



EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Regulación de Flujo y Temperatura de la Confluencia
de dos Flujos de Agua a Diferentes Temperaturas

presentada por

Ing. Semadar Bojórquez Sánchez

como requisito para la obtención del grado de

**Maestra en Ciencias en Ingeniería
Electrónica**

Director de tesis

Dr. Juan Reyes Reyes

Cuernavaca, Morelos, México. Junio de 2022.



Cuernavaca, Mor.,
No. De Oficio:
Asunto:

16/mayo/2022
SAC/70/2022
Autorización de impresión de tesis

SEMADAR BOJÓRQUEZ SÁNCHEZ
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE

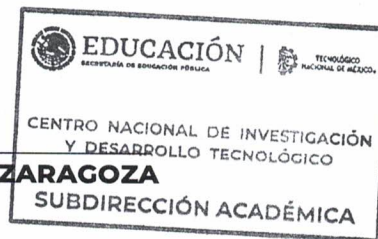
Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Regulación de Flujo y Temperatura de la Confluencia de dos Flujos de Agua a Diferentes Temperaturas", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica®
"Educación Tecnológica al Servicio de México"

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



C. c. p. Departamento de Ingeniería Electrónica
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/CHG



Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico
Departamento de Ingeniería Electrónica

Cuernavaca,
Mor.,
No. de Oficio:
Asunto:

09/mayo/2022

DIE/065/2022

Aceptación de documentos de tesis


DR. CARLOS MANUEL ASTROGA ZARAGOZA
SUBDIRECTOR ACADÉMICO


PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial de la C. Ing. Semadar Bojórquez Sánchez, con número de control M20CE012 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Regulación de Flujo y Temperatura de la Confluencia de dos Flujos de Agua a Diferentes Temperaturas" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

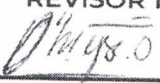
DIRECTOR DE TESIS

CODIRECTOR DE TESIS

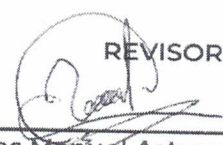

Dr. Juan Reyes Reyes
Doctor en Ciencias en la Especialidad de
Control Automático
Cédula profesional 4214833


Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo
Doctora en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 9968714

REVISOR 1


Dr. Enrique Quintero Márquez Márquez
Doctor en Ciencias en Ingeniería Química
Cédula profesional 10259407

REVISOR 2

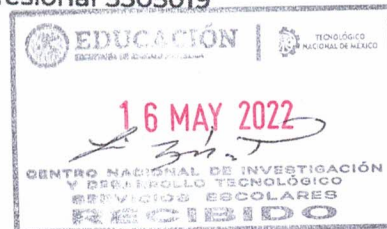

Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
Doctora en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 5505019

C.p. Lic. Silvia del Carmen Ortiz Fuentes, Jefe del Departamento de Servicios Escolares
Estudiante
HEE/mrsr

cenidet
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico

PREMIO ESTATAL
ALTERNATIVO
EN ENERGÍA
MÉXICO 2018

SEP TecNM CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
RECIBIDO
16 MAY 2022
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA


EDUCACIÓN | TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
16 MAY 2022
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
SERVICIOS ESCOLARES
RECIBIDO

Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, 62000 Cuernavaca, Morelos
Tel. 01 (777) 3627770, ext. 2225, e-mail: die@cenidet.tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx


2022 Flores
Año de Magón
PREMIER DE LA REVOLUCIÓN MEXICANA

Dedicatoria

Esta tesis se la dedico a:

Dios

Padre, salvador y consolador.

Aquel que guía mis pasos.

Mi madre: Semadar†

Cuyo consejo y amor permanecen conmigo.

Mi tía: Suameet

La única que me tendió una mano en mi momento de mayor necesidad.

Mi hermano: Ernesto

Con el que siempre puedo contar y confiar.

Agradecimientos

Mi sincero agradecimiento al TecNM por brindarme la oportunidad de realizar mi posgrado, prestar sus instalaciones y realizar lo pertinente para que yo como tesista obtuviera la beca CONACYT, por la cual también agradezco profundamente.

Agradezco especialmente a mi director de tesis el Dr. Juan Reyes Reyes cuya guía fue fundamental tanto en el desarrollo de esta tesis como en mi desarrollo como profesional. Así mismo agradezco a la co-directora de tesis, la Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo, por su consejo siempre oportuno.

A mis revisores de tesis, Dr. Carlos Astorga Zaragoza y Dr. Enrique Quintero Mármol, por todas las recomendaciones y atenciones prestadas.

Agradezco a mi familia, mi tía Suameet y mi hermano por todo lo que hacen por mi día a día. A mis amigos Polo, Luis, David e Iván por sus consejos y constante apoyo.

Sobre todo agradezco a mi Rey y padre, Dios todopoderoso del que procede todo conocimiento y sabiduría.

El corazón del prudente adquiere conocimiento,
y el oído del sabio busca el conocimiento.

Proverbios 18:15

Resumen

En este trabajo de tesis se desarrolla un modelo matemático que describe la confluencia de dos líquidos. Para realizar dicho modelo se consideraron dos submodelos, el primero, enfocado a la parte hidráulica del sistema, y el segundo, a la parte térmica.

El modelo hidráulico presentado consiste en la descripción matemática del movimiento del fluido dentro de las tuberías del sistema. El sistema de confluencia de dos flujos, como su nombre lo indica, consiste en la mezcla de dos fluidos los cuales fluyen por dos tuberías que convergen a una sola, esta tercer tubería proporciona el flujo de salida del sistema, es decir, que la suma de los dos flujos de entrada es igual al flujo de salida tal como indica el principio de conservación de masa.

Para la elaboración del modelo hidráulico se consideraron dos casos. En el primero, los flujos de entrada son proporcionados por un par de tanques acoplados al sistema, mientras que en el segundo, se considera que las entradas al sistema son exógenas al mismo.

El modelo térmico presentado describe el cambio térmico de los fluidos de entrada al sistema. Dicho modelo se elaboró con los balances de energía de las tuberías del sistema y se consideró el intercambio de energía del fluido con el medio ambiente a lo largo de las tuberías, así como la mezcla de las temperaturas en la confluencia.

La salida del modelo térmica es la temperatura de salida del flujo de salida del sistema. Para el desarrollo de este modelo se elaboraron dos submodelos.

El primero describe la pérdida de calor de un fluido dentro de una tubería de parámetros concentrados, mientras que el segundo describe el cambio de entalpía a temperatura.

El acoplamiento de los modelos hidráulico y térmico se realiza a través del punto en común que ambos modelos poseen, es decir, los flujos másicos del sistema. Estos flujos másicos son utilizados de manera explícita en el modelo térmico, pero el modelo hidráulico utiliza flujos volumétricos, los cuales pasan a ser flujos másicos al multiplicar el flujo volumétrico por la densidad del fluido.

El control regulador propuesto para el sistema de confluencia, nombrado a_2 , es un controlador basado en el modelo que se desarrolló en esta tesis, es decir, se construyó con base en las ecuaciones que rigen el sistema. Dicho controlador se desarrolló en dos etapas: en la primera se consideró que el sistema estaba libre del intercambio térmico con el ambiente, y en la segunda se considera el intercambio térmico.

Con el propósito de poner a prueba al controlador propuesto a_2 se desarrolló un control PID heurístico. Con la comparación de ambos controladores se determina porque el controlador a_2 es más adecuado para este caso de estudio.

Abstract

In this thesis work, a mathematical model describing the confluence of two liquids is developed. Two submodels were considered to develop this model, the first one, focused on the hydraulic part of the system, and the second one, on the thermal part.

The hydraulic model presented consists of the mathematical description of the fluid movement inside the pipes of the system. The confluence system of two flows, as its name indicates, consists of the mixing of two fluids which flow through two pipes that converge to a single pipe, this third pipe provides the outflow of the system, i.e., the sum of the two inflows is equal to the outflow as indicated by the principle of mass conservation.

Two cases were considered for the development of the hydraulic model. In the first, the inflows are provided by a pair of tanks coupled to the system, while in the second, the inputs to the system are considered to be exogenous to the system.

The thermal model presented describes the thermal change of the fluids entering the system. This model was elaborated with the energy balances of the pipes of the system and considered the energy exchange of the fluid with the environment along the pipes, as well as the mixing of the temperatures at the confluence.

The output of the thermal model is the outlet temperature of the system outflow. Two submodels were developed for the development of this model. The first one describes the heat loss of a fluid within a pipe of concentrated para-

meters, while the second one describes the enthalpy-to-temperature change.

The coupling of the hydraulic and thermal models is done through the common point that both models have in common, that is, the mass flows of the system. These mass flows are used explicitly in the thermal model, but the hydraulic model uses volumetric flows which become mass flows by multiplying the volumetric flow by the fluid density.

The proposed controller for the confluence system, named a_2 , is a controller based on the model developed in this thesis, i.e., it was built based on the equations governing the system. This controller was developed in two stages, in the first one it was considered that the system was free of thermal exchange with the environment, and in the second one the thermal exchange was considered.

With the purpose of testing the proposed controller a_2 a heuristic PID control was developed. With the comparison of both controllers it is determined why the controller a_2 is more suitable for this case study.

Índice general

Dedicatoria	I
Agradecimientos	II
Resumen	III
Abstract	V
Índice general	XII
Índice de figuras	XX
Índice de tablas	XXI
Nomenclatura	XXII
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	3
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivo general	4
1.2.2. Objetivos específicos	4
1.3. Metas	4
1.4. Justificación	5
1.5. Organización del trabajo	6
1.6. Conclusión del capítulo uno	7

2. Estado del arte	8
2.1. Parte hidráulica	8
2.2. Parte térmica	11
2.3. Conclusión del capítulo dos	12
3. Marco teórico	13
3.1. Modelado de la parte hidráulica	13
3.1.1. Caudal de una válvula	13
3.1.2. Relación del flujo volumétrico con el flujo másico	14
3.1.3. Principio de conservación de la masa	15
3.1.4. Presión en la base de un tanque	17
3.1.5. Método de solución numérica por punto medio o de bi- sección	18
3.2. Modelado de la parte térmica	19
3.2.1. Balance de masa y de energía	19
3.2.2. Equivalencia eléctrica de la resistencia al intercambio de calor de una tubería	21
3.2.3. Divisor de voltaje	23
3.2.4. Teorema de superposición	24
3.3. Conclusión del capítulo tres	25
4. Modelado de la parte hidráulica del sistema de confluencia de dos flujos	26
4.1. Modelo del caudal de una válvula	26

4.2. Modelo algebraico de las tuberías y válvulas del sistema	27
4.2.1. Algoritmo de solución numérica para la presión tres	31
4.3. Un Modelo algebraico diferencial del sistema	33
4.3.1. Algoritmo para simular el sistema algebraico diferencial del sistema hidráulico	34
4.4. Modelo hidráulico del sistema	35
4.5. Conclusión del capítulo cuatro	37
5. Modelado de la parte térmica del sistema de confluencia de dos flujos	38
5.1. Análisis térmico de una tubería	38
5.2. Modelo de la pérdida de calor en una tubería	40
5.3. Modelo directo e inverso de la entalpía de agua subenfriada	52
5.4. Análisis térmico del sistema	57
5.4.1. Tubería de entrada uno	58
5.4.2. Tubería de entrada dos	59
5.4.3. Tubería de confluencia	60
5.4.4. Tubería de salida	64
5.5. Modelo térmico del sistema	65
5.6. Conclusión del capítulo cinco	67
6. Modelo térmico e hidráulico del sistema	68
6.1. Acoplamiento de los modelos térmico e hidráulico del sistema	68
6.2. Modelo matemático del sistema	69

6.3. Modelo propuesto del actuador	74
6.4. Conclusión del capítulo seis	75
7. Diseño del controlador	77
7.1. Diseño del controlador para regulación de flujo y temperatura	77
7.1.1. Controlador para el sistema sin pérdidas de calor	78
7.1.2. Controlador para el sistema con pérdidas de calor	80
7.1.3. Análisis de los controladores de regulación de flujo y temperatura con y sin pérdidas de calor	82
7.2. Control PID	84
7.2.1. Control PID para regulación de flujo	84
7.2.2. Control PD para regulación de temperatura	85
7.2.3. Control para regulación de flujo y temperatura	87
7.2.4. Control heurístico para regulación de flujo y temperatura	87
7.3. Conclusión del capítulo siete	89
8. Resultados	90
8.1. Simulación numérica del sistema hidráulico, algebraico, dife- rencial	90
8.1.1. Caso A: Dos simulaciones con las válvulas fijas, con condiciones iniciales diferentes	90
8.1.2. Caso B: Válvulas variantes en el tiempo	91
8.2. Simulación del sistema en lazo abierto con el controlador regu- lador propuesto	93

8.2.1.	Respuesta del sistema en lazo abierto con entradas constantes y libre de pérdidas	94
8.2.2.	Respuesta del sistema en lazo abierto con entradas constantes y con pérdidas de calor	102
8.2.3.	Respuesta del sistema en lazo abierto, con parámetros variables y con pérdidas de calor	112
8.2.4.	Respuesta del sistema en lazo abierto, con entradas variables y con pérdidas de calor	144
8.2.5.	Respuesta del sistema en lazo abierto, cuando los cambios en las entradas del sistema están dados por una función trapezoidal	163
8.2.6.	Respuesta del sistema en lazo abierto, cuando existen errores de medición	171
8.3.	Simulación del sistema en lazo cerrado con un control PID	177
8.3.1.	Control PID para regulación del flujo de salida	178
8.3.2.	Control PD para regulación de la temperatura de salida	179
8.3.3.	Control PID para regulación de flujo y temperatura	181
8.3.4.	Control PID heurístico para regulación de flujo y temperatura	182
8.4.	Comparación del Controlador regulador contra el controlador PID heurístico	185
8.5.	Conclusión del capítulo ocho	188
9.	Conclusiones	190
9.1.	Principal contribución	191

9.1.1. Ventajas y limitaciones	191
9.2. Trabajos futuros	193
Anexos	194
Referencias	198

Índice de figuras

3.1. Divisor de voltaje	24
4.2. Esquema de las válvulas y tuberías del sistema.	27
4.3. Gráfica de la solución para P_3 en el intervalo de operación.	30
4.4. Esquema del sistema hidráulico algebraico diferencial.	34
4.5. Diagrama a bloques del modelo hidráulico del sistema.	36
5.1. Diagrama de una tubería.	38
5.2. Equivalencia eléctrica de una tubería	40
5.3. Circuito equivalente de una tubería cuando $T_a = 0$	41
5.4. Circuito en el dominio de Laplace cuando $T_a = 0$ y reducido hasta un divisor de voltaje	42
5.5. Circuito equivalente a una tubería cuando $T_f = 0$	44
5.6. Circuito en el dominio de Laplace cuando $T_f = 0$ y reducido hasta un divisor de voltaje	45
5.7. Diagrama del cálculo de la temperatura de la superficie interna de la tubería.	49
5.8. Valores de temperatura y entalpía de agua subenfriada	52
5.9. Tuberías del sistema desde la perspectiva térmica.	57
5.10. Diagrama a bloques del modelo térmico de la tubería uno.	59
5.11. Diagrama a bloques del modelo térmico de la tubería dos.	60
5.12. Diagrama a bloques del modelo térmico de la confluencia de las tuberías.	63

5.13. Diagrama a bloques del modelo térmico de la tubería tres.	65
5.14. Diagrama a bloques del modelo térmico del sistema completo.	66
6.1. Diagrama a bloques del modelo completo del sistema.	68
6.2. Diagrama a bloques del acoplamiento de los modelos térmico e hidráulico.	69
6.3. Diagrama a bloques del modelo de un actuador de primer orden.	74
8.1. A mayor nivel de líquido mayor tiempo de descarga.	91
8.2. Efecto de las válvulas variantes en el tiempo en los niveles de los tanques.	92
8.3. Efecto de las válvulas variantes en el tiempo en el flujo de salida.	92
8.4. Caso 1-I: Salidas del sistema.	95
8.5. Caso 1-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el contro- lador a_1	96
8.6. Caso 1-I: Presión P_3	96
8.7. Caso 1-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	97
8.8. Caso 1-I: Temperaturas de las tuberías de entrada.	98
8.9. Caso 1-I: Temperaturas de las tuberías de entrada del sistema.	98
8.10. Caso 1-II: Salidas del sistema.	99
8.11. Caso 1-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el con- trolador a_1	100
8.12. Caso 1-II: Presión P_3	100
8.13. Caso 1-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	101
8.14. Caso 1-II: Temperaturas de las tuberías de entrada del sistema.	101

8.15. Caso 1-II: Temperaturas de la tubería tres.	102
8.16. Caso 1-II: Salidas del sistema.	104
8.17. Caso 2-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	104
8.18. Caso 2-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	105
8.19. Caso 2-I: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	105
8.20. Caso 2-I: Temperaturas de la tubería de salida.	106
8.21. Caso 2-I: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	106
8.22. Caso 2-I: Presión P_3	107
8.23. Caso 2-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	107
8.24. Caso 2-II: Salidas del sistema.	108
8.25. Caso 2-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	109
8.26. Caso 2-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	109
8.27. Caso 2-II: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	110
8.28. Caso 2-II: Temperaturas de la tubería de salida.	110
8.29. Caso 2-II: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	111
8.30. Caso 2-II: Presión P_3	111
8.31. Caso 2-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	112
8.32. Caso 3-I: Cambio de la temperatura ambiente.	114
8.33. Caso 3-I: Salidas del sistema.	114

8.34. Caso 3-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	115
8.35. Caso 3-I: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	115
8.36. Caso 3-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	116
8.37. Caso 3-I: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	116
8.38. Caso 3-I: Temperaturas de la tubería de salida.	117
8.39. Caso 3-I: Presión P_3	117
8.40. Caso 3-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	118
8.41. Caso 3-II: Salidas del sistema.	119
8.42. Caso 3-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	120
8.43. Caso 3-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	120
8.44. Caso 3-II: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	121
8.45. Caso 3-II: Temperaturas de la tubería de salida.	121
8.46. Caso 3-II: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	122
8.47. Caso 3-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	122
8.48. Caso 3-II: Presión P_3	123
8.49. Caso 3-III: Temperaturas de entrada al sistema.	125
8.50. Caso 3-III: Salidas del sistema.	125
8.51. Caso 3-III: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	126

8.52. Caso 3-III: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	127
8.53. Caso 3-III: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	128
8.54. Caso 3-III: Temperaturas de la tubería de salida.	129
8.55. Caso 3-III: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	130
8.56. Caso 3-III: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema. . .	130
8.57. Caso 3-III: Presiones del sistema.	131
8.58. Caso 3-IV: Presiones de entrada al sistema.	132
8.59. Caso 3-IV: Salidas del sistema.	133
8.60. Caso 3-IV: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	134
8.61. Caso 3-IV: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	134
8.62. Caso 3-IV: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	135
8.63. Caso 3-IV: Temperaturas de la tubería de salida.	135
8.64. Caso 3-IV: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	136
8.65. Caso 3-IV: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema. . .	137
8.66. Caso 3-IV: Presión P_3	137
8.67. Caso 3-V: Salidas deseadas del sistema.	138
8.68. Caso 3-V: Salidas del sistema.	139
8.69. Caso 3-V: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	140
8.70. Caso 3-V: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema. . . .	140

8.71. Caso 3-V: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	141
8.72. Caso 3-V: Temperaturas de la tubería de entrada dos.	142
8.73. Caso 3-V: Temperaturas de la tubería de salida.	143
8.74. Caso 3-V: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	143
8.75. Caso 3-V: Presión P_3	144
8.76. Caso 4-I: Entradas del sistema.	146
8.77. Caso 4-I: Cambio de la temperatura ambiente.	147
8.78. Caso 4-I: Salidas deseadas del sistema.	148
8.79. Caso 4-I: Salidas del sistema.	148
8.80. Caso 4-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	149
8.81. Caso 4-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	150
8.82. Caso 4-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	151
8.83. Caso 4-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	152
8.84. Caso 4-I: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	153
8.85. Caso 4-I: Presión P_3	153
8.86. Caso 4-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	154
8.87. Caso 4-II: Entradas del sistema.	156
8.88. Caso 4-II: Cambio de la temperatura ambiente.	156
8.89. Caso 4-II: Salidas deseadas del sistema.	157
8.90. Caso 4-II: Salidas del sistema.	157

8.91. Caso 4-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	158
8.92. Caso 4-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	159
8.93. Caso 4-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	160
8.94. Caso 4-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.	161
8.95. Caso 4-II: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	162
8.96. Caso 4-II: Presión P_3	162
8.97. Caso 4-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	163
8.98. Caso 5: Entradas del sistema.	165
8.99. Caso 5: Temperatura ambiente.	165
8.100Caso 5: Salidas deseadas del sistema.	166
8.101Caso 5: Salidas del sistema.	167
8.102Caso 5: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2	168
8.103Caso 5: Temperaturas de las tuberías de entrada del sistema.	168
8.104Caso 5: Temperaturas de la tubería de salida del sistema.	169
8.105Caso 5: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.	170
8.106Caso 5: Presión P_3	170
8.107Caso 5: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.	171
8.108Caso 6-I: Error en las presiones de entrada.	173
8.109Caso 6-I: Salidas del sistema.	173
8.110Caso 6-II: Error en las temperaturas de entrada.	175

8.111Caso 6-II: Salidas del sistema.	175
8.112Caso 6-III: Salidas del sistema.	176
8.113b1: Posiciones de las válvulas manipuladas.	179
8.114b1: Flujo de salida del sistema.	179
8.115b2: Posiciones de las válvulas manipuladas.	180
8.116b2: Temperatura de salida del sistema.	181
8.117b3: Posiciones de las válvulas manipuladas.	182
8.118b3: Salidas del sistema.	182
8.119b4-I: Posiciones de las válvulas manipuladas.	183
8.120b4-I: Salidas del sistema.	184
8.121b4-II: Posiciones de las válvulas manipuladas.	184
8.122b4-II: Salidas del sistema.	185
8.123Comparación: Posiciones de las válvulas manipuladas.	186
8.124Comparación: Leyes de control.	186
8.125Comparación: Flujo de salida del sistema.	187
8.126Comparación: Temperatura de salida del sistema.	187
A.1. Diagrama del sistema de confluencia según norma ISA.	194
B.1. Diagrama a bloques del controlador b_4	195
C.1. Gráfico de una función trapezoidal.	196

Índice de tablas

5.1. Relación de la temperatura y la entalpía.	53
5.2. Cálculo directo de la entalpía con la Ecuación (5.44).	55
5.3. Cálculo de la temperatura con de la inversa de la entalpía mos- trada en la Ecuación (5.49).	56

Nomenclatura

Parte hidráulica

Símbolo	Descripción	Unidades
A	Área transversal	m^2
$c(P_3)$	Primer variable auxiliar para la solución de P_3	—
$h(P_3)$	Tercer variable auxiliar para la solución de P_3	—
P	Presión	Pa
\underline{P}_{3k}	Valor inferior de la aproximación para P_3 en la iteración k	Pa
\overline{P}_{3k}	Valor superior de la aproximación para P_3 en la iteración k	Pa
\widetilde{P}_{3k}	Valor medio entre \overline{P}_{3k} y \underline{P}_{3k} de la aproximación para P_3 en la iteración k	Pa
q	Flujo volumétrico	$\frac{m^3}{s}$
q_d	Flujo de salida deseado	$\frac{m^3}{s}$
$r(P_3)$	Segunda variable auxiliar para la solución de P_3	—
u	Apertura de la válvula manipulada	$\frac{m^3}{s\sqrt{Pa}}$
x	Nivel de líquido en tanque	m
y_H	Flujo de salida del sistema	$\frac{m^3}{s}$
α_3	Apertura de la válvula fija	$\frac{m^3}{s\sqrt{Pa}}$
ρ	Densidad del fluido	$\frac{kg}{m^3}$

Parte térmica

Símbolo	Descripción	Unidades
C_p	Capacidad calorífica de la tubería	$\frac{J}{K}$
h_e	Entalpía de entrada	J
h_s	Entalpía de salida	J
h_T	Entalpía conocida	J
\dot{m}	Flujo másico	$\frac{kg}{s}$
q_r	Flujo de calor	W
R_a	Resistencia térmica mixta de la tubería hacia el medio ambiente	$\frac{^\circ C}{W}$
R_c	Resistencia por conducción de la tubería	$\frac{^\circ C}{W}$
R_f	Resistencia por convección del fluido hacia la tubería	$\frac{^\circ C}{W}$
T	Temperatura conocida	$^\circ C$
T_a	Temperatura ambiente	$^\circ C$
T_d	Temperatura de salida deseada	$^\circ C$
T_e	Temperatura de entrada	$^\circ C$
T_s	Temperatura de salida	$^\circ C$
T_\odot	Temperatura superficial interna de la tubería	$^\circ C$
y_T	Temperatura de salida del sistema	$^\circ C$
z	Variable auxiliar para determinar T_\odot	—

Generalidades, actuador, controlador y actuador

Símbolo	Descripción
$i = 1, 2$	Tuberías de entrada
t	Tiempo de la simulación (s)
t_s	Periodo de la simulación
v	Ley de control
x_{Act}	Variable de estado auxiliar del actuador
$\eta = 1, 2, 3$	Tuberías del sistema
τ	Constante de tiempo del actuador

1. Introducción

La mezcla de fluidos es de los fenómenos o procesos más comunes que se pueden encontrar en actividades hechas por el hombre e inclusive en la naturaleza, desde la confluencia de dos ríos, pasando por riego de cultivos hasta las llaves domésticas.

Particularmente a nivel doméstico, los primeros grifos o llaves datan de la época romana, puesto que en las casas de la nobleza contaban con suministro de agua a través de cañerías y se necesitaba un aparato que regulará el caudal de salida. Estos primeros grifos consistían en un cilindro perforado, que se insertaba transversalmente en la tubería y se siguieron usando durante la Edad Media hasta el año 1800, cuando el inglés Thomas Hyll perfeccionó el invento, introduciendo el grifo de rosca, con el mismo mecanismo que los actuales, que al girar la rosca presiona una arandela de goma sellando la salida [18].

Esto nos lleva a los grifos bimando que permiten regular la temperatura del agua a través del ajuste de sus válvulas, pero con pérdidas de agua; y a los grifos monomando que entregan el agua a una temperatura dada, pero aun con pérdidas de agua, esto se debe entre otras cosa a alguna (o todas) de las siguientes situaciones: El tipo de calentador de agua que se utilice, la temperatura ambiente, las características del tanque de agua fría y de las tuberías, el usuario, el tipo de grifo y para qué se está utilizando el flujo suministrado por este.

Para contribuir con la mejora del suministro a lo antes planteado se le agregan los efectos dinámicos asociados a los fenómenos térmicos e hidráulicos, es decir, si se puede configurar el flujo deseado y también la temperatura deseada

de este flujo obteniendo así un problema de automatización no trivial.

Y a su vez también se considera la situación actual donde contamos con un suministro de agua práctico que nos da comodidad en las mejores circunstancias. De esta comodidad para conseguir agua se deriva el descuido de la misma, en una casa de cinco miembros en la ciudad de Guadalajara (México) se desperdician 580 litros de agua al día, es decir, 116 litros por persona [39].

Este desperdicio se debe a la relación que existe del flujo con la temperatura, a mayor temperatura es necesario aumentar el flujo del fluido, debido a que generalmente se busca inmediatez, se ha despreciado la pérdida de agua generada en estos lapsos aparentemente insignificantes, pero un estudio hecho en Ciudad de México se estableció que la ducha es el dispositivo donde más se desperdicia agua en los hogares, un gasto de 7 litros por minuto, y un tiempo promedio para que el agua tome la temperatura adecuada de aproximadamente 1,8 minutos, para un desperdicio de agua mayor de 12 litros por ducha [10], por ello, este trabajo de tesis plantea una propuesta de solución al regular el flujo y temperatura antes de que el agua salga de la tubería.

Actualmente, el 89 % de la población mundial (6500 millones de personas) utilizaba al menos un servicio básico, que incluye al 71 % de la población mundial (5200 millones de personas) utilizaba un servicio de suministro de agua potable gestionado de forma segura. Se ha hecho mucho por lograr un buen suministro de agua, pero también se ha resaltado la importancia del saneamiento, ya que al menos 2000 millones de personas se abastecen de una fuente de agua potable que está contaminada, la cual es transmisora de diversas enfermedades [31].

De aquí a 2025, la mitad de la población mundial vivirá en zonas con escasez de agua. Una manera de combatir el desabasto del recurso, es a través de la regulación del mismo.

Así mismo, los sistemas de confluencia no son solamente caseros, también existen en la industria. La propuesta de regulación de flujo y temperaturas que se plantea se puede extrapolar a diversas aplicaciones.

Lo anteriormente expuesto nos lleva a la motivación de este proyecto; el problema de regulación de flujo y de temperatura en un sistema de tuberías, considerando el comportamiento dinámico tanto de la parte hidráulica y como la térmica, permitirá mejorar el sistema de suministro.

1.1. Antecedentes

El estudio térmico tradicional de la confluencia o mezcla de dos fluidos a diferente temperatura es parte de los ejemplos académicos de los libros de transferencia de calor y masa, en los cuales se hacen análisis de flujos másico y entalpías, asumiendo que el sistema está en estado estable o bien que ha llegado al equilibrio. Estas suposiciones ayudan a entender el fenómeno definiendo los valores finales de las variables de interés y sus soluciones están definidas mediante manipulaciones algebraicas y el uso de tablas o funciones de entalpía del líquido en cuestión, es decir, acotan el problema para facilitar el manejo del mismo.

El modelo matemático del sistema de confluencia de dos flujos de agua a diferentes temperaturas está comprendido por dos partes principales, la parte térmica y la parte hidráulica, además se considera el intercambio térmico del

fluido con el medio ambiente. Esto último permite enriquecer la representación del fenómeno y, por tanto, describir mejor el comportamiento del transitorio.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Proponer una ley de control basada en el modelo desarrollado para el sistema de confluencia de dos fluidos a diferente temperatura que regule el flujo y la temperatura de salida del sistema.

1.2.2. Objetivos específicos

- Obtener un submodelo de balance de masa y de energía, que comprende la parte térmica del sistema.
- Obtener un submodelo dinámico de la parte hidráulica del sistema.
- Proponer un submodelo dinámico para los actuadores, los cuales mueven las válvulas manipuladas del sistema.
- Proponer un modelo global considerando los submodelos térmico e hidráulico del sistema, para plantear el modelo del sistema completo.
- Proponer una ley de control para la regulación de las salidas del sistema, es decir, el flujo y la temperatura del fluido a la salida del sistema.

1.3. Metas

- Desarrollar un estudio del estado del arte sobre modelado de sistemas con intercambio de masa y calor.
- Realizar un submodelo de la parte térmica del sistema, a través del balance de masa y energía del sistema.

- Realizar un estudio del estado del arte de sistemas de confluencia de flujos.
- Desarrollar un submodelo de la parte hidráulica del sistema.
- Presentar un submodelo para los actuadores de las válvulas manipuladas del sistema.
- Realizar un modelo global del sistema que considera los submodelos térmico e hidráulico del sistema.
- Presentar un controlador para la regulación de la salida térmica e hidráulica del sistema de confluencia de dos flujos de agua a diferentes temperaturas.

1.4. Justificación

Este trabajo muestra un esquema de regulación de flujo y temperatura del fluido dentro de las tuberías del sistema. El cual consiste en dos líneas de tubería que convergen en una; por separado existen ecuaciones como la de Bernoulli que permiten determinar flujo y temperatura, en estado estable, pero al abordar el estudio del estado transitorio de las variables de flujo y temperatura se enriquece el modelo al incluir los modelos dinámicos correspondientes, ya que, permiten definir la trayectoria de las variables a lo largo del tiempo, que es requerido para el objetivo de control.

Así mismo, el esquema de control propuesto impacta en el área ecológica y económica, al combatir el problema de desperdicio de agua y tiempo. El agua es un recurso sobreexplotado, en México existen 102 mantos acuíferos que se encuentran sobreexplotados; es decir, la extracción es mayor a su recarga en por lo menos 10%. Desde 1975 ha aumentado sustancialmente el número de acuíferos sobreexplotados: 32 en 1975, 36 en 1981, 80 en 1985, 97 en 2001, y

102 en 2003. De ellos, se extrae aproximadamente 57 % del agua subterránea para todos los usos. Además, debido a la sobreexplotación, la reserva de agua subterránea se está minando a un ritmo de cerca de seis kilómetros cúbicos por año [40].

Si todo sigue igual, el planeta deberá hacer frente a un déficit global de agua del 40 % en los años venideros. De ahí que la única solución sea aprender a administrar este recurso de forma sostenible. Esta es la conclusión a la que llegó el último Informe de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo de los Recursos Hídricos en el Mundo 2015, elaborado en el marco del Programa Mundial de Evaluación de los Recursos Hídricos (WWAP), coordinado por la UNESCO.

1.5. Organización del trabajo

Esta tesis cuenta con nueve capítulos de contenido. Los primeros tres capítulos plantean la información general al rededor de este trabajo de investigación: El **capítulo 1** trata los aspectos generales de la tesis, así como los objetivos y metas de la misma; en el **capítulo 2** se presenta la investigación realizada sobre trabajos relacionados a este tema de tesis; y el **capítulo 3** contiene los fundamentos teóricos que se emplearon durante el desarrollo de este trabajo.

Los **capítulos 4, 5 y 6** presentan el desarrollo del modelo del sistema. Primeramente, se aborda la parte hidráulica del sistema, después la parte térmica y finalmente, se realiza el acoplamiento de la parte hidráulica y la parte térmica. Así mismo, el **capítulo 6** presenta el modelo del actuador del sistema

El **capítulo 7** presenta el desarrollo del controlador propuesto y así como

un control PID. En el **capítulo 8** se presentan los resultados obtenidos. Finalmente, en el **capítulo 9** se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis.

1.6. Conclusión del capítulo uno

En este primer capítulo se mencionaron los pormenores en los que se sustenta este trabajo de tesis, así mismo se plantearon los objetivos y las metas del trabajo, de tal manera que se muestra un panorama general del trabajo y el contenido de esta tesis.

2. Estado del arte

Este capítulo pretende mostrar el área de oportunidad que fue aprovechada con este trabajo de tesis. Al desarrollar un controlador que regula el flujo y la temperatura del agua, considerando el intercambio de energía con el ambiente, el balance de masa y energía y sin generar golpe de ariete.

Los trabajos relacionados con este tema de tesis, encontrados durante el desarrollo del mismo, fueron divididos según el área de mayor representatividad, pero estos podrían pertenecer a más de una categoría.

2.1. Parte hidráulica

Como se ha expuesto en el capítulo pasado, la principal motivación para realizar este trabajo es contribuir con el problema del desperdicio del agua. Esta motivación también ha llevado a la realización de diversos trabajos para combatir el desperdicio de agua, como en [24] donde se presentó las mediciones, estudios, análisis y caracterización de equipos necesarios para que se disponga de una metodología completa para la selección multicriterio de los sistemas de hidroeficiencia más adecuados para equipar un determinado edificio. O el trabajo de [8] que presenta la tecnología del riego por succión con el uso de cápsulas porosas como alternativa viable para su utilización en el riego de jardines con resultados óptimos.

El consumo excesivo de agua en los mezcladores de la ducha planteado en [44], el cual en su mayoría se debe al desperdicio del agua que sale antes de alcanzar la temperatura deseada en duchas, es tratado por diversos autores que presentan diversos dispositivos para combatir dicho desperdicio, como *el*

economizador, presentado en [27], que almacena el agua hasta que el usuario decida comenzar su ducha, esto es posible gracias al registro de la temperatura del agua dada al usuario. De esta manera se evita el desperdicio del agua que no se encuentra a la temperatura deseada por el usuario.

También existen inventos como *Hydroloop* [21], que impide que el agua fría salga y la retorna a la misma tubería para llevarla de regreso al calentador. Otro dispositivo termomecánico, el *CAAUAC*, presentado en [22], evita el desperdicio del agua en equipos donde se utiliza agua caliente, como regaderas, tinas de baño, lavadoras, etc.

Así mismo se pueden modificar aspectos del sistema físico para la regulación del flujo de salida, como en [23] que realiza la modificación en las roscas de los grifos, teniendo resultados óptimos en la precisión del grifo. O en [49], se desarrolló un grifo para ahorro de agua en lugares públicos de países en desarrollo.

A pesar de la importancia del cuidado del agua, este no es el único motivo para la realización de este trabajo, también se contempla la utilidad del análisis de estos sistemas tanto para la industria como al sector agrario. Como en [46] que desarrolló un algoritmo para analizar el flujo bifásico en redes de recolección hidráulicas, siendo una modificación al propuesto inicialmente por [43] que considera el aceite, permitiendo el análisis y diseño de redes de tuberías con flujo multifásico.

El control de confluencia en la industria es abordado por [16] que presenta la simulación del control automático de un sistema de llenado, mezclado y envasado, con el cual se logró optimizar la manufactura del producto. Y en

[14] realizaron el modelo computacional de la dinámica de flujo en la boquilla convergente-divergente considerando el desequilibrio térmico y presenta directrices para la simulación del flujo de ebullición rápida en aplicaciones industriales.

En los sistemas hidráulicos es común contemplar a las válvulas del sistema como la única parte manipulable del sistema, como en [19] donde se propone una estructura de control paralelo de orden fraccionario robusto y mejorado (*FOPCS*) para el control de flujo mediante válvulas neumáticas, esta propuesta es capaz de resolver los problemas relacionados con el comportamiento incierto y no lineal de la válvula de control neumática en el lazo de control de flujo. Y en [36] se presenta un algoritmo de control de flujo en bucle cerrado para válvulas neumáticas de conmutación rápida.

El modelado de los elementos de un sistema hidráulico es una práctica común para dar mayor precisión a los efectos de los controladores propuestos para dichos sistemas. Como en [41], donde se propone un modelo no lineal para una válvula de control de procesos neumáticos, que puede utilizarse como herramienta para desarrollar esquemas de control precisos para todo el proceso o facilitar el ajuste de los parámetros de control en válvulas de control de procesos “inteligentes”. O en [37] donde se modela el flujo transitorio en una tubería mediante el método de respuesta en frecuencia (FRM) y los términos no lineales de las ecuaciones se linealizan.

En ocasiones resulta de interés el modelado de los tanques de un sistema como en [17] donde se presenta el modelo matemático del nivel de un tanque y su tiempo de vaciado. En [6] se modela un sistema hidráulico conformado por tres tanques en serie, con un fluido de baja viscosidad y tuberías poco

rugosas, dicho modelo es linealizado.

Cuando se trata con sistemas hidráulicos se debe considerar el golpe de ariete. El cual es desarrollado en [9] donde se presentó la solución al cálculo de sobrepresiones y variación de caudal al cerrar válvulas, con la hipótesis de variación lineal en la relación entre sobrepresión y distancia recorrida por la onda de celeridad. En [48] se presentó la aplicación del Método de las Características para modelar el golpe de ariete en una red de distribución de agua.

2.2. Parte térmica

En cuanto a la parte térmica del sistema, la parte más importante a considerar es la regulación de la temperatura de salida del fluido. Donde se tienen trabajos como el de [3] que diseñó, simuló e implementó un sistema de control de temperatura para la ducha eléctrica, utilizando una tarjeta de control (microcontrolador ATMEGA 728) para controlar la válvula de acceso. En [53] se diseñó un controlador de lógica difusa tipo 2 (*IT2FLC*) para controlar la temperatura de salida así como el flujo de salida del sistema de ducha, obteniendo resultados favorables.

Para sistemas hidráulicos es común abordar el cambio térmico con el balance de masa y energía, el cual es tratado por [47] que estudió los flujos turbulentos de energía y masa a través del uso de la metodología de covarianzas turbulentas sobre un ecosistema de marisma.

El enfriamiento de los objetos suele describirse mediante una ley, atribuida a Newton, que establece que la diferencia de temperatura de un cuerpo que se enfría con respecto al entorno disminuye exponencialmente con el tiempo.

Este comportamiento se ha observado en muchos experimentos de laboratorio, sin embargo, la transferencia de calor de cualquier objeto a su entorno no sólo se debe a la conducción y la convección, sino también a la radiación. Esta última no varía linealmente con la diferencia de temperatura, lo que conduce a desviaciones de la ley de Newton. Muchos científicos persistieron en mantener la ley de Newton, a pesar de las numerosas pruebas en contra, atribuyendo las discrepancias encontradas a errores empíricos o a otros factores de perturbación, la historia de la ley del enfriamiento de Newton es mostrada en [5].

En [51] se demuestra que la ley de Newton del enfriamiento, es decir, el comportamiento exponencial simple, es válido sobre todo si las diferencias de temperatura están por debajo de un determinado umbral que depende de las condiciones experimentales. Para cualquier diferencia de temperatura mayor se producen desviaciones apreciables que requieren un tratamiento no lineal completo.

2.3. Conclusión del capítulo dos

En este capítulo se ha planteado la importancia de generar tecnología que combata el desperdicio del agua, así como el interés que existe sobre los sistemas de confluencia y los aspectos que influyen en este. Lo anterior permite vislumbrar el área de oportunidad que existe en dos aspectos diferentes: Primero el desarrollo de un modelo matemático del sistema de confluencia y el segundo desarrollar un controlador que regule flujo y temperatura de salida del sistema de confluencia.

3. Marco teórico

Este capítulo comprende los fundamentos teóricos abordados para la elaboración de este trabajo de tesis. Los cuales se clasifican según la parte del desarrollo del modelo en el cual fueron empleados.

3.1. Modelado de la parte hidráulica

En esta sección se abordan los temas competentes al modelado de la parte hidráulica del sistema.

3.1.1. Caudal de una válvula

El caudal de una válvula en su modelo más compacto [15] se le puede encontrar como en la Ecuación (3.1).

$$q = K_v \sqrt{\frac{P_e - P_s}{G}} \quad (3.1)$$

donde:

q - Flujo volumétrico

K_v - Coeficiente de flujo de la válvula y sus unidades son $m^3/(sPa^{0.5})$ para cuando el líquido es agua.

P_e - Presión en la entrada de la válvula.

P_s - Presión en la salida de la misma válvula.

G - Densidad relativa del líquido con respecto a la del agua, de modo que si el líquido es agua, entonces $G = 1$.

3.1.2. Relación del flujo volumétrico con el flujo másico

El flujo volumétrico, gasto volumétrico o gasto es la relación entre el volumen del líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir [35], esto es mostrado en la Ecuación (3.2).

$$q = \frac{V}{t} \quad (3.2)$$

donde

q - Flujo volumétrico.

V - Volumen.

t - Tiempo.

Y el flujo másico es la cantidad de masa de líquido que fluye a través de una tubería en un periodo de tiempo [11], como se muestra en la Ecuación (3.3).

$$\dot{m} = \frac{m}{t} \quad (3.3)$$

donde

\dot{m} - Flujo másico.

m - Masa.

La relación del flujo volumétrico con el flujo másico se logra a través de la definición de la densidad, mostrada en la Ecuación (3.4).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3.4)$$

donde

ρ - Densidad.

Se despeja la masa de la Ecuación (3.4), como muestra la Ecuación (3.5).

$$m = \rho V \quad (3.5)$$

En la Ecuación (3.6) se sustituye la Ecuación (3.5) en la (3.3).

$$\dot{m} = \frac{\rho V}{t} = \rho \frac{V}{t} \quad (3.6)$$

Finalmente, la relación entre flujo volumétrico y flujo másico se logra al sustituir la Ecuación (3.2) en la (3.7).

$$\dot{m} = \rho q \quad (3.7)$$

3.1.3. Principio de conservación de la masa

La conservación de la masa es un principio fundamental en mecánica de fluidos y establece que la variación respecto al tiempo de la masa contenida en un volumen fluido es nula [4]. Por tanto, la masa del mismo no varía, como

se muestra en la Ecuación (3.8).

$$\frac{dm_{\text{Sist}}(t)}{dt} = 0 \quad (3.8)$$

donde

m_{Sist} - Masa del fluido contenida por el sistema.

Otra manera de verlo es con la ecuación de continuidad [2], mostrada en la Ecuación (3.9).

$$\frac{dm_{\text{Sist}}(t)}{dt} = \sum_{\text{out}=1}^n \dot{m}_{\text{out}} - \sum_{\text{in}=1}^n \dot{m}_{\text{in}} \quad (3.9)$$

donde

\dot{m}_{in} - Flujo másico que entra al sistema.

\dot{m}_{out} - Flujo másico que sale del sistema.

Considerando las Ecuaciones (3.8) y (3.9) se obtiene la Ecuación (3.10).

$$0 = \sum_{\text{out}=1}^n \dot{m}_{\text{out}} - \sum_{\text{in}=1}^n \dot{m}_{\text{in}} \quad (3.10)$$

De forma que la Ecuación (3.11) establece que el flujo que sale es igual al que entra [29].

$$\sum_{in=1}^n \dot{m}_{in} = \sum_{out=1}^n \dot{m}_{out} \quad (3.11)$$

A partir de la Ecuación (3.6) se sabe que el principio de continuidad es cierto tanto para flujo volumétrico como másico, por tanto, se establece la Ecuación (3.12), siempre que el sistema esté libre de pérdidas.

$$\sum_{in=1}^n q_{in} = \sum_{out=1}^n q_{out} \quad (3.12)$$

donde

q_{in} - Flujo volumétrico que entra al sistema.

q_{out} - Flujo volumétrico que sale del sistema.

3.1.4. Presión en la base de un tanque

El nivel de líquido en un tanque está dado por la Ecuación (3.13) [26].

$$x = \frac{P}{\rho g} = \frac{P}{\beta} \quad (3.13)$$

donde:

P - Presión en la base del tanque.

x - Nivel del tanque.

ρ - Densidad.

g - Gravedad.

$$\beta = \rho g$$

De la Ecuación (3.13) se despeja la presión como muestra la Ecuación (3.14).

$$P = x\beta \quad (3.14)$$

La Ecuación (3.14) muestra la presión en la base de un tanque, a través de la relación del nivel del líquido con la gravedad y la densidad del mismo.

3.1.5. Método de solución numérica por punto medio o de bisección

El método de bisección, conocido también como de corte binario, de partición en dos intervalos iguales o método de Bolzano, es un método de búsqueda incremental donde el intervalo se divide siempre en dos. Si la función cambia de signo sobre un intervalo, se evalúa el valor de la función en el punto medio. La posición de la raíz se determina situando la raíz en el punto medio del subintervalo dentro del cual ocurre un cambio de signo. El proceso se repite hasta obtener una mejor aproximación [12]. Dicho método es presentado en la Ecuación (3.15).

$$y'(x) \approx \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h} \quad (3.15)$$

El método consiste en aproximar la derivada por la fórmula de dos puntos, tal como se mostró en la Ecuación (3.15).

3.2. Modelado de la parte térmica

En esta sección se abordan los temas utilizados para la elaboración del modelado de la parte térmica del sistema de confluencia de dos flujos de agua a diferentes temperaturas.

3.2.1. Balance de masa y de energía

La Ecuación (3.16) muestra el balance de energía de un sistema [11]

$$E_{in} - E_{out} + E_{gen} = \Delta E_{Term,Sist} \quad (3.16)$$

donde:

E_{in} - Energía que entra al sistema.

E_{out} - Energía que sale del sistema.

E_{gen} - Energía generada por el sistema.

$\Delta E_{Term,Sist}$ - Tasa de cambio de la energía.

Si se considera que en el sistema no hay generación de energía, entonces la transferencia neta de energía (calor, trabajo, masa) es igual a la tasa de cambio de la energía, como muestra la Ecuación (3.17).

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{Term,Sist} \quad (3.17)$$

El análisis de transferencia de calor se muestra en la Ecuación (3.18).

$$\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out} = \Delta Q_{Term,Sist} \quad (3.18)$$

donde:

\dot{Q}_{in} - Velocidad de transferencia de calor de la entrada del sistema.

\dot{Q}_{out} - Velocidad de transferencia de calor de la salida del sistema.

$\Delta Q_{Term,Sist}$ - Cambio térmico del sistema.

Para la cual se generalizan \dot{Q}_{in} y \dot{Q}_{out} en $\dot{Q}_{in,out}$, como se muestra en la Ecuación (3.19) [50].

$$\dot{Q}_{in,out} = \dot{m}_{in,out}h(T_{in,out}) \quad (3.19)$$

donde:

$$h(T_{in,out}) = C_p\Delta T_{in,out}$$

\dot{Q} - Velocidad de transferencia de calor del sistema.

ΔT - Cambio de temperatura.

C_p - Calor específico.

\dot{m} - Flujo másico.

$h(T)$ - Entalpía.

Los subíndices:

in - Para la entrada.

out - Para la salida.

Por tanto, la Ecuación (3.18) puede reescribirse, como se muestra en la Ecuación (3.20), para sistemas sin generación de energía.

$$\dot{m}_{in}h(T_{in}) - \dot{m}_{out}h(T_{out}) = \Delta E_{Term,Sist} \quad (3.20)$$

La Ecuación (3.20) relaciona el cambio térmico del sistema con los flujos másicos del mismo. Mostrando la dependencia que existe del cambio térmico respecto a los cambios de flujo del sistema.

3.2.2. Equivalencia eléctrica de la resistencia al intercambio de calor de una tubería

Existen tres modos de transferencia de calor [11] y a su vez existe su respectiva resistencia a cada modo de transferencia de calor. Estas son resistencias térmicas y según el modo de transferencia de calor al cual resisten, es decir, resistencia a la conducción, resistencia a la convección y resistencia a la radiación [1].

Para una tubería de parámetros concentrados se tienen tres tipos de resistencias térmicas, cuyas definiciones fueron recabadas entre los trabajos previamente citados en esta sección y los trabajos de [32], [33] y [42]. Estos tres tipos de resistencia son resistencia a la conducción, resistencia a la convección y una resistencia mixta que comprende convección y radiación, estas tres son definidas en las Ecuaciones (3.21), (3.22) y (3.23), respectivamente.

La resistencia al paso del calor dentro de la tubería, es decir, desde el radio interno al externo, es una resistencia a la conducción y es definida por la Ecuación (3.21).

$$R_c = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi LC_t} \quad (3.21)$$

donde:

R_c - Resistencia a la conducción.

r_1 - Radio interno de la tubería.

r_2 - Radio externo de la tubería.

L - Longitud de la tubería.

C_t - Capacidad térmica de la tubería.

La resistencia al intercambio de calor del fluido dentro de la tubería con la misma tubería es una resistencia a la convección definida por la Ecuación (3.22). r_1 , A , L y q son definidas en la Ecuación (3.21).

$$R_f = \frac{T_{\odot} - T_a}{q} = \frac{1}{h_t A} = \frac{1}{2\pi r_1 L h_t} \quad (3.22)$$

donde:

$$A = 2\pi r_1 L$$

R_f - Resistencia a la convección.

T_{\odot} - Temperatura superficial interna de la tubería.

T_a - Temperatura ambiente.

h_t - Coeficiente de transferencia de calor.

C_t - Área normal a la dirección de la transferencia de calor.

El coeficiente de transferencia de calor ha sido definido por diversos autores, por mencionar algunos [25], [45] y [54]. En este trabajo se utilizará la definición de [25], es decir, $h_t = 5.7 + 3.8V_i$ siendo V_i la velocidad del viento, solo se

considera V_i cuando es diferente de *cero*, esta consideración se realiza por qué de estar presente el viento enfriaría la tubería. Para este trabajo se considera que $V_i = 0$.

La resistencia al intercambio de calor entre la tubería y el medio ambiente está dada por dos resistencias, una de convección y una de radiación, o bien, una resistencia mixta, la cual es una aproximación a las dos resistencias hacia el ambiente y está definida por la Ecuación (3.23).

$$R_a(T_{\odot}, T_a) = \frac{1}{h_t + h_r} \quad (3.23)$$

donde:

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_{\odot} + T_a) (T_{\odot}^2 + T_a^2)$$

R_a - Resistencia mixta hacia el ambiente.

h_r - Coeficiente de transferencia de calor por radiación.

$\sigma = 5,6704e^{-8} \frac{W}{m^2K^4}$ - Constante de Boltzmann.

ε - Emisividad.

