



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico**

## Tesis de Maestría

**Rediseño de un convertidor elevador cuadrático  
controlado para una celda de combustible tipo PEM  
utilizando márgenes de robustez**

presentada por

**Ing. Irbin Armando Carrillo Martínez**

como requisito para la obtención del grado de

**Maestría en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica**

Director de tesis

**Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez**

Codirector de tesis

**Dra. Ma. Guadalupe López López**

**Cuernavaca, Morelos, México. Agosto de 2022.**



Cuernavaca,  
Mor.,  
No. de Oficio:  
Asunto:

**27/junio/2022**

**DIE/105/2022**

**Aceptación de documentos de tesis**

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del Ing. Irbin Armando Carrillo Martínez, con número de control M19CE027 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Rediseño de un convertidor elevador Cuadrático Controlado para una Celda de Combustible tipo PEM Utilizando Márgenes de Robustez" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica  
Cédula profesional 8031070

CODIRECTOR DE TESIS

Dra. Ma. Guadalupe López López  
Doctora en Ciencias en Ingeniería  
Química  
Cédula profesional 7980045

REVISOR 1

Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez  
Doctor en Ingeniería  
Cédula profesional 3431842

REVISOR 2

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica  
Cédula profesional 7534115

Cp. Lic. Silvia del Carmen Ortiz Fuentes- Jefa del Departamento de Servicios Escolares  
Estudiante  
Expediente

HEE/mrsr





Cuernavaca, Mor.,  
No. De Oficio:  
Asunto:

28/junio/2022  
SAC/103/2022  
Autorización de  
impresión de tesis

**IRBIN ARMANDO CARRILLO MARTÍNEZ  
CANDIDATA(O) AL GRADO DE MAESTRA(O) EN CIENCIAS  
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA  
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Rediseño de un convertidor elevador Cuadrático Controlado para una Celda de Combustible tipo PEM Utilizando Márgenes de Robustez", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Educación Tecnológica al Servicio de México"

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO  
SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA

C. c. p. Departamento de Ingeniería Electrónica  
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/CHG



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos  
Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104, e-mail: acad\_cenidet@tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx



## Resumen

Las Celdas de Combustible son una opción viable en el campo de las energías alternas debido a sus cualidades y prestaciones. Sin embargo, existen retos técnicos que necesitan ser solucionados. Un tema de interés se centra en el acondicionamiento de la energía eléctrica. La electrónica de potencia se encarga de diseñar circuitos electrónicos llamados Convertidores Conmutados, los cuales tienen como objetivo regular y adecuar la energía eléctrica que reciben de alguna fuente de alimentación, los especialistas en electrónica de potencia diseñan convertidores conmutados realizando un análisis del balance de energía en estado estacionario, de este modo se obtienen las ecuaciones de diseño que permiten calcular el valor de los componentes haciendo uso de las especificaciones de diseño, cabe mencionar que esta estrategia de diseño no contempla la sensibilidad del convertidor ante perturbaciones.

En este trabajo se explora el uso de los márgenes de estabilidad robusta como criterio de diseño de un Convertidor Elevador Cuadrático (CEC), considerando que será implementado para una Celda de Combustible con Membrana de Intercambio Protónico (PEMFC, por sus siglas en inglés). De esta manera se pretende obtener un diseño que sea tolerante a perturbaciones. Los resultados obtenidos con esta estrategia de diseño se ponen a prueba en simulación considerando cambios de carga, variaciones en el voltaje de entrada e incertidumbres paramétricas en inductores. Las pruebas muestran que el diseño obtenido con esta estrategia logra mantener la estabilidad en un rango de operación mayor.

Adicionalmente se explora la técnica de Control por Retroalimentación Estática de la Salida (SOF, por sus siglas en inglés), esta técnica es relativamente nueva y tiene las ventajas de ser robusta, flexible y relativamente fácil de implementar.

# Abstract

Fuel cells are a viable option in the field of renewable energies due to their qualities and benefits. However, there are technical challenges that still need to be addressed in order to achieve a cost-effective technology. In this respect, one focus of research in this area is electrical power conditioning. Power electronics is concerned with the design of switching converters, which aim to regulate and adapt the electrical energy received from a power supply. Power electronics experts design the switched-mode converters based on a steady-state energy balance. This approach results in design equations that help compute the components according to design specifications. It is worth noting that this classical design strategy neglects how disturbances affect the converter performance.

This work aims to use robust stability margins as a design criterion for a Quadratic Boost Converter (QBC) coupled to a Proton Exchange Membrane Fuel Cell (PEMFC). The goal is to obtain an appliance tolerant to disturbances. In the end, the simulation tests helped to know in an earlier design stage the response of the QBC under load changes, input voltage variations, and parametric uncertainties in the inductors.

The proposed design strategy for the QBC coupled with a PEMFC has two advantages. It considers parametric uncertainties and is accompanied by the Static Feedback Output Control (SOFC). This last technique is more or less new and has the advantages of being robust, flexible, and reasonably easy to implement.

## Dedicatoria

A mis padres, hermana, asesores, maestros, amigo, compañeros y a todos los que de alguna forma me motivaron a superar mis límites. Dedico este trabajo como prueba de que con disciplina y trabajo constante no existen metas inalcanzables y exhorto al lector de este trabajo a nunca desistir.

## Agradecimientos

Este trabajo no se hubiera podido realizar sin el apoyo y colaboración de muchas personas que me brindaron sus consejos. Quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnologías (CONACyT), por el apoyo económico brindado durante el desarrollo de este trabajo, al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET), por facilitarme las instalaciones para el desarrollo de este trabajo.

Un agradecimiento especial a mis padres María Isabel Martínez Medina y Armando Carrillo Aguilera, quienes me enseñaron al valor de la superación. A mi hermana, Marleni Carrillo Martínez que me escuchó y me motivó en los momentos difíciles.

A mis asesores de tesis, el Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez y Dra. Ma. Guadalupe López López, que me orientaron y me guiaron en todo momento para no perder de vista los objetivos de este trabajo. Y con ello agradezco a mis revisores Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez y Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez, por sus comentarios, observaciones y sugerencias que permitieron enriquecer el desarrollo de este trabajo.

Tengo que agradecer también a mi tío Ernesto Carrillo Aguilera, por el apoyo brindado durante mi estancia en Morelos.

Por su amable atención agradezco a los responsables de las distintas áreas de la institución que me orientaron en la realización de los trámites pertinentes.

Finalmente, quiero agradecer a mis compañeros y amigos de generación, con los que comparto gratos recuerdos de experiencias vividas, que me acompañaron y ayudaron en la comprensión de conceptos esenciales para el desarrollo de este trabajo.

---

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Celdas de combustible . . . . .	1
1.1.1. Convertidores conmutados . . . . .	4
1.2. Planteamiento del problema . . . . .	7
1.3. Objetivos . . . . .	8
1.3.1. Objetivo general . . . . .	8
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	8
1.4. Justificación . . . . .	9
1.5. Metas y Alcances . . . . .	10
1.6. Antecedentes . . . . .	10
1.7. Estado del arte . . . . .	11
1.7.1. Convertidores conmutados aplicados a celdas de combustible . . . . .	11
1.7.2. Técnicas de control implementadas para convertidores con topología tipo boost . . . . .	13
1.7.3. Estrategias de diseño de convertidores conmutados . . . . .	16
1.8. Organización del documento . . . . .	17
<b>2. Diseño y modelado matemático</b>	<b>19</b>
2.1. Modelado matemático del Convertidor Elevador Cuadrático . . . . .	19
2.1.1. Modelo por switcheo . . . . .	21
2.1.2. Modelo de pequeña señal . . . . .	28
2.1.3. Modelo de parámetros variables . . . . .	32
2.2. Diseño del Convertidor Elevador Cuadrático . . . . .	37
2.2.1. Análisis de la ley de voltaje de Kirchhoff . . . . .	37
2.2.2. Análisis del rizo de corriente . . . . .	40
2.2.3. Diseño de un CEC de 200 W . . . . .	43
2.3. Prueba de validación . . . . .	47
<b>3. Rediseño del CEC</b>	<b>51</b>
3.1. Preliminares . . . . .	52
3.1.1. Funciones de transferencia . . . . .	52
3.1.2. Márgenes de estabilidad robusta . . . . .	53
3.2. Estrategia de diseño . . . . .	55

3.2.1. Diseño del controlador . . . . .	55
3.2.2. Selección de los conjuntos de inductores . . . . .	60
3.2.3. Análisis de robustez . . . . .	62
3.3. Pruebas en lazo cerrado . . . . .	66
3.3.1. Prueba de variación del voltaje de entrada . . . . .	67
3.3.2. Prueba de variación de la carga . . . . .	71
3.3.3. Prueba variación de carga y voltaje de entrada . . . . .	75
3.3.4. Prueba ante incertidumbres paramétricas . . . . .	80
3.4. Conclusiones . . . . .	83
<b>4. Control por retroalimentación de la salida</b>	<b>87</b>
4.1. Control por retroalimentación estática de la salida extendida . . . . .	87
4.1.1. Criterio de estabilidad de Lyapunov . . . . .	89
4.1.2. Control robusto . . . . .	90
4.1.3. Metodología de diseño . . . . .	92
4.2. Control por retroalimentación estática de la salida con estructura PID . . . . .	97
4.2.1. Transformación del controlador PID a estructura SOF . . . . .	97
4.2.2. Control subóptimo $H_2$ . . . . .	100
4.2.3. Control subóptimo $H_\infty$ . . . . .	102
<b>5. Conclusiones generales</b>	<b>105</b>
5.1. Trabajos futuros . . . . .	107
<b>A. Curva de polarización de la celda de combustible</b>	<b>115</b>
<b>B. Simulación del CEC en lazo abierto</b>	<b>117</b>
<b>C. Sintonización del controlador PI</b>	<b>119</b>
<b>D. Simulación del CEC en lazo cerrado</b>	<b>121</b>

---

# Índice de figuras

1.1.	Diagrama simplificado de una celda de combustible . . . . .	2
1.2.	Curva de polarización de una celda de combustible . . . . .	3
1.3.	Señal PWM ( <i>Pulse Width Modulation</i> ) . . . . .	4
1.4.	(a) Circuito conmutado básico. (b) Voltaje de salida $v_s$ . . . . .	5
1.5.	Convertidor Elevador Cuadrático . . . . .	6
2.1.	CEC en estado encendido con perdidas en los elementos almacenadores . . . . .	23
2.2.	CEC en estado apagado con perdidas en los elementos almacenadores . . . . .	25
2.3.	Convertidor Elevador Cuadrático en estado encendido . . . . .	37
2.4.	Convertidor Elevador Cuadrático en estado apagado . . . . .	39
2.5.	Análisis del rizo de corriente . . . . .	40
2.6.	Curva de polarización de la celda de combustible . . . . .	44
2.7.	Pruebas de validación en lazo abierto . . . . .	48
3.1.	Esquema general de un sistema de control . . . . .	52
3.2.	Traza de Nyquist . . . . .	53
3.3.	Control en Modo de Corriente Programada . . . . .	55
3.4.	(a) Lazo interno del CMCP. (b) Esquema completo del CMCP . . . . .	56
3.5.	Control por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto . . . . .	58
3.6.	Traza de Nyquist CMCP . . . . .	62
3.7.	Traza de Nyquist CREIA . . . . .	63
3.8.	Variación del voltaje de entrada . . . . .	67
3.9.	Pruebas de variación del voltaje de entrada y desempeño del control CMCP . . . . .	68
3.10.	Pruebas de variación del voltaje de entrada y desempeño del CREIA . . . . .	69
3.11.	Variación de la carga . . . . .	71
3.12.	Pruebas de variación de la carga para el control CMCP . . . . .	72
3.13.	Pruebas de variación de la carga control CREIA . . . . .	73
3.14.	Pruebas de variación de la carga y voltaje de entrada . . . . .	76
3.15.	Pruebas de variación de la carga y voltaje de entrada control CMCP . . . . .	77
3.16.	Pruebas de variación de la carga y voltaje de entrada control CREIA . . . . .	78
3.17.	Pruebas con incertidumbres paramétricas para el controlador CMCP . . . . .	80
3.18.	Pruebas con incertidumbres paramétricas para el controlador CMCP . . . . .	81
3.19.	Cambio de carga . . . . .	83

3.20. Variación del voltaje de entrada . . . . .	84
4.1. Control por retroalimentación estática de la salida con estructura PD . . . . .	88
4.2. Control por retroalimentación estática de la salida con estructura PID . . . . .	98
A.1. Bloque Fuel Cell Stack . . . . .	115
B.1. Esquema de simulación del modelo matemático del CEC. . . . .	117
B.2. Esquema de simulación del modelo por componentes del CEC. . . . .	118
C.1. Respuesta dinámica del sistema . . . . .	119
D.1. Esquema de simulación en lazo cerrado para el controlador CMCP. . . . .	121
D.2. Esquema de simulación en lazo cerrado para el controlador CREIA. . . . .	122

---

# Índice de cuadros

2.1. Criterios de diseño . . . . .	46
2.2. Valores comerciales . . . . .	46
2.3. Error Relativo Promedio . . . . .	49
3.1. Valores de los controladores $H_{ci}(s)$ y $H_{cv}(s)$ . . . . .	57
3.2. Margen de módulo para cada posible combinación de $L_1$ y $L_2$ , controlador CMCP. . . . .	64
3.3. Margen de módulo para cada posible combinación de $L_1$ y $L_2$ , controlador CREIA. . . . .	65
3.4. Índices de desempeño controlador CMCP para variaciones en el voltaje de entrada . . . . .	68
3.5. Índices de desempeño controlador CREIA para variaciones en el voltaje de entrada . . . . .	70
3.6. Índices de desempeño controlador CMCP para variación de la carga . . . . .	72
3.7. Índices de desempeño controlador CREIA para variación en la carga . . . . .	74
3.8. Índices de desempeño controlador CMCP para variación de voltaje y carga . . . . .	77
3.9. Índices de desempeño controlador CREIA para variación de voltaje y carga . . . . .	79
3.10. Incertidumbres paramétricas y corriente de rizo . . . . .	82
3.11. Márgenes de robustez para el controlador CMCP . . . . .	85
3.12. Márgenes de robustez para el controlador CREIA . . . . .	85
A.1. Caracterización de la PEMFC Nexa de 1.2 kW. . . . .	115
C.1. Criterios de sintonización de controladores Åström et al. (1998). . . . .	120
C.2. Valores de los controladores PI . . . . .	120

---

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Celdas de combustible

La energía eléctrica es un recurso fundamental de la sociedad moderna, la creciente demanda ha impulsado la investigación y el desarrollo tecnológico de fuentes de energía sustentables. El uso de energía eólica y solar son ejemplos populares, sin embargo, existen otras opciones con un alto potencial para competir en el campo de las energías alternativas, como ejemplo podemos mencionar a las celdas de combustible, las cuales son dispositivos electroquímicos que generan electricidad a partir de una reacción química generalmente entre hidrógeno y oxígeno, además de electricidad también producen agua y calor.

La celda de combustible fue inventada por el científico galés Sir William Grove en el año 1839 (Al-Baghdadi (2013)). No obstante, fue hasta la década de los 60's cuando se mostró mayor interés en el desarrollo de esta tecnología, principalmente para aplicaciones espaciales. En la actualidad las celdas de combustible han alcanzado un desarrollo tecnológico que les permite competir con tecnologías convencionales de generación de energía eléctrica.

Una celda de combustible está formada por dos electrodos denominados ánodo (negativo) y cátodo (positivo), separados por un medio electrolítico (Figura 1.1). De manera general la reacción electroquímica puede describirse mediante procesos de oxidación y reducción que se detallan a continuación: se inyecta hidrógeno por el ánodo y este hace contacto con la membrana, como consecuencia, el hidrógeno molecular es ionizado y pierde dos electrones. En este punto, los iones con carga positiva viajan del ánodo al cátodo a través de un medio electrolítico, mientras los electrones liberados lo hacen a través de un circuito externo al que se conecta una carga. Del lado del cátodo, el oxígeno reacciona con los iones positivos que atraviesan el electrolito y los electrones que llegan al cátodo por el circuito externo que cierra el circuito. El proceso es exotérmico y se lleva a cabo una reducción, es decir, se ganan electrones. Con esta reacción se producen agua y calor (Cano (1999)).

A diferencia de las máquinas de combustión interna para las cuales la eficiencia energética está regida por el ciclo de Carnot, la eficiencia de las celdas de combustible está dada por la cantidad de material reactante, el área superficial disponible para la reacción y la velocidad de reacción. El voltaje teórico máximo generado por una celda de combustible a presión y temperatura estándares es 1.23 volts ( $V$ ). A consecuencia de diversos estados de polarización el voltaje real de salida es de 0.6  $V$  a 0.85  $V$  (O'hayre et al. (2016)). Para aumentar el voltaje de salida se forma un apilamiento (*stack*, en inglés) de varias celdas, en el cual, el voltaje de salida es equivalente al producto de la tensión de una celda por el número de celdas.

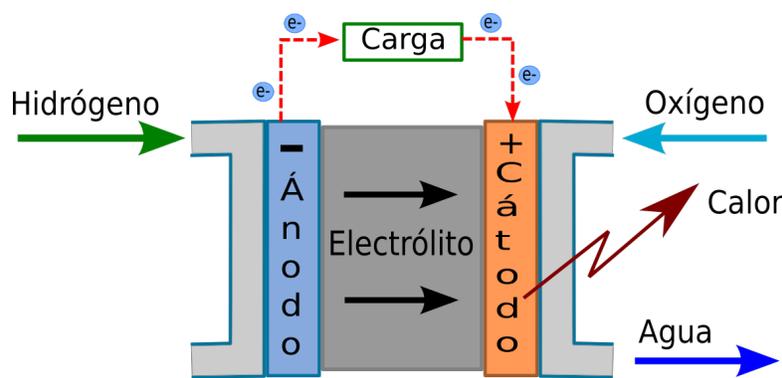


Figura 1.1: Diagrama simplificado de una celda de combustible

La curva de polarización de una celda de combustible (Figura 1.2) permite determinar sus características y prestaciones. Representa en el eje de las abscisas la densidad de corriente o la intensidad de corriente y en el eje de las ordenadas se representa el voltaje de salida. Se puede observar que la curva está dividida en tres regiones (O'hayre et al. (2016)), descritas a continuación:

La **Zona de activación** se produce a baja densidad de corriente y se caracteriza por una caída exponencial de tensión que representa el potencial que se pierde para superar la energía de activación que permite iniciar las reacciones electroquímicas.

La **Zona óhmica** es una región de operación con un comportamiento prácticamente lineal. El fenómeno que predomina es el de la pérdida de potencial por resistencia a la conducción iónica (en la membrana) y electrónica (en el circuito eléctrico).

La **Zona de concentración** se produce a alta densidad de corriente, donde la tensión cae bruscamente debido a la baja concentración de los reactivos en la capa catalítica.

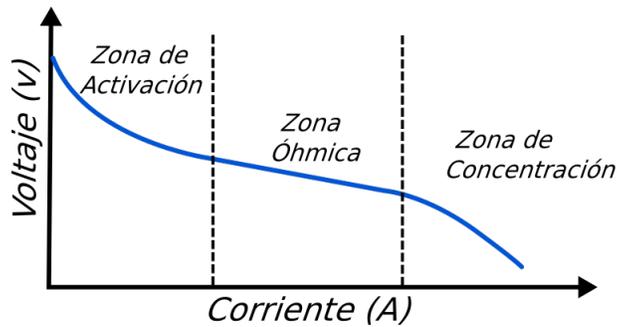


Figura 1.2: Curva de polarización de una celda de combustible

Existen diferentes tipos de celdas de combustible, diferenciadas principalmente por el medio electrolítico que utilizan. El principio de funcionamiento es el mismo para todos los tipos de celdas de combustible. La principal diferencia radica en el rango de la temperatura de operación, la cual puede variar desde unas decenas de grados Celsius para las Celdas de Combustible de Membrana de Intercambio Protónico (PEMFC, por sus siglas en inglés), a casi mil grados Celsius para Celdas de Combustible de Óxido Sólido (SOFC, por sus siglas en inglés), (Domínguez (2002)).

En este trabajo se considera una aplicación de celdas de combustible tipo PEMFC, ya que es una de las más desarrolladas a nivel comercial. Utiliza como electrólito una membrana de polímero que es conductora de protones, funciona a una temperatura relativamente baja menor a los  $90^{\circ}C$ . Tiene una eficiencia alta que ronda el 50% y disponibilidad comercial en un amplio rango de potencias. Estas características las vuelven ideales para aplicaciones de movilidad en vehículos, edificios y aplicaciones en equipos de bajo consumo energético. Sin embargo, no todo es perfecto. Existen fenómenos y características particulares que han limitado su aplicación, de los cuales podemos mencionar los siguientes:

- Presentan variaciones en el voltaje de salida que dependen de la demanda de corriente. La relación voltaje-corriente está determinada por las curvas de polarización (Figura 1.2).
- Las celdas comerciales PEMFC ofrecen un voltaje bajo, generalmente menor a 60 V.
- Son sensibles al rizo de corriente<sup>1</sup>, lo cual ocasiona un deterioro acelerado (Gao et al. (2012)). Se presenta de manera natural cuando se añade un convertidor conmutado para adecuar el voltaje de salida.

---

<sup>1</sup>Se define como la componente de corriente alterna existente en un voltaje continuo.

En resumen, aunque existen retos técnicos que deben ser solucionados, las PEMFC son muy atractivas por su alta eficiencia, no tienen piezas móviles, lo que se traduce en bajo desgaste, y no generan emisiones contaminantes. Estas características las hacen ideales para un gran número de aplicaciones, por ejemplo se usan como fuentes de energía en zonas rurales, y como se ha mencionado, han sido usadas para aplicaciones de movilidad y transporte como naves espaciales, automóviles y barcos. El trabajo de esta tesis se centra en proponer una estrategia de diseño de un tipo de convertidor de potencia que transforma una corriente continua de un nivel de tensión a otro con una relación relativamente grande. El propósito es introducir conceptos de robustez en el método de cálculo del convertidor para hacer su diseño tolerante a la incertidumbre paramétrica que caracteriza a los componentes electrónicos comerciales del convertidor.

### 1.1.1. Convertidores conmutados

La electrónica de potencia se encarga de diseñar circuitos electrónicos llamados Convertidores Conmutados, los cuales tienen como objetivo adecuar la energía eléctrica que reciben de alguna fuente de alimentación. Existen diferentes tipos de convertidores que se pueden clasificar según el tipo de conversión que realizan, de esta manera tenemos: convertidores de corriente alterna a corriente directa (CA-CD), convertidores de corriente directa a corriente alterna (CD-CA), convertidores de corriente directa a corriente directa (CD-CD) y convertidores de corriente alterna a corriente alterna (CA-CA).

El principio de funcionamiento de los convertidores está basado en la conmutación a altas frecuencias entre los estados encendido y apagado definidos como  $t_{alto}$  y  $t_{bajo}$  respectivamente. Dichas conmutaciones son generadas comúnmente por una señal PWM (*Pulse Width Modulation*, en inglés) (Figura 1.3), la cual se puede definir como una señal de onda cuadrada con un periodo constante ( $T$ ). El ciclo de trabajos ( $\alpha$ ) es el tiempo en el cual la señal PWM está en estado alto ( $t_{alto}$ ); se puede calcular como  $\alpha = t_{alto}/T = t_{alto}f_c$ , donde  $T = t_{alto} + t_{bajo}$  y  $f_c$ , es la frecuencia de conmutación.

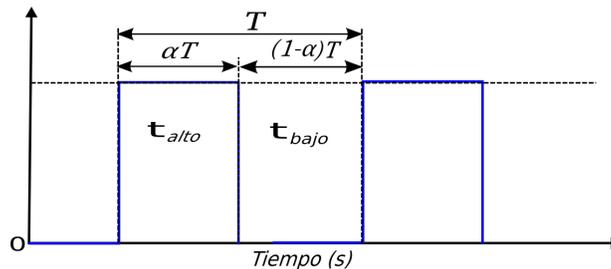


Figura 1.3: Señal PWM (*Pulse Width Modulation*)

Para ejemplificar, considere el circuito básico mostrado en la Figura 1.4a, donde  $v_e$  es un voltaje continuo de alimentación,  $R_L$  es la resistencia de carga y  $Q$  es un interruptor sobre el cual actúa la señal PWM. De tal manera que durante el intervalo de tiempo definido por  $\alpha T$  el interruptor se encuentra encendido (cerrado), por lo que la resistencia de carga  $R_L$  queda conectada directamente a la fuente de alimentación  $v_e$ ; posteriormente, durante el intervalo de tiempo definido por  $(1 - \alpha)T$  el interruptor se encuentra apagado (abierto), y la resistencia de carga  $R_L$  queda desconectada. El voltaje  $v_s$  a través de la resistencia de carga es una representación trozada del voltaje de entrada  $v_e$ , como se muestra en la Figura 1.4b. El voltaje promedio de salida  $v_a$  está dado por la ecuación 1.1, se puede observar que  $v_a$  es proporcional al ciclo de trabajo por lo que al variarlo se puede ajustar el voltaje promedio.

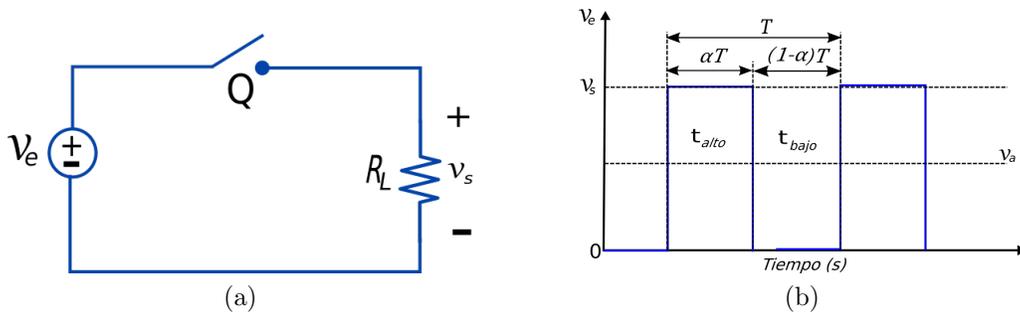


Figura 1.4: (a) Circuito conmutado básico. (b) Voltaje de salida  $v_s$

$$v_a = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} v_e dt = \frac{v_e \alpha T}{T} = v_e \alpha \quad (1.1)$$

Los convertidores conmutados están constituidos por elementos pasivos, generalmente por inductores y capacitores, los cuales almacenan energía en un estado de conmutación y la liberan en el siguiente. Mientras tanto los dispositivos semiconductores actúan como interruptores que encienden o apagan una sección del circuito para controlar el flujo de energía. Se pueden definir dos tipos de interruptores: no controlados y controlados. Los primeros, generalmente diodos, son dispositivos de dos terminales, el estado del interruptor está definido por la polarización. Para los segundos, se suelen utilizar dispositivos de tres terminales que pueden ser tiristores o transistores, un caso común es utilizar un transistor MOSFET, cuyas terminales reciben el nombre de Puerta (P), Fuente (F) y Drenaje (D). El flujo de voltaje entre la Fuente y el Drenaje depende de la polarización de la Puerta (Ang et al. (2010)).

Los convertidores CD-CD convierten un nivel de voltaje continuo a otro nivel de voltaje continuo y regulado. Tienen alta relación de eficiencia y alta densidad de potencia, estas características se traducen en una reducción de peso y tamaño. Dentro de sus desventajas podemos mencionar que necesitan un controlador para operar de manera adecuada, además para algunas aplicaciones se requiere incorporar un filtro para atenuar el ruido electromagnético que se genera debido a las conmutaciones de alta frecuencia (Salamero et al. (2009)).

El Convertidor Elevador Cuadrático (CEC) (Figura 1.5) es un convertidor del tipo CD-CD. Es utilizado cuando se requiere un voltaje continuo mayor del que se recibe en la entrada. Se caracteriza por tener una alta relación de ganancia y eficiencia. Está formado por un doble circuito LC (Inductor y Capacitor) y cuatro elementos de conmutación; de los cuales tres diodos se denotan como  $D_n$  con  $n = 1, 2, 3$  y actúan como interruptores no controlados. El último elemento de conmutación es un interruptor controlado que se denota como  $Q$ . Habitualmente se suele utilizar un MOSFET debido a su alta velocidad de conmutación. La carga  $R$  no forma parte del convertidor pero se integra como parte del modelo.

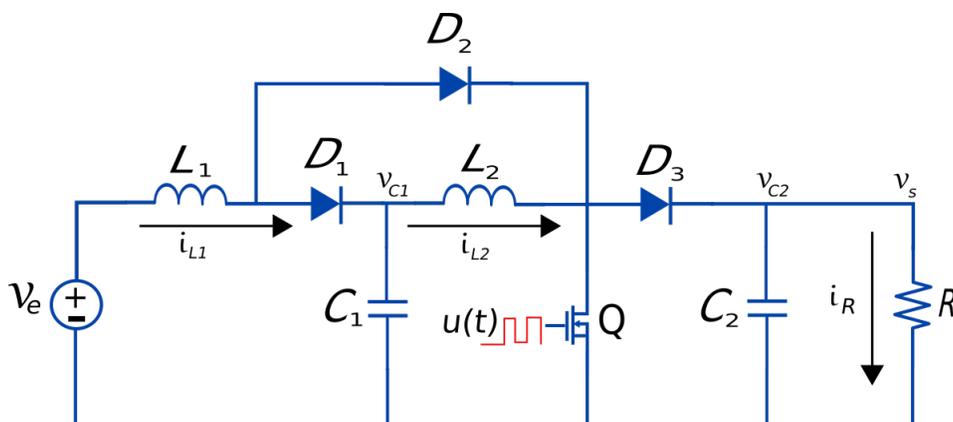


Figura 1.5: Convertidor Elevador Cuadrático

## 1.2. Planteamiento del problema

Las celdas de combustible pueden ser una alternativa viable para generar energía eléctrica debido a sus cualidades y prestaciones. Sin embargo, la energía que entregan no es directamente aprovechable, el voltaje en sus terminales tiene variaciones y hay caídas de tensión cuando la demanda de corriente aumenta, especialmente si los cambios son rápidos. Un tema de interés en el estudio de las celdas de combustible se centra en el acondicionamiento de la energía eléctrica que producen.

Los convertidores conmutados adecúan la energía eléctrica que reciben de alguna fuente de alimentación. Para diseñar un convertidor los especialistas en electrónica de potencia resuelven y analizan un balance de energía en régimen permanente. De este modo se obtienen las ecuaciones que permiten calcular el valor de los componentes de acuerdo con las especificaciones de diseño. Cabe mencionar que esta estrategia de diseño no contempla la sensibilidad del convertidor ante perturbaciones. En consecuencia, cuando se diseña un convertidor para una celda de combustible su funcionamiento está limitado a una región de operación, ya que las variaciones de voltaje y carga significativas pueden causar la inestabilidad del sistema. Una de las soluciones al problema descrito consiste en diseñar un convertidor conmutado robusto.

Otra problemática en el diseño de convertidores es que existen discrepancias entre los valores teórico y real de uno o más parámetros característicos de los componentes del circuito del convertidor, lo que se conoce como incertidumbre paramétrica. Evidentemente, el comportamiento dinámico del convertidor está determinado por los parámetros y en consecuencia es afectado por la incertidumbre asociada a los mismos. Generalmente los inductores son más susceptibles a este problema. En estos elementos, las variaciones paramétricas se explican por alteraciones electromagnéticas en el núcleo y en el embobinado (Hurley and Wölflé (2013)) que causan una variación del  $\pm 20\%$  con respecto al valor de inductancia encontrado la hoja de datos (Panasonic (2019)), alterando el porcentaje de rizo de corriente. Ahora bien, una celda de combustible presenta sensibilidad al rizo de corriente según la hoja de datos (Ballard (2003)), aumentar el porcentaje de rizo de corriente más allá del  $20\%$ , con el valor de rizo que puede ser alcanzado, la celda de combustible puede ser dañada. Por este motivo, la elección de los inductores tiene que ser cuidadosa.

Como se mencionó anteriormente, la celda de combustible alimenta normalmente una carga variable y entrega en sus terminales voltaje también variable. Entonces, las variaciones deben ser compensadas, de tal forma que el voltaje sea regulado a un valor que depende de la aplicación final. Para este propósito se requiere implementar una estrategia de control robusto que permita mantener un voltaje regulado a la salida del convertidor.

En síntesis, se requiere diseñar un convertidor conmutado robusto, que cumpla con los requerimientos específicos de una celda de combustible. Adicionalmente, se propone incluir un controlador robusto, que sea capaz de mantener un voltaje regulado considerando variaciones de voltaje en la entrada, perturbaciones en la carga e incertidumbres paramétricas en los inductores.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Diseñar un convertidor elevador cuadrático y su controlador mediante un enfoque de control robusto para obtener un dispositivo tolerante a variaciones de voltaje en la entrada, perturbaciones en la carga e incertidumbres paramétricas en los inductores, considerando que la aplicación es la adecuación de potencia en una celda de combustible tipo PEM.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Obtener el modelo matemático de un convertidor elevador cuadrático.
- Diseñar un convertidor elevador cuadrático para su aplicación en una celda de combustible tipo PEM, desde un enfoque de electrónica de potencia.
- Rediseñar el convertidor elevador cuadrático utilizando como criterio teoría de control robusto.
- Diseñar un controlador robusto, que sea capaz de regular el voltaje de salida del convertidor elevador cuadrático, considerando variaciones de voltaje en la entrada, perturbaciones en la carga e incertidumbres paramétricas en los inductores.
- Validar el diseño del convertidor elevador cuadrático y el controlador realizando pruebas en simulación.

