



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

**Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico**

## Tesis de Doctorado

**Mejora de Métodos de Súper Resolución con  
Influencia del Manejo de Gradientes**

presentada por

**M.C. Leandro Morera Delfín**

como requisito para la obtención del grado de

**Doctor en Ciencias de la Computación**

Director de tesis

**Dr. Raúl Pinto Elías**

Codirector de tesis

**Dr. Humberto de Jesús Ochoa Domínguez**

**Cuernavaca, Morelos, México. Diciembre 2019.**



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

ESC\FORDOC09

Cuernavaca, Mor., **25/noviembre/2019**  
Asunto: **ACEPTACIÓN DEL TRABAJO DE TESIS DOCTORAL**

**DR. JUAN GABRIEL GONZÁLEZ SERNA**  
**JEFE DEL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS COMPUTACIONALES**  
**PRESENTE**

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial de la Tesis Doctoral del alumno **M.C. LEANDRO MORERA DELFÍN**, manifiestan que después de haber revisado su trabajo de tesis doctoral titulado **"MEJORA DE MÉTODOS DE SÚPER RESOLUCIÓN CON INFLUENCIA DEL MANEJO DE GRADIENTES"**, realizado bajo la dirección del **DR. RAÚL PINTO ELÍAS** y co-dirección del **DR. HUMBERTO DE JESÚS OCHOA DOMÍNGUEZ**, el trabajo se **ACEPTA** para proceder a su impresión.

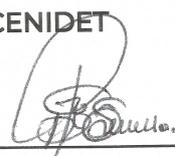
**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"*

  
\_\_\_\_\_  
**DR. RAÚL PINTO ELÍAS**  
CENIDET

  
\_\_\_\_\_  
**DR. DANTE MUJICA VARGAS**  
CENIDET

  
\_\_\_\_\_  
**DR. JUAN GABRIEL GONZÁLEZ SERNA**  
CENIDET

  
\_\_\_\_\_  
**DR. RENÉ SANTAOLAYA SALGADO**  
CENIDET

  
\_\_\_\_\_  
**DR. OSSLAN OSIRIS VERGARA VILLEGAS**  
UACJ

  
\_\_\_\_\_  
**DR. HUMBERTO DE JESÚS OCHOA DOMÍNGUEZ**  
UACJ

C.c.p.: M. E. Guadalupe Garrido Rivera / Jefa del Depto. de Servicios Escolares  
Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez / Subdirector Académico  
Expediente



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

ESC\FORDOC010

Cuernavaca, Morelos, 25/noviembre/2019

**M.C. LEANDRO MORERA DELFÍN**  
**CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR**  
**EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**  
**PRESENTE**

Después de haber sometido a revisión su trabajo final de tesis titulado "MEJORA DE MÉTODOS DE SÚPER RESOLUCIÓN CON INFLUENCIA DEL MANEJO DE GRADIENTES", y habiendo cumplido con todas las indicaciones que el jurado revisor de tesis le hizo, le comunico que se le concede autorización para que proceda a la impresión de la misma, como requisito para la obtención del grado.

Reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica.  
"Conocimiento y tecnología al servicio de México"*

**DR. JUAN GABRIEL GONZÁLEZ SERNA**  
**JEFE DEL DEPARTAMENTO DE CIENCIAS COMPUTACIONALES CIENCIAS COMPUTACIONALES**



**S. E. P.**  
**CENTRO NACIONAL DE**  
**INVESTIGACIÓN**  
**Y DESARROLLO**  
**TECNOLÓGICO**  
**CIENCIAS COMPUTACIONALES**



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

**cenidet**<sup>®</sup>  
Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

Tecnológico Nacional de México  
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

**Tesis de Doctorado:**

**Mejora de Métodos de Súper Resolución con  
Influencia del Manejo de Gradientes**

Presentada por:

**M.C. Leandro Morera Delfin**

como requisito para la obtención del grado de:  
Doctor en Ciencias de la Computación

---

Director de tesis:  
Dr. Raúl Pinto Elías

Codirector de tesis:  
Dr. Humberto de Jesús Ochoa Domínguez

Cuernavaca, Morelos, México. Junio de 2019.

---

## Dedicatoria

Dedico este trabajo a mis padres, mi esposa y mi hermana.

---

## Agradecimientos

Agradezco a mis tutores, el Dr. Raúl Pinto Elías y el Dr. Humberto de Jesús Ochoa Domínguez. También a mis revisores, al M.C. David Luviano Jiménez y a la Dra. Leticia Sánchez Lima, por el tiempo dedicado a la revisión de este documento y por sus valiosas orientaciones, para hacer posible la terminación de este proyecto. También agradezco al Tecnológico Nacional de México (TECNM), en particular a mi institución, el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y su colectivo de profesores y trabajadores. También agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt), por haberme apoyado económicamente y a las instituciones de México, que hacen posible la realización de estos estudios, para alumnos extranjeros. Agradezco a México, que a pesar de las dificultades sociales y económicas, me ha brindado esta gran oportunidad.

---

## Resumen

El presente trabajo describe el desarrollo de procedimientos de súper resolución (SR), para su aplicación en imágenes de resonancia magnética (MRI) y en imágenes naturales (semejantes a las percibidas por la visión humana). El objetivo principal de las técnicas de SR, es recuperar los detalles perdidos en las imágenes de baja resolución almacenadas electrónicamente después de ser adquiridas mediante cualquier proceso.

Un estudio de MRI, es un método no invasivo, que permite visualizar la estructura interna del cuerpo, a través de imágenes que se adquieren, mediante la aplicación de un campo magnético sobre el paciente. La variación de la magnitud del campo, al interactuar con los diferentes tejidos del cuerpo, se registra y se almacena para su procesamiento.

La resolución de las imágenes de MRI, tiene una dependencia directa con respecto a la magnitud del campo magnético aplicado sobre el paciente. Los detalles en estas imágenes son muy importantes para el diagnóstico médico. Sin embargo, la magnitud del campo magnético que puede aplicarse sobre el cuerpo humano para obtener estudios de MRI de alta resolución, es limitada. Por la razón antes mencionada, en esta investigación se propone el estudio de técnicas de SR en general.

En este trabajo, se estudian diversos modos de abordar el problema general de la SR, considerando que puede ser aplicada a cualquier tipo de imagen, sea de MRI o una imagen natural. Entre las técnicas de SR que se estudian, están las de interpolación pura, las de restricciones para la conservación de altas frecuencias, las de empleo de diccionarios, las de manejo de los gradientes, las que emplean modelos de difusión y las que integran diferentes técnicas, en meta-métodos de SR. En el trabajo se realizan un grupo de aportaciones técnicas, para mejorar la calidad del proceso de SR. Para verificar la efectividad de estas técnicas se emplean mediciones de relación de pico de señal sobre ruido (PSNR, por sus siglas en inglés) y de similitud estructural de la imagen (SSIM, por sus siglas en inglés). La mejora de los resultados en las mediciones, al emplear los métodos de SR que se proponen, son considerados un equivalente de un aumento del campo magnético aplicado en MRI, mas allá de las limitaciones técnicas del medio de adquisición.

Las técnicas de SR son diversas y dependen de distintos factores para lograr buenos resultados. La comparación entre ellas, generalmente no se sustenta en demostraciones matemáticas, debido a las grandes diferencias entre los recursos de procesamiento digital que se emplean y sus principios de trabajo. Por esa razón, se utilizan imágenes de prueba y reglas de medición estrictas.

Los métodos de SR diseñados en esta investigación, logran mejoras en las mediciones de los parámetros PSNR y SSIM. Las aportaciones principales, corresponden a los nuevos métodos de manejo de gradientes, a la adaptación de núcleos de interpolación por el contenido de altas frecuencias, a la aplicación de métodos de difusión y a la construcción de métodos colaborativos de SR a partir de procedimientos simples.

---

## Abstract

The present work describes the development of super resolution (SR) procedures, for the representation of magnetic resonance imaging (MRI) and for general purpose applications. The main objective of the SR techniques is to recover the lost details, in the images of low resolution.

An MRI study is a non-invasive method that allows to visualize the internal structure of the body, through images that are acquired through the application of a magnetic field on the patient. The variation of the magnitude of the field, when interacting with the different tissues of the body, is recorded and stored for processing.