Las Ecuaciones (3.21), (3.22) y (3.23) muestran las resistencias equivalentes a la resistencia de un material al intercambio de calor. Esta equivalencia se realiza para tratar sistemas térmicos como sistemas electrónicos, al considerar las resistencias térmicas como resistencias eléctricas.

3.2.3. Divisor de voltaje

En el desarrollo del modelo térmico se utilizan resistencias eléctricas equivalentes a las resistencias térmicas, por lo cual el fenómeno de intercambio de

calor de un objeto se puede tratar como un circuito eléctrico. Con lo anterior en mente se presenta la teoría del divisor de voltaje.

La Figura 3.1 presenta un divisor de voltaje en su representación más sencilla. La salida de voltaje V_o es una fracción del voltaje de entrada V_i y está dada por la Ecuación (3.24) [34].

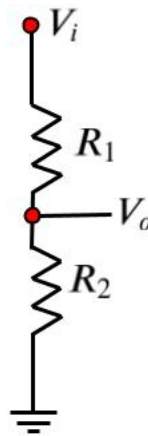


Figura 3.1: Divisor de voltaje

$$V_o = V_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.24)$$

La Ecuación (3.24) se aplicará en el análisis del intercambio de calor de una tubería, considerando la equivalencia eléctrica del mismo.

3.2.4. Teorema de superposición

Este teorema se aplica únicamente a redes eléctricas lineales, variantes o invariantes en el tiempo y de parámetros concentrados [28].

El teorema señala que la respuesta de estado cero de una red eléctrica, debido a varias fuentes independientes de entrada actuando simultáneamente, es igual

a la suma de las respuestas de estado cero debidas a cada una de las fuentes independientes de entrada actuando por separado [20].

3.3. Conclusión del capítulo tres

Las leyes físicas y los conceptos matemáticos mencionados a lo largo de este capítulo se emplearán durante el desarrollo de este trabajo de tesis. Al congregarlos en este capítulo se pretende que toda la información requerida para revisar este trabajo este comprendida dentro del mismo.

4. Modelado de la parte hidráulica del sistema de confluencia de dos flujos

En esta sección se desarrollará el modelado de la parte hidráulica del sistema de tal manera que si solo se conocen las entradas hidráulicas del sistema se determine el flujo de salida del sistema, a través de determinar la presión dentro de la confluencia con un algoritmo numérico.

4.1. Modelo del caudal de una válvula

Considerando la Ecuación (3.1) y que el fluido dentro de la válvula es agua, la Ecuación (4.1) define el caudal dentro de dicha válvula.

$$q = u\sqrt{P_e - P_s} \quad (4.1)$$

donde:

$$0 \leq u \leq K_v$$

u - Posición de la válvula. Que se puede encontrar desde la apertura nula, hasta la apertura total.

q - Flujo volumétrico que pasa por la válvula.

P_e - Presión a la entrada de la válvula.

P_s - Presión a la salida de la válvula.

K_v - Apertura total de la válvula.

4.2. Modelo algebraico de las tuberías y válvulas del sistema

Para abordar el modelo algebraico no lineal de las válvulas, considere el esquema de la Figura 4.2. En la cual se encuentran las variables y parámetros descritos a continuación: P_1 y P_2 son las presiones a la entrada de las tuberías uno y dos respectivamente, q_1 y q_2 son los flujos a través de la válvula u_1 y u_2 y por ende de la tubería respectiva, P_3 es la presión del líquido dentro de la confluencia, así como a la entrada de la tercer válvula α_3 , por la cual pasa el flujo de salida del sistema q_3 . El **Anexo A** presenta el diagrama del sistema según la norma ISA.

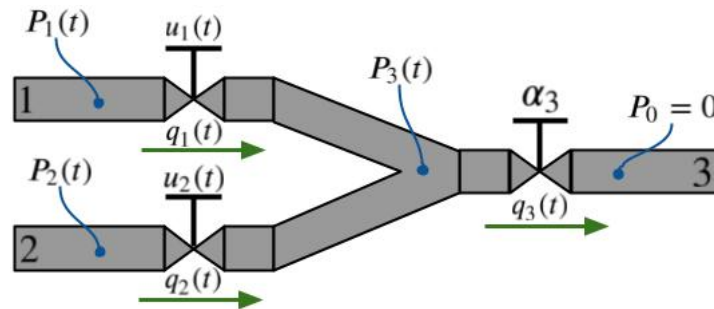


Figura 4.2: Esquema de las válvulas y tuberías del sistema.

Aplicando la Ecuación (4.1) a las tres válvulas del sistema, estas quedan descritas por las Ecuaciones (4.2), (4.3) y (4.4), respectivamente.

$$q_1 = u_1 \sqrt{P_1 - P_3} \quad (4.2)$$

$$q_2 = u_2 \sqrt{P_2 - P_3} \quad (4.3)$$

$$q_3 = \alpha_3 \sqrt{P_3} \quad (4.4)$$

Si se considera la Ecuación (3.12) el flujo de salida del sistema también está dado por la Ecuación (4.5).

$$q_3 = q_1 + q_2 \quad (4.5)$$

Se considera que los flujos no cambian de dirección, Ecuación (4.6), y que las presiones son siempre positivas, Ecuación (4.7).

$$P_3 < \min \{P_1, P_2\} \quad (4.6)$$

$$P_1, P_2 > 0 \quad (4.7)$$

Se sustituyen las Ecuaciones (4.2), (4.3) y (4.4), en la Ecuación (4.5), como se muestra en la Ecuación (4.8).

$$\alpha_3 \sqrt{P_3} = u_1 \sqrt{P_1 - P_3} + u_2 \sqrt{P_2 - P_3} \quad (4.8)$$

La Ecuación (4.9) muestra a la Ecuación (4.8) elevada al cuadrado y reordena.

$$(u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2) P_3 - (u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2) = 2u_1 u_2 \sqrt{P_1 - P_3} \sqrt{P_2 - P_3} \quad (4.9)$$

El lado izquierdo de la Ecuación (4.9) es una línea recta con respecto a P_3 . La cual se define en la Ecuación (4.10).

$$r(P_3) := (u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2) P_3 - (u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2) \quad (4.10)$$

De esta la Ecuación (4.10) se determinan las Ecuaciones (4.11) y (4.12).

$$\frac{\partial r(P_3)}{\partial P_3} = u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2 > 0 \quad (4.11)$$

$$r(0) = - (u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2) \quad (4.12)$$

El lado derecho de la Ecuación (4.9) se define en la Ecuación (4.13).

$$c(P_3) := 2u_1 u_2 \sqrt{P_1 - P_3} \sqrt{P_2 - P_3} \quad (4.13)$$

La Ecuación (4.14) es el intervalo de operación de la tubería.

$$\forall P_3 : 0 < P_3 < \min \{P_1, P_2\} \quad (4.14)$$

La Ecuación (4.15) verifica que $C(P_3)$ es decreciente.

$$\frac{\partial c(P_3)}{\partial P_3} = 2u_1 u_2 \left(\frac{\sqrt{P_1 - P_3}}{\sqrt{P_2 - P_3}} + \frac{\sqrt{P_2 - P_3}}{\sqrt{P_1 - P_3}} \right) < 0 \quad (4.15)$$

La Ecuación (4.16) muestra el rango de $C(P_3)$.

$$0 < c(P_3) < 2u_1 u_2 \sqrt{P_1 P_2} \quad (4.16)$$

La Figura 4.3 muestra a las funciones y mostrando las características previamente descritas, donde muestra de manera gráfica la solución de la Ecuación (4.9).

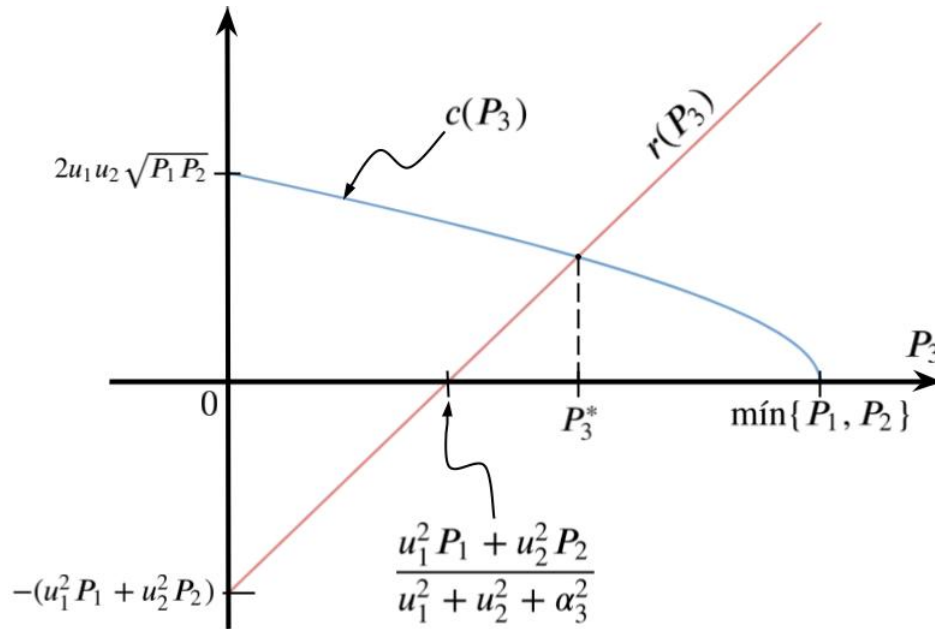


Figura 4.3: Gráfica de la solución para P_3 en el intervalo de operación.

A su vez, en la Figura 4.3 se aprecia que P_3^* es la única solución posible para la Ecuación (4.17), es decir, cuando se cumple la Ecuación (4.18).

$$r(P_3) = c(P_3) \quad (4.17)$$

$$P_3 = P_3^* \quad (4.18)$$

Siendo P_3^* , una generalidad referente al valor de P_3 que vuelve iguales a $r(P_3)$ y $c(P_3)$.

Por el dominio de operación y los rangos correspondientes de $c(P_3)$ y $r(P_3)$, se pueden concluir dos cosas asociadas a la existencia de la solución para P_3 :

1. La solución para P_3 está dentro del intervalo expresado en la Ecuación (4.16) y es mostrada en la Ecuación (4.19).

$$\frac{u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2}{u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2} < P_3 < \min \{P_1, P_2\} \quad (4.19)$$

2. Para que la solución exista, las válvulas conjuntamente con las presiones deben satisfacer la desigualdad mostrada en la Ecuación (4.20).

$$\frac{u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2}{u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2} < \min \{P_1, P_2\} \quad (4.20)$$

4.2.1. Algoritmo de solución numérica para la presión tres

El algoritmo en ecuaciones de diferencias expresado en el sistema en la Ecuación (4.21), es una representación propuesta para el método de solución numérica por punto medio o de bisección presentado en la Ecuación (3.15).

$$\Sigma_{SN} : \begin{cases} \begin{bmatrix} P_{3_{k+1}} \\ \bar{P}_{3_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_{3_k} + \bar{P}_{3_k}}{2} \\ \bar{P}_{3_k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{P_{3_k}}{2} \\ \frac{P_{3_k} - \bar{P}_{3_k}}{2} \end{bmatrix} \cdot \sigma \left(h \left(\frac{P_{3_k} + \bar{P}_{3_k}}{2} \right) \right) \\ \tilde{P}_{3_k} = \frac{P_{3_k} + \bar{P}_{3_k}}{2} \end{cases} \quad (4.21)$$

donde

$$\sigma(\rho_B) = \begin{cases} 1, & \rho_B \geq 0 \\ 0, & \rho_B < 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

σ - Función binaria que define si ρ_B es mayor o igual que cero, con un 1;

y con un 0 si $h(P_3)$ es negativa.

\tilde{P}_{3_k} - Valor medio superior e inferior de la aproximación para P_3 en la iteración k .

\overline{P}_{3_k} - Valor superior de la aproximación para P_3 en la iteración k .

\underline{P}_{3_k} - Valor inferior de la aproximación para P_3 en la iteración k .

La igualdad de la Ecuación (4.9) que se desea solucionar, está redefinida en el algoritmo de la Ecuación (4.21) como muestra la Ecuación (4.23).

$$h(P_3) = c(P_3) - r(P_3) \quad (4.23)$$

es decir

$$h(P_3) \cong 0 \quad (4.24)$$

Si se utiliza el algoritmo mostrado en la Ecuación (4.21), y se seleccionan las condiciones iniciales del algoritmo como muestran las Ecuaciones (4.25) y (4.26).

$$\underline{P}_{3_0} = \frac{u_1^2 P_1 + u_2^2 P_2}{u_1^2 + u_2^2 + \alpha_3^2} \quad (4.25)$$

$$\overline{P}_{3_0} = \min \{P_1, P_2\} \quad (4.26)$$

Entonces la Ecuación (4.27) muestra cuando \tilde{P}_{3_k} converge a la solución.

$$P_3^* = \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{P}_{3_k} \quad (4.27)$$

4.3. Un Modelo algebraico diferencial del sistema

Si el modelo dinámico que se acopla al modelo de las tuberías y las válvulas, consiste en un par de tanques, de área transversal A , de modo que la presión P_1 la provee el primer tanque, y la presión P_2 el segundo tanque, como se muestra en Ecuación (4.28).

$$P_i = \beta x_i, \quad i = 1, 2 \quad (4.28)$$

donde

x_1 - Nivel del tanque uno.

x_2 - Nivel del tanque dos.

$\beta = 9,806.38 \frac{kg}{m^2 s^2}$ - Cuando el líquido es agua.

Entonces el sistema algebraico diferencial es mostrado en la Ecuación (4.29), para el sistema mostrado en la Figura 4.4.

$$\Sigma_H : \begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{u_1}{A_1} \sqrt{\beta x_1 - P_3} \\ \dot{x}_2 = -\frac{u_2}{A_2} \sqrt{\beta x_2 - P_3} \\ 0 = -\alpha_s \sqrt{P_3} + u_1 \sqrt{\beta x_1 - P_3} + u_2 \sqrt{\beta x_2 - P_3} \\ y_H = u_1 \sqrt{\beta x_1 - P_3} + u_2 \sqrt{\beta x_2 - P_3} \end{cases} \quad (4.29)$$

El sistema tiene dos ecuaciones dinámicas que representan el comportamiento del nivel de líquido de cada tanque, una ecuación algebraica, cuya solución define la presión P_3 . Las variables manipuladas de entrada son la configuración de apertura de las válvulas u_1 y u_2 . El flujo q_3 es la salida del sistema, para

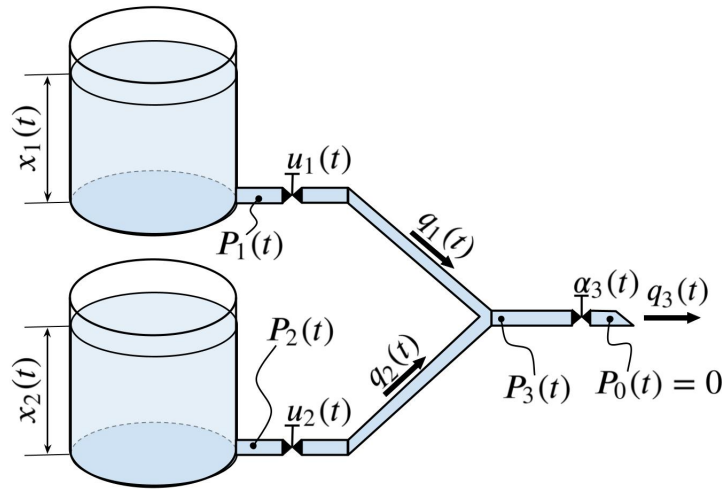


Figura 4.4: Esquema del sistema hidráulico algebraico diferencial.

denotar este hecho se redefine como y_T , por tanto $y_T = q_3$.

4.3.1. Algoritmo para simular el sistema algebraico diferencial del sistema hidráulico

Los pasos para llevar a cabo la simulación del sistema presentado en la Ecuación (4.29) como se realizaron en este trabajo son descritos a continuación:

Paso 1 Configurar los parámetros del sistema, condiciones iniciales del sistema, el tiempo t de simulación donde $0 \leq t_j \leq t$, el paso de integración δ y la tolerancia al error $\varepsilon = 0.001$.

Paso 2 $j = 1$

Paso 3 Si $j\delta \geq t$, entonces ir al Paso 18, si no ir al Paso 4.

Paso 4 $t_j = (j - 1)\delta$

Paso 5 Evaluar las funciones en t_j , para $u_1(t_j)$ y $u_2(t_j)$.

Paso 6 $k = 1$

Paso 7 $P_i(t_k) := \beta x_i(t_k); \quad i = 1, 2$

Paso 8 Si $\frac{u_1^2(t_k)P_1(t_k)+u_2^2(t_k)P_2(t_k)}{u_1^2(t_k)+u_2^2(t_k)+\alpha_3^2} > \min \{P_1(t_k), P_2(t_k)\}$ entonces ir al Paso 17, no hay solución para P_3 o alguna presión es cero; si no, ir al Paso 9.

Paso 9 Si $|c(P_{3k}) - r(P_{3k})| > \varepsilon$ entonces ir al Paso 14; si no, ir al Paso 10.

Paso 10 Calcular $\begin{bmatrix} \bar{P}_{3k+1} \\ \underline{P}_{3k+1} \end{bmatrix}$ como se muestra en la Ecuación (4.21).

Paso 11 $k := k + 1$

Paso 12 $\tilde{P}_{3k} = \frac{\bar{P}_{3k} + \underline{P}_{3k}}{2}$

Paso 13 Regresar al Paso 9.

Paso 14 $P_3(t_j) := \tilde{P}_{3k}$

Paso 15 Calcular $\begin{bmatrix} x_{1k+1} \\ x_{2k+1} \end{bmatrix}$ con el método de integración numérica que se haya escogido para la parte diferencial del sistema mostrado en la Ecuación (4.29).

Paso 16 $j := j + 1$

Paso 17 Ir al paso 3.

Paso 18 Fin.

4.4. Modelo hidráulico del sistema

El modelo hidráulico presentado en la Ecuación (4.29) es suficiente para describir la parte hidráulica del sistema, pero este estima flujos volumétricos y el acoplamiento con la parte térmica del sistema requiere flujos másicos, por lo que es necesario incluir a los flujos másicos como se muestra en la Ecuación (4.30).

$$\Sigma_{H_{conTQ}} : \begin{cases} \dot{x}_i = -\frac{u_i}{A_i} \sqrt{\beta x_i - P_3} \\ 0 = -\alpha_3 \sqrt{P_3} + u_1 \sqrt{\beta x_1 - P_3} + u_2 \sqrt{\beta x_2 - P_3} \\ \dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \\ \dot{m}_i = \rho u_i \sqrt{\beta x_i - P_3} \\ y_H = \frac{\dot{m}_3}{\rho} \end{cases} \quad (4.30)$$

donde

$$i = 1, 2 \quad (4.31)$$

El diagrama a bloques del modelo hidráulico mostrado en la Figura 4.5 corresponde a la Ecuación (4.30). En este diagrama pueden apreciarse las retroalimentaciones dentro del modelo, así como la transición de flujo volumétrico a flujo másico.

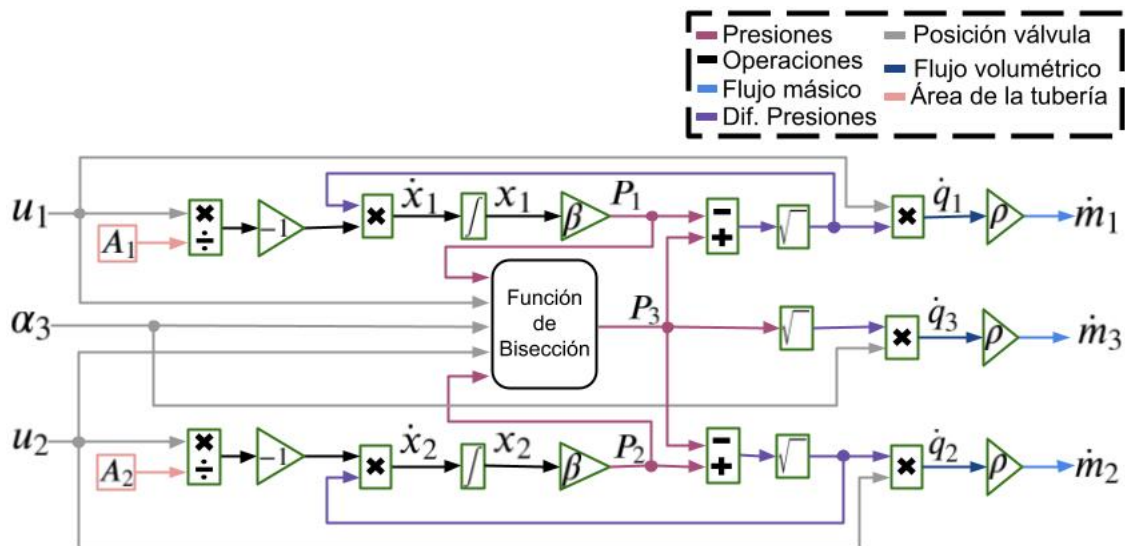


Figura 4.5: Diagrama a bloques del modelo hidráulico del sistema.

Para el modelo hidráulico presentado en la Ecuación (4.30) se consideró que

las presiones en los tubos uno y dos eran suministradas por un par de tanques, pero la fuente de dichas presiones podrían ser entradas exógenas al sistema, por lo que el modelo estaría dado como se muestra en la Ecuación (4.32).

$$\Sigma_H : \begin{cases} 0 = -\alpha_3 \sqrt{P_3} + u_1 \sqrt{P_1 - P_3} + u_2 \sqrt{P_2 - P_3} \\ \dot{m}_3 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 \\ \dot{m}_i = \rho u_i \sqrt{P_i - P_3} \\ y_H = \frac{\dot{m}_3}{\rho} \end{cases} \quad (4.32)$$

donde

$$i = 1, 2 \quad (4.33)$$

4.5. Conclusión del capítulo cuatro

En este capítulo se planteó el desarrollo paso a paso del modelo matemático de la parte hidráulica del sistema de confluencia de dos flujos de agua. Se presentan dos modelos, el primero considera que las presiones de entrada son proporcionadas por un par de tanques acoplados al sistema de confluencia, mientras que el segundo trata a dichas presiones como exógenas al sistema.

Se puede apreciar en los modelos presentados en las Ecuaciones (4.30) y (4.32) que la parte hidráulica del sistema no está afectado por la parte térmica. Se infiere que esto se debe a que el fluido considerado es agua y de ser otro el fluido se debe considerar si existe o no un cambio en la viscosidad del mismo ante un cambio en la temperatura.

5. Modelado de la parte térmica del sistema de confluencia de dos flujos

En este capítulo se desarrolla el modelo térmico del sistema, de tal manera que considere pérdidas de calor en las tres tuberías mientras que considera la confluencia puntual, así mismo el modelo determina la temperatura de salida a partir de las temperaturas de entrada, la temperatura ambiente y el modelo de pérdida de calor de una tubería.

5.1. Análisis térmico de una tubería

El balance de energía mostrado en la Ecuación (5.1), muestra en el primer término del lado izquierdo la energía entrante a la tubería y el segundo es el flujo de calor que gana o pierde la tubería, el cual llamaremos pérdida, mientras que del lado derecho se encuentran la energía a la salida de la tubería. Dicha tubería es mostrada en la Figura 5.1.

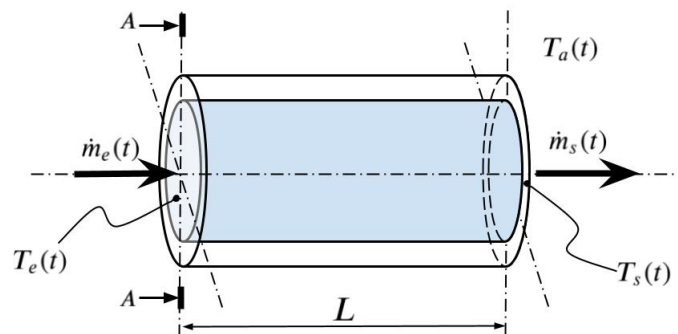


Figura 5.1: Diagrama de una tubería.

$$\dot{m}_e(t)h(T_e(t)) - q_r(t) = \dot{m}_s(t)h(T_s(t)) \quad (5.1)$$

donde:

$\dot{m}_e(t)$ - Flujo másico a la entrada de la tubería.

$\dot{m}_s(t)$ - Flujo másico a la salida de la tubería.

$h(T_e(t))$ - Entalpía a la entrada de la tubería.

$h(T_s(t))$ - Entalpía a la salida de la tubería.

q_r - Pérdida de calor de la tubería.

Si se considera el principio de continuidad, el flujo másico entra será igual al que sale, por tanto, se define el flujo másico como muestra la Ecuación (5.2).

$$\dot{m}(t) := \dot{m}_e(t) = \dot{m}_s(t) \quad (5.2)$$

Entonces al aplicar la Ecuación (5.2) en la (5.1) y despejar la entalpía de salida correspondiente a la temperatura de salida, como se muestra en la Ecuación (5.3).

$$h(T_s(t)) = \frac{\dot{m}(t)h(T_e(t)) - q_r(t)}{\dot{m}(t)} \quad (5.3)$$

Finalmente, para determinar la temperatura a la salida del tubo se ejemplifica con la abstracción mostrada en la Ecuación (5.4).

$$T_s(t) = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}(t)h(T_e(t)) - q_r(t)}{\dot{m}(t)} \right) \quad (5.4)$$

Para resolver la Ecuación (5.4) falta por definir la pérdida de calor de la tubería y la inversa de la entalpía, estos son desarrollados en las dos siguientes secciones inmediatas.

5.2. Modelo de la pérdida de calor en una tubería

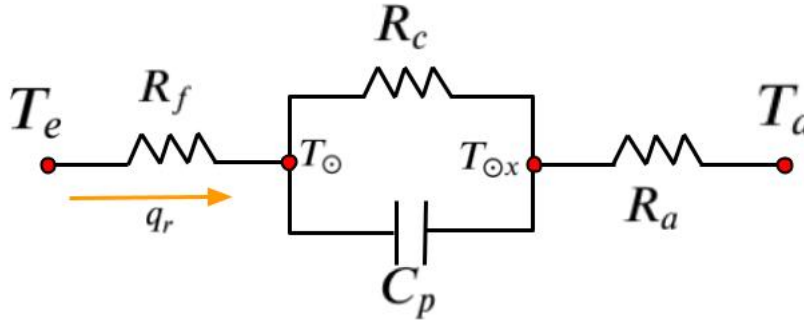


Figura 5.2: Equivalencia eléctrica de una tubería

donde:

q_r - Flujo de calor de la tubería.

T_a - Temperatura ambiente.

T_e - Temperatura del fluido a la entrada de la tubería.

T_{\odot} - Temperatura superficial interna de la tubería.

$T_{\odot x}$ - Temperatura superficial externa de la tubería.

C_p - Capacidad calorífica de la tubería.

R_c - Resistencia por conducción de la tubería.

R_f - Resistencia por convección del fluido hacia la tubería.

R_a - Resistencia mixta de la tubería hacia el medio ambiente.

Si en un tubo fluye un líquido a una temperatura T_e , y en el exterior del tubo está la temperatura ambiente T_a y se considera la tubería como de parámetros concentrados, entonces su comportamiento sería como el que tendrán las tuberías del sistema de confluencia trabajado. Por lo anterior, es posible realizar una equivalencia dinámica eléctrica que defina el comportamiento de

la temperatura del tubo en parámetros concentrados como el mostrado en la Figura 5.2.

La Ecuación (5.5) determina el flujo de calor de la tubería o dicho de otra manera las pérdidas de calor, si la dirección considerada para el flujo es positiva, de ser negativa se consideraría que la dirección es invertida y la tubería estaría ganando calor.

$$q_r(t) = \frac{T_{\odot}(t) - T_e(t)}{R_f} \quad (5.5)$$

Entonces para resolver la Ecuación (5.5) es necesario determinar la temperatura superficial interna T_{\odot} , ya que se conoce la temperatura del fluido y se determina la resistencia por convección R_f , por la Ecuación (3.22).

Para determinar T_{\odot} es posible utilizar el teorema de superposición porque se consideró que la tubería es de parámetros concentrados. Entonces por el teorema de superposición habrá dos efectos sobre la temperatura, T_{\odot} . El primero cuando se considere $T_a = 0$ y el segundo cuando $T_e = 0$, luego se suman ambos efectos para determinar T_{\odot} .

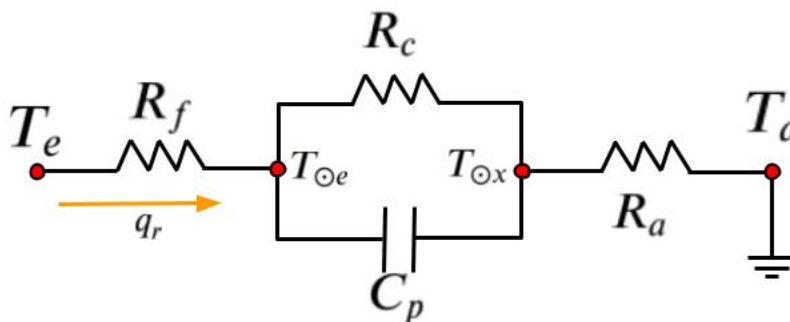


Figura 5.3: Circuito equivalente de una tubería cuando $T_a = 0$.

Primero se calcula T_{\odot} cuando $T_a = 0$; entonces se define a la temperatura de la superficie interna de la tubería para este cálculo como $T_{\odot e}$. La asignación del valor de la temperatura ambiente en cero se muestra gráficamente en la Figura 5.3.

Si se pasa el circuito de la Figura 5.3 al dominio de Laplace, se transforma en el primer circuito de la Figura 5.4, el cual es simplificado en el segundo circuito y finalmente se reduce hasta un divisor de voltaje en el último circuito de la Figura 5.4, a través del cual se determinará $T_{\odot e}$, es decir, la temperatura de la superficie interna de la tubería cuando solo es afectada por la temperatura del fluido.

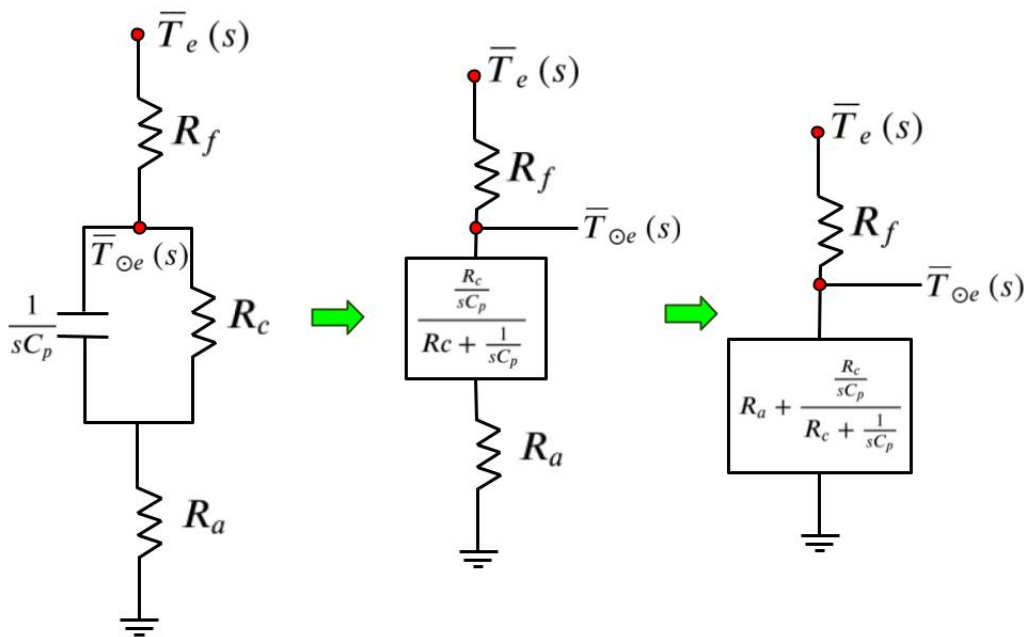


Figura 5.4: Circuito en el dominio de Laplace cuando $T_a = 0$ y reducido hasta un divisor de voltaje

Entonces, la equivalencia eléctrica que se pasó al dominio de Laplace y luego se redujo, puede ser resuelto como un divisor de voltaje, como se muestra en

la Ecuación (5.6).

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{R_a + \frac{\frac{R_c}{sC_p}}{R_c + \frac{1}{sC_p}}}{R_f + R_a + \frac{\frac{R_c}{sC_p}}{R_c + \frac{1}{sC_p}}} \bar{T}_e(s) \quad (5.6)$$

Se procede a simplificar la Ecuación (5.6) para ello, primeramente se simplifica el término común en el numerador y denominador, como muestra la Ecuación (5.7) y se reescribe la Ecuación (5.6) considerando la Ecuación (5.7) como muestra la Ecuación (5.8).

$$\frac{\frac{R_c}{sC_p}}{R_c + \frac{1}{sC_p}} = \frac{\frac{R_c}{sC_p}}{\frac{sC_p R_c + 1}{sC_p}} = \frac{R_c}{sC_p R_c + 1} \quad (5.7)$$

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{R_a + \frac{R_c}{sC_p R_c + 1}}{R_f + R_a + \frac{R_c}{sC_p R_c + 1}} \bar{T}_e(s) \quad (5.8)$$

Se opera para simplificar de la Ecuación (5.9) a la (5.11).

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{\frac{R_a}{1} + \frac{R_c}{sC_p R_c + 1}}{\frac{R_f + R_a}{1} + \frac{R_c}{sC_p R_c + 1}} \bar{T}_e(s) \quad (5.9)$$

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{\frac{sC_p R_c R_a + R_a + R_c}{sC_p R_c + 1}}{\frac{(R_f + R_a)sC_p R_c + R_f + R_a + R_c}{sC_p R_c + 1}} \bar{T}_e(s) \quad (5.10)$$

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{sC_p R_c R_a + R_a + R_c}{(R_f + R_a) sC_p R_c + R_f + R_a + R_c} \bar{T}_e(s) \quad (5.11)$$

Se despeja el término de mayor orden del denominador como muestran las Ecuaciones (5.12) y (5.13) para determinar la temperatura superficial interna cuando $T_a = 0$.

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{s \frac{C_p R_c R_a}{(R_f + R_a) C_p R_c} + \frac{R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}}{s + \frac{R_f + R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}} \bar{T}_e(s) \quad (5.12)$$

$$\bar{T}_{\odot e}(s) = \frac{s \frac{R_a}{R_f + R_a} + \frac{R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}}{s + \frac{R_f + R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}} \bar{T}_e(s) \quad (5.13)$$

Ahora se determinará el segundo efecto en T_{\odot} , es decir, cuando $T_e = 0$ como se muestra en la Figura 5.5 y se pasa el circuito al dominio de Laplace y se simplifica el circuito hasta obtener un divisor de tensión como se muestra en la Figura 5.6.

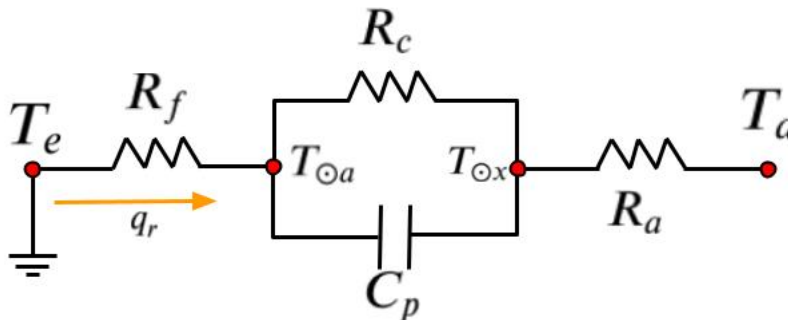


Figura 5.5: Circuito equivalente a una tubería cuando $T_f = 0$.

Del último diagrama de la Figura 5.6 se obtiene la Ecuación (5.14) que es la temperatura superficial de la parte interna de la tubería cuando $T_e = 0$.

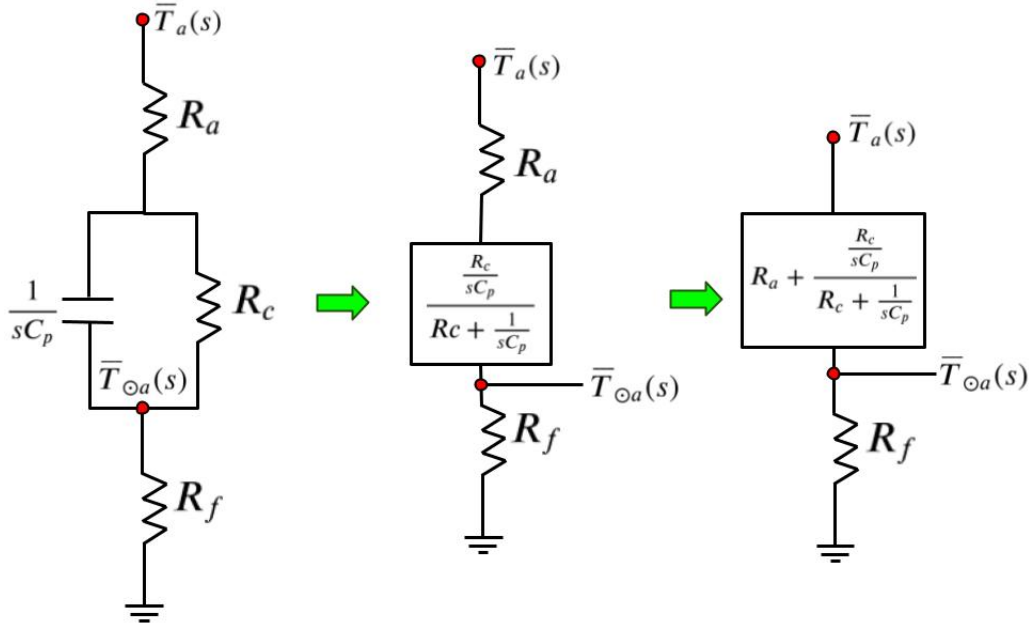


Figura 5.6: Circuito en el dominio de Laplace cuando $T_f = 0$ y reducido hasta un divisor de voltaje

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{R_f}{R_f + R_a + \frac{\frac{R_c}{sC_p}}{R_c + \frac{1}{sC_p}}} \bar{T}_a(s) \quad (5.14)$$

Se simplifica la Ecuación (5.14), de la Ecuación (5.15) a la Ecuación (5.18).

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{R_f}{R_f + R_a + \frac{R_c}{sC_p R_c + 1}} \bar{T}_a(s) \quad (5.15)$$

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{R_f}{\frac{R_f + R_a}{1} + \frac{R_c}{sC_p R_c + 1}} \bar{T}_a(s) \quad (5.16)$$

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{\frac{R_f}{1}}{\frac{(R_f + R_a)sC_p R_c + R_f + R_a + R_c}{sC_p R_c + 1}} \bar{T}_a(s) \quad (5.17)$$

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{C_p R_c R_f s + R_f}{(R_f + R_a) C_p R_c s + R_f + R_a + R_c} \bar{T}_a(s) \quad (5.18)$$

Se opera para despejar el término de mayor orden del denominador como se muestra la Ecuación (5.19).

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{\frac{C_p R_c R_f}{(R_f + R_a) C_p R_c} s + \frac{R_f}{(R_f + R_a) C_p R_c}}{\frac{(R_f + R_a) C_p R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c} s + \frac{R_f + R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}} \bar{T}_a(s) \quad (5.19)$$

Finalmente, se simplifica para determinar la temperatura superficial interna de la tubería cuando $T_e = 0$ en la Ecuación (5.20).

$$\bar{T}_{\odot a}(s) = \frac{\frac{R_f}{R_f + R_a} s + \frac{R_f}{(R_f + R_a) C_p R_c}}{s + \frac{R_f + R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}} \bar{T}_a(s) \quad (5.20)$$

Entonces por el teorema de superposición está dada por la suma de $\bar{T}_{\odot e}$ y $\bar{T}_{\odot a}$, como muestra la Ecuación (5.21).

$$\bar{T}_{\odot}(s) = \bar{T}_{\odot e}(s) + \bar{T}_{\odot a}(s) \quad (5.21)$$

o bien

$$\bar{T}_{\odot}(s) = \frac{\frac{R_a}{R_f + R_a} s + \frac{R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}}{s + \frac{R_f + R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}} \bar{T}_e(s) + \frac{\frac{R_f}{R_f + R_a} s + \frac{R_f}{(R_f + R_a) C_p R_c}}{s + \frac{R_f + R_a + R_c}{(R_f + R_a) C_p R_c}} \bar{T}_a(s) \quad (5.22)$$

Para simplificar la notación se debe tener presente que la resistencia mixta

R_a depende de la temperatura superficial interna y la temperatura ambiente, como se mostró en la Ecuación (3.23), que a su vez dependen del tiempo, por lo que se considera que la dependencia final de esta resistencia es el tiempo, pero se debe tener presente su dependencia directa. Por lo anterior, las simplificaciones mostradas de la Ecuación (5.23) a la (5.27) dependen del tiempo, ya que todas están afectadas por R_a .

$$n_1(t) := \frac{R_a(T_{\odot}, T_a)}{R_f + R_a(T_{\odot}, T_a)} \quad (5.23)$$

$$n_0(t) := \frac{R_a(T_{\odot}, T_a) + R_c}{(R_f + R_a(T_{\odot}, T_a)) C_p R_c} \quad (5.24)$$

$$b_0(t) := \frac{R_f + R_a(T_{\odot}, T_a) + R_c}{(R_f + R_a(T_{\odot}, T_a)) C_p R_c} \quad (5.25)$$

$$m_1(t) := \frac{R_f}{R_f + R_a(T_{\odot}, T_a)} \quad (5.26)$$

$$m_0(t) := \frac{R_f}{(R_f + R_a(T_{\odot}, T_a)) C_p R_c} \quad (5.27)$$

Se sustituye en la Ecuación (5.22) la notación simplificada sin su dependencia porque su propósito es aligerar la notación, es decir, de la Ecuación (5.23) a la (5.27) como muestra la Ecuación (5.28).

$$\bar{T}_{\odot}(s) = \frac{n_1 s + n_0}{s + b_0} \bar{T}_e(s) + \frac{m_1 s + m_0}{s + b_0} \bar{T}_a(s) \quad (5.28)$$

Se opera para simplificar:

$$\bar{T}_{\odot}(s) = \frac{(n_1s + n_0)\bar{T}_e(s) + (m_1s + m_0)\bar{T}_a(s)}{s + b_0} \quad (5.29)$$

La Ecuación (5.29) muestra a la temperatura de la superficie interna de la tubería en el dominio de Laplace, por lo que es necesario pasarla a dominio del tiempo para poder utilizarla para calcular la pérdida de calor de la tubería dada por la Ecuación (5.5), primeramente se realiza la operación mostrada en la Ecuación (5.30).

$$\bar{T}_{\odot}(s)(s + b_0) = (n_1s + n_0)\bar{T}_e(s) + (m_1s + m_0)\bar{T}_a(s) \quad (5.30)$$

Se regresa al dominio del tiempo y se quita la dependencia para simplificar la notación en la Ecuación (5.31) y se coloca explícitamente la derivada en la Ecuación (5.32).

$$\dot{T}_{\odot} + b_0T_{\odot} = n_1\dot{T}_e + n_0T_e + m_1\dot{T}_a + m_0T_a \quad (5.31)$$

$$\frac{d}{dt}T_{\odot} + b_0T_{\odot} = \frac{d}{dt}n_1T_e + n_0T_e + \frac{d}{dt}m_1T_a + m_0T_a \quad (5.32)$$

Se agrupan términos semejantes como se muestra en la Ecuación (5.33).

$$\frac{d}{dt} \left[T_{\odot} \quad -n_1T_e \quad -m_1T_a \right] = -b_0T_{\odot} + n_0T_e + m_0T_a \quad (5.33)$$

O bien

$$\begin{bmatrix} 1 & -n_1 & -m_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_{\odot} \\ T_e \\ T_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_0 & n_0 & m_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\odot} \\ T_e \\ T_a \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

Para facilitar el análisis de la Ecuación (5.34), se define la variable auxiliar z cuya derivada es el lado izquierdo de la igualdad, como muestran las Ecuaciones (5.35) y (5.36), y recuperando la dependencia del tiempo de las variables.

$$\dot{z} := \begin{bmatrix} 1 & -n_1(t) & -m_1(t) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} T_{\odot}(t) \\ T_e(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

$$z := \begin{bmatrix} 1 & -n_1(t) & -m_1(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\odot}(t) \\ T_e(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

De las Ecuaciones (5.34), (5.35) y (5.36) se deriva el diagrama mostrado en la Figura 5.7. El cual es una manera simplificada de ver la interacción entre estas tres ecuaciones.

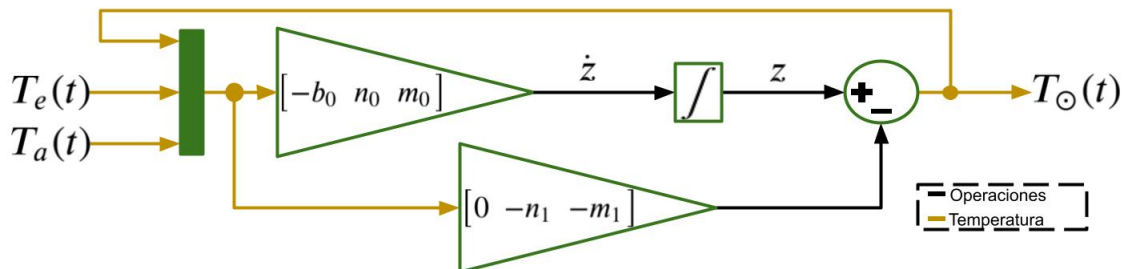


Figura 5.7: Diagrama del cálculo de la temperatura de la superficie interna de la tubería.

Ahora se define la condición inicial de la variable auxiliar z , para ello se recupera la dependencia de la resistencia mixta, como se muestra en la Ecuación (5.37).

$$z(0) := \begin{bmatrix} 1 & -n_1(T_{\odot}(0), T_a(0)) & -m_1(T_{\odot}(0), T_a(0)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\odot}(0) \\ T_e(0) \\ T_a(0) \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Por propósitos prácticos se considera $T_a(0) = T_{\odot}(0)$ por tanto la condición inicial para la variable auxiliar z como muestra la Ecuación (5.38).

$$z(0) := \begin{bmatrix} 1 & -n_1(T_a(0), T_a(0)) & -m_1(T_a(0), T_a(0)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_a(0) \\ T_e(0) \\ T_a(0) \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Entonces, la temperatura de la superficie interna de la tubería y el modelo del flujo o la pérdida de calor son mostrados en las Ecuaciones (5.39) y (5.40) respectivamente, en las que se retira la dependencia del tiempo. La Ecuación (5.39) se construyó con base en las Ecuaciones (5.35) y (5.36) y la Ecuación (5.40) con base en las Ecuaciones (5.5) y (5.39).

$$\Sigma_{\Delta T_{\odot}} : \begin{cases} \dot{z} = -b_0 T_{\odot} + n_0 T_e + m_0 T_a \\ T_{\odot} = z - n_1 T_e - m_1 T_a \end{cases} \quad (5.39)$$

$$\Sigma_{\Delta E} : \begin{cases} \dot{z} = -b_0(z - n_1 T_e - m_1 T_a) + n_0 T_e + m_0 T_a \\ q_r = \frac{1}{R_f}(z - n_1 T_e - m_1 T_a - T_e) \end{cases} \quad (5.40)$$

Para que lo anterior se aplique a cada una de las tuberías solo es necesario agregar el subíndice referente a la tubería en cuestión, como muestran las Ecuaciones (5.41) y (5.42).

$$\Sigma_{\Delta T_{\odot\eta}} : \begin{cases} \dot{z}_\eta = -b_{0\eta}T_{\odot\eta} + n_{0\eta}T_{e\eta} + m_{0\eta}T_a \\ T_{\odot\eta} = z_\eta - n_{1\eta}T_{e\eta} - m_{1\eta}T_a \end{cases} \quad (5.41)$$

$$\Sigma_{\Delta E_\eta} : \begin{cases} \dot{z}_\eta = -b_{0\eta}z_\eta + (n_{0\eta} + b_{0\eta}n_{1\eta})T_{e\eta} + (m_{0\eta} + b_{0\eta}m_{1\eta})T_a \\ q_{r\eta} = \frac{1}{R_{f\eta}}z_\eta - \frac{n_{1\eta}+1}{R_{f\eta}}T_{e\eta} - \frac{m_{1\eta}}{R_{f\eta}}T_a \end{cases} \quad (5.42)$$

donde

$$\eta = 1, 2, 3$$

O bien agrupando las Ecuaciones (5.41) y (5.42), recuperando la dependencia del tiempo y utilizando notación matricial, la pérdida de calor para cada una de las tres tuberías del sistema está definida por la Ecuación (5.43).

$$\Sigma_{\Delta E_\eta} : \begin{cases} \dot{z}_\eta = -b_{0\eta}(t)z_\eta + \begin{bmatrix} n_{0\eta}(t) + b_{0\eta}(t)n_{1\eta}(t) \\ m_{0\eta}(t) + b_{0\eta}(t)m_{1\eta}(t) \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} T_{e\eta}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \\ q_{r\eta}(t) = \frac{1}{R_{f\eta}}z_\eta - \begin{bmatrix} \frac{1+n_{1\eta}(t)}{R_{f\eta}} & \frac{m_{1\eta}(t)}{R_{f\eta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e\eta}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.43)$$

donde

$$\eta = 1, 2, 3$$

5.3. Modelo directo e inverso de la entalpía de agua subenfriada

Para resolver la Ecuación (5.4) se utilizó la Tabla 5.1 que muestra la relación entre la temperatura, primera columna, y la entalpía, segunda columna [52], a la relación de estas se le añade la pendiente que existe entre cada uno de los puntos que forman cada pareja de datos. Al colocar los pares de datos formados por los valores de temperatura y entalpía de la Tabla 5.1 en una gráfica resulta la Figura 5.8. En la cual podemos observar que se forma una aparente línea recta entre los puntos, que es lo mismo que sugería el cálculo de la pendiente mostrado en la Tabla 5.1, por lo cual es posible aproximar la pendiente con la Ecuación (5.44).

$$h(T) = a_2T^2 + a_1T + a_0 \quad (5.44)$$

donde

$h(T)$ - Entalpía.

T - Temperatura.

a_2 , a_1 y a_0 - Constantes.

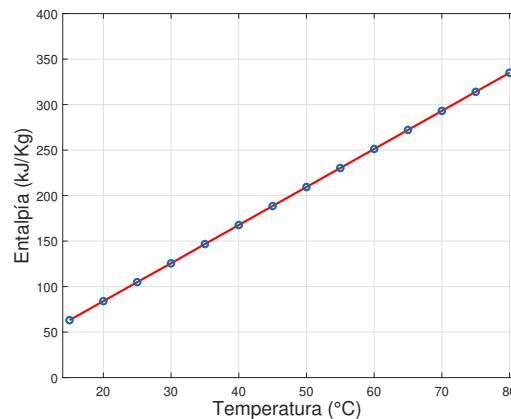


Figura 5.8: Valores de temperatura y entalpía de agua subenfriada

Temperatura [°C]	Entalpía [$\frac{kJ}{Kg}$]	Pendiente
15	63.0787	4.18327
20	84.0128	4.18298
25	104.9290	4.18295
30	125.5833	4.18816
35	146.7305	4.18357
40	167.6240	4.18418
45	188.5171	4.18498
50	209.4127	4.18596
55	230.3135	4.18711
60	251.2225	4.18844
65	272.1421	4.18995
70	293.0705	4.19163
75	314.0239	4.19349
80	334.9913	—

Tabla 5.1: Relación de la temperatura y la entalpía.