## 1.4. Justificación

En la literatura se encuentran reportados trabajos que buscan mejorar los procedimientos tradicionales de diseño de convertidores, generalmente en estos trabajos suelen utilizar algoritmos de optimización que requieren procedimientos muy detallados, centrandos su interés en la eficiencia energética y dejando a un lado la robustez. Por otro lado, los trabajos que buscan contribuir a la robustez del sistema lo hacen mediante el diseño e implementación de alguna técnica de control robusto. Si bien es cierto que todas las propuestas muestran resultados favorables, en todos los trabajos revisados utilizan el diseño de un convertidor obtenido mediante alguna técnica clásica de electrónica de potencia. En este trabajo se pretende combinar ambos aspectos. Primeramente, se presenta el diseño de un convertidor conmutado y posteriormente la síntesis de un controlador, ambos bajo un enfoque de control robusto.

Para diseñar el convertidor se propone utilizar los márgenes de estabilidad robusta, para lo cual se toman en cuenta operaciones fáciles de implementar. Por lo tanto, esta estrategia de diseño no requiere de algoritmos complejos. Además, algunos márgenes han adquirido una gran importancia, tanto que aparecen como un estándar europeo. De esta manera se busca obtener un diseño que mantenga la estabilidad en una región de operación mayor garantizando la implementación para una celda de combustible.

Para el diseño del controlador se propone utilizar un Controlador en Modo de Corriente Programada (CMCP) y un Controlador por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto (CREIA), las cuales son técnicas que se distinguen por su robustez y flexibilidad de implementación. Ambas técnicas de control se ponen a prueba considerando variaciones en el voltaje de entrada, cambios de carga e incertidumbres paramétricas, con la finalidad de identificar algunos indicadores tales como el tiempo de establecimiento, máximo sobreimpulso y error en estado estacionario. Los resultados obtenidos con estas pruebas serán determinantes para elegir a un candidato de diseño.

Con los resultados obtenidos en este trabajo se espera contribuir en el área de diseño de convertidores conmutados robustos. Como aportaciones extras, en este trabajo se explora la estrategia de Control por Retroalimentación Estática de la Salida (SOF, por sus siglas en inglés), la cual es una técnica relativamente nueva que permite considerar un modelo matemático lineal en espacio de estados que incluye la matriz de perturbaciones. Por otro lado, se obtiene un modelo matemático Lineal de Parámetros Variantes (LPV), considerando las incertidumbres paramétricas de los inductores.

## 1.5. Metas y Alcances

- Obtener el modelo matemático de un convertidor elevador cuadrático considerando la Resistencia en Serie Equivalente (ESR, por sus siglas en inglés) en inductores y capacitores.
- Obtener el diseño de un convertidor elevador cuadrático bajo un enfoque de electrónica de potencia, para su aplicación en una celda de combustible tipo PEM operando con una potencia nominal de 200 W y un voltaje continuo de 200 V.
- Realizar el rediseño del convertidor elevador cuadrático utilizando como criterio los márgenes de estabilidad robusta.
- Elaborar el diseño de un controlador robusto para el convertidor elevador cuadrático basado en la Retroalimentación Estática de la Salida (SOF, por sus siglas en inglés).
- Probar el diseño del convertidor elevador cuadrático y del controlador mediante simulaciones, utilizando un modelo por componentes y la librería de Simscape.

## 1.6. Antecedentes

Dentro de la investigación realizada en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) se encuentran diversos trabajos relacionados con celdas de combustible, los cuales abordan diferentes temas de interés, algunos tratan sobre el modelado de celdas de combustible, otros sobre el diseño de controladores o sobre el desarrollo de simuladores para diferentes tipos de prestaciones. Sin embargo, en esta tesis el interés se centra en los trabajos vinculados con el acondicionamiento de potencia de celdas de combustible.

Dentro de los trabajos desarrollados en los últimos diez años encontramos el trabajo de Vázquez (2010), en el cual se presentó el diseño y construcción de un inversor de CD-CA basado en un convertidor de puente completo con sujetador activo. Las pruebas mostraron que se logró obtener una buena eficiencia. No obstante, se requirió diseñar un filtro para atenuar el rizo de corriente porque la celda de combustible es susceptible a sufrir daños.

Posteriormente Leyva (2014) presentó el diseño de dos estrategias de control para el convertidor de Vázquez Blanco. El primer esquema propuesto fue un controlador RST robusto diseñado a partir de la función de sensibilidad perturbación-salida. El segundo fue un esquema de control en modo de corriente programada con estructura PI para ambos lazos de control. Se presentaron pruebas en simulación utilizando el modelo de celda de combustible incorporado en el ambiente de simulación Powersim, como resultado se logró un desempeño en lazo cerrado con reducción del rizo de corriente.

En el trabajo de Pérez (2017) se presentó una estrategia de diseño de un convertidor elevador cuadrático para una celda de combustible tipo PEM. La propuesta de diseño utilizó como criterio los márgenes de estabilidad robusta. El enfoque de diseño que integra conceptos de control robusto, hizo posible incrementar la región de operación del convertidor, probando en simulación que su operación tolera perturbaciones. Adicionalmente se diseñaron dos estrategias de control. La primera estrategia tuvo como base el control en modo de corriente programada y la segunda incluyó un control por retroalimentación de estados. Las pruebas en simulación demostraron un buen desempeño ante cambios de carga y variaciones de voltaje en la entrada.

## 1.7. Estado del arte

Con el objetivo de tener un panorama general, la revisión del estado del arte se centró en tres áreas de interés. Como primer punto, se realizó una búsqueda de estudios sobre convertidores conmutados aplicados a celdas de combustible. Posteriormente, se investigaron las técnicas de control implementadas para convertidores CD-CD con topología tipo boost. Finalmente, se hizo una búsqueda de estrategias de diseño de convertidores conmutados.

### 1.7.1. Convertidores conmutados aplicados a celdas de combustible

El convertidor tipo boost es una de las topologías de convertidores que aparecen con mayor frecuencia en la literatura. Se utiliza en aplicaciones en las que se requiere transformar un voltaje de CD a un nivel mayor de CD. Sus cualidades como una alta eficiencia y número reducido de componentes lo hacen ideal para un gran número de aplicaciones. En el trabajo de Reddy and Sudhakar (2019) se propuso utilizar un convertidor tipo boost para acondicionar el nivel de voltaje de una celda de combustible, el fin era alimentar a través de un inversor un motor bifásico de un vehículo eléctrico.

Una de las desventajas del convertidor boost es su baja relación de ganancia<sup>2</sup>. Para incrementar el margen de ganancia en los trabajos de Chandrasekaran and Gokdere (2004), Zhang et al. (2018) y Ma et al. (2019) sugirieron modificaciones al convertidor boost. El nuevo tipo de convertidor se llama Convertidor Intercalado con Dos Etapas (*Interleaved Boost Converter*, en inglés), el cual consiste en la interconexión de múltiples convertidores de la topología boost, por lo que el número de componentes se incrementa al igual que el número de interruptores de control. Por su parte Valderrama-Blavi et al. (2009) plantearon utilizar dos convertidores tipo boost en cascada, de tal forma que el voltaje de salida del primero es el voltaje de entrada del segundo, logrando obtener una alta relación de ganancias, pero

---

<sup>2</sup>Número de veces que se multiplica el voltaje de entrada

manteniendo un gran número de componentes.

El Convertidor Elevador cuadrático es una versión del convertidor boost en la cual, la relación de ganancia es alta, hay un número reducido de componentes y un solo interruptor de control. En el trabajo presentado por Langarica-Córdoba et al. (2015) se utilizó esta topología para una celda de combustible, logrando obtener un voltaje de salida cuatro veces mayor que el voltaje de entrada y un ciclo de trabajo de 0.66. En los trabajos de Jahangiri et al. (2018) y Leyva-Ramos et al. (2017) mencionaron que la principal desventaja de este convertidor son los picos de voltaje en el interruptor principal que ocurren por la presencia de la inductancia de fuga del inductor acoplado. Para solucionar este problema, en el trabajo de Jahangiri propusieron utilizar un inductor en serie con la fuente de entrada. Lo que pretendían era reciclar la energía al incrementar la eficiencia. Los resultados obtenidos en simulación, mostraron que el voltaje en el interruptor principal era igual al voltaje del capacitor  $C_2$ , por lo tanto concluyeron que el problema de sobre picos de voltaje fue solucionado, manteniendo una eficiencia del 88.11%. Por su parte, Leyva-Ramos combinaron el convertidor elevador cuadrático con una celda multiplicadora de voltaje y un filtro de salida. Los resultados experimentales probaron una disminución de los sobre impulsos de corriente y voltaje de salida.

Las topologías de convertidores con aislamiento <sup>3</sup> se caracterizan por tener una alta relación de ganancia utilizando un ciclo de trabajo pequeño, lo que se traduce en una reducción del estrés en los interruptores. Dentro de los convertidores aislados reportados en la literatura, el convertidor flayback es probablemente uno de los más utilizados. En el trabajo presentado por Tseng et al. (2013) probaron este convertidor en un vehículo eléctrico alimentado por una celda de combustible. Según las pruebas experimentales, se logró obtener una eficiencia del 96.12% y una relación de ganancia de 6.6 veces el voltaje de entrada. Por otra parte, en el trabajo Andrade et al. (2014) se propuso combinar al convertidor elevador cuadrático con un convertidor zeta aislado. De esta manera, se aprovecharon las características de ambos convertidores, manteniendo un número reducido de componentes y un solo interruptor de control. La simulación mostró que es posible obtener una relación de ganancia de 8 veces el voltaje de entrada, con un ciclo de trabajo de 0.5 y una corriente de rizo pequeña, lo cual resulta útil para un gran número de aplicaciones.

Si bien es cierto que las topologías aisladas muestran una relación de ganancia mayor que las no aisladas, también requieren del diseño de un transformador que incrementa su costo, peso y tamaño del convertidor. En Mansour et al. (2014) se propone utilizar transformadores planares para reducir el tamaño y el peso de los convertidores, no obstante, se incrementa la dificultad de diseño. Por esta razón, las topologías derivadas del convertidor tipo boost aparecen con mayor frecuencia. Los autores Kabalo et al. (2010) afirmaron que tanto los convertidores aislados como los no aislados ofrecen una buena relación de ganancia y eficiencia, por lo que aún no podría establecerse una topología ganadora.

---

<sup>3</sup>Utilizan un transformador como protección galvánica para aislar la fuente de alimentación del convertidor conmutado

### 1.7.2. Técnicas de control implementadas para convertidores con topología tipo boost

Los convertidores con topología tipo boost son ampliamente utilizados para un gran número de aplicaciones. Se caracterizan por ser sistemas de fase no mínima <sup>4</sup> y tener dinámicas de alto orden. Esta naturaleza complica la tarea de control porque limita el ancho de banda alcanzable en lazo cerrado (Freudenberg and Looze (1985)). La regulación bajo grandes variaciones de carga y fluctuaciones en el voltaje de entrada ha requerido el desarrollo de controladores robustos. En la literatura se encuentran reportados una gran cantidad de propuestas que abarcan técnicas clásicas como el control PID (Sira-Ramirez (1991)), hasta técnicas basadas en lógica difusa (Reddy and Sudhakar (2019)).

Un esquema de control ampliamente utilizado es el Control en Modo de Corriente Programada (CMCP), el cual consiste en dos lazos de control: un lazo interno, encargado de regular la corriente de entrada al convertidor; y un lazo externo, encargado de regular el voltaje de salida. Generalmente para este esquema de control se emplea un controlador Proporcional Integral (PI) para ambos lazos, como en los trabajos presentados por Vamja and Mulla (2018) y Langarica-Córdoba et al. (2015). Dentro de sus cualidades podemos mencionar su facilidad de implementación y diseño ya que puede sintonizarse a partir de estrategias heurísticas, o mediante algún método como el propuesto por Ziegler-Nichols o el propuesto por Cohen-Coon. Aunque este esquema de control tiene buen desempeño es susceptible a la inestabilidad por variaciones de voltaje y cambios de carga.

En la literatura se han reportado otras técnicas de control para incrementar la robustez del sistema en lazo cerrado. Por ejemplo, por la naturaleza de las conmutaciones en los convertidores, un controlador frecuentemente reportado en la literatura es el Control por Modos Deslizantes (SMC, por sus siglas en inglés). Lopez-Santos et al. (2014) y Tiwari et al. (2017) diseñaron un controlador SMC para el lazo interno y un controlador PI para el lazo externo. Para asegurar la robustez se llevó a cabo un análisis basado en la traza de Nyquist y los márgenes de ganancia y fase. Las pruebas experimentales condujeron a resultados favorables ante variaciones de voltaje en la entrada y cambios de carga. Por otra parte Huangfu et al. (2017) sintetizaron un controlador SMC basado en el algoritmo super-twisting para el lazo interno de control, y un Control Activo de Rechazo de Perturbaciones (ADRC, por sus siglas en inglés) para el lazo externo. La estabilidad del sistema fue analizada mediante el teorema de Lyapunov. En las pruebas de simulación y experimentales se compararon el esquema basado en el controlador PI y el esquema basado en el controlador ADRC. Los autores concluyeron que el controlador ADRC tuvo mejor desempeño ante variaciones de voltaje y cambios de carga.

---

<sup>4</sup>Se caracterizan por tener ceros en el simiplano derecho ver (Kuo (1996)).

En la práctica, al implementar dos lazos de control se incrementa el orden del controlador y el número de estados de retroalimentación. Chincholkar and Chan (2016) presentaron el diseño de un controlador SMC para un convertidor elevador cuadrático, utilizando la corriente en el inductor de entrada como retroalimentación de estado. Según Tan et al. (2008), el esquema de control descrito antes mantiene un error de estado estacionario. Para solucionar este problema, los autores incorporaron un integrador. Como resultado obtuvieron una respuesta transitoria rápida, robustez ante variaciones en el voltaje de entrada y ante incertidumbres paramétricas. Desde otra perspectiva, Mojallizadeh and Badamchizadeh (2018) desarrollaron un observador robusto para disminuir el número de sensores requeridos en la implementación. La estrategia de control consideró un SMC diseñado a partir de un modelo lineal de orden reducido. Los resultados experimentales mostraron sobretiros mayores al 300% para el voltaje de salida, un estado transitorio de 20 ms, y una eficiencia del 92%. Por otro lado, no se hicieron pruebas de cambio de carga o variaciones de voltaje en la entrada.

A pesar de que el controlador SMC posee características que lo hacen atractivo para circuitos convertidores, es importante cuidar algunos aspectos como los rangos de variación de frecuencia de conmutación, ya que se ha observado que a altas frecuencias se incrementan las pérdidas en los interruptores activos (Asma et al. (2017)). Debido a este problema se han explorado otras estrategias de control lineal. Tal es el caso del control RST (*Reference Signal Tracking*), el cual está basado en un método analítico que proporciona tres polinomios diferentes R, S y T, calculados algebraicamente a partir de la función de transferencia directa de la planta sin importar su orden, de esta manera se obtiene la ley de control con dos grados de libertad. El polinomio T filtra la referencia y sirve para seguimiento de trayectorias y para atenuar sobre impulsos, los polinomios R y S permiten la regulación y el rechazo a perturbaciones. En Tahri et al. (2013) se presentó el diseño de un controlador RST para un convertidor tipo boost, basado en la técnica de Colocación de Polos de Grado Mínimo (MDPP, por sus siglas en inglés). La técnica aplicada asegura robustez ante perturbaciones e incertidumbres paramétricas. Los resultados en simulación demostraron que el control conduce a una respuesta transitoria rápida y asegura robustez ante perturbaciones externas.

Otra técnica de control lineal que ha sido explorada para regulación de convertidores es el Control Regulador Lineal (LQR, por sus siglas en inglés). Como ejemplo de aplicación de la técnica LQR se cita el trabajo en Abdullah et al. (2015), desarrollado para la regulación de un convertidor tipo boost. El planteamiento fue añadir la integral del error de seguimiento en el modelo del circuito para asegurar un error en régimen permanente igual a cero. El desempeño de este controlador se comparó con el de un controlador PI. El primer esquema logró disminuir el tiempo de establecimiento, pero con un sobretiro del voltaje de salida de más del 10% ante cambios de referencia y de carga. Por otra parte, el Control por Modelo Interno (IMC, por sus siglas en inglés) es una técnica de control robusto, basada en el uso de un modelo inverso de la planta. Este tipo de control es tolerante a perturbaciones, cambios de referencia e incertidumbres paramétricas. En Alonge et al. (2015) implementaron un controlador IMC para un convertidor tipo boost utilizando un modelo obtenido por identificación.

Su desempeño en lazo cerrado fue probado en simulación y comparado con un controlador PI, logrando menores sobretiros en la salida ante perturbaciones en la carga.

El control por realimentación de estados también ha sido explorado para la regulación en sistemas de adecuación de potencia. Aunque esta técnica presenta una excelente robustez, tiene la desventaja de requerir la medición de todos los estados del sistema, lo cual dificulta su implementación. En Olalla et al. (2010) se aplicó esta técnica de control para un convertidor tipo boost. La sintonización del controlador se realizó por colocación de polos en una región LMI. Sus pruebas en simulación mostraron un excelente desempeño ante variaciones abruptas en el voltaje de entrada. Un atributo de esta estrategia de control es que puede ser implementada en sistemas con Múltiples Entradas y Múltiples Salidas (MIMO, por sus siglas en inglés). Más tarde, Gkizas et al. (2016) aprovecharon esta característica para conseguir el control de un convertidor intercalado con dos etapas. Experimentalmente se demostró que la respuesta del sistema en lazo cerrado fue rápida y con un sobretiro menor al 10%. Después, en una publicación comparable de Gonzalez et al. (2018), se aplicó el mismo tipo de controlador para el mismo convertidor. En este segundo trabajo se obtuvo un sobretiro de corriente de aproximadamente 300% mayor al valor nominal de operación. Sin embargo, en ambas investigaciones concluyen que esta técnica de control presenta un buen rechazo a perturbaciones.

La mayoría de las técnicas de control se basan en gran medida en modelos matemáticos. Sin embargo, en la práctica existen incertidumbres de modelado <sup>5</sup> que limitan la eficiencia del controlador. Reconociendo este problema han surgido técnicas basadas en la estimación y el rechazo a perturbaciones, tal es el caso del Control Activo de Rechazo a Perturbaciones (ADRC, por sus siglas en inglés). La idea central de este controlador consiste en medir el desajuste que existe entre la forma canónica y la planta, es decir, la perturbación total. En Zhuo et al. (2019) y Ahmad and Ali (2019) se presentaron los diseños de dos controladores ADRC, el primero para un convertidor intercalado con dos etapas y el segundo para un convertidor tipo boost. En ambas investigaciones se observaron un tiempo de establecimiento menor a los 0.22 s y un pico de corriente aproximado de 300%. En general, se puede decir que esta técnica de control presenta un buen desempeño ante perturbaciones e incertidumbres paramétricas.

En los últimos años se ha observado un mayor número de investigaciones sobre técnicas de control inteligente implementadas en convertidores DC-DC. Como ejemplo se citan los trabajos presentados por Sharma et al. (2018) y Rajavel and Rathina Prabha (2021), quienes trataron el problema de control basado en lógica difusa para un convertidor tipo boost. Las pruebas en simulación mostraron una respuesta transitoria rápida, menor a 0.1 s. Otra investigación semejante fue reportada por Amara et al. (2018), quienes presentaron el diseño de un controlador adaptable neuro-difuso, obtenido mediante el algoritmo MPPT (Maximum Power Point Tracking) y aplicado a un convertidor tipo boost. Las pruebas en simulación

---

<sup>5</sup>Dinámicas no modeladas como consecuencia de simplificaciones.

demonstraron que la respuesta transitoria fue rápida y que el sistema fue robusto ante cambios de carga. Esta técnica de control requiere de un gran costo computacional, por esta razón algunos autores se enfocan en la implementación. Tal es el caso del trabajo presentado por Ilyas et al. (2020), quienes implementaron un controlador difuso programado en un FPGA para un convertidor tipo boost. Las pruebas experimentales también mostraron un estado transitorio rápido, menor a 0.05 s.

En la literatura se han reportado y puesto a prueba un gran número de técnicas de control, diseñadas desde diferentes perspectivas y con diferentes objetivos. Todas ellas presentan resultados satisfactorios. Sin embargo, todas estas técnicas de control tienen además de ventajas, algunas desventajas, por lo que la elección de un controlador adecuado depende del tipo y de los requerimientos de la aplicación del convertidor conmutado.

### 1.7.3. Estrategias de diseño de convertidores conmutados

El diseño de un convertidor de potencia consiste en estimar los parámetros que caracterizan a los elementos que lo conforman, considerando algunas especificaciones. Existe un procedimiento clásico que tiene como base el análisis del balance de energía en régimen permanente. El procedimiento ha sido documentado para topologías básicas de convertidores y puede encontrarse en textos como Ang et al. (2010) y Hart et al. (2001); su estrategia no está limitada a los convertidores básicos para los que se describe, y puede fácilmente ser extrapolada para aplicarse en el diseño de otras topologías. Algunos trabajos que usan este enfoque clásico son los presentados por Tattiwong and Bunlaksananusorn (2014) y Rahavi et al. (2012), en los cuales se han descrito los diseños para un convertidor elevador cuadrático y un convertidor intercalado con dos etapas, respectivamente.

Algunas investigaciones buscan contribuir al diseño de convertidores conmutados por medio de métodos de optimización. Tal es el caso del trabajo de Versele et al. (2011), en el cual se presentó un método de optimización multiobjetivo implementado mediante el algoritmo genético de clasificación NSGA-II. El problema de diseño fue minimizar el peso, las pérdidas y el costo de un convertidor aislado. Este método se desarrolló para innovar en el diseño de convertidores push-pull, medio puente y puente completo. Por otra parte Dell'Isola et al. (2019) utilizaron el mismo algoritmo genético para diseñar un convertidor tipo boost. Considerando que la aplicación del convertidor era para un vehículo eléctrico, el objetivo de optimización fue disminuir el tamaño de los inductores y mantener una alta eficiencia.

Con otro punto de vista, Leyva et al. (2012) usaron un algoritmo de optimización llamado Programación Geométrica (PG) para diseñar un convertidor tipo buck. El objetivo de la optimización era mejorar la eficiencia de diferentes maneras. Los resultados en simulación demostraron que el diseño óptimo disminuyó las pérdidas de potencia, limitó el rizo de voltaje y corriente, aseguró la operación en modo de conducción continua. De manera similar, Vighetti et al. (2011) aplicaron el mismo algoritmo de optimización para diseñar un convertidor tipo boost intercalado con dos etapas, con el objetivo de minimizar pérdidas de potencia y reducir

el volumen de los componentes.

El trabajo presentado por Ayop and Tan (2018) se centró en una estrategia de diseño de un convertidor tipo boost, basada en el algoritmo MPPT. El propósito era usar el convertidor para adecuar la señal de un panel fotovoltaico. El objetivo de diseño era alcanzar la potencia máxima del panel fotovoltaico. El algoritmo MPPT calculó el ciclo de trabajo del convertidor utilizando el voltaje de salida como referencia. En el artículo referido se muestran las ecuaciones de diseño del convertidor tipo boost que aseguran el máximo punto de operación.

En gran parte de los trabajos reportados en la literatura, con relación a convertidores conmutados, se presenta la síntesis de controladores para estos convertidores conmutados que han sido diseñados mediante la estrategia clásica. Pocos son los trabajos que buscan contribuir al diseño integrado de convertidores y sus controladores. En cambio, el avance en los procedimientos de diseño se centra en la eficiencia energética, dejando a un lado la robustez del sistema.

### **1.8. Organización del documento**

Este trabajo está organizado en cinco capítulos. A continuación se describe brevemente el contenido de cada capítulo.

El capítulo 1 presenta la introducción, así como los objetivos, metas, alcances y limitaciones de este trabajo de tesis.

En el capítulo 2 se aborda el modelado matemático del CEC descrito mediante ecuaciones diferenciales no lineales. Se muestra un método algebraico de linealización y representación en espacio de estados. Adicionalmente las incertidumbres paramétricas son modeladas como un modelo politópico. En la segunda sección de este capítulo, se presenta el diseño del CEC realizando un análisis del balance de energía en régimen permanente. En la última sección se validan el diseño y el modelo matemático, utilizando un modelo por componentes generado en Matlab Simscape.

El capítulo 3 aborda la estrategia de diseño de un convertidor conmutado utilizando como criterio los márgenes de estabilidad robusta. Al final del capítulo se compara el diseño obtenido con esta estrategia contra el diseño obtenido en el capítulo anterior. Las pruebas contemplan cambios de carga, variaciones en el voltaje de entrada e incertidumbres paramétricas.

El capítulo 4 muestra el diseño de un controlador robusto basado en la retroalimentación estática de la salida. Se consideran a las variaciones del voltaje de entrada y cambios de carga como parte del modelo matemático.

Para finalizar, en el capítulo 5 se presentan conclusiones generales de este trabajo.



---

## Capítulo 2

# Diseño y modelado matemático

### 2.1. Modelado matemático del Convertidor Elevador Cuadrático

Un modelo matemático es una representación aproximada a través de ecuaciones de un fenómeno o proceso. Son utilizados para analizar el comportamiento de dicho fenómeno, aunque también pueden ser usados para la simulación y el diseño de controladores. Hay dos enfoques de modelado: el primero se denomina Modelo de Caja Negra, está basado en la observación del comportamiento de su respuesta ante algunas señales de entrada; el segundo se basa en las leyes físicas que rigen el comportamiento de un fenómeno.

Para el caso de los convertidores de potencia, las leyes físicas que los rigen son las leyes de voltaje y corriente de Kirchhoff, las cuales son consecuencia del principio de conservación de la energía. La Ley de Voltaje de Kirchhoff (LVK) establece que “la suma algebraica de las caídas de voltaje en un circuito cerrado es igual a cero” (ecuación 2.1), y la Ley de Corriente de Kirchhoff (LCK) establece que “La suma algebraica de todas las corrientes que pasan por un nodo es igual a cero” (Ruíz Vázquez et al. (2004)) (ecuación 2.2).

$$\sum_{k=1}^m v_k = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (2.2)$$

Ahora bien, si el ciclo de trabajo  $\alpha$  se mantiene constante sobre una frecuencia de conmutación por un tiempo lo suficientemente grande se dice que la señal es periódica. Esto quiere decir que la forma de onda de la corriente y el voltaje se vuelve periódica, entonces regresan al punto del que partieron, matemáticamente se puede expresar de la siguiente manera  $i((n + 1)T) = i(nT)$  y  $v((n + 1)T) = v(nT)$  donde  $T$  es el periodo.

Los inductores y los capacitores tienen características importantes para voltajes y corrientes periódicas.

El voltaje en un inductor ideal es directamente proporcional a la derivada de la corriente por el valor de la inductancia, donde  $v_L$  es el voltaje a través del inductor,  $L$  la inductancia del inductor e  $i$  es la corriente que fluye a través del inductor (ecuación 2.3), Hart et al. (2001).

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (2.3)$$

Integrando sobre un periodo de conmutación,

$$i_L((n + 1)T) - i_L(nT) = \frac{1}{L} \int_{nT}^{(n+1)T} v_L(t) dt \quad (2.4)$$

recordando que los valores iniciales y finales son igual para corrientes periódicas, el lado izquierdo de la ecuación 2.4 es cero, entonces el lado derecho tiene que ser cero.

$$0 = \int_{nT}^{(n+1)T} v_L(t) dt \quad (2.5)$$

La ecuación 2.5 establece que la integral del voltaje que atraviesa un inductor en un periodo de conmutación es cero.

La corriente a través de un capacitor ideal es directamente proporcional a la derivada de la corriente por el valor de la capacitancia, donde  $i_C$  es la corriente que fluye a través del condensador,  $C$  es la capacitancia y  $v$  es el voltaje a través del capacitor (ecuación 2.6), Hart et al. (2001).

$$i_C = C \frac{dv}{dt} \quad (2.6)$$

Integrando sobre un periodo de conmutación,

$$v_C((n+1)T) - v_C(nT) = \frac{1}{C} \int_{nT}^{(n+1)T} i_C(t) dt \quad (2.7)$$

recordando que los valores iniciales y finales son igual para corrientes periódicas, el lado izquierdo de la ecuación 2.7 es cero, entonces el lado derecho tiene que ser cero.

$$0 = \int_{nT}^{(n+1)T} i_C(t) dt \quad (2.8)$$

La ecuación 2.8 establece que la integral de la corriente que atraviesa un capacitor en un periodo de conmutación es cero.

### 2.1.1. Modelo por switcheo

El modelo matemático por switcheo es utilizado para el análisis de convertidores conmutados, permite determinar la variación de energía en los inductores y capacitores, además captura la dinámica de las conmutaciones. El modelo por switcheo puede ser utilizado como punto de partida para obtener otros tipos de modelos, como el modelo de pequeña señal (Bacha et al. (2014)). Para obtener el modelo matemático por switcheo se considera una operación en modo de conducción continua (MCC). Este modo de operación asume que la corriente en los inductores es siempre positiva y continua.

El modelo por switcheo supone que los convertidores conmutados exhiben una secuencia periódica de posibles configuraciones generadas por una señal periódica  $u(t)$ , llamada función de switcheo (Pérez and Beristáin (2016)), con  $T$  como periodo y  $\alpha$  como ciclo de trabajo (ecuación 2.9). Cada una de estas configuraciones representa un circuito único, que puede describirse matemáticamente por un conjunto de ecuaciones diferenciales.

$$u(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \alpha T \\ 0, & \alpha T \leq t \leq T \end{cases}, \quad u(t-T) = u(t) \forall t \quad (2.9)$$

Considere un convertidor conmutado que tiene  $N$  posibles configuraciones distintas, la sumatoria de todas las configuraciones posibles multiplicadas por la función de conmutación asociada describen el circuito completo (ecuación 2.10), donde  $x(t)$  es el vector de estados de dimensión  $n$ ,  $A_i$  es la matriz de estados de dimensión  $n \times n$ ,  $B_{ei}$  es la matriz de entradas de dimensión  $n \times p$ ,  $B_{pi}$  es la matriz de perturbaciones de dimensión  $n \times m$ ,  $v_e$  es el vector de entrada de dimensión  $p$ . y  $h_i$  es la función de conmutación asociada, la cual toma el valor de uno o cero dependiendo de si su respectiva configuración está activa o no. Es importante señalar que en el modelo por switcheo no aparece la entrada de control de manera explícita.

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N (A_i x(t) + B_{ei} v_e(t) + B_{pi} i_p(t)) h_i \quad (2.10)$$

El convertidor elevador cuadrático tiene un sólo interruptor controlado sobre el cual actúa la función de switcheo, de este modo cuando  $u(t) = 1$  se obtiene el circuito mostrado en la Figura 2.1, cuando  $u(t) = 0$  se obtiene el circuito mostrado en la Figura 2.2. Con el objetivo de obtener un modelo con una dinámica enriquecida en este trabajo se considera la Resistencia en Serie Equivalente (ESR, por sus siglas en inglés) en inductores y capacitores. Se eligió este valor ya que comúnmente se menciona en la hoja de especificaciones de los componentes. Se considera una fuente de corriente en paralelo con la carga para representar una posible perturbación  $i_p$  en la corriente de salida. Una vez que se identificaron las estructuras del circuito se pueden hacer algunas simplificaciones o suposiciones de modelado lo suficientemente precisas para no afectar la validez del modelo a implementar:

1. Los interruptores se consideran “perfectos” en el sentido de que se comportan como una resistencia con valor cero en estado de conducción y con una resistencia infinita en estado abierto.
2. La fuente de alimentación se consideradas perfecta.
3. Los elementos pasivos se consideran lineales y sin variaciones con el tiempo.

En la Figura 2.1 se muestra el CEC en estado de conmutación encendido. En dicho circuito se ha establecido el uso de la letra  $i_{Ln}$  con  $n = 1, 2, R$  para referirse a la corriente en inductores y a la corriente de carga respectivamente, la letra  $v_e$  para referirse al voltaje de entrada,  $v_s$  para referirse al voltaje de salida,  $v_{Cn}$  con  $n = 1, 2$  para referirse al voltaje en los capacitores, el ESR es representado con  $R_{Ln}$  y  $R_{Cn}$  donde  $n = 1, 2$  para inductores y capacitores respectivamente. Además se consideran tres mallas definidas con los números romanos *I*, *II* y *III*, dos nodos definidos con las letras *a* y *b*. Durante  $t_{alto}$  se considera que el interruptor  $Q$  y el diodo  $D_2$  conducen, los diodos  $D_1$  y  $D_3$  quedan inversamente polarizados por lo que se comportan como circuitos abiertos, los capacitores  $C_1$  y  $C_2$  actúan como fuentes liberando el voltaje almacenado, mientras que la corriente de los inductores  $L_1$  y  $L_2$  se incrementa.