The resolution of the MRI images has a direct dependence regarding the magnitude of the magnetic field applied to the patient. The details in these images are very important for medical diagnosis. However, the magnitude of the magnetic field that can be applied on the human body, to obtain high resolution MRI studies, is limited. For the aforementioned reason, in this research the study of SR techniques in general is proposed.

In this document, several ways of approaching the general problem of SR are studied, considering that it can be applied to any type of imagen, be it of MRI or a natural image. Among the techniques of SR that are studied are those of pure interpolation, those of restrictions for the conservation of high frequencies, those of use of dictionaries, those of management of gradients, those that use diffusion models and those that integrate different techniques, in meta-methods of SR. In the work, a group of technical contributions is made, to improve the quality of the SR process, using measurements of signal peak-to-noise ratio (PSNR) and structural similarity of the image (SSIM). The improvement of the results in the measurements, when using the methods of SR that are proposed, are considered an equivalent of an increase of the magnetic field applied in MRI, beyond the limitations of the means of acquisition of the signals.

The SR techniques are diverse and depend on different factors to achieve good results. The comparison between them is not usually based on mathematical demonstrations, due to the great differences between the digital processing resources that are used and their working principles. For that reason, test images and strict measurement rules are used.

The SR methods designed in this research achieve improvements in the measurements of the PSNR and SSIM parameters. The main contributions correspond to the new gradient management methods, to the adaptation of interpolation kernels by the high frequency content, to the application of diffusion methods. It is already the construction of SR collaborative methods from simple procedures.

# Índice general

## Contenido

---

<b>Dedicatoria</b>	<b>i</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>ii</b>
<b>Resumen</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>viii</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>x</b>
<b>Acrónimos</b>	<b>xiv</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Descripción del problema de investigación . . . . .	3
1.2. Motivos . . . . .	4
1.3. Preguntas de investigación . . . . .	5
1.4. Hipótesis . . . . .	5
1.5. Hipótesis particulares . . . . .	5
1.6. Objetivo general . . . . .	6
1.7. Objetivos específicos . . . . .	6
1.8. Alcances y limitaciones . . . . .	6
1.9. Beneficios . . . . .	7
<b>2. Marco de referencia</b>	<b>8</b>
2.1. Contexto teórico-práctico . . . . .	8
2.1.1. Modelo de adquisición de MRI . . . . .	10
2.2. Estado del arte . . . . .	12
2.2.1. Aplicación de SR a estudios de MRI . . . . .	17
2.2.2. Oportunidades de investigación . . . . .	19
<b>3. Propuesta de Solución al Problema de Investigación</b>	<b>26</b>
3.1. Métodos de SR relacionados . . . . .	28
3.1.1. Estimación de imagen de entrada . . . . .	28
3.1.2. Diccionarios . . . . .	29
3.1.3. Afinamiento y precisión . . . . .	30

3.1.4.	Reconstrucción . . . . .	30
3.2.	Consideraciones para validar los resultados en la experimentación . .	31
3.3.	Propuesta de integración de los métodos de SR diseñados en esta investigación . . . . .	32
3.4.	Diseño de los Experimentos en General . . . . .	33
3.4.1.	Algoritmo, método y procedimiento . . . . .	34
<b>4.</b>	<b>Diseños, pruebas y resultados</b>	<b>35</b>
4.1.	Escalas óptimas de amplificación y manejo de gradientes . . . . .	35
4.1.1.	Método PI propuesto para amplificación . . . . .	36
4.1.2.	Arreglo para muestreo . . . . .	38
4.1.3.	Selección de resolución de la matriz de muestreo . . . . .	40
4.1.4.	Método de gradientes autoregulados . . . . .	42
4.1.5.	Diseño de pruebas . . . . .	43
4.1.6.	Resultados de la PI . . . . .	46
4.1.7.	Resultados de PI con gradientes autoregulados . . . . .	48
4.2.	Aprendizaje para escalas múltiples . . . . .	51
4.2.1.	Extracción de parches . . . . .	52
4.2.2.	Método ART propuesto . . . . .	53
4.2.3.	Convergencia de ART para la siguiente escala . . . . .	54
4.2.4.	Resultados de ART . . . . .	56
4.2.5.	Esquema de multiescala con gradientes autoregulados . . . . .	56
4.2.6.	Método ART-ARG . . . . .	57
4.2.7.	Comparaciones . . . . .	58
4.3.	Técnicas de diccionarios aplicadas a súper resolución . . . . .	64
4.3.1.	Diseño del método propuesto DAHNLTV . . . . .	64
4.3.2.	Introducción al método DAHNLTV . . . . .	65
4.3.3.	Propuesta de método DAHNLTV . . . . .	65
4.3.4.	Método de difusión DAHNLTV . . . . .	66
4.3.5.	Localización espacial y consideración de relación señal a ruido . . . . .	67
4.3.6.	Estimación de imagen de alta resolución mediante DAHNLTV . . . . .	71
4.4.	DAHNLTV: nuevo espacio para la aplicación de técnicas de diccionarios . . . . .	72
4.4.1.	Agrupamiento y proyección . . . . .	72
4.4.2.	Método propuesto DAHNLTV-DIC . . . . .	75
4.4.3.	SR y reducción de ruido . . . . .	76
4.4.4.	Comparaciones DAHNLTV-DIC . . . . .	80
4.5.	Desarrollo de nuevas técnicas de afilado de pendientes naturales . . . . .	84
4.5.1.	Afilado de pendientes naturales multi direccionales . . . . .	84
4.5.2.	Escalado y afilado . . . . .	85
4.5.3.	Procedimiento de afilado propuesto . . . . .	85
4.5.4.	Algoritmo de ascenso o descenso por pendiente máxima . . . . .	86
4.5.5.	Pendientes multidireccionales . . . . .	88
4.5.6.	Estimación de la magnitud del desplazamiento . . . . .	89
4.5.7.	Método acoplado en dos ramas . . . . .	91
4.5.8.	Análisis de la gestión de gradientes . . . . .	91
4.5.9.	Caso particular cuando $\beta = 2$ . . . . .	92

4.5.10. Método desacoplado en dos ramas direccionales . . . . .	93
4.5.11. Experimentos con modelo PI y nuevo manejo de gradientes . . .	94
4.5.12. Método de control directo para el afilado de gradientes DGM .	98
4.5.13. Análisis de DGM . . . . .	100
4.6. Integración de DGM en un modelo colaborativo . . . . .	102
4.6.1. Dualidad geométrica adaptativa . . . . .	103
4.7. Aplicación colaborativa de DAH-NLTV, DGM y AGD . . . . .	104
4.7.1. Método-DAHNLTV-AGD-DGM . . . . .	108
4.7.2. Método-DAHNLTV-AGD-DGM empleando la ecuación 4.94 .	109
4.7.3. Configuración del método DAHNLTV-GD-DGM . . . . .	110
4.7.4. Costo computacional del método DAHNLTV-GD- DGM . . . . .	110
4.7.5. Comparaciones del método DAHNLTV-AGD-DGM . . . . .	111
<b>5. Discusión de resultados</b>	<b>118</b>
5.1. Pruebas y experimentos para cada modelo . . . . .	118
5.2. Ventajas y desventajas por tipo de modelo . . . . .	119
5.2.1. Conclusiones del modelo PI desarrollado . . . . .	120
5.2.2. Conclusion del método DAHNLTV . . . . .	120
5.2.3. Conclusión sobre los métodos NBGF y DGM . . . . .	121
5.2.4. Conclusiones del método PI desarrollado con el manejo mul- tidireccional de gradientes . . . . .	121
5.2.5. Conclusión sobre el método ART . . . . .	122
5.2.6. Conclusión sobre los métodos DAHNLTV y DAHNLTV-DIC . . . . .	122
5.2.7. Conclusión sobre el método DAHNLTV-AGD-DGM . . . . .	122
<b>6. Aportaciones generales</b>	<b>124</b>
6.1. Cumplimiento del objetivo general . . . . .	125
6.2. Cumplimiento de objetivos específicos . . . . .	125
6.3. Comprobación de hipótesis . . . . .	126
6.4. Comprobación de hipótesis particulares . . . . .	126
6.5. Trabajos futuros . . . . .	127
<b>Referencias</b>	<b>128</b>
<b>Anexo</b>	<b>137</b>

