema produzca una respuesta específica.

- **Señal de Corriente de Salida:** Respuesta obtenida por el sistema que puede o no relacionarse con la respuesta que implicaba la entrada.
- **Variable Manipulada:** Es el elemento al cual se le modifica su magnitud, para lograr la respuesta deseada. Es decir, se manipula la entrada del proceso.
- **Variable Controlada:** Es el elemento que se desea controlar. Se puede decir que es la salida del proceso.
- **Conversión:** Mediante receptores se generan las variaciones o cambios que se producen en la variable.
- **Variaciones Externas:** Son los factores que influyen en la acción de producir un cambio de orden correctivo.
- **Fuente de Energía:** Es la que entrega la energía necesaria para generar cualquier tipo de actividad dentro del sistema.
- **Retroalimentación:** La retroalimentación es una característica importante de los sistemas de control de lazo cerrado. Es una relación secuencial de causas y efectos entre las variables de estado. Dependiendo de la acción correctiva que tome el sistema, este puede apoyar o no una decisión, cuando en el sistema se produce un retorno se dice que hay una retroalimentación negativa; si el sistema apoya la decisión inicial se dice que hay una retroalimentación positiva.

2.7 La ingeniería en los sistemas de control

La ingeniería en control aplica la teoría de control para diseñar, planificar y desarrollar modelos con comportamientos deseados, se enfoca en principalmente

en la implementación de métodos de control a partir de modelamientos matemáticos, los cuales presentan:

Problemas

Los problemas considerados en la ingeniería de los sistemas de control, básicamente se tratan mediante dos pasos fundamentales como son:

- El análisis.
- El diseño.

En el análisis se investiga las características de un sistema existente. Mientras que en el diseño se escogen los componentes para crear un sistema de control que posteriormente ejecute una tarea particular.

Métodos de diseño

Existen dos métodos de diseño:

- Diseño por análisis.
- Diseño por síntesis.

El diseño por análisis modifica las características de un sistema existente o de un modelo estándar del sistema y el diseño por síntesis en el cual se define la forma del sistema a partir de sus especificaciones.

Representación

La representación de los problemas en los sistemas de control se lleva a cabo mediante tres representaciones básicas o modelos:

- Ecuaciones diferenciales, integrales, derivadas y otras relaciones matemáticas (ecuación 1).
- Diagramas en bloque (figura 6).
- Gráficas en flujo de análisis (figura 7).

Las ecuaciones diferenciales y otras relaciones matemáticas, se emplean cuando se requieren relaciones detalladas del sistema. Cada sistema de control se puede representar teóricamente por sus ecuaciones matemáticas, un ejemplo de función de transferencia; que será descrita después, es el mostrado en la ecuación (1).

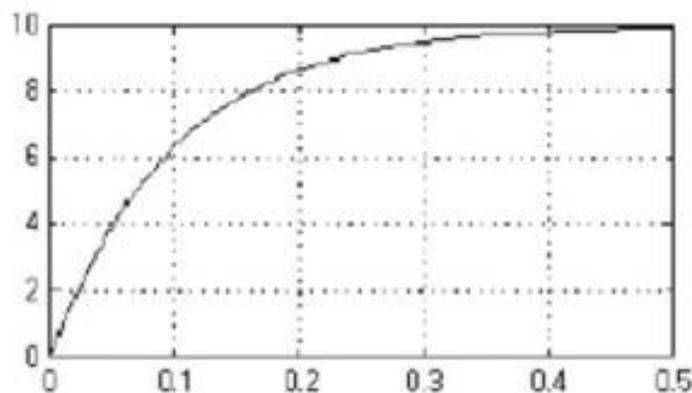
$$FT = \frac{s(s - 2)}{(s + 5)(s^2 + 6s + 10)} \quad (1)$$

Los diagramas en bloque y las gráficas de flujo son representaciones gráficas que pretenden el acortamiento del proceso correctivo del sistema, sin importar si está caracterizado de manera esquemática o mediante ecuaciones matemáticas, como se muestra en las figuras 5 y 6.



Fuente [10]

Figura 5. Diagrama de bloques



Fuente [11]

Figura 6. Grafica en flujo de análisis

2.8 Función de transferencia

Una función de transferencia es un modelado matemático que a través de un cociente relaciona la respuesta de un esquema con una señal de entrada o excitación, dichas funciones pueden ser obtenidas de una ecuación diferencial.

Al igual que una función de transferencia, tenemos, el espacio de estados. Estos también son modelados matemáticos de un esquema físico descrito por un conjunto de entradas, salidas y variables de estados relacionadas a ecuaciones diferenciales de infinito orden que se combinan en una ecuación diferencial matricial

La función de transferencia de un modelo de espacio de estados continuos e invariante en el tiempo puede ser obtenida de la siguiente manera:

Tomando la transformación de Laplace de (2).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2)$$

Tenemos (3)

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (3)$$

Luego, agrupamos y despejamos $X(s)$, obteniendo (4) y (5).

$$(sI - A)X(s) = BU(s) \quad (4)$$

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (5)$$

Esto es sustituido por $X(s)$ en la ecuación de salida (6).

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (6)$$

Nos queda (7).

$$Y(s) = C((sI - A)^{-1} BU(s)) + DU(s) \quad (7)$$

Como la función de transferencia está definida como la tasa de salida sobre la entrada de un sistema, tomamos (8).

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (8)$$

Y sustituimos las expresiones previas por Y(s) con respecto U(s), quedando la ecuación (9).

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D \quad (9)$$

Claramente G(s) debe tener q por p dimensiones, así como un total de qp elementos. Entonces para cada entrada hay q funciones de transferencia con uno por cada salida. Esta es la razón por la cual la representación de espacio de estados puede fácilmente ser la elección preferida para sistemas de múltiples entradas, múltiples salidas (MIMO, por sus siglas en ingles Multiple-Input, Multiple-Output).

2.9 Método de Euler

Método de Euler para la solución de ecuaciones diferenciales.

Para una ecuación diferencial ordinaria EDO de orden n , puede escribirse como (10) [5]

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad (10)$$

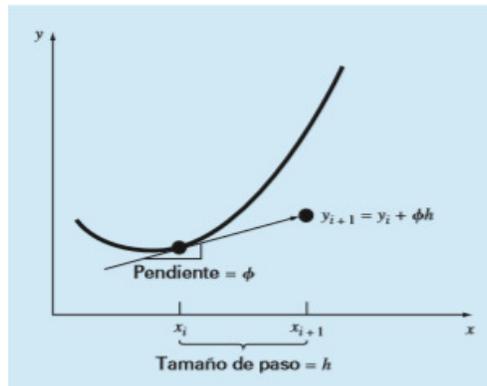
Utilizando el método de forma general tenemos:

$$\text{Nuevo valor} = \text{Valor anterior} + \text{Pendiente} * \text{Tamaño de paso}$$

En términos matemáticos,

$$y_{i+1} = y_i + \phi h \quad (11)$$

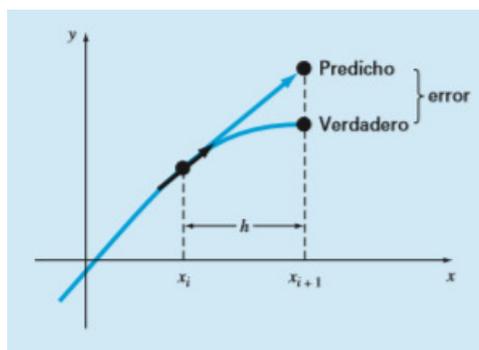
De acuerdo con esta ecuación, la pendiente estimada f se usa para extrapolar desde un valor anterior y_i a un nuevo valor y_{i+1} en una distancia h (figura 7). Esta fórmula se aplica paso a paso para calcular un valor posterior y , por lo tanto, para trazar la trayectoria de la solución.



Fuente [5]

Figura 7. Método de un paso

Todos los métodos de un paso que se expresen de esta forma general, tan sólo van a diferir en la manera en la que se estima la pendiente. El procedimiento más simple consiste en usar la ecuación diferencial, para estimar la pendiente, en la forma de la primera derivada en x_i . En otras palabras, se toma la pendiente al inicio del intervalo como una aproximación de la pendiente promedio sobre todo el intervalo.



Fuente [5]

Figura 8. Método de Euler

La primera derivada ofrece una estimación directa de la pendiente en x_i (figura 8):

$$\dot{\phi} = f(x_i, y_i) \quad (12)$$

Donde $f(x_i, y_i)$ es la ecuación diferencial evaluada en x_i y y_i . La estimación se sustituye en la ecuación (10):

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h \quad (13)$$

Esta fórmula se conoce como método de Euler (o de Euler-Cauchy o de punto pendiente). Se predice un nuevo valor de y usando la pendiente (igual a la primera derivada en el valor original de x) para extrapolar linealmente sobre el tamaño de paso h (figura 9).

Las investigaciones previas a la simulación en tiempo real conllevan los cimientos del proceso de modelado de plantas de control, partiendo desde un diagrama o esquema en el cual se plasman ciertas características, que posteriormente serán utilizadas en la dinámica de la planta de control, la cual es indispensable al momento de llevar a cabo el modelado, por ello es importante tener en claro las características y métodos que nos llevan a este, así pudiendo implementar una simulación en tiempo real basada en fundamentos de control preestablecidos.

Capítulo 3. Planteamiento del problema

3.1 Identificación.

El proyecto para la solución de ecuaciones diferenciales para implementación en tiempo real. Consta de tres partes fundamentales para poder ser llevado a cabo, las cuales son:

Muchos de los sistemas dinámicos lineales e invariantes en el tiempo que comúnmente se analizan en sistema de control son sistemas de primer o segundo orden, ya que cualquier sistema de orden superior puede descomponerse en factores de primer y segundo orden.

Una de las representaciones más comunes es utilizar el modelo en funciones de transferencia.

El modelo en espacio de estado es la técnica que se utiliza en la teoría de control moderno, mediante la cual se puede tener el modelo de un sistema dinámico de orden superior en términos de ecuaciones diferenciales de primer orden de los estados que describen dicho sistema. Dichas ecuaciones diferenciales serán las que se resolverán a través de método de Euler.

Como parte del proyecto se planteó desarrollar prototipos de simulación por HIL como herramienta para obtener resultados en tiempo real en un dispositivo embebido.

Se busca que con este proyecto los estudiantes de la carrera de ingeniería electrónica, tengan una herramienta para analizar plantas de control utilizando una tarjeta embebida y que responda en tiempo real, la cual pueda ser fácilmente configurable para las características deseadas.

Para validar los resultados de este proyecto se usaron software ampliamente utilizados en ingeniería para modelar sistemas dinámicos como son LabVIEW y MATLAB, para comparar los resultados en ambas plataformas

3.2. Justificación.

La importancia de la simulación en tiempo real radica en la estimulación del aprendizaje, tanto como en la disponibilidad de material didáctico en las aulas de clase como en laboratorios. Al llevar a cabo este trabajo presentamos una herramienta didáctica al alcance de los alumnos pudiendo simular plantas de control que al implementarlas en un modelo físico presentan un alto costo, con posibles gastos extras debido a creación de prueba y error de dichas plantas. Justificando la realización de este trabajo presentamos un modelado que permite modificar los parámetros del sistema a modelar sin necesidad de gastar en refacciones de un modelado físico.

3.3 Alcance.

Durante la estancia en la institución se busca que los programas realizados sean de una gran ayuda en un futuro para el análisis de sistemas de control ya que en algunas ocasiones el diseñar la planta de manera física requiere mucho tiempo y recursos, así con este tipo de hardware in the loop se permite tener al alcance de todos, dichas plantas para su manipulación sin necesidad de una inversión monetaria y con la posibilidad de modificar las variables de los modelados.

Capítulo 4. Objetivos.

Diseñar una interfaz en la plataforma LabVIEW, la cual aproveche las capacidades de conexión y procesamiento de datos de la tarjeta MyRio para simular en tiempo real sistemas de control y los compare con los resultados obtenidos del sistema simulado.

- 4.1. **Objetivos generales.** Simular plantas de control en LabVIEW y comprobar su respuesta con la respuesta del método numérico aplicado en MATLAB, para posteriormente hacer una simulación en tiempo real implementando la tarjeta de adquisición de datos MyRio, satisfaciendo la ausencia de plantas físicas de control.
- 4.2. **Objetivos específicos.** Implementar el método numérico en LabVIEW para simular dichas plantas de control sobre la FPGA en tiempo real.

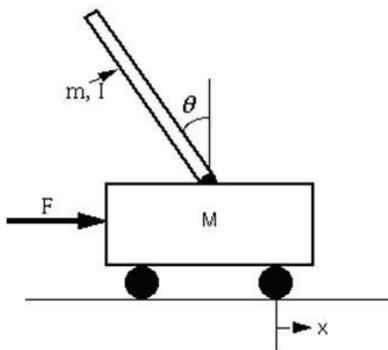
Capítulo 5. Metodología

Este capítulo fue escrito pensando en darle una gran importancia y aplicación a la dinámica de la planta es importante para diseñar un sistema de control. Además, se definen y analizan ejemplos de plantas de control como lo son:

Péndulo Invertido

El péndulo invertido es un servo mecanismo que consta de un carro en el cual está montado un péndulo que puede girar libremente. El carro está controlado por un servomotor y su principal función es la de aplicar fuerzas al péndulo.