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} 63.0787 \\ 84.0128 \\ 104.9290 \\ 125.5833 \\ 146.7305 \\ 167.6240 \\ 188.5171 \\ 209.4127 \\ 230.3135 \\ 251.2225 \\ 272.1421 \\ 293.0705 \\ 314.0239 \\ 334.9913 \end{bmatrix} ; M = \begin{bmatrix} 225 & 15 & 1 \\ 400 & 20 & 1 \\ 625 & 25 & 1 \\ 900 & 30 & 1 \\ 1225 & 25 & 1 \\ 1600 & 40 & 1 \\ 2025 & 45 & 1 \\ 2500 & 50 & 1 \\ 3025 & 55 & 1 \\ 3600 & 60 & 1 \\ 4225 & 65 & 1 \\ 4900 & 70 & 1 \\ 5625 & 75 & 1 \\ 6400 & 80 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Se procede a determinar el valor de las constantes a desconocidas, considerando que se desea conocer la relación con la entalpía para todos los valores de temperatura para el agua subenfriada. Para ello se utiliza el arreglo matricial mostrado en la Ecuación (5.45) que utiliza los pares de datos conocidos de la temperatura y la entalpía mostrados en la Tabla 5.1.

Las matrices de la Ecuación (5.45) pueden ser ordenados junto al vector de los valores desconocidos como se muestra en la Ecuación (5.46).

$$\vec{h} = M \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (5.46)$$

Se utiliza la pseudoinversa [13] para determinar el valor de las constantes desconocidas a_i , como se muestra en la Ecuación (5.47).

$$(M^T M)^{-1} M^T \vec{h} = \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} \quad (5.47)$$

Entonces al resolver la Ecuación (5.47) da como resultado los coeficientes a_2 , a_1 y a_0 , de la Ecuación (5.44), dichos coeficientes son mostrados en la Ecuación (5.48).

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000081 \\ 4.17497 \\ 0.44771 \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

Para comprobar que la función cuadrática propuesta en la Ecuación (5.44) aproxima los valores de la entalpía ante una temperatura dada con los valores de los coeficientes mostrados en la Ecuación (5.48), se construye la Tabla 5.2 que toma los valores de temperatura de la Tabla 5.1 en la primera columna, en la segunda columna muestra los valores de entalpía calculados con la Ecuación (5.44) y en la tercer columna la diferencia entre los valores de la entalpía de la Tabla 5.1 y los calculados. Al analizar los datos proporcionados por la Tabla 5.2 se observa que el error es de decimales, por lo que se concluye que la aproximación es satisfactoria.

Temperatura [°C]	Entalpía [$\frac{kJ}{Kg}$]	Error
15	63.0906	+0.0119
20	83.9797	-0.0331
25	104.8729	-0.0561
30	125.7701	+0.1868
35	146.6714	-0.0591
40	167.5768	-0.0472
45	188.4862	-0.0309
50	209.3997	-0.0130
55	230.3172	+0.0037
60	251.2389	+0.0164
65	272.1645	+0.0225
70	293.0943	+0.0193
75	314.0281	+0.0042
80	334.9659	-0.0254

Tabla 5.2: Cálculo directo de la entalpía con la Ecuación (5.44).

Como se utilizó una ecuación cuadrática para aproximar los valores de la entalpía respecto a los valores de temperatura, se puede utilizar la solución general de una ecuación cuadrática escalar para aproximar la temperatura a

partir de la entalpía, es decir, la inversa de la entalpía. Dicha aproximación inversa es mostrada en la Ecuación (5.49).

$$h^{-1}(h_T) = \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 + 4a_2(a_0 - h_T)}}{2a_2} \quad (5.49)$$

Para comprobar que la inversa de la entalpía es suficiente para determinar la temperatura a partir de la entalpía, se construye la Tabla 5.3. Las dos primeras columnas de esta tabla contienen los valores de entalpía y temperatura presentados en la Tabla 5.1.

Entalpía [$\frac{kJ}{Kg}$]	Temperatura [$^{\circ}C$]	Temperatura (h^{-1}) [$^{\circ}C$]	Error
63.0787	15	14.9971	-0.0029
84.0128	20	20.0079	+0.0079
104.9290	25	25.0134	+0.0134
125.5833	30	29.9553	-0.0447
146.7305	35	35.0141	+0.0141
167.6240	40	40.0113	+0.0113
188.5171	45	45.0074	+0.0074
209.4127	50	50.0031	+0.0031
230.3135	55	54.9991	-0.0009
251.2225	60	59.9961	-0.0039
272.1421	65	64.9946	-0.0054
293.0705	70	69.9954	-0.0046
314.0239	75	74.9990	-0.0010
334.9913	80	80.0061	+0.0061

Tabla 5.3: Cálculo de la temperatura con de la inversa de la entalpía mostrada en la Ecuación (5.49).

La tercera columna de la Tabla 5.3 muestra los valores de temperatura que fueron determinados con la Ecuación (5.49), es decir, con la inversa de la entalpía. Finalmente, la cuarta columna muestra la diferencia entre la segunda y la tercera columna.

La diferencia entre la temperatura aproximada por la inversa de la entalpía y

la temperatura asociada al valor de la entalpía es de centésimas, por lo cual se concluye que la aproximación es suficiente para resolver la inversa de la entalpía.

5.4. Análisis térmico del sistema

Los análisis desarrollados anteriormente en esta sección, serán aplicados al sistema mostrado en la Figura 4.2 para su análisis térmico, dicho sistema consta de dos tuberías que convergen en una sola a través para finalmente desembocar en la tubería de salida. Las tuberías de entrada son llamadas tubería uno y tubería dos, la tubería de salida es la tubería tres y la unión de esta es la tubería de confluencia. El diagrama térmico de dicho sistema es mostrado en la Figura 5.9.

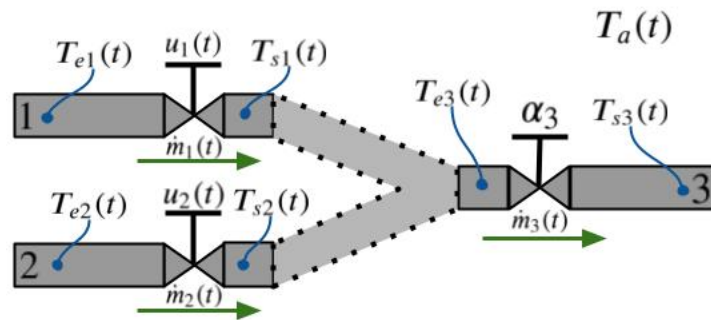


Figura 5.9: Tuberías del sistema desde la perspectiva térmica.

Se realiza el análisis térmico del sistema tubería por tubería, primeramente las dos tuberías de entrada, después la tubería de confluencia, la cual es considerada puntual, es decir, sin pérdidas de calor, luego la tubería de salida y finalmente se construirá el modelo térmico del sistema, esto apoyándose de los desarrollos realizados en las tres subsecciones anteriores a esta.

5.4.1. Tubería de entrada uno

El balance de energía para la primera tubería del sistema mostrado en la Figura 4.2 es mostrado en la Ecuación (5.50). De la cual se despeja la entalpía en la salida de la tubería en la Ecuación (5.51) y se opera para simplificar la Ecuación (5.52).

$$\dot{m}_1(t)h(T_{e1}(t)) - q_{r1}(t) = \dot{m}_1(t)h(T_{s1}(t)) \quad (5.50)$$

$$h(T_{s1}(t)) = \frac{\dot{m}_1(t)h(T_{e1}(t)) - q_{r1}(t)}{\dot{m}_1(t)} \quad (5.51)$$

$$h(T_{s1}(t)) = h(T_{e1}(t)) - \frac{q_{r1}(t)}{\dot{m}_1(t)} \quad (5.52)$$

Finalmente, la Ecuación (5.53) expresa la temperatura de salida de la tubería de entrada uno. En la cual se utiliza la abstracción h^{-1} para referir el uso de la Ecuación (5.49) para obtener T_{s1} .

$$T_{s1}(t) = h^{-1} \left(h(T_{e1}(t)) - \frac{q_{r1}(t)}{\dot{m}_1(t)} \right) \quad (5.53)$$

La Ecuación (5.53) es mostrada en forma de diagrama de bloques en la Figura 5.10. En esta figura se muestran de manera gráfica las variables que serán suministradas a la tubería de confluencia por la tubería uno para poder realizar el análisis de esta posteriormente, en este diagrama se puede apreciar que en la tubería uno hay dos entradas, la temperatura de entrada uno T_{e1} , y el flujo másico uno \dot{m}_1 , la perturbación de la temperatura ambiente T_a , y la

temperatura a la salida de la tubería uno T_{s1} , también se expresa la pérdida de calor a lo largo de la tubería q_{r1} .

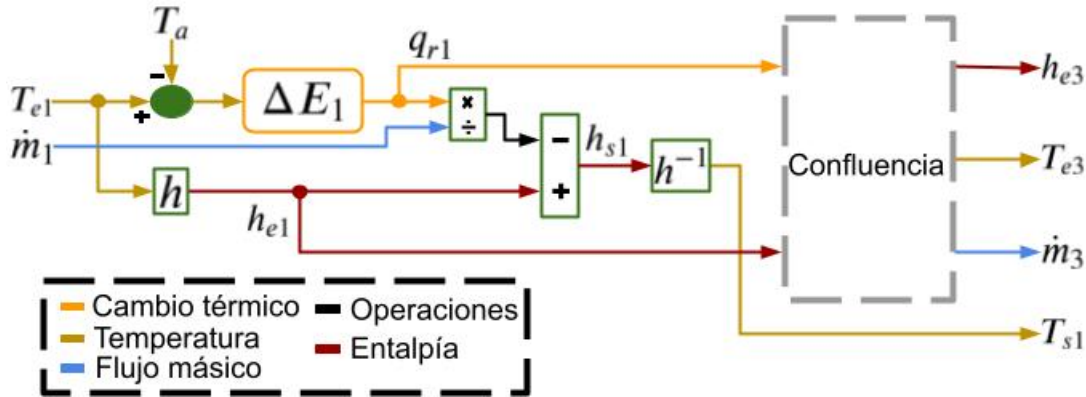


Figura 5.10: Diagrama a bloques del modelo térmico de la tubería uno.

5.4.2. Tubería de entrada dos

Se realiza el mismo procedimiento para la tubería de entrada dos. Primero, se presenta el balance de energía para la segunda tubería del sistema en la Ecuación (5.54), se despeja la entalpía en la salida de la tubería en la Ecuación (5.55) y se opera para simplificar la Ecuación (5.56).

$$\dot{m}_2(t)h(T_{e2}(t)) - q_{r2}(t) = \dot{m}_2(t)h(T_{s2}(t)) \quad (5.54)$$

$$h(T_{s2}(t)) = \frac{\dot{m}_2(t)h(T_{e2}(t)) - q_{r2}(t)}{\dot{m}_2(t)} \quad (5.55)$$

$$h(T_{s2}(t)) = h(T_{e2}(t)) - \frac{q_{r2}(t)}{\dot{m}_2(t)} \quad (5.56)$$

La Ecuación (5.56) proporciona el valor de la entalpía a la salida de la segunda tubería. La determinará la inversa de dicha entalpía, con la Ecuación

(5.49), se llega a la temperatura de salida de la tubería de entrada dos, este procedimiento se expresa con la abstracción mostrada en la Ecuación (5.57).

$$T_{s2}(t) = h^{-1} \left(h(T_{e2}(t)) - \frac{q_{r2}(t)}{\dot{m}_2(t)} \right) \quad (5.57)$$

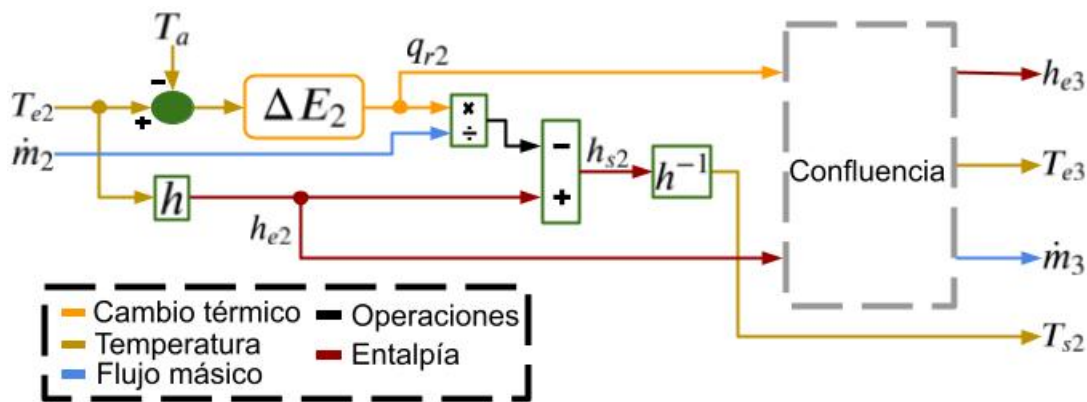


Figura 5.11: Diagrama a bloques del modelo térmico de la tubería dos.

El diagrama de bloques de la Figura 5.11 se muestran de manera gráfica las variables que serán suministradas a la tubería de confluencia por la tubería dos para poder realizar el análisis de esta posteriormente. Este diagrama a bloques corresponde a la Ecuación (5.57) y se puede apreciar que para la tubería dos hay dos entradas, la temperatura de entrada dos T_{e2} , y el flujo másico dos \dot{m}_2 , la perturbación de la temperatura ambiente T_a , y la temperatura a la salida de la tubería dos T_{s2} , también se expresa la pérdida de calor a lo largo de la tubería dos q_{r2} .

5.4.3. Tubería de confluencia

La tubería de confluencia se considera puntual, por tanto, sin pérdida de calor y considera las entalpías de salida de las tuberías uno y dos, Ecuaciones (5.52) y (5.56) respectivamente, como entradas para esta tubería. Entonces

el balance de energía de la confluencia de las tuberías uno y dos está dado por la Ecuación (5.58), como se ha considerado que el sistema cumple con la ecuación de continuidad, la suma de los flujos de entrada es igual al flujo de salida como muestra la Ecuación (5.59).

$$\dot{m}_3(t)h(T_{e3}) = \dot{m}_1(t)h(T_{s1}) + \dot{m}_2(t)h(T_{s2}) \quad (5.58)$$

$$\dot{m}_3(t) = \dot{m}_1(t) + \dot{m}_2(t) \quad (5.59)$$

Se despeja la entalpía a la salida de la confluencia, o bien, la entalpía a la entrada de la tubería tres de la Ecuación (5.58) en la Ecuación (5.60).

$$h(T_{e3}) = \frac{\dot{m}_1(t)h(T_{s1}) + \dot{m}_2(t)h(T_{s2})}{\dot{m}_3(t)} \quad (5.60)$$

Con el propósito de aligerar la notación se propone el siguiente cambio de notación en las Ecuaciones (5.61) y (5.62), para la entalpía del líquido a la entrada y a la salida para cada tubería del sistema, respectivamente.

$$h_{s\eta} := h(T_{s\eta}) \quad (5.61)$$

$$h_{e\eta} := h(T_{e\eta}) \quad (5.62)$$

donde

$$\eta = 1, 2, 3$$

η - Indicador de tubería.

h_e - Entalpía de entrada.

h_s - Entalpía de salida.

Se reescriben las Ecuaciones (5.52), (5.56) y (5.60) utilizando la nueva notación y retirando la dependencia del tiempo, esto en las Ecuaciones (5.63), (5.64) y (5.65), respectivamente.

$$h_{s1} = h_{e1} - \frac{q_{r1}}{\dot{m}_1} \quad (5.63)$$

$$h_{s2} = h_{e2} - \frac{q_{r2}}{\dot{m}_2} \quad (5.64)$$

$$h_{e3} = \frac{\dot{m}_1 h_{s1} + \dot{m}_2 h_{s2}}{\dot{m}_3} \quad (5.65)$$

Se sustituyen las Ecuaciones (5.63) y (5.65) en la Ecuación (5.65) para dar lugar a la Ecuación (5.66). La cual se desarrolla y reordena en la Ecuación (5.67).

$$h_{e3} = \frac{\dot{m}_1 \left(h_{e1} - \frac{q_{r1}}{\dot{m}_1} \right) + \dot{m}_2 \left(h_{e2} - \frac{q_{r2}}{\dot{m}_2} \right)}{\dot{m}_3} \quad (5.66)$$

$$h_{e3} = \frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2} - (q_{r1} + q_{r2})}{\dot{m}_3} \quad (5.67)$$

La Ecuación (5.68) expresa la abstracción que denota que se llega a la temperatura de entrada a la tubería tres a través de inversa de la entalpía, es decir, la Ecuación (5.49).

$$T_{e3} = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2} - (q_{r1} + q_{r2})}{\dot{m}_3} \right) \quad (5.68)$$

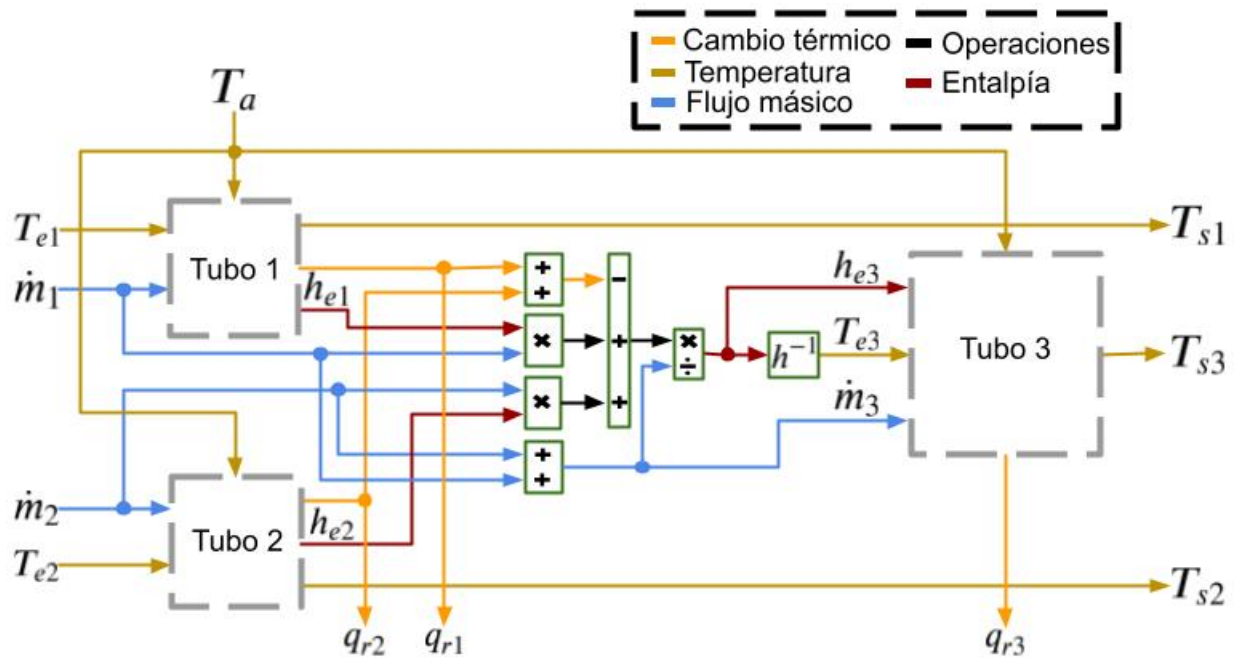


Figura 5.12: Diagrama a bloques del modelo térmico de la confluencia de las tuberías.

La Figura 5.12 muestra el diagrama de bloques para la interacción de las tuberías de entrada y salida con la tubería de confluencia. En la cual se aprecia que para este sistema se cuenta con cuatro entradas que son la temperatura a la entrada de la tubería uno T_{e1} , y dos T_{e2} , así como los flujos másicos respectivos \dot{m}_1 y \dot{m}_2 , la perturbación de la temperatura ambiente T_{e3} , y tres salidas que son las temperaturas de salidas en las tuberías uno T_{s1} , dos T_{s2} , y tres T_{s3} , así mismo se muestran las pérdidas en las tuberías uno q_{r1} , dos q_{r2} , y tres q_{r3} .

5.4.4. Tubería de salida

Se realiza el mismo procedimiento para la tercer tubería que se realizó en las dos tuberías de entrada, recordando que las entradas a esta tubería son las salidas de la tubería de confluencia. El balance de energía de la tubería tres está dado por la Ecuación (5.69).

$$\dot{m}_3 h_{s3} + q_{r3} = \dot{m}_1 h_{s1} + \dot{m}_2 h_{s2} \quad (5.69)$$

Se despeja la entalpía de salida de la Ecuación (5.69) en las Ecuaciones (5.70) y (5.71). En la Ecuación (5.72) se sustituye la Ecuación (5.65) en la (5.71).

$$\dot{m}_3 h_{s3} = \dot{m}_1 h_{s1} + \dot{m}_2 h_{s2} - q_{r3} \quad (5.70)$$

$$h_{s3} = \frac{\dot{m}_1 h_{s1} + \dot{m}_2 h_{s2} - q_{r3}}{\dot{m}_3} \quad (5.71)$$

o bien

$$h_{s3} = h_{e3} - \frac{q_{r3}}{\dot{m}_3} \quad (5.72)$$

Para dejar expresada la entalpía de salida en términos de las entradas se sustituyen las Ecuaciones (5.63) y (5.64) en la Ecuación (5.71) en la Ecuación (5.73) y se opera para simplificar y agrupar términos semejantes en la Ecuación (5.74).

$$h_{s3} = \frac{\dot{m}_1 \left(h_{e1} - \frac{q_{r1}}{\dot{m}_1} \right) + \dot{m}_2 \left(h_{e2} - \frac{q_{r2}}{\dot{m}_2} \right) - q_{r3}}{\dot{m}_3} \quad (5.73)$$

$$h_{s3} = \frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2} - (q_{r1} + q_{r2} + q_{r3})}{\dot{m}_3} \quad (5.74)$$

Finalmente, la temperatura de salida de la tubería tres está dada por la Ecuación (5.75) y está a su vez es resuelta por la Ecuación (5.49).

$$T_{s3} = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2} - (q_{r1} + q_{r2} + q_{r3})}{\dot{m}_3} \right) \quad (5.75)$$

La Figura 5.13 mantiene la estructura mostrada en la Figura 5.12, pero ahora mostrando la dinámica térmica de la tubería tres expresada en la Ecuación (5.75) y está a su vez es resuelta por la Ecuación (5.49).

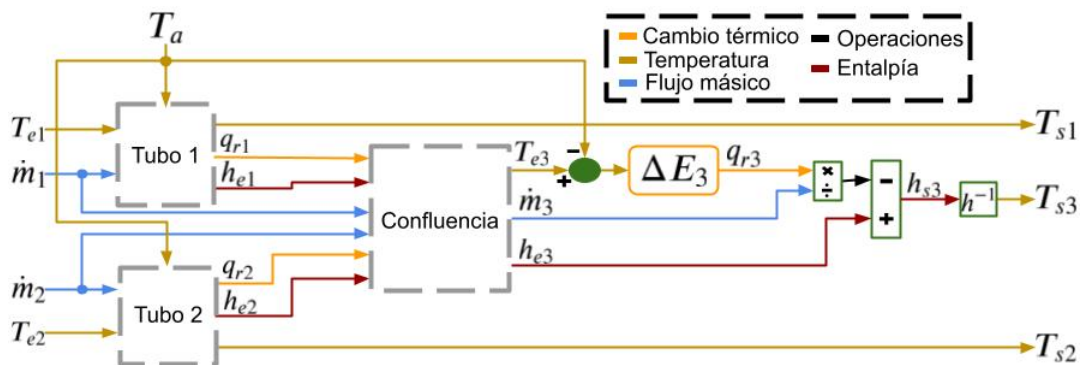


Figura 5.13: Diagrama a bloques del modelo térmico de la tubería tres.

5.5. Modelo térmico del sistema

La Figura 5.14 muestra el diagrama de bloques completo del sistema, es decir, la interconexión de los diagramas mostrados de la Figura 4.5 a la 5.13. Dichos diagramas fueron realizados siguiendo las ecuaciones del modelo matemático realizado para cada sección de tubería, para las cuales se buscó que dependieran de los parámetros de entrada a las tuberías uno y dos.

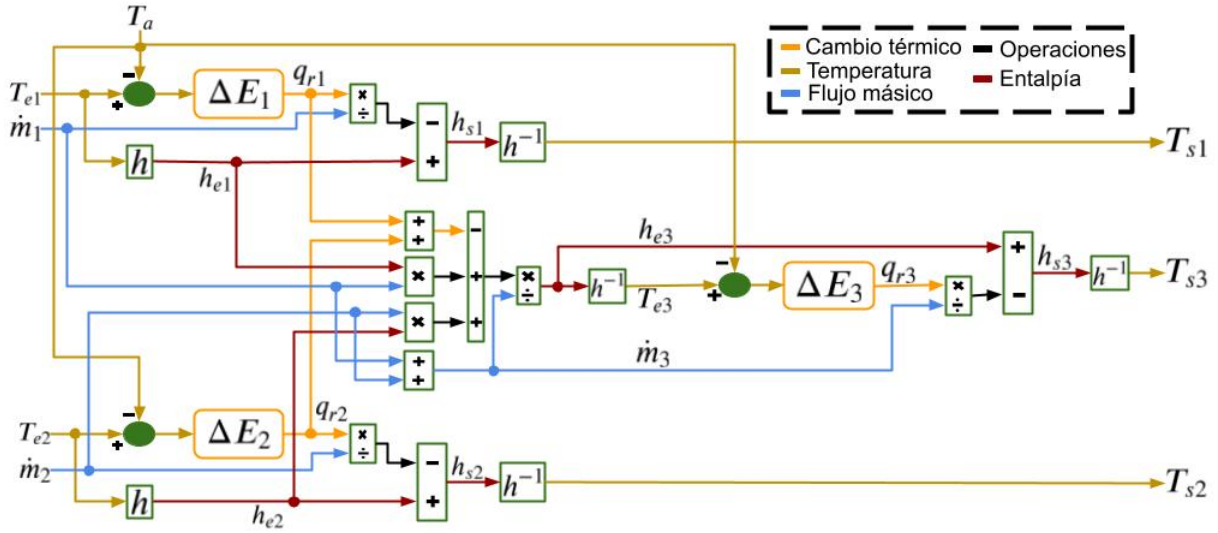


Figura 5.14: Diagrama a bloques del modelo térmico del sistema completo.

$$\Sigma_T : \begin{cases} \dot{q}_{r1}(t) = b_{01}(t)z_1 + \begin{bmatrix} n_{01}(t) - b_{01}(t)n_{11}(t) \\ m_{01}(t) + b_{01}(t)m_{11}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_{e1}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \\ \dot{q}_{r2}(t) = b_{02}(t)z_2 + \begin{bmatrix} n_{02}(t) - b_{02}(t)n_{12}(t) \\ m_{02}(t) + b_{02}(t)m_{12}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_{e2}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \\ \dot{q}_{r3}(t) = b_{03}(t)z_3 + \begin{bmatrix} n_{03}(t) - b_{03}(t)n_{13}(t) \\ m_{03}(t) + b_{03}(t)m_{13}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_{e3}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \\ T_{s1}(t) = h^{-1} \left(h_{e1} - \frac{q_{r1}(t)}{\dot{m}_1} \right) \\ T_{s2}(t) = h^{-1} \left(h_{e2} - \frac{q_{r2}(t)}{\dot{m}_2} \right) \\ T_{s3}(t) = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2} - (q_{r1}(t) + q_{r2}(t) + q_{r3}(t))}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \right) \\ y_T(t) = T_{s3}(t) \end{cases} \quad (5.76)$$

Entonces el modelo de la parte térmica del sistema está compuesto por las temperaturas de salida de cada tubería mostradas en las Ecuaciones (5.53), (5.57) y (5.75) y las pérdidas de calor de cada tubería denotado por la Ecuación

ción (5.43), y es mostrado en la Ecuación (5.76).

5.6. Conclusión del capítulo cinco

Los desarrollos planteados en este capítulo fueron requeridos para el desarrollo de un modelo térmico propio y con la generalidad suficiente para ser trasladado a otro sistema similar.

Aparte del modelo de la parte térmica, se presentaron dos submodelos que se encuentran dentro del mismo, estos son el modelo de la pérdida de calor de una tubería y el modelo directo e inverso de la entalpía. Dichos modelos son aportaciones interesantes al estudio de los fenómenos físicos presentados en este sistema.

El primer submodelo de la pérdida de calor considera el intercambio de calor por radiación con el medio ambiente, dando mayor precisión al cálculo de la pérdida de calor de una tubería. El segundo submodelo de la inversa de la entalpía permite que la instrumentación del sistema de confluencia sea más sencilla y económica al sustituir a los sensores de temperatura que debieran estar al final de las tuberías de entrada y al inicio de la tubería de salida.

6. Modelo térmico e hidráulico del sistema

En esta sección se presenta el modelo del sistema de confluencia de dos flujos de agua a diferentes temperaturas, para el cual se consideró que las variables manipuladas, es decir, las válvulas manipuladas, son accionadas por un actuador de primer orden, dicho actuador también se presenta en esta sección.

6.1. Acoplamiento de los modelos térmico e hidráulico del sistema

La Figura 6.1 muestra el acoplamiento entre los diagramas del modelo hidráulico y térmico, mostrados en las Figuras 4.5 y 5.14, respectivamente.

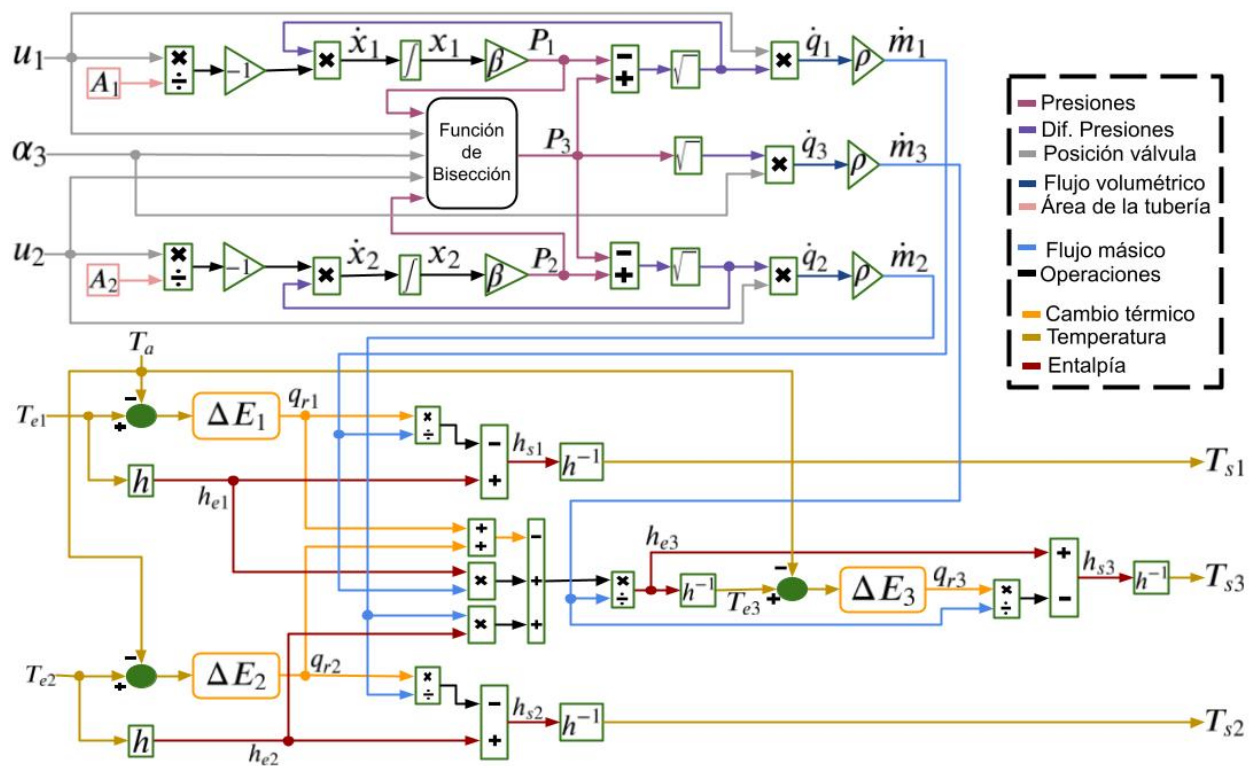


Figura 6.1: Diagrama a bloques del modelo completo del sistema.

El acoplamiento de los modelos térmico e hidráulico del sistema es mostrado

de manera más clara en la Figura 6.2, que además de mostrar el acoplamiento de los modelos resalta las entradas y salidas de cada modelo, así como las pérdidas del modelo térmico.

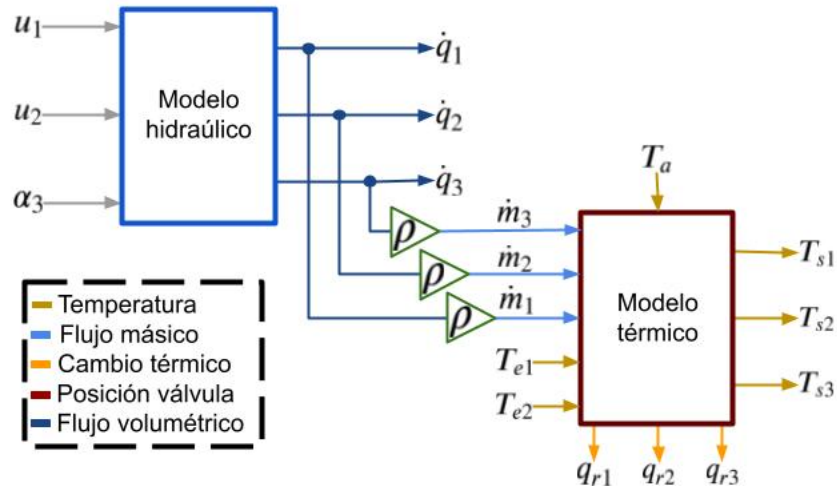


Figura 6.2: Diagrama a bloques del acoplamiento de los modelos térmico e hidráulico.

En la Figura 6.2 se muestra que el acoplamiento entre ambos modelos está dado por los flujos hidráulicos, mientras que el modelo hidráulico utiliza flujo volumétrico como salida de dicho modelo, el modelo térmico utiliza flujos mássicos como entradas para el mismo. Entonces, para unir ambos modelos solo es necesario convertir los flujos volumétricos proporcionados por el modelo hidráulico a flujos mássicos.

6.2. Modelo matemático del sistema

El modelo matemático del sistema está dado por la Ecuación (6.1) cuando la presión de entrada al sistema es suministrada por un par de tanques, es decir, el acoplamiento de los modelos hidráulico y térmico, Ecuaciones (4.30) y (5.76) respectivamente.

$$\Sigma_{S1} : \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_i = -\frac{u_i(t)}{A_i} \sqrt{\beta x_i(t) - P_3(t)} \\ 0 = -\alpha_s \sqrt{P_3(t)} + \begin{bmatrix} \sqrt{\beta x_1(t) - P_3(t)} \\ \sqrt{\beta x_2(t) - P_3(t)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \dot{m}_3 = \rho u_1(t) \sqrt{\beta x_1(t) - P_3(t)} + \rho u_2(t) \sqrt{\beta x_2(t) - P_3(t)} \\ \dot{m}_i = \rho u_i(t) \sqrt{\beta x_i(t) - P_3(t)} \\ y_H(t) = \dot{m}_3(t) \\ \dot{q}_{r\eta}(t) = b_{0\eta}(t) z_\eta + \begin{bmatrix} n_{0\eta}(t) - b_{0\eta}(t) n_{1\eta}(t) \\ m_{0\eta}(t) + b_{0\eta}(t) m_{1\eta}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_{e\eta}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \\ T_{si}(t) = h^{-1} \left(h_{ei}(t) - \frac{q_{ri}(t)}{\dot{m}_i} \right) \\ T_{s3}(t) = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1}(t) + \dot{m}_2 h_{e2}(t) - (q_{r1}(t) + q_{r2}(t) + q_{r3}(t))}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \right) \\ y_T(t) = T_{s3}(t) \end{array} \right. \quad (6.1)$$

donde

$$\begin{aligned} \eta &= 1, 2, 3 \\ i &= 1, 2 \end{aligned}$$

Pero si las presiones de entrada se consideran exógenas al sistema, entonces la primera ecuación del sistema presentado en la Ecuación (6.1) es retirada, es decir, la dinámica dada por los tanques a la entrada del sistema y las presiones para la tubería de entrada uno y dos son representadas explícitamente por P_1 y P_2 , respectivamente.

$$\Sigma_{s2} : \left\{ \begin{array}{l} 0 = -\alpha_s \sqrt{P_3(t)} + \begin{bmatrix} \sqrt{P_1(t) - P_3(t)} \\ \sqrt{P_2(t) - P_3(t)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \dot{m}_3(t) = \rho u_1(t) \sqrt{P_1(t) - P_3(t)} + \rho u_2(t) \sqrt{P_2(t) - P_3(t)} \\ \dot{m}_i(t) = \rho u_i(t) \sqrt{P_i(t) - P_3(t)} \\ y_H(t) = \frac{\dot{m}_3(t)}{\rho} \\ \dot{q}_{r\eta}(t) = b_{0\eta}(t) z_\eta + \begin{bmatrix} n_{0\eta}(t) - b_{0\eta}(t) n_{1\eta}(t) \\ m_{0\eta}(t) + b_{0\eta}(t) m_{1\eta}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_{e\eta}(t) \\ T_a(t) \end{bmatrix} \\ T_{si}(t) = h^{-1} \left(h_{ei}(t) - \frac{q_{ri}(t)}{\dot{m}_i} \right) \\ T_{s3}(t) = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1}(t) + \dot{m}_2 h_{e2}(t) - (q_{r1}(t) + q_{r2}(t) + q_{r3}(t))}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \right) \\ y_T(t) = T_{s3}(t) \end{array} \right. \quad (6.2)$$

donde

$$\begin{aligned} \eta &= 1, 2, 3 \\ i &= 1, 2 \end{aligned}$$

Si además de considerar las presiones y temperaturas de entrada como exógenas, se considera que estas al igual que la temperatura ambiente son constantes, entonces el sistema estará dado por la Ecuación (6.3).

$$\Sigma_{s3} : \left\{ \begin{array}{l} 0 = -\alpha_s \sqrt{P_3(t)} + \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3(t)} \\ \sqrt{P_2 - P_3(t)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \dot{m}_3(t) = \rho u_1(t) \sqrt{P_1 - P_3(t)} + \rho u_2(t) \sqrt{P_2 - P_3(t)} \\ \dot{m}_i(t) = \rho u_i(t) \sqrt{P_i - P_3(t)} \\ y_H(t) = \dot{m}_3(t) \\ \dot{q}_{r\eta}(t) = b_{0\eta}(t) z_\eta + \begin{bmatrix} n_{0\eta}(t) - b_{0\eta}(t) n_{1\eta}(t) \\ m_{0\eta}(t) + b_{0\eta}(t) m_{1\eta}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_{e\eta} \\ T_a \end{bmatrix} \\ T_{si}(t) = h^{-1} \left(h_{ei} - \frac{q_{ri}(t)}{\dot{m}_i} \right) \\ T_{s3}(t) = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2} - (q_{r1}(t) + q_{r2}(t) + q_{r3}(t))}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \right) \\ y_T(t) = T_{s3}(t) \end{array} \right. \quad (6.3)$$

donde

$$\begin{aligned} \eta &= 1, 2, 3 \\ i &= 1, 2 \end{aligned}$$

Y si al modelo del sistema de confluencia presentado en la Ecuación (6.3) se considera sin pérdidas de calor, entonces el modelo del sistema es redefinido por la Ecuación (6.4).

$$\Sigma_{s4} : \begin{cases} 0 = -\alpha_s \sqrt{P_3(t)} + \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3(t)} \\ \sqrt{P_2 - P_3(t)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \dot{m}_3 = \rho u_1(t) \sqrt{P_1 - P_3(t)} + \rho u_2(t) \sqrt{P_2 - P_3(t)} \\ \dot{m}_i = \rho u_i(t) \sqrt{P_i - P_3(t)} \\ y_H(t) = \dot{m}_3(t) \\ T_{si}(t) = h^{-1}(h_{ei}) \\ T_{s3}(t) = h^{-1} \left(\frac{\dot{m}_1 h_{e1} + \dot{m}_2 h_{e2}}{\dot{m}_1 + \dot{m}_2} \right) \\ y_T(t) = T_{s3}(t) \end{cases} \quad (6.4)$$

donde

$$\begin{aligned} \eta &= 1, 2, 3 \\ i &= 1, 2 \end{aligned}$$

Las simplificaciones mostradas de las Ecuaciones (6.2) a la (6.4) del sistema de la Ecuación (6.1) fueron realizadas para mostrar que un mismo sistema puede ser planteado por diferentes modelos, en este caso cada vez que se añaden consideraciones al modelo del sistema este se simplificaba cada vez más. El segundo propósito de presentar estos modelos es probar en todos ellos el controlador propuesto, que se desarrolla en un capítulo posterior.

Así mismo, se señala que la diferencia entre estos cuatro modelos son las consideraciones planteadas a los mismos, por tanto, todos los modelos son correctos, pero los dos primeros se asemejan más al sistema físico, cuya única diferencia es si consideran a la presión hidráulica a la entrada de las tuberías como una presión exógena o no.

6.3. Modelo propuesto del actuador

Se considera la Figura 6.3 como base para el modelo de actuador para las válvulas uno y dos, en esta figura se muestra un actuador de primer orden, para cada una de las válvulas. Y el modelo matemático que define el cambio en la posición de la válvula es representado por la Ecuación (6.5).

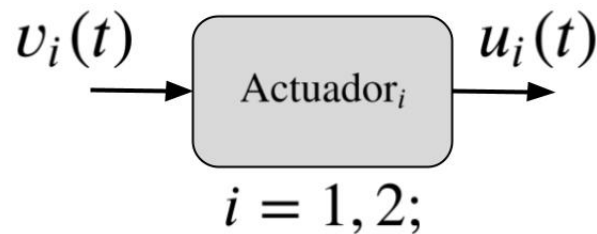


Figura 6.3: Diagrama a bloques del modelo de un actuador de primer orden.

$$\Sigma_{Act_i} : \begin{cases} \dot{x}_{Act_i}(t) = -\frac{1}{\tau}x_{Act_i}(t) + \frac{1}{\tau}v_i(t) \\ u_i(t) = x_{Act_i}(t) \end{cases} ; \quad i = 1, 2 \quad (6.5)$$

donde

τ - Constante de tiempo del actuador. Siendo un modelo que tiene una duración del transitorio de 5 constantes de tiempo.

v - Posición deseada de la válvula.

u - Posición de la válvula.

\dot{x}_{Act} - Variable de estado auxiliar.

Cuando la posición deseada o real de la válvula es igual a cero, esta se considera totalmente cerrada, mientras que cuando es igual a uno se considera totalmente abierta, pero por cuestiones de simulación las válvulas no pueden

ser cero, pero si tender a cero. Por tanto, el rango de ambas posiciones es el mostrado en la Ecuación (6.6), el cual se asegura con una función lineal saturada.

$$\begin{aligned} 0 < v_i(t) &\leq 1 \\ 0 < u_i(t) &\leq 1 \end{aligned} \quad i = 1, 2; \quad (6.6)$$

Este actuador de primer orden pretende asemejar el comportamiento de un servomotor, el cual se considera como **LTI** (Linear Time-Invariant), es decir, lineal e invariante en el tiempo.

Este actuador fue añadido para dar mayor realismo a la simulación del sistema, por lo cual puede ser retirado cuando no sirva para representar la realidad del actuador físico, que manipula las válvulas. Es decir, cuando la transición de las válvulas de la posición real a la deseada sea o muy rápida o muy lenta en comparación del actuador físico, en cuyo caso se recomendaría replantear la simulación del actuador para que asemeje al actuador físico.

6.4. Conclusión del capítulo seis

En este capítulo se plantea el fuerte acoplamiento que existe de la parte térmica del sistema con la parte hidráulica, ya que para determinar los cambios de temperatura que sufre el fluido dentro del sistema de confluencia es requerido el flujo de dicho fluido. Este acoplamiento es mostrado de manera gráfica y matemática.

En cuanto al modelo que comprende ambas partes, se plantean cuatro maneras de representar al sistema físico. La variación de dichas presentaciones

depende de cuanto se quiera asemejar el modelo matemático con el sistema físico.

Dentro de las consideraciones que aportan realismos al modelo se encuentra el transitorio proporcionado por el movimiento del actuador, es por eso que en este capítulo se menciona el modelo del actuador utilizado en este trabajo de tesis.

7. Diseño del controlador

En esta sección se desarrolla el controlador propuesto para el sistema, el cual está basado en el modelo matemático del mismo, así mismo se presenta un control PID para que compita con el controlador propuesto.

Antes de comenzar el desarrollo de los controladores se debe conocer cuales son las salidas del sistema que se desea controlar, es decir, las variables controladas del sistema, y las variables manipuladas, es decir, las variables que puede usar el controlador para obtener el resultado deseado. En este caso las variables controladas son flujo de salida $y_H = q_3$ y temperatura de salida $y_T = T_{s3}$, y las variables manipuladas son las posiciones de las válvulas de entrada u_1 y u_2 . Así mismo se nombran las salidas deseadas como T_d para la temperatura deseada y q_d para el flujo volumétrico deseado.

7.1. Diseño del controlador para regulación de flujo y temperatura

Los controladores por regulación presentados en esta sección fueron contruidos con base en el modelo térmico e hidráulico del sistema. por lo que es pertinente retomar las ecuaciones de salida del sistema. Para el flujo de salida se expresa la Ecuación (7.1) que considera las Ecuaciones (4.5) y (4.8).

$$q_3 = u_1 \sqrt{P_1 - P_3} + u_2 \sqrt{P_2 - P_3} \quad (7.1)$$

Y para la temperatura de salida se plantea la Ecuación (7.2), en la cual se despeja el término que contiene la entalpía de salida h_{s3} de la Ecuación (5.69), se utiliza entalpía de salida y no temperatura de salida porque T_{s3} es calculada a través de la inversa de la entalpía. Así mismo se utiliza la igualdad

expresada en la Ecuación (3.6), para expresar el flujo másico de salida como flujo volumétrico, ya que el flujo de salida deseado es flujo volumétrico.

$$\rho h_{s3} q_3 = \dot{m}_1 h_{s1} + \dot{m}_2 h_{s2} - q_{r3} \quad (7.2)$$

7.1.1. Controlador para el sistema sin pérdidas de calor

El primer controlador presentado se nombró a_1 y se realizó considerando que el sistema se encuentra en estado estable y sin pérdidas de calor, es decir, el sistema presentado en la Ecuación (6.4). Entonces se formulan las Ecuaciones (7.1) y (7.2) considerando lo anterior y que el flujo deseado es q_d y la entalpía deseada es $h(T_d)$, en las Ecuaciones (7.3) y (7.4).

$$q_d = q_1 + q_2 \quad (7.3)$$

$$\rho h(T_d) q_d = \rho h_{e1} q_1 + \rho h_{e1} q_2 \quad (7.4)$$

Se simplifica la Ecuación (7.4) en la Ecuación (7.5).

$$h(T_d) q_d = h_{e1} q_1 + h_{e1} q_2 \quad (7.5)$$

Se colocan las Ecuaciones (7.3) y (7.5) en forma matricial en la Ecuación (7.6).

$$\begin{bmatrix} q_d \\ h(T_d) q_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3} & \sqrt{P_2 - P_3} \\ h_{e1} \sqrt{P_1 - P_3} & h_{e1} \sqrt{P_2 - P_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

o bien

$$\begin{bmatrix} q_d \\ h(T_d)q_d \end{bmatrix} = M_c \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

donde

$$M_c = \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3} & \sqrt{P_2 - P_3} \\ h_{e1}\sqrt{P_1 - P_3} & h_{e2}\sqrt{P_2 - P_3} \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

Como lo que se busca determinar son las posiciones de las válvulas que proporcionen las salidas deseadas, entonces se procede a despejar el vector de las aperturas de las válvulas, para lo cual es necesario pre-multiplicar por la inversa de M_c ambos lados de la Ecuación (7.7) como se muestra en la Ecuación (7.9).

$$M_c^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ h(T_d)q_d \end{bmatrix} = M_c^{-1} M_c \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

Se simplifica la Ecuación (7.9) y se reordena en la Ecuación (7.10).

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = M_c^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ h(T_d)q_d \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

La Ecuación (7.10) es un control en lazo abierto libre de pérdidas. Como dicho controlador contiene la inversa de la matriz M_c se debe comprobar que dicha inversa no contenga singularidades y de haberlas en qué casos se darían, para esto se debe sacar el determinante de M_c . Si $\det \{M_c\} \neq 0$ entonces no hay singularidades, pero si $\det \{M_c\} = 0$ existen singularidades. El determinante

de la matriz M_c es expresado en la Ecuación (7.11).

$$\det \{M_c\} = \sqrt{P_1 - P_3} h_{e2} \sqrt{P_2 - P_3} - \sqrt{P_2 - P_3} h_{e1} \sqrt{P_1 - P_3} \quad (7.11)$$

Entonces para que existan singularidades la Ecuación (7.12) debe ser cierta, por tanto, la Ecuación (7.13) también lo será.

$$0 = \sqrt{P_1 - P_3} h_{e2} \sqrt{P_2 - P_3} - \sqrt{P_2 - P_3} h_{e1} \sqrt{P_1 - P_3} \quad (7.12)$$

$$\sqrt{P_1 - P_3} h_{e2} \sqrt{P_2 - P_3} = \sqrt{P_2 - P_3} h_{e1} \sqrt{P_1 - P_3} \quad (7.13)$$

De la Ecuación (7.13) se puede inferir que existen dos posibles casos en los que $\det \{M_c\} = 0$.

1. Cuando las entalpías de entrada sean iguales, es decir, $h_{e1} = h_{e2}$. Dicho de otra forma, las temperaturas de entrada son iguales $T_{e1} = T_{e2}$.
2. Cuando una o ambas presiones de entrada sean iguales a la presión tres, es decir, $P_1 = P_3$ o $P_2 = P_3$. Esta situación puede darse por dos razones, la primera: uno o ambos tanques que suministran el fluido y generan las presiones están vacíos, y en segundo lugar: cuando la tercer válvula α_3 está totalmente cerrada.

7.1.2. Controlador para el sistema con pérdidas de calor

El segundo controlador se nombró a_2 y se realizó considerando que el sistema se encuentra en estado estable y con pérdidas de calor, es decir, el sistema presentado en la Ecuación (6.3). En la Ecuación (7.14) se colocan las Ecuaciones

ciones (7.1) y (7.2) en formato matricial considerando que el flujo deseado es q_d y la entalpía deseada $h(T_d)$ está dada por la temperatura deseada T_d .

$$\begin{bmatrix} q_d \\ \rho h(T_d)q_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3} & \sqrt{P_2 - P_3} \\ \rho h_{s1}\sqrt{P_1 - P_3} & \rho h_{s2}\sqrt{P_2 - P_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ q_{r3} \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

o bien

$$\begin{bmatrix} q_d \\ \rho h(T_d)q_d \end{bmatrix} = M_{cp} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ q_{r3} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

donde

$$M_{cp} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3} & \sqrt{P_2 - P_3} \\ \rho h_{s1}\sqrt{P_1 - P_3} & \rho h_{s2}\sqrt{P_2 - P_3} \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

De la Ecuación (7.17) a la (7.19) se despeja el vector de las posiciones de las válvulas de entrada.

$$\begin{bmatrix} q_d \\ \rho h(T_d)q_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ q_{r3} \end{bmatrix} = M_{cp} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

$$M_{cp}^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ \rho h(T_d)q_d + q_{r3} \end{bmatrix} = M_{cp}^{-1} M_{cp} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (7.18)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = M_{cp}^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ \rho h(T_d)q_d + q_{r3} \end{bmatrix} \quad (7.19)$$

La Ecuación (7.19) es un control en lazo abierto tomando en cuenta las pérdi-

das. Siempre que hay la inversa de una matriz puede haber singularidades, por esto se expresa el determinante de la matriz $M_{c\rho}$ en la Ecuación (7.20), se iguala a cero en la Ecuación (7.21) y se reordena en la Ecuación (7.22).

$$\det \{M_{c\rho}\} = \sqrt{P_1 - P_3}\rho h_{s2}\sqrt{P_2 - P_3} - \sqrt{P_2 - P_3}\rho h_{s1}\sqrt{P_1 - P_3} \quad (7.20)$$

$$0 = \sqrt{P_1 - P_3}\rho h_{s2}\sqrt{P_2 - P_3} - \sqrt{P_2 - P_3}\rho h_{s1}\sqrt{P_1 - P_3} \quad (7.21)$$

$$\sqrt{P_1 - P_3}\rho h_{s2}\sqrt{P_2 - P_3} = \sqrt{P_2 - P_3}\rho h_{s1}\sqrt{P_1 - P_3} \quad (7.22)$$

Si el fluido en ambas tuberías es el mismo como en el sistema estudiado en este trabajo, la igualdad mostrada en la Ecuación (7.22) es cierta en los casos planteados a continuación.