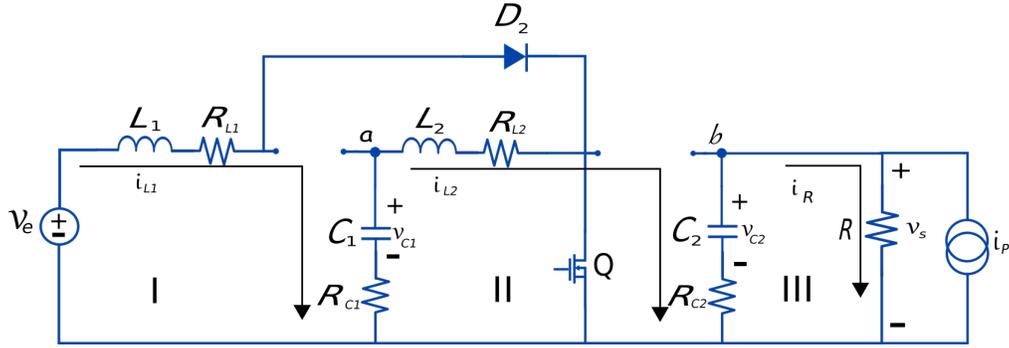


Figura 2.1: CEC en estado encendido con perdidas en los elementos almacenadores

Se realiza el análisis del convertidor elevador cuadrático aplicando la Ley de Voltaje de Kirchhoff (LVK) en las mallas *I* y *II*, donde esta presente el voltaje en el inductor. Con ello se logra obtener la dinámica de la corriente que fluye sobre el inductor.

$$v_e = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} + R_{L1} i_{L1} \quad (2.11)$$

$$v_{C1} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} + (R_{L2} + R_{C1}) i_{L2} \quad (2.12)$$

Al utilizar la Ley de Corriente de Kirchhoff (LCK) en los nodos *a* y *b* se obtiene la dinámica del voltaje en los capacitores.

$$0 = i_{L2} + C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} \quad (2.13)$$

$$0 = i_R + C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} + i_P \quad (2.14)$$

Posteriormente, despejando las derivadas de las ecuaciones 2.11, 2.12, 2.13 y 2.14, y considerando  $i_R = v_{C2}/(R+R_{C2})$ , del análisis de la malla *III* se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, descritas a continuación.

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{v_e}{L_1} - \frac{R_{L1}}{L_1} i_{L1} \quad (2.15)$$

$$\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{v_{C1}}{L_2} - \frac{(R_{L2} + R_{C1})}{L_2} i_{L2} \quad (2.16)$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = -\frac{i_{L2}}{C_1} \quad (2.17)$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = -\frac{i_P}{C_2} - \frac{v_{C2}}{C_2(R_{C2} + R)} \quad (2.18)$$

Las ecuaciones 2.15, 2.16, 2.17 y 2.18 pueden escribirse como un sistema de ecuaciones representado en espacio de estados (ecuación 2.19), donde  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$  con  $x_1 = i_{L1}$ ,  $x_2 = i_{L2}$ ,  $x_3 = v_{C1}$  y  $x_4 = v_{C2}$ . Se considera  $y = v_s = v_{C2}$  como la variable de salida y  $h_1 = u(t)$ .

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_1x(t) + B_{e1}v_e(t) + B_{p1}i_P(t))h_1 \\ y(t) &= C_1x(t) \end{aligned} \quad (2.19)$$

donde:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1}}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(R_{L2} + R_{C1})}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix} \quad B_{e1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{p1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix}$$

$$C_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

En la Figura 2.2 se muestra el CEC en estado de conmutación apagado. En dicho circuito se consideran tres mallas definidas con los números romanos *I*, *II* y *III*, además dos nodos definidos con las letras *a* y *b*. Durante  $t_{bajo}$ , el interruptor *Q* y el diodo  $D_2$  se comportan como interruptores abiertos; los diodos  $D_1$  y  $D_3$  quedan directamente polarizados por lo que se comportan como interruptores cerrados; los capacitores  $C_1$  y  $C_2$ , se cargan y las inductancias  $L_1$  y  $L_2$ , liberan la corriente almacenada.

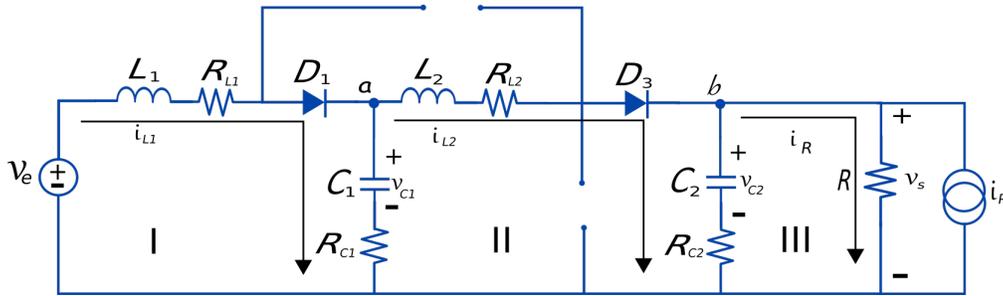


Figura 2.2: CEC en estado apagado con perdidas en los elementos almacenadores

Al aplicar la Ley de Voltaje de Kirchhoff para las mallas *I* y *II* se obtiene la dinámica de la corriente que fluye por los inductores.

$$v_e = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} + (R_{L1} + R_{C1})i_{L1} + v_{C1} - R_{C1}i_{L2} \quad (2.20)$$

$$v_{C1} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} + (R_{L2} + R_{C2} + R_{C1})i_{L2} + v_{C2} - R_{C2}i_R - R_{C1}i_{L1} \quad (2.21)$$

Al utilizar la Ley de Corriente de Kirchhoff (LCK) en los nodos *a* y *b* se obtiene la dinámica del voltaje en capacitores.

$$i_{L1} = C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} + i_{L2} \quad (2.22)$$

$$i_{L2} = C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} + i_R + i_p \quad (2.23)$$

Nuevamente despejamos la derivada de las ecuaciones y considerando  $i_R = (v_{C2} + R_{C2}i_{L2}) / (R_{C2} + R)$ . Del análisis de la malla *III* se obtiene un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden.

$$\frac{di_{L1}}{dt} = \frac{v_e}{L_1} - \frac{(R_{L1} + R_{C1})}{L_1}i_{L1} + \frac{R_{C1}}{L_1}i_{L2} - \frac{v_{C1}}{L_1} \quad (2.24)$$

$$\frac{di_{L2}}{dt} = \frac{v_{C1}}{L_2} + \frac{R_{C1}}{L_2}i_{L1} - \frac{(R_{L2} + R_{C1} + R_{C2})R + (R_{L2} + R_{C1})R_{C2}}{L_2(R_{C2} + R)}i_{L2} - \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}v_{C2} \quad (2.25)$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{i_{L1}}{C_1} - \frac{i_{L2}}{C_1} \quad (2.26)$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{R}{C_2(R_{C2} + R)}i_{L2} - \frac{v_{C2}}{C_2(R_{C2} + R)} - \frac{i_p}{C_2} \quad (2.27)$$

Dando lugar a las ecuaciones 2.24, 2.25, 2.26 y 2.27 en espacio de estados (ecuación 2.28). Para este sistema de ecuaciones  $y = v_s = v_{C2}$  es la variable de salida y  $h_2 = (1 - u(t))$ . De esta manera cuando  $u(t) = 1$  la configuración en estado de conmutación apagado queda deshabilitada.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_2x(t) + B_{e2}v_e(t) + B_{p2}i_p(t))h_2 \\ y(t) &= C_2x(t) \end{aligned} \quad (2.28)$$

donde:

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{(R_{L1} + R_{C1})}{L_1} & \frac{R_{C1}}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{R_{C1}}{L_2} & -\frac{(R_{L2} + R_{C1} + R_{C2})R + (R_{L2} + R_{C1})R_{C2}}{L_1(R_{C2} + R)} & \frac{1}{L_2} & -\frac{R}{L_2(R_{C2} + R)} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$B_{e2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{p2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \quad C_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

CAPÍTULO 2. 2.1. MODELADO MATEMÁTICO DEL CONVERTIDOR ELEVADOR CUADRÁTICO

---

Para obtener el modelo dinámico del convertidor elevador cuadrático según la ecuación 2.10 es necesario sumar las ecuaciones 2.19 y 2.28. De esta manera se obtiene un modelo matemático no lineal representado en espacio de estados (ecuación 2.29), donde  $\mathcal{A} = A_1h_1 + A_2h_2$ ,  $\mathcal{B}_e = B_{e1}h_1 + B_{e2}h_2$  y  $\mathcal{B}_p = B_{p1}h_1 + B_{p2}h_2$ . De tal forma que, cuando  $u(t) = 1$  entonces la ecuación 2.29 adquiere la forma 2.19, y cuando  $u(t) = 0$  la ecuación 2.29 toma la forma 2.28.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathcal{A}x(t) + \mathcal{B}_e v_e(t) + \mathcal{B}_p i_p(t) \\ y(t) &= \mathcal{C}x(t) \end{aligned} \quad (2.29)$$

donde:

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - u(t))}{L_1} & \frac{R_{C1}(1 - u(t))}{L_1} & -\frac{(1 - u(t))}{L_1} & 0 \\ \frac{R_{C1}(1 - u(t))}{L_2} & -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{L_2} + \frac{R_{C2}R(1 - u(t))}{L_2(R_{C2} + R)}\right) & \frac{1}{L_2} & -\frac{R(1 - u(t))}{L_2(R_{C2} + R)} \\ \frac{(1 - u(t))}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R(1 - u(t))}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{B}_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{B}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \quad \mathcal{C} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$$

### 2.1.2. Modelo de pequeña señal

El modelo matemático por switcheo es no lineal. En algunas ocasiones es necesario obtener un modelo lineal para el diseño de controladores. Una técnica de linealización comúnmente utilizada se basa en la expresión en series de Taylor, este modelo es válido sólo para pequeñas variaciones alrededor del punto de operación por esta razón recibe el nombre de modelo de pequeña señal.

Considere el caso general de un sistema no lineal ecuación 2.30, donde  $x(t)$  es el vector de estados,  $u(t)$  es el vector de entradas, y  $y(t)$  es el vector de salida.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t), u(t))\end{aligned}\tag{2.30}$$

El proceso de linealización inicia igualando a cero todas las derivadas para encontrar el valor de cada estado o punto de equilibrio. Este estado es denotado por el subíndice  $e$ . Después se expande la serie de Taylor alrededor del punto de equilibrio y se trunca después del término de primer orden. De esta manera, el sistema linealizado es representado por la ecuación 2.31, donde  $\tilde{x} = x - x_e$ ,  $\tilde{u} = u - u_e$  y  $\tilde{y} = y - y_e$ .

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}}(t) &= A\tilde{x}(t) + B\tilde{u}(t) \\ \tilde{y}(t) &= C\tilde{x}(t) + D\tilde{u}(t)\end{aligned}\tag{2.31}$$

con:

$$A = \left( \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right)_{x_e, u_e} \quad B = \left( \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right)_{x_e, u_e} \quad C = \left( \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \right)_{x_e, u_e} \quad D = \left( \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \right)_{x_e, u_e}$$

En el caso de sistemas bilineales, es decir, cuando la no linealidad viene dada por el producto entre dos variables de estado o entre una variable de estado y una variable de entrada, es común utilizar un método algebraico (Bacha et al. (2014)) que se describe a continuación. Cabe mencionar que esta estrategia linealiza en el punto nominal de operación.

Como primer paso se obtiene el modelo promedio considerando el valor promedio de cada estado, definido por  $\langle f(t) \rangle_0(t)$ , donde  $f(t)$  es una señal que depende del tiempo y  $T$  es una ventana de tiempo que se desplaza sobre el eje temporal ecuación 2.32.

$$\langle f(t) \rangle_0(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^T f(\tau) d\tau \quad (2.32)$$

Considerando el siguiente cambio de variable  $x_1 = \langle i_{L1} \rangle_0(t)$ ,  $x_2 = \langle i_{L2} \rangle_0(t)$ ,  $x_3 = \langle v_{C1} \rangle_0(t)$  y  $x_4 = \langle v_{C2} \rangle_0(t)$  para referirse al valor promedio, se sustituye la función switcheo  $u(t)$ , por el ciclo de trabajo  $\alpha$  en la ecuación 2.29. Como resultado se obtiene el modelo promedio representado por el sistema de ecuaciones 2.33, 2.34, 2.35 y 2.36.

$$\dot{x}_1 = \frac{v_e}{L_1} - \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha)}{L_1} x_1 + \frac{R_{C1}(1 - \alpha)}{L_1} x_2 - \frac{(1 - \alpha)}{L_1} x_3 \quad (2.33)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{R_{C1}(1 - \alpha)}{L_2} x_1 - \left( \frac{R_{C1} + R_{L2}}{L_2} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha)}{L_2(R_{C2} + R)} \right) x_2 + \frac{1}{L_2} x_3 - \frac{R(1 - \alpha)}{L_2(R_{C2} + R)} x_4 \quad (2.34)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{(1 - \alpha)}{C_1} x_1 - \frac{1}{C_1} x_2 \quad (2.35)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{R(1 - \alpha)}{C_2(R_{C2} + R)} x_2 - \frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} x_4 - \frac{i_p}{C_2} \quad (2.36)$$

El siguiente paso consiste en encontrar el punto de equilibrio igualando a cero las derivadas anteriores. Para facilitar los cálculos se proponen los siguientes cambios de variable.

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_e}{L_1} & b &= \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha)}{L_1} & c &= \frac{R_{C1}(1 - \alpha)}{L_1} & d &= \frac{1 - \alpha}{L_1} \\ e &= \frac{R_{C1}(1 - \alpha)}{L_2} & f &= \frac{R_{C1} + R_{L2}}{L_2} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha)}{L_2(R_{C2} + R)} & g &= \frac{1}{L_2} & h &= \frac{R(1 - \alpha)}{L_2(R_{C2} + R)} \\ j &= \frac{1 - \alpha}{C_1} & k &= \frac{1}{C_1} & m &= \frac{R(1 - \alpha)}{C_2(R_{C2} + R)} & n &= \frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{aligned}$$

De esta manera se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} 0 &= a - bx_1 + cx_2 - dx_3 \\ 0 &= ex_1 - fx_2 + gx_3 - hx_4 \\ 0 &= jx_1 - kx_2 \\ 0 &= mx_2 - nx_4 \end{aligned}$$

Resolviendo algebraicamente se obtienen las ecuaciones de punto de equilibrio.

$$x_{1e} = \frac{akng}{((bg - de)k + (df - cg)j)n + dhmj} \quad (2.37)$$

$$x_{2e} = \frac{jang}{((bg - de)k + (df - cg)j)n + dhmj} \quad (2.38)$$

$$x_{3e} = \frac{-aekn + afjn + ahmj}{((bg - de)k + (df - cg)j)n + dhmj} \quad (2.39)$$

$$x_{4e} = \frac{mjag}{((bg - de)k + (df - cg)j)n + dhmj} \quad (2.40)$$

Para obtener el modelo de pequeña señal se consideran pequeñas variaciones en torno al punto de equilibrio  $x_n = x_{ne} + \tilde{x}_n$  con  $n = 1, 2, 3$  y  $4$ . Donde  $\tilde{x}_n$ , representa una pequeña variación y  $x_{ne}$ , es el punto de equilibrio. El ciclo de trabajo también tiene que ser representado con su pequeña variación  $\alpha = \alpha_e + \tilde{\alpha}$ . Posteriormente se sustituye el valor de pequeña señal en las ecuaciones 2.33, 2.34, 2.35 y 2.36. Por simplicidad se considera que  $v_e$  y  $R$  son constantes.

$$\begin{aligned} L_1(\dot{x}_{1e} + \dot{\tilde{x}}_1) &= v_e - (R_{L1} + R_{C1}(1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))(x_{1e} + \tilde{x}_1) \\ &+ (R_{C1}(1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))(x_{2e} + \tilde{x}_2) - (1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))(x_{3e} + \tilde{x}_3)) \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} L_2(\dot{x}_{2e} + \dot{\tilde{x}}_2) &= (R_{C1}(1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))(x_{1e} + \tilde{x}_1) - \left( R_{C1} + R_{L2} + \frac{R_{C2}R(1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))}{R_{C2} + R} \right) \\ &(x_{2e} + \tilde{x}_2) + (x_{3e} + \tilde{x}_3) - \left( \frac{R(1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))}{R_{C2} + R} \right) (x_{4e} + \tilde{x}_4) \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$C_1(\dot{x}_{3e} + \dot{\tilde{x}}_3) = (1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))(x_{1e} + \tilde{x}_1) - (x_{2e} + \tilde{x}_2) \quad (2.43)$$

$$C_2(\dot{x}_{4e} + \dot{\tilde{x}}_4) = \frac{R(1 - (\alpha_e + \tilde{\alpha}))}{R_{C2} + R}(x_{2e} + \tilde{x}_2) - \frac{x_{4e} + \tilde{x}_4}{R_{C2} + R} - i_p \quad (2.44)$$

Se resuelven algebraicamente las ecuaciones anteriores, se agrupan los términos con punto de equilibrio y los términos de pequeña señal, estos últimos representan el modelo linealizado. Note que los términos  $\tilde{x}_1\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{x}_2\tilde{\alpha}$ ,  $\tilde{x}_3\tilde{\alpha}$  y  $\tilde{x}_4\tilde{\alpha}$  son muy pequeños, por lo tanto, pueden ser despreciados. Para finalizar se sustituye el valor de punto de equilibrio, de esta manera se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \frac{v_e}{L_1} - \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha_e)}{L_1}\tilde{x}_1 + \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{L_1}\tilde{x}_2 - \frac{1 - \alpha_e}{L_1}\tilde{x}_3 + \frac{R_{C1}x_{1e} - R_{C1}x_{2e} + x_{3e}}{L_1}\tilde{\alpha} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_2 = & \frac{R_{C1}(1 - \alpha_3)}{L_2}\tilde{x}_1 - \left( \frac{R_{C1} + R_{L2}}{L_2} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{L_2(R_{C2} + R)} \right)\tilde{x}_2 + \frac{\tilde{x}_3}{L_2} - \frac{R(1 - \alpha_e)}{L_2(R_{C2} + R)}\tilde{x}_4 \\ & \left( -\frac{R_{C1}}{L_2}x_{1e} + \frac{R_{C2}R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{2e} + \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{4e} \right)\tilde{\alpha} \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = \frac{(1 - \alpha_e)}{C_1}\tilde{x}_1 - \frac{\tilde{x}_2}{C_1} - \frac{x_{1e}}{C_1}\tilde{\alpha} \quad (2.47)$$

$$\dot{\tilde{x}}_4 = \frac{R(1 - \alpha_e)}{C_2(R_{C2} + R)}\tilde{x}_2 - \frac{\tilde{x}_4}{C_2(R_{C2} + R)} + \frac{Rx_{2e}}{C_2(R_{C2} + R)}\tilde{\alpha} - \frac{i_p}{C_2} \quad (2.48)$$

Las ecuaciones 2.45, 2.46, 2.47 y 2.48 se escriben en la forma de un sistema en espacio de estados como en la ecuación 2.49. Se puede observar que la variación del ciclo de trabajo está definido como la señal de entrada, así  $\tilde{v}_e$  e  $\tilde{i}_p$  quedan en la matriz de perturbación.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) &= A\tilde{x}(t) + B\tilde{\alpha}(t) + B_p[\tilde{v}_e, \tilde{i}_p]^T \\ \tilde{y}(t) &= C\tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha_e)}{L_1} & \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{L_1} & -\frac{1 - \alpha_e}{L_1} & 0 \\ \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{L_2} & -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{L_2} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{L_2(R_{C2} + R)}\right) & \frac{1}{L_2} & -\frac{R(1 - \alpha_e)}{L_2(R_{C2} + R)} \\ \frac{1 - \alpha_e}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R(1 - \alpha_e)}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{R_{C1}x_{1e} - \frac{R_{C1}}{L_1}x_{2e} + \frac{x_{3e}}{L_1}}{L_2} \\ -\frac{R_{C1}}{L_2}x_{1e} + \frac{R_{C2}R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{2e} + \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{4e} \\ \frac{x_{1e}}{C_1} \\ \frac{Rx_{2e}}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T$$

### 2.1.3. Modelo de parámetros variables

En esta sección se presenta el diseño de un modelo lineal de parámetros variables. El objetivo es utilizar este modelo para el diseño de un controlador robusto por retroalimentación estática de la salida que se describe en la sección 4.

Un sistema lineal de parámetros variantes (LPV) es un modelo lineal representado en espacio de estados, cuya dinámica varía en función de cierto parámetro variante en el tiempo, llamado parámetro de programación. Matemáticamente, un sistema LPV es representado por la ecuación 2.50, donde  $\rho(t)$  es el vector de parámetros variantes en el tiempo, conocidos o medibles, además de acotados.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) \\ y(t) &= C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) \end{aligned} \tag{2.50}$$

Se consideran dos tipos de parámetros: los parámetros exógenos son aquellos provenientes de variaciones externas, el sistema en este caso es no estacionario. Los parámetros endógenos son función de los estados,  $\rho(t) = \rho(x(t), t)$ , en este caso el sistema LPV es llamado como cuasi-LPV y se requiere que la derivada del parámetro sea acotada, es decir:

$$\dot{\rho} = U\dot{\rho} \subset \mathfrak{R}^N \quad (2.51)$$

donde  $U\dot{\rho}$  es compacto, definido por un valor mínimo  $\underline{v}_i$  y un valor máximo  $\overline{v}_i$ .

$$\dot{\rho}(t) \in [\underline{v}_i \quad \overline{v}_i] \quad (2.52)$$

Un modelo politópico es representado por la ecuación 2.53. Además, asume que los parámetros son acotados en  $\rho_i \in [\underline{\rho}_i \quad \overline{\rho}_i]$ , el vector de parámetros se mueve dentro de un politopo representado por  $M = 2^m$  vértices  $\omega_i$ , como  $\rho \in Co\{\omega_1, \dots, \omega_m\}$

$$\sum(\rho) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\rho_i)(A_i, B_i, C_i, D_i), \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^M \mu_i(\rho) = 1, \quad \mu_i(\rho) \geq 0 \quad (2.53)$$

Escrito como una combinación convexa, en la ecuación 2.54, los vértices están definidos por un vector  $\omega_i = [v_{i1}, \dots, v_{iN}]$  donde  $v_{ij}$  representan  $\underline{\rho}_j$  o  $\overline{\rho}_j$

$$\rho = \sum_{i=1}^M \mu_i \omega_i, \quad \mu_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^M \mu_i = 1 \quad (2.54)$$

Para este trabajo se consideran incertidumbres politópicas de los parámetros. Según la hoja de datos Panasonic (2019) de los inductores, sus parámetros característicos presentan variaciones del  $\pm 20\%$ . Considerando que el CEC esta formado por dos inductores la dimensión de nuestro politopo es  $M = 2^2 = 4$ .

$$-20\% \leq L_1 \leq +20\%$$

$$-20\% \leq L_2 \leq +20\%$$

Por lo tanto los parámetros quedan acotados de la siguiente manera:

$$\rho_1 = [\overline{L_1}, \underline{L_1}] = [+20\%, -20\%] \quad (2.55)$$

$$\rho_2 = [\overline{L_2}, \underline{L_2}] = [+20\%, -20\%] \quad (2.56)$$

Las coordenadas politopicas ( $\mu_i$ ) quedan definidas por las siguientes ecuaciones:

$$\mu_1 = \begin{pmatrix} \overline{L_1} - L_1 \\ \overline{L_1} - \underline{L_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{L_2} - L_2 \\ \overline{L_2} - \underline{L_2} \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

$$\mu_2 = \begin{pmatrix} \overline{L_1} - L_1 \\ \overline{L_1} - \underline{L_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_2 - \underline{L_2} \\ \overline{L_2} - \underline{L_2} \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

$$\mu_3 = \begin{pmatrix} L_1 - \underline{L_1} \\ \overline{L_1} - \underline{L_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{L_2} - L_2 \\ \overline{L_2} - \underline{L_2} \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

$$\mu_4 = \begin{pmatrix} L_1 - \underline{L_1} \\ \overline{L_1} - \underline{L_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_2 - \underline{L_2} \\ \overline{L_2} - \underline{L_2} \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

Considerando el sistema linealizado 2.49, el sistema LPV está representado de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_p p(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.61)$$

con:

$$A = \mu_1 A_1 + \mu_2 A_2 + \mu_3 A_3 + \mu_4 A_4 \quad (2.62)$$

$$B_u = \mu_1 B_1 + \mu_2 B_2 + \mu_3 B_3 + \mu_4 B_4 \quad (2.63)$$

$$B_p = \mu_1 B_{p1} + \mu_2 B_{p2} + \mu_3 B_{p3} + \mu_4 B_{p4} \quad (2.64)$$

donde

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{1 - \alpha_e}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & 0 \\ -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & \frac{1}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)} \\ \frac{1 - \alpha_e}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R(1 - \alpha_e)}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{1 - \alpha_e}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & 0 \\ -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & \frac{1}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)} \\ \frac{1 - \alpha_e}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R(1 - \alpha_e)}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{1 - \alpha_e}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & 0 \\ -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & \frac{1}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)} \\ \frac{1 - \alpha_e}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R(1 - \alpha_e)}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} \frac{R_{L1} + R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & \frac{R_{C1}(1 - \alpha_e)}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{1 - \alpha_e}{\frac{L_1}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & 0 \\ -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & -\left(\frac{R_{C1} + R_{L2}}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} + \frac{R_{C2}R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)}\right) & \frac{1}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}} & -\frac{R(1 - \alpha_e)}{\frac{L_2}{R_{C1}(1 - \alpha_e)}(R_{C2} + R)} \\ \frac{1 - \alpha_e}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R(1 - \alpha_e)}{C_2(R_{C2} + R)} & 0 & -\frac{1}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{RC_1}{L_1}x_{1e} - \frac{RC_1}{L_1}x_{2e} + \frac{x_{3e}}{L_1} \\ -\frac{RC_1}{L_2}x_{1e} + \frac{RC_2R}{L_2(R_{c2} + R)}x_{2e} + \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{4e} \\ \frac{x_{1e}}{-C_1} \\ \frac{Rx_{2e}}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \frac{RC_1}{L_1}x_{1e} - \frac{RC_1}{L_1}x_{2e} + \frac{x_{3e}}{L_1} \\ -\frac{RC_1}{L_2}x_{1e} + \frac{RC_2R}{L_2(R_{c2} + R)}x_{2e} + \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{4e} \\ \frac{x_{1e}}{-C_1} \\ \frac{Rx_{2e}}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} \frac{RC_1}{L_1}x_{1e} - \frac{RC_1}{L_1}x_{2e} + \frac{x_{3e}}{L_1} \\ -\frac{RC_1}{L_2}x_{1e} + \frac{RC_2R}{L_2(R_{c2} + R)}x_{2e} + \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{4e} \\ \frac{x_{1e}}{-C_1} \\ \frac{Rx_{2e}}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} \frac{RC_1}{L_1}x_{1e} - \frac{RC_1}{L_1}x_{2e} + \frac{x_{3e}}{L_1} \\ -\frac{RC_1}{L_2}x_{1e} + \frac{RC_2R}{L_2(R_{c2} + R)}x_{2e} + \frac{R}{L_2(R_{C2} + R)}x_{4e} \\ \frac{x_{1e}}{-C_1} \\ \frac{Rx_{2e}}{C_2(R_{C2} + R)} \end{bmatrix}$$

$$B_{p1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} \end{bmatrix} \quad B_{p2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} \end{bmatrix} \quad B_{p3} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} \end{bmatrix}$$

$$B_{p4} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} \end{bmatrix}$$

## 2.2. Diseño del Convertidor Elevador Cuadrático

El diseño de un convertidor conmutado consiste en determinar el valor de los elementos que lo conforman, con el fin de satisfacer un conjunto de especificaciones tales como el voltaje y la corriente nominal de salida, el porcentaje de rizo de corriente y el voltaje y frecuencia de conmutación. Los especialistas en electrónica de potencia realizan un análisis del balance de energía en estado estacionario, de esta manera se obtienen las ecuaciones de diseño.

La respuesta de un sistema en estado estacionario puede definirse como el comportamiento del sistema para un tiempo infinito después de aplicar una entrada cualquiera. Para el caso de convertidores conmutados, el estado estacionario ocurre cuando el ciclo de trabajo  $\alpha$  se mantiene constante sobre un intervalo lo suficientemente grande de ciclos de conmutación

### 2.2.1. Análisis de la ley de voltaje de Kirchhoff

Como se mencionó anteriormente, el CEC puede ser representado por dos estructuras diferentes. En la Figura 2.3 se muestra el diagrama eléctrico correspondiente a la estructura en estado encendido. Nótese que en esta ocasión no se está considerando el ESR.

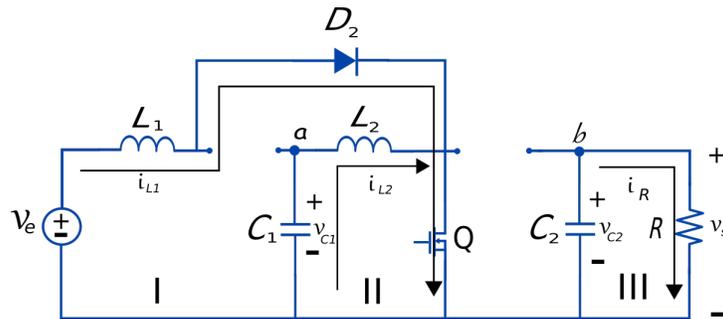


Figura 2.3: Convertidor Elevador Cuadrático en estado encendido

Aplicando la ley de voltaje de Kirchhoff en la malla  $I$  y  $II$  se obtienen las ecuaciones 2.65 y 2.66.

$$v_e = L_1 \frac{di_{L1}}{dt} \quad (2.65)$$

$$v_{C1} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} \quad (2.66)$$

los inductores almacenan energía durante  $t_{alto}$ , por lo que la corriente  $i_L(t)$  crece linealmente desde  $i_{min}$  hasta  $i_{max}$ . Recordando la definición de la derivada, obtenemos las siguientes ecuaciones.

$$v_e = L_1 \frac{i_{L1max} - i_{L1min}}{t_{alto}} = L_1 \frac{\Delta i_{L1on}}{\alpha T} \quad (2.67)$$

$$v_{C1} = L_2 \frac{i_{L2max} - i_{L2min}}{t_{alto}} t_{alto} = L_2 \frac{\Delta i_{L2on}}{\alpha T} \quad (2.68)$$

Despejando  $\Delta i_{L1on}$  y  $\Delta i_{L2om}$  de las ecuaciones 2.65 a 2.68, obtenemos 2.69 y 2.70.

$$\Delta i_{L1on} = \frac{v_e \alpha T}{L_1} \quad (2.69)$$

$$\Delta i_{L2om} = \frac{v_{C1} \alpha T}{L_2} \quad (2.70)$$

La estructura en estado apagado está representada en la Figura 2.4. Nuevamente se aplica la Ley de voltaje de Kirchhoff para las mallas  $I$  y  $II$ , de donde se obtienen las ecuaciones 2.71 y 2.72

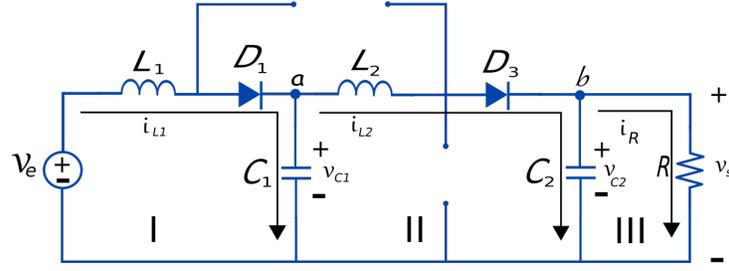


Figura 2.4: Convertidor Elevador Cuadrático en estado apagado

$$v_e = v_{C1} - L_1 \frac{di_{L1}}{dt} \quad (2.71)$$

$$v_{C1} = v_{C2} - L_2 \frac{di_{L2}}{dt} \quad (2.72)$$

Los inductores liberan la energía almacenada durante  $t_{bajó}$ , por lo que la corriente  $i_L(t)$  decrece linealmente desde  $i_{max}$  hasta  $i_{min}$ . Recordando la definición de la derivada, obtenemos las siguientes ecuaciones.

$$v_e = v_{C1} - L_1 \frac{i_{L1min} - i_{L1max}}{t_{bajó}} = v_{C1} - L_1 \frac{\Delta i_{L1off}}{(1 - \alpha)T} \quad (2.73)$$

$$v_{C1} = v_{C2} - L_2 \frac{i_{L2min} - i_{L2max}}{t_{bajó}} = v_{C2} - L_2 \frac{\Delta i_{L2off}}{(1 - \alpha)T} \quad (2.74)$$

Despejando  $\Delta i_{L1off}$  y  $\Delta i_{L2off}$  de las ecuaciones 2.73 y 2.74

$$\Delta i_{L1off} = \frac{v_{C1} - v_e}{L_1} (1 - \alpha)T \quad (2.75)$$

$$\Delta i_{L2off} = \frac{v_{C2} - v_{C1}}{L_2} (1 - \alpha)T \quad (2.76)$$

Considerando un inductor ideal, resulta que la energía de entrada es igual a la energía de salida, por lo tanto  $\Delta i_{L1on} = \Delta i_{L1off}$  y  $\Delta i_{L2on} = \Delta i_{L2off}$ . Igualando términos y despejando  $v_{C1}$  se obtienen las siguientes ecuaciones 2.77 y 2.78.

$$v_{C1} = \frac{v_e}{1 - \alpha} \quad (2.77)$$

$$v_{C1} = v_{C2}(1 - \alpha) \quad (2.78)$$

Igualando  $v_{C1}$  de 2.77 y 2.78, obtenemos la ecuación de relación de ganancia (2.79) correspondiente al convertidor elevador cuadrático, la cual se puede definir como el número de veces que se incrementa el voltaje de entrada.

$$M = \frac{v_{C2}}{v_e} = \frac{1}{(1 - \alpha)^2} \quad (2.79)$$

### 2.2.2. Análisis del rizo de corriente

El rizo es una pequeña componente de corriente alterna contenida dentro de una corriente directa. Siempre está presente en circuitos conmutados. Generalmente la corriente de rizo se caracteriza por ser una señal triangular o diente de sierra, como se ilustra en la Figura 2.5. Matemáticamente, el rizo es el valor promedio de pico a pico definido con la letra griega  $\Delta$ . Esta señal tiene periodo  $T$  y depende del ciclo de trabajo  $\alpha$ , por lo que puede ser asimétrica o simétrica.