El péndulo invertido es un sistema típico en la teoría de ingeniería de control ya que es un sistema no lineal inestable ya que la varilla puede caerse en cualquier momento en cualquier dirección del plano XY, es decir, es un sistema que naturalmente tiene un punto de equilibrio inestable razón por la que un diseño de un sistema de control es necesario para llevarlo a la estabilidad. [12]



Fuente [13]

Figura 9. Esquema péndulo invertido

Donde:

$M =$ Masa del carro

$m =$ Masa del pendulo

$b =$ Friccion del carro

l = longitud al centro de masa del pendulo

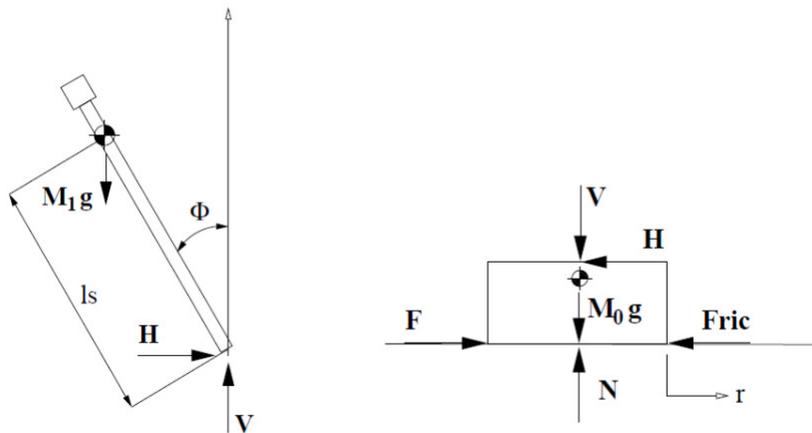
I = inercia del pendulo

F = Fuerza aplicada al carro

X = coordenadas de posición del carro

θ = Ángulo del pendulo respecto de la vertical

La mayor parte del éxito al de diseñar un buen regulador pasa por tener un modelo del sistema correcto. Hallarlo es una tarea complicada, y por ello, a menudo es necesario recurrir a la sencillez. En el caso del péndulo, se consigue con el análisis por separado de cada uno de los cuerpos.



Fuente [13]

Figura 10. Diagramas de cuerpo libre del sistema

El péndulo invertido se puede concebir básicamente como un cuerpo rígido cuyo movimiento se limita a dos dimensiones. Las ecuaciones fundamentales de movimiento plano de un cuerpo rígido son:

$$\sum F_i = ma_i \quad (14)$$

$$\sum F_j = ma_j \quad (15)$$

$$\sum F_G = I\alpha_g \quad (16)$$

Sumando las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre del carro en la dirección horizontal, se obtiene la siguiente ecuación.

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F \quad (17)$$

También se podría sumar las fuerzas en dirección vertical, pero no tendrá alguna información útil, debido a que en el eje horizontal no presentara ninguna fuerza aplicada, ya que el carro presenta movimiento en el eje x el cual influirá en el ángulo del péndulo. [13] Por otro lado, sumando las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre del péndulo en dirección horizontal, se puede obtener una ecuación para N.

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta \quad (18)$$

Sustituyendo en esta ecuación la ecuación 17, se obtiene la primera ecuación de movimiento de este sistema.

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F \quad (19)$$

Para obtener la segunda ecuación del movimiento, es necesario sumar las fuerzas perpendiculares al péndulo. Resolviendo el sistema a lo largo de este eje se implica el cálculo algebraico.

$$P\sin\theta + N\cos\theta - m\dot{\theta}g\sin\theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x}\cos\theta \quad (20)$$

Para librarse de los términos P y N en la ecuación (20), se han sumado los momentos sobre el centro del péndulo para obtener la primera ecuación (21) mostrada a continuación. Finalmente, combinando dicha ecuación con la (19), se obtiene la segunda ecuación dinámica.

$$-Pl\sin\theta - Nl\cos\theta = I\ddot{\theta} \quad (21)$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = ml\ddot{x}\cos\theta \quad (22)$$

Para facilitar la labor, se puede trabajar solo con funciones lineales. Para ello, se asume que $\theta = \pi + \delta$, donde δ representa un pequeño ángulo en la dirección vertical. Por lo tanto, las dos ecuaciones de movimiento serán:

$$(I + ml^2)\ddot{\phi} - mgl\phi = ml\ddot{x} \quad (23)$$

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\phi} = u \quad (24)$$

Los sistemas físicos se pueden representar en una serie de valores matemáticos por los cuales se conoce el comportamiento de dicho sistema, la función de transferencia es lo que permite visualizar, tratándose de un modelado matemático donde involucra todas las variables del sistema, relacionándolas la entrada con la salida del mismo.

Por definición una función de transferencia se puede determinar según la ecuación (8)

Donde:

$G(s) =$ *Función de transferencia*

$Y(s) =$ *La respuesta (salida) del sistema*

$U(s) =$ *La señal de entrada*

Aplicando esto al péndulo invertido, para obtener la función de transferencia de transferencia de las ecuaciones del sistema linealizado, se ha de sacar la transformada de Laplace de las ecuaciones del sistema. Donde se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$(I + ml^2)\Phi(s)s^2 - mgl\Phi(s) = mlX(s)s^2 \quad (25)$$

$$(M + m)X(s)s^2 + bX(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (26)$$

Dado que la salida de interés en este caso es el ángulo Phi, en primer caso se resuelve la primera ecuación para X(s), donde posteriormente se sustituirá en la segunda ecuación, ya sí obtener el modelo lineal

$$X(s) = \left[\frac{(I + ml^2)}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s) \quad (27)$$

$$(M + m) \left[\frac{(I + ml^2)}{ml} - \frac{g}{s} \right] \phi(s)s^2 + b \left[\frac{(I + ml^2)}{ml} - \frac{g}{s} \right] \phi(s)s - ml\phi(s)s^2 = U(s) \quad (28)$$

Reordenando la función de transferencia se obtiene:

$$\frac{\phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I+lm^2)}{q}s^3 - \frac{(M+m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s} \quad (29)$$

Donde:

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2] \quad (30)$$

De la función de transferencia de arriba (29) puede verse que hay un polo y un cero en el origen. Estos pueden ser cancelados y la función de transferencia sería:

$$\frac{\phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I+lm^2)}{q}s^2 - \frac{(M+m)mgl}{q}s - \frac{bmgl}{q}} \quad (31)$$

Donde q sigue siendo una constante definida en (30).

Teniendo la función de transferencia calculada la cual representa al sistema físico del péndulo invertido, podemos sacar las ecuaciones diferenciales que caracterizan este sistema.

Haciendo un cambio de variables a la ecuación (31) para la simplificación de la realización del análisis en espacio de estados tenemos que:

$$G(s) = \frac{b1s}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (32)$$

Por lo tanto

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{Z(u)}{U(s)} \quad (33)$$

Donde

$$\frac{Y(s)}{Z(s)} = b1s \quad (34)$$

$$\frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (35)$$

Al hacer el producto cruzado de las ecuaciones (34) y (35) obtenemos las siguientes ecuaciones respectivamente

$$Y(s) = b1s Z(s) \quad (36)$$

$$Z(s)[s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0] = U(s) \quad (37)$$

Para poder elegir los estados, a las ecuaciones anteriores les sacamos la anti transformada de Laplace

$$Y(t) = b1 \frac{d}{dt} z(t) \quad (38)$$

$$U(t) = \frac{d^3}{dt^3} z(t) + a_2 \frac{d^2}{dt^2} z(t) + a_1 \frac{d}{dt} z(t) + a_0 z(t) \quad (39)$$

Eligiendo los estados tenemos que

$$X1 = z(t) = \int \phi$$

$$X2 = \dot{z}(t) = \dot{x}1 = \phi$$

$$X3 = \hat{z}(t) = \dot{x}2 = d\phi$$

Entonces

$$\dot{x}1 = \dot{z} = x2$$

$$\dot{x}2 = \dot{\hat{z}} = x3$$

$$\dot{x}3 = \underline{\dot{z}} = -a_2 \frac{d^2}{dt^2} z(t) - a_1 \frac{d}{dt} z(t) - a_0 z(t) + U$$

Además

$$Y(t) = b1 \frac{d}{dt} z(t) = b1X2$$

Esto expresado de forma matricial queda

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X1(t) \\ X2(t) \\ X3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U(t)$$

$$Y = [0 \quad b_1 \quad 0] \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{bmatrix}$$

El análisis en espacio de estados nos genera tres ecuaciones diferenciales (40-42)

$$\frac{d}{dt} X1(t) = X2(t) \quad (40)$$

$$\frac{d}{dt} X2(t) = X3(t) \quad (41)$$

$$\frac{d}{dt} X3(t) = -a_0 X1(t) - a_1 X2(t) - a_2 X3(t) + U(t) \quad (42)$$

Para la implementación de la programación en LabVIEW tenemos que resolver las ecuaciones diferenciales obtenidas del análisis de espacio de estados, por medio del método de Euler (13).

$$X1 = (X1 - 1) + (X2)h \quad (43)$$

$$X2 = (X2 - 1) + (X3)h \quad (44)$$

$$X3 = (X3 - 1) + (-a_0 X1 - a_1 X2 - a_2 X3 + U)h \quad (45)$$

Programación del método de Euler en MyRio

Utilizando el Toolkit Real Time de LabVIEW es posible obtener simulaciones que se ejecuten en tiempo real, y con ello observar las respuestas en un instante preciso. Usando esta herramienta se emplearon elementos básicos de LabVIEW para estructurar la ecuación (28) como se muestra en la figura 11.

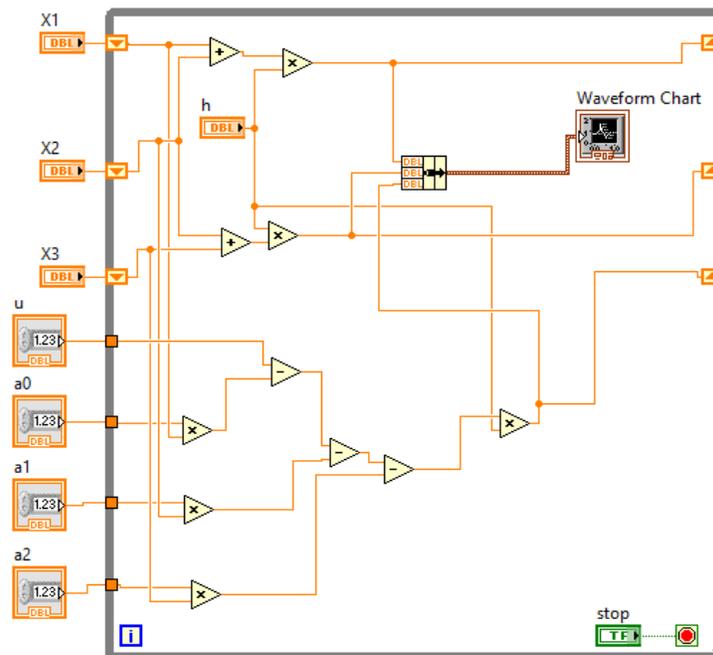


Figura 11. Implementación de Euler en LabVIEW del péndulo

Los indicadores y controles en base a las variables del modelo matemático se describen a continuación.

h = Paso del método de Euler

x_1, X_2, X_3 = Condición inicial

a_0 = Valor establecido por los parametros del sistema al crear la Ft

a_1 = Valor establecido por los parametros del sistema al crear la Ft

a_2 = Valor establecido por los parametros del sistema al crear la Ft

u = Fuerza aplicada al carro

Si se está interesado en obtener respuesta en tiempo real, la temporización de las aplicaciones es un punto clave. LabVIEW cuenta con la estructura Timed Loop que es una función ciclada que se ejecuta con la fuente configurada de temporización. Tiene un evento, la cual cuenta con amplio rango de fuentes de temporización [6], mostrado en la figura 12.