1. $h_{s1} = h_{s2}$ por tanto $T_{s1} = T_{s2}$. Esto solo sería posible si se cumplen simultáneamente las dos condiciones siguientes:

a) Las temperaturas de entrada son iguales, $T_{e1} = T_{e2}$.

b) Se pierde la misma cantidad de calor en ambas tuberías, $q_{r1} = q_{r2}$.

2. $P_1 = P_3$ o $P_2 = P_3$

7.1.3. Análisis de los controladores de regulación de flujo y temperatura con y sin pérdidas de calor

En las Ecuaciones (7.23) y (7.24) se retoman los controladores a_1 y a_2 , respectivamente, pero sustituyendo las matrices M_c y $M_{c\rho}$ por las Ecuaciones (7.10) y (7.19) respectivamente. Así mismo, en este replanteamiento de los controladores se reescriben las entalpías de entrada y de salida, para que

muestren la temperatura a la que están asociadas. Esto se realiza con el propósito de analizar cada controlador a profundidad.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3} & \sqrt{P_2 - P_3} \\ h(T_{e1})\sqrt{P_1 - P_3} & h(T_{e2})\sqrt{P_2 - P_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ h(T_d)q_d \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{P_1 - P_3} & \sqrt{P_2 - P_3} \\ \rho h(T_{s1})\sqrt{P_1 - P_3} & \rho h(T_{s2})\sqrt{P_2 - P_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_d \\ \rho h(T_d)q_d + q_{r3} \end{bmatrix} \quad (7.24)$$

El controlador a_1 de la Ecuación (7.23), se desarrolló con base en el modelo de la Ecuación (6.4) y el controlador a_2 de la Ecuación (7.24), se desarrolló con base en el modelo de la Ecuación (6.3), es decir, que ambos controladores se desarrollaron con base en el modelo del sistema y la diferencia entre ambos radica en si considera que el sistema intercambia calor con el ambiente o no.

De manera general, ambos controladores son afectados cuando existen cambios en las presiones de entrada P_1 y P_2 , también, son afectadas por el algoritmo de bisección para el cálculo de la presión en la confluencia, P_3 .

De manera particular, el controlador a_1 depende del cálculo directo de las entalpías de entrada $h(T_{e1})$ y $h(T_{e2})$ respecto a las temperaturas de entrada T_{e1} y T_{e2} , que se realiza con la Ecuación (5.44). Así mismo, se señala que como se ha considerado que el líquido que fluye en ambas tuberías de entrada es el mismo, se puede retirar la densidad del fluido como un factor para este controlador, por ello si el fluido fuera distinto, la Ecuación (7.23) debería replantearse.

Respecto al controlador a_2 , este depende del cálculo directo de las entalpías de salida de las tuberías de entrada $h(T_{s1})$ y $h(T_{s2})$ respecto a las temperaturas de entrada T_{s1} y T_{s2} , que se realiza con la Ecuación (5.44). Como estamos trabajando con entalpías de salida, quiere decir que también depende del cálculo de las pérdidas de calor de las tuberías de entrada, q_{r1} y q_{r2} y a su vez también se requiere el cálculo de la pérdida de calor de la tubería de salida, q_{r3} .

La relación estrecha entre el modelo del sistema y los controladores, aunque con sus propias particularidades, señala una gran sensibilidad a los cambios del sistema y a su vez esta sensibilidad muestra una forma de perturbar al controlador a través de errores de medición en las variables de entrada del sistema.

7.2. Control PID

Con el propósito de obtener un controlador con el cual comparar el controlador regulador propuesto a_2 se plantea la elaboración de un control PID que tenga el mismo objetivo de control.

La elaboración de dicho control PID se divide en cuatro etapas de desarrollo. En las dos primeras se tiene como objetivo de control una de las dos salidas del sistema y en la tercera y cuarta la regulación simultánea de ambas salidas.

7.2.1. Control PID para regulación de flujo

En primera instancia se realiza un control PID para regular el flujo de salida del sistema. Este controlador se sintoniza con el método de Ziegler-Nichols en lazo abierto [30], de tal manera que las ganancias asociadas al mismo son empleadas para la construcción del PID que controla el flujo de salida del

sistema, este se muestra en la Ecuación (7.25).

$$Ce_F = 20.86e_F(t) + 0.46 \int_0^t e_F(\tau)d\tau + 1.15 \frac{de_F(t)}{dt} \quad (7.25)$$

donde

Ce_F - Corrección del error de flujo de salida del sistema.

e_F - Error del flujo de salida del sistema.

Como se busca que ambas válvulas manipuladas colaboren para la obtención del flujo de salida deseado, se establece una sola ley de control para ambas válvulas, de tal manera que ambas proporcionan la mitad del flujo requerido. La Ecuación (7.26) muestra la ley de control de este controlador.

$$v_i = \frac{Ce_F}{2} \quad (7.26)$$

donde

$$i = 1, 2$$

El controlador b_1 logra el objetivo de control, es decir, regula correctamente el flujo de salida del sistema.

7.2.2. Control PD para regulación de temperatura

Para desarrollar un controlador PID que regulará la temperatura de salida fue necesario implementar métodos heurísticos, ya que no fue posible su elaboración con métodos tradicionales.

El control PID para regulación la regulación de la temperatura de salida es

mostrado en la Ecuación 7.27.

$$Ce_T = 30e_T(t) + 5\frac{de_T(t)}{dt} \quad (7.27)$$

donde

Ce_T - Corrección del error de la temperatura de salida del sistema.

e_T - Error de la temperatura de salida del sistema.

Las leyes de control para lograr la regulación de temperatura no pueden ser similares a la mostrada en la Ecuación (7.25), ya que las salidas del sistema tenderían al infinito. Por ello las leyes de control de las válvulas uno y dos están dadas por las Ecuaciones 87.28) y (7.29) respectivamente.

$$v_1 = 0.5 \quad (7.28)$$

$$v_2 = Ce_T \quad (7.29)$$

El valor constante de la Ecuación (7.28), parte de la idea de que una de las dos válvulas debe fijarse para lograr el objetivo de control de este controlador b_2 .

El controlador b_2 logra el objetivo de control, es decir, regula correctamente la temperatura de salida del sistema.

7.2.3. Control para regulación de flujo y temperatura

Ahora se busca acoplar los controladores PID de flujo y temperatura, para ello se propone que las leyes de control de las válvulas uno y dos estén dadas por las Ecuaciones (7.30) y (7.31) respectivamente.

$$v_1 = \frac{Ce_F}{2} \quad (7.30)$$

$$v_2 = \frac{Ce_T}{2} \quad (7.31)$$

Este controlador no logra cumplir con el objetivo de control, por lo que se seguirá buscando una manera de acoplar los controladores b_1 y b_2 .

7.2.4. Control heurístico para regulación de flujo y temperatura

Para lograr la regulación tanto de flujo como temperatura en el sistema de confluencia de dos flujos de agua a diferentes temperaturas a través del acoplamiento de dos PID's que funcionan correctamente de manera separada, fue necesario realizar procedimiento heurísticos basados en el conocimiento empírico que se ha adquirido a lo largo de este trabajo de tesis.

Se parte de tres ideas fundamentales:

1. El flujo de salida deseado, se logra con la combinación de ambos flujos de entrada.
2. Para alcanzar la temperatura de salida deseada, tiene mayor relevancia la válvula que controla el flujo caliente.

3. La temperatura deseada es alcanzada incluso si el flujo no lo es y viceversa.

Por tanto, se debe establecer la prioridad en la regulación de la temperatura, de tal manera que la primera válvula proporcione la mitad del flujo deseado y la segunda se encargue de la temperatura.

Con lo anterior en mente se proponen las leyes de control mostradas en las Ecuaciones (7.32) y (7.33).

$$v_1 = \frac{Ce_F}{2} \quad (7.32)$$

$$v_2 = \frac{Ce_T}{50} Ce_F \quad (7.33)$$

La Ecuación (7.32) suministra la mitad del flujo deseado. Mientras que la Ecuación (7.33) se construyó con una regla de tres, bajo la lógica de que si v_1 proporciona la mitad del flujo deseado, entonces está proporcionado el 50 % del flujo deseado.

Con las Ecuaciones (7.32) y (7.33) solo se logró alcanzar el flujo deseado, mientras la salida térmica no alcanzo la salida deseada. Por esto se siguió trabajando en este controlador.

La ley de control v_2 relaciona ambas correcciones de error, por lo que se supone correcta, mientras que v_1 solo se preocupa del flujo, por tanto, es la ley de control a ajustar como se muestra en la Ecuación (7.34).

$$v_1 = \frac{Ce_F - Ce_T}{2} \quad (7.34)$$

Al sustituir la ley de control para la primer válvula mostrada en la Ecuación (7.32) por la mostrada en la Ecuación (7.34) y manteniendo la segunda ley de control mostrada en la Ecuación (7.33) se logró el objetivo de regulación de flujo y temperatura.

Finalmente, se vuelve a sintonizar el PID para regulación de flujo, como se muestra en la Ecuación (7.35).

$$C e_F = 40 e_F(t) + 0.1 \int_0^t e_F(\tau) d\tau + 5 \frac{d e_F(t)}{dt} \quad (7.35)$$

En el **Anexo B** se presenta un diagrama a bloques del controlador b_4 .

7.3. Conclusión del capítulo siete

Se presentaron dos controladores basados en el modelo matemático del sistema, los cuales difieren en si consideran el intercambio de calor con el sistema o no. Estos controladores fueron nombrados a_1 y a_2 , el primero no considera el intercambio térmico y el segundo si lo hace. Por tanto, el controlador a_2 regula el flujo y la temperatura del sistema y además considera el intercambio térmico con el medio ambiente.

El controlador a_2 es el controlador propuesto en esta tesis para lograr la regulación del flujo y la temperatura en el sistema de confluencia de dos flujos de agua a diferentes temperaturas. Siendo el controlador a_1 el preámbulo para la elaboración del controlador a_2 . Así mismo se presenta el desarrollo de un control PID heurístico, b_4 , para tener un punto de comparación con el controlador a_2 .

8. Resultados

8.1. Simulación numérica del sistema hidráulico, algebraico, diferencial

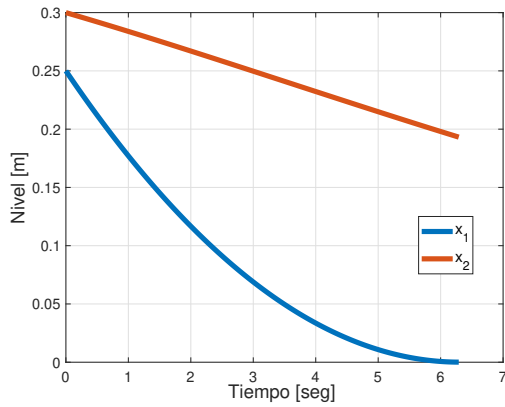
La simulación numérica tiene como propósito mostrar el efecto de la no linealidad algebraica, que por un lado generan transitorios cuya duración depende de la magnitud de las condiciones iniciales, y por el otro configura el acoplamiento no lineal con el flujo de salida. En una primera simulación se muestra el efecto de las condiciones iniciales en la duración del tiempo de descarga, y la segunda simulación muestra el efecto del cambio de la apertura en ambas válvulas.

La simulación se realiza siguiendo el algoritmo mostrado en la sección anterior, la integración numérica se hace con el método de Euler con un paso de integración de 0.01 *segundos*, los tanques se consideran iguales con un área transversal de 0.0168 m^2 , la válvula de salida se considera fija con un valor de $\alpha_3 = 0.001 \frac{m^3}{sPa^{0.5}}$, el error de tolerancia para la solución numérica es de $\varepsilon = 0.001$.

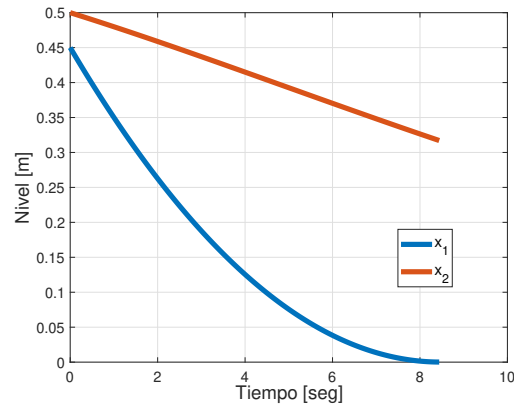
8.1.1. Caso A: Dos simulaciones con las válvulas fijas, con condiciones iniciales diferentes

En estas simulaciones se configuran las válvulas con $u_1 = 12 \times 10^{-5} \frac{m^3}{sPa^{0.5}}$ y $u_2 = 2 \times 10^{-5} \frac{m^3}{sPa^{0.5}}$, y se realiza una primer simulación con condiciones iniciales del nivel de líquido en $x_1(0) = 0.25 m$ para el primer tanque y en $x_2(0) = 0.3 m$ para el segundo tanque. La segunda simulación tiene $x_1(0) = 0.45 m$ y $x_2(0) = 0.5 m$. Los perfiles de las trayectorias de los niveles de líquido se muestran en la Figura 8.1.

A diferencia de los sistemas lineales e invariantes en el tiempo, en este Caso



(a) Primer simulación.



(b) Segunda simulación.

Figura 8.1: A mayor nivel de líquido mayor tiempo de descarga.

A, se puede contrastar que las trayectorias tienen una duración sensible a las condiciones iniciales, ya que en la primer simulación el primer tanque se vacía en *6.29 segundos*, mientras que en la otra, el mismo tanque se vacía en *8.44 segundos*.

8.1.2. Caso B: Válvulas variantes en el tiempo

En este caso de simulación se tienen las condiciones iniciales $x_1(0) = 0.45 \text{ m}$ y $x_2(0) = 0.5 \text{ m}$; pero las válvulas están configuradas como funciones en el tiempo expresadas por las Ecuaciones (8.1) y (8.2).

$$u_1(t) = \begin{cases} 12 \times 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{sPa}^{0.5}), & 0 \leq t < 4 \\ 4 \times 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{sPa}^{0.5}), & t \geq 4 \end{cases} \quad (8.1)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} 2 \times 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{sPa}^{0.5}), & 0 \leq t < 2 \\ 10 \times 10^{-5} \text{ m}^3/(\text{sPa}^{0.5}), & t \geq 2 \end{cases} \quad (8.2)$$

La Figura 8.2 muestra dos gráficas, correspondientes a los perfiles de configuración de las válvulas y a las trayectorias de los niveles de líquido de cada tanque, en este caso de simulación el segundo tanque se vacía antes que el primero en un tiempo de simulación de 11.31 *segundos*.

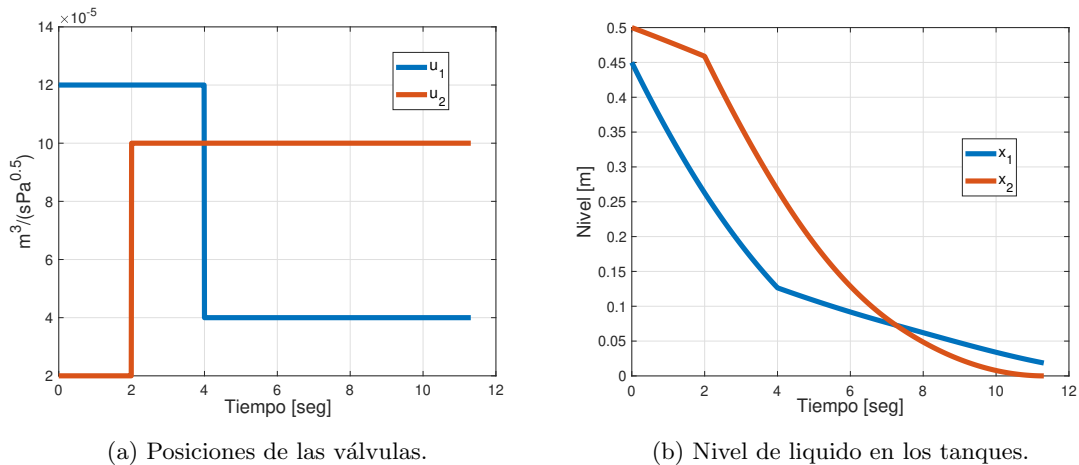


Figura 8.2: Efecto de las válvulas variantes en el tiempo en los niveles de los tanques.

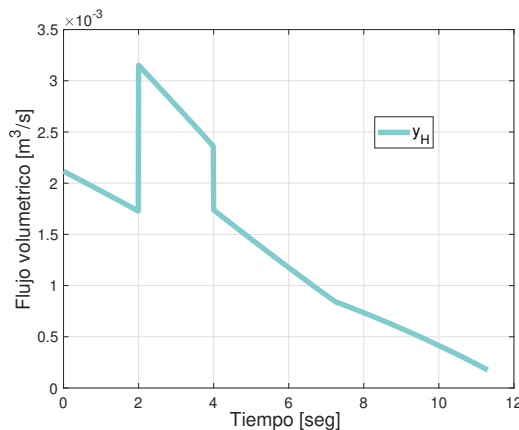


Figura 8.3: Efecto de las válvulas variantes en el tiempo en el flujo de salida.

A su vez, en la Figura 8.3 se tiene el perfil del flujo de salida a través de la válvula 3, la cual muestra el incremento abrupto en el flujo debido al incremento en la apertura de la segunda válvula en el tiempo de 2 *segundos*, y posteriormente hay un decremento abrupto en el flujo por la oclusión parcial

que tiene la primer válvula a partir del tiempo de 4 *segundos*.

8.2. Simulación del sistema en lazo abierto con el controlador regulador propuesto

En esta sección se presentan las respuestas del sistema en lazo abierto ante los controladores a_1 y a_2 .

En el caso uno se prueba el controlador a_1 con entradas constantes. Seguidamente en el caso dos se prueba el controlador a_2 con entradas constantes.

Como se busca conocer la respuesta del controlador regulador con el sistema real, en los casos subsecuentes solo se analizará la respuesta del controlador a_2 .

En el caso tres se analiza la respuesta del controlador a_2 ante entradas variables en el tiempo, así como cambios en las salidas deseadas. Para el cual se realiza una simulación para cada variable.

El cuarto caso presenta la variación de las entradas, la temperatura ambiente y las referencias deseadas, de manera síncrona y asíncrona.

En el quinto caso, se añade la dinámica de una función trapezoidal, **Anexo C**, para que realice los cambios de las variables de manera paulatina.

Finalmente, el sexto caso, presenta errores de medición en los sensores del sistema.

8.2.1. Respuesta del sistema en lazo abierto con entradas constantes y libre de pérdidas

Para probar el controlador a_1 se presenta el caso de simulación, uno en el cual se presentan dos simulaciones para la respuesta del sistema en lazo abierto con entradas constantes y libre de pérdidas, se presenta para observar al sistema en su forma más simple. Ambas simulaciones presentan los mismos valores de entrada, pérdida y salidas deseadas, la diferencia radica en que la primera simulación se presenta sin dinámica del actuador y la segunda se presenta con la dinámica del actuador.

El sistema cuenta con cuatro entradas, que pueden ser clasificadas como dos entradas térmicas y dos entradas hidráulicas. Estas entradas están definidas en la Ecuación (8.3), en la cual se presentan las temperaturas de entrada a la tubería uno y dos, T_{e1} y T_{e2} respectivamente, y las presiones a la entrada de estas mismas tuberías, P_1 y P_2 .

$$T_{e1} = 10 \text{ } ^\circ C$$

$$T_{e2} = 60 \text{ } ^\circ C$$

(8.3)

$$P_1 = 40 \text{ } Pa$$

$$P_2 = 30 \text{ } Pa$$

Se ha considerado que la única perturbación del sistema es la temperatura ambiente T_a , la cual es mostrada en la Ecuación (8.4).

$$T_a = 5 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8.4)$$

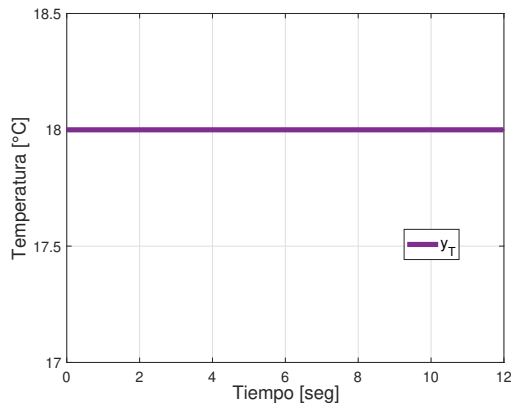
El sistema cuenta con dos salidas, una de flujo y otra de temperatura. Se busca la regulación de ambas, así que la temperatura deseada T_d y el flujo deseado q_d , ambos a la salida del sistema, son mostrados en la Ecuación (8.5).

$$T_d = 18 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8.5)$$

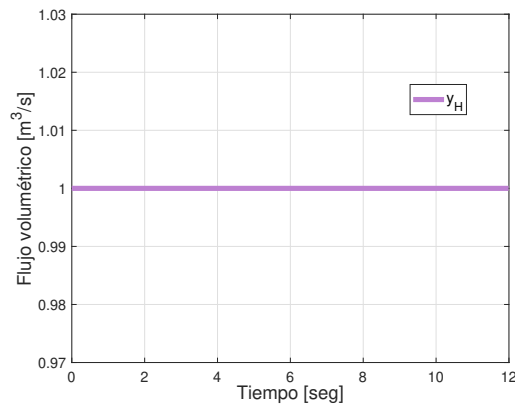
$$q_d = 1 \text{ } \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como los valores presentados en las Ecuaciones (8.3), (8.4) y (8.5) son todos constantes, no se gráfica su comportamiento en el tiempo porque no se considera necesario, cuando sí sea pertinente exponer esta información de manera gráfica se presentará.

Caso 1-I:



(a) Temperatura de salida del sistema.



(b) Flujo de salida del sistema.

Figura 8.4: Caso 1-I: Salidas del sistema.

La Figura 8.4 presenta las salidas temperatura y de flujo del sistema, respectivamente. Ambas salidas son las salidas deseadas solicitadas al controlador.

Las posiciones de las válvulas que permiten este resultado y que fueron determinadas por el controlador a_1 son mostradas en la Figura 8.5. La dinámica mostrada en tiempo de simulación *ceró* en la Figura 8.5 se debe a la falta de dinámica en el actuador. Así mismo, ninguna de las dos válvulas parte del cero por la falta de la dinámica del actuador.

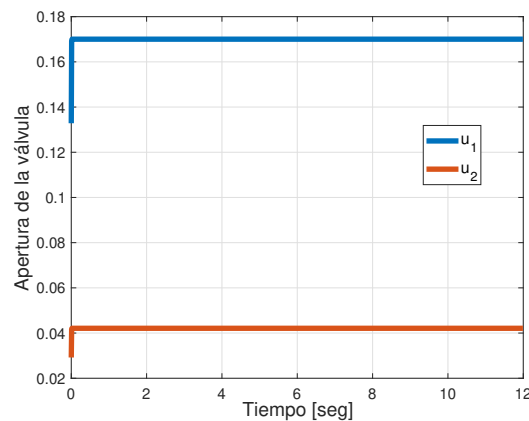


Figura 8.5: Caso 1-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_1 .

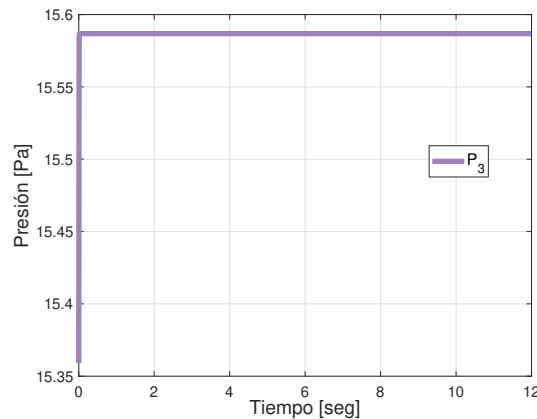


Figura 8.6: Caso 1-I: Presión P_3 .

La Figura 8.6 presenta la gráfica de la presión P_3 , la cual fue calculada por el algoritmo de bisección, esta presión es la que se encuentra en la confluencia de las dos tuberías de entrada que desemboca en la tubería de salida. La presión tres se estabiliza en $P_3 \approx 15.58 Pa$.

La Figura 8.7 muestra la gráfica de los flujos volumétricos del sistema. El flujo de la tubería de entrada uno es $q_1 \approx 0.1599 \frac{m^3}{s}$, el de la segunda tubería de entrada es $q_2 \approx 0.8401 \frac{m^3}{s}$, y al sumarlos dan como resultado el flujo de salida del sistema, $y_H = 1 \frac{m^3}{s}$, esto es lo que se esperaba, ya que se considera la ecuación de continuidad y el sistema no tiene pérdidas hidráulicas.

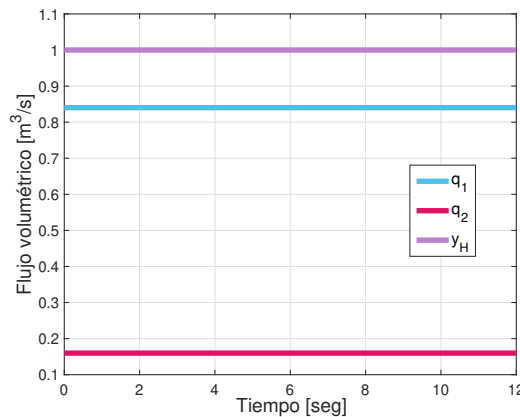


Figura 8.7: Caso 1-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Las temperaturas de entrada y salida de cada tubería deben ser aproximadamente las mismas, ya que se consideró que el sistema es libre de pérdidas, pero como se usa la Ecuación (5.49) para aproximar la temperatura de salida de la tubería a partir de la entalpía de salida, se presentan las Figuras 8.8a y 8.8b, que muestran las temperaturas de entrada y salida para las tuberías uno y dos, respectivamente. En estas figuras es mostrada la eficiencia de la aproximación de la inversa de la entalpía propuesta en este trabajo, puesto

que en ambas la diferencia entre la temperatura de entrada y la de salida es $T_{si} \approx T_{ei} + 4 \times 10^{-12} \text{ } ^\circ\text{C}$ donde $i = 1, 2$, es decir, que la diferencia de ambas temperaturas es aproximadamente cero.

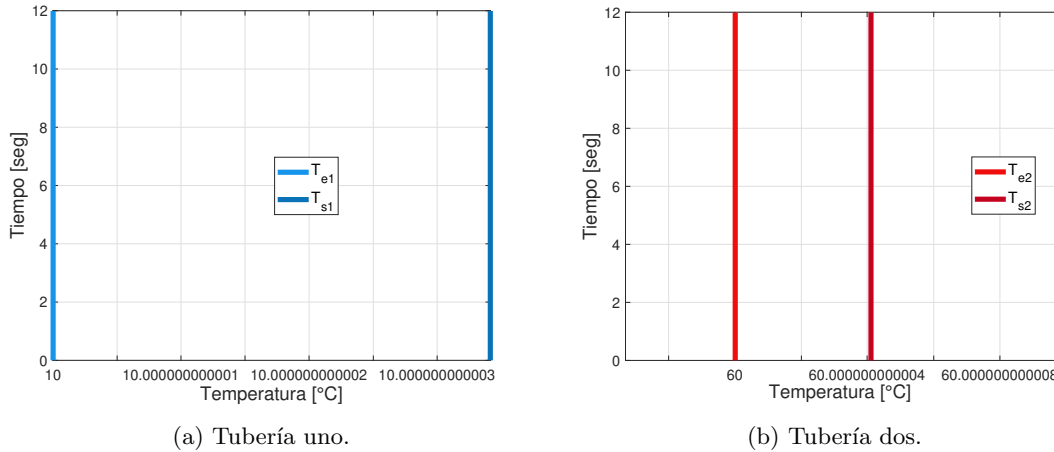


Figura 8.8: Caso 1-I: Temperaturas de las tuberías de entrada.

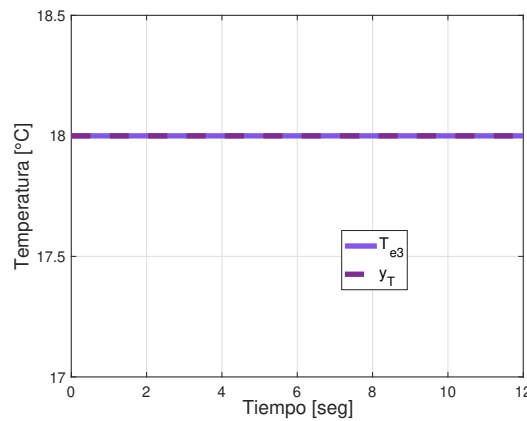


Figura 8.9: Caso 1-I: Temperaturas de las tuberías de entrada del sistema.

La Figura 8.9, muestra las temperaturas de entrada y salida de la tubería tres, ambas temperaturas fueron calculadas a lo largo de la simulación, por lo que son exactamente iguales, ya que se consideró un sistema libre de pérdidas de calor.

Caso 1-II:

A continuación se agrega a la simulación anterior la dinámica del actuador de primer orden propuesto en la Ecuación (6.5). Esto con la finalidad de ver el comportamiento del controlador a_1 cuando el cambio de las válvulas manipuladas no es instantáneo y por ende se asemeja más a la realidad.

La Figura 8.10 presenta las salidas del sistema, que se ven afectadas por la dinámica del actuador que mueve la posición de las válvulas manipuladas. En la Figura 8.10b se aprecia que el efecto del actuador para la parte hidráulica del sistema termina hasta en el *segundo* 6, algo similar en la Figura 8.10a, pero esta dinámica es más rápida, esto podría deberse a que se consideró para este caso que el intercambio de calor con el ambiente es nulo.

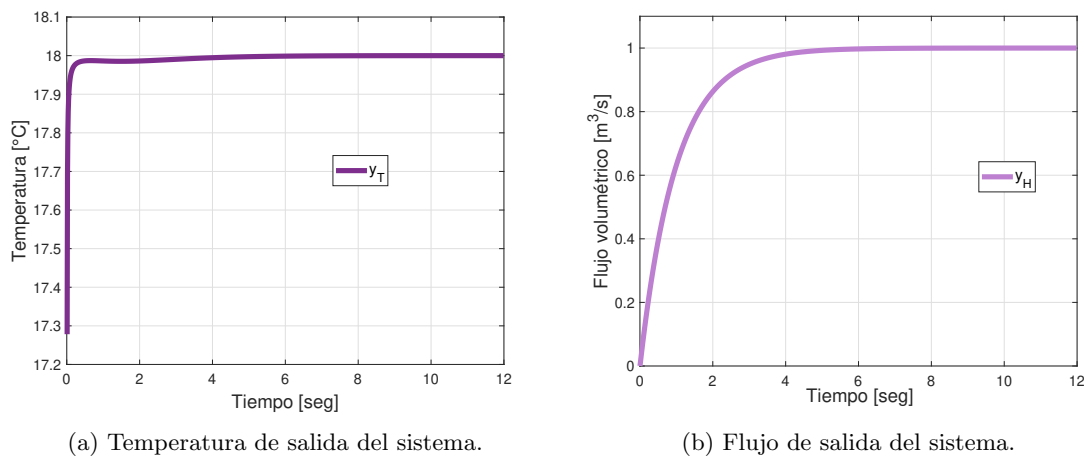


Figura 8.10: Caso 1-II: Salidas del sistema.

En la Figura 8.11 se pueden apreciar los valores requeridos a las válvulas manipuladas por controlador a_1 para lograr las salidas deseadas. En esta se aprecia que las dinámicas generadas por el actuador de cada válvula terminan en el *segundo* 6 de simulación, esto se debe a que ambos actuadores son

iguales.

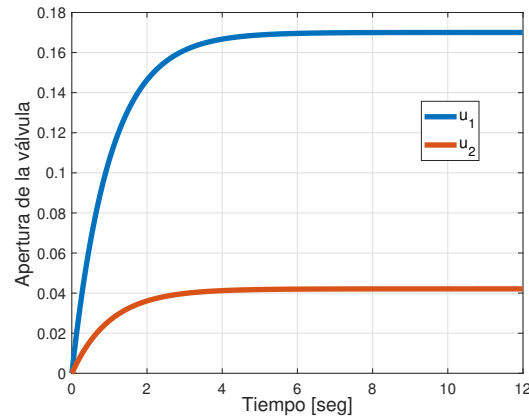


Figura 8.11: Caso 1-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_1 .

La Figura 8.12 presenta la gráfica de la presión estimada P_3 . En la cual podemos apreciar que la presión se estabiliza hasta el *segundo* 8 de simulación.

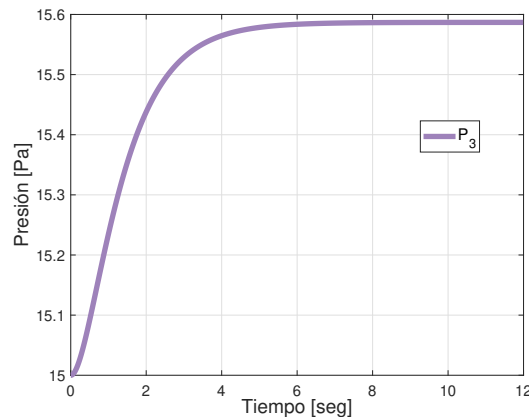


Figura 8.12: Caso 1-II: Presión P_3 .

La Figura 8.13 presenta los flujos volumétricos del sistema. En la cual los flujos de las tuberías de entrada q_1 y q_2 son afectados directamente por la dinámica de los actuadores de las válvulas manipuladas, mientras que el flujo

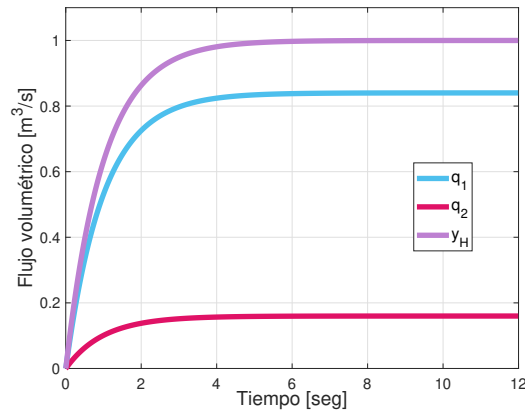
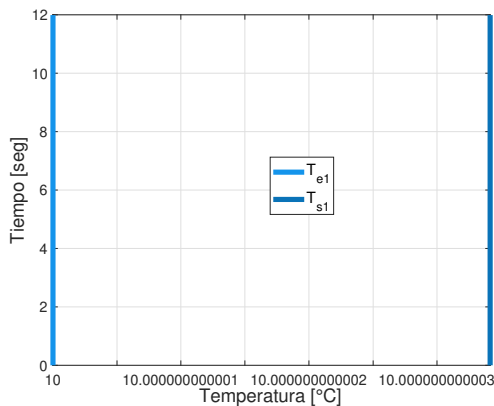
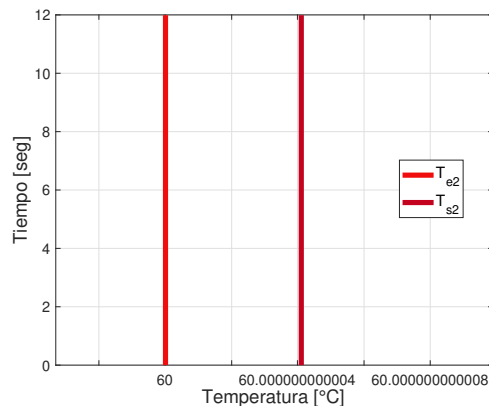


Figura 8.13: Caso 1-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

de salida es afectado de manera indirecta, pues este es igual a la suma de los dos flujos de entrada. Los valores de los flujos cuando el sistema está en estado estable son los mismos que los del **Caso 1-I**, puesto que lo único que se ha alterado es la adición de dinámica en los actuadores.



(a) Tubería uno.



(b) Tubería dos.

Figura 8.14: Caso 1-II: Temperaturas de las tuberías de entrada del sistema.

Las Figuras 8.14a, 8.14b y 8.15, muestran las temperaturas de entrada y salida para las tuberías uno, dos y tres, respectivamente. Estas figuras respecto a las Figuras 8.8a, 8.8b y 8.9 de la simulación anterior solo cambia la Figura 8.15, esto se debe a que en este caso de simulación el calculó de las temperaturas de

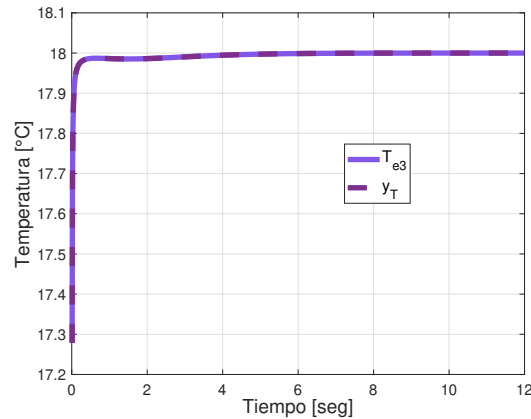


Figura 8.15: Caso 1-II: Temperaturas de la tubería tres.

salida de las tuberías de entrada no está relacionado con la parte hidráulica del sistema, mientras que las temperaturas de la tercer tubería si lo están, esto se plantea en la Ecuación (6.4).

8.2.2. Respuesta del sistema en lazo abierto con entradas constantes y con pérdidas de calor

Se plantea el **Caso 2** de simulación, para probar el desempeño del controlador a_2 . Este controlador fue diseñado para el modelo del sistema presentado en la Ecuación (6.3).

$$T_{e1} = 10 \text{ } ^\circ C$$

$$T_{e2} = 45 \text{ } ^\circ C$$

(8.6)

$$P_1 = 15 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 30 \text{ Pa}$$

Las entradas del sistema son constantes y están declaradas en la Ecuación

(8.6). Donde se presentan las temperaturas de entrada a las tuberías uno y dos, T_{e1} y T_{e2} , y las dos presiones a la entrada de las mismas tuberías, P_1 y P_2 .

La perturbación de la temperatura ambiente T_a es declarada en la Ecuación (8.7) y se considera constante, lo que podría ser posible en un recinto con la temperatura controlada.

$$T_a = 15 \text{ } ^\circ C \quad (8.7)$$

Así mismo las salidas deseadas se establecen en valores fijos, estas son mostradas en la Ecuación (8.8).

$$T_d = 40 \text{ } ^\circ C \quad (8.8)$$

$$q_d = 0.5 \frac{m^3}{s}$$

En este caso se presentan dos simulaciones, las cuales solo tienen una diferencia entre sí. La primera simulación no considera la dinámica del actuador y la segunda sí.

Caso 2-I:

La Figura 8.16 muestra las respuestas del sistema en lazo abierto con entradas constantes y con el controlador a_2 regulando las salidas del mismo. Ambas respuestas son las que se solicitaron como salidas al controlador y fueron posibles por las posiciones de las válvulas que determinó este, dichas

posiciones son mostradas en la Figura 8.17.

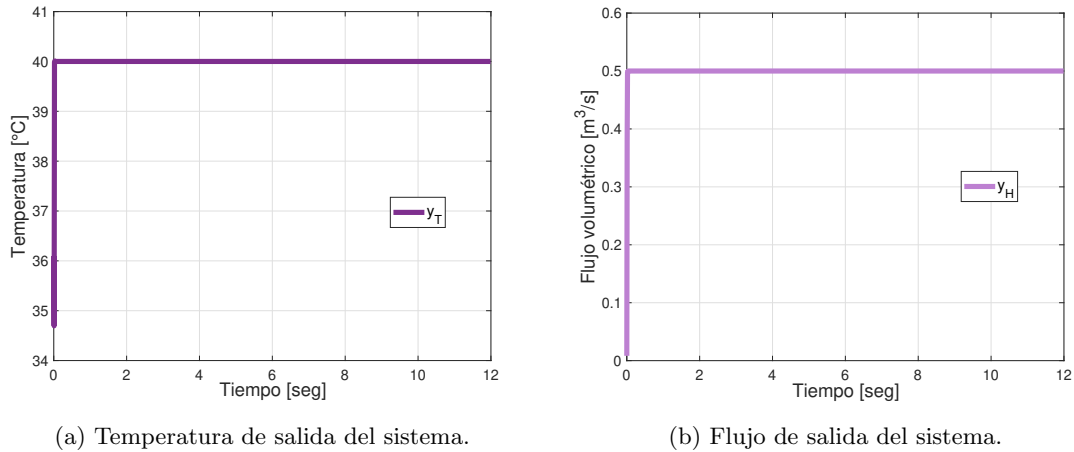


Figura 8.16: Caso 1-II: Salidas del sistema.

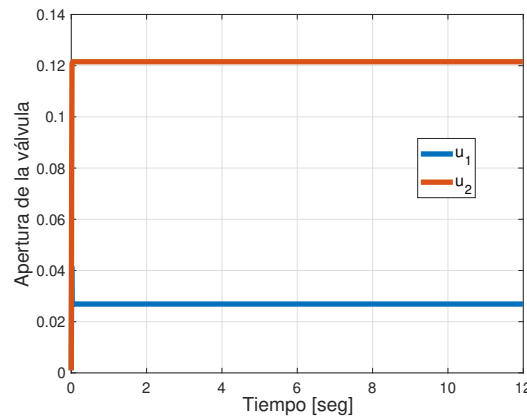
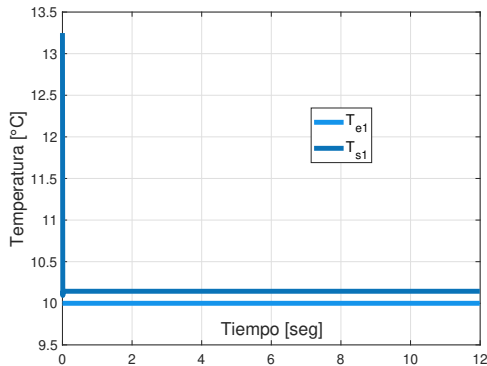


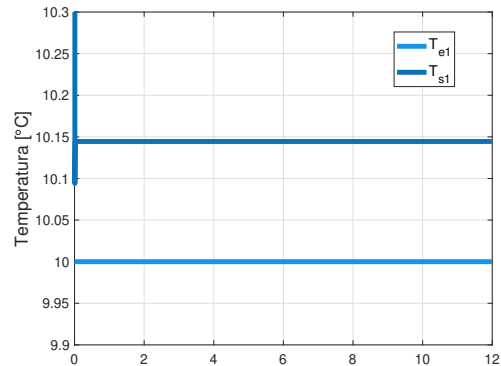
Figura 8.17: Caso 2-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

A pesar de que este caso de simulación no cuenta con dinámica en el actuador, se puede observar una dinámica en el tiempo de simulación *cero*. La simulación tiene un paso de integración de 0.01, por lo que esta dinámica representa los pasos de integración que tomó realizar el cálculo, para las posiciones de las válvulas, ya que el controlador a_2 necesita valores del sistema.

Las Figuras 8.18, 8.19 y 8.20 muestran el cambio de la temperatura del fluido

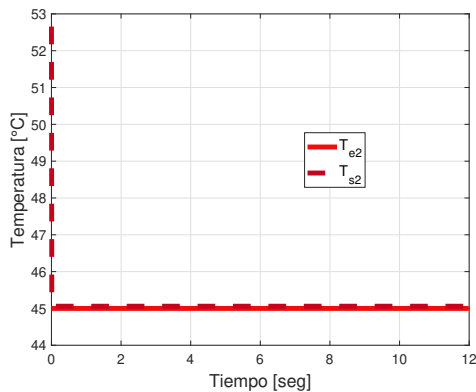


(a) Dinámica completa.

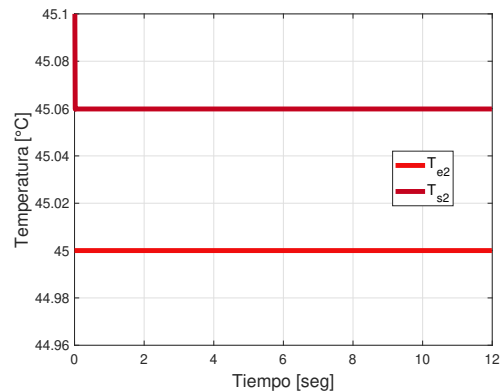


(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.18: Caso 2-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.



(a) Dinámica completa.



(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.19: Caso 2-I: Temperaturas de la tubería de entrada dos.

dentro de cada una de las tuberías del sistema. Sobre estas tres figuras:

1. Se presentan la temperatura de entrada y de salida de la tubería, T_{ei} y T_{si} , respectivamente. Donde $i = 1, 2, 3$ y es la tubería correspondiente.
2. La sub-figuras 8.18a, 8.19a y 8.20a muestran la dinámica completa de ambas temperaturas, esto no permite ver claramente la diferencia entre ambas. Esta solo representa una iteración de la simulación.
3. La sub-figuras 8.18b, 8.19b y 8.20b muestran la diferencia entre ambas temperaturas, enfocando los pertinentes para la comparación entre las

temperaturas de entrada y salida de cada tubería.

4. El sistema intercambia muy poco calor con el ambiente. Como se muestra en las sub-figuras 8.18b, 8.19b y 8.20b.
5. El controlador es tan sensible a los cambios del sistema que que puede llevar la salida térmica del sistema considerando el intercambio de calor con el medio ambiente.
6. El efecto del intercambio térmico es instantáneo para cada tubería y por ende para la temperatura de salida de la misma.

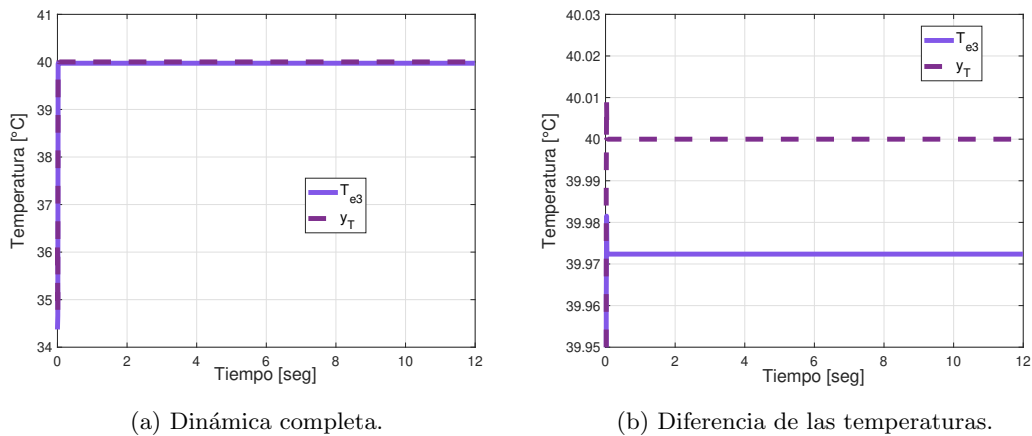


Figura 8.20: Caso 2-I: Temperaturas de la tubería de salida.

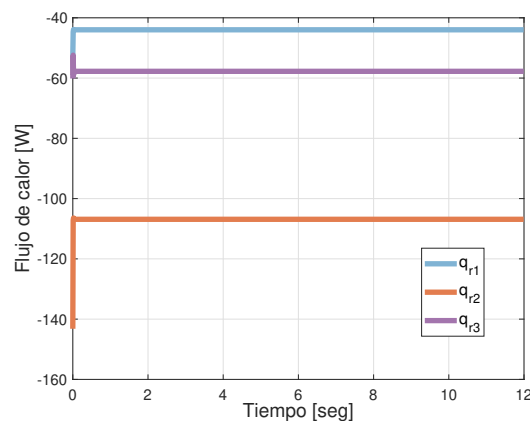


Figura 8.21: Caso 2-I: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La Figura 8.21 muestra la energía que el sistema intercambia con el ambiente en cada una de las tuberías. En la cual se puede apreciar el cálculo casi instantáneo del intercambio de calor del sistema con el medio ambiente, así como de donde proviene la dinámica de las temperaturas, puesto que en el mismo tiempo de simulación de estas se presenta cambios abruptos en el intercambio de calor de cada tubería.

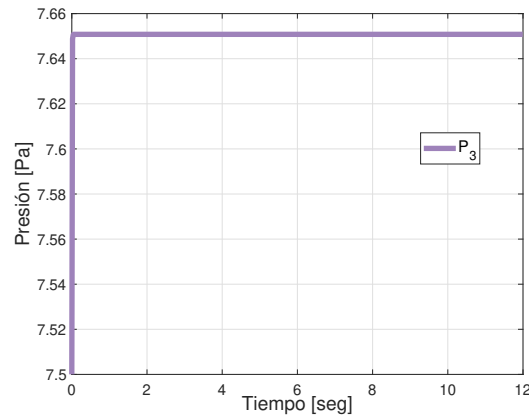


Figura 8.22: Caso 2-I: Presión P_3 .

La Figura 8.22 muestra la presión P_3 . La cual fue calculada con el algoritmo de bisección numérica propuesto en la Ecuación (4.21).

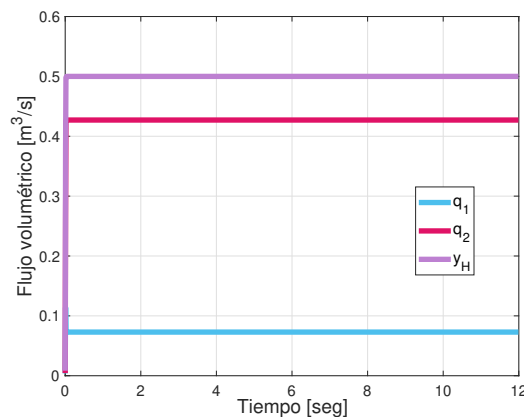


Figura 8.23: Caso 2-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Los flujos volumétricos que pasan por cada una de las tuberías del sistema son mostrados en la Figura 8.23, en la cual se puede apreciar que la suma de los flujos de entrada es igual al flujo que sale, es decir, que se cumple con la ecuación de continuidad.

Por los resultados obtenidos se puede inferir que el controlador a_2 funciona correctamente, pero como se desea ser minucioso al respecto de esta afirmación se plantearán casos de simulación que dificulten la obtención de los resultados deseados, dichos casos serán planteados en las secciones siguientes.

Caso 2-II:

Se repite la simulación anterior, pero agregando la dinámica del actuador que se propuso en la Ecuación (6.5). Entonces las salidas de flujo y temperatura del sistema son mostradas en las Figuras 8.24a y 8.24b convergieron en las salidas deseadas porque el controlador a_2 llevó a las válvulas manipuladas a la posición necesaria para que esto fuera posible, dichas posiciones son mostradas en la Figura 8.25.

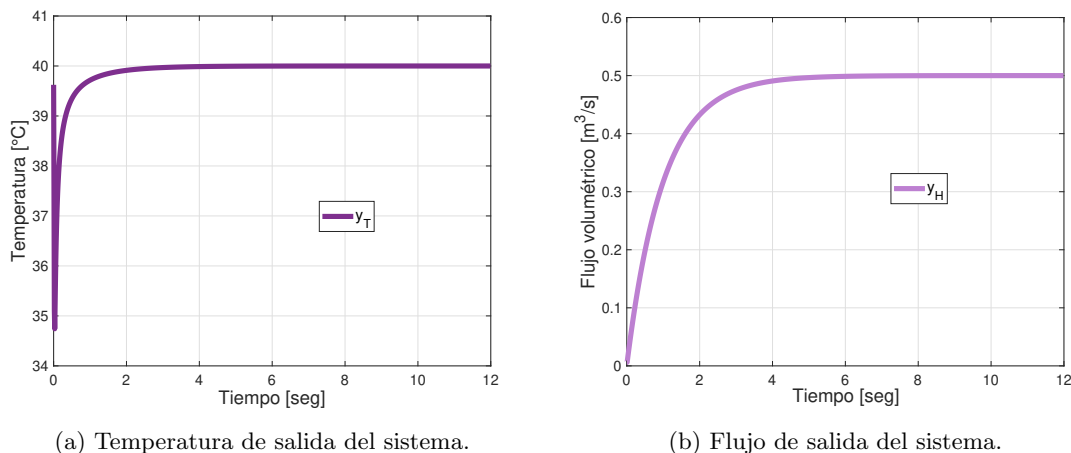


Figura 8.24: Caso 2-II: Salidas del sistema.