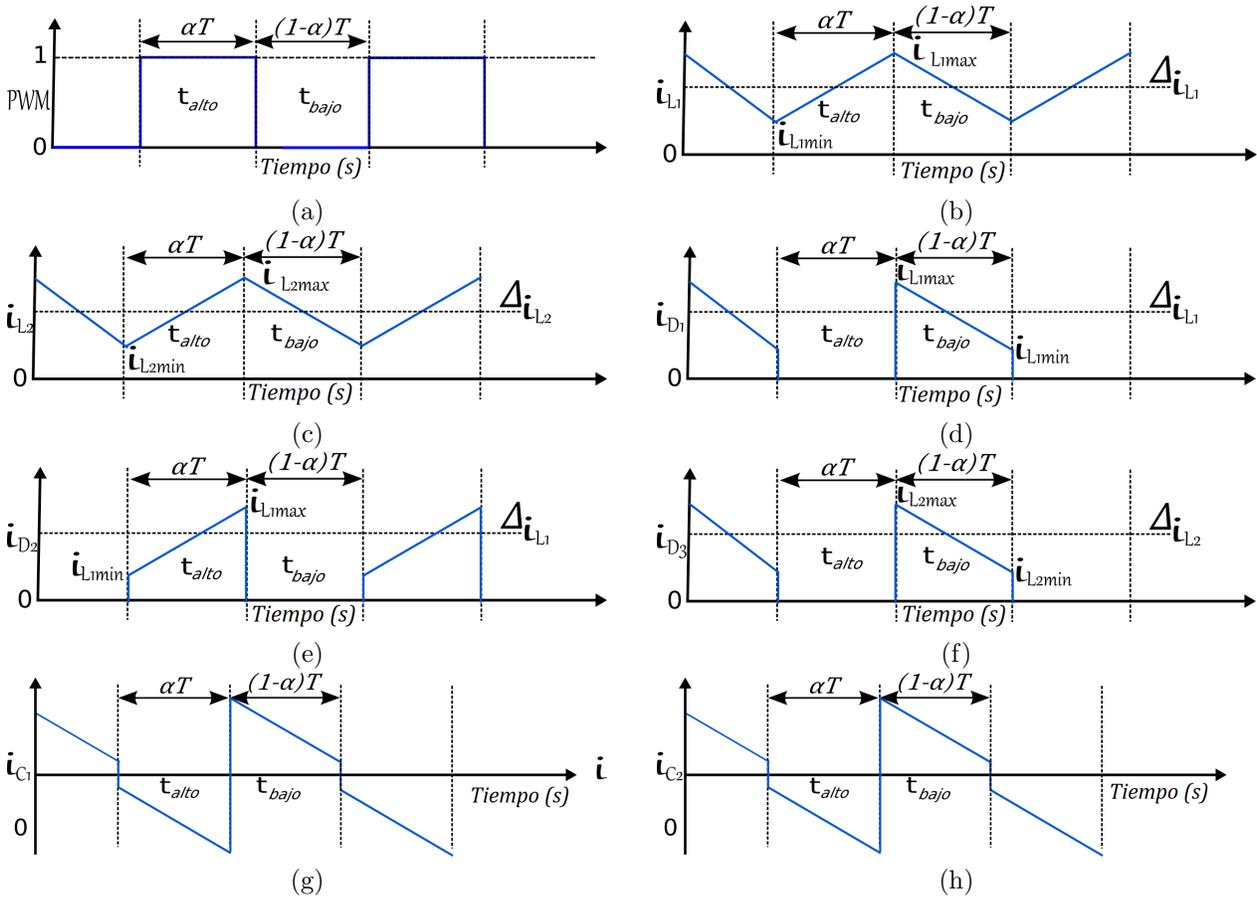


Figura 2.5: Análisis del rizo de corriente

### Corriente promedio en inductores

La corriente promedio en los inductores para un estado de conmutación se determina utilizando las ecuaciones 2.80 y 2.81

$$\Delta i_{L1} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{L1} dt \quad (2.80)$$

$$\Delta i_{L2} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{L2} dt \quad (2.81)$$

Por definición de la integral, el problema puede ser resuelto de manera geométrica, encontrando el área bajo la curva en un periodo de conmutación. En las figuras 2.5b y 2.5c, se muestra el rizo de corriente en los inductores  $L_1$  y  $L_2$  respectivamente. El área en un periodo de conmutación es la sumatoria del área de dos trapecios. De esta manera se obtienen las ecuaciones

$$\Delta i_{L1} = \frac{i_{L1max} - i_{L1min}}{2} \quad (2.82)$$

$$\Delta i_{L2} = \frac{i_{L2max} - i_{L2min}}{2} \quad (2.83)$$

### Voltaje promedio

El voltaje promedio es calculado a partir de las ecuaciones 2.84 y 2.85, las cuales se obtienen al despejar el voltaje de la ecuación 2.6. Se sabe que la corriente promedio en un capacitor en un ciclo de conmutación es igual a cero, por esta razón solamente vamos a considerar el estado  $t_{alto}$ .

$$\Delta v_{C1} = \frac{1}{C_1} \int_{t_1}^{t_2} i_{C1} dt \quad (2.84)$$

$$\Delta v_{C2} = \frac{1}{C_2} \int_{t_1}^{t_2} i_{C2} dt \quad (2.85)$$

Nuevamente el problema es resuelto a partir de la definición de la integral, encontrando el área bajo la curva hasta  $t_{alto}$ . En las figuras 2.5g y 2.5h se muestra el rizo de corriente en los capacitores  $C_1$  y  $C_2$ , respectivamente.

$$\Delta v_{C1} = \frac{1}{C_1} \left[ \frac{(i_{L2max} - i_{L2min})}{2} \alpha T \right] \quad (2.86)$$

$$\Delta v_{C2} = \frac{1}{C_2} [i_s \alpha T] \quad (2.87)$$

### Corriente promedio en diodos

La corriente promedio en los diodos se determina utilizando las ecuaciones 2.88, 2.89 y 2.90.

$$\Delta i_{D1} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{D1} dt \quad (2.88)$$

$$\Delta i_{D2} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{D2} dt \quad (2.89)$$

$$\Delta i_{D3} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{D3} dt \quad (2.90)$$

Por definición de la integral se encuentra el área bajo la curva en un periodo de conmutación. En las figuras 2.5d, 2.5e y 2.5f se muestra el rizo de corriente en los diodos  $D_1$ ,  $D_2$  y  $D_3$  respectivamente.

$$\Delta i_{D1} = \left[ \frac{i_{L1max} + i_{L1min}}{2} \right] (1 - \alpha) \quad (2.91)$$

$$\Delta i_{D2} = \left[ \frac{i_{L1max} + i_{L1min}}{2} \right] \alpha \quad (2.92)$$

$$\Delta i_{D3} = \left[ \frac{i_{L2max} + i_{L2min}}{2} \right] (1 - \alpha) \quad (2.93)$$

Ahora bien, si consideramos que la corriente promedio en el diodo tres es equivalente a la corriente de salida, es decir,  $\Delta i_{D3} \approx i_s$ , entonces la ecuación 2.93 se reescribe de la siguiente manera.

$$\left[ \frac{i_{L2max} + i_{L2min}}{2} \right] = \frac{i_s}{(1 - \alpha)} \quad (2.94)$$

Si sustituimos 2.94 en 2.86 y despejamos  $C_1$ , encontramos la ecuación 2.95 de diseño del capacitor uno. Despejando  $C_2$  de 2.87 encontramos la ecuación 2.96 de diseño del capacitor dos. Considerando inductores ideales, de la ecuación 2.69 despejamos  $L_1$  para obtener la ecuación 2.97 de diseño del inductor uno y finalmente de la ecuación 2.70 despejamos  $L_2$  para obtener la ecuación 2.98 de diseño del inductor dos. Observe que se utiliza la frecuencia de conmutación en lugar del periodo  $T = 1/fc$ .

$$C_1 = \frac{i_s \alpha}{\Delta v_{C1} (1 - \alpha) fc} \quad (2.95)$$

$$C_2 = \frac{i_s \alpha}{\Delta v_{C2} fc} \quad (2.96)$$

$$L_1 = \frac{v_e \alpha}{\Delta i_{L1} fc} \quad (2.97)$$

$$L_2 = \frac{v_{C1} \alpha}{\Delta i_{L2} fc} \quad (2.98)$$

### 2.2.3. Diseño de un CEC de 200 W

El objetivo es diseñar un convertidor elevador cuadrático de 200 W que sea capaz de suministrar un voltaje de salida de  $v_s = 200 V$  y una corriente de  $i_s = 1 A$ . El convertidor es diseñado para una celda de combustible de membrana de intercambio protónico. La celda de combustible considerada es de la marca Nexa, su voltaje de salida se sitúa en un rango de 25 V a 43 V, tolera una corriente máxima de 50 A y su potencia máxima es de 1.2 kW. El rizo de corriente no debe sobrepasar el 20% según la hoja de datos Ballard (2003). Se eligió esta celda de combustible por su disponibilidad comercial.

Para determinar los valores nominales de operación de la celda de combustible con potencia de 200 W se analiza la curva de polarización (Figura 2.6), la cual se obtuvo utilizando el bloque Fuel Cell Stack de la librería Simscape, disponible en la plataforma de Simulink (en el apéndice A se muestra la caracterización de dicho bloque). Como se aprecia para una potencia de 200 W, el voltaje de salida es de  $v_e = 38.23 \text{ V}$  y la corriente de salida es de  $i_e = 5.81 \text{ A}$ .

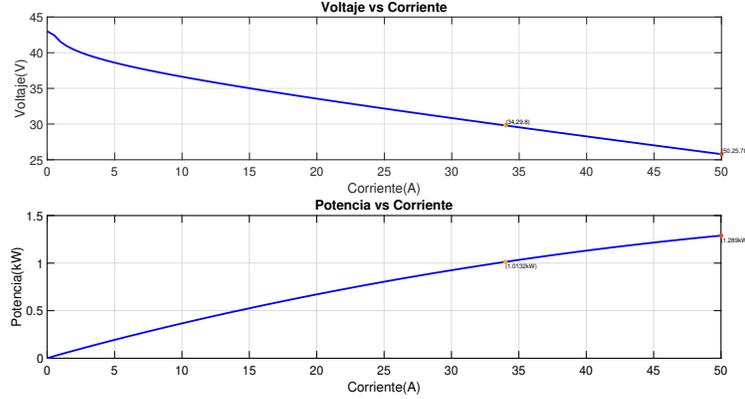


Figura 2.6: Curva de polarización de la celda de combustible

Comúnmente se admite un rizo de voltaje de 1 % a 2 % en aplicaciones comerciales, según Díaz-Saldierna et al. (2015). En este trabajo se supone un porcentaje de  $\% \Delta v_{C1} = \% \Delta v_{C2} = 1 \%$ . En cuanto al rizo de corriente se suele considerar una tolerancia de 10 % a 20 % o como máximo de 30 %, según Hart et al. (2001) y Díaz-Saldierna et al. (2015). En este trabajo, el diseño del convertidor se desarrolla para una fuente de alimentación constituida por celdas de combustible, la cual soporta un rizo de corriente máximo del 20 % de acuerdo con la hoja de datos. Sin embargo, en algunos trabajos como en (Thounthong et al. (2008), Langarica-Córdoba et al. (2015) y Leyva-Ramos et al. (2017)), los autores suelen ser más restrictivos y consideran una tolerancia del 10 % de rizo. En resumen, se supone  $\% \Delta i_{L1} = 10 \%$  y  $\% \Delta i_{L2} = 20 \%$ .

Para asegurar la relación de ganancia del CEC es importante determinar el valor del ciclo de trabajo. Para esto vamos a despejar  $\alpha$  de la ecuación 2.79 y posteriormente sustituir los valores del voltaje de entrada y salida.

$$\alpha = 1 - \sqrt{\frac{v_e}{v_s}} = 1 - \sqrt{\frac{38.23}{200}} = 0.5628 \quad (2.99)$$

## CAPÍTULO 2. 2.2. DISEÑO DEL CONVERTIDOR ELEVADOR CUADRÁTICO

---

El voltaje en el capacitor  $C_1$  se calcula sustituyendo el voltaje de entrada y el ciclo de trabajo en la ecuación 2.77, para los datos definidos anteriormente,  $v_{C1} = 87.44 V$ . Debido a que el capacitor  $C_2$  esta conectado en paralelo con la carga se considera que su voltaje es igual al voltaje de salida deseado. Por lo tanto,  $v_{C2} = v_s = 200 V$ . Tomando en cuenta los porcentajes de rizo de voltaje propuestos se obtienen.

$$\Delta v_{C1} = 0.87 V \quad (2.100)$$

$$\Delta v_{C2} = 2 V \quad (2.101)$$

La corriente en el inductor  $L_2$  se calcula sustituyendo 2.94 en 2.83, de esta manera:

$$i_{L2} = \frac{i_s}{(1 - \alpha)} \quad (2.102)$$

al sustituir la corriente deseada de salida y el ciclo de trabajo en 2.102 se obtiene  $i_{L2} = 2.2872 A$ . Debido a que el inductor  $L_1$  está en serie con la fuente de alimentación, la corriente de entrada es igual a la corriente en  $L_1$ . Por lo tanto  $i_{L1} = i_e = 5.81 A$ . Tomando en cuenta los porcentajes de rizo de corriente propuestos se obtiene.

$$\Delta i_{L1} = 0.58 A \quad (2.103)$$

$$\Delta i_{L2} = 0.45 A \quad (2.104)$$

Para finalizar, se definen algunos valores importantes, tales como la resistencia de carga y la frecuencia de conmutación. Primeramente, la resistencia de carga se determina a partir de la ley de Ohm. Debido a que se busca la resistencia de carga, se usa el voltaje y la corriente de salida para plantear la siguiente ecuación.

$$R = \frac{v_s}{i_s} = \frac{200 V}{1 A} = 200 \Omega \quad (2.105)$$

En la actualidad, con los avances tecnológicos se ha ampliado la posibilidad de trabajar con frecuencias de conmutación cada vez más grandes, al mismo tiempo que se disminuye el tamaño de los elementos almacenadores, así como el voltaje y la corriente de rizo. Habitualmente en la literatura se encuentran trabajos que utilizan una frecuencia de  $20\text{ kHz}$  (Ma et al. (2019)), aunque también se encuentran trabajos que alcanzan los  $100\text{ kHz}$  (Langarica-Córdoba et al. (2015)). Para este trabajo se sugiere usar  $f_c = 50\text{ kHz}$ , la cual es una frecuencia moderada.

Con el análisis hecho hasta ahora se genera el Cuadro 2.1 que contiene los requerimientos de diseño. Al sustituir estos valores en las ecuaciones 2.95, 2.96, 2.97, y 2.95 se reportan los siguientes resultados de diseño:  $C_1 = 29.59\ \mu F$ ,  $C_2 = 5.62\ \mu F$ ,  $L_1 = 741\ \mu H$  y  $L_2 = 2.18\ mH$ .

Cuadro 2.1: Criterios de diseño

Parámetro	Descripción	Valor
$v_e$	Voltaje nominal de entrada	38.23 V
$v_{C1}$	Voltaje nominal en capacitor uno	87.44 V
$i_s$	Corriente nominal de salida	1 A
R	Resistencia de carga	200 $\Omega$
$\alpha$	Ciclo de trabajo	0.5628
$f_c$	Frecuencia de conmutación	50 kHz
$\Delta_{iL1}$	Rizo de corriente del inductor L1	0.58 A
$\Delta_{iL2}$	Rizo de corriente del inductor L2	0.45 A
$\Delta_{vC1}$	Rizo de voltaje en capacitor C1	0.87 V
$\Delta_{vC2}$	Rizo de voltaje en capacitor C2	2 V

Si bien es cierto que no se toman estrictamente los valores calculados, se eligen valores aproximados a los comerciales, de acuerdo con los límites de operación. No existe un criterio definitivo para la selección de los componentes, por lo que la experiencia del diseñador juega un papel importante. En el Cuadro 2.2 se comparan los valores comerciales elegidos contra los valores calculados.

Cuadro 2.2: Valores comerciales

Elemento	Valor calculado	Valor comercial
Inductor $L_1$	741 $\mu H$	680 $\mu H$
Inductor $L_2$	2.18 mH	2.16 mH
Capacitor $C_1$	29.59 $\mu F$	33 $\mu F$
Capacitor $C_2$	5.62 $\mu F$	4.7 $\mu F$

## 2.3. Prueba de validación

En esta sección se presenta el procedimiento de validación del convertidor elevador cuadrático de 200 W operando en lazo abierto. Para esta prueba se utilizó el modelo no lineal obtenido en la sección 2.1.1 y el modelo lineal obtenido en la sección 2.1.2. Así mismo se confrontan estos modelos matemáticos contra un modelo por componentes generado y simulado en Simulink mediante las librerías de Simscape (en el apéndice B, se muestran los esquemas de simulación). El objetivo de la prueba es primeramente verificar que se cumplan los requerimientos de diseño. En segundo lugar, el propósito es validar el modelo lineal respecto al no lineal alrededor del punto de operación. La comparación se realiza después de que el sistema alcanzó el estado estacionario. La prueba contempla cambios abruptos de tipo escalón unitario para variaciones en el voltaje de entrada, cambios de carga y variación en el ciclo de trabajo, todas las pruebas descritas a continuación:

1. Durante el intervalo de tiempo  $0 < t \leq 15 \text{ ms}$ , el CEC trabaja en su punto nominal de operación.
2. En el tiempo  $1 \text{ ms} < t \leq 35 \text{ ms}$ , el ciclo de trabajo disminuye de manera abrupta con un cambio de tipo escalón de 4 %.
3. Durante el intervalo de tiempo  $35 \text{ ms} < t \leq 60 \text{ ms}$ , el CEC trabaja en su punto nominal de operación.
4. En el intervalo  $60 \text{ ms} < t \leq 80 \text{ ms}$  ocurre un incremento en la corriente de carga tipo escalón, con un cambio del 30 %.
5. Durante el intervalo de tiempo  $80 \text{ ms} < t \leq 0.1 \text{ s}$ , el CEC trabaja en su punto nominal de operación.
6. En el tiempo  $0.1 \text{ s} < t \leq 0.13 \text{ s}$  ocurre un incremento en el voltaje de entrada tipo escalón del 20 %.
7. En el intervalo  $0.13 \text{ s} < t \leq 0.15 \text{ s}$ , el CEC trabaja en su punto nominal de operación.

En la Figura 2.7 se presentan los cuatro estados del CEC. Analizando las respuestas de los modelos observamos lo siguiente: Durante la operación nominal la corriente  $i_{L1}$  del modelo matemático no lineal y el linealizado es de 0.6 A menor respecto al modelo por componentes, la corriente  $i_{L2}$  de los modelos matemáticos es de 0.2 A menor al modelo por componentes y el voltaje  $v_{C1}$  del modelo por componentes es menor por 1.25 V respecto a los modelos matemáticos, el voltaje  $v_{C2}$  del modelo por componentes es menor por 2 V respecto a los modelos matemáticos. Para la variación del ciclo de trabajo, las corrientes  $i_{L1}$  e  $i_{L2}$  mantienen la diferencia de corriente, en cuanto al voltaje  $v_{C1}$  el modelo linealizado presenta un voltaje de 1.2 V superior al modelo por componentes, el modelo no lineal presenta 1.6 V respecto al modelo por componentes, el voltaje  $v_{C2}$  presenta una diferencia de 1 V para el modelo linealizado respecto al modelo por componentes y de 2 V para el modelo no linealizado. Durante

el incremento de la corriente de carga y variación del voltaje de entrada, las diferencias de los voltajes y corrientes se mantienen igual a las obtenidas en operación nominal.

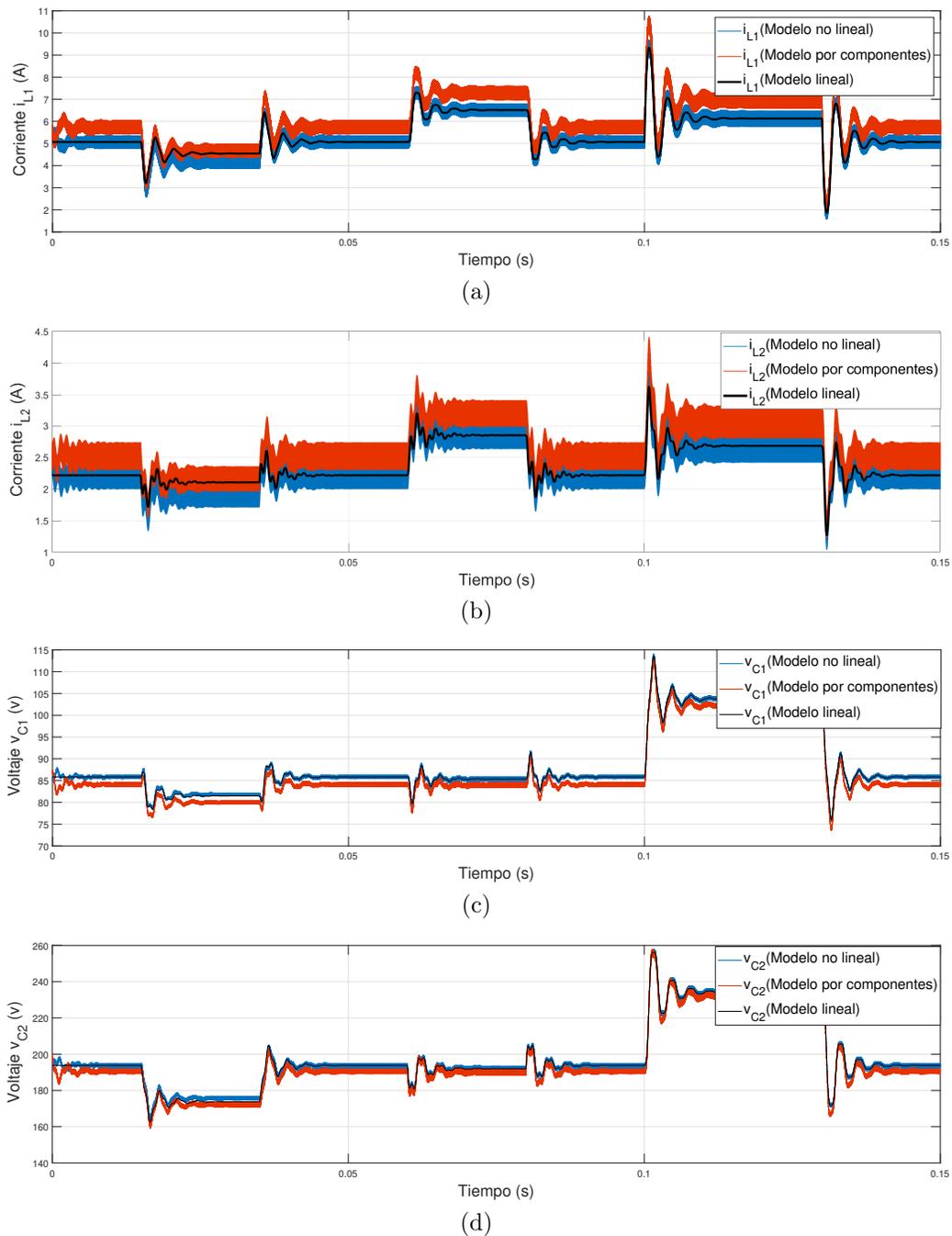


Figura 2.7: Pruebas de validación en lazo abierto

## CAPÍTULO 2. 2.3. PRUEBA DE VALIDACIÓN

---

Se propone calcular el error relativo promedio (ecuación 2.106) para identificar la desviación que existe entre el modelo por componentes y los modelos matemáticos, con el objetivo de validar los modelos matemáticos. En el cuadro 2.3 se muestran los porcentajes del error relativo promedio

$$\overline{E_R} = \frac{|y - \hat{y}|}{y} * 100 \quad (2.106)$$

donde:

$y$  = Curva del modelo por componentes.

$\hat{y}$  = Curva del modelo matemático.

$n$  = Número de datos.

Cuadro 2.3: Error Relativo Promedio

	Modelo no lineal	Modelo lineal
$i_{L1}$	10.35 %	11.04 %
$i_{L2}$	10.9 %	11.41 %
$v_{C1}$	1.93 %	1.97 %
$v_{C2}$	1.46 %	1.54 %

En conclusión podemos decir que los modelos lineal y no lineal tienen una dinámica similar. En lo que respecta al modelo por componentes, este predice una corriente ligeramente por encima de la que calculan los modelos matemáticos formulados, y un voltaje por debajo del estimado por los mismos. En general, por la proximidad de los tres modelos se concluye que el modelo no lineal y el lineal son válidos para representar el comportamiento del CEC con una aproximación del 98.03 % para el voltaje y de 88.59 % para la corriente. Por otra parte, es importante remarcar que el voltaje de salida no alcanza los 200 V, este fenómeno ocurre debido a que se utilizan los valores comerciales para definir los parámetros característicos de los elementos en la simulación en lugar de los valores calculados. Esta consideración permite simular condiciones más realistas, ya que para un trabajo práctico se requiere usar los valores de los parámetros de elementos comerciales.



---

# Capítulo 3

## Rediseño del CEC

En esta sección se aborda la estrategia de diseño propuesta por Pérez (2017), la cual tiene como objetivo obtener un convertidor conmutado robusto. El convertidor debe ser tolerante a perturbaciones definidas como cambios de carga, variaciones en el voltaje de entrada e incertidumbres paramétricas en los inductores. La estrategia utiliza los márgenes de estabilidad robusta como criterio de diseño.

El algoritmo de diseño se describe a continuación:

- I. Establecer las especificaciones de diseño y calcular los valores de los componentes del CEC utilizando una estrategia de electrónica de potencia.
- II. Seleccionar valores comerciales para todos los elementos del CEC, para el caso de los inductores estos valores serán llamados valores iniciales de diseño.
- III. Obtener el modelo matemático del CEC considerando el efecto de la resistencia en serie equivalente (ESR, por sus siglas en inglés) en inductores y capacitores.
- IV. Linealizar el modelo matemático del CEC.
- V. Diseñar un controlador lineal considerando los parámetros de diseño obtenidos en el punto dos.
- VI. Definir para cada inductor ( $L1$  y  $L2$ ), un par de conjuntos discretos que contengan los siguientes elementos:
  - Valores comerciales de inductancias cuyos elementos no sobrepasen el porcentaje de corriente de rizo.
  - Valores de ESR correspondientes a cada elemento del conjunto anterior.
- VII. Sustituir en el modelo matemático, los valores iniciales de inductores por valores del conjunto propuesto y su respectiva resistencia en serie equivalente; posteriormente realizar un análisis de robustez en lazo cerrado considerando todas las combinaciones posibles de inductores.

VIII. Seleccionar los valores L1 y L2 que otorgan mayor robustez al circuito

## 3.1. Preliminares

### 3.1.1. Funciones de transferencia

Considere el diagrama a bloques mostrado en la Figura 3.1, donde:  $G(s)$  es la función de transferencia de la planta,  $H(s)$  es la función de transferencia del controlador,  $P(s)$  es una señal de perturbación,  $R(s)$  es la señal de referencia y  $y(s)$  es la señal de salida. A Partir de este diagrama podemos identificar diferentes funciones de transferencia según en Kuo (1996).

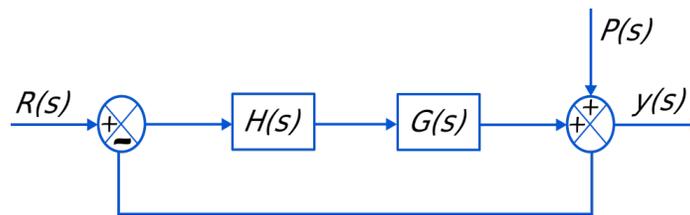


Figura 3.1: Esquema general de un sistema de control

#### Función de transferencia en lazo cerrado

Es probablemente la función de transferencia más utilizada. Relaciona a la salida  $y(s)$  con la señal de referencia  $R(s)$ . Ofrece información sobre el desempeño del sistema de control, como el tiempo de establecimiento y el porcentaje del sobretiro.

$$T(s) = \frac{y(s)}{R(s)} \quad (3.1)$$

#### Función de transferencia de sensibilidad

Relaciona a la salida  $y(s)$  con una señal de perturbación  $P(s)$ . También es llamada función de transferencia de sensibilidad a la salida.

$$S(s) = \frac{y(s)}{P(s)} \quad (3.2)$$

#### Función de transferencia de lazo directo

Esta función de transferencia se obtiene del producto de la función de transferencia del controlador  $H(s)$  y la función de transferencia de la planta  $G(s)$ . Aunque no se considera la retroalimentación, con ella se puede obtener información sobre la estabilidad del sistema en lazo cerrado a través de la respuesta en frecuencia.

$$L(s) = H(s)G(s) \quad (3.3)$$

### 3.1.2. Márgenes de estabilidad robusta

El control robusto garantiza la estabilidad del sistema a pesar de la existencia de perturbaciones externas o incertidumbres de modelado Ogata (2010). Es posible reconocer la existencia de varios tipos de incertidumbres. Sin embargo, de manera general se pueden clasificar en:

**Incertidumbres estructuradas**, surgen debido a la discrepancia del valor de algún parámetro. Esta diferencia es ocasionada por una imprecisión de medición y pequeñas variaciones durante el proceso de fabricación. El sistema se ve afectado debido a un cambio en el punto de operación nominal.

**Incertidumbres no estructuradas**, Ocurren debido a comportamientos dinámicos no modelados como consecuencia de simplificaciones. Lo que ocasiona discrepancias entre la respuesta del modelo y la planta.

Para sistemas lineales, el análisis en el dominio de la frecuencia permite determinar características como la estabilidad relativa de un sistema y su sensibilidad al ruido. Cualquier función de transferencia  $F(s)$  puede ser evaluada en el dominio de la frecuencia, es decir,  $F(j\omega)$  donde ( $j = \sqrt{-1}$ ) es un número complejo y  $\omega$  toma valores de frecuencias en  $rad/s$  o  $Hz$ . Como cualquier número complejo, está caracterizado por una magnitud y un ángulo de fase, definidos por  $|F(j\omega)|$  y  $arg\{F(j\omega)\}$ , respectivamente.

Una herramienta analítica comúnmente utilizada para analizar la respuesta de un sistema en el dominio de la frecuencia es la llamada traza de Nyquist (Figura 3.2); la cual es un método gráfico que usa el plano complejo para registrar la respuesta de un sistema en magnitud y fase. En el plano complejo se pueden analizar y usar diferentes márgenes de estabilidad robusta, sin embargo los más utilizados son los siguientes:

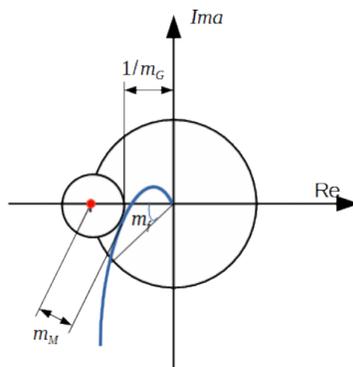


Figura 3.2: Traza de Nyquist

**Margen de ganancia:** Indica la ganancia máxima que puede tener un sistema antes de volverse inestable. De manera gráfica puede describirse como el recíproco de la distancia que hay del origen al punto en el que la traza de Nyquist cruza el eje real, lo que es equivalente a una frecuencia de cruce  $\omega_f$  correspondiente a un desfase de  $-180^\circ$ , ecuación 3.4.

$$m_G = \frac{1}{|L(j\omega_F)|}, \quad \arg \{L(j\omega_f)\} = 180^\circ \quad (3.4)$$

En decibeles puede calcularse con la ecuación 3.5.

$$m_{G[dB]} = 20 \log m_G \quad (3.5)$$

El margen de ganancia sugerido por Landau and Zito (2007) es de  $m_G \geq 2$ . El estándar europeo ECSS (2008) sugiere un valor  $m_G \geq 3.16$  o en decibeles  $m_{G[dB]} = 10dB$ .

**Margen de fase:** Se define como el retraso de la fase requerido para obtener  $180^\circ$ . De manera gráfica es la frecuencia en la que la traza de Nyquist intercepta una circunferencia con radio unitario y centrada en el origen, ecuación 3.6.

$$m_F = 180^\circ + \arg \{L(j\omega_f)\}, \quad |L(j\omega_F)| = 1 \quad (3.6)$$

El margen de fase sugerido por Landau and Zito (2007) es de  $30^\circ \leq m_F \leq 60^\circ$ , mientras que el estándar europeo ECSS (2008) sugiere un valor de  $m_F \geq 60^\circ$ . De esta manera se logra asegurar la estabilidad en lazo cerrado.