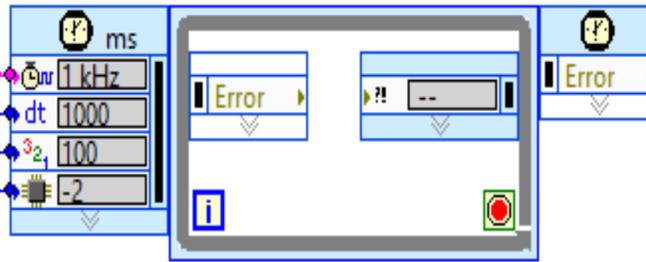


Figura 12. Timed Loop

Sí aplicando el Timed Loop al VI de la figura 11 se puede obtener la solución del modelo usando el VI de la Figura 13

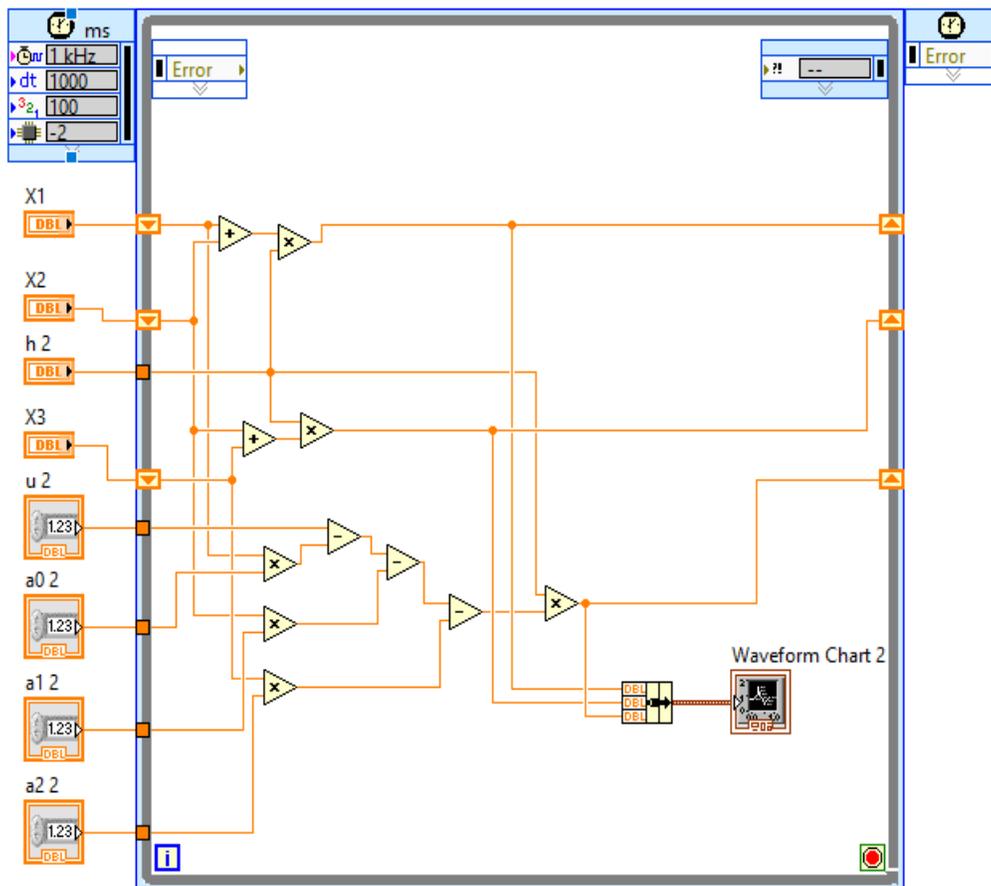
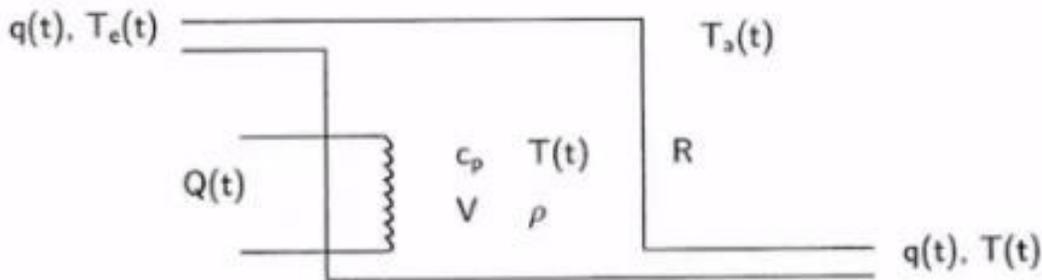


Figura 13. Aplicación de Euler a la solución del modelo en tiempo real

Sistema Térmico

Sea el sistema que aparece en la figura 14, considerando que el tanque está aislado para evitar pérdida de calor al aire circundante. También suponiendo que no hay almacenamiento de calor en el aislamiento y que el líquido del tanque está perfectamente mezclado, de modo que la temperatura es uniforme, así que se utiliza un termómetro único para describir la temperatura del líquido en el tanque y la del líquido que fluye a la salida. [7]

Hay tres medios diferentes en que el calor fluye de una sustancia a otra: Conducción, Convección y Radiación. En este caso se considerará por convección.



Fuente: [7]

Figura 14. Sistema Térmico

Donde:

$q(t) =$ flujo del fluido, m^3/s .

$T_e(t) =$ temperatura del fluido a la entrada del tanque, $^{\circ}C$.

$T_a(t) =$ temperatura ambiente a la que se encuentra el sistema térmico, $^{\circ}C$

$T(t) =$ temperatura del fluido a la salida del tanque, $^{\circ}C$.

$Q(t) =$ flujo de calor que provee el calentador, J/s .

$c_p =$ calor específico del fluido, $J/gramo$ $^{\circ}C$.

$V =$ volumen del fluido en el tanque, m^3 .

ρ = densidad del fluido, kg/m³.

R = resistencia térmica, W/m²°C.

Haciendo un balance energético, el calor que hay en el fluido es igual al calor que entra menos las pérdidas de calor.

$$Q(t)_{\text{fluido}} = Q(t)_{\text{suministrado}} - Q(t)_{\text{pierde}} \quad (46)$$

Además, el calor $Q(t)$ se define como: [8]

$$Q(t) = mc_p \Delta T \quad (47)$$

Donde:

m = masa del fluido, kg.

ΔT = diferencia de temperatura, °C.

El calor suministrado $Q(t)_{\text{suministrado}}$; es el que provee el calentador $Q(t)$, más la transferencia de calor originada por la diferencia de las temperaturas $T_e(t)$ y $T(t)$, es decir:

$$Q(t)_{\text{suministrado}} = mc_p [T_e(t) - T(t)] + Q(t) \quad (48)$$

Por otro lado las pérdidas se originan debido al calor que se pierde en el tanque y son a causa de la resistencia térmica y al hecho de estar expuesto a la temperatura ambiente $T_a(t)$, que seguramente será más baja que la temperatura del fluido $T(t)$, lo que origina una transferencia de calor.

La resistencia térmica R , es la diferencia de temperaturas ΔT necesaria para que se produzca una transferencia de calor por unidad de tiempo a través de un material,

$Q_R(t)$. La resistencia térmica está definida como $R = \frac{\Delta T}{Q_R(t)}$. [9]

En muchas ocasiones no es posible conocer la masa de fluido, sin embargo, la densidad de muchos fluidos es conocida. La densidad se define como:

$$\rho = \frac{\text{masa del fluido, kg}}{\text{volumen del fluido, m}^3} \quad (49)$$

Mientras que el volumen del fluido será el mismo que el volumen que ocupe en el tanque.

Así tomando todas las consideraciones anteriores, se obtiene la ecuación (50) como la ecuación del balance energético del sistema térmico de la figura 15. [6]

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = \rho c_p q(t) [T_e(t) - T(t)] + Q(t) - \frac{T(t) - T_a(t)}{R} \quad (50)$$

Considerando que el tanque está aislado lo que implica que la temperatura ambiente no afecta al sistema. En este caso, la ecuación que rige al modelo es (51).

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = \rho c_p q(t) [T_e(t) - T(t)] + Q(t) \quad (51)$$

Si la capacitancia calórica del fluido, así como caudal son constantes, y que la estructura geométrica del tanque es tal que su volumen se mantiene constante durante todo el análisis, se pueden definir los términos las constantes K_1 y K_2 como:

$$K_1 = \rho V c_p \quad (52)$$

$$K_2 = \rho c_p q \quad (53)$$

Sustituyendo K_1 y K_2 en la ecuación (51) se obtiene ecuación diferencial (54).

$$K_1 \frac{dT}{dt} = K_2 [T_e(t) - T(t)] + Q(t) \quad (54)$$

Pero la diferencia de temperatura $\frac{dT}{dt}$ es la diferencia de la temperatura de entrada y la temperatura de salida:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d\Delta T}{dt} = \frac{d(T_e - T)}{dt} \quad (55)$$

Así la ecuación diferencial lineal que describe el sistema es (56)

$$\frac{d\Delta T}{dt} = \frac{1}{K_1} Q(t) - \frac{K_2}{K_1} \Delta T \quad (56)$$

Aplicando Laplace a (52) se obtiene (57).

$$K_1 s \Delta T(s) = Q(s) - K_2 \Delta T(s) \quad (57)$$

O bien, la función de transferencia de primer orden:

$$\frac{\Delta T(s)}{Q(s)} = \frac{1}{s + \frac{K_2}{K_1}} \quad (58)$$

Aplicando el método de Euler definido por (13) a la ecuación diferencial del modelo (8), se tiene que la diferencia de temperatura se puede calcular por (59).

$$\Delta T_{i+1} = \Delta T_i + \left(\frac{Q}{K_1} - \frac{K_2}{K_1} \Delta T_i \right) h \quad (59)$$

Programación del método de Euler en MyRio

Utilizando el Toolkit Real Time de LabVIEW es posible obtener simulaciones que se ejecuten en tiempo real, y con ello observar las respuestas en un instante preciso. Usando esta herramienta se emplearon elementos básicos de LabVIEW para estructurar la ecuación (59) como se muestra en la figura 15.

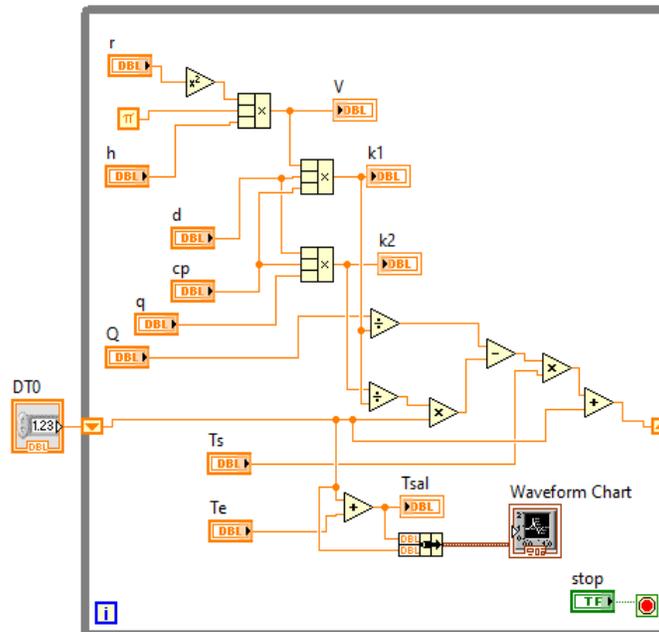


Figura 15. Implementación de Euler en LabVIEW del sistema térmico

Los indicadores y controles en base a las variables del modelo matemático se describen a continuación.

$d = \rho =$ densidad del fluido, kg/m³.

$C_p =$ calor específico del fluido, J/gramo °C.

$q = q(t) =$ flujo del fluido, m³/s.

$V = \pi * r^2 * h = V =$ volumen del fluido en el tanque cilíndrico, m³.

$r =$ radio del tanque, m.

$h =$ nivel del fluido dentro del tanque, m.

$T_e = T_e(t) =$ temperatura del fluido a la entrada del tanque, °C.

$T_{sal} = T(s) =$ temperatura del fluido a la salida del tanque, °C.

$K1 = d * V * C_p.$

$K2 = d * C_p * q.$

$Q = Q(t) =$ flujo de calor que provee el calentador, W.

$T_s =$ paso del método de Euler, s.

Si se está interesado en obtener respuesta en tiempo real, la temporización de las aplicaciones es un punto clave. LabVIEW cuenta con la estructura *Timed Loop* que es una función ciclada que se ejecuta con la fuente configurada de temporización. Tiene un evento, la cual cuenta con amplio rango de fuentes de temporización [8], mostrado en la figura 16.

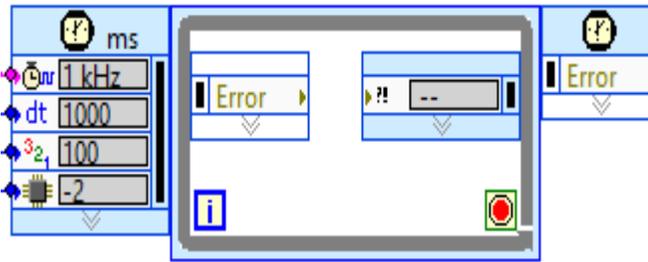


Figura 16. Timed Loop

Así aplicando el *Timed Loop* al VI de la figura 16 se puede obtener la solución del modelo usando el VI de la Figura 17.