# Índice de Tablas

2.1.	Algunos métodos de SR y su clasificación. . . . .	13
2.2.	Medición del PSNR y de la SSIM de algunos métodos de SR que se aplican a un corte longitudinal de MRI, factor de escala $q = 2$ . . . . .	18
2.3.	Característica de campo de trabajo de algunos métodos de SR. (1) Imágenes simples, (2) conjuntos de imágenes, (3) dominio espacial, (4) dominio de la frecuencia, (5) empleando transformaciones de Wavelet, (6) interpolación pura, (7) diccionarios, (8) empleado en MRI. . . . .	20
2.4.	Características deseables de un sistema de SR para MRI en relación con algunos procedimientos. . . . .	22
2.5.	Comparación de los referentes más cercanos dentro de cada campo de clasificación de los métodos de SR. . . . .	23
3.1.	Valores de SSIM para factores de amplificación no enteros de un método de interpolación propuesto durante el desarrollo de la investigación, factor de escala $q=12.2936$ y comparación con diferentes métodos. . . . .	29
4.1.	Comparación de SSIM y PSNR entre la interpolación propuesta y la interpolación bicúbica con factor de escala $q = 6$ . . . . .	47
4.2.	Comparación de SSIM entre diferentes métodos de interpolación pura PI y el método adaptativo propuesto PI con factor de escala $q=6$ . . . . .	48
4.3.	Comparación de SSIM entre la interpolación bicúbica, el PI y PI propuesto con la inclusión del procedimiento ARG. Resultado con parámetros óptimos para la porción cuatro de la secuencia de MRI en vista axial. Factor de curva $k = 1.9$ e $it = 4$ . . . . .	48
4.4.	Resultados de SSIM para diferentes iteraciones ( $it$ ) y un factor de curva $k$ sobre el sector cuatro en el estudio de MRI axial empleado, $q \uparrow = 12$ . . . . .	49
4.5.	Ganancias de SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica con factor de curva $k=2.5$ , escalado $q = 6$ , e iteración $it = 4$ , se procesa un estudio MRI longitudinal con vista axial. . . . .	50
4.6.	Comparación de SSIM y PSNR entre ART en un esquema multiescala y bicúbico con filtro ideal (región exacta de lado $2\pi/q$ en el dominio de las frecuencias) y gaussiano $q = 4$ . . . . .	59
4.7.	Comparación entre SSIM y PSNR para interpolación bicúbica usando un filtro ideal (región exacta de lado $2\pi/q$ en el dominio de las frecuencias) y otro gaussiano con $q = 4$ . . . . .	60

4.8. SSIM y PSNR comparación entre ART y ART-ARG en un esquema multiescala con interpolación bicúbica e interpolacion bicúbica más ARG, utilizando un filtro ideal $q = 3$ . . . . .	60
4.9. Comparación de SSIM y PSNR entre ART y ART-ARG en un esquema multiescala con bicúbico ARG utilizando un filtro ideal $q = 2$ . . .	61
4.10. Comparación de SSIM y PSNR entre los métodos de aprendizaje de diccionario NCSR y ASDS-AR-NL con el aprendizaje ART-ARG-Dic $q = 4$ . . . . .	61
4.11. Comparación de SSIM y PSNR entre los métodos de aprendizaje de diccionario ASDS y ASDS-AR $q = 4$ . . . . .	62
4.12. Ganancia de PSNR y SSIM sobre interpolación bicúbica para diferentes métodos utilizando la base de datos BSD100 [114] y [115] con factor $q = 4$ . . . . .	63
4.13. Resultados de PSNR (dB) y SSIM en imágenes estimadas con AHNLTV y DAHNLTV ( $\times 4$ ), tamaño de parche $7 \times 7$ , tamaño de ventana $13 \times 13$ , número de parche 10. Imágenes comparadas Bike, Butterfly, Comic, Flower y Hat. . . . .	70
4.14. Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes estimadas con AHNLTV y DAHNLTV ( $\times 4$ ), tamaño de parche $7 \times 7$ , tamaño de ventana $13 \times 13$ , número de parche 10. Imágenes comparadas Parrot, Parthenon y Plants. . . . .	70
4.15. Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes HR reconstruidas por diferentes métodos, amplificación ( $\times 2$ ). . . . .	81
4.16. Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes HR reconstruidas por diferentes método, amplificación ( $\times 2$ ). . . . .	82
4.17. Comparación PSNR/SSIM de la gestión de gradiente horizontal, multidireccional, diagonal y vertical con escala $\times 3$ . . . . .	92
4.18. Comparación de PSNR/SSIM de la gestión de gradiente multidireccional, diagonal y vertical-horizontal con escala $\times 4$ . . . . .	92
4.19. Ganancia de SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica, para los métodos de SR seleccionados: DSRML [104], IFBP1 [105], SC-NLSS-Graph [106], AGD [43], BMSR [99], [100], [101] con $q = 3$ , y el Método PI + AGD propuesto con $q = 6$ . . . . .	95
4.20. Resultados de PSNR(dB) y SSIM de la reconstrucción de la imagen de alta resolución mediante diferentes métodos ( $\times 3$ ). . . . .	115
4.21. Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes de HR reconstruidas mediante diferentes método ( $\times 3$ ). . . . .	116
4.22. Resultados de PSNR (dB) Y SSIM de la reconstrucción de imágenes de HR empleando diferentes método ( $\times 4$ ) . . . . .	117
4.23. Resultados de PSNR (dB) Y SSIM de la reconstrucción de imágenes de HR empleando diferentes método ( $\times 4$ ) . . . . .	117
5.1. Comparación del desempeño de los métodos propuestos, para una misma imagen (Bike, del banco de imágenes BSD500 con $255 \times 255$ ). .	120

# Índice de figuras

2.1.	Relación entre los parámetros físicos al incrementar la resolución obtenida por el equipo de MRI. . . . .	9
2.2.	Disminuir la diferencia entre la imagen de alta resolución ideal y la imagen de alta resolución obtenida, mejora la relación entre resolución, tiempo de adquisición y campo magnético requerido. . . . .	9
2.3.	Reconstrucción mediante súper resolución al utilizar diccionarios. El factor de escala se mantiene en $q=2$ . El método con resultados más favorables es NCSR [86]. . . . .	19
3.1.	Propuesta de Solución al Problema de Investigación, se introduce una imagen de LR, la cual puede pasar por diferentes métodos que implican nuevos conceptos de trabajo y formalizaciones matemáticas. Se obtiene una imagen de alta resolución. . . . .	27
3.2.	Comparación visual (a) interpolación bicúbica, (b) método propuesto, (c) imagen original. . . . .	29
4.1.	Método PI propuesto. . . . .	37
4.2.	Relaciones entre la entrada y las imágenes de salida con el núcleo de amplificación. . . . .	39
4.3.	Muestra de matriz truncada y su FT en una dimensión. . . . .	39
4.4.	Los bordes se cuentan por iteración para (a) <i>Canny</i> y (b) Roberts. Observe que los picos representan las mejores resoluciones. . . . .	42
4.5.	Ejemplo de afilado de bordes con gradiente auto regularizado. La curva roja es la magnitud del gradiente original (primera derivada), la curva azul es la magnitud del gradiente afilada y la curva rosa es la segunda derivada. . . . .	42
4.6.	10 cortes considerados de un estudio de MRI para calcular la escala óptima. . . . .	43
4.7.	Comparación visual entre: (a) interpolación bicúbica, (b) interpolación pura adaptativa y (c) la imagen original. . . . .	44
4.8.	Gráfico que muestra los valores de SSIM, en relación con la iteración del procedimiento, para diferentes factores de curva, en la reconstrucción del cuarto corte del estudio de MRI empleado. . . . .	45
4.9.	método propuesto con factor de curva $k = 2$ , $q \uparrow = 12$ , and $it = 4$ . (a) Corte de baja resolución (b) método PI propuesto (c) método PI + ARG. . . . .	45