**Margen de módulo:** Es el inverso de la magnitud máxima de la función de transferencia de sensibilidad. De manera gráfica es la distancia mínima que hay de la traza de Nyquist al punto (1,0), también llamado punto crítico.

$$m_M = \frac{1}{\sup_{\omega} \{|S(j\omega)|\}} = \inf_{\omega} \{|1 + L(j\omega)|\} \quad (3.7)$$

El margen de módulo sugerido por Garcia et al. (2004) es de  $0.4 \geq m_M$  como mínimo. Sin embargo uno de los criterios más utilizados es el propuesto por Åström (2002) que corresponde a un valor de  $0.5 \leq m_M \leq 0.83$ .

## 3.2. Estrategia de diseño

Uno de los objetivos de este trabajo se centra en presentar una estrategia de diseño basada en los márgenes de estabilidad robusta. Según el algoritmo de diseño presentado en la introducción de este capítulo, los primeros cuatro puntos ya fueron tratados en el capítulo dos, los puntos restantes se abordan a continuación.

### 3.2.1. Diseño del controlador

La mayoría de los convertidores con topología elevadora son sistemas de fase no mínima Ang et al. (2010), tal es el caso del CEC. Estos sistemas se caracterizan por tener una función de transferencia estable pero con ceros en el semiplano derecho. La respuesta en frecuencia se caracteriza por tener un atraso de fase a altas frecuencias Dorf et al. (2005). Esta característica afecta directamente a los márgenes de estabilidad robusta. Por esta razón es necesario el diseño de un controlador.

En la literatura se ha demostrado que una estrategia de control lineal puede ser suficiente para asegurar la regulación del voltaje de salida del CEC y mantenerse estable incluso si ocurre alguna perturbación. Para este trabajo se han adoptado dos estrategias de control: el Control en Modo de Corriente Programada (CMCP) Langarica-Córdoba et al. (2015) y el Control por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto (CREIA).

#### Control en Modo de Corriente Programada

Esta estrategia de control es ampliamente utilizada para el control de convertidores CD-CD, por su relativa sencillez y facilidad de implementar. Está formado por dos lazos de control PI (Figura 3.3). El lazo interno es el encargado de regular la corriente del inductor uno  $i_{L1}$ , mientras que el lazo externo se encarga de regular el voltaje de salida  $v_s$ . Por lo tanto, se requiere de la medición de dos variables de estado. Esto es físicamente posible con la implementación de sensores.

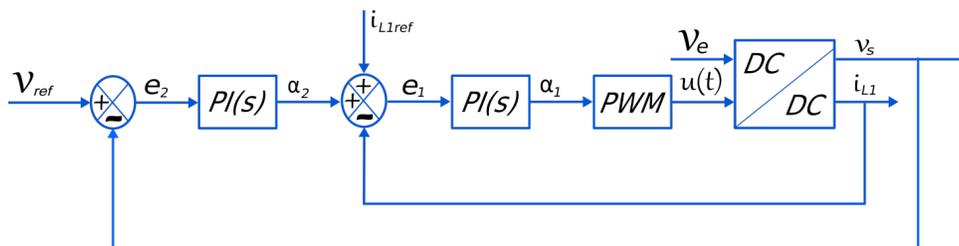


Figura 3.3: Control en Modo de Corriente Programada

Las leyes de control quedan expresadas como:

$$\alpha_1 = Kp_1 e_1 + Ti_1 \int_0^t e_1(\tau) d\tau \quad (3.8)$$

$$\alpha_2 = Kp_2 e_2 + Ti_2 \int_0^t e_2(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

donde las señales de error están dadas por  $e_1(t) = u_2 + i_{L1ref} - i_{L1}$  y  $e_2 = v_{ref} - v_s$ .

La sintonización del controlador se realiza partiendo del modelo linealizado (ecuación 2.49), considerando  $B_p = 0$ . Se obtiene la función de transferencia que relaciona la corriente en el inductor uno con el ciclo de trabajo  $Gi_{L1}(s)$  (ecuación 3.10); y la función de transferencia que relaciona el voltaje de salida con el ciclo de trabajo  $Gv_s(s)$  (ecuación 3.11).

$$Gi_{L1}(s) = \frac{i_{L1}(s)}{\alpha(s)} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] (sI - A)^{-1} B \quad (3.10)$$

$$Gv_s(s) = \frac{v_s(s)}{\alpha(s)} = C(sI - A)^{-1} B \quad (3.11)$$

En primer lugar se sintoniza el controlador PI(s) interno utilizando la función de transferencia  $Gi_{L1}(s)$ , donde  $H_{ci}(s)$  es la función de transferencia del controlador interno, como se muestra en la Figura 3.4a. Mientras que el controlador PI(s) externo se sintoniza con el conocimiento de la función de transferencia (3.12), la cual se obtiene del diagrama de bloques que se muestra en la Figura 3.4b, donde:  $Gv_s(s)$  es la función de transferencia que relaciona el voltaje de salida con el ciclo de trabajo, y  $H_{cv}(s)$  es la función de transferencia del controlador externo.

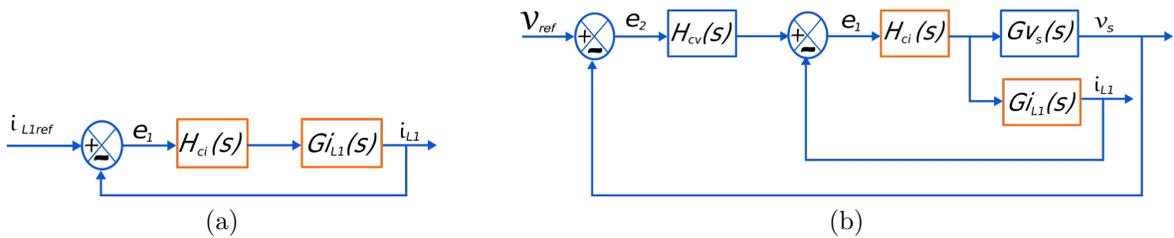


Figura 3.4: (a) Lazo interno del CMCP. (b) Esquema completo del CMCP

$$F(s) = \frac{H_{ci}(s)Gv_s(s)}{1 + Gi_{L1}(s)H_{ci}(s)} \quad (3.12)$$

Las funciones de transferencia de los controladores se muestran a continuación:

$$H_{ci}(s) = Kp_1 \left( 1 + \frac{1}{Ti_1 s} \right) \quad (3.13)$$

$$H_{cv}(s) = Kp_2 \left( 1 + \frac{1}{Ti_2 s} \right) \quad (3.14)$$

Para sintonizar los controladores PI(s) se utilizó el método de curva de reacción como punto de partida (en el apéndice C, se muestra la sintonización de los controladores PI(s)). Posteriormente, se realizó un ajuste manual de las ganancias para mejorar la respuesta del sistema, de esta manera se obtuvieron los resultados mostrados en el Cuadro 3.1.

Cuadro 3.1: Valores de los controladores  $H_{ci}(s)$  y  $H_{cv}(s)$

		Valor calculado	Valor propuesto
<b>PI(s) Interno</b>			
	$Kp_1$	0.7152	1.06522
	$Ti_1$	$9.2469 \times 10^{-5}$	$1.043 \times 10^{-4}$
<b>PI(s) Externo</b>			
	$Kp_2$	0.0549	0.06
	$Ti_2$	$1.368 \times 10^{-4}$	9

### Control por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto

La técnica de control por retroalimentación de estados es ampliamente utilizada ya que permite determinar las características del comportamiento dinámico del sistema mediante la colocación de polos, puede ser implementado para sistemas de una entrada una salida (SISO, por sus siglas en inglés) o para sistemas de múltiples entradas con múltiples salidas (MIMO, por sus siglas en inglés). Sin embargo, tiene la necesidad de medir todos los estados del sistema, en la práctica esto no siempre es posible. Para solucionar este problema se diseña un observador de estados <sup>1</sup>. Por el momento, para este trabajo se asume que las cuatro variables de estado del CEC están disponibles y son medibles.

---

<sup>1</sup>Algoritmo que permite estimar las variables de estado de un sistema

El control CREIA es una modificación del control por retroalimentación de estados, en el cual se inserta un integrador en el camino directo entre el comparador de error y la planta que multiplica una ganancia  $ki$ . El vector de estados se multiplica con el vector de ganancias  $K$  tal como se muestra en la Figura 3.5. De esta manera se introduce un grado de libertad adicional al sistema, garantizando que el error en estado estacionario pueda ser reducido o eliminado.

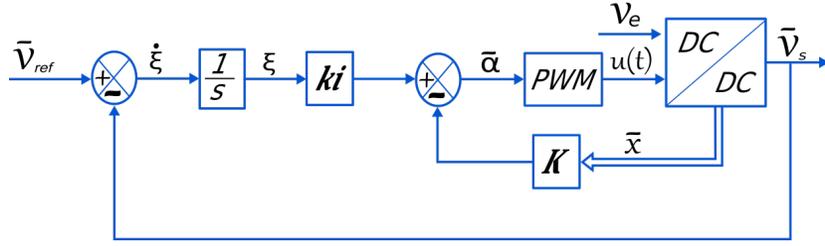


Figura 3.5: Control por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto

Para introducir los integradores en adelante se construye un modelo aumentado. Para este fin, se considera el modelo linealizado 2.49, considerando con  $B_P = 0$ . El  $\tilde{x}$  representa el valor en variables de desviación. A partir del análisis del diagrama de bloques se obtiene

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + B\tilde{\alpha}(t) \quad (3.15)$$

$$\tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t) \quad (3.16)$$

$$\tilde{\alpha} = -K\tilde{x}(t) + ki\xi(t) \quad (3.17)$$

$$\dot{\xi}(t) = v_{ref}(t) - C\tilde{x}(t) \quad (3.18)$$

donde:

$\tilde{x}$  = vector de estados de la planta (vector de dimensión  $n$ )

$\tilde{y}$  = señal de salida (escalar)

$\tilde{\alpha}$  = señal de control (escalar)

$\xi$  = salida del integrador (escalar)

$A$  = matriz de coeficientes constantes (dimensión  $n \times n$ )

$B$  = matriz de coeficientes constantes (dimensión  $n \times p$ )

$C$  = matriz de coeficientes constantes (dimensión  $r \times n$ )

La dinámica del sistema se describe mediante la combinación de las ecuaciones 3.15 y 3.18. Ahora, se requiere obtener un sistema asintóticamente estable, tal que  $\tilde{x}(\infty)$ ,  $\xi(\infty)$  y  $\tilde{\alpha}(\infty)$  tienden respectivamente a un valor constante. De esta manera, en estado estacionario se obtiene  $\dot{\xi}(t) = 0$  y  $v_s(\infty) = v_{ref}$ . por lo tanto par  $t > 0$  se obtiene el siguiente sistema aumentado (3.19).

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{\alpha} \quad (3.19)$$

La ecuación 3.17 se puede escribir como:

$$\tilde{\alpha} = \hat{K} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

donde  $\hat{K} = [-K \quad ki]$ .

Para el diseño del controlador se propone utilizar la técnica de colocación de polos. Sin embargo, para que esta técnica pueda ser utilizada se deben cumplir las condiciones de necesidad y suficiencia, descritas a continuación.

- El sistema original es de estado completamente controlable
- El modelo aumentado es de rango completo, es decir:

$$\text{rank} \left( \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \right) = n + r, \quad \text{rank}(C) = r, \quad p \geq r \quad (3.21)$$

**Descripción de controlabilidad:** Se dice que un sistema es controlable en el tiempo si este se puede transferir desde cualquier estado inicial  $x(t_0)$  a cualquier otro estado, mediante un vector de control, en un intervalo de tiempo finito.

Con el modelo aumentado se sintetiza la ley de control. Primero se calculan los polos del sistema en lazo abierto

$$P_{planta} = \begin{bmatrix} -351.86 + 6002i & -351.86 - 6002i & -389.58 + 2002.9i & -389.58 - 2002.9i \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

se proponen los polos deseados en lazo cerrado. Ya que el sistema en lazo abierto es estable, se sugieren polos cercanos a los polos de la planta, de esta manera se busca mantener la dinámica natural del sistema y una ley de control con un bajo consumo energético.

$$P_{deseados} = \begin{bmatrix} -357 + 6002i & -357 - 6002i & -390 + 2002i & -390 - 2002i & -350 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

La ley de control se obtiene utilizando la técnica de colocación de polos propuesta por Ackerman, de esta manera se obtienen los siguientes resultados.

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} 0.0015 & 0.0022 & 1.8647 \times 10^{-5} & 1.1991 \times 10^{-5} & -0.4151 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

### 3.2.2. Selección de los conjuntos de inductores

Según Pérez (2017), la selección de componentes comerciales no corresponde estrictamente con el valor calculado, por lo que es usual elegir valores de los parámetros aproximados, tomando en cuenta los límites de operación. No existe un criterio definitivo para la selección de los componentes, por lo que la experiencia del diseñador juega un papel importante.

En muchas ocasiones se prefiere elegir un valor mayor que el calculado. En estas condiciones, el rizo de corriente disminuye, lo cual es deseable para un gran número de aplicaciones. Sin embargo, incrementa el volumen y el ESR, lo cual no es deseable en cuestión de espacio y eficiencia. Elegir un valor de inductancia menor al calculado no es común, aunque se logra disminuir el volumen y el ESR, el rizo de corriente aumenta. Por esta razón se debe asumir un compromiso entre el tamaño de los inductores y el rizo de corriente. Hay que recordar que el rizo de corriente es un valor crítico, especialmente para una celda de combustible como fuente de alimentación. Analizando lo anterior surge la interrogante.

¿Cuál sería el efecto en la estabilidad del CEC al modificar el valor de la inductancia?

Para responder la pregunta anterior se proponen para cada inductor ( $L_1$  y  $L_2$ ), un par de conjuntos discretos con los siguientes elementos:

- Valores comerciales de inductancias cuyos elementos no sobrepasan el porcentaje de rizo de corriente propuesto.
- Valores de ESR correspondientes a cada elemento del conjunto anterior.

Posteriormente se hace un análisis de robustez en lazo cerrado para cada combinación posible de los conjuntos de inductores.

Los conjuntos propuestos son:

Valores propuestos para  $L_1$

$$L_1 = [470 \ 560 \ 680 \ 1000 \ 1200 \ 1500 \ 1800 \ 2200 \ 2700] \mu H$$

$$R_{L1} = [0.114 \ 0.125 \ 0.154 \ 0.216 \ 0.232 \ 0.324 \ 0.360 \ 0.494 \ 0.55] \Omega$$

Valores propuestos para  $L_2$

$$L_2 = [2.2 \ 2.7 \ 3.3 \ 3.9 \ 4.7 \ 5.6 \ 6.8 \ 8.2 \ 10 \ 12] mH$$

$$R_{L1} = [0.494 \ 0.555 \ 0.773 \ 0.845 \ 1.14 \ 1.60 \ 1.76 \ 1.95 \ 2.76 \ 3.04] \Omega$$

### 3.2.3. Análisis de robustez

En esta sección se aborda un punto crítico en la propuesta de diseño, que consiste en determinar los valores de inductancias que otorgan mayor robustez al sistema. La tarea se lleva a cabo mediante la traza de Nyquist y los márgenes de robustez descritos en la sección 3.1.2.

El procedimiento consiste en sustituir en el modelo matemático lineal, los valores de inductancia del conjunto propuesto con su respectivo valor de ESR. Con estos datos se calcula la función de transferencia de sensibilidad y lazo directo. Finalmente, se calculan los márgenes de robustez. El procedimiento se realiza para todas las combinaciones posibles de inductores.

En la Figura 3.6 se muestra un ejemplo del análisis efectuado para determinar los márgenes de robustez para el controlador CMCP. En este caso se considera  $L_1 = 560 \mu H$ , mientras que  $L_2$  toma todos los valores del conjunto. Se puede observar que conforme los valores de inductancia incrementan, el sistema pierde robustez, inclusive hay combinaciones de inductores que vuelven inestable al sistema.

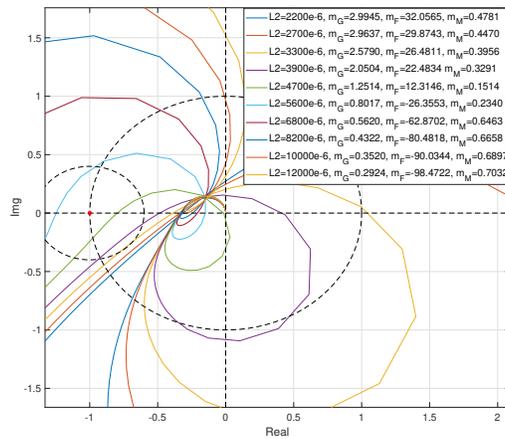


Figura 3.6: Traza de Nyquist CMCP

Por otra parte, el controlador CREIA otorga mayor robustez al sistema. En la Figura 3.7, se muestran los resultados obtenidos del análisis para el caso donde  $L_1 = 560 \mu H$ , mientras que  $L_2$  toma todos los valores del conjunto. Se observa que conforme los valores de inductancia incrementan, el sistema pierde robustez.

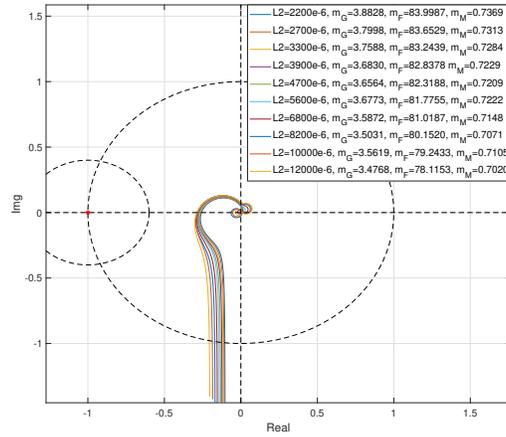


Figura 3.7: Traza de Nyquist CREIA

Una vez que se realizó el análisis de los márgenes de estabilidad con todas las combinaciones del conjunto de inductores, se elabora una tabla en la que se muestra el margen del módulo obtenido, con el objetivo de analizar y determinar cuál combinación de inductores otorga mayor robustez al sistema.

En el Cuadro 3.2 se muestran los valores del margen del módulo obtenidos para el controlador CMCP. Conforme los valores de inductancia aumentan, el margen del módulo decrece, incluso para algunas combinaciones de inductores el sistema es inestable (color rojo). En este sentido se eligieron tres candidatos que presentan un buen margen del módulo (color verde).

Cuadro 3.2: Margen de módulo para cada posible combinación de  $L_1$  y  $L_2$ , controlador CMCP.

L2								
L1	2200	2700	3300	3900	4700	5600	6800	8200
470	0.5261	0.4894	0.4220	0.3042	0.0758	0.5192	0.7193	0.7328
560	0.4781	0.4470	0.3956	0.3291	0.1514	0.2340	0.6463	0.6658
680	0.4107	0.3843	0.3401	0.2944	0.2006	0.0373	0.4459	0.5660
820	0.3297	0.3027	0.2663	0.2336	0.1581	0.0691	0.2005	0.4408
1000	0.2322	0.2100	0.1823	0.1614	0.1049	0.0327	0.1138	0.2827
1200	0.1217	0.0957	0.0612	0.0273	0.0422	0.1138	0.1351	0.1307
1500	0.0436	0.0504	0.0522	0.0592	0.0614	0.0593	0.0709	0.0823
1800	0.1862	0.2015	0.2117	0.2252	0.2339	0.2374	0.2549	0.2722

## CAPÍTULO 3. 3.2. ESTRATEGIA DE DISEÑO

En el Cuadro 3.3 se reportan los valores del margen de módulo obtenidos con el controlador CREIA. Se observa un comportamiento similar al obtenido con el controlador CMCP, por esta razón se eligen nuevamente los mismos candidatos (color verde).

Cuadro 3.3: Margen de módulo para cada posible combinación de  $L_1$  y  $L_2$ , controlador CREIA.

L2										
L1	2200	2700	3300	3900	4700	5600	6800	8200	10000	12000
470	0.7525	0.7461	0.7418	0.7353	0.7327	0.7327	0.7243	0.7159	0.7187	0.7093
560	0.7369	0.7313	0.7284	0.7229	0.7209	0.7222	0.7148	0.7071	0.7105	0.7020
680	0.7158	0.7140	0.7126	0.7078	0.7066	0.7089	0.7022	0.6961	0.7001	0.6926
820	0.6990	0.6960	0.6944	0.6914	0.6910	0.6936	0.6888	0.6831	0.6883	0.6819
1000	0.6928	0.6896	0.6892	0.6852	0.6852	0.6881	0.6829	0.6778	0.6828	0.6765
1200	0.6702	0.6688	0.6676	0.6649	0.6658	0.6690	0.6648	0.6609	0.6669	0.6619
1500	0.6631	0.6613	0.6621	0.6585	0.6589	0.6627	0.6581	0.6543	0.6603	0.6558
1800	0.6416	0.6404	0.6420	0.6387	0.6392	0.6436	0.6401	0.6369	0.6428	0.6395
2200	0.6431	0.6414	0.6407	0.6382	0.6386	0.6429	0.6393	0.6353	0.6415	0.6367
2700	0.6170	0.6165	0.6161	0.6137	0.6144	0.6182	0.6168	0.6135	0.6190	0.6172

Las razones por las que se eligió el margen de módulo como criterio de diseño son los siguientes:

- Es un buen indicador de robustez ante perturbaciones, no linealidades y variaciones paramétricas (Åström et al. (1998)).
- Un buen margen de módulo implica buenos márgenes de ganancia y fase (Landau and Zito (2007)).
- Existen criterios acotados para garantizar la robustez (Åström et al. (1998)).
- Su interpretación y cálculo son relativamente simples.

### 3.3. Pruebas en lazo cerrado

Después de definir los valores que otorgan mayor robustez al sistema, se realizan pruebas en simulación en lazo cerrado para validar los tres candidatos de diseño y al diseño clásico, con el objetivo de evaluar el tiempo de establecimiento, sobretiros, voltaje y corriente de rizo presente, así como su desempeño mediante algunos índices comunes descritos a continuación:

- **ISE:** (Integral del Error al Cuadrado), Este criterio discrimina entre sistemas sobreamortiguados otorgando mayor peso cuando hay un error grande y peso suave cuando el error es pequeño.

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt \quad (3.25)$$

- **ITSE:** (Integral del Error al Cuadrado Multiplicado por el Tiempo), Al igual que el indicador anterior otorga mayor peso cuando hay un error grande y peso suave cuando el error es pequeño, sin embargo a medida que pasa el tiempo el error se va penalizando con más fuerza.

$$ITSE = \int_0^T te^2(t)dt \quad (3.26)$$

- **IAE:** (Integral del Error Absoluto), Permite calcular la sumatorio del error absoluto del sistema.

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (3.27)$$

Las pruebas que se llevaron a cabo son simulaciones con variaciones en el voltaje de entrada, variaciones en la carga, variaciones en el voltaje y carga, y la introducción de incertidumbres paramétricas en inductores (en el apéndice D se muestra el esquema de simulación en lazo cerrado).

A continuación se discuten los resultados de las pruebas. Por simplicidad solo se muestran dos estados del sistema: La corriente de entrada  $i_{L1}$  y el voltaje de salida  $v_s$ . Estas variables tienen gran relevancia ya que por un lado  $i_{L1}$  es la corriente demandada a la PEMFC es proporcional a la corriente de salida, permite analizar el rizo de corriente y determina el nivel de voltaje que ofrece la PEMFC. Por otro lado  $v_s$  es la variable de control.

### 3.3.1. Prueba de variación del voltaje de entrada

Examinando la curva de polarización de la celda de combustible Nexa (Figura 2.6), el voltaje máximo que la celda de combustible puede suministrar es de  $43\text{ V}$ , mientras que el mínimo es de  $25\text{ V}$ . En la siguiente prueba se consideran casos extremos, por lo tanto, se contempla el siguiente perfil de voltaje de entrada (Figura 3.8).

- En el intervalo  $0\text{ s} \leq t < 0.06\text{ s}$ , el CEC opera en su voltaje nominal de  $38.23\text{ V}$ .
- Durante el intervalo  $0.06\text{ s} \leq t < 0.12\text{ s}$  se supone una caída de voltaje abrupta tipo escalón a  $25\text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.12\text{ s} \leq t < 0.18\text{ s}$ , el CEC opera en su voltaje nominal de  $38.23\text{ V}$ .
- En el intervalo  $0.18\text{ s} \leq t < 0.24\text{ s}$  se supone un incremento en el voltaje tipo escalón a  $43\text{ V}$ .
- En el intervalo  $0.24\text{ s} \leq t < 0.3\text{ s}$ , el CEC opera en su voltaje nominal de  $38.23\text{ V}$ .

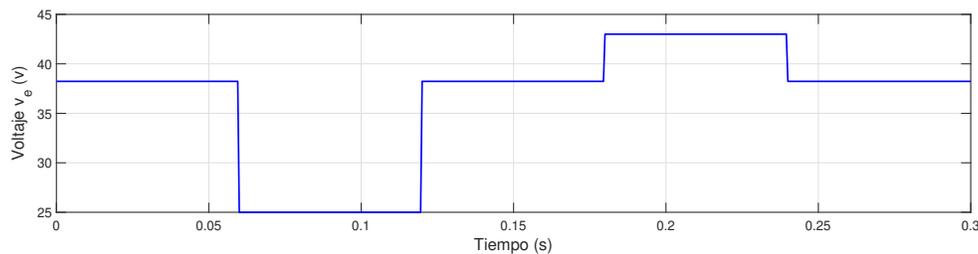


Figura 3.8: Variación del voltaje de entrada

### Prueba de variación del voltaje de entrada para el controlador CMCP

En la Figura 3.9 se muestra la respuesta del sistema para los tres candidatos y el diseño clásico (color verde), durante una prueba con el controlador CMCP. Se puede observar que el sistema tarda  $0.05\text{ s}$  en converger a la referencia después de que ocurre un cambio en el voltaje de entrada. Cuando el voltaje disminuye a  $25\text{ V}$ , la corriente de entrada se incrementa de  $6.3\text{ A}$  a  $12\text{ A}$  para el diseño clásico y el candidato tres, mientras que el candidato uno incrementa de  $7.5\text{ A}$  a  $12.5\text{ A}$  lo que equivale a un aumento del  $190\%$ , por otro lado el voltaje de salida disminuye hasta  $167\text{ V}$ , equivalente a una disminución del  $83\%$ , posteriormente regresa a la referencia de manera asintótica en un tiempo de  $0.05\text{ s}$ . Cuando ocurre el incremento en el voltaje de entrada a  $43\text{ V}$ , la corriente de entrada disminuye un  $12\%$ , el voltaje de salida incrementa hasta los  $210\text{ V}$  equivalente al  $105\%$ . Finalmente regresa a la referencia de manera asintótica en un tiempo de  $0.05\text{ s}$ . Es importante mencionar que la corriente para el candidato uno ( $L_1 = 470\ \mu\text{H}$  y  $L_2 = 2.2\text{ mH}$ ) se mantiene en un valor mayor al calculado, debido a que los valores de inductancia están por debajo de los valores calculados con el diseño clásico.

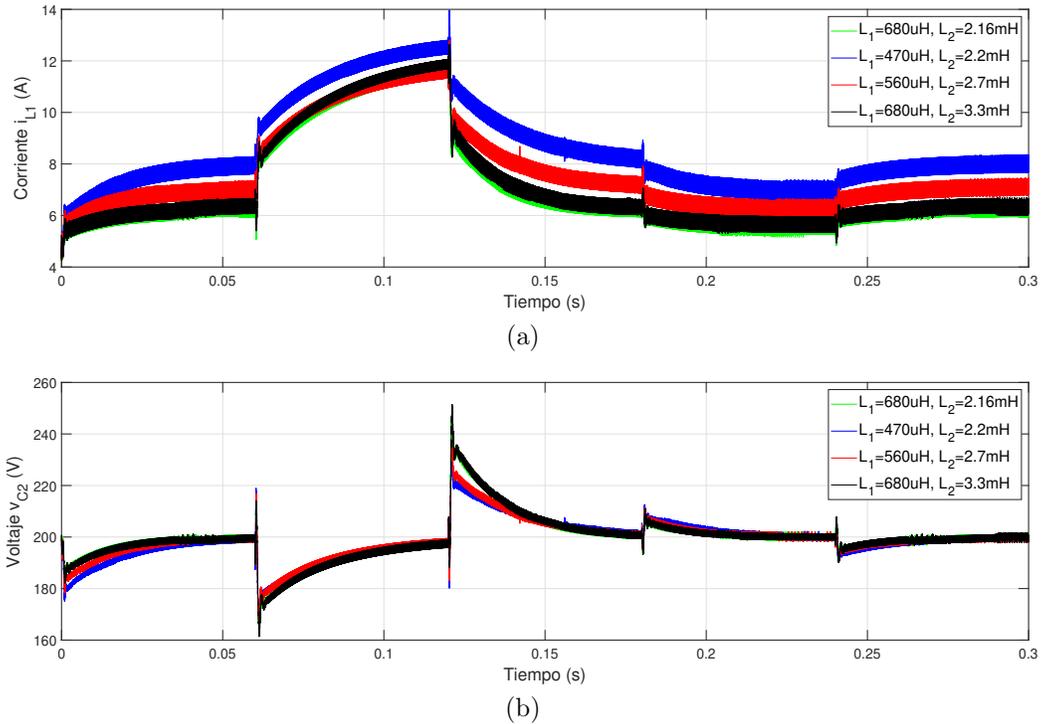


Figura 3.9: Pruebas de variación del voltaje de entrada y desempeño del control CMCP

Los índices de desempeño (Cuadro 3.10) muestran un mayor valor para el diseño clásico y el candidato tres, lo cual se puede corroborar observando las gráficas de voltaje y corriente. El desempeño del controlador es satisfactorio para variaciones de voltaje abrupto, logra mantener la estabilidad con sobreimpulsos en el voltaje de salida que alcanzan los 250 V y un tiempo de establecimiento de 0.05 s.

Cuadro 3.4: Índices de desempeño controlador CMCP para variaciones en el voltaje de entrada

		ISE	ITSE	IAE
Clásico	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	22.12	2.23	1.56
Candidato 1	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	17.83	1.55	1.64
Candidato 2	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	16.8	1.56	1.47
Candidato 3	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.3 mH$	23.22	2.35	1.61

**Prueba de variación del voltaje de entrada para el controlador CREIA**

En la Figura 3.10 se muestra la respuesta del sistema para los tres candidatos y el diseño clásico (color verde) con la ley de control CREIA. El sistema tiene un tiempo de convergencia a la referencia de 0.02 s, pero ocurren sobreimpulsos demasiado grandes. Cuando disminuye el voltaje a 25 V, la corriente de entrada tiene un sobreimpulso negativo del 64 %. Posteriormente aumenta hasta los 12 A o equivalentemente el 196 %. Cuando el sistema regresa al voltaje nominal se observa un sobreimpulso que alcanza los 20 A, equivalente a un aumento del 327 %. Este valor de corriente puede ocasionar daños a los componentes, además el voltaje de salida alcanza los 300 V, equivalente a un aumento del 150 %, después regresa a la referencia en un tiempo de 0.02 s. Cuando el voltaje se incrementa a 43 V, la corriente de entrada tiene un pequeño sobreimpulso que alcanza los 8 A y después disminuye hasta los 5.1 A. Como resultado, el voltaje de salida presenta un sobreimpulso con duración de 0.02 s y alcanza un valor de 225 V, equivalente a un aumento del 112 %.

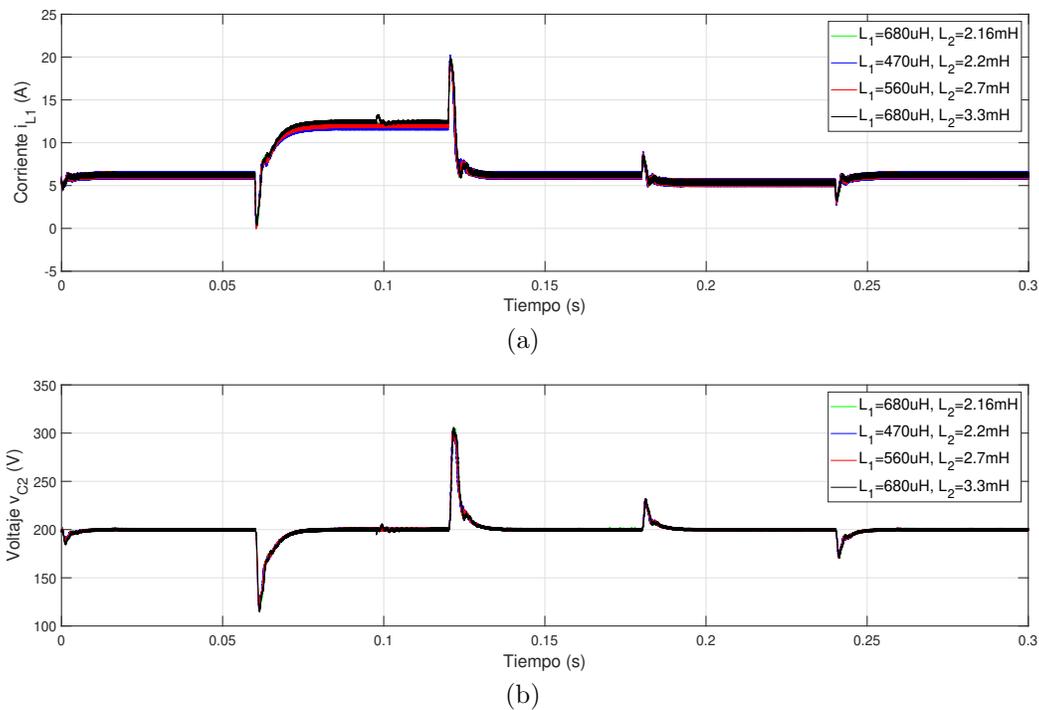


Figura 3.10: Pruebas de variación del voltaje de entrada y desempeño del CREIA

Utilizando esta estrategia de control, la respuesta dinámica del sistema es prácticamente igual para los tres candidatos debido a la robustez que ofrece el controlador. Sin embargo, se tienen sobreimpulsos demasiado grandes como respuesta el índice de desempeño ISE se incrementa, se puede apreciar que el diseño clásico y el candidato tres presentan valores mayores en los índices de desempeño (Cuadro 3.5).