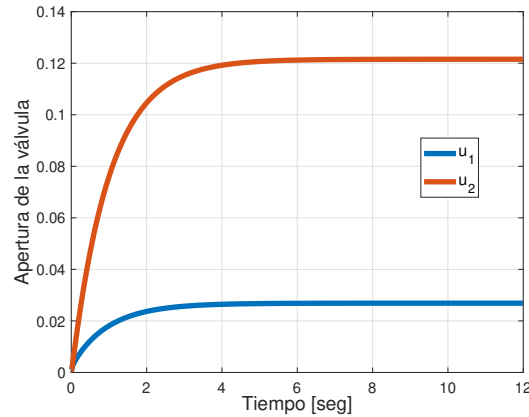
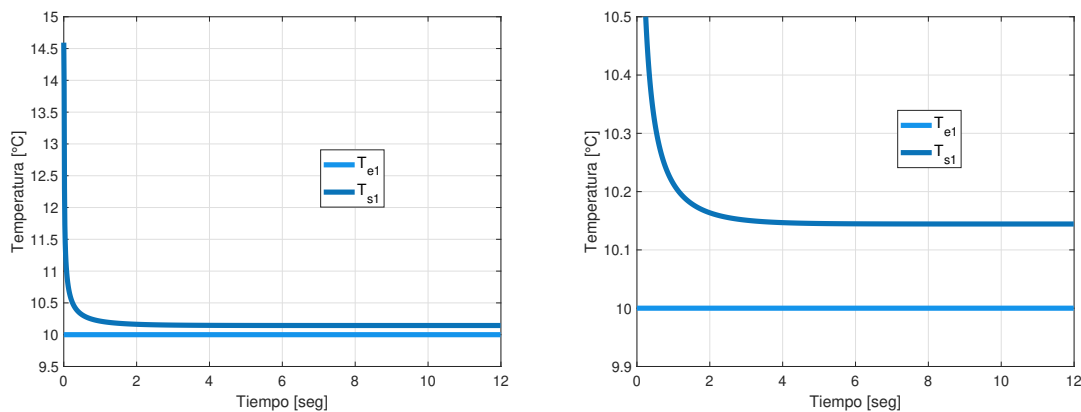


Figura 8.25: Caso 2-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

En las Figuras 8.24a, 8.24b y 8.25 se puede apreciar el efecto del actuador que vuelve paulatino el cambio de posición en las válvulas requerido por el controlador a_2 , haciendo que el sistema alcance su estado estable a los 6 *segundos* de simulación. Así mismo, el efecto instantáneo del intercambio térmico con el medio ambiente puede apreciarse en la Figura 8.24a.



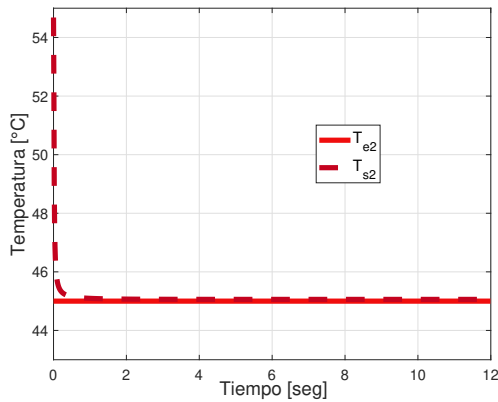
(a) Dinámica completa.

(b) Diferencia de las temperaturas.

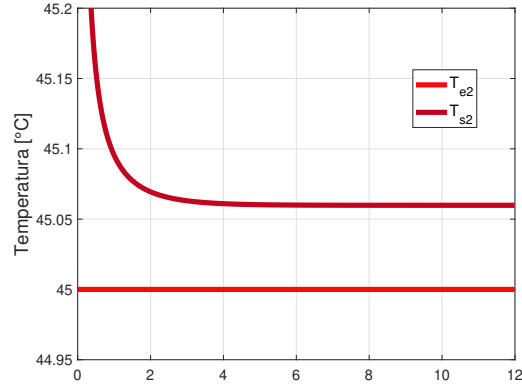
Figura 8.26: Caso 2-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

En las Figuras 8.26, 8.27 y 8.28 se presenta el cambio térmico de las tres tuberías del sistema, en las cuales se muestra que el cambio entre las temperaturas de entrada y salida. El cual es lo suficientemente grande para ser

causado por el intercambio térmico y no por la inversa de la entalpía. Las afirmaciones hechas en la primer simulación de este caso se mantienen aún con el agregado de la dinámica del actuador.

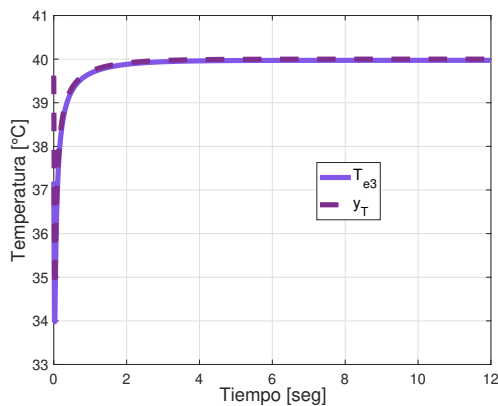


(a) Dinámica completa.

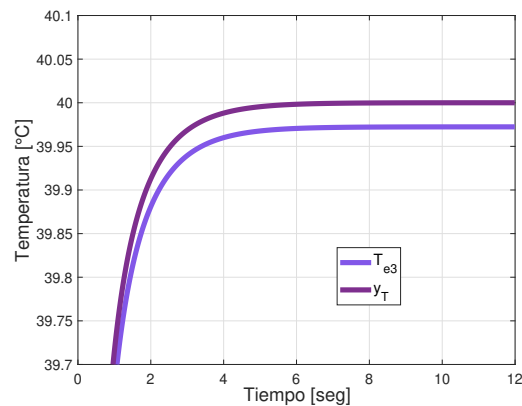


(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.27: Caso 2-II: Temperaturas de la tubería de entrada dos.



(a) Dinámica completa.



(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.28: Caso 2-II: Temperaturas de la tubería de salida.

El intercambio de calor de cada tubería del sistema con el ambiente es mostrado en la Figura 8.29. En esta se muestran los cambios bruscos de los valores del intercambio de calor, los cuales son los responsables de las dinámicas de las temperaturas de salida de las tuberías del sistema.

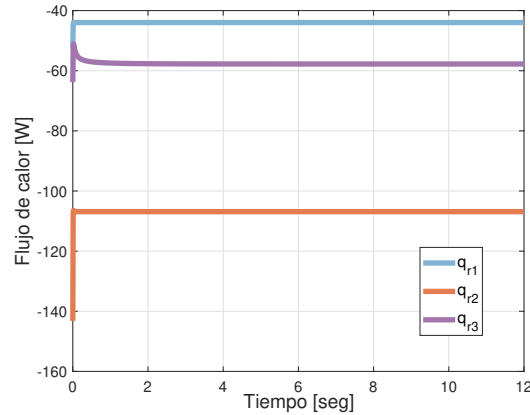


Figura 8.29: Caso 2-II: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La Figura 8.30 presenta la gráfica de la presión calculada P_3 . En la cual se aprecia el efecto de la dinámica del actuador en el cálculo de esta, pero conserva el mismo rango de valores que en la primer simulación de este caso.

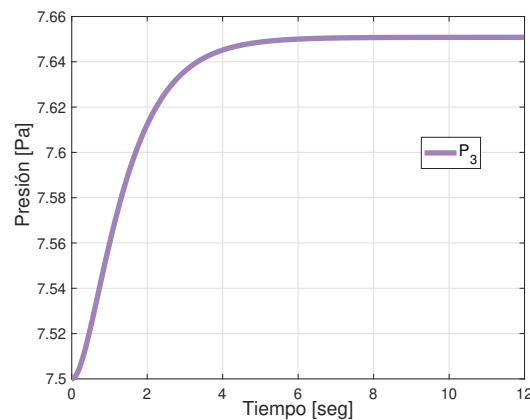


Figura 8.30: Caso 2-II: Presión P_3 .

La Figura 8.31 muestra los flujos volumétricos de las tres tuberías del sistema. En la cual se aprecia que la suma de los dos flujos de las tuberías de entrada es igual al de salida, incluso en el transitorio.

Con base en las dos simulaciones del caso dos, se puede concluir que el controlador a_2 funciona como se esperaba, así como el modelo del sistema, el cual

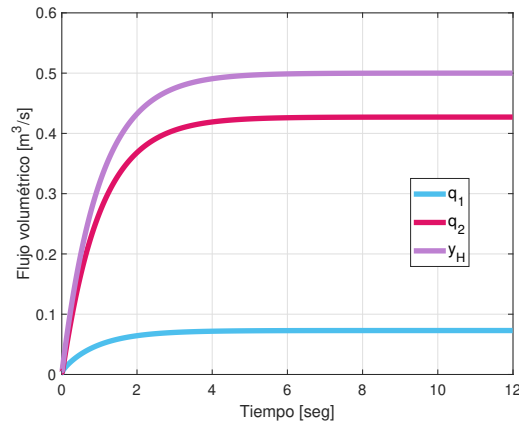


Figura 8.31: Caso 2-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

tiene el comportamiento que se esperaba de un sistema térmico e hidráulico, con un fuerte acoplamiento entre ambas partes.

8.2.3. Respuesta del sistema en lazo abierto, con parámetros variables y con pérdidas de calor

Con el propósito de visualizar el efecto de cada una de las variables que entran al sistema, es decir, las cuatro entradas y la perturbación, así como la eficiencia del controlador a_2 al variar las salidas deseadas, se plantea el **Caso 3** de simulación. Para el cual se considera la dinámica del actuador y el intercambio térmico del sistema con el medio ambiente, esto con el propósito mantener una semejanza con la realidad cada vez mayor.

El **Caso 3** cuenta con cinco simulaciones, cada una presenta los valores de entrada dados, así como los motivos de realizar la simulación y su respectiva conclusión.

Caso 3-I:

Se ha mencionado con anterioridad que el intercambio de calor con el medio ambiente es pequeño, pero existe. Así que con el propósito de ahondar en este

fenómeno, el primer parámetro que se variará es la perturbación del medio ambiente T_a . Entonces, las entradas, la perturbación y las salidas deseadas del sistema está dada por las Ecuaciones (8.9), (8.10) y (8.11), respectivamente.

$$T_{e1} = 10 \text{ } ^\circ C$$

$$T_{e2} = 50 \text{ } ^\circ C$$

(8.9)

$$P_1 = 15 \text{ } Pa$$

$$P_2 = 20 \text{ } Pa$$

$$T_a(t) = \begin{cases} 50 \text{ } ^\circ C, & 0 \leq t < 6 \\ 20 \text{ } ^\circ C, & 6 \leq t = 12 \end{cases} \quad (8.10)$$

$$T_d = 38 \text{ } ^\circ C$$

(8.11)

$$q_d = 0.7 \frac{m^3}{s}$$

En las Ecuaciones (8.9), (8.10) y (8.11) se puede apreciar que el único valor que varía en el tiempo es la temperatura ambiente, $T_a(t)$. Cuyo cambio en el tiempo se muestra en la gráfica de la Figura 8.32.

Las Figuras 8.33a y 8.33b muestran las salidas de temperatura y flujo del sistema respectivamente, en estas podemos vislumbrar que ambas salidas conver-

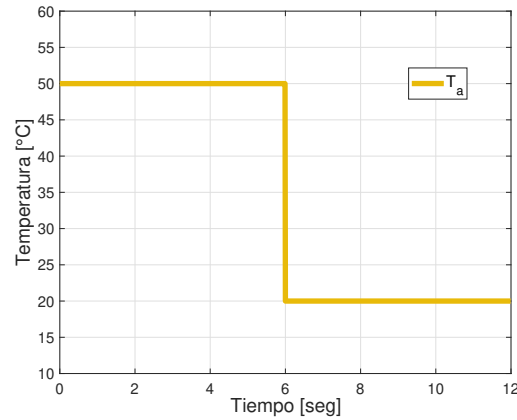
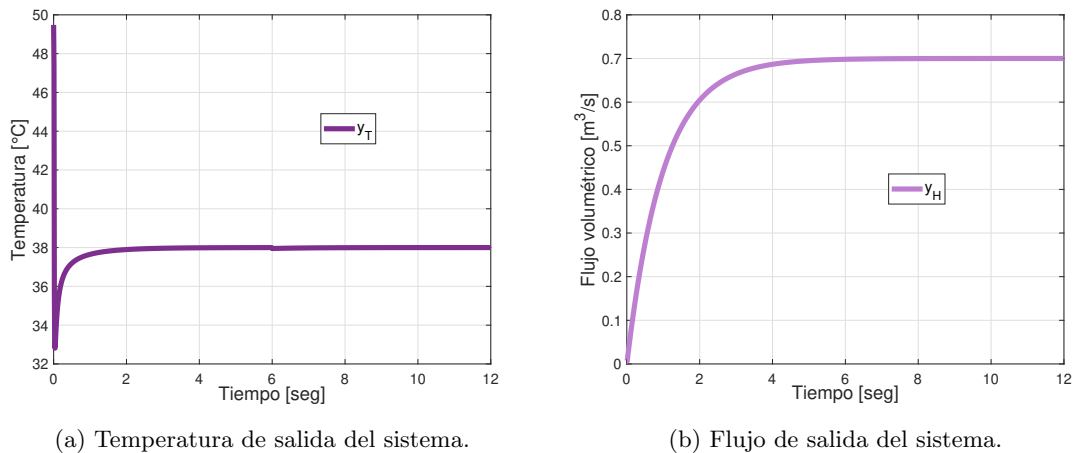


Figura 8.32: Caso 3-I: Cambio de la temperatura ambiente.



(a) Temperatura de salida del sistema.

(b) Flujo de salida del sistema.

Figura 8.33: Caso 3-I: Salidas del sistema.

gen a las salidas deseadas y aparentemente no son perturbadas por el cambio en la temperatura ambiente.

Las posiciones de las válvulas generadas por el controlador a_2 para lograr estas salidas son mostradas en la Figura 8.34. En esta figura tampoco se aprecia el efecto de la perturbación.

El intercambio de calor de las tres tuberías del sistema con el medio ambiente es mostrado en la Figura 8.35. En la cual se puede ver el cambio inmediato

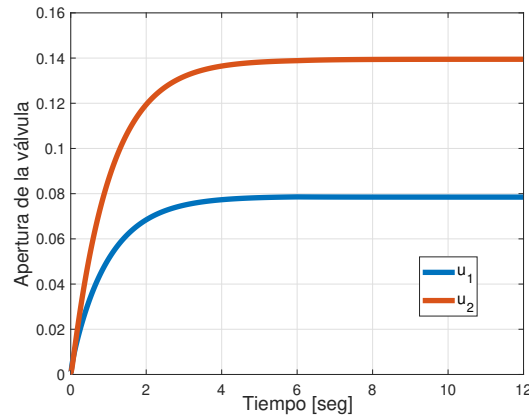


Figura 8.34: Caso 3-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

del flujo de calor en cuanto la temperatura del ambiente cambió.

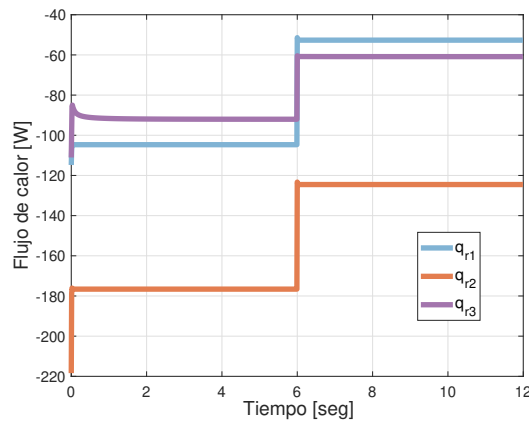
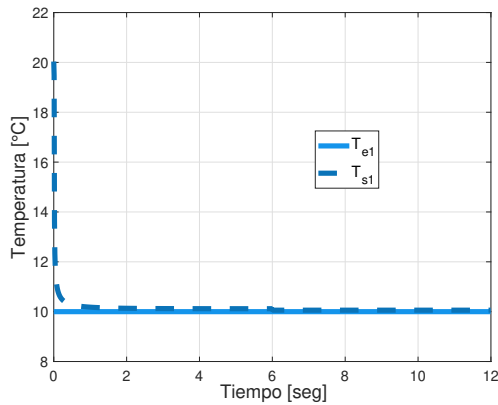
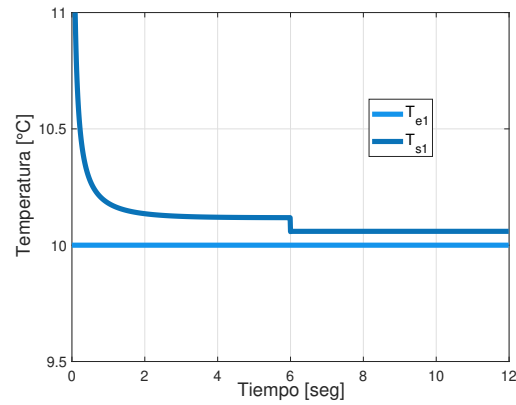


Figura 8.35: Caso 3-I: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

El efecto de la perturbación del medio ambiente no es notorio hasta este punto. Esto puede deberse a diversas causas, pero para discernir mejor el motivo se presentan los cambios de la temperatura del fluido dentro de cada tubería en las Figuras 8.36, 8.37 y 8.38. Estas figuras cuentan con dos gráficas, en la primera, Figuras 8.36a, 8.37a y 8.38a, se aprecia la dinámica completa de la variación de la temperatura y en la segunda, Figuras 8.36b, 8.37b y 8.38b, se muestra un acercamiento al estado estable de las temperaturas de cada



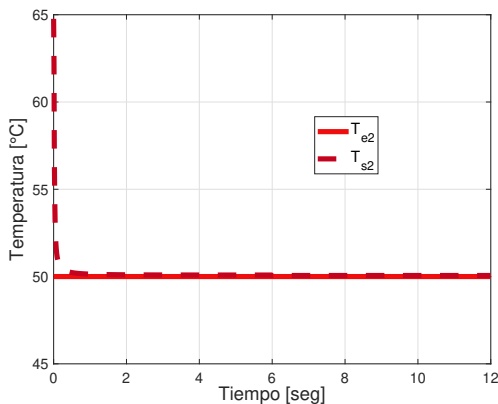
(a) Dinámica completa.



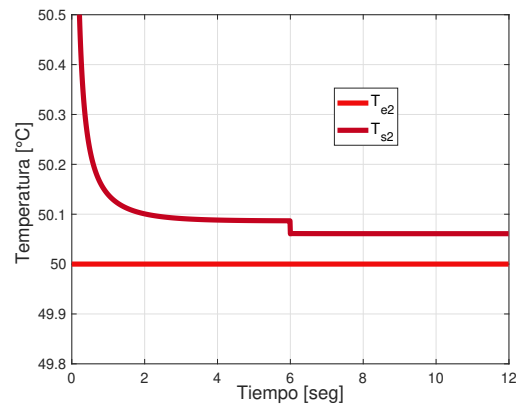
(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.36: Caso 3-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

tubería.



(a) Dinámica completa.



(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.37: Caso 3-I: Temperaturas de la tubería de entrada dos.

En las Figuras 8.36b, 8.37b y 8.38b se puede apreciar el efecto del cambio brusco de la temperatura ambiente a los 6 *segundos* de simulación. Este efecto es pequeño, por lo que no es visible en las Figuras 8.36a, 8.37a y 8.38a, pero demuestra que el sistema está afectado por la temperatura ambiente, T_a .

La presión estimada por el algoritmo de bisección, P_3 es mostrada en la Figura 8.39, está no es afectada por la variación de la temperatura ambiente.

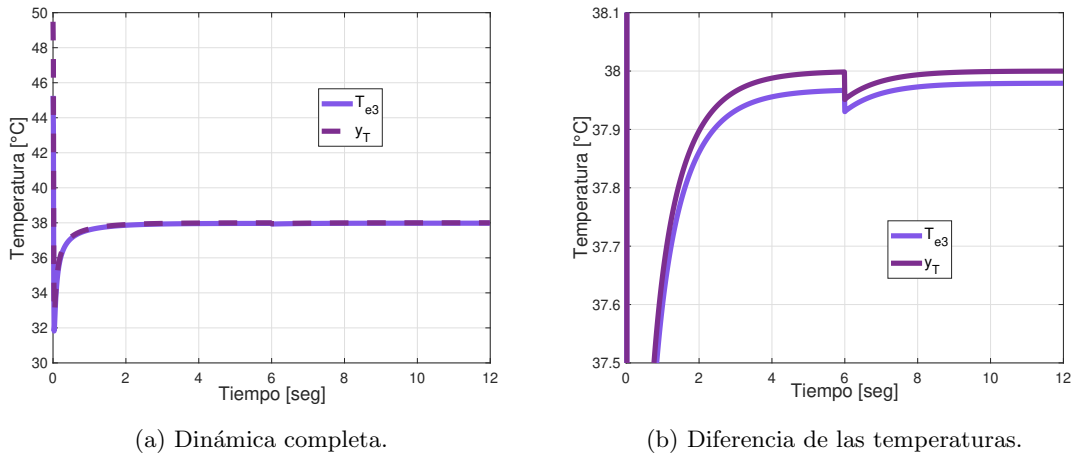


Figura 8.38: Caso 3-I: Temperaturas de la tubería de salida.

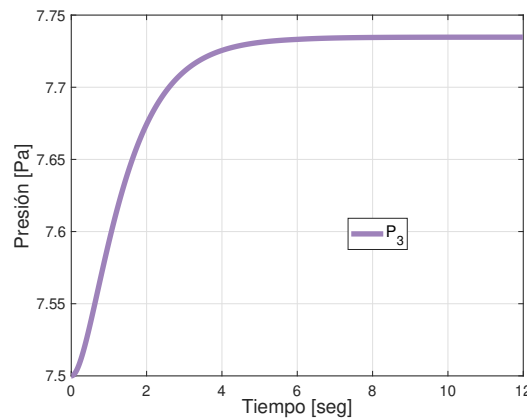


Figura 8.39: Caso 3-I: Presión P_3 .

Los flujos del sistema son mostrados en la Figura 8.40. Estos son congruentes con la ecuación de continuidad y no son afectados por el cambio en la temperatura ambiente.

En conclusión, se puede generalizar el efecto de la temperatura ambiente sobre el sistema de la siguiente manera, la parte térmica está afectada por T_a , pero este efecto es pequeño, mientras que la parte hidráulica no lo está. Lo anterior es congruente con el modelo del sistema, expresado en la Ecuación (6.3), del

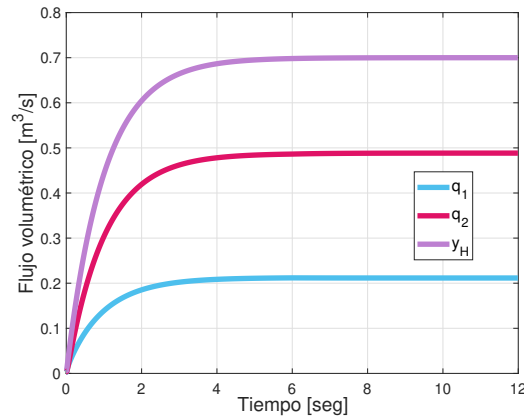


Figura 8.40: Caso 3-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

cual podemos inferir lo siguiente:

1. El acoplamiento de la parte hidráulica y la parte térmica del sistema, el cual va de la parte hidráulica a la parte térmica y no a la inversa. Es decir, la parte térmica utiliza parámetros dados por la parte hidráulica, pero la parte hidráulica solo utiliza parámetros hidráulicos.
2. El efecto de T_a , está presente en el sistema a través del intercambio de calor del sistema con el medio ambiente, $q_{r\eta}$ $\eta = 1, 2, 3$, de cada tubería. Entonces una posible causa de que el efecto en la parte térmica sea pequeño se debe a que las resistencias térmicas del material son muy grandes.
3. El material considerado para este trabajo, tubería de termofusión, tiene una gran resistencia térmica, o dicho de otra forma, un mal conductor de calor.

Caso 3-II:

En la simulación anterior se concluyó que la razón por la que T_a no afecta en gran medida al sistema es porque el material que se propuso para las tuberías

del sistema es un mal conductor de calor, por lo que en esta simulación todas las resistencias térmicas con las que se calcula el intercambio de calor con el medio ambiente son reducidas al multiplicarlas por 0.1.

Las entradas, la perturbación y las salidas deseadas del sistema se mantienen como en la simulación anterior, entonces están dadas por las Ecuaciones (8.9), (8.10) y (8.11). Así mismo, la variación de la temperatura ambiente sigue siendo la mostrada en la Figura 8.32.

La temperatura de salida del sistema si está afectada por T_a , pero el controlador $a2$ cumple su propósito al llevar la salida de nuevo a la salida de temperatura deseada T_d , esto es mostrado en la Figura 8.41a.

El flujo de salida del sistema es mostrado en la Figura 8.41b. En la cual se muestra que el flujo de salida sigue sin ser alterado por la temperatura ambiente.

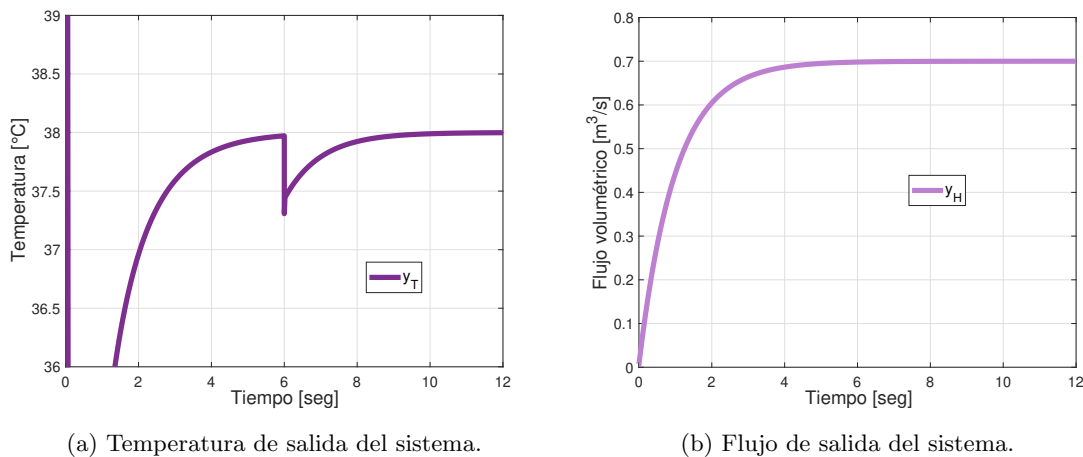


Figura 8.41: Caso 3-II: Salidas del sistema.

Las posiciones de las válvulas manipuladas que hicieron posible estos resul-

tados son mostradas en la Figura 8.42. En esta gráfica podemos ver que el controlador $a2$ manipula las válvulas u_1 y u_2 para llegar a lograr su cometido, en este punto ya se puede decir que la perturbación generada por T_a repercutirá también en la parte hidráulica, en los flujos de entrada al sistema.

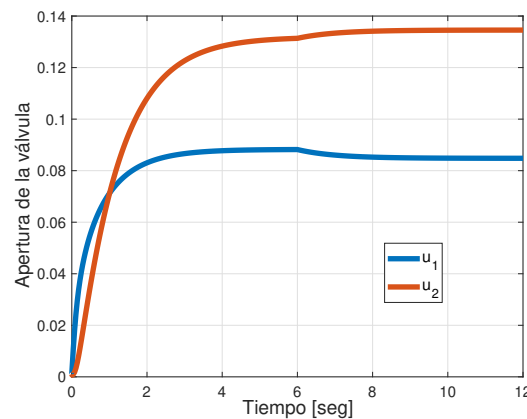
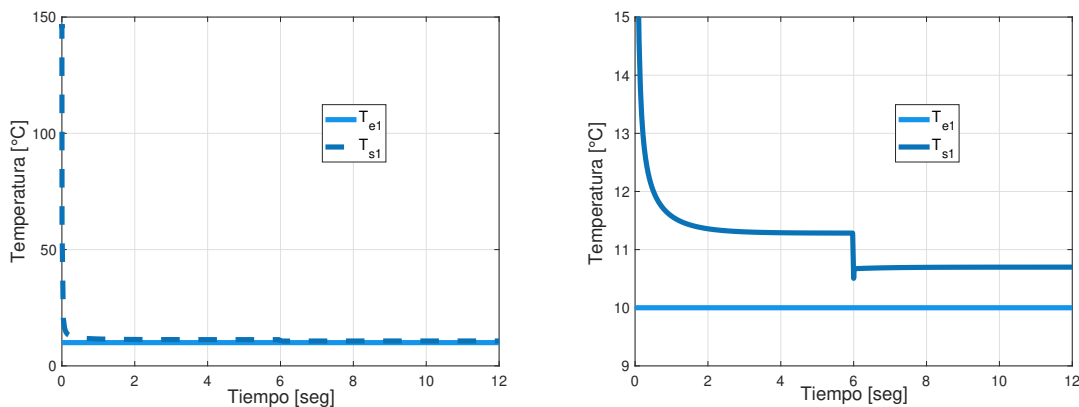


Figura 8.42: Caso 3-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador $a2$.



(a) Dinámica completa.

(b) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.43: Caso 3-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

Para ahondar en esta sensibilidad se presentan los cambios en las temperaturas de las tres tuberías del sistema en las Figuras 8.43, 8.44 y 8.45. En la Figura 8.44b se puede apreciar que el cambio en la temperatura del agua

caliente es de casi un grado Celsius, mientras que el del agua fría en la Figura 8.43b y de la combinación de ambas temperaturas en la Figura 8.45b es de medio grado aproximadamente, estos valores son mayores a los presentados en la simulación del **Caso 3-I** cuya conclusión es ratificada en esta simulación, es decir, el material que se consideró para las tuberías es un mal conductor de calor.

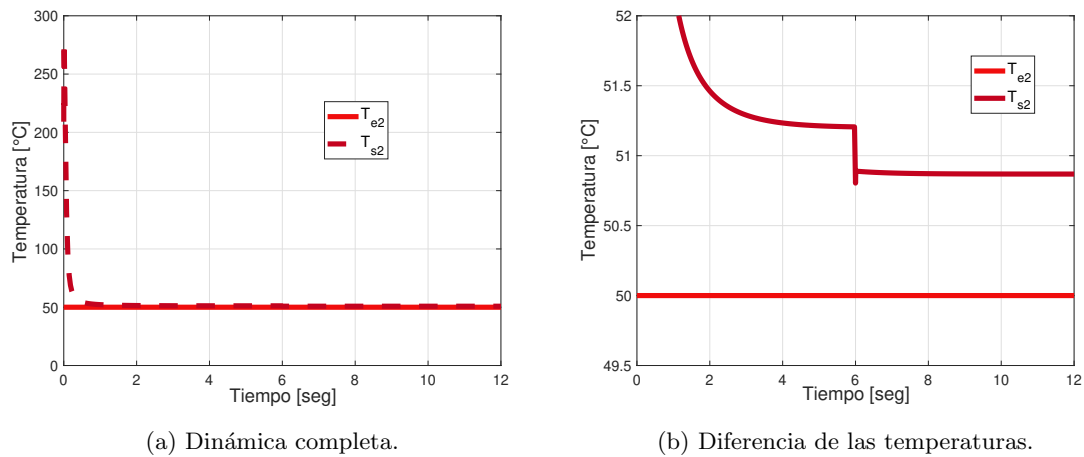


Figura 8.44: Caso 3-II: Temperaturas de la tubería de entrada dos.

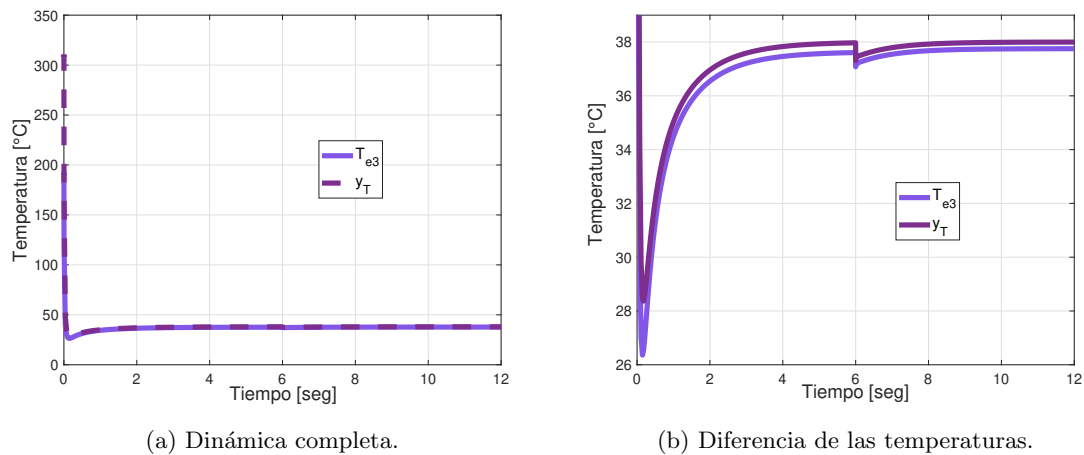


Figura 8.45: Caso 3-II: Temperaturas de la tubería de salida.

Los cambios presentados en las temperaturas del fluido dentro de cada tu-

bería del sistema muestran la sensibilidad del sistema y del controlador a la perturbación de la temperatura ambiente. Específicamente, el controlador $a2$ es capaz de llegar a la temperatura de salida deseada con gran exactitud, porque considera el intercambio térmico del sistema con el ambiente.

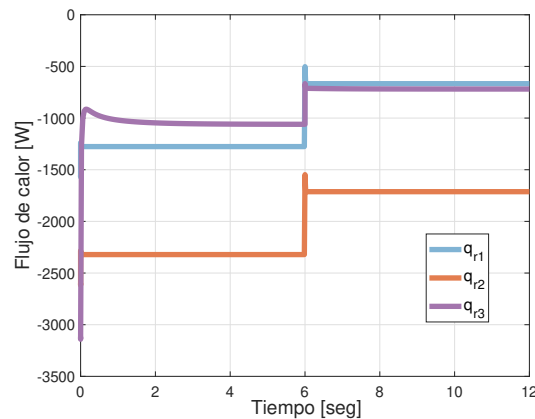


Figura 8.46: Caso 3-II: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La perturbación del sistema ante el cambio de T_a se vuelve evidente al ver la cantidad de calor que se intercambió con el medio ambiente cuando la resistencia térmica de las tuberías es baja, mostrado en la Figura 8.46. Que en comparación con la Figura 8.35 es mucho mayor.

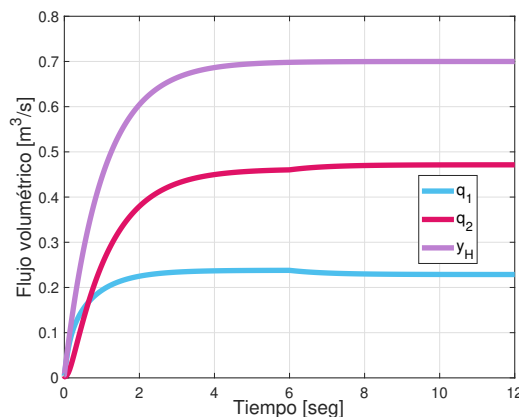


Figura 8.47: Caso 3-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Como las posiciones de las válvulas de entrada fueron cambiadas por el controlador a_2 , entonces los flujos volumétricos de entrada fueron afectados indirectamente por el cambio en la temperatura ambiente, como se muestra en la Figura 8.47, pero el flujo de salida se mantuvo sin cambios, porque el controlador mueve las válvulas con precisión para llegar a las salidas deseadas.

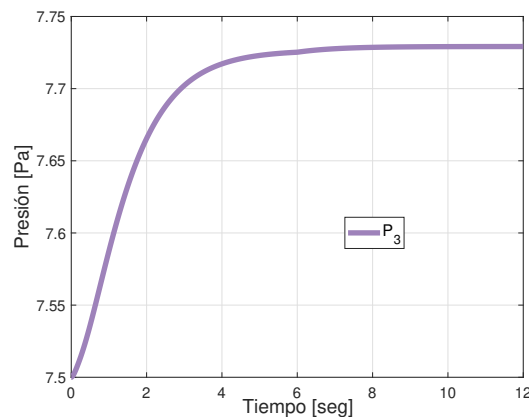


Figura 8.48: Caso 3-II: Presión P_3 .

La Figura 8.48, muestra la presión calculada P_3 , la cual es igual a la presión de la simulación anterior, esto se debe a que esta está dada para el flujo tres, es decir, el flujo de salida, y_H , por tanto, el controlador la mantiene indirectamente, para lograr la salida deseada.

De esta simulación se concluyen tres cosas:

1. El sistema y el controlador son sensibles a los cambios en la temperatura ambiente, T_a .
2. El controlador a_2 funciona correctamente, al manipular las válvulas ante la perturbación y logrando la regulación tanto de flujo como de temperatura.

3. Se comprueba que el material que se consideró para las tuberías es un mal conductor de calor.

Caso 3-III:

En esta simulación se presenta el efecto del cambio brusco de las temperaturas de entrada al sistema, T_{e1} y T_{e2} , sobre el sistema y el controlador $a2$. Entonces, las dos entradas térmicas del sistema varían en el tiempo, mientras que las dos entradas hidráulicas permanecen constantes. Las cuatro entradas al sistema se muestran en la Ecuación (8.12). La variación de las temperaturas de entrada es mostrada de manera gráfica en la Figura 8.49. La temperatura ambiente y las salidas deseadas se mantienen constantes, como se muestra en las Ecuaciones (8.13) y (8.14), respectivamente.

$$T_{e1}(t) = \begin{cases} 10 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 6 \\ 15 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t \leq 16 \end{cases}$$
$$T_{e2}(t) = \begin{cases} 50 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 7 \\ 45 \text{ } ^\circ\text{C}, & 7 \leq t \leq 16 \end{cases} \quad (8.12)$$

$$P_1 = 15 \text{ Pa}$$

$$P_2 = 20 \text{ Pa}$$

$$T_a = 20 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8.13)$$

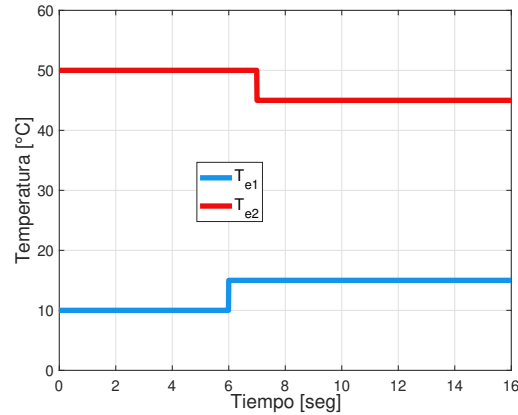
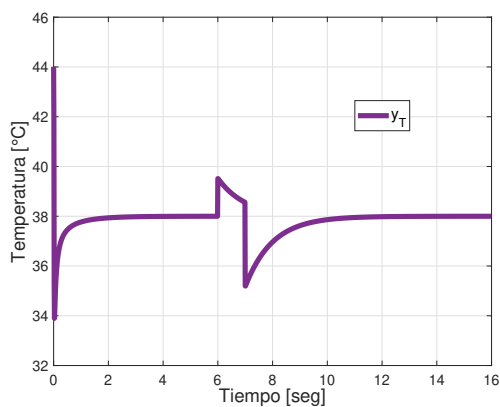


Figura 8.49: Caso 3-III: Temperaturas de entrada al sistema.

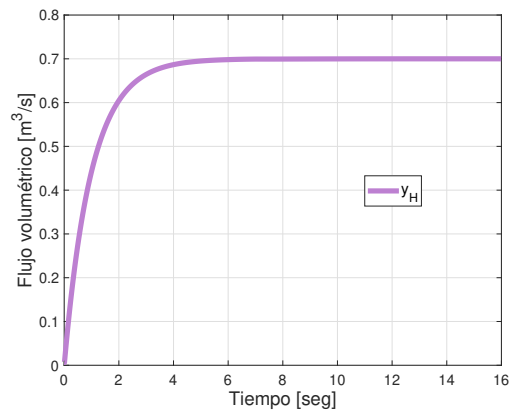
$$T_d = 38 \text{ } ^\circ\text{C} \tag{8.14}$$

$$q_d = 0.7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

El flujo de salida del sistema, y_H , no se ve afectado por la variación en las temperaturas de entrada y llega a su valor deseado, como se muestra en la Figura 8.50b.



(a) Temperatura de salida del sistema.



(b) Flujo de salida del sistema.

Figura 8.50: Caso 3-III: Salidas del sistema.

La Figura 8.50a muestra la temperatura de salida del sistema, y_T , esta si es perturbada por los cambios bruscos en las temperaturas de entrada, en el *segundo* 6 cuándo T_{e1} aumenta, y_T también aumenta, pero el controlador comienza a corregir el error que ha generado este cambio, antes de que lo logre ocurre otro cambio, pero esta vez causado por el descenso de T_{e2} el efecto inmediato en y_T es que está también baja, pero pese a estos cambios el controlador a_2 cumple su cometido alcanzando el valor deseado para la temperatura de salida.

Por la Figura 8.50 sabemos que el controlador está cumpliendo su cometido y que el cambio de las temperaturas de entrada influye de manera directa solo en la salida térmica del sistema. Para lograr apreciar la convergencia de la salida térmica a la salida deseada fue necesario aumentar el tiempo de simulación a 16 *segundos*.

Las posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 con el propósito de obtener las salidas deseadas son mostradas en la Figura 8.51.

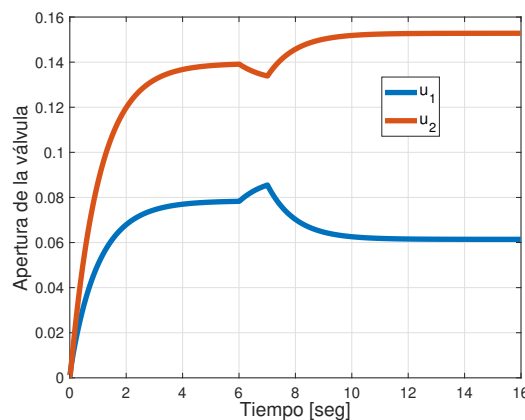
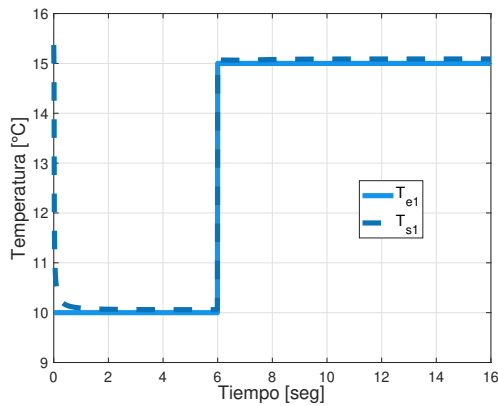
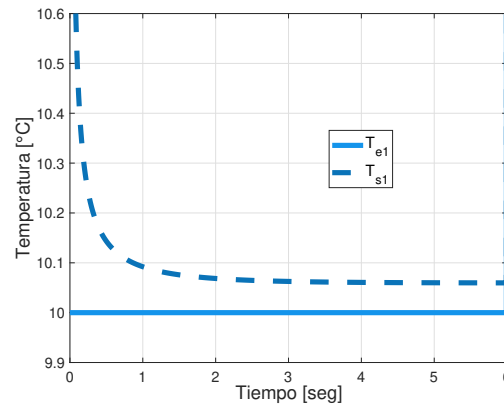


Figura 8.51: Caso 3-III: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

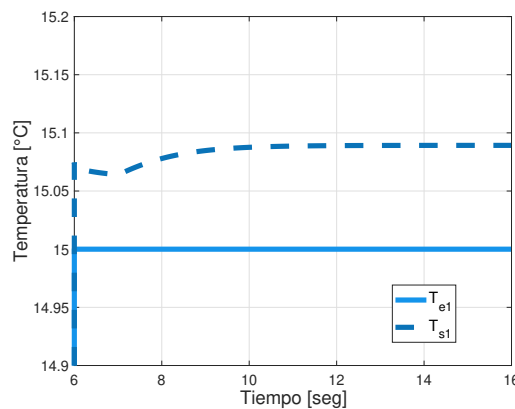
La Figura 8.52 muestra la dinámica de las temperaturas de la tubería uno, esta se divide en tres sub-figuras. La Figura 8.52a muestra la dinámica completa del cambio de la temperatura de entrada, T_{e1} , y la temperatura de salida, T_{s1} . Mientras que las Figuras 8.52b y 8.52c muestran la dinámica de las temperaturas en rangos de tiempo específicos para visualizar mejor el cambio térmico del fluido dentro de la tubería.



(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.

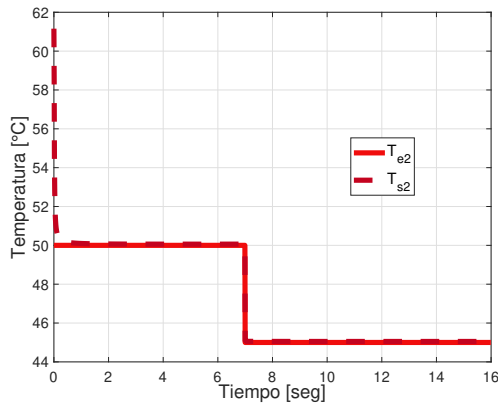


(c) De 6 a 16 segundos.

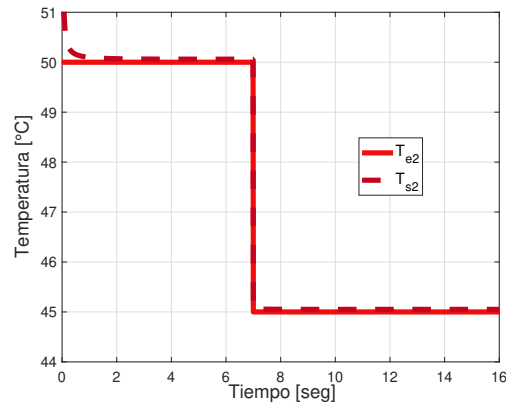
Figura 8.52: Caso 3-III: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

La Figura 8.53 presenta el cambio en las temperaturas de la tubería dos. La Figura 8.53a muestra la dinámica completa de las temperaturas de entrada y salida, T_{e2} y T_{s2} respectivamente, mientras que las Figuras 8.53b, 8.53c y

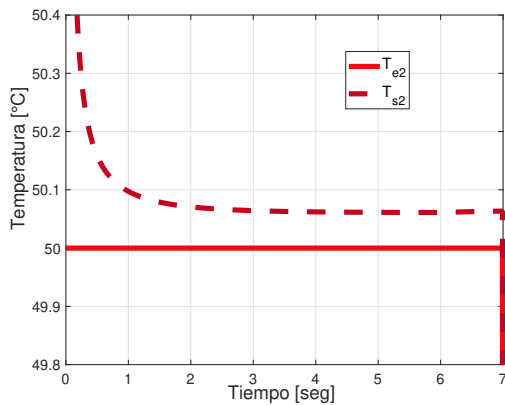
8.53d muestran los valores que alcanzan ambas temperaturas en diferentes intervalos de tiempo, esto con el propósito de visualizar claramente el cambio térmico del fluido dentro de la tubería dos.



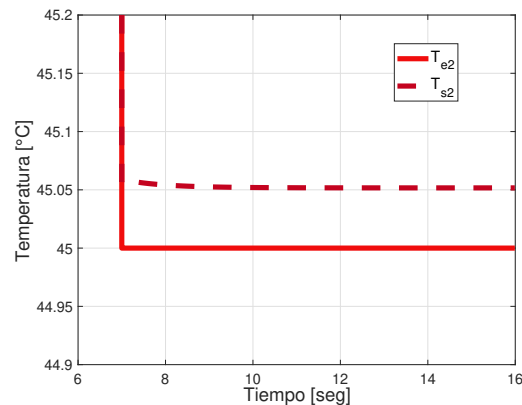
(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 16 segundos.



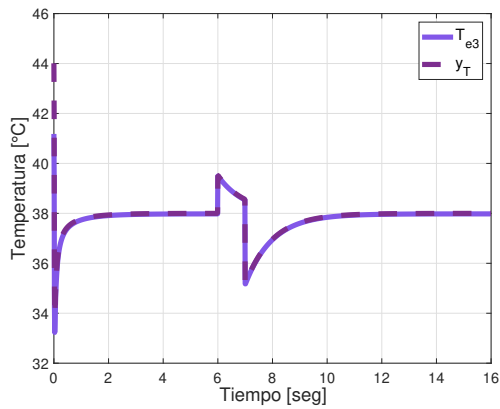
(c) De 0 a 7 segundos.



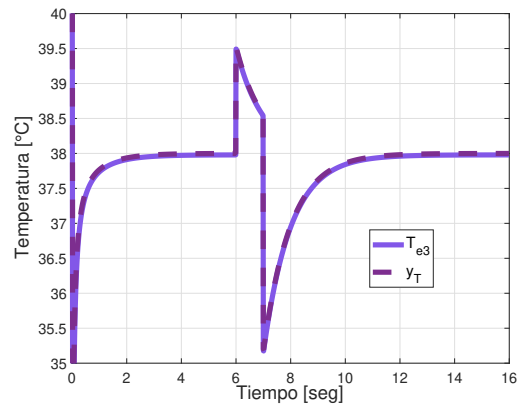
(d) De 6 a 16 segundos.

Figura 8.53: Caso 3-III: Temperaturas de la tubería de entrada dos.

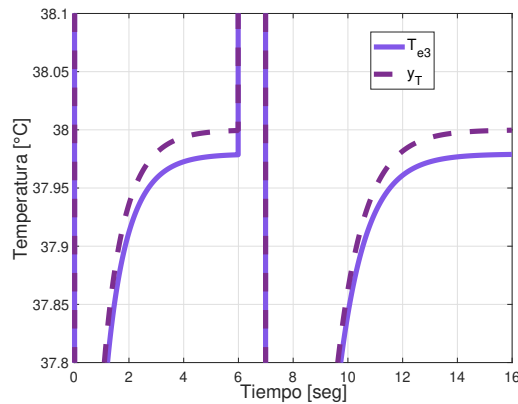
La Figura 8.54 se visualiza como repercuten los cambios en las temperaturas de entrada en la temperatura de entrada a la tercer tubería y a su vez en la temperatura de salida del sistema. Específicamente la Figura 8.54c muestra como la salida y_T , alcanza la salida deseada T_d , porque el controlador $a2$ considera el intercambio de calor del sistema con el medio ambiente para lograr que $y_T = T_d$.



(a) Dinámica completa.



(b) Efecto del cambio de temperatura.



(c) Diferencia de las temperaturas.

Figura 8.54: Caso 3-III: Temperaturas de la tubería de salida.

En las Figuras 8.52, 8.53 y 8.54 se vuelve a comprobar que el material que se consideró para las tuberías del sistema es un mal conductor de calor, por lo que la diferencia entre las temperaturas de entrada y salida de cada tubería es pequeña.

El intercambio térmico del sistema con el medio ambiente es presentado en la Figura 8.55. Como los flujos de calor son negativos y se consideró que la dirección del flujo de calor era del sistema hacia el ambiente, entonces se deduce que la dirección está invertida y en realidad el sistema está ganando calor. Lo anterior es congruente con lo presentado en las Figuras 8.52, 8.53 y 8.54.

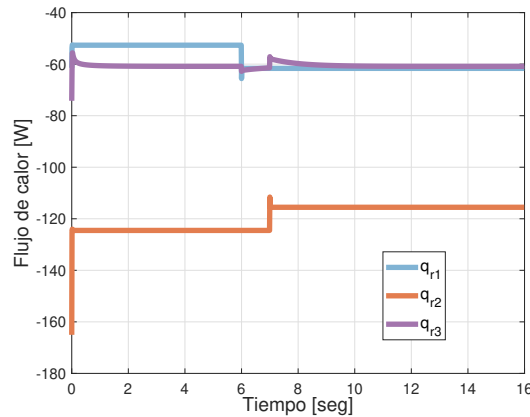


Figura 8.55: Caso 3-III: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La Figura 8.56 muestra por qué el flujo de salida del sistema no está afectado por el cambio de las temperaturas de entrada, esto debido al excelente desempeño del controlador $a2$. El controlador manipula las válvulas u_1 y u_2 para lograr que la suma los flujos de entrada sea igual al flujo deseado como salida del sistema, es decir, que el flujo de salida y el flujo deseado sean iguales, $q_1 + q_2 = y_H = q_d$. Entonces los flujos son alterados de tal manera que cambian la temperatura de salida del sistema, pero mantienen el flujo de salida del sistema.

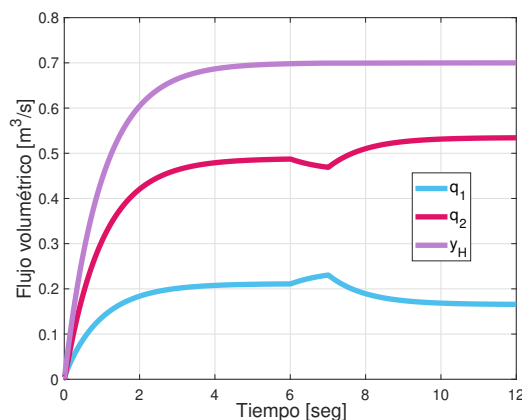


Figura 8.56: Caso 3-III: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

La Figura 8.57 muestra la presión P_3 , la cual es calculada por el algoritmo de bisección. En esta figura podemos ver que P_3 es afectada por el cambio en las temperaturas de entrada, esto es de manera indirecta, porque lo que ocurre en realidad es que esta presión depende directamente de las posiciones de las válvulas u_1 y u_2 , entonces si estas cambian P_3 cambia.

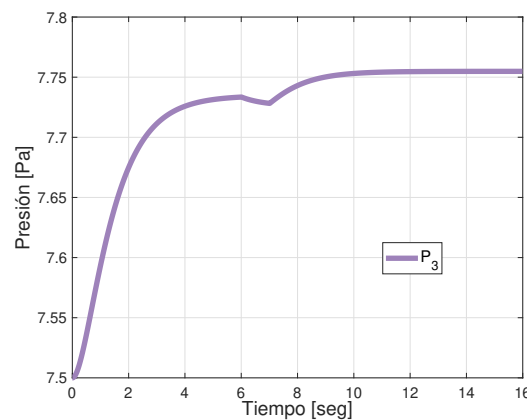


Figura 8.57: Caso 3-III: Presiones del sistema.

Se concluye que las temperaturas de entrada, T_{e1} y T_{e2} , repercuten de manera directa en el comportamiento del sistema, así mismo el controlador a_2 es suficiente para compensar los cambios en dichas temperaturas.

Caso 3-IV:

En esta simulación se considera que las presiones de entrada son variantes en el tiempo, entonces $P_1(t)$ y $P_2(t)$, mientras las dos entradas térmicas, la perturbación y las salidas deseadas permanecen constantes. De esta manera se pretende visualizar el efecto de las presiones de entrada en el comportamiento del controlador a_2 y del modelo del sistema.

El cambio de las presiones de entrada $P_1(t)$ y $P_2(t)$, es mostrado de manera

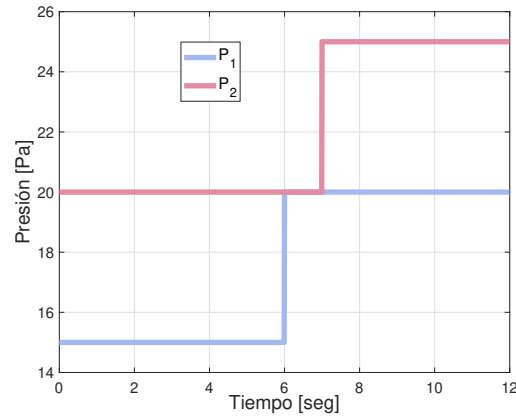


Figura 8.58: Caso 3-IV: Presiones de entrada al sistema.

gráfica en la Figura 8.58. Las entradas, la perturbación y las salidas deseadas del sistema son mostradas en las Ecuaciones (8.15), (8.16) y (8.17), respectivamente.

$$T_{e1} = 10 \text{ } ^\circ C$$

$$T_{e2} = 50 \text{ } ^\circ C$$

$$P_1(t) = \begin{cases} 15 \text{ Pa}, & 0 \leq t < 6 \\ 20 \text{ Pa}, & 6 \leq t \leq 12 \end{cases} \quad (8.15)$$

$$P_2(t) = \begin{cases} 20 \text{ Pa}, & 0 \leq t < 7 \\ 25 \text{ Pa}, & 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

$$T_a = 20 \text{ } ^\circ C \quad (8.16)$$

$$T_d = 38 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (8.17)$$

$$q_d = 0.7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Las salidas del sistema son mostradas por las Figuras 8.59. Ambas salidas son afectadas por el cambio en las presiones de entrada. El cambio en el flujo de salida es intuitivo, ya que los flujos del sistema dependen de las presiones del sistema, pero el cambio en la temperatura requiere un poco de análisis en el modelo del sistema, Ecuación (6.3). Las temperaturas de salida de las tuberías dependen de los flujos máxicos del sistema que a su vez dependen de los flujos del sistema. Entonces tanto la salida hidráulica como la térmica dependen de las entradas hidráulicas del sistema.

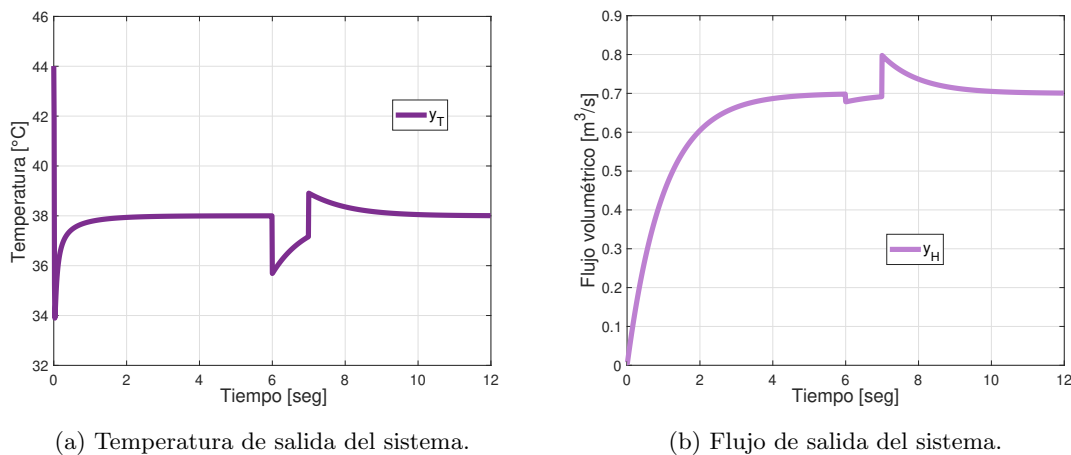


Figura 8.59: Caso 3-IV: Salidas del sistema.

La Figura 8.60 muestra las posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 . La apertura de dichas válvulas fue variada para obtener las salidas deseadas.

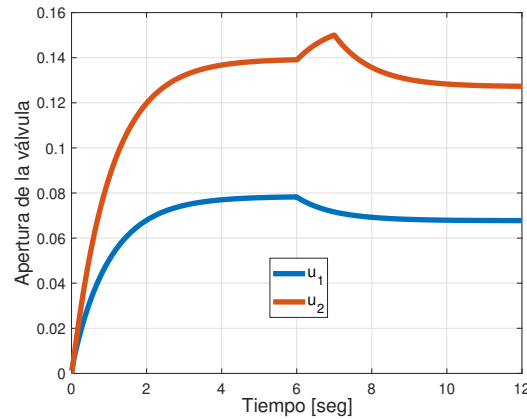
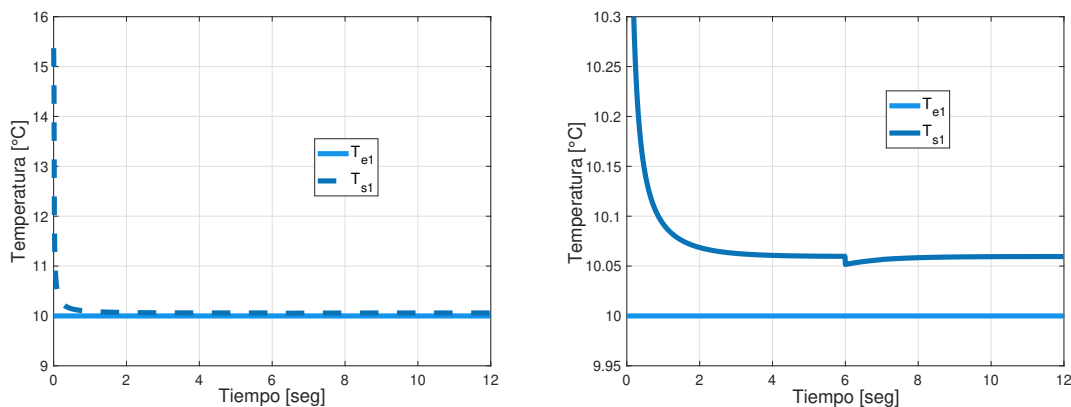


Figura 8.60: Caso 3-IV: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .



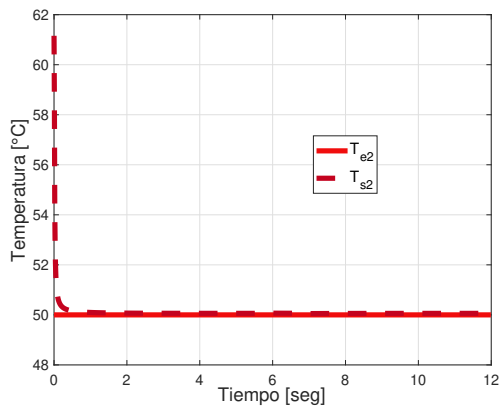
(a) Dinámica completa.

(b) Diferencia de las temperaturas.

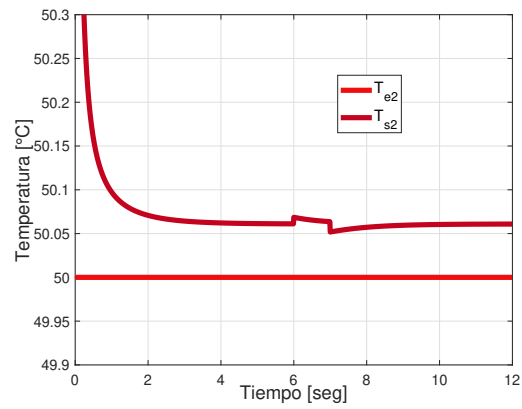
Figura 8.61: Caso 3-IV: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

Las Figuras 8.61, 8.62 y 8.63, presentan los cambios en las temperaturas de entrada y salida de cada una de las tuberías del sistema. En las Figuras 8.61 y 8.62 se muestra cómo los cambios en las presiones de entrada repercuten en las temperaturas de salida de las tuberías uno y dos. Mientras que la Figura 8.63 muestra detalladamente cómo los cambios en las temperaturas de salida de las tuberías de entrada a su vez repercuten en la temperatura de salida.

Cuando se varían las presiones de entrada se están variando de manera directa los flujos hidráulicos de las tuberías, y de manera indirecta las temperaturas

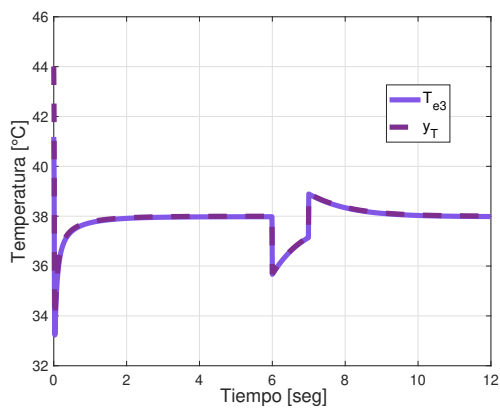


(a) Dinámica completa.

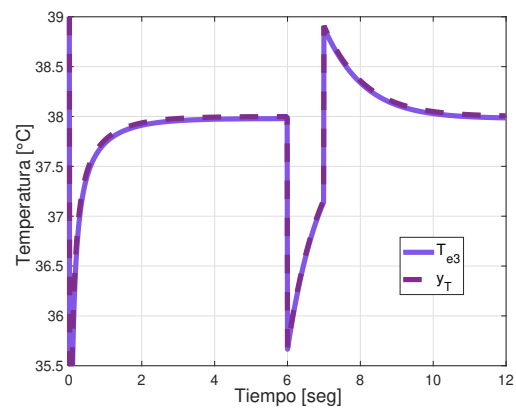


(b) Diferencia de las temperaturas.

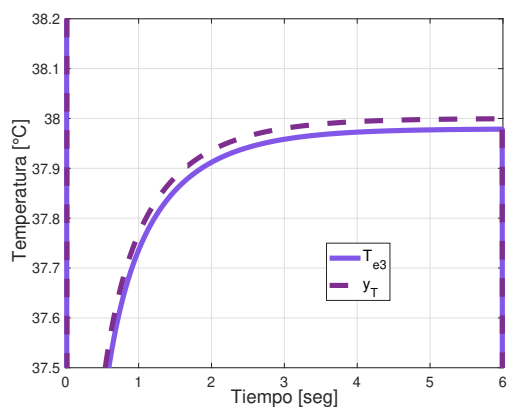
Figura 8.62: Caso 3-IV: Temperaturas de la tubería de entrada dos.



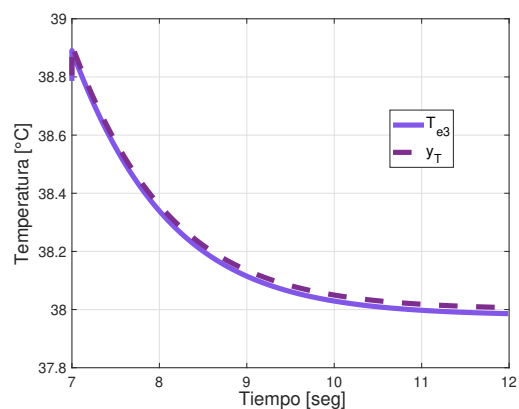
(a) Dinámica completa.



(b) Dinámica de las temperaturas.



(c) De 0 a 7 segundos.



(d) De 6 a 12 segundos.

Figura 8.63: Caso 3-IV: Temperaturas de la tubería de salida.

de salida de las tuberías, ya que la parte térmica del sistema está altamente acoplada con la parte hidráulica del sistema. Este acoplamiento se debe a que se utilizan los flujos máxicos del fluido para determinar la temperatura de salida del fluido en cada tubería.

El intercambio térmico del sistema con el medio ambiente es presentado en la Figura 8.64, como los flujos de calor son negativos, entonces el sistema está ganando calor del medio ambiente. También se puede observar que existen variaciones en el flujo de calor tres, esto se debe a que q_{r3} depende de T_{e3} que es afectada por las dos presiones de entrada P_1 y P_2 .

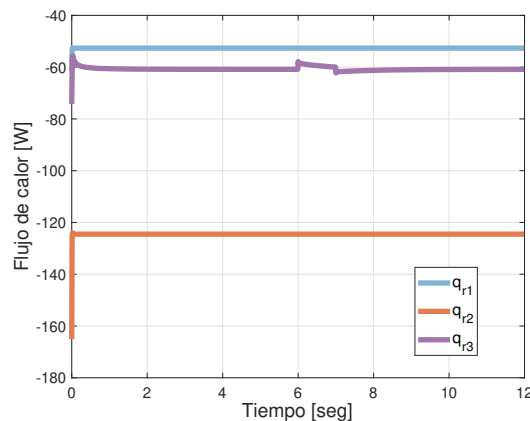


Figura 8.64: Caso 3-IV: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La Figura 8.65, muestra como todos los flujos hidráulicos del sistema están afectados por el cambio de las presiones de entrada del sistema. Lo anterior es entendible, porque los flujos volumétricos dependen directamente de las presiones de entrada.

La Figura 8.66 la variación en la presión estima P_3 . Las presiones de entrada P_1 y P_2 son utilizadas por el algoritmo de bisección para determinar P_3 , por

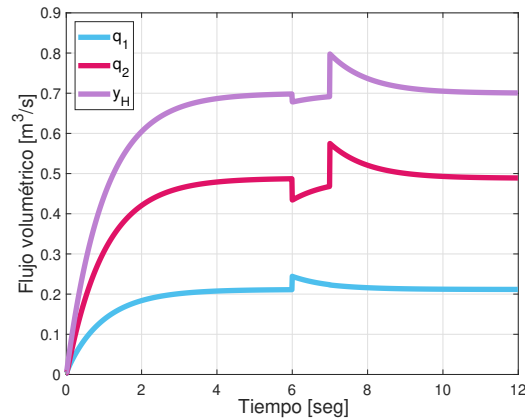


Figura 8.65: Caso 3-IV: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

tanto, la variación de estas afectará a P_3 .

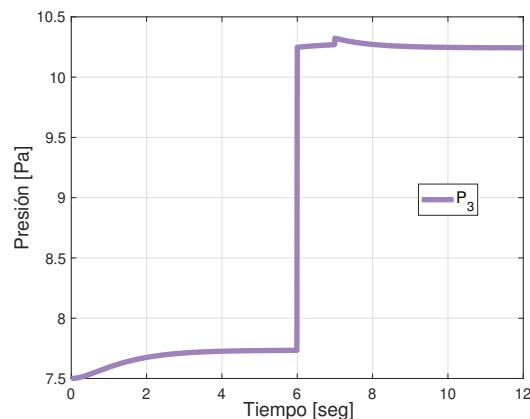


Figura 8.66: Caso 3-IV: Presión P_3 .

De esta simulación se concluye lo siguiente:

1. El sistema es muy sensible a los cambios en las presiones de entrada al sistema, debido a que existe un fuerte acoplamiento entre la parte térmica e hidráulica del sistema.
2. A pesar de la sensibilidad del sistema a los cambios en las presiones de entrada, el controlador a_2 realizó la regulación de ambas salidas con éxito.

Caso 3-V:

La última simulación del **Caso 3**, consiste en mantener las entradas y la perturbación constante, como se muestra en las Ecuaciones (8.18) y (8.19), mientras que las salidas deseadas son variadas, Ecuación (8.20) y en la Figura 8.67. Esto se realiza para probar el desempeño del controlador $a2$ ante el cambio de las referencias deseadas.

$$T_{e1} = 10 \text{ } ^\circ C$$

$$T_{e2} = 50 \text{ } ^\circ C$$

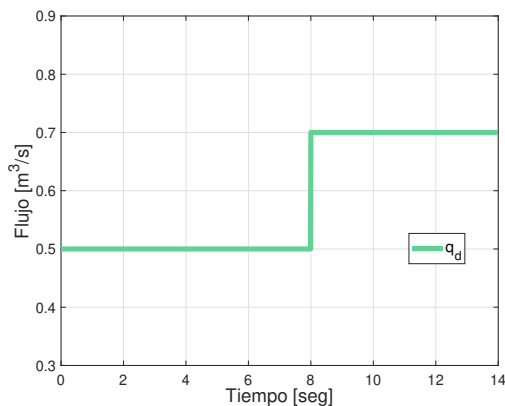
(8.18)

$$P_1 = 15 \text{ } Pa$$

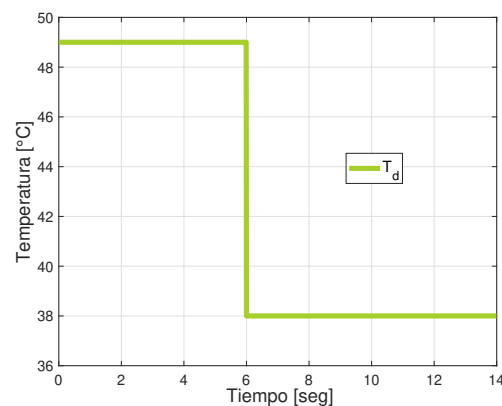
$$P_2 = 20 \text{ } Pa$$

$$T_a = 20 \text{ } ^\circ C$$

(8.19)



(a) Flujo de salida deseado.



(b) Temperatura de salida deseada.

Figura 8.67: Caso 3-V: Salidas deseadas del sistema.

$$T_d = \begin{cases} 49 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 6 \\ 38 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t \leq 14 \end{cases} \quad (8.20)$$

$$q_d \begin{cases} 0.5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, & 0 \leq t < 8 \\ 0.7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, & 8 \leq t \leq 14 \end{cases}$$

El flujo de salida es mostrado en la Figura 8.68b y la temperatura de salida es mostrada en la Figura 8.68a. Ambas salidas alcanzan las referencias deseadas según en tiempo de simulación en el que se encuentran.

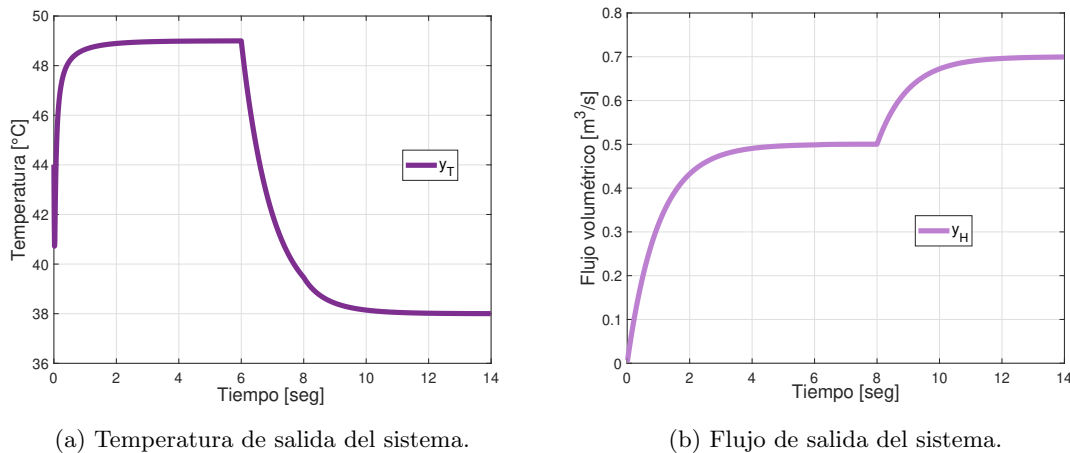


Figura 8.68: Caso 3-V: Salidas del sistema.

Las posiciones de las válvulas manipuladas fueron ajustadas por el controlador, a_2 tal como se muestran en la Figura 8.69. En el cual se observa que para lograr la temperatura de salida $y_T = 49 \text{ } ^\circ\text{C}$ que es solo un grado inferior a la temperatura de entrada de la tubería dos, durante el intervalo de tiempo $0 \leq t < 6$, la válvula dos apenas se abrió, esto genera que el flujo volumétrico de la primer tubería sea pequeño, como se muestra en la Figura

8.70.

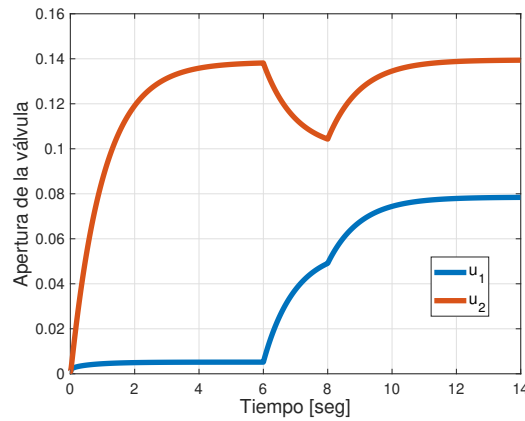


Figura 8.69: Caso 3-V: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

En la Figura 8.70 se presentaron los flujos volumétricos del sistema. En esta se muestra como los flujos volumétricos de las tuberías uno y dos son afectados directamente por el cambio en las posiciones de las válvulas manipuladas. Así mismo se muestra como se manipulan los flujos de entrada para lograr que $y_H = q_d$.

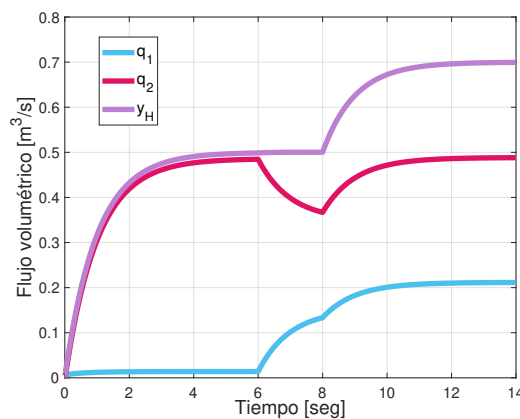


Figura 8.70: Caso 3-V: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Como el flujo volumétrico del fluido en la tubería uno es muy pequeño, el fluido será menos resistente a los cambios de temperatura. Esto es porque

a menor masa, el fluido será susceptible al cambio de temperatura por la influencia de la temperatura ambiente.

La Figura 8.71 presenta el cambio térmico de la primer tubería del sistema, en la cual se puede apreciar en 8.71a un incremento de un grado Celsius en la temperatura de salida respecto a la temperatura de entrada en el intervalo de tiempo $0 \leq t < 6$, esto se debe como se predijo antes a la disminución del fluido dentro de la tubería uno en este periodo de tiempo. El argumento anterior cobra fuerza cuando se analiza el intervalo de tiempo $6 < t$, ya que, en este intervalo, la diferencia entre las temperaturas T_{e1} y T_{s1} disminuye, esto por el aumento del flujo volumétrico de la tubería uno.

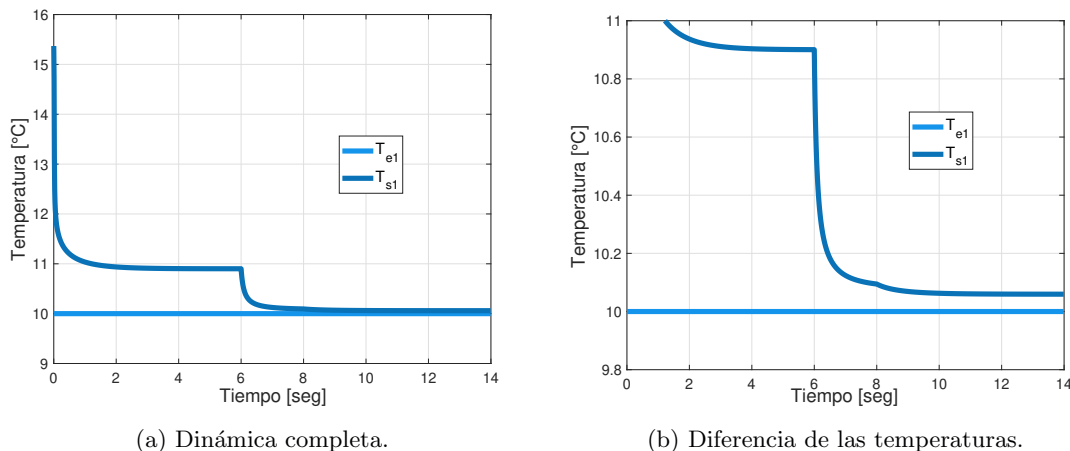


Figura 8.71: Caso 3-V: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

El cambio térmico de la tubería dos es mostrado en la Figura 8.72. Al disminuir el flujo volumétrico de la tubería dos en el intervalo, $6 \leq t < 8$ como se mostró en la Figura 8.70, entonces la diferencia entre las temperaturas de entrada y salida de la tubería aumenta.

La Figura 8.73 presenta los cambios en las temperaturas de entrada y salida

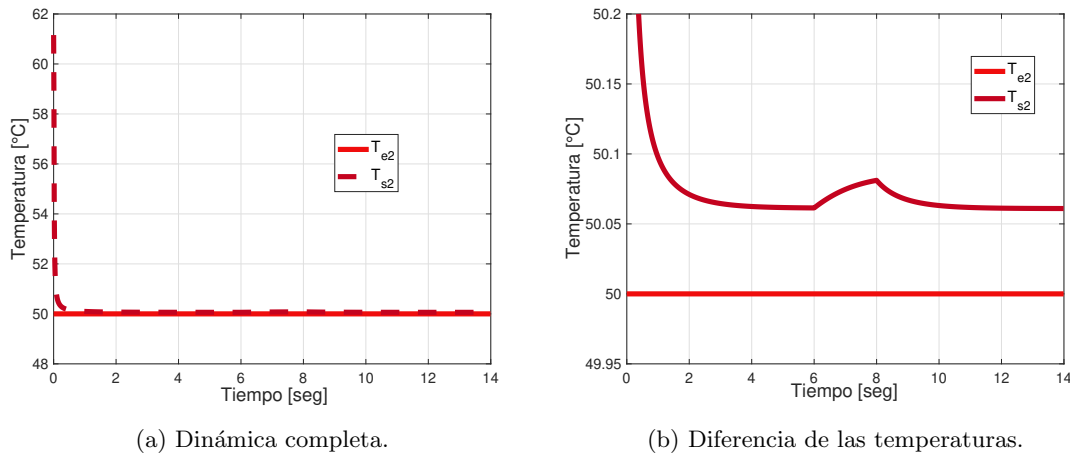


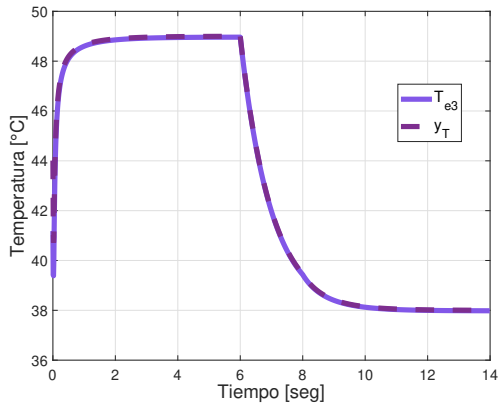
Figura 8.72: Caso 3-V: Temperaturas de la tubería de entrada dos.

de la tubería de salida del sistema. Se ven reflejados todas las variaciones térmicas de las tuberías de entrada, así como el intercambio térmico con el ambiente de esta tubería.

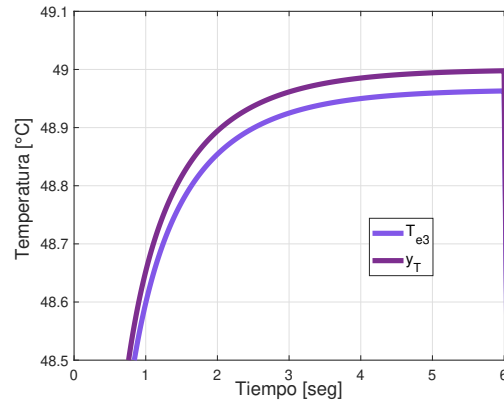
Los cambios en las temperaturas de salida de las tuberías de entrada son constantes porque el flujo de calor de ambas tuberías se mantiene constante durante toda la simulación, como muestra la Figura 8.74. En esta figura también se gráfica el flujo de calor de la tercer tubería, en el cual disminuye la absorción de calor del ambiente por parte del fluido de la tercer tubería, es decir, que q_{r3} aumenta, esto se debe al aumento del flujo dentro de la misma tubería.

La Figura 8.75 muestra la presión P_3 , la cual es calculada por el algoritmo de solución numérico por punto medio o bisección, propuesto en este trabajo de tesis. Los cambios en P_3 se originan debido a la variación de la posición de las válvulas manipuladas para alcanzar las salidas deseadas.

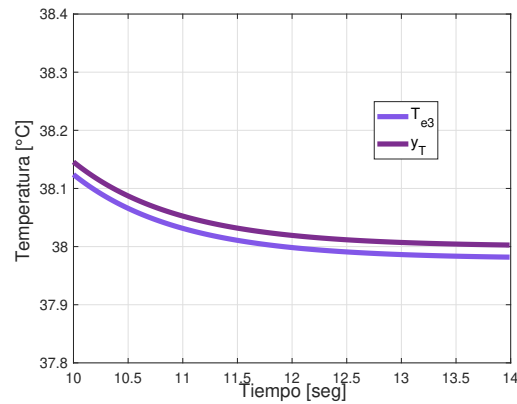
La razón por la que tanto flujos como temperaturas internas de las tuberías



(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.



(c) De 10 a 14 segundos.

Figura 8.73: Caso 3-V: Temperaturas de la tubería de salida.

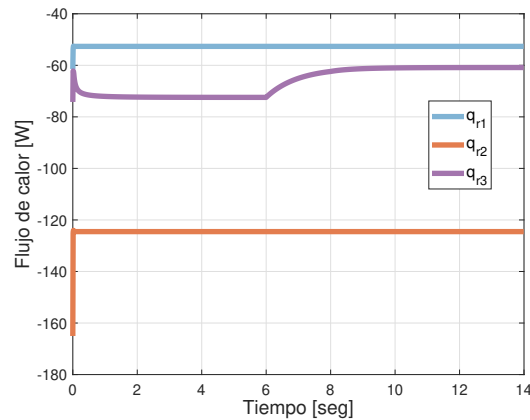


Figura 8.74: Caso 3-V: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

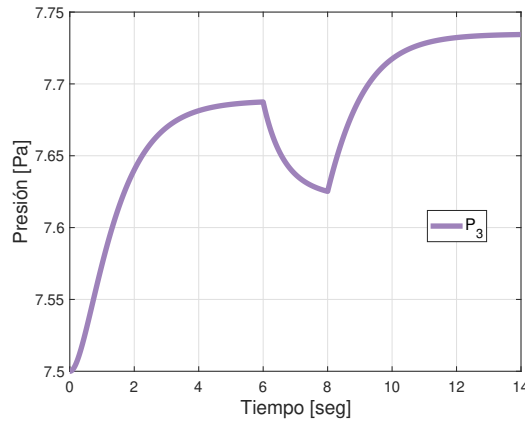


Figura 8.75: Caso 3-V: Presión P_3 .

son afectadas por el cambio en las salidas deseadas se debe a que las válvulas u_1 y u_2 regulan el flujo de las tuberías de entrada, lo que repercute en las temperaturas de salida de dichas tuberías, así como en la temperatura y flujo de la tubería de salida.

Entonces, si el controlador a_2 manipula solamente las válvulas u_1 y u_2 , entonces el controlador de manera indirecta variará temperatura y flujo de salida de las tuberías del sistema, con el propósito de alcanzar las salidas deseadas. Así mismo, el controlador a_2 , logra que $y_T = T_d$ y $y_H = q_d$ con precisión, porque el controlador está basado en el modelo del sistema, lo que significa que considera cada cambio ocurrido en el mismo para lograr la salida deseada.

8.2.4. Respuesta del sistema en lazo abierto, con entradas variables y con pérdidas de calor

En esta sección se presenta el **Caso 4** de simulación, el cual consta de dos simulaciones que difieren entre sí en una sola cosa: En la primer simulación los cambios están sincronizados y en la segunda son asíncronos. La primer simulación se presenta con el propósito de poner a prueba la eficiencia del controlador a_2 cuando todas las entradas del sistema cambian súbitamente y

la segunda pretende asemejar un poco más la realidad del sistema físico en la simulación del mismo.

Los valores de las entradas exógenas, la perturbación y las dos salidas deseadas del sistema son los mismos para ambas simulaciones, pero en cada simulación varía el tiempo de aplicación del cambio de los parámetros. En ambos casos las salidas cuentan con dos valores a alcanzar durante la simulación, mientras que los demás parámetros tienen tres.

Caso 4-I:

Los valores de las entradas del sistema y su variación en el tiempo son mostradas en la Ecuación (8.21) y en la Figura 8.76, la perturbación es mostrada en la Ecuación (8.22) y en la Figura 8.77 y las salidas deseadas son mostradas en la Ecuación (8.23) y en la Figura 8.78.

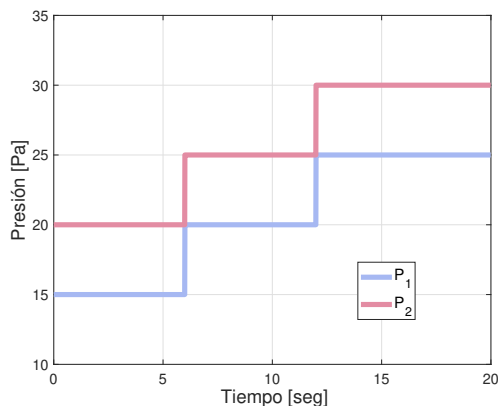
$$T_{e1}(t) = \begin{cases} 10 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 6 \\ 15 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t < 12 \\ 20 \text{ } ^\circ\text{C}, & 12 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

$$T_{e2}(t) = \begin{cases} 50 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 6 \\ 45 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t < 12 \\ 40 \text{ } ^\circ\text{C}, & 12 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

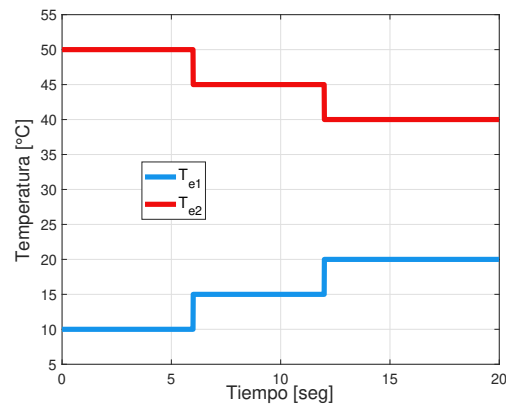
(8.21)

$$P_1(t) = \begin{cases} 15 \text{ Pa}, & 0 \leq t < 6 \\ 20 \text{ Pa}, & 6 \leq t < 12 \\ 25 \text{ Pa}, & 12 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

$$P_2(t) = \begin{cases} 20 \text{ Pa}, & 0 \leq t < 6 \\ 25 \text{ Pa}, & 6 \leq t < 12 \\ 30 \text{ Pa}, & 12 \leq t \leq 20 \end{cases}$$



(a) Presiones de entrada al sistema.



(b) Temperaturas de entrada al sistema.

Figura 8.76: Caso 4-I: Entradas del sistema.

$$T_a(t) = \begin{cases} 30 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 6 \\ 20 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t < 12 \\ 18 \text{ } ^\circ\text{C}, & 12 \leq t \leq 20 \end{cases} \quad (8.22)$$

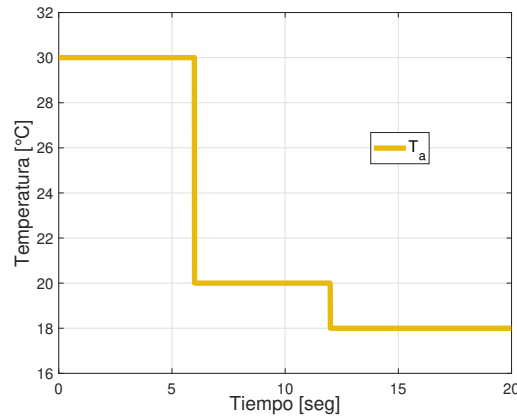


Figura 8.77: Caso 4-I: Cambio de la temperatura ambiente.

$$T_d(t) = \begin{cases} 38 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 6 \\ 35 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t \leq 20 \end{cases} \quad (8.23)$$

$$q_d(t) = \begin{cases} 0.5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, & 0 \leq t < 6 \\ 0.7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, & 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

El controlador a_2 cumple con su cometido al llevar las salidas del sistema a los valores deseados solo con algunas alteraciones sufridas por los cambios bruscos de las entradas, tal como se muestra en la Figura 8.79.

Para la obtención de la salida de temperatura deseada, es decir, $y_T = T_d$ ocurre algo similar que con la salida hidráulica, como se muestra en la Figura

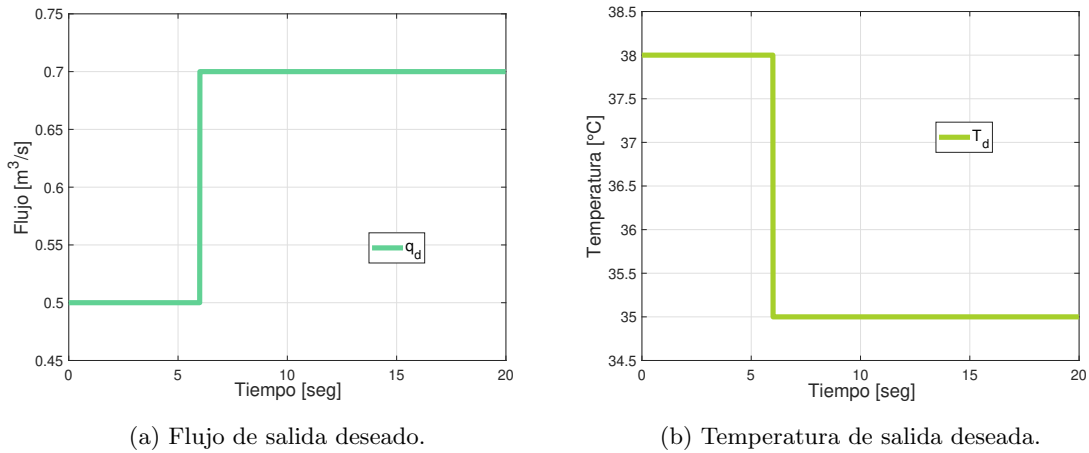


Figura 8.78: Caso 4-I: Salidas deseadas del sistema.

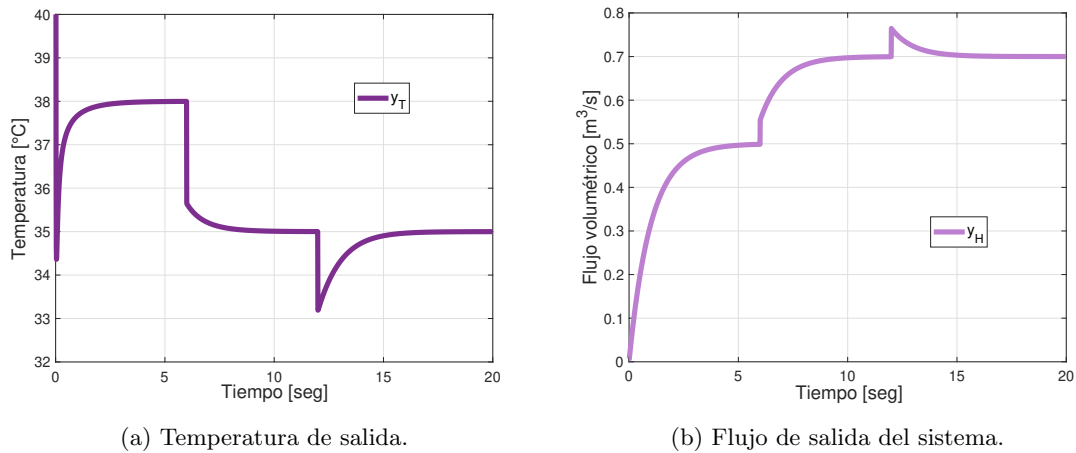


Figura 8.79: Caso 4-I: Salidas del sistema.

8.79a. Entonces, en los periodos que no hay cambios en los valores de los parámetros en los tiempos de simulación $0 < t < 6$, $6 < t < 12$ y $12 < t \leq 18$, el controlador a_2 lleva la salida térmica a $y_T = T_d$, mientras que en los instantes del cambio brusco en los valores de los parámetros en $t = 6$ y $t = 12$ se genera una línea recta vertical descendente de la que partirá el controlador para llegar a la salida deseada.

Sobre la Figura 8.79b se observa que del tiempo de simulación t , en el rango $0 \leq t < 6$, cuando no hay cambios en los valores de los parámetros el con-

trolador llega sin problema a la salida deseada en ese tiempo de simulación. En el tiempo de simulación $t = 6$ se aprecia una línea recta que sube, esta es causada por el cambio sincronizado de todas los parámetros. De $6 < t < 12$ el controlador vuelve a llevar la salida al valor deseado, $y_H = q_d$. El cambio brusco de los parámetros que entran al sistema vuelve a causar una línea recta vertical en $t = 12$. Finalmente como q_d no ha cambiado, el controlador vuelve a llevar la salida a dicho valor en $12 < t \leq 18$.

El cambio en la apertura de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 es mostrado en la Figura 8.80. En la cual se aprecia cómo el controlador modifica la posición de dichas válvulas para lograr su objetivo de regulación y de esta manera afrontar los cambios en los parámetros variables del sistema.

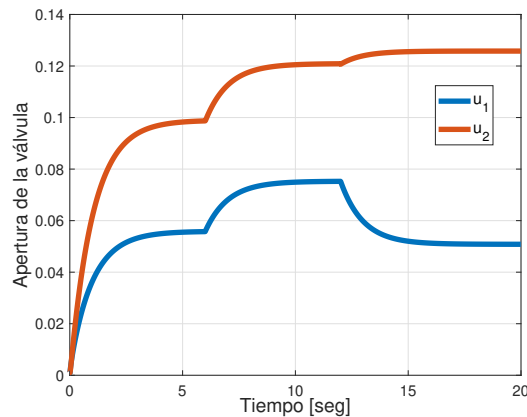
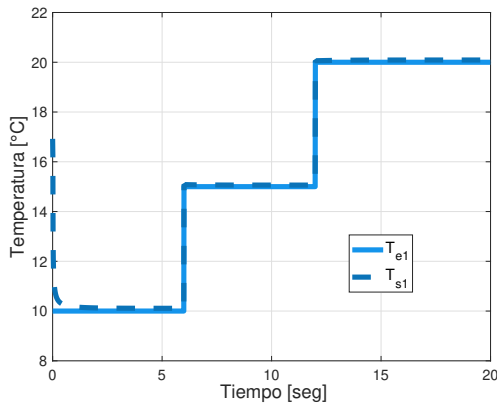
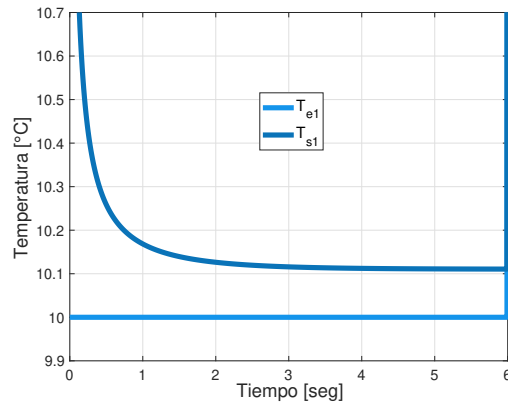


Figura 8.80: Caso 4-I: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

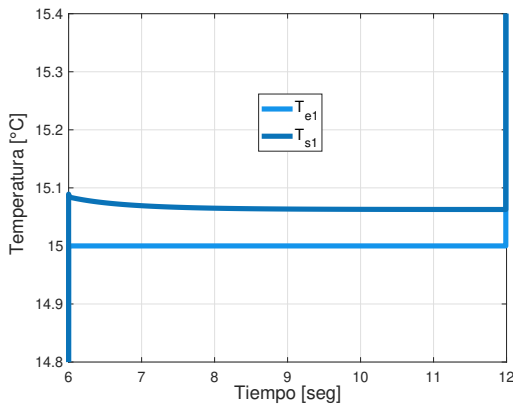
La Figura 8.81 presenta el cambio en la temperatura de entrada uno, así como el de la temperatura de salida de la misma. La cual cuenta con cuatro gráficas, la primera mostrada en la Figura 8.81a muestra la dinámica completa de la diferencia de estas temperaturas, mientras que las Figuras 8.81b, 8.81c y 8.81d muestran acercamientos en periodos de tiempo específicos, para vislumbrar



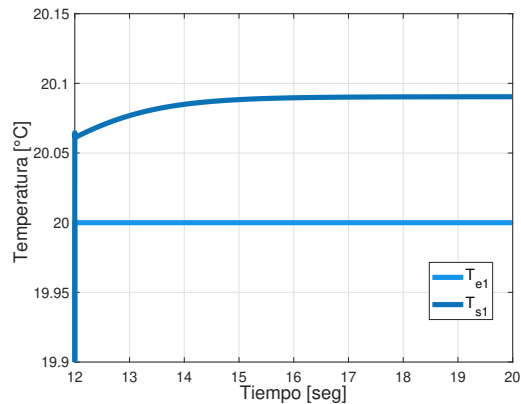
(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.



(c) De 6 a 12 segundos.



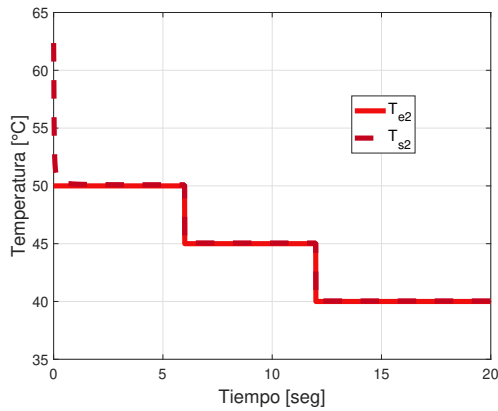
(d) De 12 a 20 segundos.

Figura 8.81: Caso 4-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

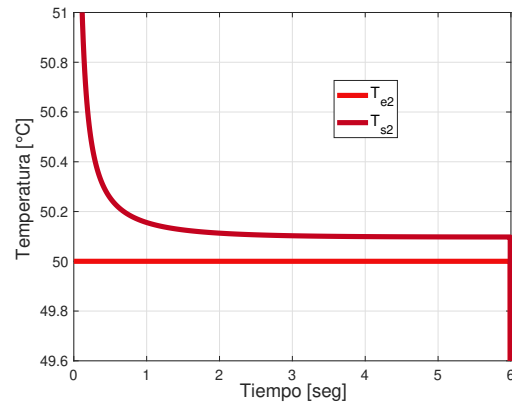
claramente la diferencia entre la temperatura de entrada y la de salida de la tubería uno. De la misma forma se presentan las temperaturas de entrada y salida de las tuberías dos y tres, en las Figuras 8.82 y 8.83, respectivamente.

En la dinámica de las temperaturas de las tuberías del sistema, Figuras 8.81 y 8.82, podemos apreciar los cambios impuestos a las temperaturas de entrada en los tiempos señalados en la Ecuación (8.21). Así como el ligero aumento en la temperatura del fluido en cada una de las tuberías.

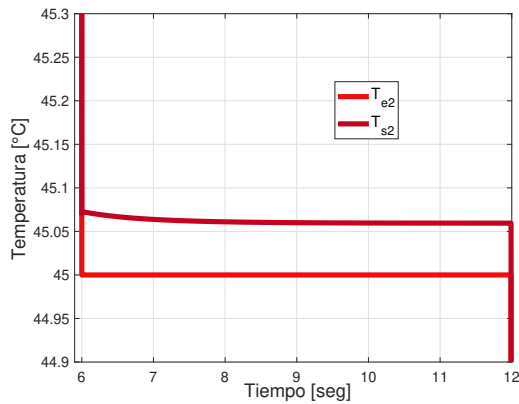
En la Figura 8.83, se aprecia cómo el controlador considera el intercambio de



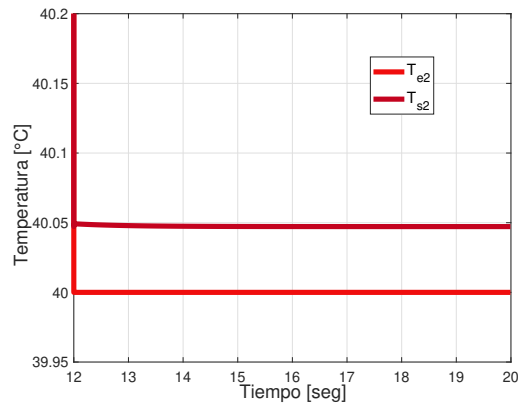
(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.



(c) De 6 a 12 segundos.

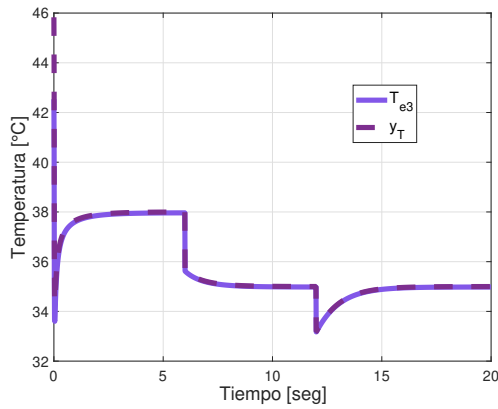


(d) De 12 a 18 segundos.

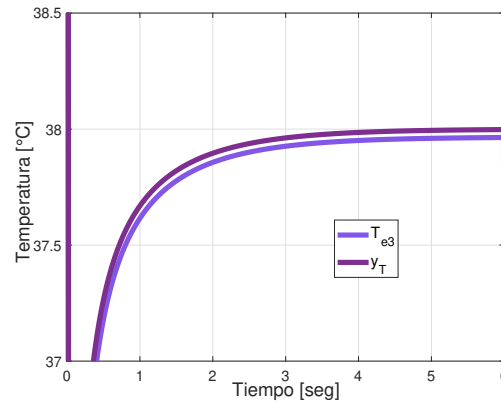
Figura 8.82: Caso 4-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

temperatura con el ambiente para llevar la temperatura de salida del sistema a los valores solicitados en la Ecuación 8.23, específicamente en la Figura 8.83b se puede notar que la temperatura de entrada a la tercer tubería es inferior a la solicitada. La precisión que muestra el controlador a_2 para lograr las salidas a los valores deseados se debe a que este está basado en el modelo del sistema, por tanto, el controlador está considerando cada cambio que sufre el sistema.

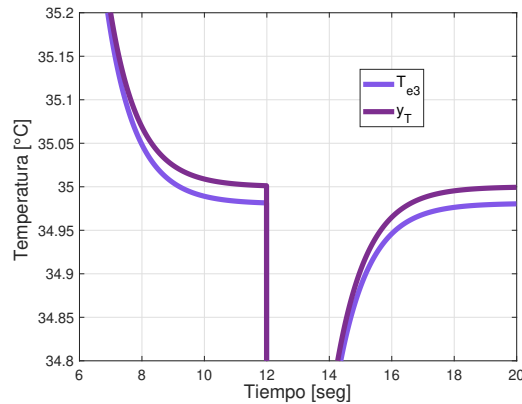
Como se ha planteado, en todas las tuberías del sistema el fluido ha adquirido calor del medio ambiente y esto se vio reflejado en el aumento de la



(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.



(c) De 6 a 20 segundos.

Figura 8.83: Caso 4-I: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

temperatura del fluido al recorrer cada una de las tuberías. Esto también es confirmado con la Figura 8.84 en la cual se muestran los flujos de calor de cada tubería, como los valores de los flujos de calor son negativos, por tanto el medio ambiente está perdiendo calor y el fluido de las tuberías está ganando ese mismo calor.

El cambio en la presión P_3 , la cual es calculada por el algoritmo de bisección es mostrada en la Figura 8.85. En esta figura se puede apreciar como P_3 es afectada en menor o mayor grado por cada uno de los parámetros variantes del sistema.

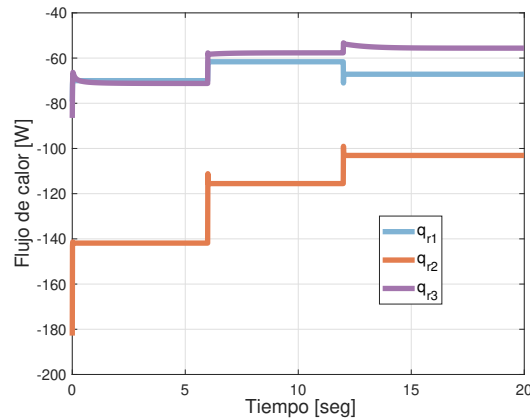


Figura 8.84: Caso 4-I: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

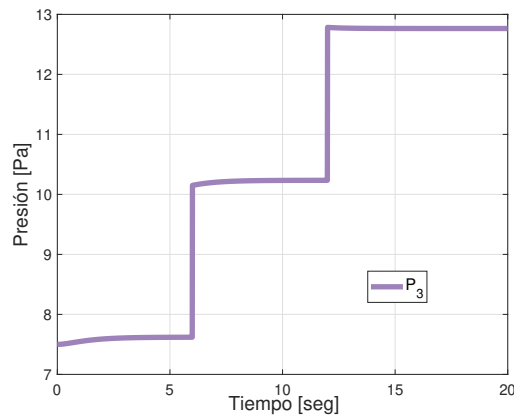


Figura 8.85: Caso 4-I: Presión P_3 .

Los flujos volumétricos de las tuberías del sistema son mostrados en la Figura 8.86. En esta se puede apreciar que la suma de los flujos de entrada es igual al flujo de salida y que los flujos de entrada se ajustan a través de las válvulas manipuladas para lograr el flujo de salida deseado de manera directa, y de manera indirecta también la temperatura deseada. Entonces el controlador

a_2 es muy eficiente al llevar ambas salidas del sistema a los valores deseados, pese a los cambios abruptos y sincronizados de los parámetros variables del sistema, únicamente manipulando las válvulas u_1 y u_2 .

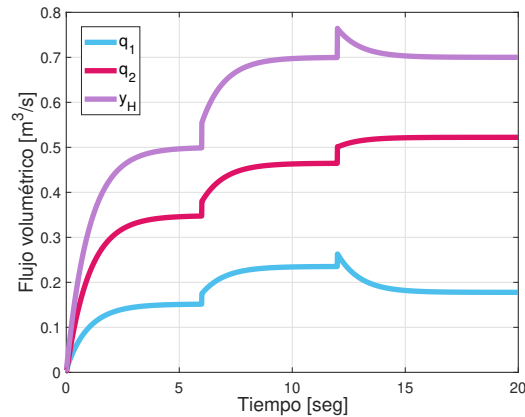


Figura 8.86: Caso 4-I: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Caso 4-II:

Los valores variantes de las entradas, la perturbación y las salidas deseadas, se muestran en las Ecuaciones (8.24), (8.25) y (8.26), y en las Figuras 8.87, 8.88 y 8.89, respectivamente. Los valores de estos parámetros son los mismos que los empleados para la primer simulación de este caso, pero ahora los parámetros cambian de valor de manera asíncrona.

$$T_{e1}(t) = \begin{cases} 10 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 5 \\ 15 \text{ } ^\circ\text{C}, & 5 \leq t < 7 \\ 20 \text{ } ^\circ\text{C}, & 7 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

$$T_{e2}(t) = \begin{cases} 50 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 4 \\ 45 \text{ } ^\circ\text{C}, & 4 \leq t < 6 \\ 40 \text{ } ^\circ\text{C}, & 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

(8.24)

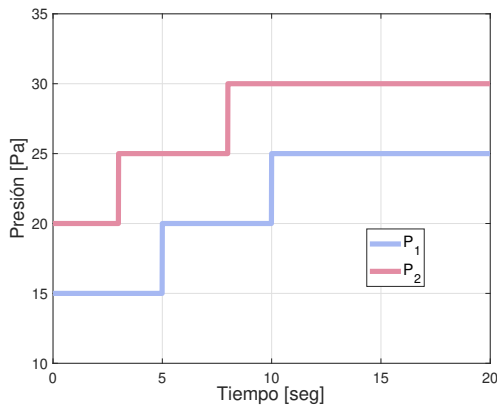
$$P_1(t) = \begin{cases} 15 \text{ Pa}, & 0 \leq t < 5 \\ 20 \text{ Pa}, & 5 \leq t < 10 \\ 25 \text{ Pa}, & 10 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

$$P_2(t) = \begin{cases} 20 \text{ Pa}, & 0 \leq t < 3 \\ 25 \text{ Pa}, & 3 \leq t < 8 \\ 30 \text{ Pa}, & 8 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

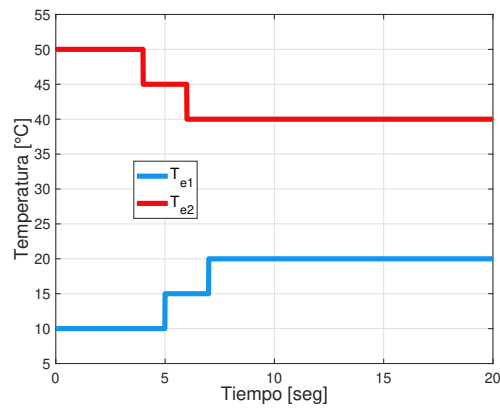
$$T_a(t) = \begin{cases} 30 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 8 \\ 20 \text{ } ^\circ\text{C}, & 8 \leq t < 13 \\ 18 \text{ } ^\circ\text{C}, & 13 \leq t \leq 20 \end{cases} \quad (8.25)$$

$$T_d(t) = \begin{cases} 38 \text{ } ^\circ\text{C}, & 0 \leq t < 4 \\ 35 \text{ } ^\circ\text{C}, & 4 \leq t \leq 20 \end{cases} \quad (8.26)$$

$$q_d(t) = \begin{cases} 0.5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, & 0 \leq t < 6 \\ 0.7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, & 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$



(a) Presiones de entrada al sistema.



(b) Temperaturas de entrada al sistema.

Figura 8.87: Caso 4-II: Entradas del sistema.

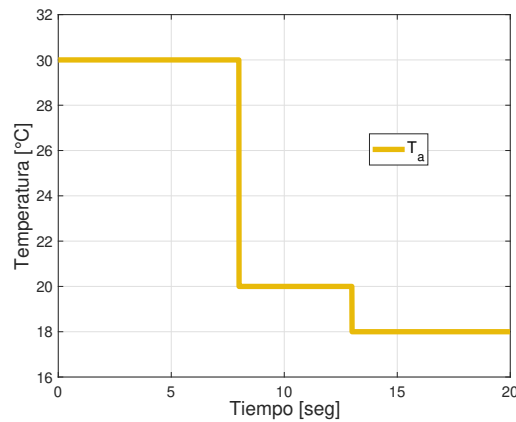
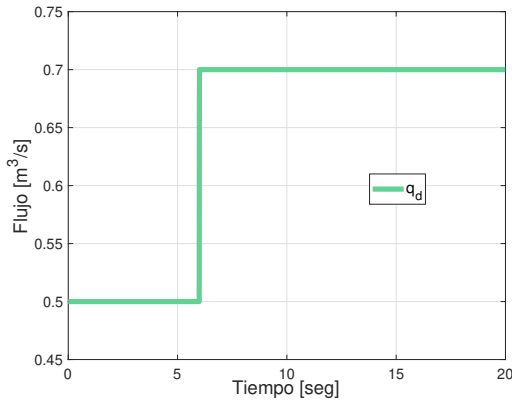
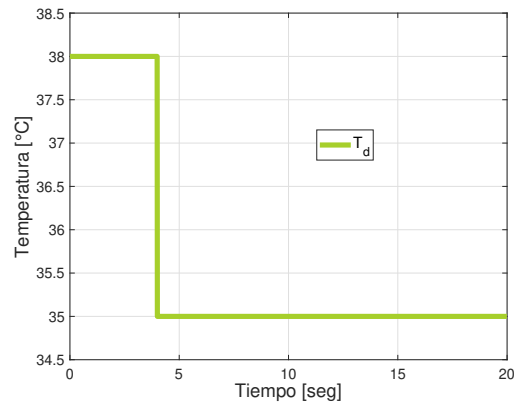


Figura 8.88: Caso 4-II: Cambio de la temperatura ambiente.

Como los cambios ocurren asincrónicamente, el sistema está constantemente



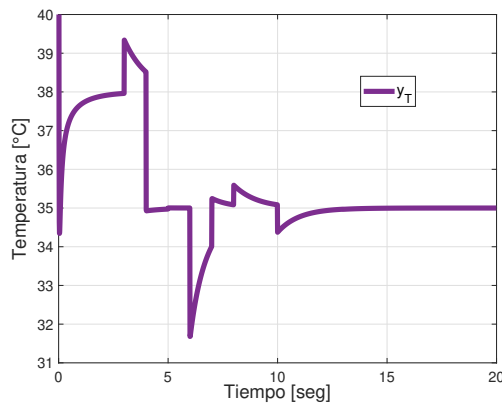
(a) Flujo de salida deseado.



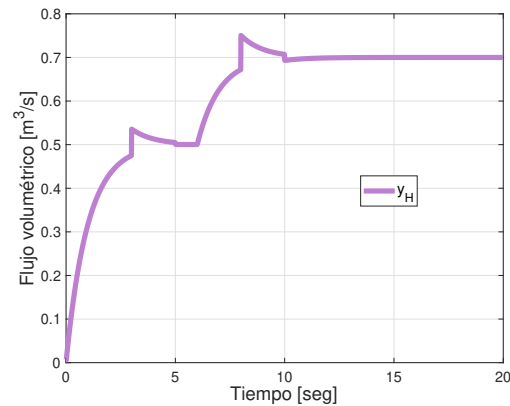
(b) Temperatura de salida deseada.

Figura 8.89: Caso 4-II: Salidas deseadas del sistema.

cambiando, por lo tanto, se espera que el controlador tenga aún más dificultades para llevar las salidas del sistema a los valores deseados de las mismas.



(a) Temperatura de salida del sistema.



(b) Flujo de salida del sistema.

Figura 8.90: Caso 4-II: Salidas del sistema.

El comportamiento de la temperatura de salida del sistema es similar al de flujo de salida, pero dista en que los cambios que sufre y_T son más notorios por que la salida térmica del sistema depende de los parámetros hidráulicos de manera directa. Entonces la temperatura de salida del sistema mostrada

en la Figura 8.79a muestra el efecto de los parámetros y como el controlador lleva a y_T a los valores requeridos pese a los cambios de las variables que entran al sistema.

El flujo de salida del sistema se muestra en la Figura 8.79b. El flujo de salida muestra dos secciones en la que la salida no es igual a la salida deseada según el intervalo de tiempo, estos son de $3 \leq t < 5$ y $8 \leq t < 10$, esto es causado por la variación de los parámetros en el flujo de salida, lo cual es congruente con el comportamiento que se ha observado en los casos previos.

Los cambios en las variables del sistema repercuten en la apertura de las válvulas manipuladas por el controlador, puesto que este tiene como objetivo regular las salidas del sistema llevándolas a los valores deseados. Dichos cambios en las posiciones de las válvulas manipuladas son mostrados en la Figura 8.91.

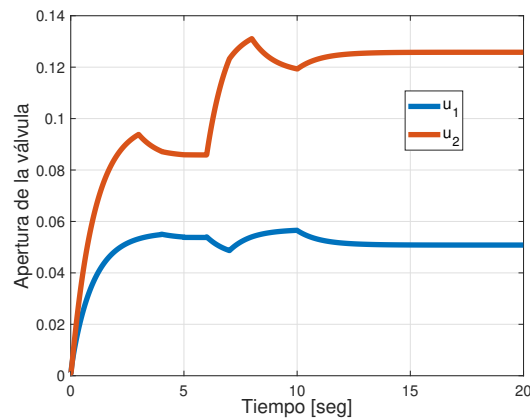
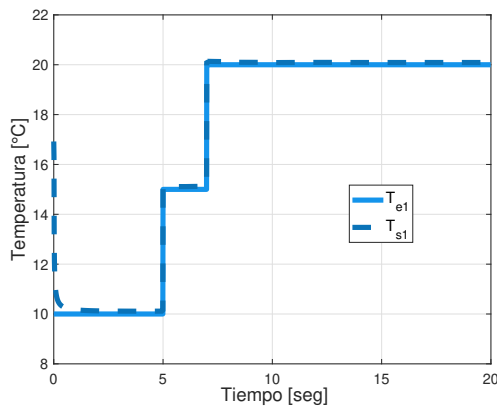


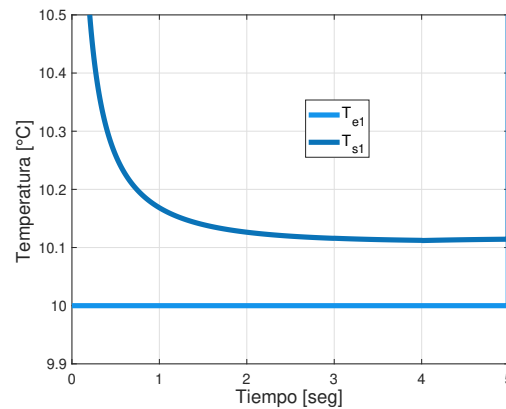
Figura 8.91: Caso 4-II: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

La Figura 8.92 presenta las temperaturas de entrada y salida de la tubería uno. La dinámica general de ambas temperaturas es mostrada en la Figura 8.92a, mientras que en las Figuras 8.92b, 8.92c y 8.92d se muestran acercamientos a

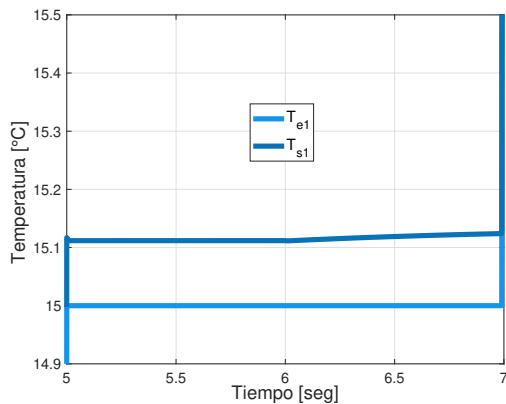
los valores de las temperaturas en rangos de tiempo específicos con la finalidad de visualizar el incremento térmico ganado a lo largo de la tubería uno.



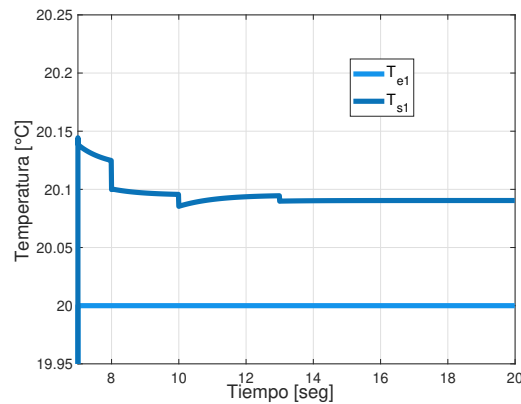
(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 5 segundos.



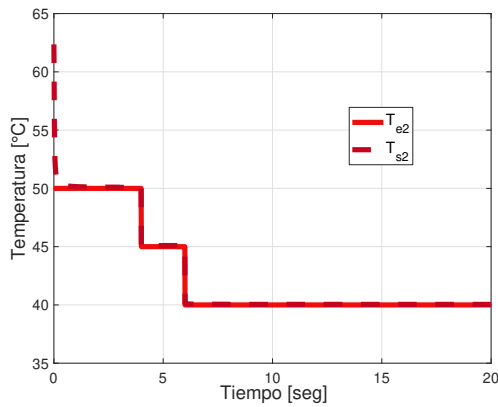
(c) De 5 a 7 segundos.



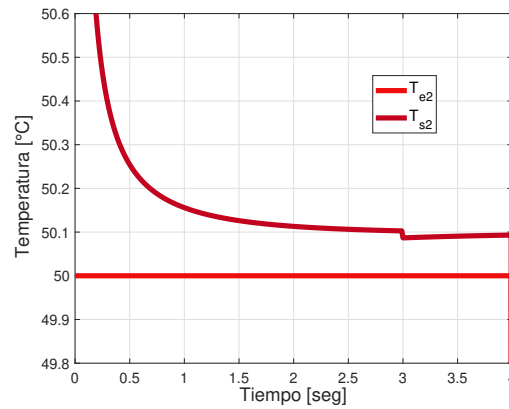
(d) De 7 a 20 segundos.

Figura 8.92: Caso 4-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

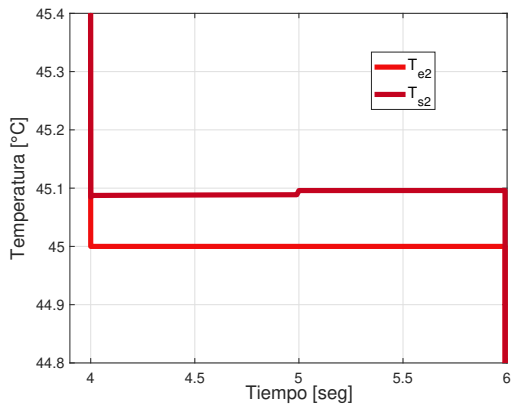
Las temperaturas de entrada y salida de la tubería dos son mostradas en la Figura 8.93. Primeramente se presenta la dinámica general de ambas temperaturas, Figura 8.93a. Después la diferencia entre la temperatura de entrada y salida de la tubería dos, esto se realiza al enfocar los valores de dichas temperaturas en un intervalo de tiempo, esto se realiza dos veces y es mostrado en las Figuras 8.93b, 8.93c y 8.93d.



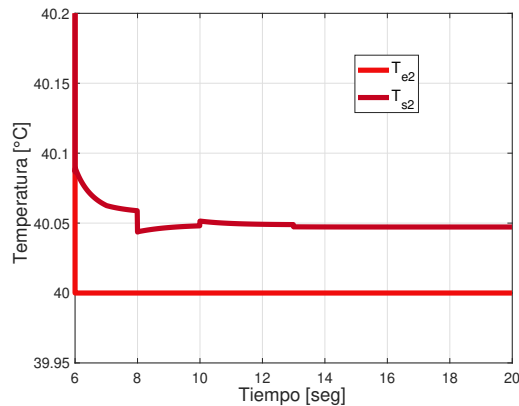
(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.



(c) De 6 a 18 segundos.

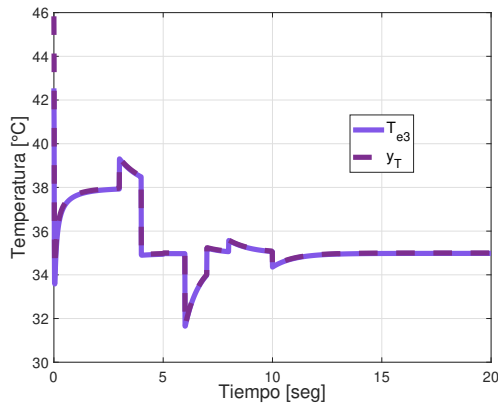


(d) De 6 a 20 segundos.

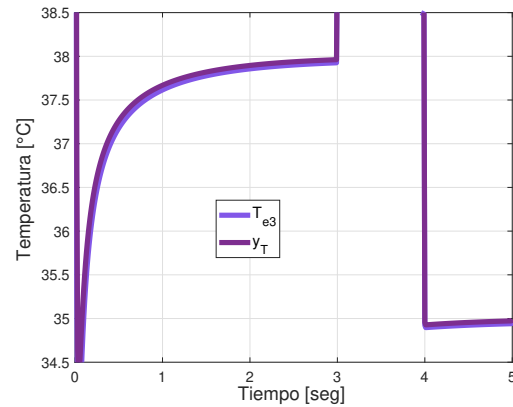
Figura 8.93: Caso 4-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

Las temperaturas de entrada y salida de la tubería tres son mostradas en la Figura 8.94. Se presenta la dinámica general de ambas temperaturas, Figura 8.94a. Luego se enfocan los valores de la tubería de salida tres cuando alcanzan los valores solicitados, contrastando a y_T con la temperatura de entrada de la tubería, esto se muestra en las Figuras 8.94b y 8.94c. En la Figura 8.94c se puede apreciar cómo el controlador lleva a la temperatura de salida a la temperatura deseada considerando el incremento de temperatura que sufrirá el fluido dentro de la tubería tres.

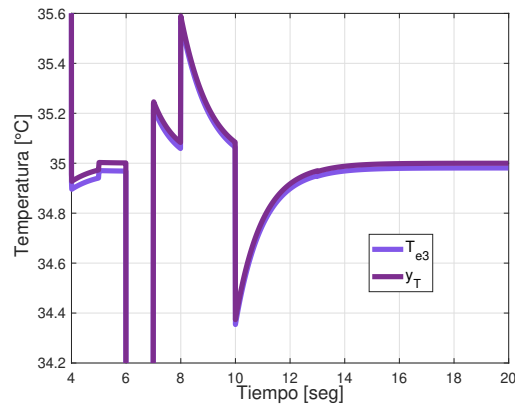
En la dinámica de las temperaturas de las tuberías de entrada del sistema



(a) Dinámica completa.



(b) De 0 a 6 segundos.



(c) De 6 a 20 segundos.

Figura 8.94: Caso 4-II: Temperaturas de la tubería de entrada uno.

podemos apreciar los cambios impuestos a las temperaturas de entrada en los tiempos señalados en la Ecuación (8.24), así como el ligero aumento en la temperatura del fluido en cada una de las tuberías. Finalmente en la dinámica térmica de la tubería de salida del sistema se puede apreciar cómo repercuten estos cambios en la temperatura de salida y también se aprecia la influencia de los flujos hidráulicos en la temperatura de salida.

El incremento en la temperatura del fluido de cada tubería es consistente con la información mostrada en la Figura 8.95. La cual presenta valores negativos para el flujo del calor, lo que quiere decir que la temperatura del fluido está

aumentando debido a la temperatura ambiente.

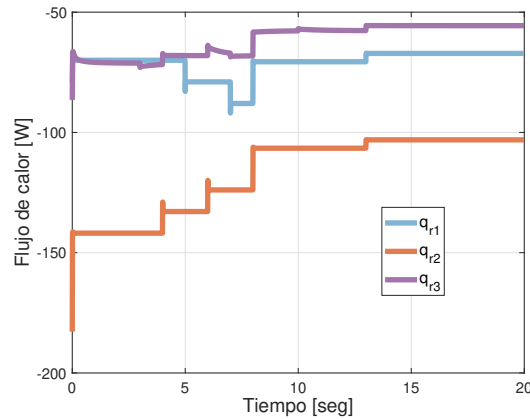


Figura 8.95: Caso 4-II: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La Figura 8.96 presenta el gráfico de los valores generados por el algoritmo numérico de bisección para el cálculo de la presión P_3 . La cual es afectada por el cambio en las presiones de entrada y los cambios en las posiciones de las válvulas.

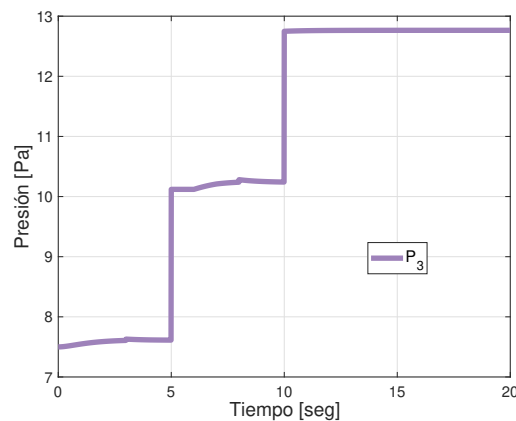


Figura 8.96: Caso 4-II: Presión P_3 .

Los flujos volumétricos de las tuberías del sistema son mostrados en la Figura 8.97. En esta se puede comprobar visualmente que la suma de los flujos de

las tuberías de entrada es igual al flujo de la tubería de salida, lo que significa que el sistema no tiene pérdidas de fluido a lo largo del sistema, por tanto, cumple con el principio de continuidad de masa.

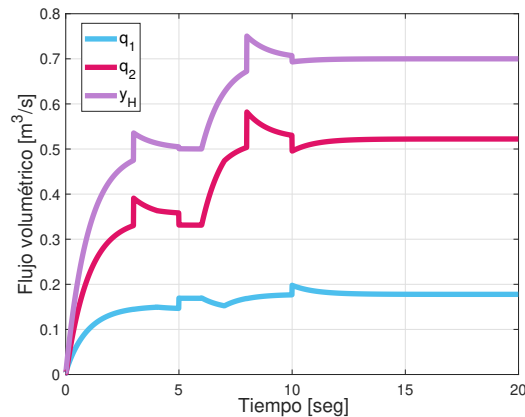


Figura 8.97: Caso 4-II: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Las dos simulaciones presentadas en el **Caso 4** mostraron que el controlador a_2 cumple con el objetivo de regular el modelo del sistema trabajado en esta tesis. Así mismo se comprobó que el controlador es capaz de hacer frente a los cambios bruscos en las variables del sistema, sin importar si todas ocurren al mismo tiempo o no.

8.2.5. Respuesta del sistema en lazo abierto, cuando los cambios en las entradas del sistema están dados por una función trapezoidal

El **Caso V** de simulación plantea que los cambios en los valores de entrada al sistema no sean súbitos y más bien sean paulatinos. Entonces se utiliza la función trapezoidal, **Anexo C**, para definir los cambios en los valores de entrada al sistema.

$$T_{e1}(t) [^{\circ}C] = \begin{cases} 10, & 0 \leq t \leq 5 \\ \bar{f}_{1T1}, & 5 < t \leq 7 \\ 15, & 7 < t \leq 10 \\ \bar{f}_{2T1}, & 10 < t \leq 13 \\ 20, & 13 < t \leq 20 \end{cases}$$

$$T_{e2}(t) [^{\circ}C] = \begin{cases} 50, & 0 \leq t \leq 4 \\ \underline{f}_{1T2}, & 4 < t \leq 6 \\ 45, & 6 < t \leq 10 \\ \underline{f}_{2T2}, & 10 < t \leq 14 \\ 40, & 14 < t \leq 20 \end{cases}$$

(8.27)

$$P_1(t) [Pa] = \begin{cases} 15, & 0 \leq t \leq 5 \\ \bar{f}_{1P1}, & 5 < t \leq 7 \\ 20, & 7 < t \leq 10 \\ \bar{f}_{2P1}, & 10 < t \leq 13 \\ 25, & 13 < t \leq 20 \end{cases}$$

$$P_2(t) [Pa] = \begin{cases} 30, & 0 \leq t \leq 4 \\ \underline{f}_{1P2}, & 4 < t \leq 6 \\ 25, & 6 < t \leq 10 \\ \underline{f}_{2P2}, & 10 < t \leq 14 \\ 20, & 14 < t \leq 20 \end{cases}$$

La Ecuación (8.27) presenta los cambios en los valores de entrada al sistema, así mismo dichos cambios son mostrados en la Figura 8.98.

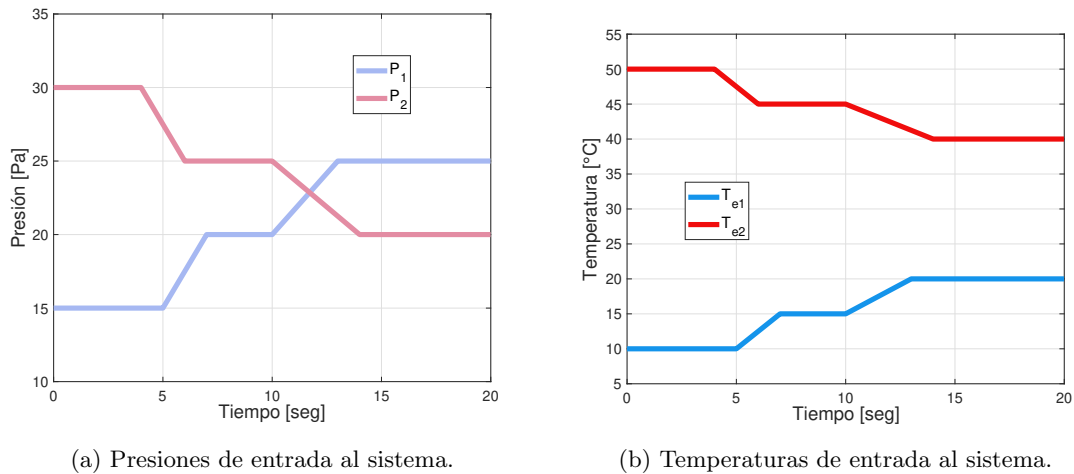


Figura 8.98: Caso 5: Entradas del sistema.

En la Figura 8.99 se presentan los cambios en la temperatura ambiente planteados en la Ecuación (8.28).

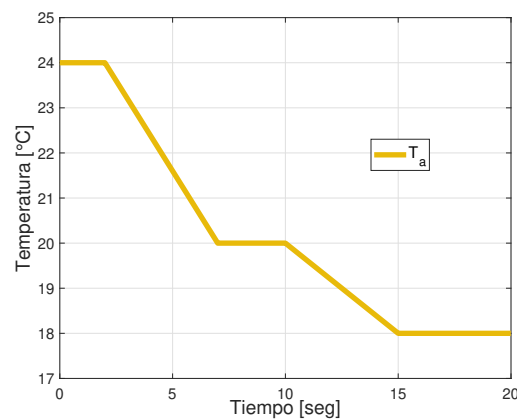


Figura 8.99: Caso 5: Temperatura ambiente.

Las salidas deseadas son mostradas en la Ecuación (8.29) y en la Figura 8.100.

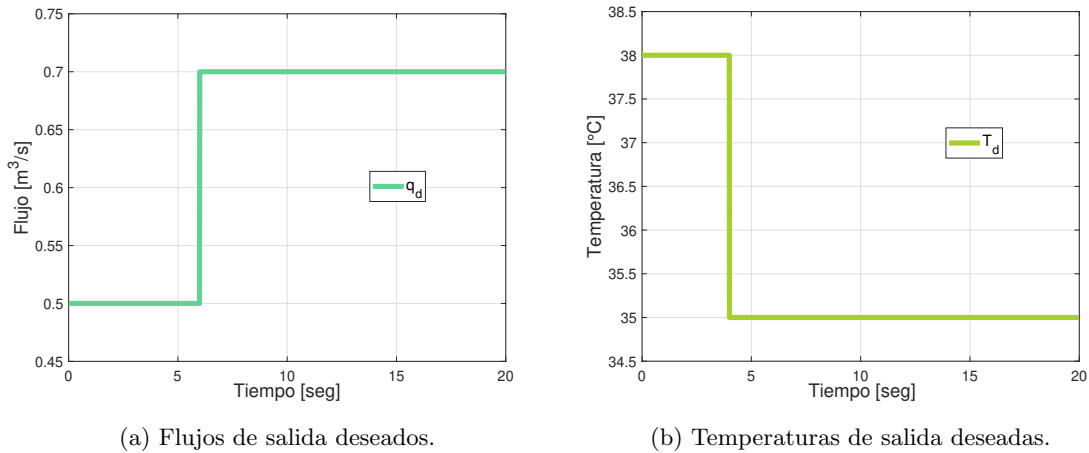


Figura 8.100: Caso 5: Salidas deseadas del sistema.

$$T_a(t) [^{\circ}C] = \begin{cases} 24, & 0 \leq t \leq 2 \\ \underline{f1}_{Ta}, & 2 < t \leq 7 \\ 20, & 7 < t \leq 10 \\ \underline{f2}_{Ta}, & 10 < t \leq 15 \\ 18, & 15 < t \leq 20 \end{cases} \quad (8.28)$$

$$T_d(t) = \begin{cases} 38 \text{ } ^{\circ}C, & 0 \leq t < 4 \\ 35 \text{ } ^{\circ}C, & 4 \leq t \leq 20 \end{cases} \quad (8.29)$$

$$q_d(t) = \begin{cases} 0.5 \frac{m^3}{s}, & 0 \leq t < 6 \\ 0.7 \frac{m^3}{s}, & 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

Las salidas hidráulica y térmica del sistema son mostradas en la Figura 8.101. De manera general, al analizar esta figura se llega a la conclusión que el

controlador regulador propuesto a_2 está cumpliendo con el objetivo de control.

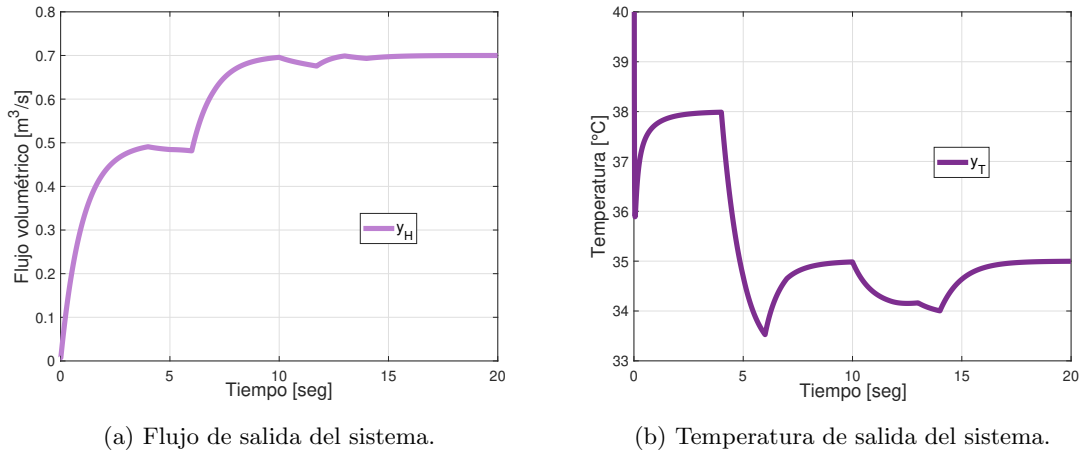


Figura 8.101: Caso 5: Salidas del sistema.

El flujo de salida del sistema es mostrado en la Figura 8.101a. En esta se puede apreciar que en el intervalo de tiempo $14 < t \leq 18$, el flujo de salida y el flujo deseado son iguales, $y_H = q_d$. Así mismo en los instantes $t = 4$ y $t = 10$, el flujo deseado es alcanzado, pero como el controlador está tratando de compensar los cambios sufridos a los parámetros de entrada al sistema, el flujo de salida deseado no se mantiene durante el resto de la simulación.

La Figura 8.101b muestra la salida térmica del sistema, en la cual en los intervalos del tiempo de simulación $2 < t \leq 4$, $8 < t \leq 10$ y $16 < t \leq 18$ la temperatura de salida y la temperatura deseada son iguales, es decir, $y_T = T_d$. Mientras que en los instantes de simulación en los que $y_T \neq T_d$ se debe a uno de tres motivos:

1. Respuesta del actuador, $0 < t \leq 2$.
2. Cambios en los parámetros de entrada del sistema, $10 < t \leq 14$.
3. Mezcla de los dos anteriores, $4 < t \leq 8$.

Las posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador son mostradas en la Figura 8.102, en esta se aprecia cómo el controlador a_2 ajusta las posiciones de las válvulas como respuesta a los cambios en los parámetros de entrada al sistema según sea conveniente para cumplir con el objetivo de regular temperatura y flujo de salida del sistema.

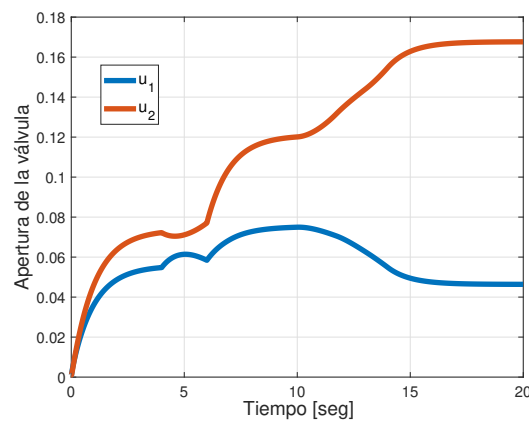


Figura 8.102: Caso 5: Posiciones de las válvulas manipuladas por el controlador a_2 .

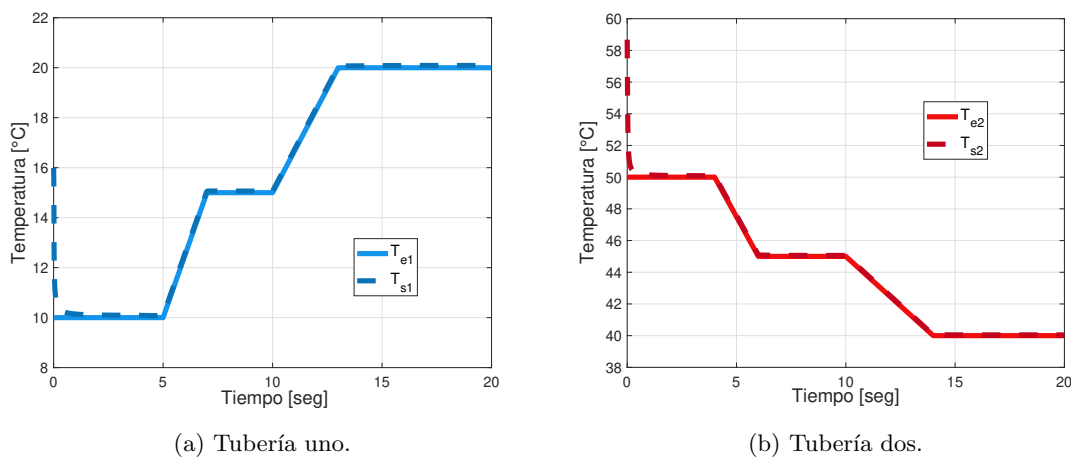


Figura 8.103: Caso 5: Temperaturas de las tuberías de entrada del sistema.

La Figura 8.103 muestra las temperaturas de entrada y salida de las tuberías de entrada. Esta figura se presenta con el propósito de visualizar la congruencia del cambio térmico de ambas temperaturas en su respectiva tubería, es

decir, que la ganancia de calor del fluido dentro de las tuberías es congruente con los cambios de las temperaturas de entrada del mismo.

En la Figura 8.104 se presentan las temperaturas de la tercer tubería del sistema. En la subfiguras 8.104b y 8.104b muestran cómo el controlador a_2 alcanza las referencias deseadas pese a los cambios en los valores de entrada al sistema.

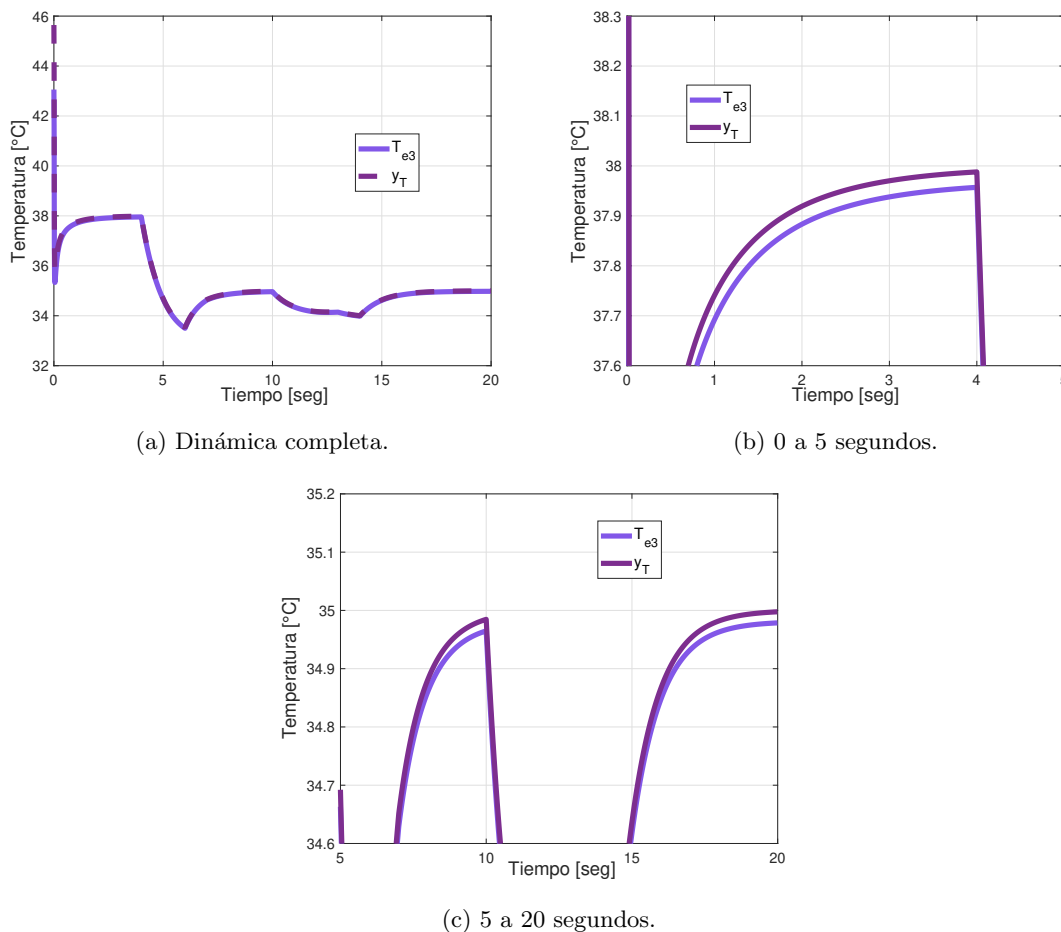


Figura 8.104: Caso 5: Temperaturas de la tubería de salida del sistema.

Como se sabe por la Figura 8.103, el sistema está ganando calor respecto al medio ambiente, por tanto, se infiere que los flujos de calor del sistema deben

ser negativos, ya que en el análisis se realizó suponiendo que el sistema perdía calor respecto al medio ambiente. Esto es comprobado en la Figura 8.105.

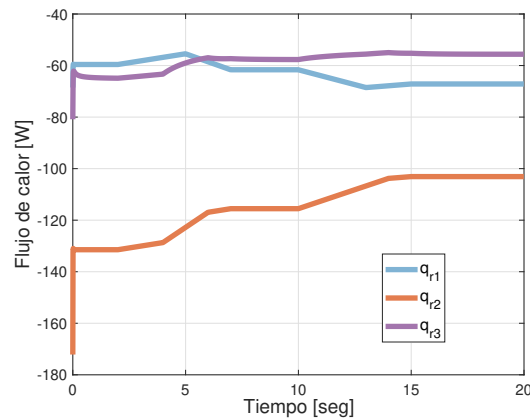


Figura 8.105: Caso 5: Intercambios térmicos del sistema con el medio ambiente.

La presión P_3 es calculada por el algoritmo de bisección y mostrada en la Figura 8.106, dicha presión es afectada de manera directa por los cambios en las presiones de entrada al sistema y en las posiciones de las válvulas manipuladas. En el instante de simulación $t = 11.72 \text{ s}$ se registra un pico de presión, esto se produce porque las presiones de entrada son iguales en este instante de simulación.

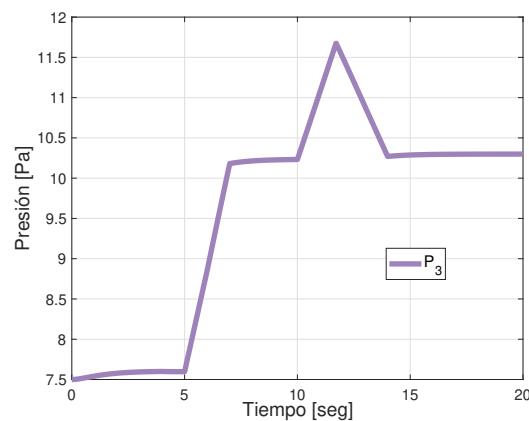


Figura 8.106: Caso 5: Presión P_3 .

Los flujos volumétricos de las tuberías del sistema son mostrados en la Figura 8.107. La suma de los flujos de entrada es igual al flujo de salida cumpliendo con el principio de continuidad.

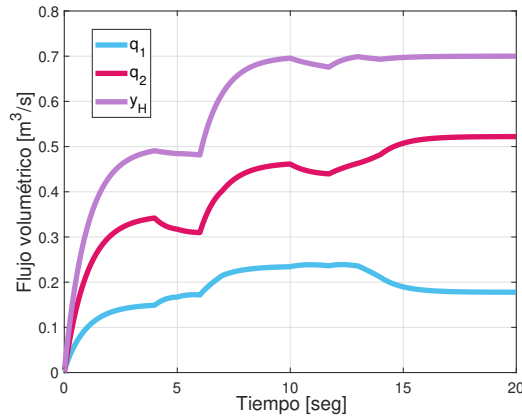


Figura 8.107: Caso 5: Flujos volumétricos de las tuberías del sistema.

Al igual que en los casos de simulación en los que los cambios de las variables que entran al sistema se realizaban de manera brusca, en este caso cuando dichos cambios se realizan de manera paulatina, el controlador a_2 cumple con el objetivo de regulación de flujo y temperatura a la salida del sistema de confluencia. Este cambio paulatino en los valores de entrada a demás, de agregar complejidad a la simulación, también la acerca más al sistema físico.

8.2.6. Respuesta del sistema en lazo abierto, cuando existen errores de medición

Como el controlador regulador propuesto a_2 está en lazo abierto y, por tanto, no existe retroalimentación de error, se plantea la duda ¿Qué pasaría si los sensores que proporcionan información a dicho controlador presentaran errores de medición?

Para resolver esta pregunta se plantean tres simulaciones, en las cuales existen

errores de medición en los sensores de:

1. Presión a la entrada de las tuberías uno y dos.
2. Temperatura a la entrada de las tuberías uno y dos.
3. Las salidas del sistema.

Las tres simulaciones cuentan con los mismos parámetros de entrada y con las mismas salidas deseadas, tal como se muestran en las Ecuaciones (8.30), (8.31) y (8.32).

$$\begin{aligned}T_{e1} &= 10 \text{ } ^\circ C \\T_{e2} &= 45 \text{ } ^\circ C\end{aligned}\tag{8.30}$$

$$P_1 = 15 \text{ } Pa$$

$$P_2 = 20 \text{ } Pa$$

$$T_a = 20 \text{ } ^\circ C\tag{8.31}$$

$$T_d = 38 \text{ } ^\circ C\tag{8.32}$$

$$q_d = 0.7 \frac{m}{s}$$

Caso 6-I:

En la primer simulación se presentan un error de medición en ambos sensores

de presión, esto es mostrado en la Figura 8.108. En la cual de color gris se presentan las presiones con error en la medición y en colores pastel las presiones *reales*.

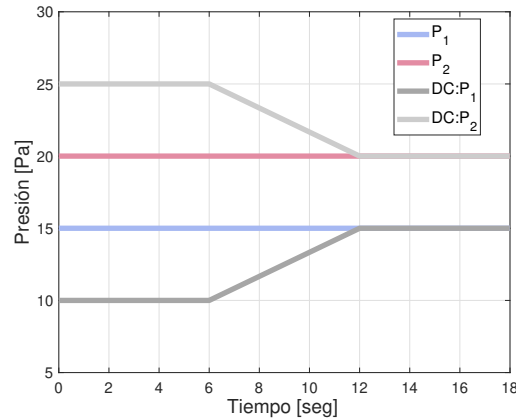
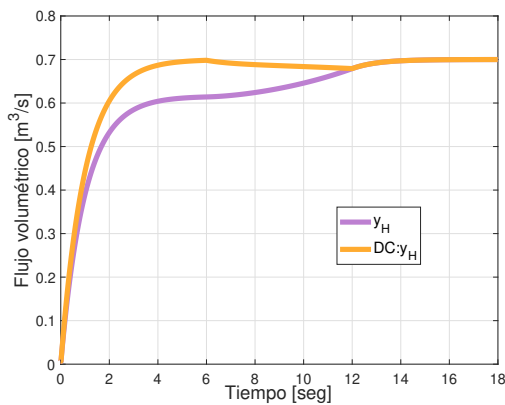
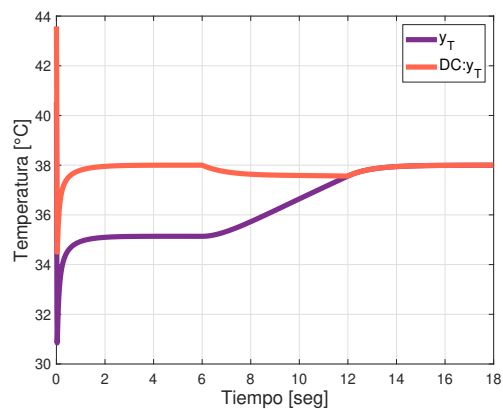


Figura 8.108: Caso 6-I: Error en las presiones de entrada.