4.10. Método propuesto con factor de curva $k= 2.5$ , $q = 6$ y $it = 4$ sobre un estudio longitudinal de MRI en vista axial. Columnas (a) y (d), cortes de baja resolución, (b) y (e) método PI propuesto, (c) y (f) PI + ARG propuesto. . . . .	46
4.11. Detalles del corte cuatro, (a) y (d) corte de LR. (b) y (e) Método PI propuesto, (c) PI + ARG con $k = 1.2$ y (f) PI + ARG con $k = 3$ , $it = 5$ . . . . .	49
4.12. Método propuesto con el factor de curva $k = 2.5$ , $q = 6$ y $it = 4$ sobre imágenes de la base de datos BSD100. . . . .	51
4.13. Método de SR propuesto. . . . .	54
4.14. Interpretación geométrica del procedimiento ART para la convergencia a la siguiente imagen de HR y ejemplo de parches en diferentes escalas que convergen en una imagen HR, el rayo M representa la luz transversal. . . . .	55
4.15. Ejemplo de afilado de bordes con gradiente auto regularizado. La curva roja es la magnitud del gradiente original (primera derivada), la curva rosa es la segunda derivada y la curva azul es la resultante (borde afilado). Lado derecho, gráfico de iteración de reconstrucción vs SSIM. . . . .	56
4.16. La columna (a) contiene las imágenes de escala múltiple para aplicar la función de transferencia. En las columnas (b), (c) y (d) están las imágenes para encontrar la función de transferencia. Las columnas (b) y (d) representan una interpolación bicúbica y (c) una interpolación bicúbica con auto-regularización de gradientes. . . . .	58
4.17. En la figura de izquierda a derecha se observan la imagen de entrada, los resultados de ART-ARG y ART-ARG-DIC se muestran consecutivamente con un factor de escala con $q = 4$ . . . . .	62
4.18. En la figura, de izquierda a derecha, la imagen de entrada, el ART-ARG y el ART-ARG-Dic sobre figuras de la base de datos BSD100. . . . .	63
4.19. De izquierda a derecha, desplazamientos, estrategia MSPS en el algoritmo AHNLTV y parámetros difusivos en consideración para el cambio de índice no local y la conformación del vector de alta dimensión. . . . .	66
4.20. Ejemplo de un estudio de probabilidad de una señal para la determinación de una función de distorsión en un procedimiento de compresión. La señal debe distorsionarse para lograr intervalos $h_i$ iguales y otra Funcion de Densidad de Probabilidad $f_{dp}$ . . . . .	68
4.21. Esquema general del método de SR mediante diccionario en el espacio DAHNLTV. . . . .	73
4.22. Imagen de entrada LR y el par externo HR-LR para la reconstrucción. . . . .	74
4.23. Comparación visual de detalle de cabeza en imagen de bicicleta ( <i>Bike</i> ). . . . .	77
4.24. Comparación visual de diferentes métodos aplicados sobre la imagen de entrada de baja resolución. Los resultados cuantitativos se exponen en la Tabla 4.15. . . . .	78

4.25. De izquierda a derecha, 1) imagen de baja resolución, 2) entrada de imagen borrosa y ruidosa, 3) DANH LTV-DIC-3 (configuración SR-denoise), 4) segunda iteración DANH LTV-DIC-3-1. . . . .	79
4.26. Resultados cuantitativos de los valores SSIM en la salida de los métodos de SR SrCNN, ScSR y DAHNLTVDIC que se aplican sobre una imagen en escala de grises (255 niveles) con ruido gaussiano aditivo, desviación típica $\sigma$ de 5 a 40. . . . .	79
4.27. Resultados cuantitativos de los valores PSNR(dB) a la salida de los métodos SR SrCNN, ScSR y DAHNLTVDIC que se aplican sobre una imagen en escala de grises (255 niveles) con ruido gaussiano aditivo, desviación típica $\sigma$ de 5 a 40. . . . .	79
4.28. Resultados visuales de los métodos SrCNN, ScSR y DAHNLTVDIC que se aplican sobre una imagen en escala de grises (255 niveles) con ruido gaussiano aditivo, desviación típica $\sigma$ de 5 a 40. . . . .	80
4.29. Manejo multidireccional de gradientes. Las curvas rojas son las magnitudes de gradiente originales las curvas azules son las magnitudes de gradiente afilados. . . . .	84
4.30. Desacoplamiento ortogonal y direccional para la reconstrucción. . . . .	87
4.31. Amplificación por 4x usando una imagen de prueba; a) Gradiente diagonal; b) Gradiente Horizontal - Vertical; c) Gradiente acoplado; d) Gradiente desacoplado. . . . .	94
4.32. Comparación visual de la interpolación bicúbica, el método PI propuesto, la imagen de baja resolución y el método PI con manejo de gradientes. El método ARG se aplica con $k = 2.4$ , $q = 6$ e $it = 4$ . . . . .	96
4.33. Comparación BSDS500. De izquierda a derecha, imagen de baja resolución, método PI propuesto y PI + ARG con $k = 1.8$ , $it = 5$ , $q = 6$ . . . . .	97
4.34. Comparacion BSD100. De izquierda a derecha, imagen de baja resolución, método PI propuesto y PI + ARG con $k = 1.8$ , $it = 5$ , $q = 6$ . . . . .	97
4.35. En la figura, la línea sólida negra es el perfil de la curva original, la línea discontinua negra es el perfil degradado y la línea discontinua azul es una reconstrucción clásica que se cierra en una sola dirección hacia el máximo. . . . .	98
4.36. Corrección de gradiente sobre un modelo de contorno suave de una función <i>sinc</i> . La magnitud y la dirección del campo de desplazamiento se representan con las flechas verdes. El proceso se aplica para cada columna y cada fila de $X_l$ , el campo de desplazamiento que se obtiene se integra en 4.64 con una sola dimensión. . . . .	101
4.37. Comparación visual de izquierda a derecha, interpolación bicúbica, DGM e imagen original con $q = 4$ , $s_f = 0.54$ , $\sigma_s = 0.9$ . . . . .	101
4.38. Cálculo de cada módulo (a) Tiempo de cálculo para DAHNLTVDIC-AGD-DGM (b) Cálculo del SBI extendido dual. . . . .	111

4.39. Resultados de SR ( $\times 3$ ) de la imagen (loros) por diferentes métodos. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: imagen LR, bicúbico (26.63, 0.8512), ANR (29.01, 0.8982), SRCNN (29.56, 0.9031), SKR-NLM (29.78, 0.9059), SRF (29.50, 0.9060), SelfEx (29.65, 0.9067), NCSR (30.20, 0.9125), AGD-NLTV (30.39, 0.9151), AHNLTV-AGD (30.60, 0.9165), DAHNLTV-AGD-DGM (30.87, 0.92) e imagen original. . . . . 112

4.40. Resultados de SR (*kernel* gaussiano,  $\times 4$ ) de *Flower* por diferentes método. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: imagen LR, A + (26.51, 0.7529), NCSR (26.89, 0.7686), AHNLTV-AGD (27.3364, 0.7843), DAHNLTV-AGD-DGM (27.3532, 0.7843) e imagen original. . 113

4.41. Resultados de SR (*kernel* gaussiano,  $\times 4$ ) de la imagen 004 de la base de datos BSD100 por diferentes métodos. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: imagen original y detalle, bicúbico (27.6140,0.7923), SRCNN (28.8215,0.8275) AHNLTV-AGD (29.6534, 0.8512) y DAHNLTV-AGD-DGM (29.6627, 0.85141). . . . . 113

4.42. Comparación visual de los método de reconstrucción de SR expuestos en las Tablas 4.22 y 4.23, de arriba a abajo, interpolación bicúbica, SRCNN, AHNLTV-AGD, DAHNLTV-AGD-DGM e imágenes originales. . . . . 114

---

## Acrónimos

- A +: *Anchoring neighbor regression*. Regresión para ajuste de vecindad.
- AGD-NLTV: *Adaptive geometric duality and non local similarity*. Dualidad geométrica adaptativa y similitud no local.
- AHNLTV-AGD: *Adaptive high dimensional non local total variation and adaptive geometric duality*. Variación total no local adaptativa y dualidad geométrica adaptable.
- ANR: *Anchored neighbor regression*. Regresión de vecindario anclado.
- ARG: *Autoregularized gradients*. Gradientes auto-rregularizados.
- ART: *Algebraic reconstruction technique*. Técnica de Reconstrucción algebraica.
- ASDS: *Adaptive sparse domain selection*. Selección de dominio escaso adaptativo.
- ASDS-AR: *Adaptive sparse domain selection, autoregressive*. Selección de dominio escaso autorregresivo.
- ASDS-AR-NL: *Adaptive sparse domain selection, autoregressive non local*. Selección de dominio escaso autorregresivo no local.
- DAHNLTV: *Difusive adaptive high dimensional non local total variation*. Variación total no local de alta dimensión.
- DGM: *Direct gradient management*. Manejo directo de gradientes.
- DICOM: *Digital imaging and communication on medicine*. Imagen digital y comunicación en Medicina.
- DIC: Dictionary. Diccionario
- fdp: *Density of probability function*. Función de densidad de probabilidad.
- FT: *Fourier transform*. Transformada de Fourier.
- GD: *Geometric Duality*. Dualidad Geométrica.
- HR: *High resolution*. Alta resolución.
- IBP: *Iterative back projection*. Proyección iterativa hacia atrás.
- IFT: *Inverse fourier transform*. Transformada inversa de fourier.
- IGD: *Irregular geometric duality*. Dualidad geométrica irregular.
- ITK: *Insight segmentation and registration toolkit*. Herramientas de visión, segmentación y registro.
- K-MEANS: K-Medias.
- KSVD: *K singular value decomposition*. K descomposición en valores singulares.
- LR: *Low resolution*. Baja resolución
- MAP: *Maximum a posteriori*. Máximos posteriores.
- MRI: *Magnetic resonance imaging*. Imágenes de resonancia magnética.
- MSPS: *Multishifted similar – patch search*. Búsqueda de parches similares desplazados.
- NARM: *Non local autoregressive modeling*. Modelado autorregresivo no Local.
- NBGF: *Natural bidirectional gradient field*. Campo de gradientes natural y bidireccional.
- NCSR: *Non centralized super resolution*. Súper resolución no Centralizada.
- NEDI: *New edge directed interpolation*. Nueva interpolación dirigida por el borde.
- NLMS: *Non local minimum squares*. Mínimos cuadrados no locales.
- NLTV: *Non local total variation*. Variación total no local.
- NSCT: *Non subsampled contourlet transform*. Transformada contourlet no sub-

---

muestreada.

OMP: *Orthogonal matching pursuit*. Búsqueda por correspondencia ortogonal.

PCA: *Principal component analysis*. Análisis de componentes principales.

PSNR: *Peak of signal to noiseratio*. Pico de señal sobre ruido.

PI: *Pure interpolation*. Interpolación pura.

RGD: *Regular geometric duality*. Dualidad geométrica regular.

SelfEx: *Self examples super resolution*. Super-resolución por ejemplos propios.

SFR: *Super resolution forest*. Bosques de súper resolución.

SHNLTV: *Super high dimensional non local total variation*. Variación total no local de super alta dimensión.

SKR-NLM: *Steering kernel regression and non local means*, Regresión del núcleo de dirección y medias no locales.

SR: *S resolution*. Súper resolución.

SNR: *Signal to noise ratio*. Signal to noise ratio.

SRCNN: *Convolutional neural network for super resolution*. Red neuronal convolucional de superresolución.

SSIM: *Structural similarity of the image*. Similitud estructural de la imagen.

SVD: *Singular values decomposition*. Descomposición en valores singulares.

TV: *Total variation*. Variación total.

VTK: *Visualization tool kit*. Grupo de herramientas de visualización.

# Capítulo 1

## Introducción

Al interpretar las señales adquiridas en un estudio de Imágenes de Resonancia Magnética (MRI, por sus siglas en inglés) y convertirlas en imágenes, existe un intenso trabajo de procesamiento de la información [1]. La resolución obtenida o cantidad de cambios en la señal por unidad de área es proporcional a la magnitud del campo magnético que se aplica sobre el cuerpo humano u objeto bajo estudio [2]. Para realizar un estudio de MRI, se establecen normas que regulan la magnitud del campo magnético aplicado y el tiempo de exposición al mismo. Debido a esos requerimientos de seguridad, se dificulta adquirir señales de alta resolución.

Actualmente, la súper resolución (SR) es un tema con gran actividad dentro de las comunidades científicas en las áreas de procesamiento digital de señales y reconocimiento de patrones. Esto queda expresado en recopilaciones de publicaciones sobre el tema como la desarrollada por los autores en [3]. El objetivo principal de la SR es la recuperación de detalles perdidos en las imágenes o la incorporación de altas frecuencias espaciales. Los métodos de SR emplean muchas herramientas matemáticas y de procesamiento digital como técnicas de interpolación, optimización, minimización, transformaciones en espacio y frecuencia, regresiones, reducción y agrupamiento de características, empleo de extrapolación de información, correspondencias de diccionarios, difusión, procedimientos para aprendizaje profundo y otros. Una forma de agrupar los métodos de SR podría ser la siguiente:

- Los métodos de SR por interpolación pura.
- Los que requieren muchas imágenes de baja resolución para conformar una de alta resolución.
- Los métodos de diccionario.
- Los métodos de manejo de gradientes.

Una clasificación más completa puede ser consultada en [3]. La interpolación pura (PI, por sus siglas en inglés), en algunos casos, está basada en modelos físicos de adquisición de las imágenes [4]. También se emplean propiedades de las transformaciones *wavelets* y el sub-muestreo para la descomposición en sub-bandas de frecuencias [5]. Otros métodos para múltiples imágenes como los descritos en [6], [7] y [8] emplean aproximaciones a modelos de degradación de la imagen para la

recuperación de la imagen de SR, proyectan las imágenes de baja resolución que se adquieren en un grupo de baja resolución que se simula para detectar el procedimiento de recuperación de la imagen de alta resolución. Los métodos que se basan en diccionarios emplean bancos de imágenes para la clasificación y el mapeo de segmentos de baja resolución de una imagen con segmentos de alta resolución. Finalmente, los métodos de diccionarios, estudian el comportamiento de características de texturas y contornos en extensos bancos de imágenes naturales a distintas escalas [9], [10], [11] y [12].

Las relaciones establecidas entre las imágenes de baja resolución y sus versiones de alta resolución, pueden ser de gradientes de bordes como en [13] o de redundancias de textura de la imagen en un banco de imágenes [11]. En este último caso, se aplican sistemas de clasificación y combinaciones lineales para detectar las mejores correspondencias [11] y [12].

Los estudios de MRI son analizados por especialistas en medicina. Las imágenes presentan regiones con características distintas que describen a los diferentes tejidos. Esas zonas de la imagen, tienen diferentes frecuencias, extensiones y direcciones de bordes. Cuando se aplica un procedimiento de SR, las frecuencias que se recuperan en un borde, son mucho más altas que en una zona plana, por lo cual los parámetros de la SR suelen adaptarse al contexto de la imagen.

Los métodos de interpolación pura, adaptan su función de transferencia a zonas de trabajo como en [14]. La información de frecuencia y dirección de contornos de una imagen, puede ser organizada empleando transformaciones que permiten su descomposición [15] y [16]. Trabajar sobre la descomposición de la imagen en diferentes bandas y direcciones permite adaptar los parámetros de los algoritmos de SR, crear métodos de SR diferentes y ahorrar tiempo de procesamiento, empleando sólo las bandas de frecuencia o dirección, con la información requerida para establecer correspondencias.

Un área de aplicación de los métodos de SR, es el procesamiento de MRI. La adquisición de un estudio de MRI, presenta desafíos que se abordan mediante los métodos de SR. Por ejemplo, se puede obtener una mejor resolución de las imágenes sin incrementar la magnitud del campo magnético, con la consecuente ventaja de proteger la salud de los radiólogos y pacientes. Permite, además disminuir el tiempo de adquisición de la imagen de resonancia magnética, sin afectar la relación de señal sobre ruido (SNR, por sus siglas en inglés). Esto es posible, debido a que la resolución de la imagen, es proporcional a la magnitud del campo magnético que se aplica sobre el paciente.