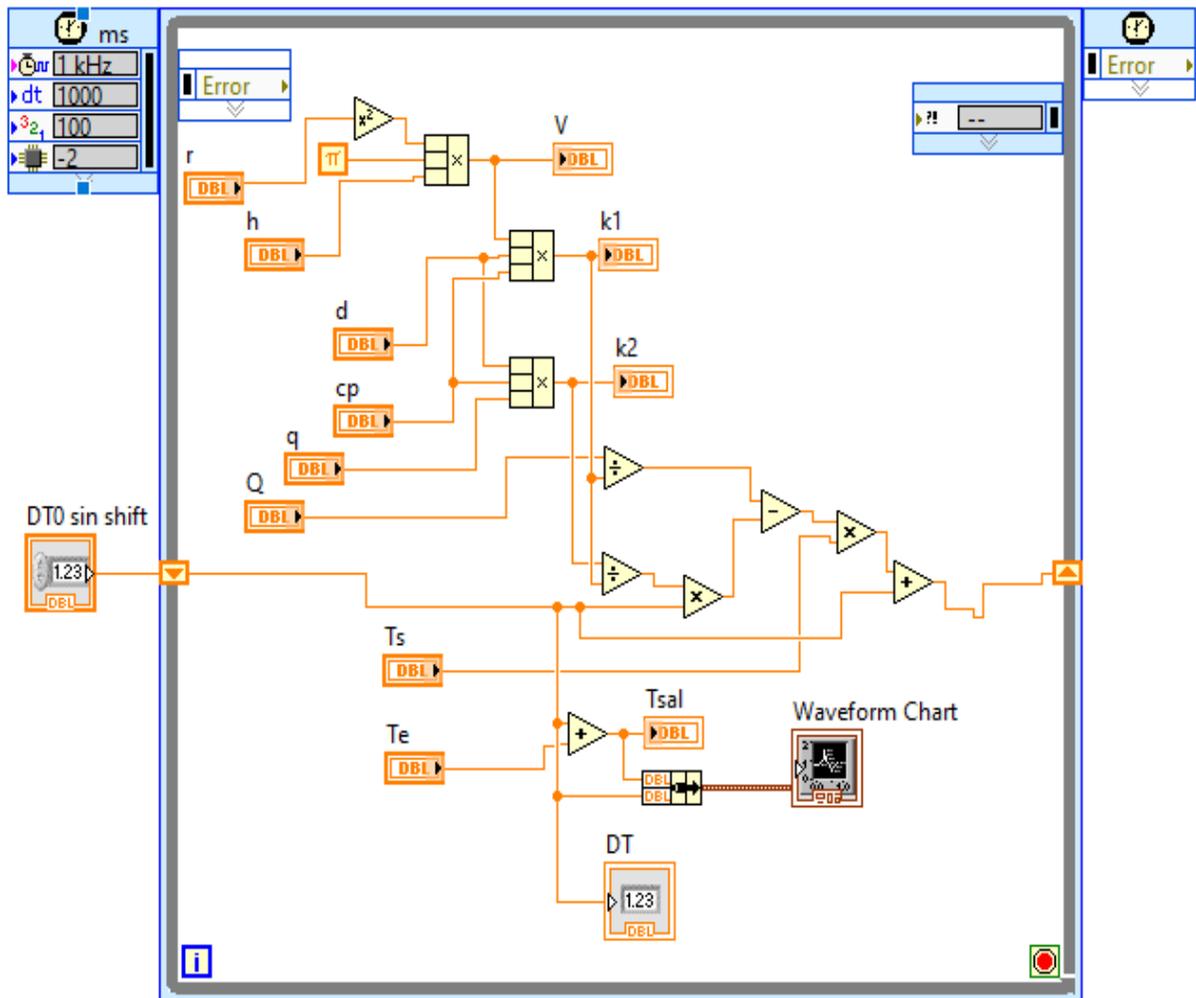
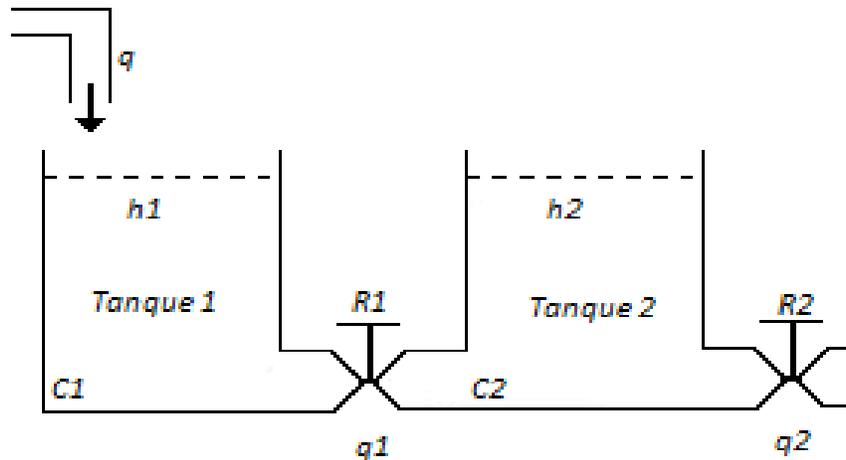


Figura 17. Aplicación de Euler a la solución del modelo en tiempo real, sistema de tanques acoplados

Sistema de nivel de líquido de tanques acoplados

Cuando dos tanques están interconectados, se tienen varias variables del sistema que se pueden monitorear, como el nivel de h_1 en el tanque 1, el nivel h_2 en el tanque 2 y el caudal de salida q_2 , siendo la entrada el control de flujo de caudal q . Para analizar el comportamiento del sistema es necesario construir un modelado para cada uno de los tanques y dependiendo de la variable de salida elegida establecer la función de transferencia del sistema. [4]

Sea el sistema que aparece en la figura 18, tomando como salida el caudal q_2 siendo la entrada el caudal q y considerando pequeñas variaciones en las variables respecto al estado estacionario como lo son H para el nivel de líquido y Q para el caudal.



Fuente [4]

Figura 18. Sistema de nivel de líquido de tanques acoplados

Donde:

q = Flujo de entrada del sistema

q_1 = Flujo del tanque 1 al tanque 2

q_2 = Flujo de salida del sistema

R_1 = Resistencia al caudal de flujo 1

R_2 = Resistencia al caudal de flujo 2

$C_1 =$ Capacitancia del tanque 1

$C_2 =$ Capacitancia del tanque 2

$h_1 =$ Presión hidrostática del tanque 1(m)

$h_2 =$ Presión hidrostática del tanque 2 (m)

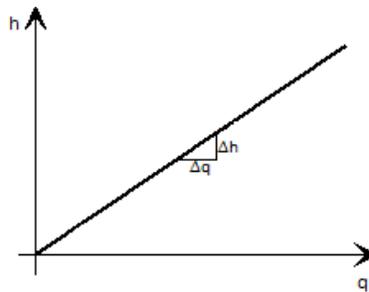
Para el análisis de este sistema debemos tomar en cuenta, el número de Reynolds, el cual es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos para caracterizar un fluido. Este permite predecir el carácter turbulento o laminar en ciertos casos. Así por ejemplo en ductos si el número de Reynolds es menor de 2000 el flujo será laminar y si es mayor 4000 el flujo será turbulento. Si se encuentra entre estos valores como flujo transicional y su comportamiento no puede ser modelado. [4]

Cuando el flujo es laminar la resistencia es constante, esto es

$$R \frac{\Delta h}{\Delta q} = \frac{dh}{dq} \quad (60)$$

$$R = \frac{h}{q} \quad (61)$$

Si se grafica la relación lineal h vs q se obtiene la recta de la figura 19



Fuente [4]

Figura 19. Comportamiento de resistencia para flujo laminar

La relación entre el gasto y la presión hidrostática en estado estacionario se puede definir como

$$q = kh \quad (62)$$

Donde:

$q =$ Gasto estacionario en m^3 / seg

$k =$ Coeficiente en m^2 / seg

$h =$ Presión hidroestática en m

Para el tanque 1, considerando que es un flujo laminar y por ende la resistencia es constante, tenemos

$$\Delta q = \frac{\Delta h}{R} \quad (63)$$

Por lo tanto, el caudal que fluye del tanque 1 al tanque 2 está determinado por

$$q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1} \quad (64)$$

Haciendo un balance del caudal que entra y el caudal que sale del tanque, tenemos

$$q - q_1 = C_1 \frac{dh_1}{dt} \quad (65)$$

Procedemos de igual forma con el tanque 2, por lo que obtenemos

$$q_2 = \frac{h_2}{R_2} \quad (66)$$

Por otra parte, tenemos

$$q_1 - q_2 = C_2 \frac{dh_2}{dt} \quad (67)$$

Se aplica la transformada de Laplace las ecuaciones (68-71), para obtener la función de transferencia.

$$Q_1(s) = \frac{1}{R_1} (H_1(s) - H_2(s)) \quad (68)$$

$$Q(s) - Q_1(s) = C_1 s H_1(s) \quad (69)$$

$$Q_2(s) = \frac{H_2(s)}{R_2} \quad (70)$$

$$Q_1(s) - Q_2(s) = C_2 s H_2(s) \quad (71)$$

Obtenemos la función de transferencia mediante el método de diagramas de bloques. [4]

De la ecuación (68) tenemos la representación mostrada en la figura 20.

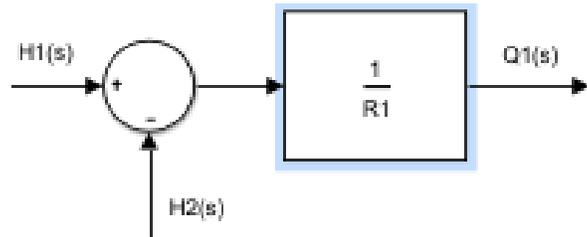


Figura 20. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (68)

De manera similar la figura 21 muestra la implementación grafica de la ecuación (69), mientras que las figuras 22 y 23 muestran la representación de las ecuaciones (70) y (71) respectivamente.

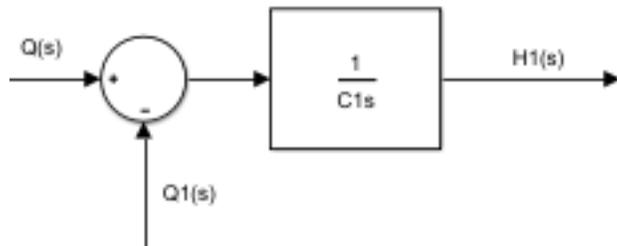


Figura 21. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (69)

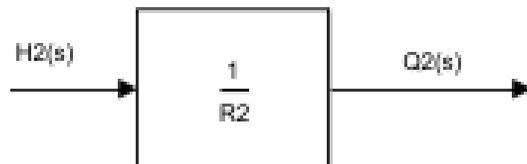


Figura 22. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (70)

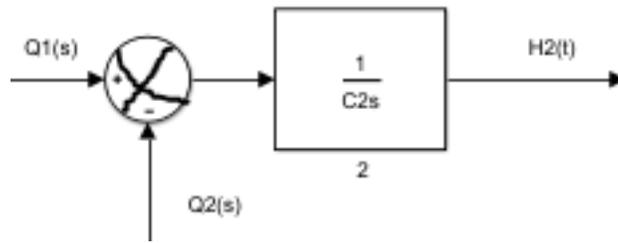


Figura 23. Representación en diagrama de bloques de la ecuación (68)

El siguiente paso consiste en interconectar estos bloques para formar el diagrama de bloques general del sistema.

La figura 24 muestra la representación general del sistema.

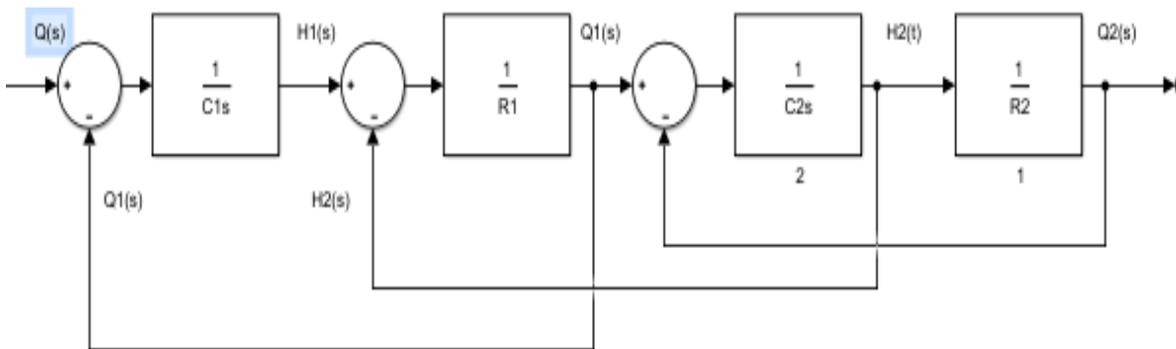


Figura 24. Diagrama de bloques general del sistema

Reduciendo el diagrama de bloques a partir de las reglas de reducción. [4] para mover el punto de toma a la salida y el de suma hacia la entrada, de esta manera obtenemos el diagrama mostrado en la figura 25.