Cuadro 3.5: Índices de desempeño controlador CREIA para variaciones en el voltaje de entrada

		ISE	ITSE	IAE
Clásico	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	35.72	3.75	0.97
Candidato 1	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	32.71	3.43	0.94
Candidato 2	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	34.73	3.64	0.95
Candidato 3	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.3 mH$	37.64	3.95	0.99

### 3.3.2. Prueba de variación de la carga

Para esta prueba se consideran variaciones en la carga del tipo escalón. Se contempla una operación con carga de 100 W hasta 250 W con incrementos de 50 W. En la Figura 3.11 se muestra el perfil de carga.

- En el intervalo  $0 \leq t < 0.01 \text{ s}$  se considera la carga nominal de 200 W.
- Durante  $0.01 \leq t < 0.05 \text{ s}$  hay decremento en la carga de tipo escalón de 100 W.
- En el tiempo  $0.05 \leq t < 0.1 \text{ s}$  se considera la carga nominal de 200 W.
- En el intervalo  $0.1 \leq t < 0.15 \text{ s}$  ocurre un decremento en la carga de tipo escalón de 50 W.
- Durante  $0.15 \leq t < 0.2 \text{ s}$  se considera la carga nominal de 200 W.
- En el intervalo  $0.2 \leq t < 0.25 \text{ s}$  el CEC opera fuera de la potencia de diseño, se demanda una potencia de 250 W con el objetivo de poner a prueba el comportamiento del sistema ante el caso de una sobrecarga.
- En el tiempo  $0.25 \leq t < 0.3 \text{ s}$  se considera la carga nominal de 200 W.

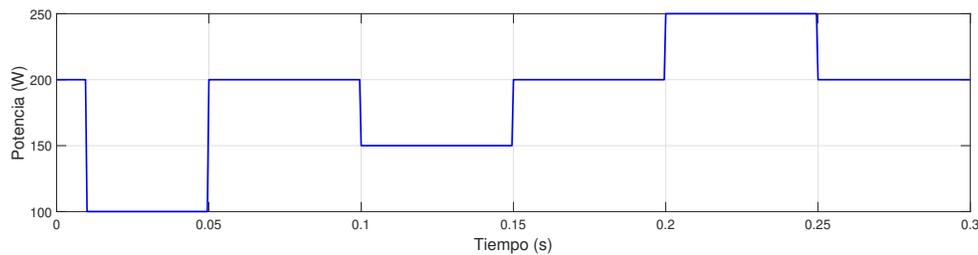


Figura 3.11: Variación de la carga

### Prueba de variación de la carga para el controlador CMCP

Para el controlador CMCP la prueba con cambio de carga (Figura 3.12) muestra una respuesta dinámica, del voltaje de salida, similar para los tres candidatos y el diseño clásico (color verde). Cuando ocurre el decremento de la potencia a 100 W, el voltaje de salida se incrementa hasta los 220 V equivalente al 110% y regresa a la referencia de manera asintótica en un tiempo menor a 0.04 s, la corriente de entrada disminuye de 5 A a 4 A para el candidato uno y de 4 A a 3 A para el candidato tres y el diseño clásico, equivalente al 80% para compensar la potencia de salida. Ocurre un fenómeno similar cuando la carga se decrementa a 150 W, en este caso el voltaje de salida se incrementa hasta los 215 V y regresa a la referencia de manera asintótica. Cuando ocurre la sobrecarga a 250 W, el voltaje de salida

disminuye un 5 %, posteriormente regresa a la referencia en un tiempo de 0.04 s, la corriente de entrada se incrementa a 10 A equivalente al 205 % para el candidato uno ( $L_1 = 470 \mu H$  y  $L_2 = 2.2 mH$ ) y para los candidatos dos y tres y el diseño clásico la corriente se incrementa a 8 A, equivalente al 137 %.

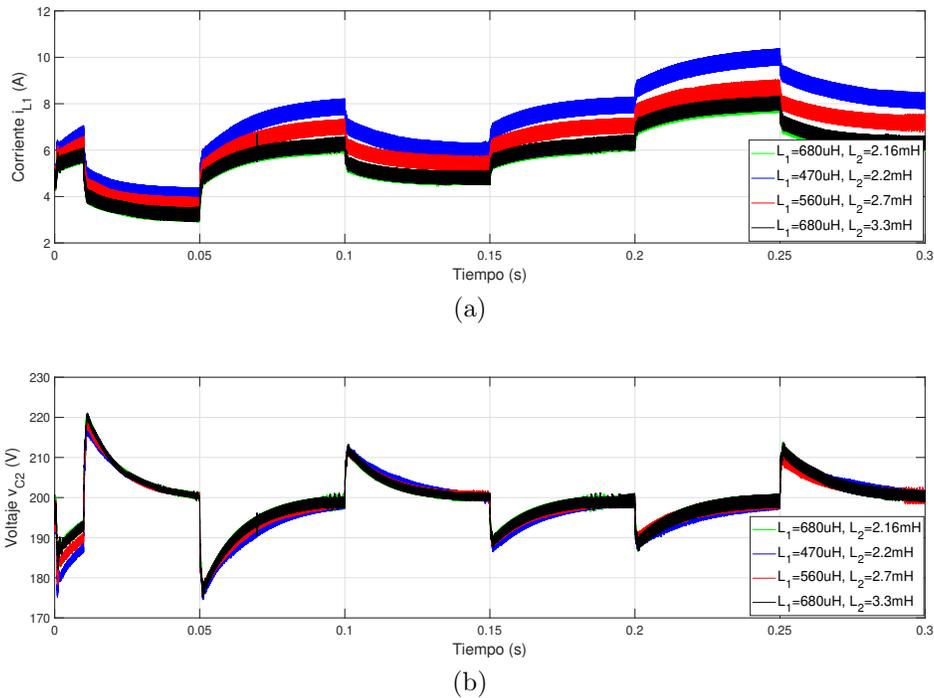


Figura 3.12: Pruebas de variación de la carga para el control CMCP

En general se puede concluir que esta técnica de control logra compensar los cambios de carga abruptos, regresando a la referencia de manera asintótica en un tiempo aproximado de 0.04 s, los índices de desempeño (Cuadro 3.6) muestran que el candidato tres y el diseño clásico tienen menor error para cambios de carga del tipo escalón.

Cuadro 3.6: Índices de desempeño controlador CMCP para variación de la carga

		ISE	ITSE	IAE
Clásico	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	11.74	1.07	1.34
Candidato 1	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	15.22	1.33	1.62
Candidato 2	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	12.36	1.06	1.41
Candidato 3	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.3 mH$	12.02	1.1	1.36

**Prueba de variación de la carga para el controlador CREIA**

En la Figura 3.13, se muestra la respuesta del sistema para los tres candidatos y el diseño clásico (color verde) utilizando el controlador CREIA. El sistema tarda menos de 0.02 s en converger a la referencia después de que ocurre un cambio de carga. Cuando ocurre un decremento en la carga a 100 W, el voltaje da salida presenta un sobretiro que alcanza los 230 V, equivalente al 115 %, pero regresa a la referencia en menos de 0.02 s, la corriente de entrada disminuye un 48 %. Cuando ocurre la sobrecarga a 250 W, el voltaje de salida presenta un sobre tiro negativo que alcanza 170 V, equivalente al 85 %, posteriormente regresa a la referencia en menos de 0.02 s, la corriente de entrada se incrementa un 37 % para compensar la sobre demanda de corriente.

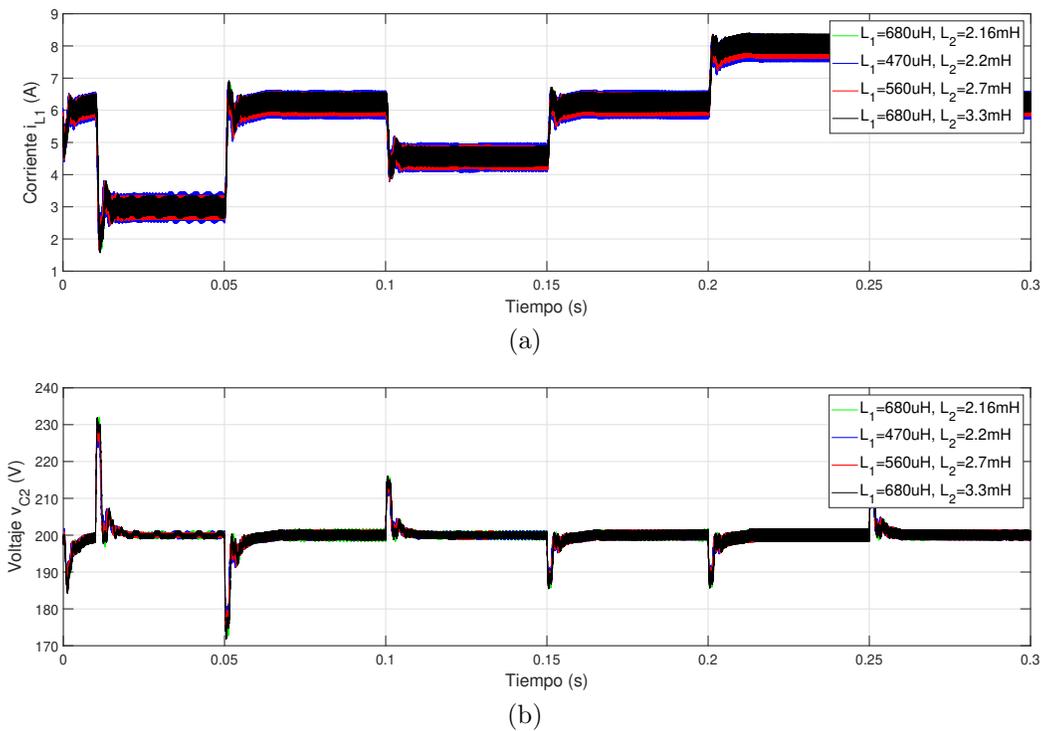


Figura 3.13: Pruebas de variación de la carga control CREIA

En general esta técnica de control logra compensar los cambios de carga de manera muy rápida, con un tiempo de convergencia menor a 0.02 s. Muestra un comportamiento similar para los tres candidatos y el diseño clásico, Sin embargo, los índices de desempeño (Cuadro 3.7) muestran un menor error para los candidatos de diseño uno y dos.

Cuadro 3.7: Índices de desempeño controlador CREIA para variación en la carga

		ISE	ITSE	IAE
Clásico	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	3.23	0.24	0.42
Candidato 1	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	2.709	0.208	0.407
Candidato 2	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	3.13	0.23	0.41
Candidato 3	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.3 mH$	3.84	0.28	0.43

### 3.3.3. Prueba variación de carga y voltaje de entrada

Para esta prueba, se consideran variaciones de carga y voltaje de entrada, el perfil de variación del voltaje de entrada se realizó considerando el perfil de carga y la curva de polarización de la celda de combustible (Figura 2.6). En la Figura 3.14a, se muestra el perfil de variación de carga y en la Figura 3.14b, se muestra el perfil de variación del voltaje de entrada, descrito a continuación:

- En el intervalo de tiempo  $0 \leq t < 0.06 \text{ s}$ , se considera una carga nominal de  $200 \text{ W}$ , por lo tanto, el voltaje generado por la celda de combustible se mantiene en  $38.23 \text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.06 \leq t < 0.12 \text{ s}$ , se considera un decremento en la carga de tipo escalón de  $100 \text{ W}$ , por lo tanto, el voltaje generado por la celda de combustible se incrementa hasta  $40.02 \text{ V}$ .
- Durante el intervalo  $0.12 \leq t < 0.18 \text{ s}$ , la carga se incrementa de manera lineal partiendo de  $100 \text{ W}$  hasta alcanzar los  $200 \text{ W}$ . El voltaje de entrada decrementa de forma lineal partiendo de  $40.02 \text{ V}$  hasta alcanzar los  $38.23 \text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.18 \leq t < 0.24 \text{ s}$ , se considera una operación nominal.
- En el intervalo de tiempo  $0.24 \leq t < 0.27 \text{ s}$ , se considera un incremento en la carga de manera lineal partiendo de  $200 \text{ W}$  hasta alcanzar una sobrecarga de  $250 \text{ W}$ . El voltaje de entrada decrementa de manera lineal de  $38.23 \text{ V}$  a  $37.95 \text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.27 \leq t < 0.3 \text{ s}$ , se mantiene la sobrecarga de  $250 \text{ W}$ , por lo tanto, el voltaje de entrada se mantiene en  $37.95 \text{ V}$ .
- Durante el tiempo  $0.3 \leq t < 0.36 \text{ s}$ , la carga decrece de manera lineal partiendo de  $250 \text{ W}$  hasta alcanzar los  $75 \text{ W}$ . El voltaje de entrada se incrementa de forma lineal partiendo de  $37.95 \text{ V}$  hasta alcanzar  $40.88 \text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.36 \leq t < 0.4 \text{ s}$ , la carga se mantiene en  $75 \text{ W}$ , por lo tanto, voltaje de entrada se mantiene en  $40.88 \text{ V}$ .
- Durante el intervalo de tiempo  $0.4 \leq t < 0.43 \text{ s}$ , la carga crece de manera lineal partiendo de  $75 \text{ W}$  hasta alcanzar los  $200 \text{ W}$ . El voltaje de entrada decrementa de manera lineal partiendo de  $40.88 \text{ V}$  hasta alcanzar  $38.23 \text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.43 \leq t < 0.45 \text{ s}$ , se considera una operación nominal.
- En el intervalo de tiempo  $0.45 \leq t < 0.50 \text{ s}$ , la carga disminuye de manera abrupta tipo escalón a  $75 \text{ W}$ , por lo tanto, el voltaje de entrada se incrementa de manera abrupta a  $40.88 \text{ V}$ .
- En el tiempo  $0.50 \leq t < 0.55 \text{ s}$ , se considera una operación nominal.

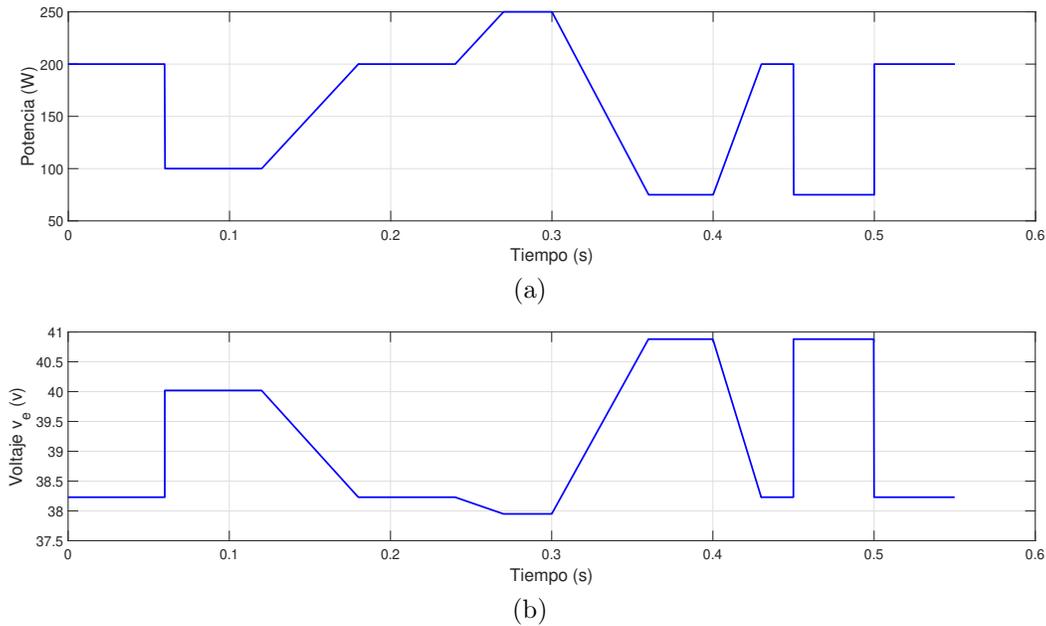


Figura 3.14: Pruebas de variación de la carga y voltaje de entrada

### Prueba de variación de carga y voltaje de entrada para el controlador CMCP

El controlador CMCP tiene un desempeño aceptable ante variaciones en el voltaje de entrada y cambios de carga. En la Figura 3.15 se muestra la respuesta del sistema para los tres inductores candidatos y el diseño clásico (color verde). Cuando disminuye la carga de manera abrupta a  $100\text{ W}$ , el voltaje de salida presenta un sobreimpulso que alcanza los  $235\text{ V}$ , equivalente a un aumento del  $117\%$ , el controlador logra regresar al voltaje a la referencia en un tiempo menor a  $0.04\text{ s}$  y la corriente de entrada disminuye un  $40\%$ . Durante el incremento lineal de la carga de  $100\text{ W}$  a  $200\text{ W}$ , el voltaje de salida tiene un decremento lineal llegando a los  $190\text{ V}$ , posteriormente cuando se alcanzan los  $200\text{ W}$  el voltaje de salida regresa a la referencia. En el momento en el que hay una sobrecarga, el voltaje disminuye ligeramente, pero regresa a la referencia de manera asintótica. Durante el decrecimiento lineal de la potencia de  $250\text{ W}$  a  $75\text{ W}$ , primero se observa un incremento en el voltaje de salida hasta  $220\text{ V}$  equivalente a un aumento del  $110\%$ , cuando la potencia alcanza los  $200\text{ W}$  el voltaje comienza a disminuir hasta que alcanza la referencia. En el momento en el que la potencia cambia abruptamente hasta  $75\text{ W}$ , ocurre un sobretiro de voltaje hasta los  $240\text{ V}$  equivalente a un incremento del  $120\%$  y regresa a la referencia de manera asintótica en un tiempo menor a  $0.04\text{ s}$ , la corriente disminuye entonces un  $65\%$ . De la misma manera, cuando la potencia regresa a los  $200\text{ W}$ , el voltaje de salida presenta un sobre impulso negativo que alcanza los  $160\text{ V}$ , equivalente a un decremento del  $20\%$ .

### CAPÍTULO 3. 3.3. PRUEBAS EN LAZO CERRADO

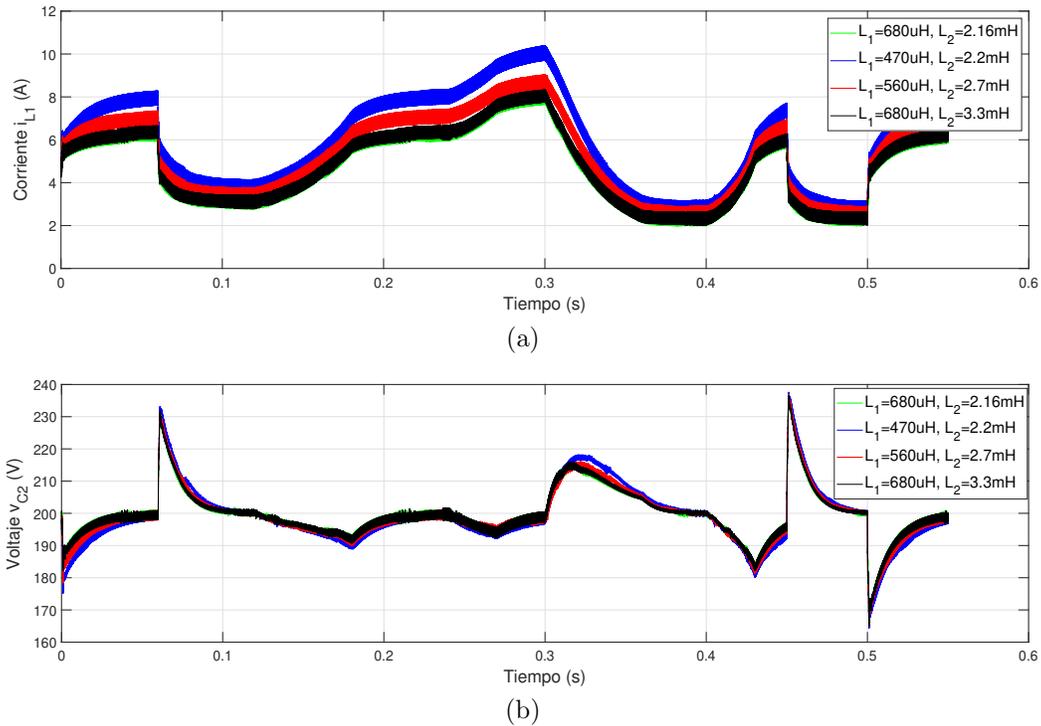


Figura 3.15: Pruebas de variación de la carga y voltaje de entrada control CMCP

De manera general se puede concluir que el controlador es capaz de compensar las variaciones de voltaje y carga, presenta sobretiros alrededor del 120 % cuando ocurre un cambio de carga de manera abrupta, pero logra regresar a la referencia en un tiempo aproximado de 0.04 s. Se observa que el candidato uno presenta valores de corriente mayor al resto, ya que es el inductor con menor valor. Los índices de desempeño (Cuadro 3.8) muestran valores menores para el diseño clásico y el candidato 3.

Cuadro 3.8: Índices de desempeño controlador CMCP para variación de voltaje y carga

		ISE	ITSE	IAE
Clásico	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	33.85	11.43	2.92
Candidato 1	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	50.72	16.24	3.79
Candidato 2	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	40.13	13.26	3.25
Candidato 3	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.3 mH$	34.57	11.61	2.95

**Prueba de variación de carga y voltaje de entrada para el controlador CREIA**

El controlador CREIA presenta mejor desempeño que el controlador CMCP en esta prueba, ya que prácticamente el voltaje de salida se mantiene en los 200 V. Cuando la carga decrece con un cambio tipo escalón a 100 W, el voltaje de salida presenta un sobreimpulso que alcanza los 240 V equivalente a un aumento del 120 %, pero regresa a la referencia en 0.02 s y la corriente de entrada disminuye un 56 %. Durante el intervalo en el que la carga se incrementa de manera lineal, el voltaje de salida prácticamente se mantiene en la referencia, pero la corriente aumenta de manera lineal hasta 5.81 A. Después del decremento abrupto en la carga hasta 75 W, un sobreimpulso de voltaje alcanza 260 V que equivale a un aumento del 130 %, ante este cambio el voltaje regresa a la referencia en 0.02 s y la corriente de entrada disminuye un 65 %.

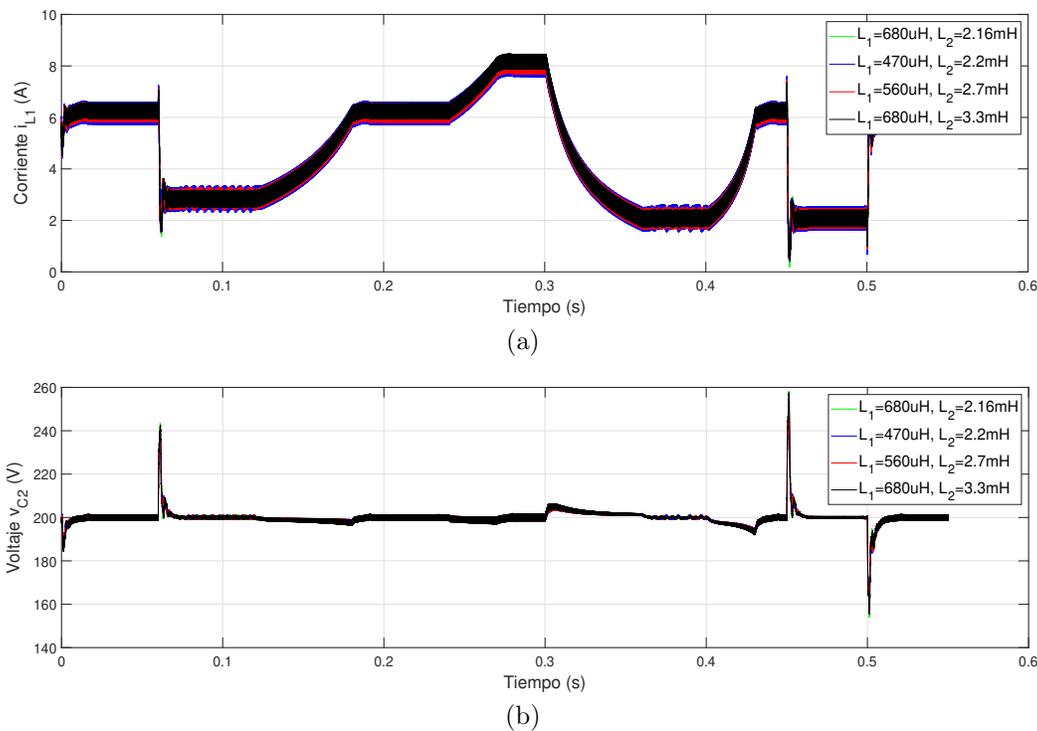


Figura 3.16: Pruebas de variación de la carga y voltaje de entrada control CREIA

Los índices de desempeño (Cuadro 3.9) muestran un error menor para los candidatos de diseño uno y dos, se observan valores de ISE relativamente grandes debido a los sobretiros. De manera general se puede concluir que es un excelente controlador. Sin embargo, es importante tener en cuenta que se requiere la retroalimentación de los cuatro estados.

CAPÍTULO 3. 3.3. PRUEBAS EN LAZO CERRADO

---

Cuadro 3.9: Índices de desempeño controlador CREIA para variación de voltaje y carga

		ISE	ITSE	IAE
Clásico	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	9.53	3.37	0.9
Candidato 1	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	8.42	2.99	0.88
Candidato 2	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	9.26	3.29	0.89
Candidato 3	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.3 mH$	10.74	3.79	0.92

### 3.3.4. Prueba ante incertidumbres paramétricas

Las pruebas con incertidumbres paramétricas contemplan variaciones de  $\pm 20\%$  en las inductancias, con relación a los datos proporcionados en las hojas de datos Panasonic (2019). Se efectuaron pruebas para ambos controladores utilizando el perfil de prueba con variación de carga y voltaje de entrada, contemplando  $\pm 20\%$  de tolerancias en inductores, con cambios en un inductor y ambos inductores. Sin embargo, se identificó mayor inconveniente cuando existe un  $-20\%$  en ambos inductores, a continuación se discuten los resultados obtenidos para este escenario.

#### Prueba con incertidumbres paramétricas para el controlador CMCP

En la Figura 3.17 se muestra la respuesta del sistema para los tres candidatos de inductores y el diseño clásico. Se observa que el candidato tres y el diseño clásico tienen una dinámica similar debido a que el valor de  $L_1$  es igual para ambos. Por otro lado, se observa que el candidato uno alcanza  $12\text{ A}$  cuando ocurre la sobrecarga a  $250\text{ W}$ , el candidato dos alcanza los  $10.5\text{ A}$  y el candidato tres y el diseño clásico alcanzan  $8.5\text{ A}$ . Además, se observa un incremento en el rizo de corriente para todas las propuestas de diseño.

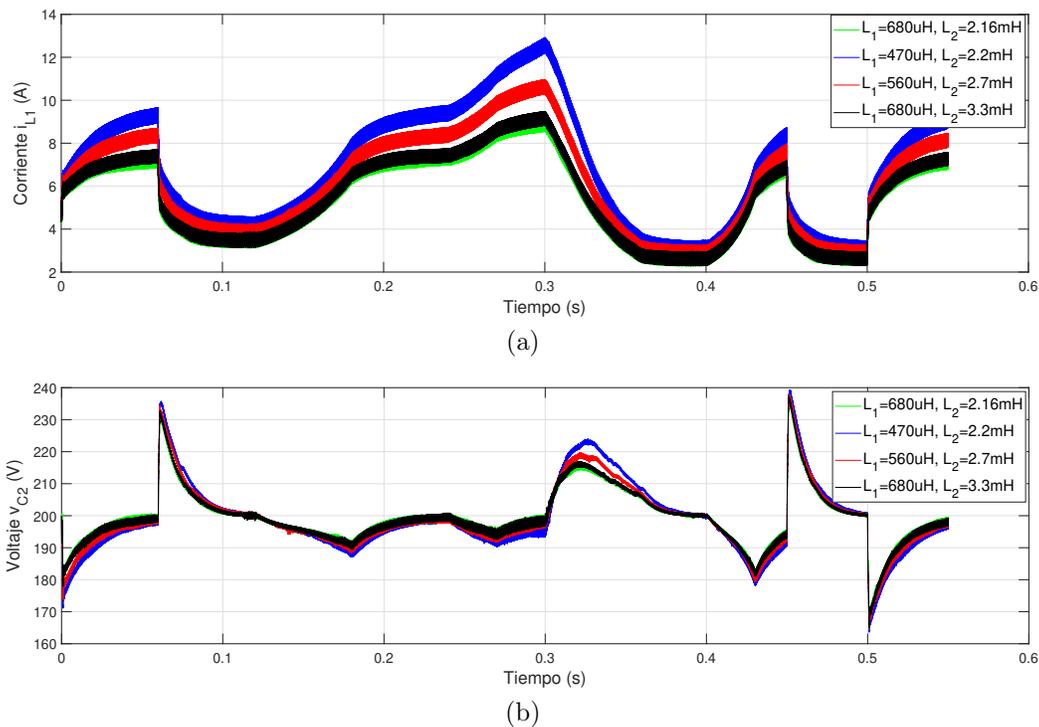


Figura 3.17: Pruebas con incertidumbres paramétricas para el controlador CMCP

**Prueba con incertidumbres paramétricas para el controlador CREIA**

En la Figura 3.18 se muestra la respuesta del sistema para los tres candidatos de inductores y el diseño clásico. Se observa que todas las propuestas de diseño tienen una dinámica similar debido a la robustez del sistema. Sin embargo, se observa un incremento en la corriente de rizo.

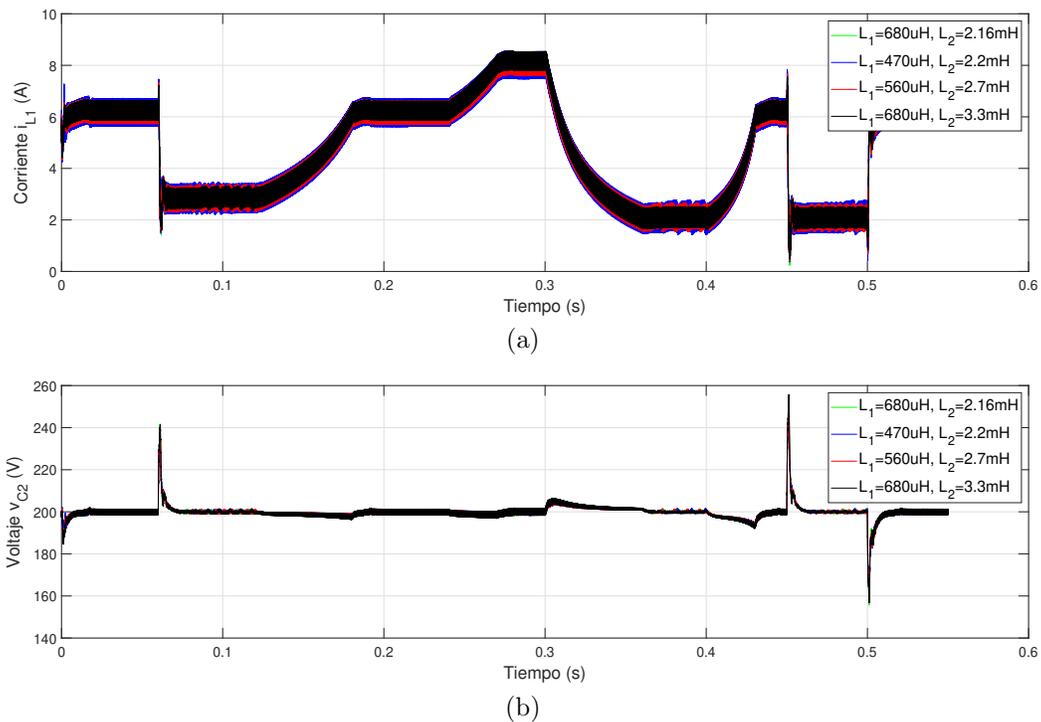


Figura 3.18: Pruebas con incertidumbres paramétricas para el controlador CMCP

Debido a que se observó un incremento en la corriente de rizo, se realizó un análisis del porcentaje de rizo de corriente obtenido. El porcentaje de rizo para  $L_1$  es de interés ya que es el valor que afecta directamente a la celda de combustible, como se mencionó anteriormente un porcentaje mayor al 20 % puede ocasionar daños a la celda de combustible Ballard (2003).

En el Cuadro 3.10 se reporta el resultado de un análisis de la corriente de rizo que se genera para diferentes valores de  $L_1$ , tomando en cuenta los tres inductores candidatos y el diseño clásico considerando una incertidumbre de  $\pm 20\%$ . La variación de la inductancia de los elementos candidatos se mantiene por debajo del 20 %, la mayor desviación que se considera es del 19.54 % inferior al valor nominal para el candidato uno.