La SR, proporciona efectos en las imágenes que se relacionan directamente con la mejora del diagnóstico y la precisión del tratamiento. Algunas áreas de oportunidad para investigar el empleo de SR en MRI son:

- La respuesta de los métodos de SR que se aplican a MRI [5, 6, 7] para disminuir el campo magnético y tiempo de exposición sobre el paciente sin degradar la calidad de la imagen obtenida.
- La aplicación de métodos de representación multi-resolución direccionales como la transformada *contourlet* [17], en los modelos de SR, para seleccionar el tipo de información que se desea procesar.

- El efecto de algoritmos de interpolación pura y auto regularización de gradientes, que se emplean como entradas para los métodos de diccionarios [18] y [19].
- El diseño de un modelo de SR, que no requiera información externa, que trabaje sobre una sola imagen, alcance altas escalas de amplificación [20] y mejore resultados que se reportan en el estado del arte.

## 1.1. Descripción del problema de investigación

El alcance de altas resoluciones en estudios de MRI, presenta dificultades tecnológicas como la generación de un campo magnético elevado, esto se analiza en trabajos como [21] y [22]. El incremento de las frecuencias de muestreo durante los tiempos de adquisición con dispositivos electrónicos, presenta demoras en las transiciones de sus estados. Debido a que los métodos de SR para múltiples imágenes, requieren de la adquisición de  $N$  imágenes de baja resolución para mejorar una imagen de alta resolución, la adquisición de los datos es  $N$  veces más demorada, que un método de SR para imágenes simples. En [23] se propone el empleo de SR con múltiples imágenes para mejorar la relación entre tiempo de adquisición, energía aplicada y resolución obtenida. En esta investigación, se proponen nuevas técnicas de SR para imágenes simples con mejores relaciones de PSNR y SSIM. Un método de SR con mejores relaciones de PSNR y SSIM se interpreta para MRI como una mejor relación entre tiempo de adquisición, energía aplicada y resolución obtenida. La mejora de procedimientos de SR requiere actualmente de meta-procedimientos, lo cual implica que el diseño de un método simple (con un único principio de trabajo, por ejemplo manejo de gradientes, variación total, difusión etc) no es suficiente para resultados reportados recientemente en el estado del arte. Para enfrentar el problema que se menciona en este trabajo, se proponen y aplican diversos recursos de procesamiento digital de señales para SR, entre los que se encuentran:

- La estimación de la imagen inicial con interpolación adaptativa y auto regularización de los gradientes.
- Representaciones direccionales de las imágenes.
- Técnicas de diccionarios con aprendizaje de múltiples escalas de una misma imagen.
- Modos de agrupamiento y reducción de la cantidad de información.
- Algoritmos de optimización.

En la práctica médica convencional y en los métodos de SR aplicados a MRI que se muestran en la sección 2.2.1 de la presente investigación, la resolución se mejora mediante la interpolación bicúbica o B-spline [24] y esto afecta la precisión de los procesos de medición. El desarrollo de sistemas de SR, busca mayor incorporar información *sub-pixel* o *sub-vóxel*, en las imágenes reconstruidas para que sea observable la representación de detalles mas pequeños. Al estudiar el estado del arte,

las técnicas de SR se aplican sobre MRI de forma independiente sin crear un modelo que comprenda un conjunto de condiciones deseables. Sin embargo, en este trabajo de tesis se consideran las siguientes condiciones:

- El alcance de altas escalas de amplificación.
- Independencia de bancos de imágenes externos.
- Requerir una sola imagen de baja resolución (LR, por sus siglas en inglés).
- La adaptabilidad al contexto de la imagen.

Los métodos de SR que se aplican a MRI consideran información externa, requieren de adquisiciones de diferentes imágenes o emplean métodos de interpolación pura que degradan los contornos como muestran los trabajos expuestos en la sección 2.2.1 de la presente investigación. Por esas razones, se propone la creación de métodos de SR, con las condiciones deseables mencionadas anteriormente, para MRI, que permitan mejorar la resolución de las imágenes. Una mayor resolución equivale a un mayor campo magnético aplicado y una mejor relación señal a ruido. Una mejora de los parámetros Relación de Pico de Señal sobre Ruido (PSNR, or sus siglas en inglés) [25] y de de Similitud Estructural (SSIM, por sus siglas en inglés) [26] en los procedimientos de SR que se diseñan en esta tesis, equivalen a una ganancia del campo magnético que se aplica y a menores tiempos de exposición del paciente. Los problemas está en que los métodos de SR aplicados a MRI utilizan múltiples imágenes de una misma escena lo cual no es adecuado para una secuencia longitudinal de imágenes que se toman una sola vez. Son métodos con bajas mejoras de PSNR y SSIM y emplean texturas de diferentes partes de otras imágenes basándose solamente en correspondencias. En el campo de la MRI siempre es deseable obtener una mayor resolución de las imágenes y por esta razón se procura la mejora de procedimientos de SR considerando las condiciones deseables mencionadas anteriormente.

## 1.2. Motivos

En el área de las imágenes médicas con fines diagnósticos o terapéuticos, la resolución es un factor importante. Los métodos de SR tienen la función de complementar limitaciones de los sistemas de adquisición de señales para conseguir mayor resolución. Algunas de las ventajas que implica la aplicación de modelos de SR en MRI se explican a continuación:

- Desde el punto de vista físico, el campo magnético que se aplica, el tiempo de operación del equipo y la frecuencia de muestreo de la señal determinan la resolución de la imagen adquirida. Sin embargo, la SR puede contribuir a alcanzar mayores resoluciones, sin aumentar esos parámetros físicos.
- La SR, permite medir el volumen de los tejidos, con mayor precisión. El cálculo de ese volumen, es importante para determinar parámetros como la capacidad de absorción de radiación  $X = \Delta Q / \Delta M$  (energía cinética liberada en una unidad de masa), la masa del tejido, el tiempo de exposición a la radiación y el cálculo de dosis integral [27].

- Las técnicas de SR, permiten representar las lesiones de forma más detallada y elevan el parámetro PSNR, lo cual obviamente permite a un especialista mejorar la calidad de su diagnóstico.

### 1.3. Preguntas de investigación

Al estudiar el estado del arte que se expone en la presente investigación surgen un grupo de interrogantes que tributan a la solución del problema de investigación.

- ¿Cómo aplicar un método de afilado de gradientes que permita obtener mejores resultados de relaciones PSNR y SSIM, cuando actúa sobre un modelo de interpolación adaptativa para altas escalas de amplificación?
- ¿Cómo contribuye el aprendizaje mediante diccionarios, dentro de un espacio de estimación con variación total difusiva de alta dimensión, a un método de SR?
- ¿Cómo elaborar un nuevo procedimiento de manejo directo de gradientes, para mejorar los resultados de SR en un esquema de colaboración con otros algoritmos?

El diseño de los métodos de SR diseñados en esta tesis que brindan una respuesta directa a cada una de las preguntas planteadas se pueden encontrar en las secciones 4.1, 4.3 y 4.7 respectivamente.

### 1.4. Hipótesis

Empleando técnicas de interpolación pura con conservación de alta frecuencia, auto-regularización de gradientes, variación total difusiva, diccionarios para múltiples escalas y esquemas de minimización, es posible diseñar un método de Súper Resolución para mejorar los parámetros de relación señal a ruido e índice de similitud estructural en las imágenes de resonancia magnética, amplificadas a altas escalas.

### 1.5. Hipótesis particulares

- La estimación de la imagen de entrada mediante interpolación pura y manejo de gradientes, con máxima conservación de altas frecuencias mejora el comportamiento de un método de SR.
- La variación total de alta dimensión, puede ser mejorada si se adapta la estimación al contexto local de la imagen.
- Un método directo de manejo de gradientes, permite sintetizar el proceso de SR y un esquema de minimización extendida, permite combinarlo para mejorar los parámetros de PSNR y SSIM.

## 1.6. Objetivo general

Diseñar los métodos necesarios de Súper Resolución para imágenes simples de resonancia magnética e imágenes naturales que mejoren las relaciones de SSIM y PSNR reportados en el estado del arte, que no incorporen información externa, con alta escala de amplificación, auto-regularización de gradientes y capacidad de adaptación a la información que se desea procesar.