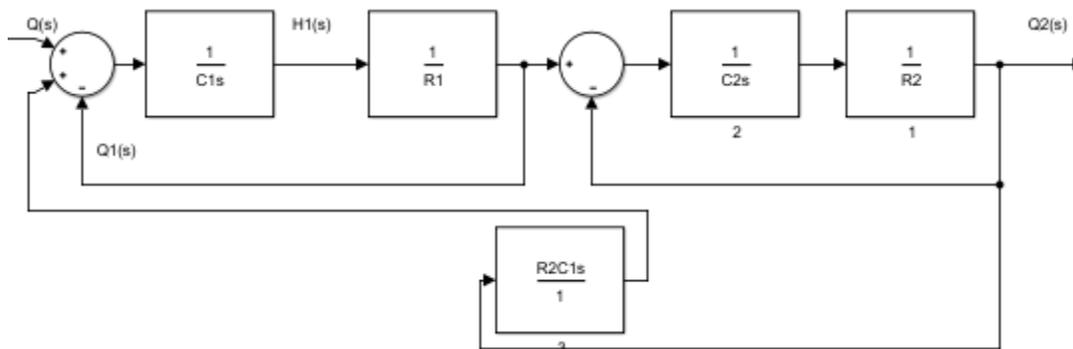


Figura 25. Aplicación de las reglas al diagrama general

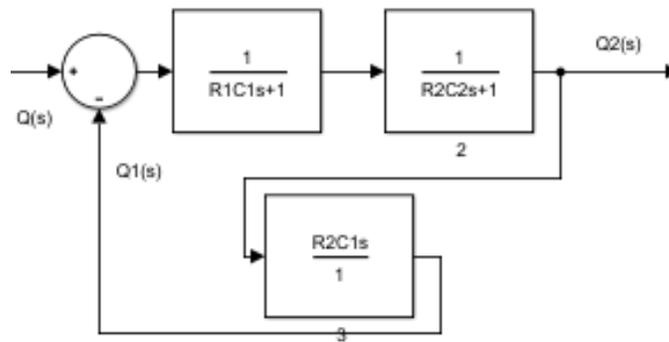


Figura 26. Simplificación del diagrama de bloques de la figura 25

Reduciendo los bloques en cascada del sistema mostrado en la figura 26 obtenemos el esquema de la figura 27.

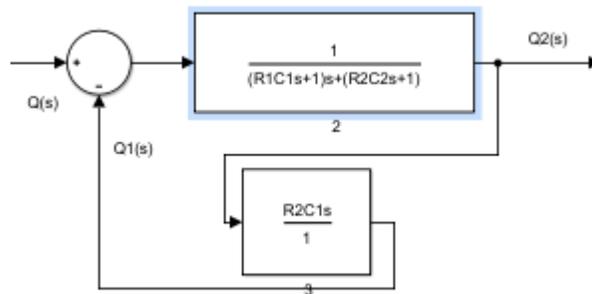


Figura 27. Reducción de bloques en cascada del sistema de la figura 26

Finalmente eliminamos el lazo de retroalimentación del diagrama de la figura 27 obteniendo la función de transferencia de la siguiente manera

$$\frac{Q_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{1 + \frac{R_2C_1s}{(R_1C_1s+1)(R_2C_2s+1)}} \quad (72)$$

Simplificando la ecuación (72) obtenemos la función de transferencia (73).

$$\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{1}{(R_1C_1s + 1)(R_2C_2s + 1) + R_2C_1s} \quad (73)$$

La multiplicación de productos nos da la siguiente igualdad (74)

$$Q_2(s)[R_1C_1R_2C_2s^2 + (R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1)s + 1] = Q(s) \quad (74)$$

Por lo que al sacar las ecuaciones diferenciales tenemos (75)

$$a \frac{d^2}{dt^2} q_2(t) + b \frac{d}{dt} q_2(t) + q_2(t) = q(t) \quad (75)$$

Despejando la derivada de orden superior de (anterior), tenemos

$$\frac{d^2}{dt^2} q_2(t) = -\frac{1}{a} q_2(t) - \frac{b}{a} \frac{d}{dt} q_2(t) + \frac{1}{a} q(t) \quad (76)$$

Por lo tanto, considerando los estados, tenemos las siguientes ecuaciones diferenciales

$$x_1 = q_2(t) \quad (77)$$

$$x_2 = \dot{x} = q_2(t) \quad (78)$$

$$\dot{x} = x_2 = q_2 \quad (79)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{a} x_1 - \frac{b}{a} x_2 + \frac{1}{a} u(t) \quad (80)$$

Representando de una forma más convencional las ecuaciones (79) y (80), tenemos las ecuaciones siguientes

$$\frac{d}{dt} x_1 = x_2(t) \quad (81)$$

$$\frac{d}{dt} x_2 = -\frac{1}{a} x_1(t) - \frac{b}{a} x_2(t) + \frac{1}{a} u(t) \quad (82)$$

Aplicando el método de Euler a las ecuaciones anteriores, obtenemos las ecuaciones (83) y (84) respectivamente.

$$x_1 = (x_1 - 1) + (x_2)(h) \quad (83)$$

$$x_2 = (x_2 - 1) + \left(= -\frac{1}{a} x_1 - \frac{b}{a} x_2 + \frac{1}{a} u \right) (h) \quad (84)$$

Donde:

h= Paso de integración

Programación del método de Euler en MyRio

Utilizando el Toolkit Real Time de LabVIEW es posible obtener simulaciones que se ejecuten en tiempo real, y con ello observar las respuestas en un instante preciso. Usando esta herramienta se emplearon elementos básicos de LabVIEW para estructurar las ecuaciones (83) y (84) como se muestra en la figura 28.

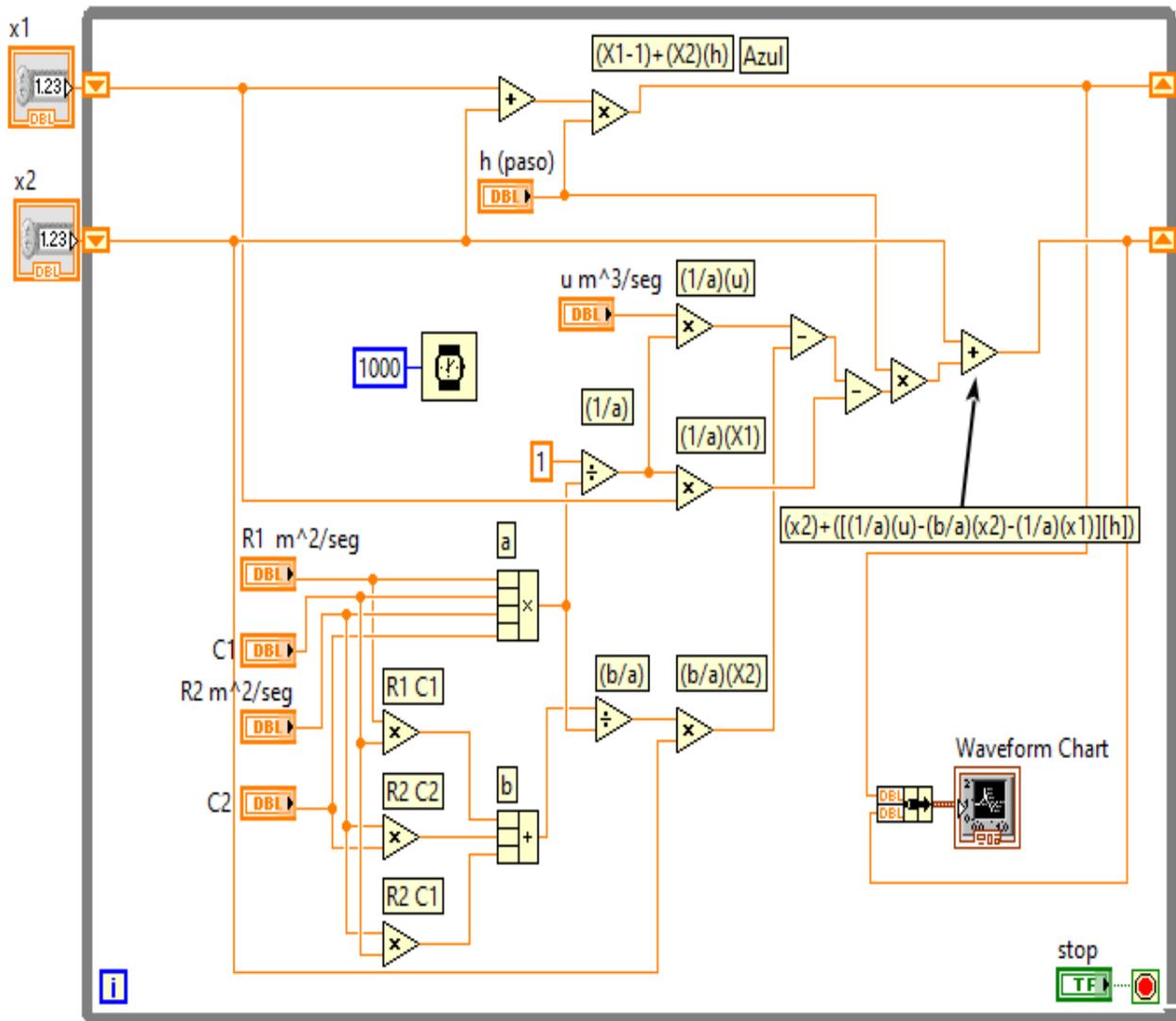


Figura 28. Implementación de Euler en LabVIEW para el sistema de tanques acoplados

Los indicadores y controles en base a las variables del modelo matemático se describen a continuación.

$X_1 =$ *condicion inicial del sistema*

$X_2 =$ *condicion inicial del sistema*

$R_1 =$ *Resistencia al caudal entre ambos tanques*

$R_2 =$ *Resistencia al caudal de salida*

$C_1 =$ *capacitancia del tanque 1*

$C_2 =$ *capacitancia del tanque 2*

$h =$ *paso del metodo de euler*

$u =$ *caudal de entrada del sistema*

Si se está interesado en obtener respuesta en tiempo real, la temporización de las aplicaciones es un punto clave. LabVIEW cuenta con la estructura *Timed Loop* que es una función ciclada que se ejecuta con la fuente configurada de temporización. Tiene un evento, la cual cuenta con amplio rango de fuentes de temporización [8], mostrado en la figura 29.

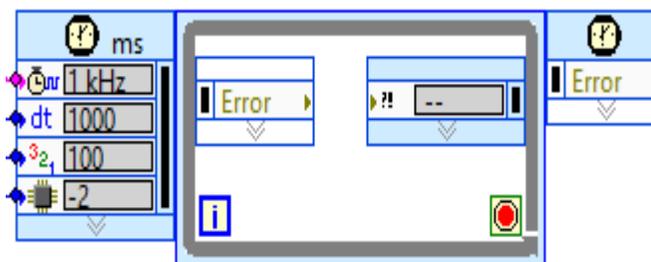


Figura 29. Timed Loop

Al utilizar el *Timed Loop* al VI de la figura 28 se puede obtener la solución del modelo usando el VI de la Figura 30

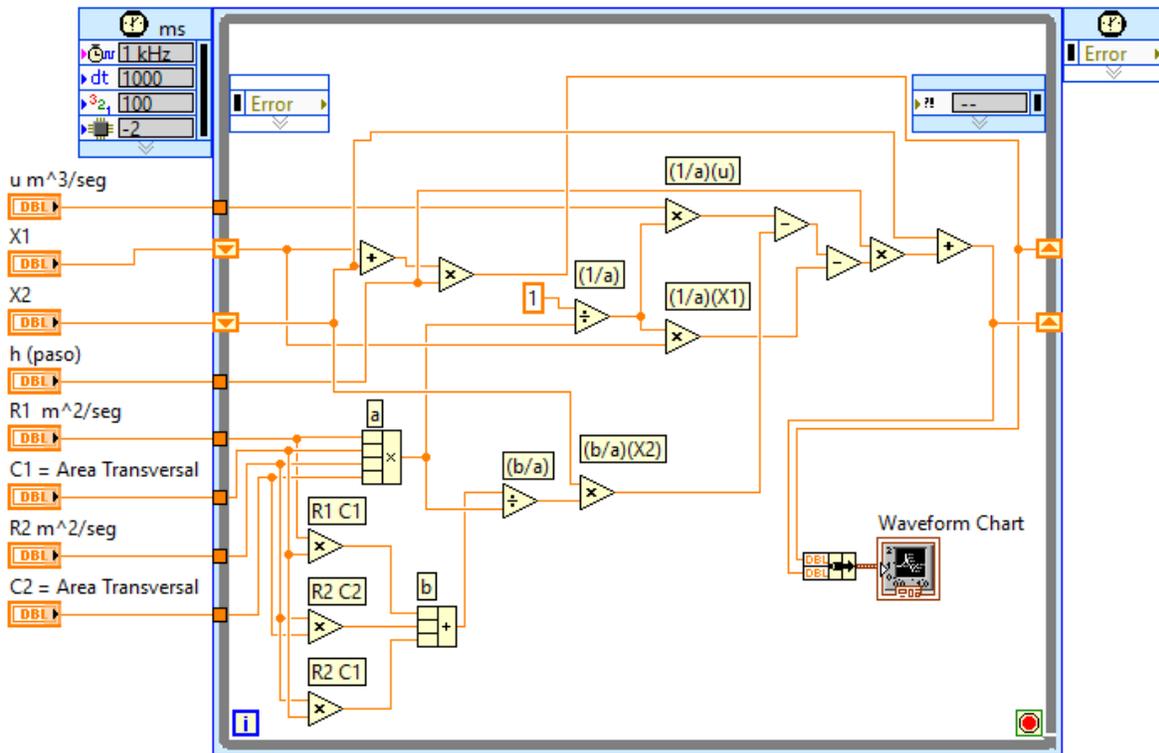


Figura 30. Aplicación de Euler a la solución del modelo en tiempo real al sistema de tanques acoplados

Una de las características más relevantes que se desea destacar, es que la ejecución de la solución del método numérico no depende del valor del paso del método h , como ocurre en una plataforma tradicional como es una PC. Si no que, sin importar el tamaño de h el hardware implementa el método numérico que resuelve a la ecuación diferencial en el mismo tiempo real, es decir, en el caso de que se desee ejecutar el método para obtener la respuesta en 600s con un h de 1s o bien de hasta $1\mu\text{s}$ la ejecución se realizara en 600s.