Cuadro 3.10: Incertidumbres paramétricas y corriente de rizo

Tolerancia	Inductancia $L_1$	Corriente de rizo	Porcentaje de rizo
	470 $\mu H$	0.9155 A	15.75 %
-20 %	376 $\mu H$	1.1444 A	19.64 %
+20 %	564 $\mu H$	0.7629 A	13.22 %
	560 $\mu H$	0.7684 A	13.22 %
-20 %	447 $\mu H$	0.9605 A	16.53 %
+20 %	672 $\mu H$	0.6403 A	11.02 %
	680 $\mu H$	0.6328 A	10.89 %
-20 %	544 $\mu H$	0.7910 A	13.61 %
+20 %	816 $\mu H$	0.5273 A	9.0757 %

### 3.4. Conclusiones

La estrategia de diseño propuesta, acompañada de la implementación de estrategias de control robusto para los convertidores en operación, hizo posible incrementar la región de operación del convertidor elevador cuadrático. En la Figura 3.19 se muestran los resultados obtenidos para la prueba de cambio de carga de  $200\text{ W}$  a  $700\text{ W}$ , para el controlador CMCP. El cambio es de tipo escalón y se aplicó a los  $15\text{ ms}$ . Este cambio de carga implica que se conecta un nuevo dispositivo en la salida del CEC, incrementando la carga. A partir de las pruebas en simulación se observa que el diseño obtenido mediante una estrategia de diseño clásica presenta oscilaciones abruptas que crecen con el tiempo, mientras que los diseños candidatos obtenidos con la metodología propuesta presentan una caída en el voltaje de salida que con el tiempo regresa a la referencia con pequeñas oscilaciones y un incremento pequeño en el rizo de voltaje.

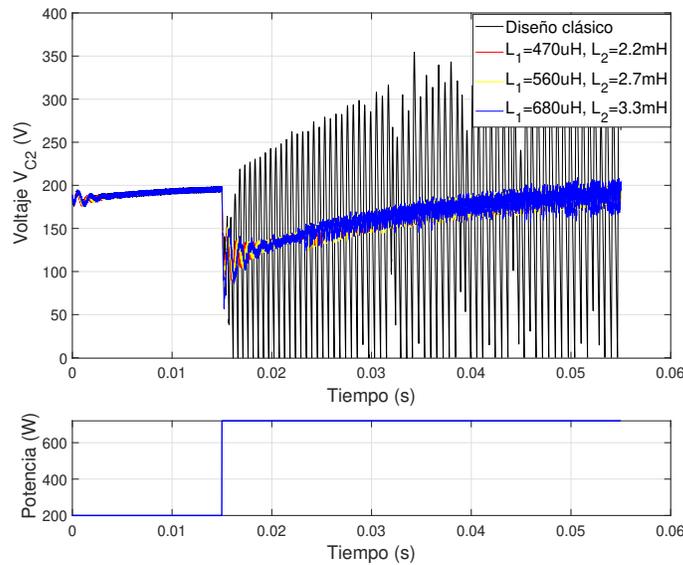


Figura 3.19: Cambio de carga

Para la prueba de variación del voltaje de entrada expuesta en la Figura 3.20 se simuló una caída de tensión de 38.23 V a 12 V de tipo escalón aplicado en el instante de 15 ms. El diseño clásico alcanzó su límite de operación, presentando oscilaciones abruptas, cuya amplitud se incrementa con el tiempo, mientras que los candidatos de diseño elegidos presentan un impulso positivo que alcanza los 240 V aproximadamente, enseguida el voltaje disminuye hasta los 110 V y comienza a incrementarse de forma asintótica, regresando a la referencia con pequeñas oscilaciones.

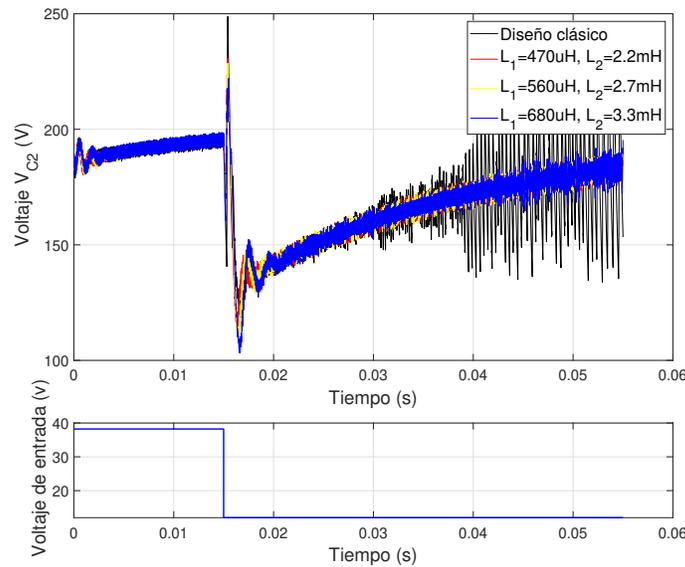


Figura 3.20: Variación del voltaje de entrada

### CAPÍTULO 3. 3.4. CONCLUSIONES

---

Después de analizar los resultados obtenidos en las pruebas anteriores se elige al candidato dos como circuito de diseño, tomando en cuenta que el objetivo principal de diseño es la robustez. El candidato dos presenta una buena robustez como se muestra en el cuadro comparativo (Cuadro 3.11 y 3.12), además los índices de desempeño muestran resultados favorables, cumple con el criterio del porcentaje de corriente de rizo inclusive con una incertidumbre paramétricas del  $-20\%$ .

Cuadro 3.11: Márgenes de robustez para el controlador CMCP

	Clásico	Candidato 1	Candidato 2	Candidato 3
	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 3.3 mH$
Margen de Ganancia	2.1819 dB	3.644 dB	2.9945 dB	2.4141 dB
Margen de Fase	25.6809°	35.032°	32.0565°	27.8627°
Margen de Módulo	0.3749	0.5261	0.4779	0.4100

Cuadro 3.12: Márgenes de robustez para el controlador CREIA

	Clásico	Candidato 1	Candidato 2	Candidato 3
	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 2.16 mH$	$L_1 = 470 \mu H$ $L_2 = 2.2 mH$	$L_1 = 560 \mu H$ $L_2 = 2.7 mH$	$L_1 = 680 \mu H$ $L_2 = 3.3 mH$
Margen de Ganancia	3.5104 dB	4.1279 dB	3.8828 dB	3.5398 dB
Margen de Fase	83.116°	84.4489°	83.9987°	82.6576°
Margen de Módulo	0.7103	0.7525	0.7369	0.7126



---

## Capítulo 4

# Control por retroalimentación de la salida

En este trabajo se explora la técnica de control por Retroalimentación Estática de la Salida (SOF, por sus siglas en inglés), la cual es una técnica relativamente nueva que se caracteriza por su flexibilidad de implementación y robustez. A diferencia de la técnica de control por retroalimentación de estados, en esta técnica solamente se necesita la retroalimentación de la salida lo que facilita su implementación. El mayor inconveniente en el diseño de este controlador es encontrar unas ganancias estáticas tal que el sistema en lazo cerrado sea estable y con un comportamiento deseado. En la literatura se encuentran reportados varios métodos para determinar la existencia de una solución, en este trabajo nos enfocamos en las propuestas de Rios-Bolivar and Narciso (2010) y Wang et al. (2008).

El planteamiento del problema general del diseño de un controlador por SOF se puede describir de la siguiente manera: dado un sistema lineal invariante en el tiempo, se desea encontrar un vector de ganancia  $K$  tal que el sistema en lazo cerrado sea estable y exhiba un comportamiento deseado.

### 4.1. Control por retroalimentación estática de la salida extendida

En la propuesta presentada por Ríos-Bolívar et al. (2009) se desarrolló una estrategia de diseño de control por retroalimentación estática extendida de la salida (Figura 4.1). El método consiste en determinar un par de vectores que retroalimentan a la salida y su derivada. El problema de estabilización es formulado en el contexto de Desigualdades Matriciales Lineales (LMI, por sus siglas en inglés), las cuales se basan en los índices de desempeño multiobjetivo  $H_2$  y  $H_\infty$ , obtenidos a partir del lema de proyección. Se consideran parámetros inciertos pertenecientes a una estructura politópica. A continuación se describe brevemente la propuesta de diseño.

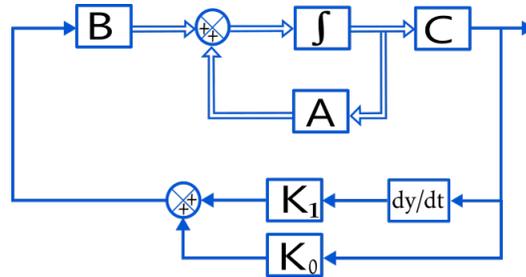


Figura 4.1: Control por retroalimentación estática de la salida con estructura PD

Dado un sistema lineal invariante en el tiempo ecuación 4.1, se desea encontrar los vectores de ganancias  $K_0$  y  $K_1$ , definidas como las ganancias de retroalimentación de la salida y su derivada respectivamente, para el controlador 4.2, de tal manera que el sistema en lazo cerrado tenga todos sus polos en el semiplano estable.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{4.1}$$

$$u(t) = K_0 y(t) + K_1 \dot{y}(t) \tag{4.2}$$

Al sustituir la salida  $y(t)$  y su derivada en la ecuación 4.2 se obtiene la ecuación del controlador 4.3. Donde  $I$  es la matriz identidad. La existencia del controlador depende de la invertibilidad de la matriz  $M = I - K_1 CB$ .

$$u(t) = (I - K_1 CB)^{-1} (K_0 C + K_1 CA) x(t) \tag{4.3}$$

**Lema 4.1:** Sea  $M = (I - K_1 CB)$ , existe un controlador por retroalimentación estática de la salida extendida de la forma:

$$u(t) = M^* (K_0 C + K_1 CA) x(t) \tag{4.4}$$

sí y solo si  $M$  tiene inversa o pseudoinversa, definida por  $M^*$ .

### 4.1.1. Criterio de estabilidad de Lyapunov

El criterio de Lyapunov es forma genérica para determinar la estabilidad de un sistema. Parte de la idea de que un sistema es estable si su energía, una función positiva, es continuamente decreciente hasta que alcanza su estado de equilibrio (Isidori et al. (1995)). Lyapunov demostró que ciertas funciones pueden ser usadas para determinar la estabilidad en un punto de equilibrio. El criterio de estabilidad establece que un sistema es estable sí y sólo si existe una matriz simétrica definida positiva ( $P = P^T > 0$ ) que cumple con la siguiente desigualdad 4.5.

$$A_C^T P + P A_C < 0 \quad (4.5)$$

donde  $A_C$  es la matriz del sistema autónomo en lazo cerrado y está definida por la ecuación 4.6

$$A_C = A + B M^* (K_0 C + K_1 C A) \quad (4.6)$$

Posteriormente, al sustituir la ecuación 4.6 en la ecuación candidata de Lyapunov 4.5 y resolviendo algebraicamente, se obtiene la siguiente desigualdad 4.7.

$$P^{-1} A^T + P^{-1} C^T K_0^T (M^*)^T B^T + P^{-1} A^T C^T K_1^T (M^*)^T B^T + A P^{-1} + B M^* K_0 C P^{-1} + B M^* K_1 C A P^{-1} < 0 \quad (4.7)$$

considerando los siguientes cambios de variable.

$$P^{-1} = P \quad (4.8)$$

$$Y = M^* K_0 C P \quad (4.9)$$

$$Z = M^* K_1 C A P \quad (4.10)$$

Al realizar los cambios de variable en la ecuación 4.7 se obtienen las siguientes LMIs, con las cuales podemos determinar el valor de las ganancias despejando  $K_0$  y  $K_1$  de las ecuaciones

4.9 y 4.10, respectivamente.

$$\begin{aligned} PA^T + AP + Y^T B^T + Z^T B^T + BY + BZ < 0 \\ P > 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$K_0 = MYP^{-1}C^* \quad (4.12)$$

$$K_1 = MZP^{-1}A^{-1}C^* \quad (4.13)$$

considerando

$$M^* = I + ZP^{-1}A^{-1}C^*CB \quad (4.14)$$

### 4.1.2. Control robusto

Hasta ahora se presentó una estrategia de diseño basada en el criterio de estabilidad de Lyapunov. En este trabajo el interés es diseñar un controlador robusto que sea tolerante a variaciones de voltaje en la entrada, cambios de carga e incertidumbres paramétricas. Con estos objetivos se propone una solución al controlador por retroalimentación estática de la salida que considera como criterio el índice de desempeño  $H_2$  y  $H_\infty$ . Para estudiar el desempeño de un sistema en la teoría de control moderno es común aplicar criterios basados en normas; existen algunas modificaciones a los resultados clásicos considerados en la teoría de control robusto, tal es el caso de la versión mejorada del Lema Real Acotado.

**Lema 4.2 (Desempeño  $H_2$  relajado):** Considere el sistema lineal invariante en el tiempo 4.1, el cual cumple  $P = P^T > 0$ , las siguientes declaraciones son equivalentes:

I.  $A$  es estable y

$$\|C(sI - A)^{-1}B\|_2^2 < \mu \quad (4.15)$$

II. Existen  $P$  y  $Z$ , tal que

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ B^T P & -\mu I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} P & C^T \\ C & Z \end{bmatrix} > 0, \quad \text{tr}(Z) < 1 \quad (4.16)$$

III. Existe  $P$ ,  $Z$  y  $G$  tales que

$$\begin{bmatrix} -(G + G^T) & G^T A + P & G^T B & G^T \\ A^T G + P & -P & 0 & 0 \\ B^T G & 0 & -\mu I & 0 \\ G & 0 & 0 & -P \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} P & C^T \\ C & Z \end{bmatrix} > 0, \quad \text{tr}(Z) < 1 \quad (4.17)$$

IV. Existe  $P$ ,  $Z$  y  $G$  tales que

$$\begin{bmatrix} -(G + G^T) & G^T A + P + G^T & G^T B \\ A^T G + P + G & -2P & 0 \\ B^T G & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} P & C^T \\ C & Z \end{bmatrix} > 0, \quad \text{tr}(Z) < 1 \quad (4.18)$$

De la misma forma que para el caso  $H_2$  dado anteriormente, existen algunos resultados para mejorar el desempeño en  $H_\infty$ , tal como se muestra a continuación.

**Lema 4.3 (Desempeño  $H_\infty$  relajado):** Considere el sistema lineal invariante en el tiempo 4.1, el cual cumple con la propiedad  $P = P^T > 0$ , las siguientes declaraciones son equivalentes:

I.  $A$  es estable y

$$\| C(sI - A)^{-1} B \|_\infty < \gamma \quad (4.19)$$

II. Existen  $P$ , tal que

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma^2 I & 0 \\ C & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.20)$$

III. Existe  $P$  y  $G$  tales que  $\tau \gg 1$

$$\begin{bmatrix} -(G + G^T) & G^T A + P + \tau G^T & 0 & G^T B \\ A^T G + P + \tau G & -2\tau P & C^T & 0 \\ 0 & C & -I & 0 \\ B^T G & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.21)$$

Estos resultados serán útiles para el diseño de controladores robustos por retroalimentación estática de la salida extendida, tal como se muestra a continuación.

### 4.1.3. Metodología de diseño

El propósito es diseñar un controlador robusto que contemple variaciones en el voltaje de entrada y perturbaciones en la carga. En el modelo matemático 2.49, las variaciones son consideradas dentro de la matriz de perturbación. Por esta razón para el diseño se considera el sistema mostrado en la ecuación 4.22, donde  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  es la matriz de estados,  $B_u \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  es la matriz de entrada,  $B_p \in \mathfrak{R}^{n \times k}$  es la matriz de perturbaciones y  $C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$  es la matriz de salida.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_p p(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4.22)$$

La ley de control esta definida por la ecuación 4.23

$$u(t) = K_0 y(t) + K_1 \dot{y}(t) \quad (4.23)$$

Al sustituir la salida y la derivada de la salida del modelo 4.22 en la ecuación 4.23 y considerando  $M = (I - K_1 C B_u)$ , donde  $I$  es la matriz identidad, se obtiene la ley de control 4.24.

$$u(t) = M^*(K_0 C + K_1 C A)x(t) + M^* K_1 C B_p p(t) \quad (4.24)$$

Posteriormente se sustituye la ecuación 4.24 en 4.22 para encontrar la respuesta del sistema en lazo cerrado 4.25.

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t)\end{aligned}\quad (4.25)$$

donde

$$\begin{aligned}A_c &= A + B_u M^* (K_0 C + K_1 C A) \\ B_c &= B_p + B_u M^* K_1 C B_p \\ C_c &= C\end{aligned}$$

### Criterio de desempeño $H_2$

El primer paso para diseñar el controlador bajo el criterio  $H_2$ , se sustituye el sistema en lazo cerrado 4.25 en las ecuaciones derivadas del lema 4.2. Debido a que todas las sentencias son equivalentes, elegimos la propiedad *IV*.

$$\begin{bmatrix} -(G + G^T) & G^T A_c + P + G^T & G^T B_c \\ A_c^T G + P + G & -2P & 0 \\ B_c^T G & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0, \quad \begin{bmatrix} P & C_c^T \\ C_c & Z \end{bmatrix} > 0, \quad \text{tr}(Z) < 1 \quad (4.26)$$

Se sustituyen las matrices de lazo cerrado en 4.26 y se resuelve algebraicamente para todas las posiciones de la matriz.

Posición (1, 2)

$$G^T A + G^T B_u M^* K_0 C + G^T B_u M^* K_1 C A + P + G^T < 0 \quad (4.27)$$

Considerando los siguientes cambios de variable

$$Y = G^T B_u M^* K_0 \quad (4.28)$$

$$X = G^T B_u M^* K_1 \quad (4.29)$$

Se obtiene la ecuación 4.30

$$G^T A + YC + XCA + P + G^T < 0 \quad (4.30)$$

Posición (1, 3)

$$G^T B_p + G^T B_u M^* K_1 C B_p < 0 \quad (4.31)$$

Considerando el cambio de variable se obtiene la ecuación 4.32

$$G^T B_p + X C B_p < 0 \quad (4.32)$$

Observe que la posición (2, 1) es la transpuesta de la posición (1, 2). De la misma manera, la posición (3, 1) es la transpuesta de la posición (1, 3). Por lo tanto la desigualdad matricial que resuelve el problema de SOF bajo el criterio  $H_2$  queda definido por la ecuación 4.33.

$$\begin{bmatrix} -(G + G^T) & G^T A + YC + XCA + P + G^T & G^T B_p + X C B_p \\ A^T G + C^T Y^T + A^T C^T X^T + P + G & -2P & 0 \\ B_p^T G + B_p^T C^T X^T & 0 & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} P & C^T \\ C & Z \end{bmatrix} > 0, \quad tr(Z) < 1$$

El siguiente paso consiste en despejar  $K_0$  y  $K_1$  de las ecuaciones 4.28 y 4.29, respectivamente.

$$K_0 = M^* B_u^* (G^T)^{-1} Y \quad (4.34)$$

$$K_1 = M^* B_u^* (G^T)^{-1} X \quad (4.35)$$

### Criterio de desempeño $H_\infty$

El primer paso para diseñar el controlador bajo el criterio  $H_\infty$  consiste en sustituir el sistema en lazo cerrado 4.25 en las ecuaciones planteadas en el lema 4.3. Debido a que todas las sentencias son equivalentes, elegimos la propiedad *II*.

$$\begin{bmatrix} A_c^T P + P A_c & P B_c & C_c^T \\ B_c^T P & -\gamma^2 I & 0 \\ C_c & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.36)$$

Después se sustituyen las ecuaciones del sistema en lazo cerrado en 4.36 y se resuelve algebraicamente para todas las posiciones de la matriz.

Posición (1,1)

$$P A^T + A P + P C^T K_0^T (M^*)^T B_U^T + P A^T C^T K_1^T (M^*)^T B_U^T + B_U M^* K_0 C P + B_U M^* K_1 C A P < 0 \quad (4.37)$$

Considerando los siguientes cambios de variable

$$Y = M^* K_0 C P \quad (4.38)$$

$$Z = M^* K_1 C A P \quad (4.39)$$

se obtiene la ecuación 4.40

$$PA^T + AP + Y^T B_u^T + Z^T B_u^T + B_u Y + B_u Z < 0 \quad (4.40)$$

Posición (1, 2)

$$B_P + B_U M^* K_1 C B_P < 0 \quad (4.41)$$

Considerando el cambio de variable

$$X = B_u M^* K_1 C \quad (4.42)$$

se obtiene la ecuación 4.43

$$B_P + X B_P < 0 \quad (4.43)$$

Observe que la matriz 4.36 es simétrica, por lo tanto, la posición (2, 1) es la transpuesta de la posición (1, 2) y la posición (1, 3) es la transpuesta de la posición (3, 1). En este sentido la desigualdad matricial que resuelve el problema de SOF bajo el criterio  $H_\infty$  queda definido por la ecuación 4.44.

$$\begin{bmatrix} PA^T + AP + Y^T B_u^T + Z^T B_u^T + B_u Y + B_u Z & B_p + X B_p & C^T \\ & B_p^T + B_p^T X^T & -\gamma^2 I \\ & C & 0 \\ & & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.44)$$

Despejando  $K_0$  y  $K_1$  de 4.38 y 4.39, respectivamente, se encuentran las ganancias.

$$K_0 = MYP^{-1}C^* \quad (4.45)$$

$$K_1 = MZP^{-1}A^{-1}C^* \quad (4.46)$$

definiendo  $M^*$  de la siguiente manera.

$$M^* = I + ZP^{-1}A^{-1}C^*CB_u \quad (4.47)$$

## 4.2. Control por retroalimentación estática de la salida con estructura PID

En el trabajo presentado por Wang et al. (2008) se abordó una estrategia de diseño de un controlador por retroalimentación estática de la salida. Para solucionar el problema de SOF se aplicaron LMIs. Se propuso un método iterativo de solución de LMIs para encontrar una secuencia de variables que cumpliera con las condiciones de necesidad y suficiencia.

### 4.2.1. Transformación del controlador PID a estructura SOF

Considere un sistema lineal invariante en el tiempo 4.48. Con el control PID 4.49, donde  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de estados,  $u(t) \in \mathfrak{R}^l$  es la señal de control,  $y(t) \in \mathfrak{R}^m$  son las salidas,  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices de dimensión apropiada y  $K_0$ ,  $K_1$  y  $K_2 \in \mathfrak{R}^{l \times m}$ , son vectores de diseño, (Figura 4.2).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$u(t) = K_0y(t) + K_1\frac{dy}{dt} + K_2\int_0^t ydt \quad (4.49)$$

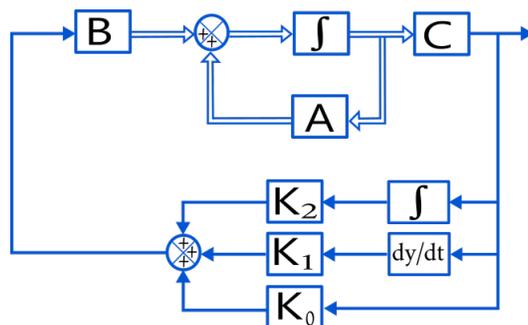


Figura 4.2: Control por retroalimentación estática de la salida con estructura PID

Se hace el siguiente cambio de variable  $z_1 = x(t)$ ,  $z_2 = \int_0^t y dt$ . Por lo tanto, la variable  $z$  puede ser vista como el nuevo vector de estados  $z = [z_1^T, z_2^T]^T$ .

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x} = Az_1 + Bu \\ \dot{z}_2 &= y = Cz_1 \end{aligned} \quad (4.50)$$

De esta manera,

$$\dot{z} = \bar{A}z + \bar{B}u \quad (4.51)$$

con:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Combinando el sistema lineal 4.48 y la definición de  $z$  se cumplen las siguientes propiedades.

$$y = Cz_1 = [C \ 0] z \quad (4.52)$$

$$\int_0^t y dt = z_2 = [0 \ I] z \quad (4.53)$$

$$\frac{dy}{dt} = C\dot{x}(t) = CAx(t) + CBu(t) = [CA \ 0] z + CBu(t) \quad (4.54)$$

CAPÍTULO 4. 4.2. CONTROL POR RETROALIMENTACIÓN ESTÁTICA DE LA SALIDA CON ESTRUCTURA PID

---

Definiendo  $\bar{C}_1 = [C \ 0]$ ,  $\bar{C}_2 = [CA \ 0]$ ,  $\bar{C}_3 = [0 \ I]$  y  $\bar{y}_i = \bar{C}_i z$  con  $i = 1, 2, 3$ , obtenemos la ley de control 4.55.

$$u(t) = K_0 \bar{y}_1 + K_1 \bar{y}_2 + K_2 \bar{y}_3 + K_1 C B u(t) \quad (4.55)$$

Suponiendo que la matriz  $I - K_1 C B$  es invertible se establecen las siguientes definiciones.

$$\bar{y} = [\bar{y}_1^T \ \bar{y}_2^T \ \bar{y}_3^T]^T \quad (4.56)$$

$$\bar{C} = [\bar{C}_1^T \ \bar{C}_2^T \ \bar{C}_3^T]^T \quad (4.57)$$

$$\bar{K} = [\bar{K}_0 \ \bar{K}_1 \ \bar{K}_2] = [(I - K_1 C B)^{-1} K_0 \ (I - K_1 C B)^{-1} K_1 \ (I - K_1 C B)^{-1} K_2] \quad (4.58)$$

Por lo tanto, el problema de diseño del controlador PID se reduce al del diseño del controlador SOF para el siguiente sistema.

$$\dot{z} = \bar{A} z + \bar{B} u(t) \quad (4.59)$$

$$\bar{y} = \bar{C} z$$

$$u = \bar{K} \bar{y} \quad (4.60)$$

Una vez que la matriz compuesta  $\bar{K}$  es encontrada, las ganancias originales del controlador PID se pueden recuperar a partir de las siguientes ecuaciones.

$$K_0 = (I - K_1 C B) \bar{K}_0 \quad (4.61)$$

$$K_1 = \bar{K}_1 (I + C B \bar{K}_1)^{-1} \quad (4.62)$$

$$K_2 = (I - K_1 C B) \bar{K}_2 \quad (4.63)$$

### 4.2.2. Control subóptimo $H_2$

En esta sección se presenta el diseño de un controlador por retroalimentación estática de la salida con estructura PID bajo el índice de desempeño  $H_2$ . Considere el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_u u(t) + B_p p(t) \\ y_r &= C_r x(t) \\ y_s &= C_s x(t) \end{aligned} \tag{4.64}$$

donde  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de estados,  $u(t) \in \mathfrak{R}^{l_1}$  es la señal de control,  $p(t) \in \mathfrak{R}^{l_2}$  son señales de perturbación,  $y_s(t) \in \mathfrak{R}^{m_1}$  son las variables medibles,  $y_r(t) \in \mathfrak{R}^{m_2}$  son las variables de control, y  $A$ ,  $B_p$ ,  $B_u$ ,  $C_s$  y  $C_r$  son matrices de dimensión apropiada.

El problema de diseño de un controlador  $H_2$  por retroalimentación estática de la salida consiste en encontrar un controlador de forma 4.65, tal que la función de transferencia en lazo cerrado del sistema 4.64, definida como  $T_{wy_r}$ , sea estable y se cumpla la condición 4.66, donde  $\gamma$  es un número positivo.

$$u(t) = Ky_s \tag{4.65}$$

$$\| T_{wy_r} \|_2 < \gamma \tag{4.66}$$

Al sustituir 4.65 en 4.64 resulta la expresión 4.67, donde  $L_c$ , es la controlabilidad Gramiana del sistema y satisface la ecuación 4.68.

$$\| T_{wy_r} \|_2^2 < \text{tr}(C_r L_c C_r^T) \tag{4.67}$$

$$(A + B_u K C_s) L_c + L_c (A + B_u K C_s)^T + B_p B_p^T = 0 \tag{4.68}$$

Suponga que  $A + B_u K C_s$  es estable. Por lo tanto, para cualquier  $P > 0$  se cumple la siguiente expresión.

$$(A + B_u K C_s) P + P (A + B_u K C_s)^T + B_p B_p^T = 0 \tag{4.69}$$

La relación  $P > L_c$  se mantiene y la condición  $A + B_u K C_s$  es Hurwitz, esto implica que la desigualdad 4.70 se cumple.

$$\text{tr}(C_r P C_r^T) < \gamma^2 \quad (4.70)$$

A continuación se muestra un algoritmo iterativo para la solución de las desigualdades matriciales 4.69 y 4.70.

### Algoritmo iterativo

1. Seleccionar  $Q_0 > 0$  y resolver la ecuación de Riccati para  $P$

$$AP + PA^T - PC_s^T C_s P + Q_0 = 0, \quad P > 0 \quad (4.71)$$

Definir  $i = 1$  y  $X_1 = P$

2. Resolver el siguiente problema de optimización para  $P_i$ ,  $K$  y  $\alpha_i$ .  
OP1: Minimizar  $\alpha_1$  sujeto a las siguientes restricciones LMI

$$\begin{bmatrix} \sum_{2i} & B_u K + P_i C_s^T \\ (B_2 K + P_i C_s^T)^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.72)$$

$$\text{tr}(C_r P_i C_r^T) < \gamma^2 \quad (4.73)$$

$$P_i > 0 \quad (4.74)$$

donde  $\sum_{2i} = AP_i + P_i A^T + B_p B_p^T - X_i C_s^T C_s P_i - P_i C_s^T C_s X_i + X_i C_s^T C_s X_i - \alpha_i P_i$ , y denotando  $\alpha_i^*$  la minimización del valor  $\alpha_i$

3. Si  $\alpha_i^* \leq 0$ , la matriz obtenida  $K$  soluciona el problema. De lo contrario ir al paso 4.
4. Solucionar el siguiente problema de optimización para  $P_i$  y  $K$   
OP2: Minimizar  $\text{tr}(P_i)$  sujeto a las restricciones 4.72 y 4.74 con  $\alpha_i = \alpha_i^*$  y denotando  $P_i^*$  como el valor óptimo de  $P_i$
5. Si  $\|X_i B - P_i^* B\| < \epsilon$  donde  $\epsilon$  es una tolerancia definida ir al paso 6, de lo contrario defina  $i = i + 1$ ,  $X_i = P_i^*$ , ir al paso 2.
6. El problema no puede ser resuelto utilizando este algoritmo.

### 4.2.3. Control subóptimo $H_\infty$

A continuación se presenta el diseño de un controlador por retroalimentación de estados bajo el índice de desempeño  $H_\infty$ . Considere el sistema 4.75, donde  $D$  es una matriz constante, y  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $y_s$ ,  $y_r$ ,  $p$ ,  $A$ ,  $B_u$ ,  $B_p$ ,  $C_s$  y  $C_r$  son similares a 4.64. El problema de control por retroalimentación de la salida subóptimo  $H_\infty$  consiste en encontrar un controlador de la forma 4.65, de tal manera que la función de transferencia en lazo cerrado  $T_{wy_r}$  sea estable y se cumpla con la propiedad 4.76.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_p p(t)$$

$$\begin{aligned} y_r &= C_r x(t) + Du(t) \\ y_s &= C_s x(t) \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\| T_{wy_r} \|_\infty < \mu \quad (4.76)$$

Del lema real acotado, existe un controlador  $H_\infty$  subóptimo sí y solo si existe  $P > 0$  que cumple con la siguiente desigualdad.

$$\begin{bmatrix} (A + B_u K C_s)^T P + P(A + B_u K C_s) & P B_p & (C_r + D K C_s)^T \\ B_p^T P & -\mu^2 I & 0 \\ C_r + D K C_s & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.77)$$

Lo que es equivalente a

$$(A + B_u K C_s)^T P + P(A + B_u K C_s) + \mu^2 P B_p B_p^T P + (C_r + D K C_s)^T (C_r + D K C_s) < 0 \quad (4.78)$$

**Algoritmo iterativo**

1. Seleccionar  $Q_0 > 0$  y resolver la ecuación de Riccati para  $P$

$$A^T P + PA - PB_u B_u^T P + Q_0 = 0, \quad P > 0 \quad (4.79)$$

Definir  $i = 1$  y  $X_1 = P$

2. Resolver el siguiente problema de optimización para  $P_i$ ,  $K$  y  $\alpha_i$ .

OP1: Minimizar  $\alpha_i$  sujeto a las siguientes restricciones.

$$\begin{bmatrix} \sum_{3i} & P_i B_p & (C_r + DKC_s)^T & (B_u^T P_i + KC_s)^T \\ B_p^T P_i & -\mu^2 I & 0 & 0 \\ C_r + DKC_s & 0 & -I & 0 \\ B_u^T P_i + KC_s & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.80)$$

donde:  $\sum_{3i} = A^T P_i + P_i A - X_i B_u B_u^T P_i - P_i B_u B_u^T X_i + X_i B_u B_u^T X_i - \alpha_i P_i$  y denotando  $\alpha_i^*$  la minimización del valor  $\alpha_i$

3. Si  $\alpha_i^* \leq 0$  la matriz  $K$ , resolver el problema de SOF. De lo contrario ir al punto 4.
4. Resolver el siguiente problema de optimización para  $P_i$  y  $K$ .  
OP2: Minimizar  $tr(P_i)$  sujeto a las restricciones 4.80, con  $\alpha_i = \alpha_i^*$  y denotando  $P_i^*$  como el valor óptimo de  $P_i$ .
5. Si  $\|X_i B - P_i^* B\| < \epsilon$  donde  $\epsilon$  es una tolerancia definida, ir al paso 6, de lo contrario definir  $i = i + 1$ ,  $X_i = P_i^*$ , ir al paso 2.
6. El problema no puede ser resuelto utilizando este algoritmo.