## 1.7. Objetivos específicos

Como se menciona en el problema de investigación, mejorar un procedimiento de SR se interpreta para MRI en una mejora en las relaciones de energía aplicada, tiempo de adquisición y resolución obtenida. En la exposición de dicho problema, consideraron características deseables para el método de SR a diseñar, lo cual constituye un filtro para seleccionar los principios de trabajo que se abordan dentro del estado del arte aplicados al diseño de métodos de SR. De acuerdo a las consideraciones mencionadas, se proponen los siguientes objetivos específicos. Además se deben integrar los métodos simples de SR que se diseñan de forma que colaboren en la obtención de mayores valores de SSIM y PSNR.

- Clasificar los métodos de SR que se encuentran en la literatura.
- Comprender y caracterizar los modelos de SR por auto-regularización de gradientes.
- Comprender y caracterizar métodos de SR mediante diccionarios.
- Comprender y caracterizar métodos de SR mediante diccionarios que no incorporan información externa.
- Proponer un método de SR donde se combinen la interpolación pura adaptativa, la auto-regularización de gradientes, variación total y dualidad geométrica a través de un esquema de minimización.
- Comparar los resultados que se obtienen con los métodos de SR propuestos con respecto a los reportados en el estado del arte.

## 1.8. Alcances y limitaciones

Dentro de los alcances de la presente investigación se enlistan los siguientes:

- Se diseñaron métodos para la aplicación de SR a estudios longitudinales de MRI y a imágenes naturales.
- Se integró el trabajo con la plataforma de visualización de imágenes médicas que emplea VTK incorporando algoritmos de súper resolución.
- Se empleó la interpolación adaptativa y el manejo de gradientes, como apoyo en el proceso de SR.

Dentro de las limitaciones de la presente investigación se encuentran los siguientes aspectos.

- No se modifica el principio de adquisición de las imágenes.
- Las imágenes de MRI se procesan sin comprimir, en formato imágenes digitales y comunicaciones en medicine (DICOM, por sus siglas en inglés).

## 1.9. Beneficios

- Mayor resolución en las imágenes adquiridas.
- Superación de limitaciones técnicas para el alcance de alta resolución.
- Visualización de estructuras más finas en las imágenes.

En las siguientes secciones se presentan, el marco de referencia en lo que respecta a imágenes MRI, las novedades conceptuales aportadas en SR y sus formulaciones matemáticas, los contextos experimentales y las pruebas de resultados con los datos comparativos que demuestran el cumplimiento a los objetivos propuestos.

# Capítulo 2

## Marco de referencia

El problema que se aborda en esta investigación es novedoso en el Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y en México en general. Se proponen un grupo de novedades conceptuales en el área de SR que se expresan matemáticamente y logran dar cumplimiento al objetivo propuesto mediante comparaciones con los mejores procedimientos dentro del estado del arte. El tema de la SR no ha sido abordado en este Centro en el área de ciencias computacionales, como propuesta de tesis. Sin embargo, se ha investigado la restauración de imágenes digitales, mediante el filtrado de ruido. La SR y el filtrado son considerados procedimientos de restauración de imágenes. Esa es la única similitud de la presente investigación con estudios previos, desarrollados dentro de la institución.

### 2.1. Contexto teórico-práctico

Los estudios de MRI, registran las variaciones del momento angular del espín (I) (giro o momento angular intrínseco) de los núcleos de los átomos de hidrógeno del agua, presentes en tejidos biológicos. Las variaciones de la magnetización o momento angular uniforme, son provocadas por la interacción entre la energía del campo magnético que se aplica y el cuerpo humano.

Cuando se aplica un campo magnético externo, los espines de los núcleos se orientan en la dirección del campo y al apagarse, retornan a su estado natural, sin una orientación definida. Los espines magnéticos requieren de un tiempo para recuperar su estado natural. Después de un tiempo de recuperación, se muestrea la señal emitida. La rapidez con la que el campo decrece, responde a la concentración de hidrógeno en el tejido que recibió la inducción magnética. Un procesamiento digital de los datos que se obtienen, permite visualizar el valor de la magnetización en el espacio.

La Figura 2.1, muestra la relación entre los parámetros de adquisición del equipo de resonancia magnética con respecto a la resolución de la imagen obtenida. Para elevar la resolución, se requiere aumentar el tiempo de exposición y el campo magnético que se aplica. Sin embargo, elevar el tiempo de exposición, no mejora de modo proporcional la relación SNR y el campo magnético aplicable sobre el paciente se limita.



Figura 2.1: Relación entre los parámetros físicos al incrementar la resolución obtenida por el equipo de MRI.

La Figura 2.2, muestra la acción de una técnica de SR sobre la imagen adquirida por el equipo, la resolución de la imagen y la relación SNR pueden ser mejoradas o se mantienen constantes aún cuando disminuyen el tiempo de exposición que se requiere y el valor del campo magnético que se aplica. La técnica de súper resolución, es equivalente a una ganancia de energía aplicada y un menor tiempo de exposición. También son prohibitivos desde un punto de vista práctico, largos tiempos de exposición a altos campos magnéticos.



Figura 2.2: Disminuir la diferencia entre la imagen de alta resolución ideal y la imagen de alta resolución obtenida, mejora la relación entre resolución, tiempo de adquisición y campo magnético requerido.

En un sistema de adquisición de MRI, la frecuencia de giro del *espin* es proporcional a la magnitud del campo que se aplica. Una emisión controlada de campos magnéticos en diferentes coordenadas, permite codificar la dirección relativa del vector de magnetización. Las ecuaciones de Bloch [1], describen el comportamiento del valor de la magnetización con respecto al tiempo.

Debido a que la frecuencia de oscilación es proporcional al campo magnético que se aplica, si la magnitud de ese campo varía en el espacio, se puede relacionar la frecuencia de oscilación con una distancia. La respuesta de un filtro resonando a dicha frecuencia, permite obtener la intensidad de la magnetización. Si este procedimiento se aplica en todas direcciones, se puede localizar el valor de la magnetización en el espacio. Sin embargo, el procedimiento común es aplicar un pulso de radiofrecuencia, para seleccionar el corte en el cual se adquiere la imagen.

En el espacio, la frecuencia de oscilación del pulso que se aplica, se reproduce en los espines variando el campo magnético en la dirección en la cual se orienta el campo magnético principal. El pulso es una oscilación en un tiempo de duración  $T$ , cuya respuesta en frecuencia es una función *sinc* desplazada a la frecuencia de oscilación con un ancho de banda de su lóbulo principal, que es inversamente proporcional a la duración del pulso que se aplica. El pulso se comporta como un filtro pasa-banda para los espines que se ubican en la región del espacio donde existe esa frecuencia. Por lo tanto, mientras más demora el pulso que se aplica, más pequeño es el ancho del lóbulo principal de la función, esto establece un compromiso entre la duración

del estudio y la resolución longitudinal.

Cuando la región de corte ha sido seleccionada, es necesario ubicar la magnitud del campo magnético en el plano  $x - y$ . El procedimiento común es aplicar un campo magnético constante en una dirección  $x$ , por ejemplo. Debido a que el campo decrece con la distancia, los espines giran con distintas frecuencias en esa dirección y presentarán una diferencia de fases entre uno y otro. Es deseable que las diferencias ocurran en el rango completo de  $[0, 2\pi]$  para que exista una fase específica relativa a cada distancia. En la otra dirección, dígame  $y$ , se aplica un gradiente que se controla para provocar una frecuencia definida en una posición. En una distancia en la dirección  $y$ , todos los espines tendrán una frecuencia de giro fija y en la dirección  $x$  tendrán una fase definida para cada posición. Bajo estas condiciones, es posible llevar a cabo el muestreo cada  $T_s$  suficientemente pequeño como para adquirir la información de fase presente en la oscilación generada por el gradiente que se aplica en la dirección  $y$ .

Demodulando la señal adquirida a la frecuencia generada en  $y$ , queda la información de amplitudes por fase, que fue generada empleando el gradiente en el plano  $xy$ , en un tiempo de establecimiento, dígame  $\Delta T_{pe}$ . Durante ese tiempo actúa el campo magnético que se aplica en  $x$ , para obtener una fase  $\Delta k_x$ , en cada posición en  $x$ . Un número mayor de fases, requiere un  $\Delta T_{pe}$  más pequeño, lo que indica la separación de las muestras tomadas sobre el campo visual en la dirección  $x$  y la frecuencia de muestreo que se debe emplear. Si el intervalo de cambio de la fase de la señal indica su razón de cambio máximo, empleando el teorema de *Nyquist* [28], la frecuencia de muestreo adecuada sería de  $2/\Delta T_{pe}$ . Las señales adquiridas, indican la magnitud de los componentes de frecuencia por cada posición, de forma tal que una transformación de Fourier inversa, permitiría visualizar la señal adquirida. Las técnicas de SR para MRI, se traducen en ventajas desde múltiples puntos de vista.