En la Figura 8.108 en el intervalo $0 \leq t \leq 6$ se presenta el error de medición en ambos sensores de presión, mientras que en el intervalo $6 < t \leq 12$ se presenta la transición de corrección del error y finalmente en $12 < t \leq 18$ no existe error.



(a) Flujo de salida del sistema.



(b) Temperatura de salida del sistema.

Figura 8.109: Caso 6-I: Salidas del sistema.

En la Figura 8.109 se puede apreciar que mientras existe un error en la medición de los sensores de presión, ambas salidas presentan errores. Así mismo se observa que conforme el error de medición se corrige el error en ambas salidas se reduce, para finalmente converger a la salida deseada una vez que el error no existe más.

En la Figura 8.109a se presenta el flujo *real* de salida del sistema de color lila, mientras que el flujo que el controlador pretende proporcionar está en color amarillo. Como el controlador no cuenta con los datos *reales* de presión, no puede llevar el flujo de salida al flujo deseado, lo cual logra hasta que el error desaparece.

En la Figura 8.109b se presenta la temperatura de salida del sistema de color morado, mientras que la temperatura que el controlador pretende proporcionar es de color naranja.

El hecho de que ambas salidas estén afectadas por el error de medición de las presiones de entrada se debe al fuerte acoplamiento que existe del modelo térmico del sistema hacia el modelo hidráulico del mismo.

Que los errores a las salidas del sistema se corrijan conforme se corrige el error de medición de los sensores demuestra que los errores a la salida se deben exclusivamente a dichos errores de medición.

Caso 6-II:

En esta segunda simulación se presentan errores de medición en los sensores de temperatura del fluido en las entradas del sistema, tal como se muestra en

la Figura 8.110.

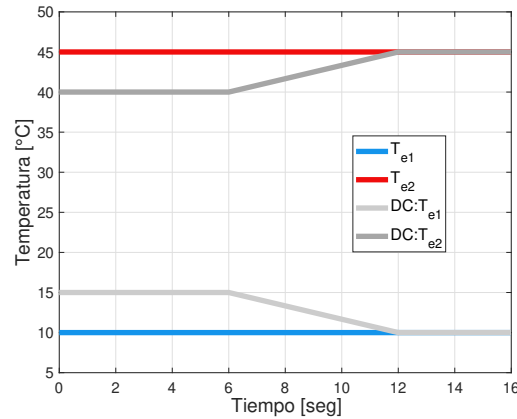
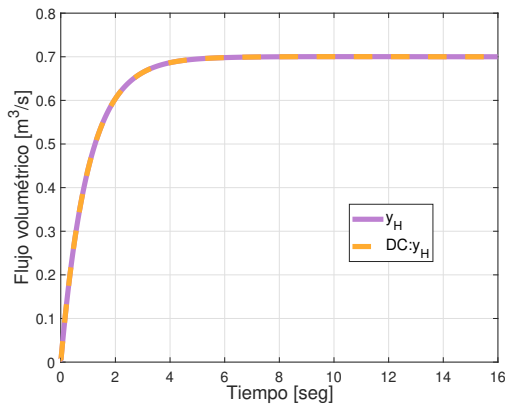
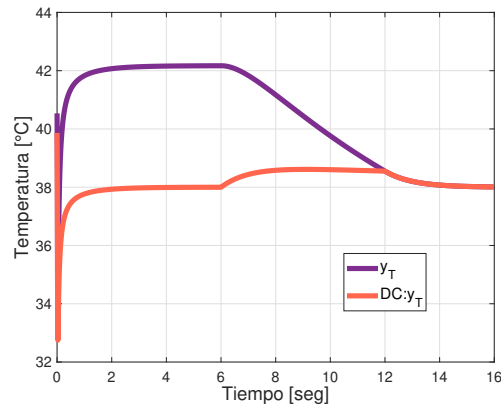


Figura 8.110: Caso 6-II: Error en las temperaturas de entrada.



(a) Flujo de salida del sistema.



(b) Temperatura de salida del sistema.

Figura 8.111: Caso 6-II: Salidas del sistema.

Las salidas del sistema *reales* contra las que el controlador a_2 pretende suministrar a partir de los datos adquiridos por los sensores, son mostradas en la Figura 8.111.

Como únicamente, el modelo de la parte térmica del sistema está acoplado con la parte hidráulica y no a la inversa. La salida hidráulica del sistema no es afectada por el error en los sensores de temperatura de entrada, como se

muestra en la Figura 8.111a.

Por otro lado, y como era de esperarse, la salida térmica del sistema es afectada directamente por los errores de medición de los sensores de temperatura a la entrada del sistema, como se comprueba en la Figura 8.111b.

Cuando el error de medición de los sensores de temperatura desaparece, también lo hace el error de la salida térmica, por tanto, dicho error solo es causado por el error de medición.

Caso 6-III:

Finalmente, se presenta el caso de simulación en el que los sensores de ambas salidas están presentando un error de medición. Esto es mostrado en la Figura 8.112.

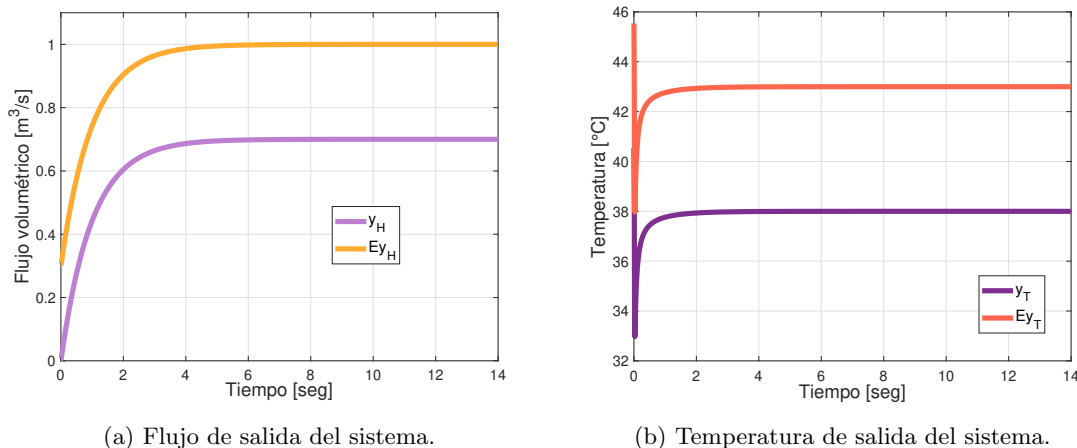


Figura 8.112: Caso 6-III: Salidas del sistema.

La Figura 8.112a presenta la salida de flujo *real* del sistema simulado en color lila, mientras que de color rosa se presenta la salida sensada que presenta un

error en su medición.

En el caso de que existiera un error de medición en el sensor de flujo de salida, este es fácilmente detectado, ya que en el instante de simulación $t = 0$ s el flujo de salida debe ser igual a cero, por tanto, se puede intuir de manera directa dicho error de medición. En este caso de simulación el error de flujo es de $0.3 \frac{m^3}{s}$ ya que en esto es lo que se registra en el instante cero de simulación.

La Figura 8.112b presenta la salida de térmica *real* del sistema simulado en color lila, mientras que de color morado se presenta la salida con un error en su medición. Detectar este tipo de error de medición es menos intuitivo que el error de flujo de salida.

Por las tres simulaciones presentadas en este caso se concluye que el controlador regulador propuesto a_2 es excelente para desempeñar su papel siempre y cuando no existan errores de medición en los sensores de entrada del sistema. Así mismo, los dos primeros subcasos de simulación permitieron visualizar mejor el fuerte acoplamiento que existe de la parte térmica del sistema con la parte hidráulica.

8.3. Simulación del sistema en lazo cerrado con un control PID

A continuación se presentarán los resultados obtenidos por cada control PID que se realizó con el propósito de tener un punto de comparación para el controlador regulador propuesto, a_2 .

En primer y segundo lugar se presentan los controladores PID que regulan

cada una de las salidas del sistema de forma separada. En tercero, un control que busca regular de manera simultánea ambas salidas. Finalmente, se presenta el controlador PID heurístico que regula ambas salidas.

Para facilitar la construcción del control PID se emplearán todos los parámetros de entrada, incluyendo la perturbación del medio ambiente como constantes, así mismo las salidas deseadas tendrán valores constantes. Los valores de estos parámetros se encuentran en las Ecuaciones (8.30), (8.31) y (8.32).

8.3.1. Control PID para regulación del flujo de salida

El primer control PID que se propone es exclusivamente para regulación del flujo de salida. El control PID es mostrado en la Ecuación (7.25) y las leyes de control para ambas válvulas manipuladas se muestran en la Ecuación (7.26).

La Figura 8.113 muestra las posiciones de las válvulas u_i , $i = 1, 2$, las cuales son manipuladas por el control PID b_1 para regular el flujo de salida del sistema. En esta se aprecia que en el tiempo de simulación $0 \leq t \leq 3$ ambas válvulas abren y cierran rápidamente y que después de los tres segundos de simulación las posiciones de las válvulas se mantienen constantes.

Ambas válvulas manipuladas poseen el mismo comportamiento, ya que la ley de control de ambas es la misma.

El objetivo de control de este PID es la regulación del flujo de salida, dicho objetivo es cumplido tal como se muestra en la Figura 8.114. Cuya dinámica y estado estable coinciden perfectamente con los tiempos de las válvulas

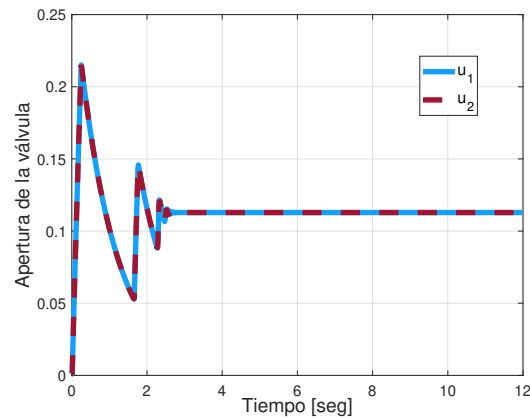


Figura 8.113: b1: Posiciones de las válvulas manipuladas.

manipuladas.

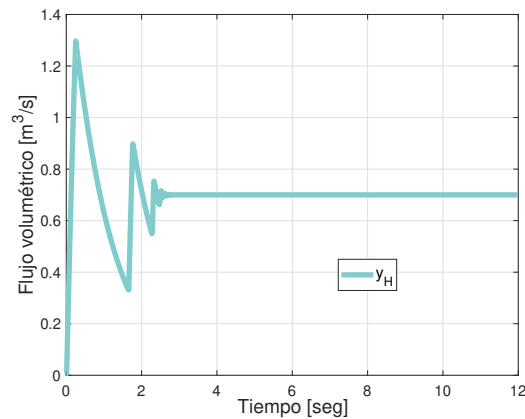


Figura 8.114: b1: Flujo de salida del sistema.

El control PID para regulación del flujo de salida es capaz de lograr su objetivo de control después de tres segundos de simulación, por lo que se concluye que este controlador funciona satisfactoriamente.

8.3.2. Control PD para regulación de la temperatura de salida

El segundo control que se propone es exclusivamente para regulación de la temperatura de salida. Este es un control PD, ya que no cuenta con parte

integral como se muestra en la Ecuación (7.27).

En este caso se optó que la válvula u_1 estuviera fija, mientras que la válvula u_2 fuera móvil. Las leyes de control de ambas válvulas se muestran en las Ecuaciones (7.28) y (7.29).

La Figura 8.115 muestra las posiciones de las válvulas u_i , $i = 1, 2$. La válvula u_1 está fija en 0.5, es decir, que está abierta al 50 % de su capacidad, mientras que u_2 que está siendo manipulada por el controlador b_2 está abierta en su totalidad. Ambas válvulas presentan un periodo de asentamiento hasta su estado estable por la dinámica del actuador de ambas.

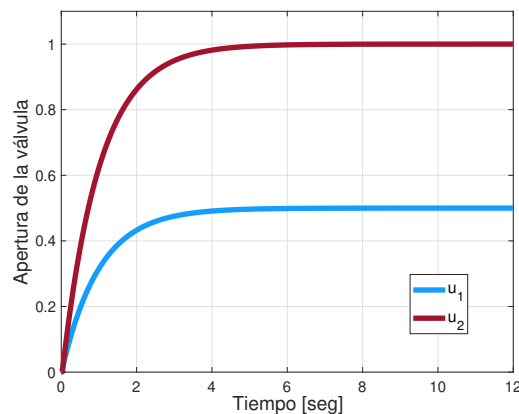


Figura 8.115: b2: Posiciones de las válvulas manipuladas.

La temperatura de salida del sistema se muestra en la Figura 8.116. En esta se aprecia que en el tiempo de simulación $t = 4$ s, el mismo en que las válvulas de entrada llegan a su estado estable, la salida ya ha alcanzado la salida deseada.

El controlador b_2 es un control PD para regulación de la temperatura de salida del sistema. Este logra su objetivo de control después de cuatro segundos de simulación.

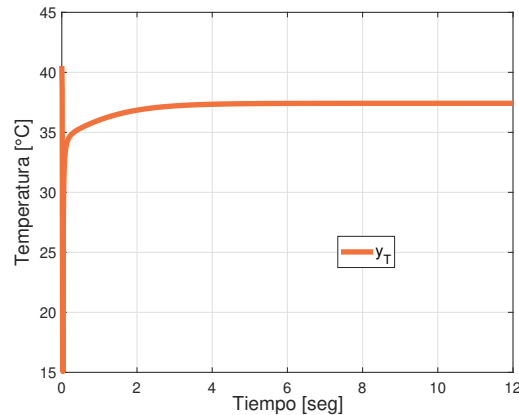


Figura 8.116: b2: Temperatura de salida del sistema.

8.3.3. Control PID para regulación de flujo y temperatura

El primer intento de acoplar el control b_1 para regulación de flujo y el control b_2 para regulación de temperatura es el controlador b_3 .

Para este controlador se utilizan los PID's de las Ecuaciones (7.25) y (7.27). Mientras que las leyes de control de las válvulas uno y dos están dadas por las Ecuaciones (7.30) y (7.31), respectivamente.

El controlador b_3 mantiene las válvulas manipuladas en constante movimiento, como se muestra en la Figura 8.117. Esto ya indica que el flujo de salida del sistema tendrá un comportamiento similar.

Se observa en la Figura 8.118 las dos salidas del sistema. La Figura 8.118b muestra que la temperatura de salida deseada es alcanzada en algunos intervalos de tiempo, mientras que la Figura 8.118a presenta un flujo constantemente cambiante.

El objetivo del controlador b_3 es la regulación de ambas salidas del sistema,

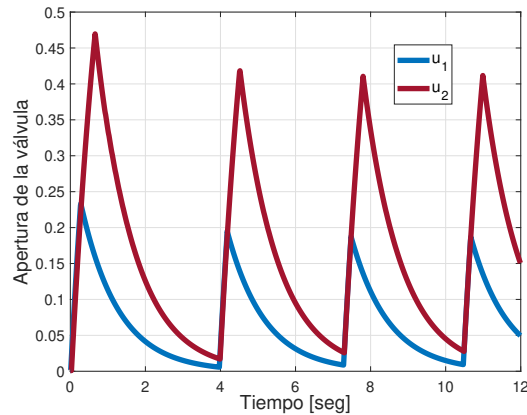
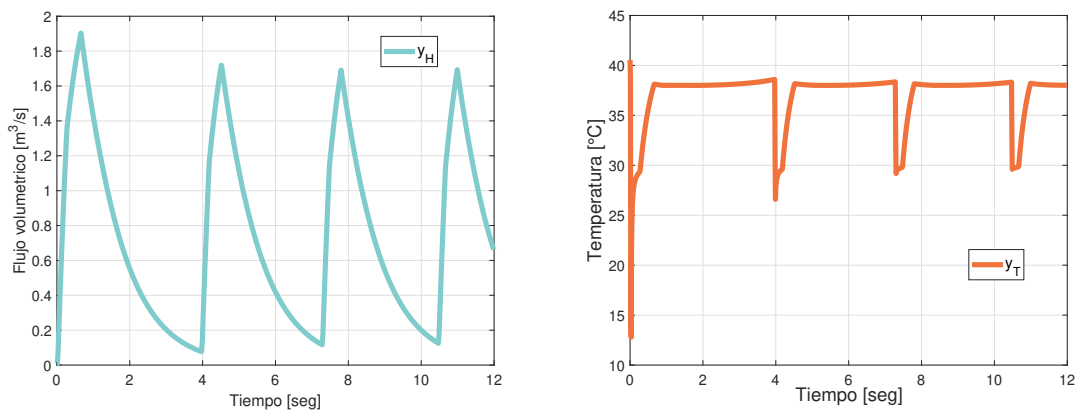


Figura 8.117: b3: Posiciones de las válvulas manipuladas.



(a) Flujo de salida del sistema.

(b) Temperatura de salida del sistema.

Figura 8.118: b3: Salidas del sistema.

es decir, el flujo de salida y la temperatura de salida. Por tanto, al analizar la Figura 8.118 se llega a la conclusión de que el controlador b_3 es insuficiente para lograr el objetivo de control.

8.3.4. Control PID heurístico para regulación de flujo y temperatura

Con el propósito de conseguir un competidor para el controlador regulador propuesto en este trabajo de investigación, se realizaron procedimientos heurísticos basados en los conocimientos empíricos del sistema y los controladores.

El segundo intento para lograr la regulación de ambas salidas se realizó con las Ecuaciones (7.25) y (7.27) como las correcciones a los errores de las salidas, es decir, las respuestas de control de flujo y temperatura, respectivamente.

Las leyes de control en este caso son las mostradas en las Ecuaciones (7.32) y (7.33). Estas mueven a las válvulas manipuladas a través de los actuadores de cada una, como se muestra en la Figura 8.119.

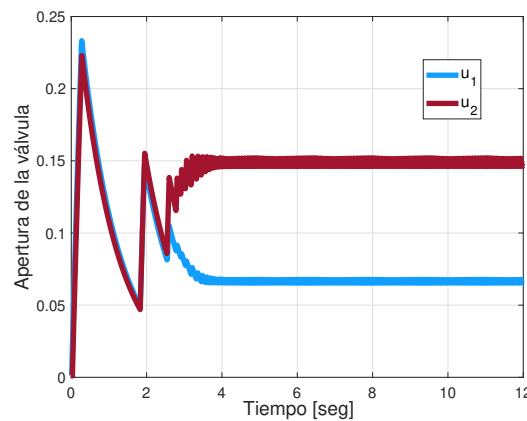


Figura 8.119: b4-I: Posiciones de las válvulas manipuladas.

En la Figura 8.120 se muestran las salidas controladas. En esta se aprecia que solo el flujo de salida deseado es alcanzado, Figura 8.120a, mientras que la temperatura no lo es, Figura 8.120b.

Como no fueron alcanzadas ambas salidas deseadas, se concluye que el controlador no es bueno, por lo que se reestructuran la ley de control de la primer válvula. Entonces ahora la ley de control para la válvula u_1 está dada por la Ecuación (7.34), mientras que la ley de control para la válvula u_2 se mantiene como en la Ecuación (7.33).

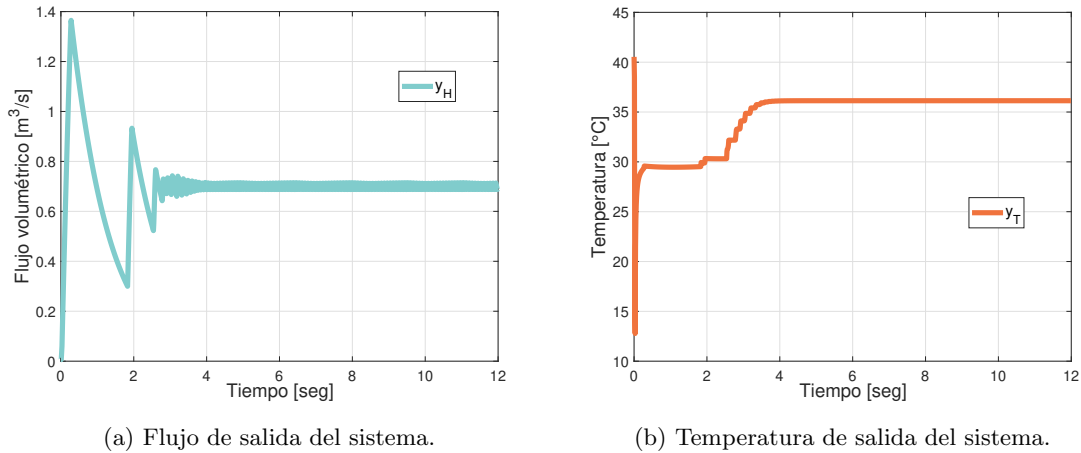


Figura 8.120: b4-I: Salidas del sistema.

Así mismo se vuelve a sintonizar el control PID para regulación del flujo de salida, entonces ahora está dado por la Ecuación (7.35).

Las posiciones de las válvulas manipuladas dadas por el controlador b_4 son las mostradas en la Figura 8.121. Estas no llegan a estabilizarse, más bien se mantienen oscilando alrededor de ciertos valores.

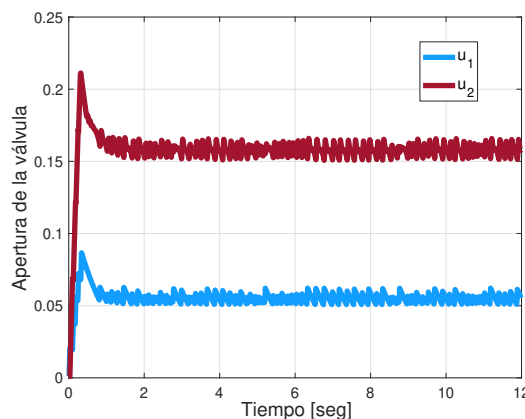


Figura 8.121: b4-II: Posiciones de las válvulas manipuladas.

El controlador b_4 logra mantener las salidas del sistema en un rango de valores considerados aceptables, es decir, valores muy cercanos a las salidas deseadas

solicitadas, como se muestra en la Figura 8.122.

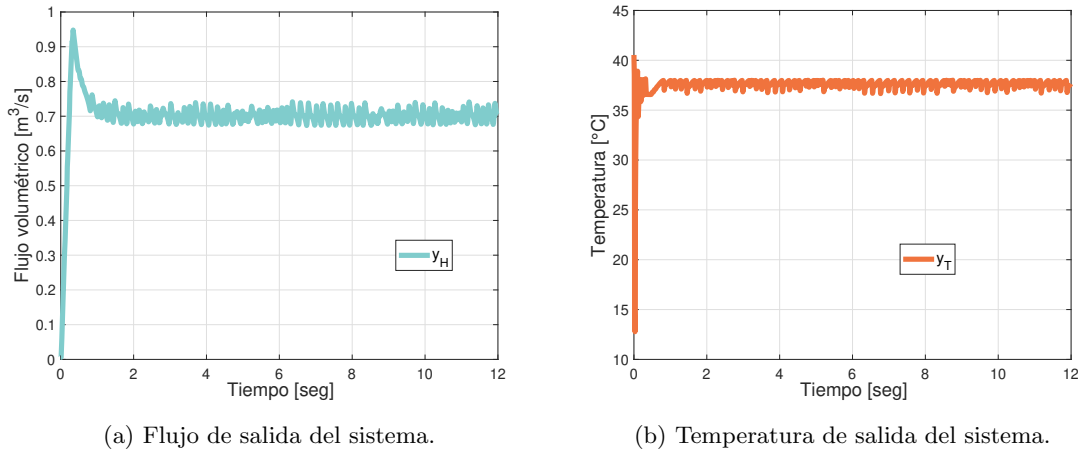


Figura 8.122: b4-II: Salidas del sistema.

Se considera que el controlador b_4 es aceptable como regulador de flujo y temperatura para el sistema de confluencia dos flujos a diferentes temperaturas.

8.4. Comparación del Controlador regulador contra el controlador PID heurístico

Se presenta el siguiente caso de simulación para comparar el desempeño del controlador regulador propuesto a_2 , contra el PID b_4 . Para ello se considerará que todos los parámetros que consideran los controladores y el modelo del sistema son variables.

Para comparar la eficiencia de ambos controladores se comparan bajo las mismas circunstancias. Las entradas del sistema están expresadas en la Ecuación (8.27) y se muestran gráficamente en la Figura 8.98, la temperatura ambiente está declarada en la Ecuación (8.28) y se muestran gráficamente en la Figura (8.99) y las salidas del sistema están declaradas en la Ecuación (8.29) y se muestran gráficamente en la Figura 8.100.

La Figura 8.123 muestra la comparación de como el controlador propuesto a_2 y el controlador b_4 , cambian las posiciones de las válvulas para lograr el mismo objetivo de control. En esta figura se puede ver que el controlador propuesto lleva a las válvulas a valores fijos, mientras que el control b_4 mantiene en constante movimiento a ambas válvulas.

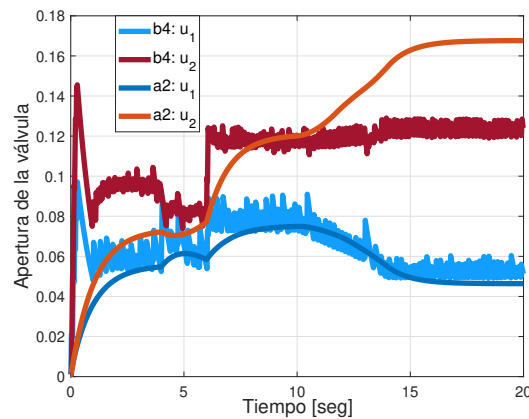


Figura 8.123: Comparación: Posiciones de las válvulas manipuladas.

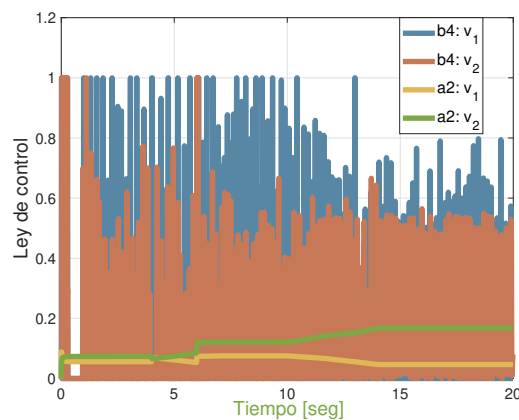


Figura 8.124: Comparación: Leyes de control.

Las leyes de control que ambos controladores suministran son mostradas en la Figura 8.124. Mientras que las suministradas por el control b_4 presentan cambios bruscos de un instante de simulación a otro, el controlador propuesto

cambia de valor con suavidad.

En cuanto a las salidas del sistema, se presentan las Figuras 8.125 y 8.126, para el flujo de salida y la temperatura de salida, respectivamente.

En la Figura 8.125 se aprecia que ambos controladores llegan a la salida deseada, pero con una crucial diferencia, mientras que el controlador regulador propuesto a_2 logra llegar a la referencia con precisión, el control b_4 mantiene el flujo de salida oscilando alrededor de la referencia deseada.

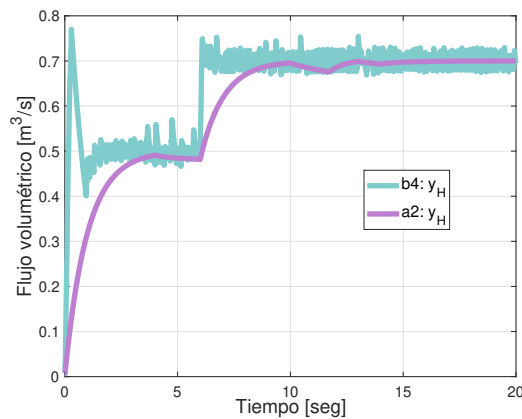


Figura 8.125: Comparación: Flujo de salida del sistema.

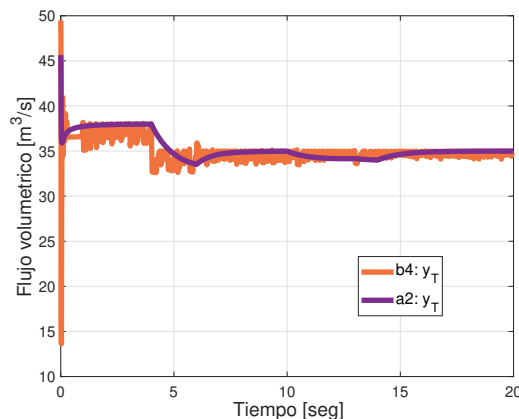


Figura 8.126: Comparación: Temperatura de salida del sistema.

Por otro lado, la temperatura deseada es alcanzada por el controlador propuesto, mientras que solo en los picos superiores de la oscilación generada por el control b_4 es alcanzada por este. Esto se muestra en la Figura 8.126.

Por lo anterior se infiere que el controlador regulador propuesto a_2 supera con creces control b_4 . Se llegó a esta conclusión por cuatro motivos:

1. El controlador regulador propuesto logra alcanzar y estabilizar las salidas del sistema en las referencias deseadas. Mientras que el otro controlador no lo hace.
2. Las transiciones del controlador a_2 son suaves y, por tanto, un actuador físico es capaz de seguir los cambios solicitados.
3. Los cambios bruscos de b_4 en un sistema hidráulico como lo es el sistema trabajado podría generar golpes de ariete dentro de las tuberías del sistema. Lo cual es algo que se busca evitar.
4. Pese a que el controlador b_4 tiene resultados aceptables en simulación, difícilmente podrían ser replicados en un sistema físico, por los cambios instantáneos que requiere.

8.5. Conclusión del capítulo ocho

En este capítulo se presentaron los resultados en simulación de los tres controladores desarrollados durante este trabajo de tesis.

El primer controlador presentado fue el controlador a_1 el cual se desarrolló considerando que el sistema no tenía pérdidas de calor. Así mismo se considera un preámbulo para el controlador propuesto a_2 el cual si considera las pérdidas de calor del sistema.

El segundo controlador es llamado a_2 y es el controlador propuesto para la regulación de flujo y temperatura del sistema de confluencia, ya que cumple con el objetivo regulación de ambas salidas del sistema de manera eficiente y eficaz.

El tercer y último controlador desarrollado es un PID heurístico llamado b_4 el cual fue elaborado para competir con el controlador propuesto. De manera general y a nivel simulación, el controlador b_4 realiza un buen trabajo, pero se considera que su implementación física sería por lo menos difícil por las señales de control que transmite a los actuadores.

9. Conclusiones

Las contribuciones de este trabajo de investigación se pueden dividir en seis tópicos principales, los cuales son descritos a continuación:

1. Modelo hidráulico del sistema.
 - a) Modelo algebraico diferencial del sistema cuando las presiones de entrada son suministradas por un par de tanques.
 - b) Modelo hidráulico del sistema cuando las presiones de entrada son exógenas al sistema.
 - c) Algoritmo de solución numérica para la presión P_3 , es decir, la presión interna de la confluencia del sistema.
2. Modelo térmico del sistema.
 - a) Modelo de la pérdida de calor en una tubería.
 - b) Modelo directo e inverso de la entalpía de agua subenfriada.
3. Modelo del sistema. Acoplamiento de la parte hidráulica y térmica del sistema.
4. Modelo de actuador de primer orden.
5. Controlador regulador basado en modelo, a_2 .
6. Controlador heurístico PID, b_4 .

Al comparar los logros obtenidos con los objetivos y metas propuestas al principio de este trabajo, se sabe que todos los objetivos y metas a alcanzar se realizaron según lo esperado.

Los desarrollos realizados son suficientes para determinar que el trabajo de

investigación realizado para este tema de tesis es satisfactorio, ya que lo que se esperaba del mismo fue realizado.

9.1. Principal contribución

La contribución realizada en este trabajo de tesis se puede dividir en dos ámbitos dependiendo del punto de vista con el que se analice este trabajo de investigación.

El primero es la aportación teórica, es decir, el modelo del sistema de confluencia. El cual fue desarrollado considerando el intercambio de calor del fluido con el ambiente y el principio de continuidad. Así mismo, considerar el modelo del sistema como principal aportación es considerar los submodelos que se desarrollaron para la creación del modelo del sistema completo.

El segundo es el controlador a_2 basado en el modelo desarrollado, el cual evita el uso de sensores a lo largo del sistema y solo conserva sensores de entrada y salida. Este controlador es eficiente al cumplir con su objetivo de control, ya que solo requiere de la manipulación de las válvulas de entrada al sistema para lograr su objetivo de control.

9.1.1. Ventajas y limitaciones

Ambas aportaciones tienen ventajas y limitaciones a considerar para su aplicación. Primeramente, se presentarán las ventajas y limitaciones del modelo del sistema y posteriormente las ventajas y limitaciones del controlador propuesto.

Modelo matemático del sistema

Ventajas:

- Puede ajustarse a otros sistemas de confluencia de dos flujos, por la generalidad que ofrece.
- Considera las tres formas de intercambio de calor con el ambiente.
- Es capaz de determinar los cambios que sufren los parámetros dentro del sistema
- No se requieren sensores a lo largo del sistema, solamente a la entrada y salida.

Limitaciones:

- No considera fugas del fluido, por lo que en los casos donde existiera una fuga, no la consideraría.

Controlador regulador a_2

Ventajas:

- Sensible a los cambios de los parámetros que entran al sistema.
- El movimiento que se solicita a los actuadores es suave y paulatino.
- Logra el objetivo de control de manera eficaz y eficiente.

Limitaciones:

- No tiene retroalimentación, por lo cual depende de la presión de los sensores de medición.
- Está estrictamente relacionado con el sistema de confluencia de dos flujos, por lo que no se puede utilizar en otro sistema.

9.2. Trabajos futuros

Este trabajo de investigación fija un precedente para trabajos futuros que se puedan derivar del mismo. Algunas propuestas de dichos trabajos son:

1. Cerrar el lazo de control del controlador propuesto a_2 para combatir los errores de medición que pudieran surgir.
2. Realizar la construcción del prototipo.
3. Profundizar en el control b_4 para lograr un mejor desempeño del mismo.
4. Desarrollar un modelo de actuador, que emule con presión el movimiento del mismo.

Anexos

Anexo A

La Figura A.1 presenta el diagrama del sistema según la normativa ISA, [7] y [38]. El cual se encuentra dividido en cuatro secciones:

1. **Suministro:** Muestra el par de tanques que se acoplaron al sistema.
2. **Sensores:** Al principio de las tuberías de entrada se toman los datos pertinentes para el controlador.
3. **Confluencia:** Sistema a controlar.
4. **Hacia el usuario:** Salidas del sistema.

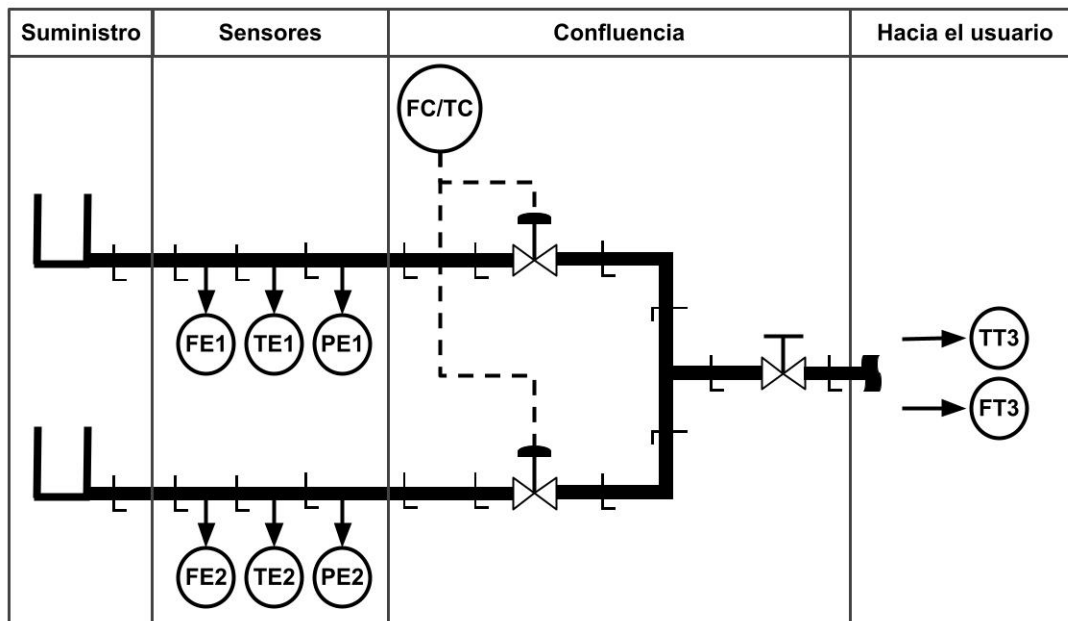


Figura A.1: Diagrama del sistema de confluencia según norma ISA.

Anexo B

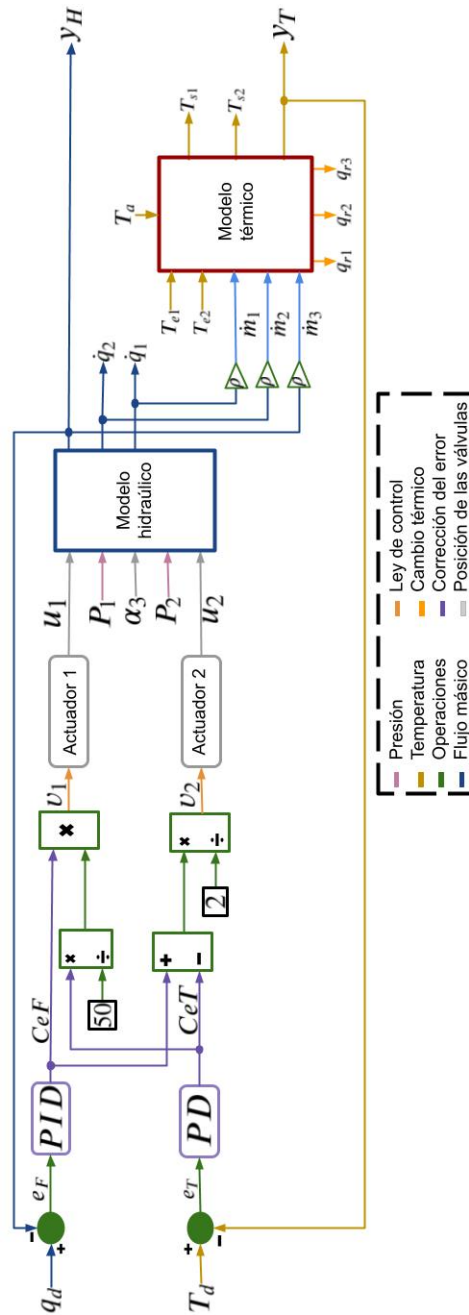


Figura B.1: Diagrama a bloques del controlador b_4 .

Anexo C

Con el propósito de que los cambios presentados en las entradas del sistema en el tiempo, se propone utilizar una función trapezoidal, como la que se muestra en la Ecuación C.1. Esta función fue construida a través del análisis de la Figura C.1.

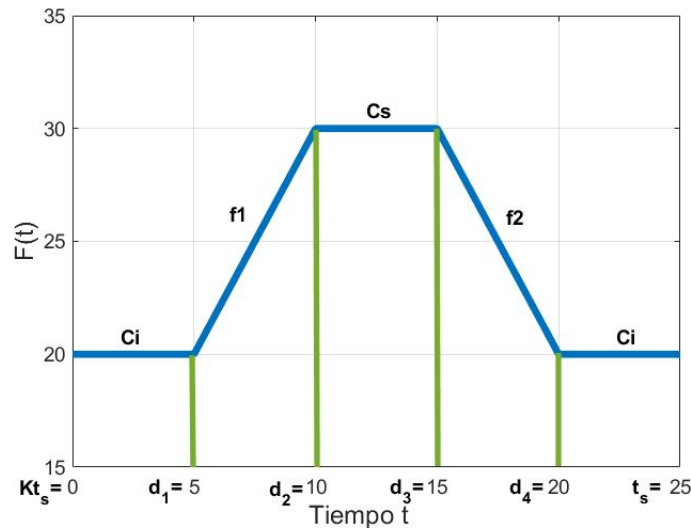


Figura C.1: Gráfico de una función trapezoidal.

$$f(t) = \begin{cases} Ci & Kt_s \leq t \leq Kt_s + d_1 \\ \bar{f} & Kt_s + d_1 < t \leq Kt_s + d_2 \\ Cs & Kt_s + d_2 < t \leq Kt_s + d_3 \\ \underline{f} & Kt_s + d_3 < t \leq Kt_s + d_4 \\ Ci & Kt_s + d_4 < t \leq (K + 1)t_s \end{cases} \quad (C.1)$$

donde

$$\bar{f} = [t - (Kt_s + d_2)] \frac{Cs - Ci}{d_2 - d_1} + Ci \quad (C.2)$$

$$\underline{f} = [t - (Kt_s + d_3)] \frac{Ci - Cs}{d_4 - d_3} + Cs \quad (C.3)$$

$f(t)$ - Función trapezoidal.

\bar{f} - Tramo ascendente de la función $f(t)$. También llamado $f1$.

\underline{f} - Tramo descendente de la función $f(t)$. También llamado $f2$.

C_i - Constante inferior.

C_s - Constante superior.

K - Redondeo hacia el infinito negativo de la división de t entre t_s .

t_s - Período de la simulación.

t - Tiempo de la simulación.

d_p - Cambio p de la dirección de $f(t)$. $p = 1, 2, 3, 4$

La Ecuación C.2 representa el tramo de la función f que va desde un valor constante inferior a un valor constante superior, mientras que la Ecuación C.3 va de un valor superior a uno inferior. Con estas dos funciones se pueden crear por lo menos cuatro patrones diferentes, los cuales son la montaña mostrada en la Figura C.1, el valle al invertir las funciones ascendente y descendente, y escaleras ascendentes y descendentes.

Referencias

- [1] Aristizábal, C., Schäfer, G., & Zapata, R. B. (2014). Análisis de pérdidas energéticas y económicas por transporte de vapor en tuberías sin un adecuado aislamiento térmico. *Redes de ingeniería*, 5(1), 17-25.
- [2] Arregui de la Cruz, F. J.; Cabrera Rochera, E.; Cobacho Jordán, R.; Gómez Sellés, E.; Soriano Olivares, J. (2017). *Apuntes de mecánica de fluidos*. València: Universitat Politècnica de València.
- [3] Ayala Rojas, L. E., Real, D., & Bolívar, R. (2015). Diseño, modelación, simulación e implementación de un sistema de control de temperatura para la ducha eléctrica (Bachelor's thesis, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo).
- [4] Barrero Ripoll Antonio y Pérez-Saborid Sánchez-Pastor Miguel . (2005). *Fundamentos y aplicaciones de la mecánica de fluidos*. Aravaca (Madrid): McGRAW-HILL/INTERAMERICANA DE ESPANA, S.A.U
- [5] Besson, U. (2012). The history of the cooling law: when the search for simplicity can be an obstacle. *Science & Education*, 21(8), 1085-1110.
- [6] Bohórquez, O. L. R., Gelves, G. A. C., Sánchez, L. V. M., & Vega, H. (2017). Modelado matemático, simulación, análisis y control de un sistema hidráulico interactivo-tres tanques en serie. *Revista de Tecnología*, 16(1), 77-98.
- [7] Carballo Sierra, J., & Romero Lara, D. (2011). Tutorial norma ISA S5. 1 y diagramas P&ID.
- [8] Casadevalls, M. P. (2017). Manejo del agua con el uso de cero energía y ahorro de agua en jardines de hoteles. *Revista Ingeniería Agrícola*, 6(4), 50-55.

- [9] Casas, F. G., Huertas, E. Z., & Ubaque, C. A. G. (2015). Demostración y análisis del golpe de ariete por el método de los promedios aritméticos. *Tecnura*, 19, 143-151.
- [10] CASTRO, G. A. L., CIENDUA, W. N. U., & ROJAS, J. A. R. (2019). Evaluación de pérdidas de agua en la ducha por el uso de agua caliente. *Revista de la Escuela Colombiana de Ingeniería*, (114), 39-43.
- [11] Cengel, Y. A., (2016). *Transferencia de calor y masa*. McGraw-Hill Interamericana. 3ra Edición. México.
- [12] Chapra, S. C., Canale, R. P., Ruiz, R. S. G., Mercado, V. H. I., Díaz, E. M., & Benites, G. E. (2011). *Métodos numéricos para ingenieros* (Vol. 5). McGraw-Hill.
- [13] Courrieu, P. (2008). Fast computation of Moore-Penrose inverse matrices. arXiv preprint arXiv:0804.4809.
- [14] Dang Le, Q., Mereu, R., Besagni, G., Dossena, V., & Inzoli, F. (2018). Computational fluid dynamics modeling of flashing flow in convergent-divergent nozzle. *Journal of Fluids Engineering*, 140(10).
- [15] Emerson. (2005). *Control Valve Handbook*. U.S.A: Fisher controls international LLC
- [16] Filgueira, G. G., & Feal, C. V. Algoritmo para Sistemas de Automatización de Llenado, Mezclado y envasado de Líquidos. *SAAEI*, 6, 1046-1050.
- [17] Gálvez, L. F. P. (2017). Modelo Matemático para vaciado de Tanques. *Scientia et technica*, 22(1), 89-94.
- [18] García Argueta, A. R. (2019). *Guía de presupuesto automatizado para acueductos y letrinización rural* (Doctoral dissertation, Universidad de San Carlos de Guatemala).

- [19] Goyal, V., Mishra, P., & Deolia, V. K. (2019). A robust fractional order parallel control structure for flow control using a pneumatic control valve with nonlinear and uncertain dynamics. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 44(3), 2597-2611.
- [20] Hayt, W. H., Kemmerly, J. E. *Análisis de circuitos eléctricos en ingeniería*. México: Mc Graw Hill, 2007.
- [21] Hidroloop (28 de abril de 2022). Twenergy. Una iniciativa de Endesa por la eficiencia y la sostenibilidad. Obtenido de *https://twenergy.com/mx/a/como-podemos-evitar-el-desperdicio-del-agua-al-comenzar-el-bano-1586*.
- [22] Levi, E., Ayala, J. E., & Vázquez, J. F. (2015). Mejoras para el uso eficiente del agua en regaderas domésticas. *Tecnología y ciencias del agua*, 10(2), 33-38.
- [23] Li, B., Xu, J., Chen, J., & Sun, J. (2019, July). Modification Simulation Research on Handle Speed of Faucet Test System. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 569, No. 4, p. 042027). IOP Publishing.
- [24] López Patiño, G. (2016). *Análisis y caracterización de las instalaciones interiores de suministro de agua desde el punto de vista de ahorro* (Doctoral dissertation).
- [25] McAdams W. H., *Heat Transmission*, 3rd edn. McGraw-Hill, New York (1954).
- [26] Mohazzab, P. (2017). Archimedes' principle revisited. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 5(04), 836.

- [27] Moreno, E., Pérez, V., Ledesma, R., Ferrer, M., & Tristán, M. (2013). Contenedor de agua para regadera de ducha. Pérez García-Vicente Rico Moreno-José Luis, 140.
- [28] Nilsson, J W, Riedel, S A (2007). Electric Circuits (8^a ed.). Pearson Prentice Hall.
- [29] Ogata, K., & Sánchez, G. L. P. (1987). Dinámica de sistemas. Prentice-Hall Hispanoamericana.
- [30] Ogata, K. (2003). Ingeniería de control moderna. Pearson Educación.
- [31] OMS y UNICEF. (2022). Agua. 29 de abril de 2022, de Organización Mundial de la Salud Sitio web: <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/drinking-water#:~:text=De%20agua%20AD%20a%202025%2C%20la,muertes%20por%20diarrea%20al%20a%20C3%B1o.>
- [32] Ong, K. S. (1995). Thermal performance of solar air heaters: mathematical model and solution procedure. Solar energy, 55(2), 93-109.
- [33] Ong, K. S. (2003). A mathematical model of a solar chimney. Renewable energy, 28(7), 1047-1060.
- [34] Pereira-Arroyo, R. (2016). Divisores de voltaje y de corriente.
- [35] Pérez, M. H. (2006). “Física General” Tercera edición. Publicaciones Culturales. México, D.F.
- [36] Pipan, M., & Herakovic, N. (2018). Closed-loop volume flow control algorithm for fast switching pneumatic valves with PWM signal. Control Engineering Practice, 70, 114-120.
- [37] Ranginkaman, M. H., Haghghi, A., & Lee, P. J. (2019). Frequency domain modelling of pipe transient flow with the virtual valves method to

- reduce linearization errors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 131, 486-504.
- [38] Rivera, O. P. Norma ISA. lineal. Available: [http :
//www.automaticausach.cl/asignaturas/controlautind/
304NormaISA_PID.pdf](http://www.automaticausach.cl/asignaturas/controlautind/304NormaISA_PID.pdf).
- [39] Rojas Jureidini, A. M., & Jureidini, A. M. R. (2018). Regadera automatizada ahorradora de agua.
- [40] Ruiz, P. R. (2001). Abastecimiento de agua. Edición Agosto-2001.
- [41] Schmitt, R., & Sobrinho, M. R. S. (2018). Nonlinear dynamic modeling of a pneumatic process control valve. *IEEE Latin America Transactions*, 16(4), 1070-1075.
- [42] SOLAR ENGINEERING OF THERMAL PROCESSES, John A. Duffie and William A. Beckman 3rd Ed.
- [43] S. Tian y M. Adewumi, A New Algorithm for Analyzing and Designing Two-Phase Flow Pipeline Networks, Pennsylvania: Society of Petroleum Engineers, SPE 28177, 1994.
- [44] Sönmez, M. (2016). Two offers to prevent excessive water consumption: A proposal for industrial design departments of universities. *Int J Water Res Environ Eng*, 8(2), 24-31.
- [45] Sparrow E. M., Ramsey J. W. and Mass E. A. Effect of finite width on heat transfer and fluid flow about an inclined rectangular plate, *Trans. ASME, J. Heat Transfer* 101, 2 (1979).
- [46] Tamayo, G. A. V., Luna, L. V., Beltrán, C. R., & Simancas, M. E. C. (2018). Modelo numérico para el análisis y el diseño de redes de tubería para flujo bifásico. *Revista UIS Ingenierías*, 17(2), 201-214.

- [47] Tonti, N. E. (2016). Estudio de los flujos turbulentos de energía y masa a través del uso de la metodología de covarianzas turbulentas sobre un ecosistema de marisma (Doctoral dissertation, Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales).
- [48] Twyman, J. (2017). Golpe de Ariete en una Red de Distribución de Agua. *Paideia XXI*, 6(7), 53-68.
- [49] Upadhe, S. N., Mhamane, S. C., Kurhade, A. S., Bapat, P. V., Dhavale, D. B., & Kore, L. J. (2020). Water Saving and Hygienic Faucet for Public Places in Developing Countries. In *Techno-Societal 2018* (pp. 617-624). Springer, Cham.
- [50] Valencia, G. y Garín, M.E. (2007). Termodinámica. En *Modelos fisicoquímicos: conceptos básicos* (pp. 119-139). Universidad Nacional Autónoma de México: Facultad de Estudios Superiores Iztacala.
- [51] Vollmer, M. (2009). Newton's law of cooling revisited. *European Journal of Physics*, 30(5), 1063.
- [52] Wagner, W., & Kruse, A. (2013). Properties of Water and Steam/Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf: The Industrial Standard IAPWS-IF97 for the Thermodynamic Properties and Supplementary Equations for Other Properties/Der Industrie-Standard IAPWS-IF97 für die thermodynamischen Zustandsgrößen und ergänzende Gleichungen für andere Eigenschaften. Springer-Verlag.
- [53] Wati, D. A. R. (2016, December). Interval type-2 fuzzy logic controller for multi input multi output system: A shower system case study. In *2016 IEEE Conference on Systems, Process and Control (ICSPC)* (pp. 154-159). IEEE.

- [54] Watmuff J. H., Charters W. W. S. and Proctor D. Solar and wind induced external coefficients for solar collectors. *COMPLES*, No. 2, p. 56 (1977).