---

# Capítulo 5

## Conclusiones generales

En el presente trabajo se abordó el diseño de un convertidor elevador cuadrático (CEC) desde una perspectiva de control robusto. Si bien es cierto que existen metodologías de diseño aplicables a diversas topologías de convertidores, no contemplan la sensibilidad del convertidor ante perturbaciones. Esta es la razón principal que motivó el desarrollo de este trabajo.

La estimación de los márgenes de estabilidad robusta permitió determinar la combinación de inductores que otorgan mayor robustez al sistema. Como resultado, se obtuvo una mayor tolerancia a perturbaciones definidas como cambios de carga y variaciones en el voltaje de entrada.

El caso de estudio es la adecuación de potencia de una celda de combustible de 200 W. Para una aplicación con este tipo de fuente se juzgó conveniente usar un CEC, el cual fue diseñado para cumplir con los requerimientos de dicha celda. Para especificar el convertidor se consideraron valores comerciales en capacitores e inductores con el objetivo de disminuir costos y asegurar disponibilidad.

Se formuló un modelo del CEC tomando en cuenta las pérdidas en los elementos almacenadores. De esta manera, se logró obtener un modelo con una mejor predicción de la dinámica del sistema. Al mismo tiempo, el modelo permitió obtener un buen desempeño de los controladores y facilitó el análisis de robustez.

La metodología presentada para el diseño del CEC requiere un controlador lineal. Se contemplaron dos estrategias de control. La primera incluye un Control en Modo de Corriente Programada (CMCP) con estructura PI, la cual es ampliamente utilizada para el control de convertidores conmutados. Se caracteriza por usar dos lazos de control, uno interno encargado de regular la corriente de entrada y el externo encargado de regular el voltaje de salida. La sintonización se realiza relativamente fácil, ya que puede llevarse a cabo de manera heurística. La ley de control resultante presenta cierto grado de robustez ante variaciones de voltaje en la entrada y cambios de carga. La segunda estrategia consiste en un Control por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto (CREIA, por sus siglas en inglés).

Esta técnica es ampliamente usada para un gran número de sistemas, tiene como desventaja requerir de la medición de todos los estados del sistema lo cual dificulta la implementación. Se han presentado un gran número de métodos de sintonización. Sin embargo, la técnica por colocación de polos es ampliamente empleada por su simplicidad. Esta estrategia de control presenta una excelente robustez ante cambios de carga, variaciones de voltaje e incertidumbres paramétricas. Como desventaja, conlleva sobre impulsos en la corriente de entrada de aproximadamente 300 %, cuando ocurren variaciones en el voltaje de entrada.

Las pruebas con incertidumbres paramétricas realizadas para los inductores candidatos mejor evaluados permiten concluir que estos elementos aseguran un diseño robusto del CEC y que su desempeño dinámico es similar. Por otro lado, se observan diferencias en lo relativo a la generación del rizo de corriente, el cual es de vital importancia, ya que si se sobrepasa un 20 %, puede causar daños a la celda de combustible.

Es importante mencionar que solamente se contemplaron pruebas en simulación, las cuales se realizaron utilizando la librería de Simscape-SimPowerSystems disponible en el entorno de Simulink. El modelo por componentes consideró elementos no ideales los cuales se aproximan a un comportamiento real en condiciones ideales.

Se exploró la técnica de control por retroalimentación estática de la salida. Se abordaron dos propuestas de diseño: la primera propuesta presentada en Rios-Bolivar and Narciso (2010) consiste en determinar un par de vectores que retroalimentan a la salida y su derivada. El problema de estabilización es formulado en el contexto de Desigualdades Matriciales Lineales (LMI, por sus siglas en inglés), las cuales se basan en el criterio de estabilidad de Lyapunov y los índices de desempeño  $H_2$  y  $H_\infty$ . La segunda propuesta presentada en Wang et al. (2008) aborda una estrategia de diseño mediante un método iterativo de solución de LMI. El objetivo es obtener un controlador subóptimo bajo los índices de desempeño  $H_2$  y  $H_\infty$ . En este trabajo, para solucionar las LMIs se utilizó el solucionador de Matlab y el paquete de solución de LMIs MOSEK. Aunque se abordaron dos estrategias diferentes no fue posible encontrar un vector de retroalimentación que cumpla con las desigualdades matriciales.

El planteamiento fue diseñar un controlador por retroalimentación de estados a partir de un modelo Lineal de Parámetros Variantes (LPV). En la sección 2.1.3, se presenta el procedimiento utilizado para obtener un modelo LPV, aunque se obtuvo el modelo no fue posible concretar el diseño del controlador por las condiciones mencionadas anteriormente.

## 5.1. Trabajos futuros

- Implementar físicamente el convertidor elevador cuadrático para validar los resultados obtenidos en simulación.
- Utilizar un modelo de celda de combustible para realizar pruebas en simulación.
- Replicar la estrategia de diseño para otras topologías de convertidores y otras fuentes de alimentación.
- Extender el análisis para la selección de otros elementos que conforman a los convertidores conmutados.
- Proponer otras estructuras de control que ofrezca ventajas diferentes en la etapa de rediseño.
- Extender el análisis de robustez, aplicando conceptos de sensibilidad utilizando normas matriciales u otras estrategias de control robusto.
- Probar con otras estrategias de diseño del controlador por retroalimentación estática de la salida.
- Diseñar un controlador por retroalimentación estática de la salida que utilice un modelo lineal de parámetros variantes.



---

# Bibliografía

- Abdullah, M., Tan, C., and Yatim, A. (2015). A simulation comparison of pi and linear quadratic regulator controllers in dc-dc converter. In *2015 IEEE conference on energy conversion (CENCON)*, pages 37–41. IEEE.
- Ahmad, S. and Ali, A. (2019). Active disturbance rejection control of dc-dc boost converter: a review with modifications for improved performance. *IET Power Electronics*, 12(8):2095–2107.
- Al-Baghdadi, M. A. S. (2013). Pem fuel cells: Fundamentals, modeling, and applications. *EE.UU*.
- Alonge, F., Rabbeni, R., Pucci, M., and Vitale, G. (2015). Identification and robust control of a quadratic dc/dc boost converter by hammerstein model. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 51(5):3975–3985.
- Amara, K., Fekik, A., Hocine, D., Bakir, M. L., Bourennane, E.-B., Malek, T. A., and Malek, A. (2018). Improved performance of a pv solar panel with adaptive neuro fuzzy inference system anfis based mppt. In *2018 7th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*, pages 1098–1101. IEEE.
- Andrade, A. M., Beltrame, R. C., Schuch, L., and Martins, M. L. d. S. (2014). Integrated quadratic-boost-zeta converter for high voltage gain applications. In *2014 11th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications*, pages 1–8. IEEE.
- Ang, S., Oliva, A., Griffiths, G., and Harrison, R. (2010). *Power-switching converters*. CRC press.
- Asma, C., Abdelaziz, Z., and Nadia, Z. (2017). Dual loop control of dc-dc boost converter based cascade sliding mode control. In *2017 International Conference on Green Energy Conversion Systems (GECS)*, pages 1–6. IEEE.
- Åström, K. J. (2002). Control system design lecture notes for me 155a. *Department of Mechanical and Environmental Engineering University of California Santa Barbara*, 333.
- Åström, K. J., Panagopoulos, H., and Hägglund, T. (1998). Design of pi controllers based on non-convex optimization. *Automatica*, 34(5):585–601.

- Ayop, R. and Tan, C. W. (2018). Design of boost converter based on maximum power point resistance for photovoltaic applications. *Solar Energy*, 160:322–335.
- Bacha, S., Munteanu, I., Bratcu, A. I., et al. (2014). Power electronic converters modeling and control. *Advanced textbooks in control and signal processing*, 454:454.
- Ballard (2003). Nexa power module user’s manual. *Ballard Power System Inc.*
- Cano, U. (1999). Las celdas de combustible: verdades sobre la generación de electricidad limpia y eficiente vía electroquímica. *Boletín iee*.
- Chandrasekaran, S. and Gokdere, L. (2004). Integrated magnetics for interleaved dc-dc boost converter for fuel cell powered vehicles. In *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No. 04CH37551)*, volume 1, pages 356–361. IEEE.
- Chincholkar, S. H. and Chan, C.-Y. (2016). Design of fixed-frequency pulsewidth-modulation-based sliding-mode controllers for the quadratic boost converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 64(1):51–55.
- Dell’Isola, D., Urbain, M., Weber, M., Pierfederici, S., and Meibody-Tabar, F. (2019). Optimal design of a dc–dc boost converter in load transient conditions, including control strategy and stability constraint. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 5(4):1214–1224.
- Díaz-Saldierna, L., Leyva-Ramos, J., and Langarica-Córdoba, D. (2015). Design and implementation of a control strategy for a quadratic boost converter-fuel cell stack system. *Congreso Nacional de Control Automático*, pages 429–434.
- Domínguez, J. (2002). Celdas de combustible. In *Anales de mecánica y electricidad*, pages 14–18.
- Dorf, R. C., Bishop, R. H., Canto, S. D., Canto, R. D., and Dormido, S. (2005). *Sistemas de control moderno*. Pearson Educación.
- ECSS (2008). Electrical and electronical standard: EcSS-e-st-20c. *European Cooperation for Space Standardization*, page 2nd edition.
- Freudenberg, J. and Looze, D. (1985). Right half plane poles and zeros and design tradeoffs in feedback systems. *IEEE transactions on automatic control*, 30(6):555–565.
- Gao, F., Blunier, B., and Miraoui, A. (2012). *Proton exchange membrane fuel cells modeling*. ISTE.
- Garcia, D., Karimi, A., and Longchamp, R. (2004). Robust pid controller tuning with specification on modulus margin. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 4, pages 3297–3302. IEEE.

- Gkizas, G., Amanatidis, C., Yfoulis, C., Stergiopoulos, F., Giaouris, D., Ziogou, C., Voutetakis, S., and Papadopoulou, S. (2016). State-feedback control of an interleaved dc-dc boost converter. In *2016 24th mediterranean conference on control and automation (MED)*, pages 931–936. IEEE.
- Gonzalez, A., Lopez-Erauskin, R., Gyselinck, J., KeiChau, T., Iu, H. H.-C., and Fernando, T. (2018). Nonlinear mimo control of interleaved three-port boost converter by means of state-feedback linearization. In *2018 IEEE 18th International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, pages 164–169. IEEE.
- Hart, D. W., Vuelapluma, and Bautista, A. B. (2001). *Electrónica de potencia*, volume 32. Prentice Hall Madrid, España.
- Huangfu, Y., Zhuo, S., Chen, F., Pang, S., Zhao, D., and Gao, F. (2017). Robust voltage control of floating interleaved boost converter for fuel cell systems. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 54(1):665–674.
- Hurley, W. G. and Wölflé, W. H. (2013). *Transformers and inductors for power electronics: theory, design and applications*. John Wiley & Sons.
- Ilyas, A., Khan, M. R., and Ayyub, M. (2020). Fpga based real-time implementation of fuzzy logic controller for maximum power point tracking of solar photovoltaic system. *Optik*, 213:164668.
- Isidori, A., Sontag, E., and Thoma, M. (1995). *Nonlinear control systems*, volume 3. Springer.
- Jahangiri, H., Mohammadpour, S., and Ajami, A. (2018). A high step-up dc-dc boost converter with coupled inductor based on quadratic converters. In *2018 9th Annual Power Electronics, Drives Systems and Technologies Conference (PEDSTC)*, pages 20–25. IEEE.
- Kabalo, M., Blunier, B., Bouquain, D., and Miraoui, A. (2010). State-of-the-art of dc-dc converters for fuel cell vehicles. In *2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, pages 1–6. IEEE.
- Kuo, B. C. (1996). *Sistemas de control automático*. Pearson Educación.
- Landau, I. D. and Zito, G. (2007). *Digital control systems: design, identification and implementation*. Springer Science & Business Media.
- Langarica-Córdoba, D., Diaz-Saldierna, L., and Leyva-Ramos, J. (2015). Fuel-cell energy processing using a quadratic boost converter for high conversion ratios. In *2015 IEEE 6th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*, pages 1–7. IEEE.
- Leyva, A. M. (2014). Simulación de un conjunto de celda de combustible -convertidor cd-ca de 1 kw con reducción de la corriente de rizo. *Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica*.

- Leyva, R., Ribes-Mallada, U., Garces, P., and Reynaud, J. (2012). Design and optimization of buck and double buck converters by means of geometric programming. *Mathematics and Computers in Simulation*, 82(8):1516–1530.
- Leyva-Ramos, J., Mota-Varona, R., Ortiz-Lopez, M. G., Diaz-Saldierna, L. H., and Langarica-Cordoba, D. (2017). Control strategy of a quadratic boost converter with voltage multiplier cell for high-voltage gain. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 5(4):1761–1770.
- Lopez-Santos, O., Martinez-Salamero, L., Garcia, G., Valderrama-Blavi, H., and Sierra-Polanco, T. (2014). Robust sliding-mode control design for a voltage regulated quadratic boost converter. *IEEE transactions on power electronics*, 30(4):2313–2327.
- Ma, R., Xu, L., Xie, R., Zhao, D., Huangfu, Y., and Gao, F. (2019). Advanced robustness control of dc–dc converter for proton exchange membrane fuel cell applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 55(6):6389–6400.
- Mansour, A., Faouzi, B., Jamel, G., and Ismahen, E. (2014). Design and analysis of a high frequency dc–dc converters for fuel cell and super-capacitor used in electrical vehicle. *International journal of hydrogen energy*, 39(3):1580–1592.
- Mojallizadeh, M. R. and Badamchizadeh, M. A. (2018). Switched linear control of quadratic-boost converters. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 7(4):2196–2203.
- Ogata, K. (2010). Introducción a los sistemas de control. *Ingeniería de Control Moderna. Madrid: Person Educación SA*, page 22.
- O’hayre, R., Cha, S.-W., Colella, W., and Prinz, F. B. (2016). *Fuel cell fundamentals*. John Wiley & Sons.
- Olalla, C., Leyva, R., El Aroudi, A., Garces, P., and Queinnec, I. (2010). Lmi robust control design for boost pwm converters. *IET Power Electronics*, 3(1):75–85.
- Panasonic (2019). Power choke coil: Series dust. *MC*.
- Pérez, J. and Beristáin, J. (2016). *Electronica de potencia: modelado y control de convertidores cd-cd cd*. Obregon Sonora: Pearson.
- Pérez, M. M. (2017). Uso de márgenes de estabilidad robusta en el diseño de un convertidor elevador cuadrático para una celda de combustible. *Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica*.
- Rahavi, J. A., Kanagapriya, T., and Seyezhai, R. (2012). Design and analysis of interleaved boost converter for renewable energy source. In *2012 International Conference on Computing, Electronics and Electrical Technologies (ICCEET)*, pages 447–451. IEEE.

- Rajavel, A. and Rathina Prabha, N. (2021). Fuzzy logic controller-based boost and buck-boost converter for maximum power point tracking in solar system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 43(4):945–957.
- Reddy, K. J. and Sudhakar, N. (2019). Anfis-mppt control algorithm for a pemfc system used in electric vehicle applications. *International Journal of Hydrogen Energy*, 44(29):15355–15369.
- Rios-Bolivar, A. and Narciso, F. (2010). A robust control by extended static output feedback for discrete-time uncertain linear systems. In *Proc. of the international conference on Automatic control, modelling and simulation*, pages 378–383.
- Ríos-Bolívar, A., Rivas-Echeverria, F., and Mousalli-Kayat, G. (2009). Extended static output feedback: An h<sub>2</sub>-h control setting. *WSEAS Transactions on Systems and Control*, 4(7):286–295.
- Ruíz Vázquez, T., Fraile, J., Nilsson, J. W., and Riedel, S. (2004). Análisis básico de circuitos eléctricos y electrónicos. *Pearson Educación*.
- Salamero, L. M., Cid-Pastor, A., El Aroudi, A., Giral, R., and Calvente, J. (2009). Modelado y control de convertidores conmutados continua-continua: Una perspectiva tutorial. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 6(4):5–20.
- Sharma, P., Kumar, P., and Pal, N. (2018). Design and implementation of closed loop controlled boost converter for solar power installation system using fuzzy logic controller. In *2018 4th International Conference on Recent Advances in Information Technology (RAIT)*, pages 1–5. IEEE.
- Sira-Ramirez, H. (1991). Nonlinear pi controller design for switchmode dc-to-dc power converters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 38(4):410–417.
- Tahri, F., Tahri, A., and Flazi, S. (2013). Rst robust control for dc-dc boost converter based on small signal modelling. *International Conference on Electrical Engineering*.
- Tan, S.-C., Lai, Y., and Chi, K. T. (2008). Indirect sliding mode control of power converters via double integral sliding surface. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 23(2):600–611.
- Tattiwong, K. and Bunlaksananusorn, C. (2014). Analysis design and experimental verification of a quadratic boost converter. In *TENCON 2014-2014 IEEE Region 10 Conference*, pages 1–6. IEEE.
- Thounthong, P., Sethakul, P., Rael, S., and Davat, B. (2008). Design and implementation of 2-phase interleaved boost converter for fuel cell power source. *International Conference on Power Electronics, Machines and Drives*.

- Tiwari, A., Jaga, O., and Soni, S. S. (2017). Sliding mode controller based quadratic boost converter for fuel cell system. In *2017 Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE)*, pages 142–146. IEEE.
- Tseng, K.-C., Lin, J.-T., and Cheng, C.-A. (2013). An integrated derived boost-flyback converter for fuel cell hybrid electric vehicles. In *2013 1st International Future Energy Electronics Conference (IFEEEC)*, pages 283–287. IEEE.
- Valderrama-Blavi, H., Bosque-Moncusi, J., Marroyo, L., Guinjoan, F., Barrado, J., and Martinez-Salamero, L. (2009). Adapting a low voltage pem fuel-cell to domestic grid-connected pv system. In *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, pages 160–165. IEEE.
- Vamja, R. V. and Mulla, M. A. (2018). Simplified controller design approach for quadratic boost converter. In *2018 8th IEEE India International Conference on Power Electronics (IICPE)*, pages 1–6. IEEE.
- Versele, C., Deblecker, O., and Lobry, J. (2011). Multiobjective optimal choice and design of isolated dc-dc power converters. In *Proceedings of the 2011 14th European Conference on Power Electronics and Applications*, pages 1–10. IEEE.
- Vighetti, S., Ferrieux, J.-P., and Lembeye, Y. (2011). Optimization and design of a cascaded dc/dc converter devoted to grid-connected photovoltaic systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(4):2018–2027.
- Vázquez, A. B. (2010). Acondicionador de potencia para sistema de alimentación basado en celda de combustible. *Tesis de Doctorado en Ciencias en Ingeniería Electrónica*.
- Wang, Q.-G., Ye, Z., Cai, W.-J., and Hang, C.-C. (2008). *PID control for multivariable processes*. Springer.
- Zhang, Y., Liu, H., Li, J., Sumner, M., and Xia, C. (2018). Dc–dc boost converter with a wide input range and high voltage gain for fuel cell vehicles. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34(5):4100–4111.
- Zhuo, S., Gaillard, A., Guo, L., Xu, L., Paire, D., and Gao, F. (2019). Active disturbance rejection voltage control of a floating interleaved dc–dc boost converter with switch fault consideration. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34(12):12396–12406.

---

## Apéndice A

# Curva de polarización de la celda de combustible

Dentro de las librerías de Simscape encontramos un bloque denominado Fuel Cell Stack (Figura A.1), el cual es un modelo genérico de una celda de combustible que puede ser caracterizado para que funcione como una PEMFC. Con ayuda de la hoja de datos de la celda de combustible Nexa Ballard (2003) se caracterizó el bloque.

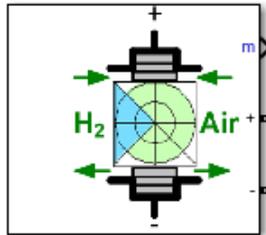


Figura A.1: Bloque Fuel Cell Stack

Cuadro A.1: Caracterización de la PEMFC Nexa de 1.2 kW.

Voltaje a 0A y 1A	43v y 41.5v	Temperatura de operación	40°C
Punto nominal de operación	34A y 29.8v	Flujo de aire nominal	65.97 lt / m
Punto máximo de operación	50A y 25.78v	Presión nominal de alimentación	0.345 bar ( $H_2$ ) 1 bar (Aire)
Número de celdas	47	Composiciones nominales	99.99% ( $H_2$ ) 21% ( $O_2$ ) 1% ( $H_2O$ )
Tiempo de respuesta	0.5s		



---

## Apéndice B

### Simulación del CEC en lazo abierto

En esta sección se muestran los esquemas de simulación utilizados para obtener las pruebas en lazo abierto, las cuales contemplan cambios en el ciclo de trabajo, variaciones del voltaje de entrada y cambios de carga.

Para simular el modelo matemático no lineal y linealizado se empleó el bloque S-Functions. En la Figura B.1 se muestra el esquema de simulación que se utilizó para ambos modelos, el cual está formado por tres entradas referentes al voltaje de entrada  $v_e$ , carga  $\Omega$  y ciclo de trabajo  $\alpha$ , de arriba hacia abajo. Los cambios se introdujeron con ayuda de operadores y entradas tipo escalón. El modelo matemático es de cuarto orden, por lo tanto, tenemos cuatro salidas las cuales son corriente en el inductor uno  $i_{L1}$ , corriente en el inductor dos  $i_{L2}$ , voltaje en el capacitor uno  $v_{C1}$  y voltaje en el capacitor dos  $v_{C2}$ .

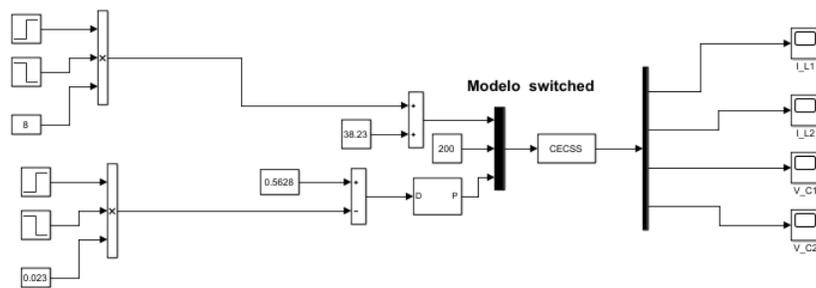


Figura B.1: Esquema de simulación del modelo matemático del CEC.

Para la simulación del modelo por componentes se utilizó el esquema mostrado en la Figura B.2, el cual se generó utilizando los bloques correspondientes a inductores, capacitores, diodos y MOSFET de Simscape. Con la finalidad de obtener un modelo más cercano a la realidad, los elementos se caracterizaron a partir de la hoja de datos correspondiente. Para el diodo se propone usar el 40EPF06 y para el MOSFET se propone el APT94N60L2C3.

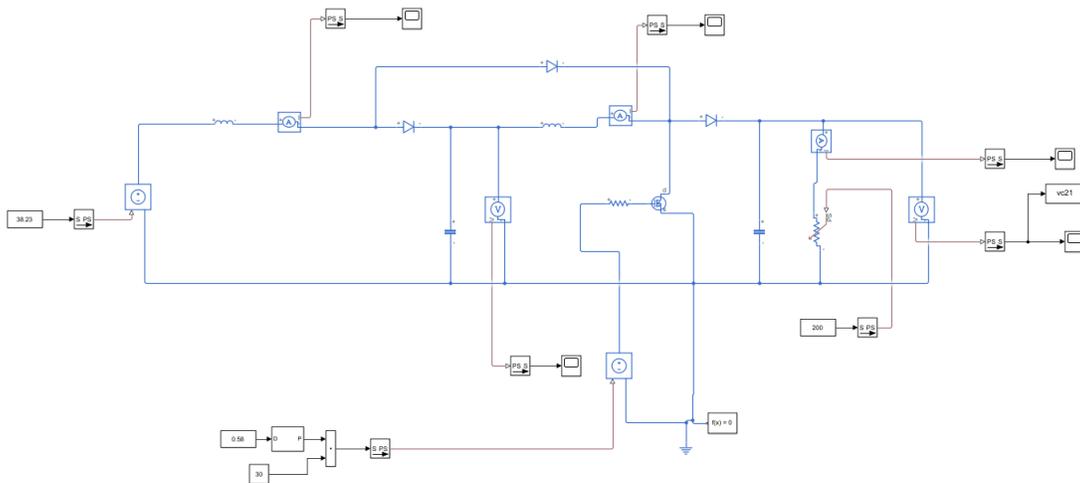


Figura B.2: Esquema de simulación del modelo por componentes del CEC.

# Apéndice C

## Sintonización del controlador PI

Para sintonizar los controladores PI se utilizó el método de curva de reacción Åström et al. (1998), el cual consiste en obtener la respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario, trazar una línea tangente en el punto de inflexión e identificar el 63% del valor final, como se muestra en la figura C.1a. Posteriormente se hace un acercamiento como se muestra en la figura C.1b, con el objetivo de identificar los siguientes datos:

- El tiempo que tarda la recta tangente en cruzar el valor cero, este dato lo vamos a identificar con la letra L.
- Partiendo del punto anterior identificar el tiempo que tarda en alcanzar el 63%, este dato lo vamos a identificar con la letra T.
- El valor de la recta tangente cuando el tiempo es igual a cero, este dato lo vamos a identificar con la letra a.

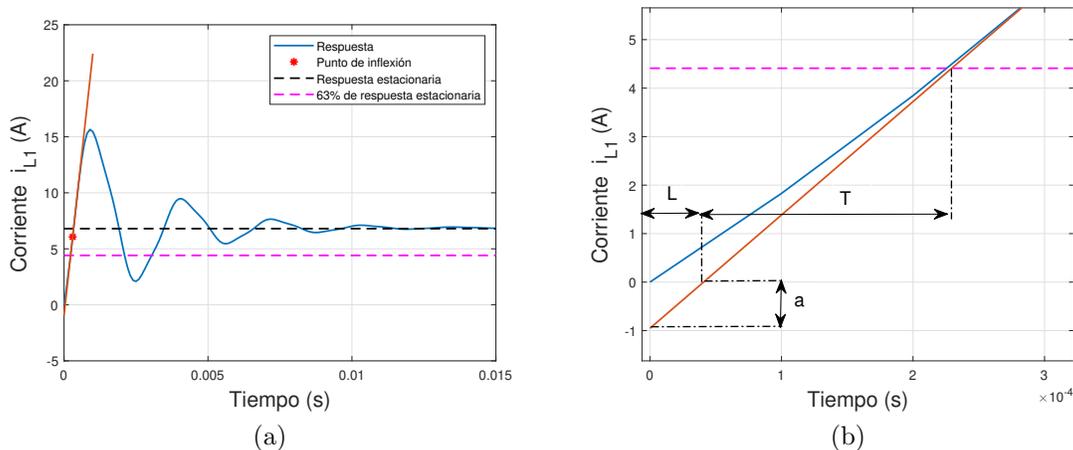


Figura C.1: Respuesta dinámica del sistema

Una vez que identificamos los valores anteriores sustituimos en el Cuadro C.1 para obtener las ganancias del controlador.

Cuadro C.1: Criterios de sintonización de controladores Åström et al. (1998).

Criterio	$K_p$	$T_i$	Observaciones
Ziegler & Nichols	$0.9/a$	$3L$	
Cohen-Coon	$\frac{0.9}{a_{cc}} \left( 1 + \frac{0.92\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{3.3 - 3\tau}{1 + 1.2\tau} L$	$a_{cc} = \frac{KL}{T}, \tau = \frac{L}{L+T}$

De esta manera se obtienen los siguientes resultados para ambos controladores PI (Cuadro C.2)

Cuadro C.2: Valores de los controladores PI

		Valor calculado
<b>PI(s) Interno</b>		
	$Kp_1$	0.7152
	$Ti_1$	$9.2469 \times 10^{-5}$
<b>PI(s) Externo</b>		
	$Kp_2$	0.0549
	$Ti_2$	$1.368 \times 10^{-4}$

---

# Apéndice D

## Simulación del CEC en lazo cerrado

En esta sección se muestran los esquemas de simulación utilizados para obtener las pruebas en lazo cerrado

Primeramente en la Figura D.1 se muestra el esquema de simulación por componentes para el Controlador en Modo de Corriente Programada (CMCP). Se utilizó el bloque MATLAB Function para simular las variaciones en el voltaje de entrada y cambios de carga.

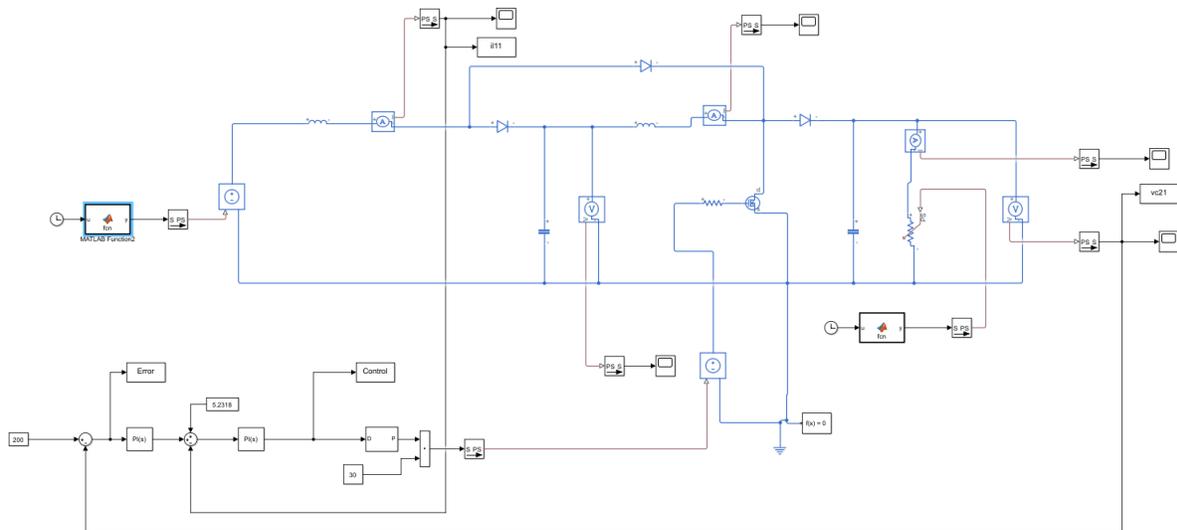


Figura D.1: Esquema de simulación en lazo cerrado para el controlador CMCP.

Para el Controlador por Retroalimentación de Estados con Integrador en Adelanto (CREIA) (Figura D.2) se realizó un procedimiento similar al del controlador CMCP. Se utilizó el bloque MATLAB Function para simular las variaciones en el voltaje de entrada y cambios de carga.

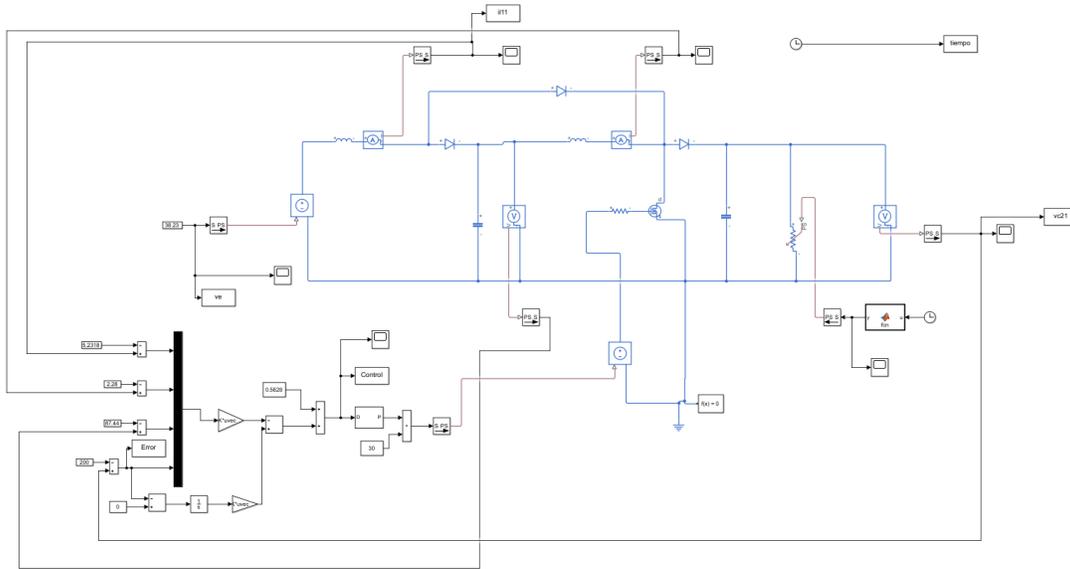


Figura D.2: Esquema de simulación en lazo cerrado para el controlador CREIA.

Ing. Irbin Armando Carrillo  
Martínez

Rediseño de un convertidor elevador cuadrático controlado para una celda de  
combustible tipo PEM utilizando márgenes de robustez

2022



**TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO**

---

***cenidet***<sup>®</sup>  
Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico