



**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE HERMOSILLO**  
**DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**



**REPORTE FINAL DEL AÑO SABÁTICO**  
Período del 13 de Agosto del 2018 al 12 de Agosto del 2019

**Dictamen AS-2-111/2018**

**MANUAL DE PRÁCTICAS DE LA MATERIA**  
**Cálculo Diferencial**

PRESENTA  
**CARLOS ARTURO TOLEDO GUILLEN**  
Maestro adscrito al Departamento de Ciencias Básicas

HERMOSILLO, SONORA; A 12 DE AGOSTO DEL 2019

## **AGRADECIMIENTOS**

Me permito dedicar el presente trabajo:

- A mis padres, por estar siempre apoyándome en todas las actividades académicas que realizo.
- A los maestros del Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Hermosillo (ITH), quienes con sus aportaciones y conocimientos han contribuido a lograr este manual de prácticas.
- A las autoridades del ITH por su visión amplia sobre el aspecto educativo que ha permitido apoyar a los docentes para que logren su superación académica.

## Contenido

PRESENTACIÓN.....	1
PRÁCTICA 1. REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN .....	2
PRÁCTICA 2. UTILIZAR TIC'S PARA GRAFICAR FUNCIONES .....	5
PRÁCTICA 3. MODELACIÓN MATEMÁTICA .....	8
PRÁCTICA 4. CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES .....	12
PRÁCTICA 5. OPERACIONES CON FUNCIONES .....	16
PRÁCTICA 6. UTILIZAR TIC'S PARA CALCULAR LÍMITES.....	20
PRÁCTICA 7. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA.....	23
PRÁCTICA 8. FÓRMULAS DE DERIVACIÓN.....	27
PRÁCTICA 9. DERIVADAS UTILIZANDO TIC'S .....	32
PRÁCTICA 10. RAZONES DE CAMBIO .....	36
PRÁCTICA 11. EXTREMOS RELATIVOS UTILIZANDO TIC'S .....	40
PRÁCTICA 12. PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN .....	43
PRÁCTICA 13. ANÁLISIS DE ARTÍCULOS DE REVISTAS.....	47

## PRESENTACIÓN

A los estudiantes de ingeniería el estudio de las ciencias básicas presenta en la mayoría de los casos diversas dificultades, esta situación es muy común en las matemáticas, y particularmente en el caso del cálculo diferencial.

Con base en lo anterior, se elaboró el Manual de Prácticas de Cálculo Diferencial. Este contiene prácticas que permiten al alumno una mejor comprensión de los conceptos básicos sobre los cuales se construye el cálculo diferencial. Además se implementan prácticas donde el alumno logre vincular la teoría con la resolución de problemas prácticos de la vida diaria.

Este manual es de utilidad para el estudiante ya que facilita el desarrollo de las competencias propuestas del programa de la materia. Así mismo, permite a los docentes unificar criterios para la evaluación de los estudiantes.

De acuerdo con la experiencia en el Departamento de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico de Hermosillo para el aprendizaje de la asignatura de cálculo diferencial es conveniente trabajar en 4 temas fundamentales durante el semestre. Estos son a) funciones, b) límites y continuidad, c) la derivada y d) aplicaciones de la derivada, por lo cual el manual de prácticas está estructurado considerando éstos temas.

Se incluye en cada uno de los temas mencionados una práctica que puede ser realizada en algún laboratorio de la institución o en el salón de clases de acuerdo a la naturaleza de la misma.

# PRÁCTICA 1. REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN

## COMPETENCIA

Analiza el comportamiento de una función desde diversos registros de representación..

## INTRODUCCIÓN

Algunos estudiantes aprenden más si el profesor utiliza un proyector de diapositivas, otros estudiantes solo escuchando, algunos más con la combinación de ambas maneras, etc. En la enseñanza-aprendizaje de las funciones es la traducción entre diferentes formas de representación es un aspecto esencial. Estas traducciones pueden hacer que el alumno capture el comportamiento de una función desde diversos ángulos enriqueciendo de esta manera su comprensión (González Astudillo, Sierra Vázquez, y López Esteban, 1998).

Por otro lado, los fenómenos físicos son los más utilizados en ingeniería y para que esto sea comprendido se requiere representar la función asociada a este fenómeno en diversos registros (gráfico, analítico, tabular y verbal).

En esta práctica se plantean varias situaciones en las cuales se requiere hacer la conversión de una representación específica en otra que sea más accesible para su comprensión.

## CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 2.1 Definición de variable, dominio y rango, 2.2 Función real de variable real y su representación gráfica, 2.3 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva, 2.4 Funciones algebraicas, 2.5 Funciones trascendentes, 2.6 Funciones escalonadas, 2.7 Operaciones con funciones, 2.8 Función inversa, 2.9 Función implícita y 2.10 Otros tipos de funciones.

Las funciones están relacionadas con los temas de los números reales, límites, continuidad las derivada, aplicaciones de la derivada, es decir con todos los temas de la asignatura de cálculo diferencial.

## MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE

Limpia el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

## **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Papel para graficar.
- Calculadora.
- Lápiz

## **METODOLOGÍA**

En equipo de 4 personas efectuar la práctica 1 cuyo objetivo específico es representar funciones en los registros: gráfico, analítico, tabular y verbal.

Procedimiento.

1. Lee con atención las siguientes funciones descritas en palabras (Stewart, 2001).

a) El área  $A$  de un círculo depende del radio  $r$  del mismo

b) La población humana del mundo,  $P$ , depende del tiempo  $t$ .

c) El costo  $C$  para enviar por correo una carta de primera clase depende de su peso  $w$ .

d) La aceleración vertical  $a$  del suelo, según la mide un sismógrafo durante un terremoto, depende del tiempo  $t$ .

2. Vuelva a examinar las cuatro situaciones presentadas en los incisos a), b), c), y d) y representelas en el nuevo registro que usted considere más útil para la comprensión de la función respectiva (Stewart, 2001).

## **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

## **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

*Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia

- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

#### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

#### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

#### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

#### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- González Astudillo, M. T., Sierra Vázquez, M., & López Esteban, C. (1998). Funciones: traducción entre representaciones. *Aula: Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca*(10), 89-104. Obtenido de [https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/69318/1/Funciones\\_traducccion\\_entre\\_\\_representacio.pdf](https://gredos.usal.es/jspui/bitstream/10366/69318/1/Funciones_traducccion_entre__representacio.pdf)
- Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable*. Bogotá: Thomson Learning.

## **PRÁCTICA 2. UTILIZAR TIC'S PARA GRAFICAR FUNCIONES**

### **COMPETENCIA**

Identifica los diferentes tipos de funciones e interpreta su gráfica cuando se hacen variar los parámetros de las funciones.

### **INTRODUCCIÓN**

Es de vital importancia para el estudiante analizar las de funciones que se presentan en el estudio del estudio del cálculo diferencial.

Un caso especial básico pero de trascendental importancia es el estudio de la recta, ya que esta función está relacionada con la tangente a una curva de una función, y esto conduce a la comprensión en una gran medida del cálculo diferencial.

En esta practica se trata de identificar los parámetros de las funciones lineales y de la funciones trigonométricas, además de obsevar el cambio que se producen en las gráficas cuando se producen cambios en los valores de los parámetros.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 2.1 Definición de variable, dominio y rango, 2.2 Función real de variable real y su representación gráfica, 2.3 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva, 2.4 Funciones algebraicas, 2.5 Funciones trascendentes, 2.6 Funciones escalonadas, 2.7 Operaciones con funciones, 2.8 Función inversa, 2.9 Función implícita y 2.10 Otros tipos de funciones.

Las gráficas de las funciones están relacionadas con todos los temas del cálculo diferencial.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpia el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Laptop.
- Software Graphmatica 2.4
- Calculadora
- Papel para graficar milimétrico.
- Lápiz

## METODOLOGÍA

Reunirse en equipo para llevar a cabo la práctica 2 cuyo objetivo específico es reconocer el cambio gráfico en las funciones cuando se hacen variar los parámetros de las funciones.

Procedimiento. Resolver lo siguiente:

1. Las funciones a graficar con el software son de la forma  $y = ax + b$ . Hay que identificar los parámetros  $a$  y  $b$ . También se requiere hallar gráficamente las pendientes correspondientes

a)  $y = x$ ,  $y = x + 1$ ,  $y = x + 2$ ,  $y = x - 1$ ,  $y = x - 2$ .

b)  $y = x$ ,  $y = 2x$ ,  $y = 3x$ ,  $y = -2x$ ,  $y = -3x$

c)  $y = x$ ,  $y = 3x + 4$ ,  $y = 3x - 4$ ,  $y = -3x + 4$ ,  $y = -3x - 4$

2. Grafica las siguientes funciones de la forma  $y = D + A \operatorname{sen}(Bx + C)$  (Zill, 2011)

a)  $y = \operatorname{sen}x$

b)  $y = \operatorname{sen}2x$

c)  $y = \operatorname{sen}\left(-\frac{1}{2}x\right)$

d)  $y = 1 + 2\operatorname{sen}x$

e)  $y = 3 \operatorname{sen}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

3. Hay que identificar los parámetros y explica gráficamente en papel milimétrico las transformaciones que tienen lugar en cada una de las funciones listada arriba respecto a la función  $y = \operatorname{sen}x$

## SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

## REPORTE DEL ALUMNO

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

*Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

#### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

#### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

#### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

#### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Zill, D. G. (2011). *Matemáticas 1. Cálculo diferencial*. México: Mc. Graw Hill.

## **PRÁCTICA 3. MODELACIÓN MATEMÁTICA**

### **COMPETENCIA**

Modela matemáticamente problemas de ingeniería.

### **INTRODUCCIÓN**

En la vida cotidiana, existen situaciones que comúnmente se consideran como muy sencillas, pero al analizarlas se observa que pueden ser interesantes; de hecho, en el mundo, unas cosas dependen de otras, por lo que, al cambiar o modificar una de ellas, la otra también sufre un cambio.

Cuando se hace pasar un fluido por un conducto, la velocidad que adquiera el líquido depende de varios factores como su viscosidad y el área de la sección transversal, por ello, si se modifica una de las variables, se verá afectada la velocidad con la que el fluido pase por el conducto.

En el presente experimento se van a utilizar varias botellas cilíndricas de polietileno, a las que se les realizarán perforaciones diferentes con el fin de observar la relación que existe entre la medida del agujero hecho en la parte inferior de una botella y el tiempo de vaciado de la misma

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 2.1 Definición de variable, dominio y rango, 2.2 Función real de variable real y su representación gráfica, 2.3 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva, 2.4 Funciones algebraicas, 2.5 Funciones trascendentes, 2.6 Funciones escalonadas, 2.7 Operaciones con funciones, 2.8 Función inversa, 2.9 Función implícita y 2.10 Otros tipos de funciones.

De este tema se derivan los siguientes: análisis de la gráfica de una función, el límite de una función, la continuidad de una función y la derivada de una función.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpia el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Botellas cilíndricas con capacidad de 500 ml.
- Taladro.

- Brocas de diferentes medidas.
- Cronómetro.
- Regla.
- Papel.
- Láiz

## **METODOLOGÍA**

Reunirse en equipo para realizar la práctica 3 con objetivo específico de observar como varía el tiempo de vaciado de una botella con respecto a la medida del agujero de salida y el límite al que se acerca dicho valor.

Procedimiento (Aguayo Sosa, 2010).

1. En la parte inferior y hacia un lado de la botella, se hace una perforación utilizando una broca de 2 mm de diámetro.
2. Tapando dicho agujero con un dedo, llenar la botella de agua hasta el borde.
3. Quitar el dedo del agujero y con el cronómetro verificar el tiempo que tarda en vaciarse completamente la botella. Registra el tiempo obtenido.
4. Repetir los pasos 1,2 y 3 empleando medidas de agujero cada vez mayores (4 mm, 6 mm, 8 mm, etc.)
5. Con los datos obtenidos, construye la tabla siguiente que muestre el Tiempo de Vaciado de la botella con respecto a la medida del agujero.

Medida del agujero (mm)	Tiempo de vaciado (Seg)
2	
Incrementos de 2 mm	
16	

6. Construir la representación gráfica que indique el comportamiento del tiempo de vaciado con respecto de la medida del agujero de la botella.
7. Contesta las siguientes preguntas:
  - a) ¿Qué observastes?
  - b) ¿Qué tipo de función se observa?
  - c) ¿Qué sucede cuando el diámetro del agujero es demasiado pequeño?

d) ¿Podríamos estimar para cualquier diámetro permisible de agujero el tiempo de vaciado de la botella?

e) ¿Qué sucedería si en lugar de disminuir el diámetro del agujero este se incrementara?

f) ¿Cuál es el valor al que se acerca el tiempo de vaciado conforme disminuye el diámetro del agujero?

### **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

#### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

#### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

#### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

*Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

*Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Aguayo Sosa, D. (2010). *Experimentando el Cálculo Diferencial*. Título de maestría (Centro de Investigación en Materiales Avanzados en Chihuahua). Obtenido de <http://mwm.cimav.edu.mx/wp-content/uploads/2015/04/TESIS-Daniel-Aguayo-Sosa.pdf>

## PRÁCTICA 4. CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

### COMPETENCIA

Analiza la definición de función real e identifica tipos de funciones.

### INTRODUCCIÓN

Algunas aplicaciones de las funciones algebraicas (Universidad-CNCI, 2019):

Polinomiales. Para elaborar un diseño en dimensiones proporcionadas (dibujo). Para una construcción proporcional (arquitectura). En la fabricación de cajas de metal, etc. (tecnología industrial). Para calcular la caída de presión en un depósito de petróleo (ingeniería petrolera).

Racionales. Para calcular la concentración de un medicamento en la sangre (tecnología médica). Para la construcción de puentes (arquitectura). Para determinar el número de obreros que se necesitan para edificar una construcción en cierto tiempo (construcción). Para calcular la velocidad de un objeto a partir de su distancia en cierto tiempo (ingeniería mecánica).

Irracionales. Para calcular la velocidad de protón (tecnología nuclear). Para calcular la velocidad máxima en una curva sin derrapar (ingeniería civil). Para determinar la intensidad de una fuente lumínica (tecnología de la iluminación). Para calcular la distancia de capas de iones en un cristal de cloruro de sodio.

Algunas aplicaciones de las funciones trascendentales.

Exponenciales. La reproducción de la célula y de las bacterias (biología). Para determinar la edad de un fósil, a través de desintegración radiactiva. Para calcular la presión atmosférica (meteorología). El crecimiento o disminución de la población.

Logarítmicas. La medición de los sismos a través de la fórmula de Richter la cual involucra la función logarítmica (sismología). Para medir la intensidad del sonido (ingeniería acústica). Para calcular la acidez o alcalinidad de las sustancias a través del PH (química). Para calcular el interés en cierto tiempo de una inversión con cierto interés (economía).

Trigonométricas. Para calcular velocidades y distancias de un proyectil (ingeniería mecánica). Para calcular el voltaje efectivo (electricidad). Para la construcción

(arquitectura). Para el control del tráfico aéreo a través del cálculo de la altura del cielo raso.

En esta práctica se presentan situaciones asociadas a una aplicación semejantes a las expresadas líneas arriba y a las cuales se tiene que encontrar la ecuación respectiva.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 2.1 Definición de variable, dominio y rango, 2.2 Función real de variable real y su representación gráfica, 2.3 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva, 2.4 Funciones algebraicas, 2.5 Funciones trascendentes, 2.6 Funciones escalonadas, 2.7 Operaciones con funciones, 2.8 Función inversa, 2.9 Función implícita y 2.10 Otros tipos de funciones.

De este tema se derivan los siguientes: análisis de la gráfica de una función, el límite de una función, la continuidad de una función y la derivada de una función.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Software graficador.
- Regla.
- Papel.
- Láiz

### **METODOLOGÍA**

El objetivo específico de la práctica 4 es identificar las funciones algebraicas y trascendentes. Esta se realiza en equipo.

Procedimiento (Universidad-CNCI, 2019)

Relaciona cada situación o fenómeno con la forma funcional que le corresponde para ser expresada mediante una ecuación.

- a) Crecimiento exponencial de la población.
- b) Grado de un terremoto.
- c) Elaboración de una caja con dimensiones proporcionadas en una sola variable.
- d) Altura del cielo raso a través de la función trigonométrica.

- e) Razón de concentración de un medicamento en la sangre.  
f) Velocidad de un protón.

( )  $x^3 + 9x^2 + 16.25x = y$

( )  $\text{sen } \alpha = \text{cateto opuesto} - \text{hipotenusa}$

( )  $v = \sqrt{\frac{2kE}{m}}$

( )  $R = \log x$

( )  $5^x = y$

( )  $C(t) = \frac{3t^2+t}{t^3+50}$

### **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

#### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Universidad-CNCI.(2019).*SCRIBD*. Obtenido de

<https://es.scribd.com/document/354705040/Taller-de-Matematicas-IV>

## PRÁCTICA 5. OPERACIONES CON FUNCIONES

### COMPETENCIA.

Analiza el cambio y comportamiento de las funciones que resultan de las operaciones como suma, resta, multiplicación, división y composición hechas con las funciones.

### INTRODUCCIÓN.

En el desarrollo de la ciencia, han existido algunos realtos no verificados, pero que persisten a lo largo del tiempo, como es el caso de la observación realizada por Isac Newton sobre la caída de una manzana desde un árbol, del cual algunas personas creen que fue ese hecho el que inspiró a Newton a descubrir la fuerza de gravedad.

La caída libre de un objeto se presenta en diversas situaciones de la vida real, ejemplo de ello es un paracaidista, una piedra que cae desde un puente entre otros.

Los físicos colaboran en el estudio de este tipo de fenómenos y han encontrado fórmulas para determinar la altura de un objeto que es lanzado en caída libre sin velocidad inicial.

En el presente experimento se van a utilizar dos pelotas de plastilina y serán dejadas caer desde cierta altura , y se realizan algunas preguntas sobre el movimiento de los objetos para una mejor comprensión del fenómeno. Las fórmulas para encontrar la altura las proporciona la física clásica y se trata de identificar las operaciones aritméticas entre funciones que están en las fórmulas para calcular la altura.

### CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 2.1 Definición de variable, dominio y rango, 2.2 Función real de variable real y su representación gráfica, 2.3 Función inyectiva, suprayectiva y biyectiva, 2.4 Funciones algebraicas, 2.5 Funciones trascendentes, 2.6 Funciones escalonadas, 2.7 Operaciones con funciones, 2.8 Función inversa, 2.9 Función implícita y 2.10 Otros tipos de funciones.

El concepto de función es uno de los más importantes que se presentan en matemáticas, gran parte de la atención de los resultados que se presentan en matemáticas son sobre alguna propiedad que cumplen un conjunto determinado de funciones. En particular en esta sección es sobre las operaciones aritméticas de

funciones y la función composición que dan como resultado otra función, de ahí la importancia del párrafo anterior.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

Se necesita la colaboración de un compañero de escuela, familiar o vecino para estar atento de la seguridad de los que ejecutan el experimento ya que se estará realizando a varios metros del suelo y hay que extremar precauciones.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Plastilina
- Regla.
- Papel.
- Cronómetro.
- Lápiz.

### **METODOLOGÍA**

Reunirse en equipo para realizar la práctica 5 cuyo objetivo específico es realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación, división y composición de funciones.

Primera actividad.

Procedimiento (INEA, 2013).

1. Con la plastilina forme dos pelotas de diferentes tamaños. Una más grande que la otra.
2. Pida a su ayudante que deje caer las dos pelotas al mismo tiempo desde la misma altura (se sugiere que se haga desde un primer piso, en un balcón).
3. Observar el movimiento de caída.
4. Realizar las observaciones pertinentes.
6. Construye la tabla siguiente que muestre el Tiempo de llegada de cada una de las pelotas con respecto a la altura.

Altura (cm)	Tiempo de Llegada (Seg)
20	
Incrementos de 20 cm	
Altura desde el suelo hasta el primer piso	

7. ¿Cómo fue el movimiento de las dos pelotas?
8. ¿Cuál pelota llegó primero?
9. ¿Depende el tiempo de caída de la masa del objeto?

Segunda actividad.

Para resolver problemas de caída libre se utilizan las ecuaciones siguientes obtenidas de la física clásica:

$$A) h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$B) h = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2g}$$

$$C) h = \frac{v_f + v_0}{2} t$$

$$D) v_f = v_0 + gt$$

$$E) v_f^2 = v_0^2 + 2gh$$

1. Para cada una de las fórmulas listadas líneas arriba

- Identifica la suma, resta, multiplicación y división de funciones según corresponda.
- Calcula la altura  $h$  para la fórmula A gráficamente sumando las dos funciones gráficamente en que se puede descomponer primero con una velocidad inicial de cero y luego con  $10 \text{ m/s}$

2. Calcula la función composición de  $(h \circ v_f)$

### SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.
- En equipo comentar los resultados.

- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

## **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

INEA. (2013). *Cursos y materiales del MEV y T*. Obtenido de [http://www.cursosinea.conevyt.org.mx/cursos/cnaturales\\_v2/interface/main/recursos/experimentos/cnexp\\_4.htm](http://www.cursosinea.conevyt.org.mx/cursos/cnaturales_v2/interface/main/recursos/experimentos/cnexp_4.htm)

## **PRÁCTICA 6. UTILIZAR TIC'S PARA CALCULAR LÍMITES**

### **COMPETENCIA.**

Analiza de manera práctica mediante el uso de las TIC's el límite de una función.

### **INTRODUCCIÓN**

La ley de enfriamiento de Newton establece que la tasa de pérdida de calor de un cuerpo es proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y sus alrededores y está expresada en términos de la función exponencial, y esta por sus propiedades tiene asíntotas. Una aplicación de la ley del enfriamiento de Newton se presenta en el siguiente problema: al apagar un motor su temperatura es de  $98^{\circ}\text{C}$  y el medio en que se encuentra se conserva en  $22^{\circ}\text{C}$ . Si después de 10 minutos el motor se ha enfriado a  $88^{\circ}\text{C}$ , encuentre la ecuación de la temperatura del motor en función del tiempo, y el momento en el cual la temperatura es de  $25^{\circ}\text{C}$ .

La importancia del estudio de las asíntotas queda establecida en la aplicación mencionada, por lo que en esta práctica se pide hallar las asíntotas horizontales y verticales de funciones racionales mediante el análisis de las gráficas correspondientes.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 3.1 Noción de límite, 3.2 Definición de límite de una función, 3.3 Propiedades de los límites, 3.4 Cálculo de límites, 3.5 Límites laterales, 3.6 Límites infinitos y límites al infinito, 3.7 asíntotas, 3.8 Continuidad en un punto y en un intervalo, 3.9 Tipos de discontinuidades.

Uno de los temas más importantes del cálculo diferencial es el de los límites y este concepto está relacionados con las funciones y derivadas

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpia el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Software para graficar.
- Laptop

### **METODOLOGÍA**

Reunirse en equipo para efectuar la práctica 6 cuyo objetivo específico es reconocer a través del cálculo de límites (método gráfico) cuando una función tiene asíntotas verticales y/o cuando tiene asíntotas horizontales.

Procedimiento.

1. Graficar las siguientes funciones (Larson, Hostetler, y Edwards, 2006) con ayuda de un software e identificar las asíntotas horizontales y verticales.

$$a) y = \frac{x}{x+2}$$

$$b) y = \frac{2}{x+1}$$

$$c) y = \frac{1}{2(x+1)}$$

$$d) y = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 4}$$

2. Establece una conjetura de cómo obtener las asíntotas horizontales y verticales sin graficar, solamente viendo la expresión correspondiente.

3. Inventa algunos ejercicios que tengan asíntotas desde tu percepción y verifica si tus conjeturas para calcular asíntotas verticales y horizontales se cumplen.

3. Menciona si observaste alguna confusión tecnológica al encontrar las asíntotas gráficamente.

### **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

*Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución

- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

#### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

#### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

#### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

#### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.

## PRÁCTICA 7. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DERIVADA

### COMPETENCIA.

Utiliza la definición de derivada para el análisis de funciones y el cálculo de derivadas.

### INTRODUCCIÓN.

El problema de la recta tangente

En 1637 el matemático René Descartes, Larson et al (2006) afirmó lo siguiente respecto al problema de la recta tangente:

*“ Y no tengo inconveniente en afirmar que éste no es sólo el problema de Geometría más útil y general que conozco, sino incluso el que siempre desearía conocer”*(p 97).

Esta práctica consta de 4 actividades, la primera es dibujar rectas tangentes a una función por medio de un software apropiado, la segunda es hallar algunas propiedades de la función como el dominio, rango entre otras analizando la gráfica, la tercera es encontrar la derivada a la función dada en un punto dado por el método gráfico y la cuarta es explicar algunas confusiones tecnológicas si es que se presentaron durante el desarrollo de la práctica.

### CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 4.1 Interpretación geométrica de la derivada, 4.2 Incremento y razón de cambio, 4.3 Definición de derivada de una función, 4.4 Diferenciales, 4.5 Cálculo de derivadas, 4.6 Regla de la cadena, 4.7 Derivadas de funciones implícitas y 4.8 Derivadas de orden superior.

Uno de los temas más importantes del cálculo diferencial es el de las derivadas y este concepto está relacionados con las funciones y límites

### MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO

- Software para graficar.

- Laptop.
- Regla.
- Transportador.
- Papel.
- Lápiz.
- Impresora.

## METODOLOGÍA

Reunirse en equipo para realizar la práctica 7 donde su objetivo específico es la introducción al concepto de derivada por medio de la pendiente de una curva.

Procedimiento.

Para las siguientes funciones (Cuellar Carvajal, 2006) realiza las siguientes actividades:

a)  $y = x^2 - 6x + 8$

b)  $y = 2x^2 - 3x - 5$

c)  $y = \frac{1}{2(x+1)}$

d)  $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 4}$

Primera actividad.

Graficar las funciones dadas. Luego traza dos rectas tangentes a la izquierda del vértice de la parábola y otras dos después del vértice y calcular las pendientes gráficamente de todas las rectas y hacer un resumen de los resultados en una tabla.

$(x, y)$	pendiente

Segunda actividad.

Para cada una de las funciones dadas determine (Cuellar Carvajal, 2006):

- Hacia donde se abre la gráfica de la función (hacia arriba o hacia abajo).

- Si la ordenada del vértice es el valor máximo o mínimo de la gráfica de la función.
- El dominio de la función
- El rango de la función

Tercera actividad.

Se puede afirmar lo siguiente: la derivada de la función  $y = x^2 - 6x + 8$  (inciso a) cuando  $x = 1$  es 4. Tomando como referencia lo anterior y los datos de la tabla que construiste escribe una afirmación similar para los incisos b), c) y d).

Cuarta actividad

Menciona si observaste alguna confusión tecnológica o de otra índole al encontrar las pendientes de las rectas tangentes que calculaste y colocaste en la tabla.

### **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.
- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

*Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

*Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Cuellar Carvajal, J. A. (2006). *Matemáticas IV. Relaciones y funciones*. México: McGraw-Hill.

Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.

## PRÁCTICA 8. FÓRMULAS DE DERIVACIÓN

### COMPETENCIA.

Identifica las fórmulas de derivación utilizadas para calcular las derivadas de funciones algebraicas y trascendentales.

### INTRODUCCIÓN.

El conductor de un automóvil desea conocer su velocidad en un momento determinado cuando se dirige desde su casa a la playa que seleccionó para vacacionar. Esta razón de cambio es un caso particular de una sola idea matemática, la derivada.

Es algo molesto calcular la derivada de una función mediante la definición de derivada por lo que se han desarrollado reglas para hallar las derivadas sin tener que usar directamente esta definición.

La práctica está dividida en 4 partes, la primera es sobre derivadas de funciones elementales, la segunda es acerca de la función composición y la tercera es sobre funciones compuestas más complejas y última sección es referente al cálculo de derivadas complejas.

La metodología empleada para la realización de la propuesta didáctica antes de llevar a cabo la práctica 8 está fundamentada en la teoría de inteligencias múltiples de Howard Gardner (Orcos Espinosa, 2016). A continuación se muestran algunas actividades para poner en práctica de la mejor manera posible dicha teoría.

Pensamiento lógico-matemático. A través de rompecabezas, pensamiento crítico, resolución de problemas, pensamiento científico, etc.

Pensamiento interpersonal. A través del trabajo en grupo, grupos de cooperación, juegos de mesa, haciendo simulaciones de un entorno, etc.

Pensamiento intrapersonal. Facilitando el estudio independiente, dando tiempo para reflexionar, juegos individuales, sesiones para establecer objetivos realistas, ofreciendo opiniones a los alumnos, relaciones personales entre profesor-alumno, etc.

### CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 4.1 Interpretación geométrica de la derivada, 4.2 Incremento y razón de cambio, 4.3 Definición de derivada

de una función, 4.4 Diferenciales, 4.5 Cálculo de derivadas, 4.6 Regla de la cadena, 4.7 Derivadas de funciones implícitas y 4.8 Derivadas de orden superior.

Las reglas de derivación de funciones están conectadas con los conceptos de funciones, derivadas, razones de cambio y máximos y mínimos.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Papel.
- Lápiz.

### **METODOLOGÍA**

El objetivo específico de la práctica 8 es reconocer la fórmula que debe usarse para calcular la derivada de una función y obtener la función derivada.

Procedimiento.

Actividad 1 individual. Derivación de distintas funciones elementales que se encuentran en los libros de cálculo diferencial aplicando las reglas de derivación correspondientes. (Lógico-matemática e intrapersonal)

Para cada uno de las funciones determine:

1.1 Las piezas del rompecabezas para formar la función.

1.2 ¿Qué representa la función?

1.3 La metodología para encontrar la derivada (no hay que calcularla)

1.4 Realiza afirmaciones y preguntas del estilo: “Me pregunto...”; “Me parece que...”; “¿Qué te parecería si...?; etc. que utilizaste para llevar a cabo la actividad 1

a)  $f(x) = -2$

b)  $y = \frac{1}{x^8}$

c)  $f(x) = \sqrt[5]{x}$

d)  $f(x) = \text{sen } x$

e)  $f(x) = e^x$

f)  $y = \ln x$

Actividad 2 individual. Derivación de distintas funciones compuestas (Larson, Hostetler, y Edwards, 2006) aplicando las reglas de derivación correspondientes. (Lógico-matemática e intrapersonal)

Para cada uno de las funciones determine:

2.1 Las piezas del rompecabezas para formar la función.

2.2 ¿Qué representa la función?

2.3 La metodología para encontrar la derivada (no hay que calcularla).

2.4 Realiza afirmaciones y preguntas del estilo: “Me pregunto...”; “Me parece que...”; “¿Qué te parecería si...?; etc. que utilizaste para llevar a cabo la actividad 2.

a)  $f(x) = (x^2 + 1)^3$

b)  $y = \cos 3x^2$

c)  $f(x) = \text{sen}^3 4x$

d)  $f(x) = \text{arc tan } \sqrt{x}$

e)  $f(x) = e^{-\frac{3}{x^2}}$

f)  $y = \log_2 \frac{x^2}{x-1}$

Actividad 3 en equipo. Derivación de funciones más complejas aplicado la regla de la cadena. (Lógico-matemática e interpersonal)

Para cada uno de las funciones (Orcos Espinosa, 2016) determine:

3.1 Las piezas del rompecabezas para formar la función.

3.2 ¿Qué representa la función?

3.3 La metodología para encontrar la derivada (no hay que calcularla).

3.4 Realiza afirmaciones y preguntas del estilo: “Me pregunto...”; “Me parece que...”; “¿Qué te parecería si...?; etc. que utilizaste para llevar a cabo la actividad 3.

a)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

b)  $y = \cos^4(3x + 1)$

c)  $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 2}\right)^3$

Actividad 4 en parejas. Resolución de derivadas complejas. (Lógico-matemática e interpersonal)

Para cada uno de las funciones (Stewart, 2001) y Larson et al. ( 2006) determine:

- 4.1 Las piezas del rompecabezas para formar la función.
- 4.2 ¿Qué representa la función?
- 4.3 La metodología para encontrar la derivada (no hay que calcularla).
- 4.4 Realiza afirmaciones y preguntas del estilo: “Me pregunto...”; “Me parece que...”; “¿Qué te parecería si...?; etc. que utilizaste para llevar a cabo la actividad 4.

$$a) f(x) = \frac{\sec x}{1 + \tan x}$$

$$b) y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$$

$$c) f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 + 4}}$$

$$d) f(x) = \sec\left(\frac{1}{2}x\right) \tan\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$e) y = \frac{x^{\frac{3}{4}} \sqrt{x^2 + 1}}{(3x + 2)^5} \quad (\text{diferenciación logarítmica})$$

$$f) f(x) = 100 \left( \frac{200}{x^2} + \frac{x}{x + 30} \right) \quad x \geq 1$$

### SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.
- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### REPORTE DEL ALUMNO

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

#### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo

- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

#### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

#### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

#### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

#### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron en el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.

Orcos Espinosa, V. (2016). *Metodología para enseñar derivadas en 1° de Bachillerato de Ciencias, basada en la teoría de inteligencias múltiples de Gardner*. Tesis de maestría. Universidad Internacional de la Rioja de Logroño. Obtenido de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3962/ORCOS%20ESPINOSA%20%20VIRGINIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable*. Bogotá: Thomson Learning.

## **PRÁCTICA 9. DERIVADAS UTILIZANDO TIC'S**

### **COMPETENCIA.**

Habilidades en el uso de las TIC'S.

### **INTRODUCCIÓN.**

En la actualidad el avance de la ciencia y tecnología produce cambios muy rápidamente en distintos campos de la actividad humana, y uno de estos es la educación, específicamente sobre la enseñanza de las matemáticas en el salón de clases.

Para aprender matemáticas se requieren habilidades del pensamiento, entre ellas están la resolución de problemas, el razonamiento y la comunicación, y la modelación. No obstante existen conocimientos nuevos por aprender en donde es necesario utilizar la tecnología, la calculadora o algún software de matemáticas, para poder ser más eficientes en aprender los nuevos conocimientos, esto no significa que la tecnología reemplace las habilidades del pensamiento.

La tecnología para resolver derivadas está presente en algunos dispositivos móviles (celulares y laptop) o en el laboratorio de cómputo por lo que esta práctica requiere en primer término calcular derivadas con las fórmulas de derivación y en segundo término con el uso de la tecnología para después comparar los resultados.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 4.1 Interpretación geométrica de la derivada, 4.2 Incremento y razón de cambio, 4.3 Definición de derivada de una función, 4.4 Diferenciales, 4.5 Cálculo de derivadas, 4.6 Regla de la cadena, 4.7 Derivadas de funciones implícitas y 4.8 Derivadas de orden superior.

Esta práctica está vinculada con las reglas de derivación de funciones, razones de cambio y aplicaciones de las derivadas.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Papel.
- Lápiz.

- Software para calcular derivadas.
- Laptop.

## METODOLOGÍA

Reunirse en equipo para realizar la práctica 9, su objetivo específico es comparar los resultados al calcular derivadas por los métodos utilizados en clase con los obtenidos por medio de las TIC'S.

Procedimiento.

Actividad 1. Deriva las siguientes funciones elementales aplicando las reglas de derivación correspondientes (método visto en clase) y también por medio de las TIC'S.

a)  $f(x) = -2$

b)  $y = \frac{1}{x^8}$

c)  $f(x) = \sqrt[5]{x}$

d)  $f(x) = \text{sen } x$

e)  $f(x) = e^x$

f)  $y = \ln x$

Actividad 2. Deriva las siguientes funciones compuestas (Larson, Hostetler, y Edwards, 2006) aplicando las reglas de derivación correspondientes (método visto en clase) y también por medio de las TIC'S.

a)  $f(x) = (x^2 + 1)^3$

b)  $y = \cos 3x^2$

c)  $f(x) = \text{sen}^3 4x$

d)  $f(x) = \text{arc tan } \sqrt{x}$

e)  $f(x) = e^{-\frac{3}{x^2}}$

f)  $y = \log_2 \frac{x^2}{x-1}$

Actividad 3. Deriva las siguientes funciones (Orcos Espinosa, 2016) más complejas aplicado la regla de la cadena (método visto en clase) y también por medio de las TIC'S.

a)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

b)  $y = \cos^4(3x + 1)$

$$c) f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 2}{e^x - 2}\right)^3$$

Actividad 4. Deriva las siguientes funciones (Stewart, 2001) y Larson et al. (2006) más complejas y también por medio de las TIC'S.

$$a) f(x) = \frac{\sec x}{1 + \tan x}$$

$$b) y = \sqrt{x + \sqrt{x}}$$

$$c) f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 + 4}}$$

$$d) f(x) = \sec\left(\frac{1}{2}x\right) \tan\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$e) y = \frac{x^{\frac{3}{4}} \sqrt{x^2 + 1}}{(3x + 2)^5} \quad (\text{diferenciación logarítmica})$$

$$f) f(x) = 100 \left( \frac{200}{x^2} + \frac{x}{x + 30} \right) \quad x \geq 1$$

### SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### REPORTE DEL ALUMNO

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

#### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.

Orcos Espinosa, V. (2016). *Metodología para enseñar derivadas en 1° de Bachillerato de Ciencias, basada en la teoría de inteligencias múltiples de Gardner*. Tesis de maestría. Universidad Internacional de la Rioja de Logroño. Obtenido de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3962/ORCOS%20ESPINOSA%2C%20VIRGINIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Stewart, J. (2001). *Cálculo de una variable*. Bogotá: Thomson Learning.

## **PRÁCTICA 10. RAZONES DE CAMBIO**

### **COMPETENCIA**

Interpretar adecuadamente la relación de dependencia que se establece entre dos variables, así como la razón de cambio entre sus valores.

### **INTRODUCCIÓN.**

En matemáticas y ciencias aplicadas, se denomina pendiente a la inclinación de un elemento ideal, natural o constructivo respecto de la horizontal considerada.

En el curso de Geometría Analítica se maneja el concepto de la pendiente y los ángulos de inclinación, los cuales son muy utilizados en la actualidad en los parámetros altimétricos de las carreteras, vías férreas, canales y otros elementos constructivos.

En el caso del experimento de la práctica como el que se va a llevar a cabo, se están considerando variaciones en el ángulo de la superficie, lo cual permite que exista una variación en la razón de cambio de espacio con respecto al tiempo transcurrido.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 5.1 Recta tangente y recta normal a una curva en un punto, 5.2 Teorema de Rolle y teoremas del valor medio, 5.3 Función creciente y decreciente, 5.4 Máximos y mínimos de una función, 5.5 Criterio de la primera derivada para máximos y mínimos, 5.6 Concavidades y puntos de inflexión, 5.7 Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos, 5.8 Análisis de la variación de una función, 5.9 Problemas de optimización y de tasas relacionadas, 5.10 Cálculo de aproximaciones usando diferenciales, 5.11 La regla de L'Hospital.

Esta práctica está relacionada con las derivadas de funciones y aplicaciones de las derivadas.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIEN.**

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Un carrito.
- Cronómetro.
- Superficie plana que pueda inclinarse fácilmente.

- Transportador.
- Cinta métrica.

## METODOLOGÍA

Reunirse en equipo para realizar la práctica 10 que tiene como objetivo específico hallar una razón de cambio relacionada.

Procedimiento (Aguayo Sosa, 2010).

1. Colocar el carrito sobre la superficie colocada horizontalmente y observar que no hay cambio de distancia con respecto al tiempo puesto que el carrito conserva su posición original.
2. Con una inclinación de 10° en la superficie y con el cronometro en ceros, se coloca el carrito en la parte más alta de la superficie y se suelta verificando con el cronómetro el tiempo que tardó en recorrer una distancia de 2 m. Registra el tiempo obtenido.
3. Se repite la operación anterior 3 veces y se promedian los tiempos que tardó el carrito en recorrer la misma distancia en la superficie inclinada.
4. Con los datos obtenidos, se construye la tabla mostrada que indique el tiempo necesario para que el carrito recorra los 2 m.

Inclinación (grados)	Tiempo (segundos)	Velocidad promedio (m/s)
10		
Incrementos de 10°		
90		

5. Se calculan las razones de cambio promedio aplicando la formula:  

$$\Delta S/\Delta T = (S_2 - S_1)/(T_2 - T_1)$$
6. El resultado del cociente anterior es la velocidad promedio del carrito en m/s de acuerdo a la inclinación determinada.
7. Se registra la velocidad promedio en la última columna de la tabla 10.
8. Se desarrollan los pasos del 1 al 7 cambiando el ángulo de inclinación a 20°, 30° y 40°, etc. hasta que el cambio de la velocidad entre una inclinación y otra sea prácticamente la misma.

9. Se construyen las representaciones gráficas del tiempo transcurrido y la velocidad promedio con respecto a la inclinación de la superficie.

10. Se pide al estudiante que responda a las siguientes preguntas:

- a. ¿Las razones de cambio fueron iguales?
- b. ¿Por qué son mayores unas que otras?
- c. ¿Qué relación hay entre el valor de la pendiente y la velocidad que adquiere el carrito?

### **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

### **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

#### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

#### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

#### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

#### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

*Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

*Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

**BIBLIOGRAFÍA**

Aguayo Sosa, D. (2010). *Experimentando el Cálculo Diferencial*. Título de maestría (Centro de Investigación en Materiales Avanzados en Chihuahua). Obtenido de <http://mwm.cimav.edu.mx/wp-content/uploads/2015/04/TESIS-Daniel-Aguayo-Sosa.pdf>

## **PRÁCTICA 11. EXTREMOS RELATIVOS UTILIZANDO TIC'S**

### **COMPETENCIA**

Interpreta adecuadamente la relación de dependencia que se establece entre dos variables, así como el concepto de máximos y mínimos de una función.

### **INTRODUCCIÓN**

La mayoría de los estudiantes de ingeniería del Tecnológico Nacional de México cursan las materias de cálculo diferencial, cálculo integral, cálculo de varias variables y ecuaciones diferenciales y en todas ellas el concepto de función está presente. De ahí la importancia de conocer las características básicas de las funciones por ejemplo: dominio, rango, simetría, asíntotas, máximos y mínimos, etc. En una analogía con términos de la salud serían los signos vitales como el peso, la altura, la temperatura y la presión de la persona, etc.

En particular en esta práctica se calcularán los máximos y mínimos relativos de una función mediante un software de matemáticas y de una manera analítica con el propósito de comparar resultados.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 5.1 Recta tangente y recta normal a una curva en un punto, 5.2 Teorema de Rolle y teoremas del valor medio, 5.3 Función creciente y decreciente, 5.4 Máximos y mínimos de una función, 5.5 Criterio de la primera derivada para máximos y mínimos, 5.6 Concavidades y puntos de inflexión, 5.7 Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos, 5.8 Análisis de la variación de una función, 5.9 Problemas de optimización y de tasas relacionadas, 5.10 Cálculo de aproximaciones usando diferenciales, 5.11 La regla de L'Hospital.

Esta práctica está relacionada con las derivadas de funciones y aplicaciones de las derivadas.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpiar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Software matemático para calcular máximos y mínimos.

- Papel.
- Lápiz.

## **METODOLOGÍA**

Reunirse en equipo para realizar la práctica 11 que tiene como objetivo específico comparar los resultados al calcular extremos por los métodos utilizados en clase con los obtenidos por medio de las TIC'S.

Procedimiento.

1. Determinar los extremos relativos de las siguientes funciones (Larson, Hostetler, & Edwards, 2006).

a) Gráficamente mediante el uso de las TIC'S.

b) Utilizando un software matemático que los calcule directamente.

c) Con el método analítico

a)  $f(x) = \frac{1}{2}x - \text{sen } x$  en el intervalo  $(0, 2\pi)$ .

b)  $f(x) = (x^2 - 4)^{2/3}$

c)  $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$

2. Comparación de los enfoques gráfico y analítico.

¿Cómo son de precisas las aproximaciones gráficas que se obtuvieron?

3. Comparación de los enfoques del software matemático y analítico.

¿Cómo son de precisas las aproximaciones con el software matemático que se obtuvieron?

4. ¿Observastes alguna confusión tecnológica?

## **SUGERENCIAS DIDÁCTICAS**

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

## **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Larson, R., Hostetler, R., & Edwards, B. (2006). *Cálculo con geometría analítica*. México: Mc Graw Hill.

Orcos Espinosa, V. (2016). *Metodología para enseñar derivadas en 1° de Bachillerato de Ciencias, basada en la teoría de inteligencias múltiples de Gardner*. Tesis de maestría. Universidad Internacional de la Rioja de Logroño. Obtenido de <https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/3962/ORCOS%20ESPINOSA%20VIRGINIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

## **PRÁCTICA 12. PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN**

### **COMPETENCIA**

Aplica la derivada para la solución de problemas de optimización y de variación de funciones.

### **INTRODUCCIÓN**

El hombre por su naturaleza siempre trata de hacer sus actividades para sobrevivir con el menor esfuerzo posible, por ejemplo al cruzar una calle lo hace en línea perpendicular a las dos aceras de la calle y no en una línea diagonal.

Por otro lado en los negocios las empresas tienen interés natural en maximizar sus ganancias a la vez que minimizan los costos, y en los supermercados todas las latas de refrescos que tienen el mismo volumen poseen el mismo aspecto físico ya que hay dimensiones específicas que minimizan la cantidad de material utilizado.

El presente experimento es un ejemplo muy frecuente de alguien que tiene determinados metros de alambre u otro tipo de material para la construcción de un cerco con unas características específicas, pero que desea conocer las dimensiones óptimas que debe poseer dicho cerco para que la cantidad de alambre sea utilizada de la mejor manera posible.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con los subtemas 5.1 Recta tangente y recta normal a una curva en un punto, 5.2 Teorema de Rolle y teoremas del valor medio, 5.3 Función creciente y decreciente, 5.4 Máximos y mínimos de una función, 5.5 Criterio de la primera derivada para máximos y mínimos, 5.6 Concavidades y puntos de inflexión, 5.7 Criterio de la segunda derivada para máximos y mínimos, 5.8 Análisis de la variación de una función, 5.9 Problemas de optimización y de tasas relacionadas, 5.10 Cálculo de aproximaciones usando diferenciales, 5.11 La regla de L'Hospital.

Esta práctica está relacionada con las derivadas de funciones y aplicaciones de las derivadas.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpia el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajo.

## MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO

- 8 metros de cuerda o hilo (que no sea elástico).
- Cinta métrica.
- Calculadora.

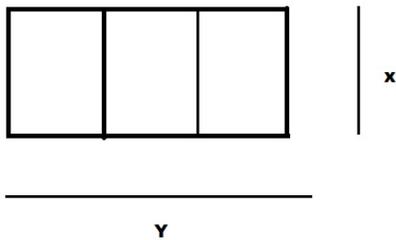
## METODOLOGÍA

Reunirse en equipo para realizar la práctica 12 cuyo objetivo específico es Comprender las aplicaciones del cálculo diferencial como son los máximos y mínimos en un problema de la vida diaria.

Procedimiento.

1. Resolver el siguiente problema (Zill, 2011) primero con la opción A y luego con la opción B.

Problema. Un terreno rectangular ha de cercarse en tres porciones iguales al dividir cercas paralelas a dos lados. Vea la figura #. Si la cantidad total de cerca usada es 8000 m, encuentre las dimensiones del terreno encerrado que tenga el área máxima.



Opción A. Construya el corral utilizando el cordón (*la escala es  $1\text{cm} = 10\text{m}$* ) asignándole las medidas que considere más convenientes.

Opción B. Empleando el método analítico de máximos y mínimos encuentre las medidas óptimas.

2. Contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las medidas óptimas que debe tener el terreno rectangular?
- ¿Cómo son de precisas las aproximaciones con la opción A que se obtuvieron?
- ¿Qué área abarca el terreno rectangular con las medidas que designastes?
- ¿Cuál es el área máxima del terreno rectangular según las medidas óptimas?

## SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.
- En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

## **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Zill, D. G. (2011). *Matemáticas 1. Cálculo diferencial*. México: Mc. Graw Hill.

## **PRÁCTICA 13. ANÁLISIS DE ARTÍCULOS DE REVISTAS**

### **COMPETENCIA**

Comprende como los conceptos matemáticos se han ido relacionando entre sí para formar un sistema de conocimientos dinámico y coherente.

### **INTRODUCCIÓN**

Algunos estudiantes de nivel superior suelen preguntarse sobre las aplicaciones de las matemáticas en su campo de trabajo después de haber finalizado sus estudios de ingeniería, existen ejemplos en los libros de texto de cálculo diferencial y en los libros de la especialidad que están estudiando.

La presente práctica trata de que el estudiante vea que también es posible hallar aplicaciones de las matemáticas en las revistas más especializadas de ingeniería o de otra índole que se encuentran en las bases de datos de los centros de información del Tecnológico Nacional de México.

### **CORRELACIÓN CON LOS TEMAS Y SUBTEMAS DEL PROGRAMA DE ESTUDIO**

Los conocimientos teóricos tienen relación con todos los temas de cálculo diferencial.

### **MEDIDAS DE SEGURIDAD E HIGIENE**

Limpjar el área de trabajo.

Evitar la manipulación de líquidos y alimentos cerca de los documentos de trabajp.

### **MATERIAL Y EQUIPO NECESARIO**

- Laptop.
- Acceso a la base de datos de la institución.

### **METODOLOGÍA.**

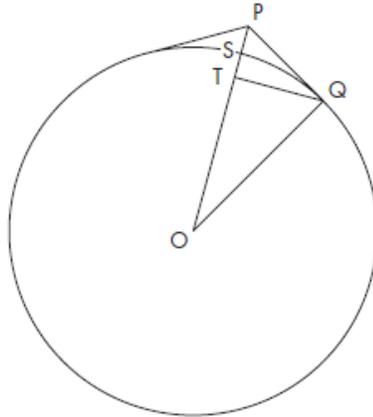
Reunirse en equipo para realizar la práctica 13, su objetivo específico es la búsqueda y análisis de artículo de revistas que contenga aplicación de derivadas, límites, funciones u otro tema de esta asignatura.

Procedimiento.

1. Escribir textualmente de la revista los párrafos seleccionados donde usted considere esté la aplicación.

Ejemplo del punto 1 del procedimiento es: (Palmer, 2002):

## ¿A qué distancia está mi horizonte?



No es tema de este trabajo discutir sobre el carácter del horizonte, sobre si realmente se ve, se intuye o se trata de un espejismo. Ni si la línea que llamamos así es realmente una línea (para ello habría que suponer una quietud en la superficie del mar que nunca podrá darse). En el tratamiento matemático que se va a dar se hará una abstracción de la realidad en los siguientes términos:

1. La Tierra es una esfera perfecta de radio  $R=6.370$  km. cuya superficie carece de la menor arruga o defecto.
2. La luz que llega hasta nuestros ojos lo hace siguiendo una línea recta insensible a las alteraciones que diversos factores le ocasionarían en realidad, como por ejemplo la refracción<sup>1</sup>.

Sea  $P$  el punto donde se hallan los ojos del observador,  $h = PS$  su estatura ocular,  $O$  el centro del planeta y  $Q$  un punto del horizonte matemático visible desde  $P$ . Sea  $x = OP = R+h$ , y sea  $H = PQ$  la distancia que nos separa del horizonte:

Entonces el triángulo  $PQO$  es rectángulo en el punto  $Q$  porque  $H$  es un segmento tangente a la circunferencia terrestre.

$$\text{Luego: } H = \sqrt{x^2 - R^2}$$

Esta es la distancia que separa al observador de su horizonte en función de su distancia ocular  $x$  al centro del planeta.

El dominio de definición de esta función es el conjunto .....

2. Contesta las siguientes preguntas:
  - a) ¿Cuál es el título del artículo?
  - b) ¿Cuál es el resumen del artículo?
  - c) ¿Cuál es la conclusión del artículo?
  - d) ¿Cuál es la bibliografía en formato APA?

## SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

- Consultar libros e internet de manera individual con el propósito de aclarar dudas respecto a las bases teóricas relacionadas con el procedimiento de ejecución de la práctica.

- En equipo comentar los resultados.

En equipo relacionar los resultados de la práctica con los ejercicios y problemas realizados en clase.

## **REPORTE DEL ALUMNO**

Entregar por escrito el reporte en Word de acuerdo a los siguientes puntos:

### *Portada*

- Nombre de la institución
- Logotipo de la institución
- Nombre de la materia
- Nombre de la práctica
- Nombre de cada uno de los integrantes del equipo
- Nombre del maestro
- Lugar y fecha de entrega

### *Introducción*

En esta sección del reporte explica de qué trata tu trabajo, cómo está estructurado y cuál es su objetivo principal.

### *Conocimientos teóricos*

En este apartado va la recopilación de los conceptos teóricos involucrados en la práctica.

### *Fundamentación práctica*

En esta parte incluye el análisis de la práctica (identifica los conceptos teóricos) realizada con el fin de establecer su relación con algún fenómeno de la vida real.

### *Discusión de los resultados*

En esta sección del reporte interpreta los resultados.

### *Conclusión*

Incluye las ideas principales que se trabajaron el desarrollo de la práctica.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Palmer, M. A. (2002). OriVwu. *Suma*,40, 109-112.