Para que las simulaciones fuesen en tiempo real, se creó un proyecto en el dispositivo MyRio que contendrá los VI de cada sistema mencionado anteriormente, de tal manera que el modelo esté incluido en este dispositivo y podrá ser ejecutado en tiempo real, figura 31.

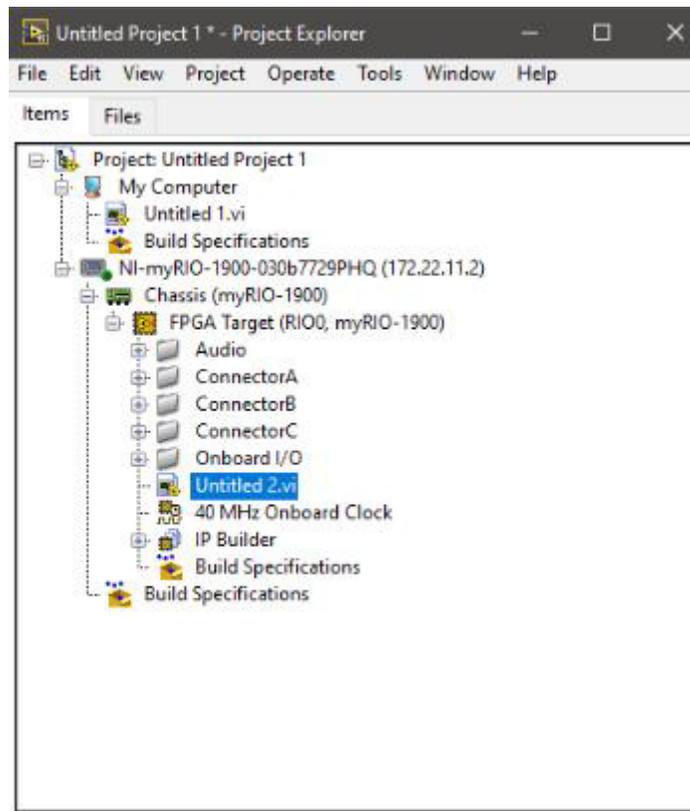


Figura 31. Proyecto en MyRio (Sobre la FPGA)

En este capítulo se presentaron ejemplos en los que aplica el proceso de diseño de la dinámica de la planta de control, destacando la importancia para diseñar un sistema de control y su simulación en tiempo real. Cuando se conocen los parámetros de dicho sistema, podemos modificar sus parámetros incluso el tiempo de simulación en el que el modelado de control estará generando una respuesta, o bien, se puede simular sin un límite de tiempo para monitorear la respuesta segundo a segundo y detectar posibles anomalías del sistema.

Capítulo 6. Resultados.

Los resultados adquiridos son de vital importancia para su análisis

Péndulo

Para el modelo del péndulo descrito en (31) se toma a cuenta que el sistema es inestable debido a la ubicación de sus polos con los siguientes datos de la tabla 1.

1. Datos del modelo del péndulo

Masa del carro (M), kg	0.5
Masa del péndulo (m), kg	0.2
Fricción del carro (b), N/m/seg	0.1
Longitud del péndulo (l), m	0.3
Inercia del péndulo (I), $\text{kg}\cdot\text{m}^2$	0.006
Paso del método de Euler	1

Los resultados obtenidos son los que se muestran en la figura 33 en la cual se aprecia la gráfica del ángulo del péndulo y la posición del carro, donde para un tiempo de simulación de 600s se puede observar que los valores tanto de la posición del carro como el ángulo del péndulo tienden a infinito, estos resultados fueron comparados con los obtenidos en [13], teniendo una similitud en ambos siendo un sistema debido a la ubicación de sus polos.

En la figura 32 se muestra la ubicación de los polos que conforman la función de transferencia característica de modelo del péndulo invertido.

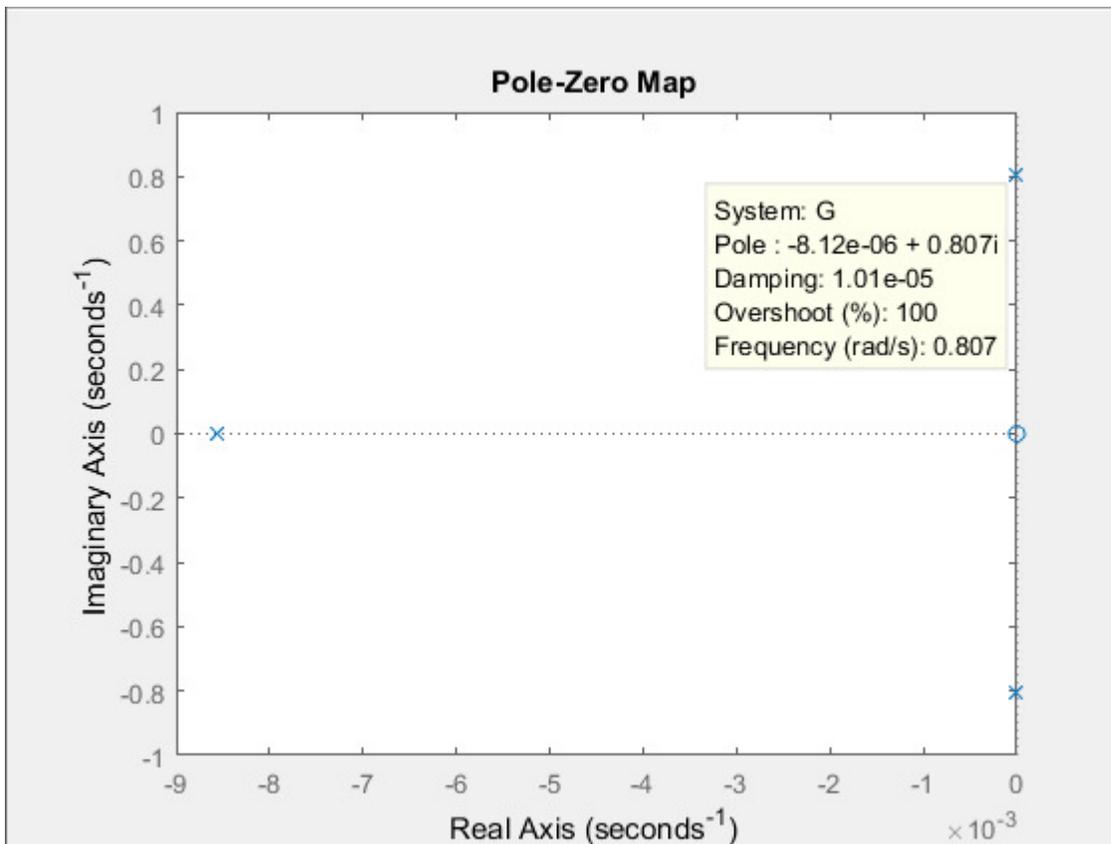


Figura 32. Ubicación de polos del modelado del péndulo

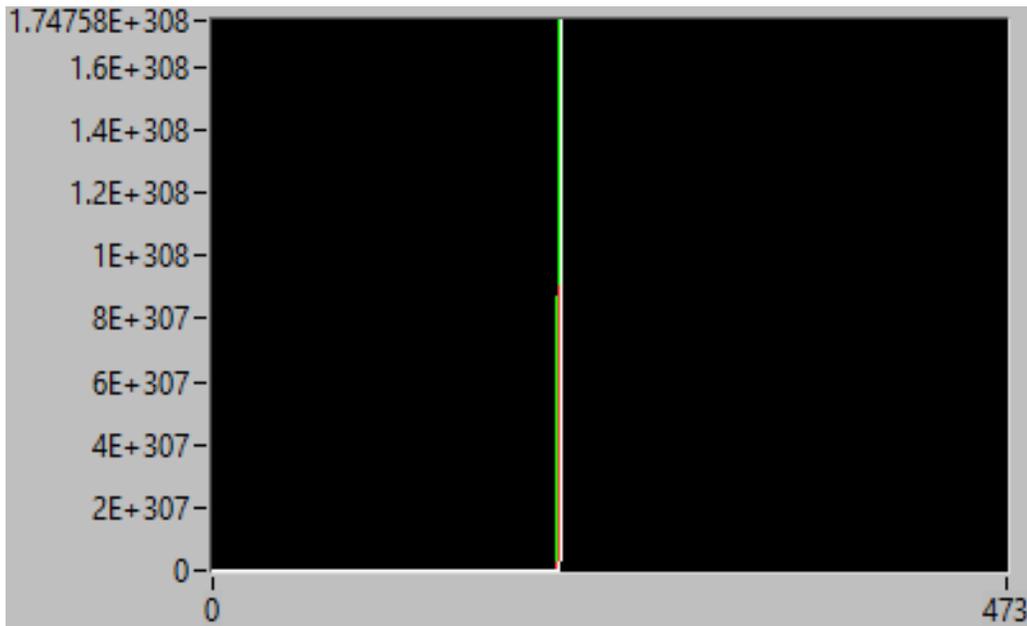


Figura 33. Dinámica del ángulo y la posición del carro

El panel frontal de la figura 34 se pueden observar varios controles que ayudan a definir los parámetros del sistema del péndulo simple, tales como: los datos de la función de transferencia, también los parámetros del método numérico: h , el valor inicial de la variable de interés y el tiempo de simulación. Entre los indicadores utilizados se encuentran: el tiempo real de ejecución (nombrado tiempo de simulación (transcurrido)), donde se aprecia que para los datos de la tabla 1 la respuesta de salida mostrada en la figura 33 es tomada en un tiempo de 600s.

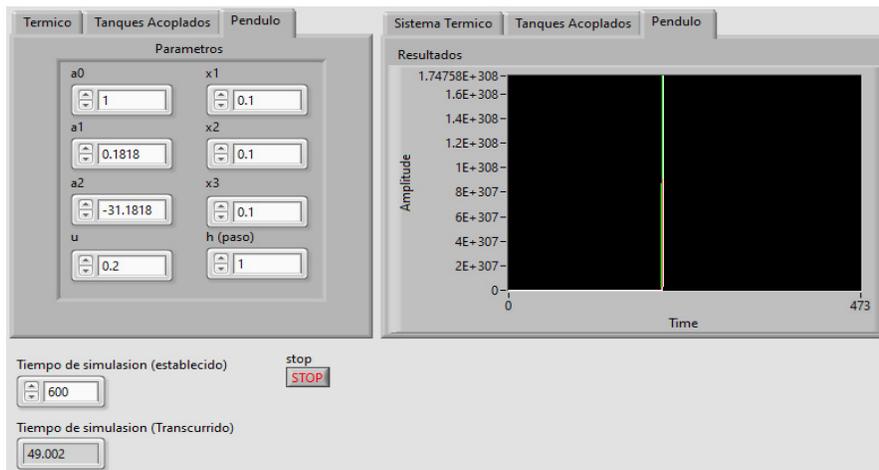


Figura 34. Panel frontal de los resultados

Para validar los resultados se programó el Método numérico en MATLAB en el archivo .m obteniendo prácticamente los mismos resultados, tal como se muestra en la gráfica de la figura 35.

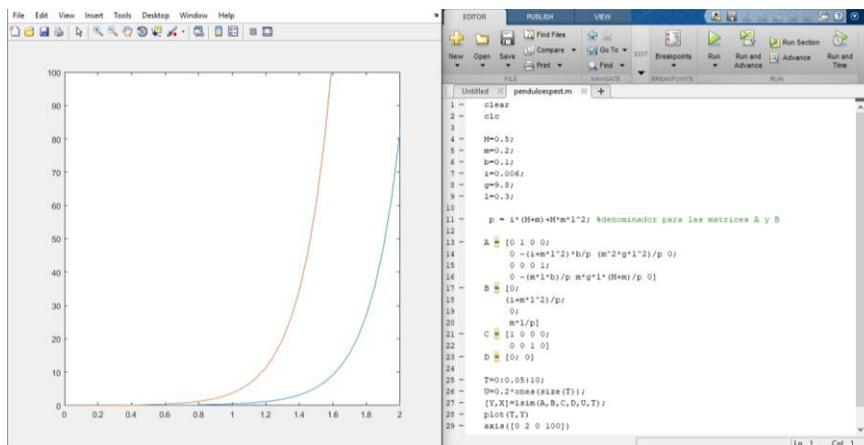


Figura 35. Resultados obtenidos en MATLAB, térmico

Capítulo 6. Resultados.

Para el modelo térmico descrito en (59) se consideró que el fluido es agua con los datos de la tabla 2.

2. Datos del modelo térmico

Densidad del agua ρ , kg/m ³	1000
Calor específico del agua c_p , Joules/gramo °C	4,186
Flujo del fluido $q(t)$, m ³ /s (ml/s)	0.00027 (270)
Potencia del calentador $Q(t)$, KW	10
Radio del tanque r , m	0.15
Altura del fluido dentro del tanque, m	0.5
Temperatura del fluido a la entrada del tanque $T_e(t)$, °C	8
Paso del método de Euler T_s , s	1
Valor inicial de la diferencia de temperatura ΔT_0 , °C	1

Los resultados obtenidos son los que se muestran en la figura 35 en la cual se aprecia la gráfica de la temperatura de salida T_{sal} , donde para un tiempo de simulación de 600s la temperatura de salida es un poco mayor que 16°C.

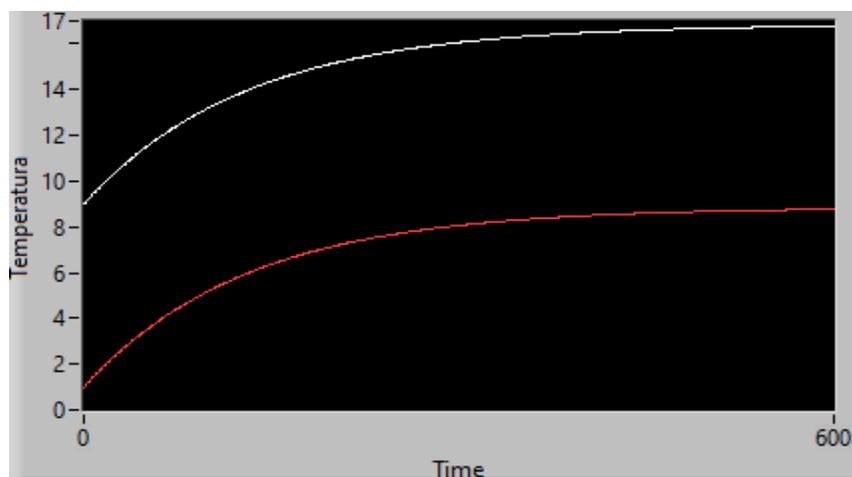


Figura 36. Dinámica de la temperatura de salida

El panel frontal de la figura 37 se pueden observar varios controles que ayudan a definir los parámetros del sistema térmico, tales como: los datos del fluido, del

tanque y del calefactor; además de los parámetros del método numérico: T_s , el valor inicial de la variable de interés y el tiempo de simulación. Entre los indicadores utilizados se encuentran: el que muestra el valor de la temperatura de salida del tanque T_{sal} y el tiempo real de ejecución (Nombrado como Tiempo de simulación (transcurrido)), donde se aprecia que para los datos de la tabla 2 la temperatura de salida es de $16.769\text{ }^{\circ}\text{C}$ en un tiempo de 600s.

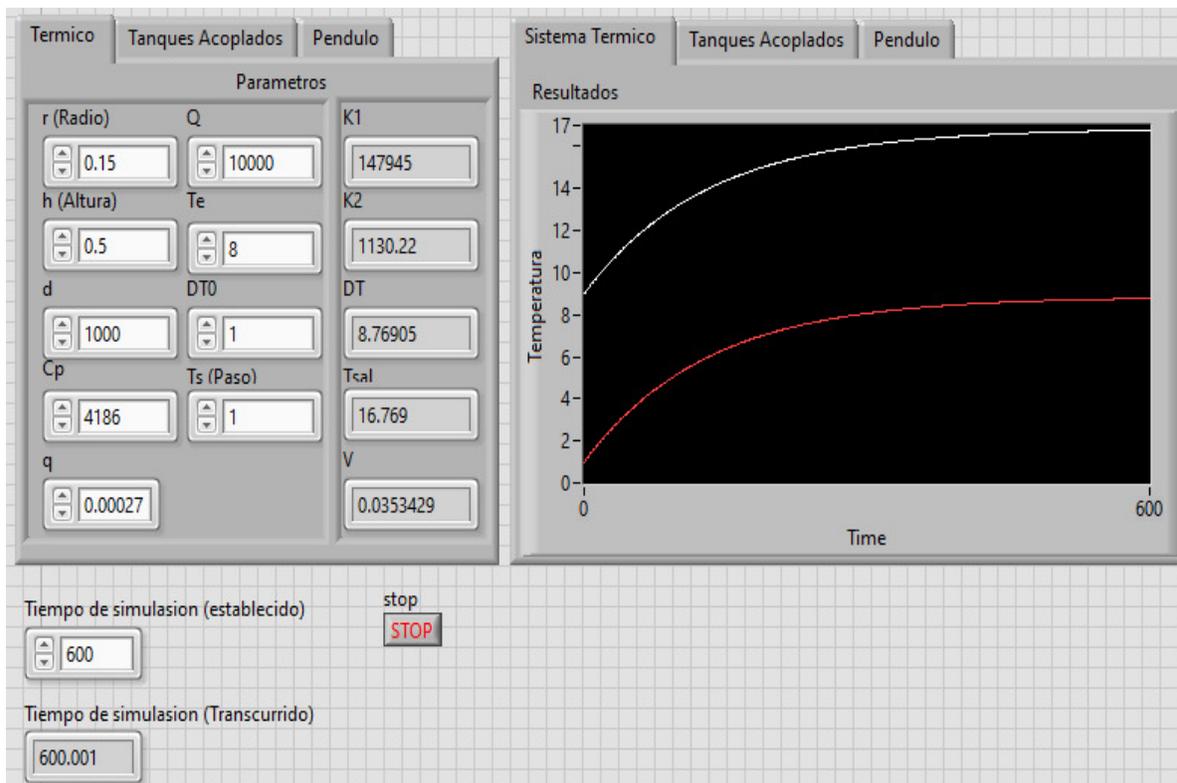


Figura 37. Panel frontal de los resultados

Para validar los resultados se programó el Método numérico en MATLAB en el archivo .m obteniendo prácticamente los mismos resultados, tal como se muestra en la figura 38 la línea roja muestra la temperatura de salida y la azul el diferencial de temperatura respecto a la temperatura inicial de entrada.

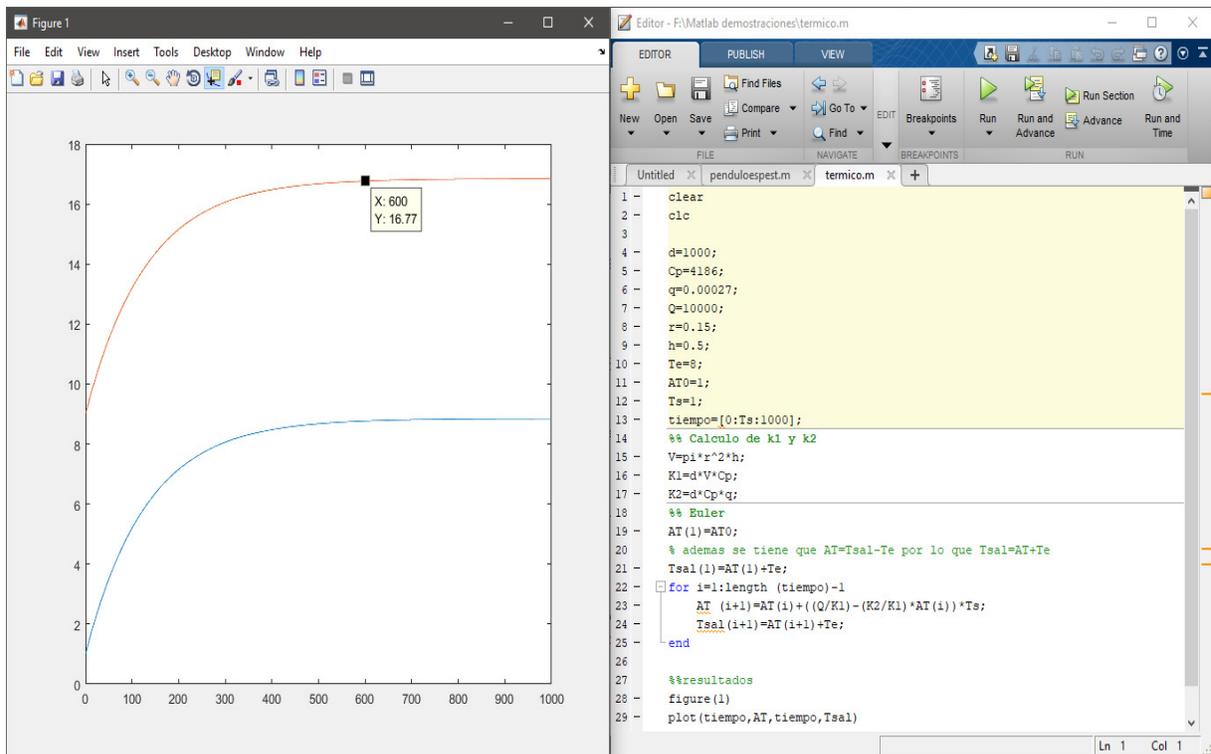


Figura 38. Resultados obtenidos en MATLAB

Tanques Acoplados

Para el modelo térmico descrito en (73) se consideró como fluido el agua con los datos de la tabla 3.

3. Datos del modelo de tanques acoplados

Condiciones iniciales (X1, X2)	0.1
Paso del método de Euler (h)	1
Resistencia al flujo (R1)	0.4
Resistencia al flujo (R2)	1
Capacitancia del tanque 1 (C1), m^3/seg	50
Capacitancia del tanque 2 (C2), m^3/seg	60
Caudal de entrada al sistema (u), m^3/seg	65

Los resultados obtenidos son los que se muestran en la figura 39 en la cual se aprecia la gráfica del caudal de salida, donde para un tiempo de simulación de 600s el caudal de salida es un poco mayor que $65 \text{ m}^3/\text{seg}$.

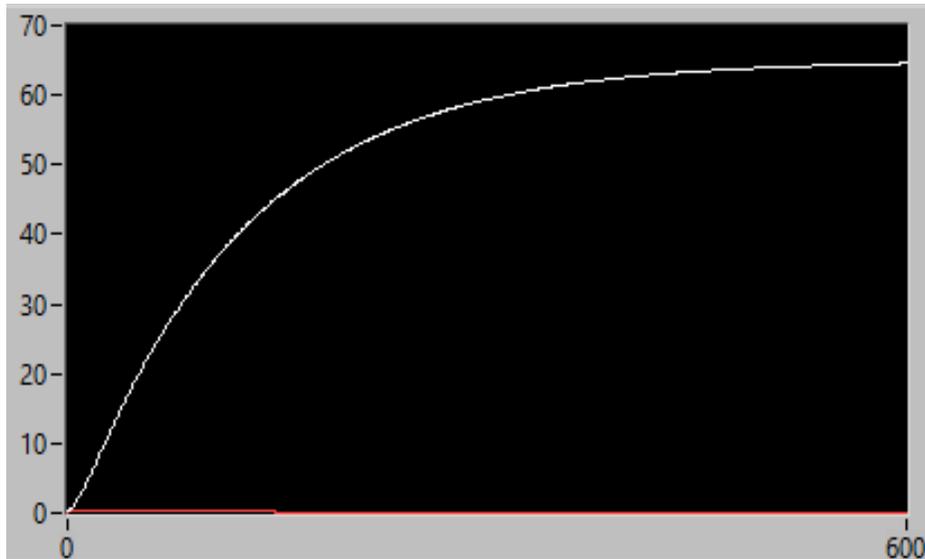


Figura 39. Dinámica del caudal de salida

El panel frontal de la figura 40 se pueden observar varios controles que ayudan a definir los parámetros del sistema de tanques acoplados, tales como: los datos del caudal de fluido de entrada, resistencias al fluido del tanque 1 al tanque 2, capacitancias de ambos tanques; además de los parámetros del método numérico: h , los valores iniciales del sistema y el tiempo de simulación. Entre los indicadores utilizados se encuentran: muestra el tiempo transcurrido durante la simulación (nombrado como tiempo de simulación (transcurrido)), donde se aprecia que para los datos de la tabla 3 la respuesta de salida mostrada en la figura 39 es tomada en un tiempo de 600s.

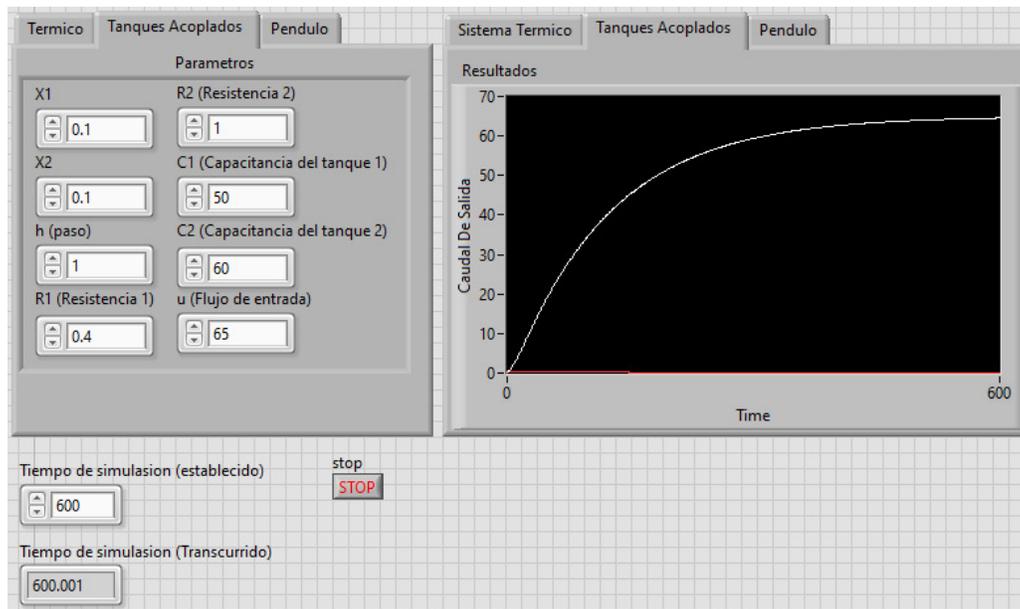


Figura 40. Panel frontal de los resultados

Para validar los resultados se programó el Método numérico en MATLAB en el archivo .m obteniendo prácticamente los mismos resultados, tal como se muestra en la figura 41.

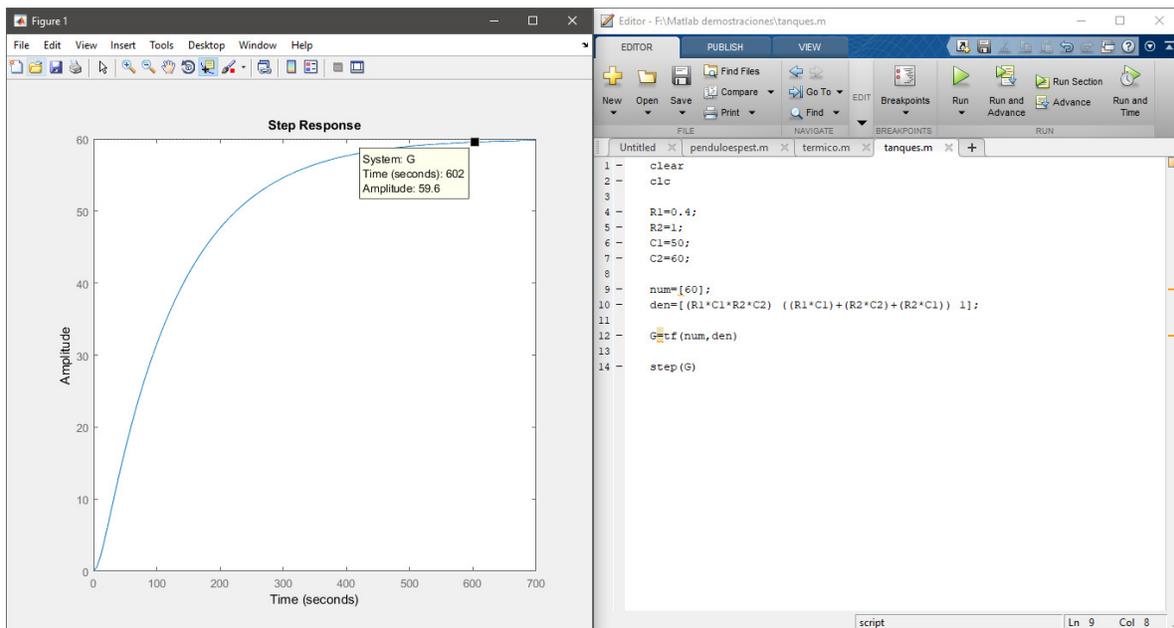


Figura 41. Resultados obtenidos en MATLAB

Los resultados obtenidos en MATLAB son los mostrados en la figura 40, donde se observa que la dinámica del sistema es la misma que la de la figura 39, además se puede apreciar que el valor que del caudal de salida ronda los $60 \text{ m}^3/\text{seg}$.

En base a los resultados obtenidos, los sistemas pueden tomarse como válidos ya que al hacer una comparativa de las gráficas prácticamente no existen discrepancias, además de que la tarjeta MyRio permite contener el modelo en un dispositivo embebido y a diferencia de las simulaciones ejecutadas en una PC.

Los resultados obtenidos concuerdan con nuestro análisis en ambas plataformas como lo son MATLAB y LabVIEW, además, los resultados en este caso del modelado del péndulo invertido en investigaciones previas respaldan los obtenidos en LabVIEW.

Capítulo 7. Análisis de resultados

Se desarrolló una metodología para la obtención de planta típicas en la teoría de control a través de la programación de la solución en tiempo real de las ecuaciones diferenciales que la rigen en un dispositivo embebido, que puede ser reconfigurado para el modelo de interés que se esté analizando, el cual puede ser utilizado para la aplicación de tópicos de control sin la necesidad de tener plantas físicas.

Los antecedentes de la simulación en tiempo real son basados en simulaciones hechas en MATLAB donde se puede especificar el tiempo de simulación, el cual si bien muestra la respuesta que el sistema tendría en dicho tiempo especificado, la simulación no tarda el tiempo establecido. Por ende, no se puede apreciar el comportamiento que va teniendo el sistema conforme va ocurriendo.

La simulación en tiempo real permite introducir variaciones al sistema, las cuales conocemos como perturbaciones, las cuales podemos observar en el instante que ocurren, a continuación, podemos observar la respuesta de un sistema (térmico) en la figura 42 en tiempo real y en simulación simple.

Los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados de LabVIEW y MATLAB, mostrando respuestas prácticamente idénticas y así validar los mismos.

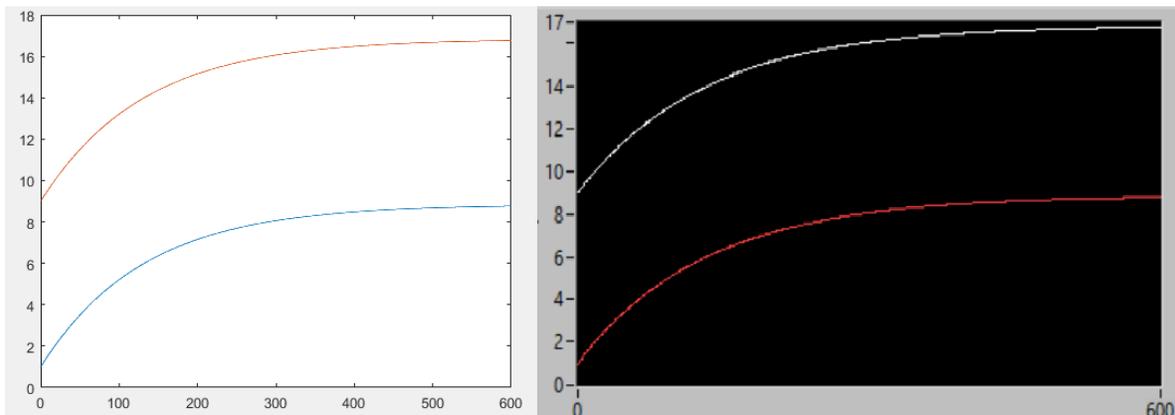


Figura 42. Simulación MATLAB vs Simulación en tiempo real

En la figura 42 podemos observar la respuesta del sistema en un lapso de 600s, del lado izquierdo tenemos la respuesta obtenida en MATLAB la cual es procesada por el pc, este software realiza la simulación en milisegundos independientemente del tiempo que deseemos graficar la respuesta del sistema. Por otra parte, del lado derecho observamos la respuesta del mismo sistema con las mismas condiciones de tiempo. Si observamos a detalle las dos graficas son idénticas, la diferencia radica en que la respuesta de la derecha fue simulada en tiempo real, en un dispositivo embebido en este caso la tarjeta de adquisición de datos MyRio, la cual simulo segundo a segundo la respuesta.

Se habla mucho que al ser idénticas las respuestas obtenidas, la aplicación de ambos métodos de simulación son aceptados en el ámbito educativo, pero si retomamos los objetivos planteados la importancia de la simulación en tiempo real es fundamental para comprobar y poner en práctica la teoría vista en las clases de control, sin la necesidad de gastos excesivos para la creación de las plantas físicas

Capítulo 8. Conclusiones y trabajo a futuro.

8.1 Conclusiones

La simulación en tiempo real implementada en la simulación de plantas de control, permite tener una manipulación de los conceptos de control al alcance de la población estudiantil, mejorando el aprendizaje de los alumnos y economizando al evitar tener que elaborar físicamente las plantas de control y a su vez optimizando el tiempo que se dedicaría a la elaboración física de las plantas, al tener más tiempo para experimentar y comprobar la teoría en el entorno gráfico.

El final del proyecto, fue satisfactorio con los objetivos propuestos al inicio del mismo y comprobado con los resultados obtenidos, las comparaciones entre los sistemas simulados con el método numérico para la solución de ecuaciones diferenciales en MATLAB, concuerda de una manera casi exacta con la simulación en tiempo real elaborada en el entorno grafico de LabVIEW.

8.2 Trabajo a futuro

Este proyecto tiene un área de oportunidad de mejora al incluir otras plantas de distintos sistemas de control que se pueden analizar en las clases de control, y a su vez presenta el área de oportunidad para implementación de controladores de dichos sistemas realizados, lo cual cubre otro de los tópicos vistos en el aula permitiendo así generar un área de investigación para comunidad estudiantil. Pudiendo tomar como proyecto de investigación para el banco de proyectos del área de investigación de la institución.

- [1] Ing. Montoya, PDF, Introducción a los sistemas de control
<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/3330/34059-5.pdf?sequence=5&isAllowed=y>
- [2] Cienciasfera
https://www.cienciasfera.com/materiales/tecnologia/tecno02/tema13/4_tipos_de_sistemas_de_control.html
- [3] Steven C. Chapra, Métodos Numéricos Para Ingenieros, Quinta edición
- [4] Isidro I. Lázaro Castillo, Ingeniería de sistemas de control continuo
- [5] Antonio José de Sucre, Instituto Universitario de Tecnología, ppt, SlideShare
<https://es.slideshare.net/wilfredodiaz2/sistemas-de-control-50453873>
- [6] Lira Pérez J. J., Núñez Gutiérrez C. A., Ingeniería De Control I, Función de transferencia de sistemas físicos.
- [7] F. Matía y A. Jiménez, Teoría de Sistemas, Sección de Publicaciones Universidad Politécnica de Madrid.
- [8] Sala Lizárraga J. M., López González L. M., Termodinámica fundamental. Tercera edición. Universidad de la Rioja publicaciones.
- [9] Mantilla J. A., Casallas M. A, Diseño de un tanque de almacenamiento de agua sanitaria, utilizando materiales de bajo costo, Scientia et Technica Año XX Vol. 20, No 3, septiembre de 2015.
- [10] Antonio Vazquez, ppt, SlideShare
<https://es.slideshare.net/antovazp/simplificacin-de-los-diagramas-de-bloques?fbclid=IwAR0D1dD5Dd6T99m4mwx2vyCOd9ZxzQb2VE7hxjY1Wuo9BKT01clhXNqzyXg>
- [11] Facultad de ingeniería mecánica y eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo Leon SlideShare https://es.slideshare.net/reneej748999/05-respuesta-en-el-tiempo-de-un-sistema-de-control?fbclid=IwAR3Gg7lj8amVkl3JpDRyVd2O_zFWSVIkmWRILWQKzwd9dSpMtBGTaA4s_Q
- [12] Castaños L. F., “Levantamiento y estabilización del péndulo invertido,” Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Departamento de Control Automático, febrero 2003.
- [13] José Luis Beltrán Alonso, “simulación de un péndulo invertido”, diciembre 2010

A continuación, se presentan los programas de MATLAB en formato .m que ayudaron a validar el método de simulación en tiempo real en LabVIEW sobre un dispositivo embebido tal como la MyRio.

Péndulo

```
clear
clc

M=0.5;
m=0.2;
b=0.1;
i=0.006;
g=9.8;
l=0.3;
q=(M+m)*(i+m*l^2)-(m*l)^2;
num=[m*l/q 0]
den=[1 b*(i+m*l^2)/q -(M+m)*m*g*l/q]

G=tf(num,den)
%pzmap(G)%estabilidad del sistema
step(G)

%t=0:0.01:5;
%impulse (num,den,t)
%axis([0 1 0 60])
```

Sistema de llenado de líquido de tanques acoplados

```
clear
clc

R1=0.4;
R2=1;
C1=50;
C2=60;

num=[1];
den=[(R1*C1*R2*C2) ((R1*C1)+(R2*C2)+(R2*C1)) 1];

G=tf(num,den)

step(G)
```

Sistema Térmico

```
clear
clc

d=1000;
Cp=4186;
q=0.00027;
Q=10000;
r=0.15;
h=0.5;
Te=8;
AT0=1;
Ts=1;
tiempo=[0:Ts:1000];
%% Calculo de k1 y k2
V=pi*r^2*h;
K1=d*V*Cp;
K2=d*Cp*q;
%% Euler
AT(1)=AT0;

% ademas se tiene que  $AT=Tsal-Te$  por lo que  $Tsal=AT+Te$ 
Tsal(1)=AT(1)+Te;
for i=1:length (tiempo)-1
    AT (i+1)=AT(i)+((Q/K1)-(K2/K1)*AT(i))*Ts;
    Tsal(i+1)=AT(i+1)+Te;
end
```

```
%%resultados  
figure(1)  
plot(tiempo,AT,tiempo,Tsal)
```