La resolución requerida, puede obtenerse con una disminución del tiempo de exposición del paciente y un menor campo magnético aplicado. Para el trabajo con MRI, es necesario el procesamiento de archivos de imágenes digitales y comunicación en medicina (DICOM, por sus siglas en inglés). Existen diferentes librerías disponibles para el manejo de este tipo de archivos [29], aunque la mayoría no permiten una compilación mediante herramientas de software libre como el compilador *mingw32 - gcc* [30]. Existen recursos de software libre como: *visualization tool kit* (VTK)[31] e *Insight Segmentation y Registration Toolkit* (ITK) [32], que permiten el empleo de este compilador y poseen una integración de numerosos recursos que se mencionan en [29].

### 2.1.1. Modelo de adquisición de MRI

El sistema para adquirir la respuesta magnética de un objeto, se basa en la preparación del campo estable, en el cual se introduce el objeto, y en la respuesta del mismo objeto a una perturbación llamada pulso de radiofrecuencia (RF). En aplicaciones de MRI, la señal surge del núcleo de hidrógeno, que tiene un solo protón. La propiedad relevante del protón es su giro o espín. El modelo de un espín, es una distribución de carga en el núcleo del átomo, rotando alrededor de un eje colineal con  $I$ . La evolución en el tiempo, del campo de magnetización de giro  $M = (M_x, M_y, M_z)$ ,

en coordenadas  $(x, y, z)$ , se puede calcular con la ecuación de *Bloch* (2.1).

$$\frac{dM}{dt} = \gamma \cdot (M \times B) - \begin{bmatrix} M_x/T_2 \\ M_y/T_2 \\ (M_0 - M_z)/T_1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Donde:  $M_0$ , es el valor del equilibrio de magnetización de giro que depende de la densidad de protones;  $T_1$  y  $T_2$  son las constantes de tiempo de relajación y  $\gamma$  es la constante giromagnética (42.58 MHz/T para el protón del hidrógeno). El tiempo  $T_1$  es la demora que requieren los protones para alcanzar el 63 % de su magnetización longitudinal, después de ser orientados transversalmente mediante un gradiente de campo magnético. El tiempo  $T_2$  es la demora necesaria para que los protones caigan al 37 % del valor inicial de magnetización transversal. El campo magnético local  $B$ , es modelado por:

$$B(r, t) = B_0z + \Delta B(r)z + (G(t)r)z + B_1(t) \quad (2.2)$$

Donde  $B_0$ , es el campo magnético estático longitudinal,  $\Delta B(r)$  es la inhomogeneidad de campo local,  $G(t)$  es el gradiente de campo aplicado,  $B_1(t)$  es el pulso de RF y  $r$  es la coordenada espacial  $(x, y, z)$ . Se logra la magnetización en dos dimensiones,  $x$  e  $y$ , utilizando excitación selectiva espacialmente cuando sólo los protones en un delgado corte se inclinan en el plano transversal. Por lo tanto, un sistema de modulación doble, se puede obtener mediante la definición de un plano bi-dimensional, en el que un operador está asociado a  $B_0$ , y el otro a los gradientes  $G_x$  y  $G_y$  en  $x$  e  $y$  direcciones respectivamente. El estudio de MRI reconstruido se puede escribir como:

$$M_{xy}(x, y, t) = |M_{xy}(x, y, t_{acq})| e^{-j\omega_0 t} \cdot e^{(-j\gamma \int_0^t (G_x(t')x + G_y(t')y) dt')} \quad (2.3)$$

Donde  $t_{acq}$  es el tiempo de adquisición y  $t'$  una variación definida. En la Ecuación 2.3, los coeficientes de la magnetización espacial, en un corte transversal, se expresan en términos de la magnitud y la fase. La frecuencia generada por el campo magnético principal es:  $\omega_0 = 2\pi B_0\gamma$ . La codificación considera los gradientes magnéticos, la constante giromagnética y la posición espacial en cada momento de la precesión. La suma de todos  $M(x, y)$  para cada frecuencia, da como resultado un coeficiente de serie de Fourier para la representación de la señal. La magnitud es el valor de la señal en el momento de muestreo y el exponente se compone de la frecuencia y la fase de una coordenada  $(x, y)$  para la localización del nivel de señal. Por lo tanto, los datos que se adquieren en el momento  $t_{acq}$  pueden ser escritos como la señal:

$$S(t) = e^{(-j\omega_0 t)} \int \int |M_{xy}(x, y, t_{acq})| \cdot e^{(-j\gamma \int_0^t (G_x(t')x + G_y(t')y) dt')} dx dy \quad (2.4)$$

Los gradientes  $G_x(t')$  y  $G_y(t')$  se pueden seleccionar para que la adquisición de datos completa, en el dominio de frecuencia 2D sea muestreada adecuadamente y la imagen deseada se reconstruya empleando la transformada de Fourier inversa

(IFT, por sus siglas en inglés) de los datos que se adquieren. Sólo la constante giromagnética queda definida en el sistema por el objeto bajo estudio. En el caso del cuerpo humano, está definida por la concentración de hidrógeno en los tejidos.

Por lo tanto, la señal adquirida en el  $k$ -espacio se expresa como:

$$S(k_x, k_y) = \int \int |M_{xy}(x, y, t_{acq})| \cdot e^{-j2\pi(k_x x + k_y y)} d_x d_y \quad (2.5)$$

Donde:

$$\begin{aligned} k_x &= \gamma \cdot G_x \cdot t \\ k_y &= \gamma \cdot G_y \cdot t \end{aligned} \quad (2.6)$$

En el plano de frecuencia  $\Delta k_x$  y  $\Delta k_y$  son pasos en un campo de vista ( $FOV$ ) del tamaño  $W_x, W_y$ . El número de pasos, es la cantidad de componentes armónicos presentes para la reconstrucción de la señal de MRI. En este documento, los parámetros  $\omega'_x$  y  $\omega'_y$  se consideran como:

$$\begin{aligned} \omega'_x &= \gamma \cdot G_x \cdot x \\ \omega'_y &= \gamma \cdot G_y \cdot y \end{aligned} \quad (2.7)$$

Parte de esta investigación, analiza imágenes de resonancia magnética (RM) de baja resolución, para desarrollar un procedimiento de SR de los datos que se adquieren en el espacio  $k$ . El método produce tamaños óptimos de amplificación y contenido máximo de altas frecuencias para la representación del objeto en un estudio de MRI.

## 2.2. Estado del arte

La SR, es un área de investigación con la madurez para realizar aplicaciones prácticas funcionales como muestran las recopilaciones su desarrollo publicadas en [3] y [33]. Los métodos de SR incluyen procedimientos como la PI en [34, 35] y [36], la reconstrucción en [14, 37] y [38], el aprendizaje en [39, 40] y [41] y métodos de control de gradientes en [42] y [43]. La SR se aplica en MRI con diferentes conceptos de trabajo en publicaciones como: [44, 45, 46] y [47].

Un método de SR, requiere una imagen de baja resolución LR, como entrada. El modelo de obtención de una imagen de LR, incluye degradación, decimado y adición de ruido.

Los métodos de SR, que emplean múltiples imágenes de entrada de baja resolución como los expuestos en [48] y [49], explotan el hecho de que la imagen no varía espacialmente, sino que hay deficiencias en la adquisición que pueden corregirse estimando los coeficientes de un filtro mediante *linear minimum square* (LMS) o mínimos cuadrados.

La cantidad de imágenes de baja resolución, empleadas en un único proceso de

SR, es una diferencia básica de estos algoritmos, ya que representan muchas vistas de la misma escena. Se asume que las imágenes de baja resolución, son versiones submuestreadas, desplazadas y/o giradas con una precisión de *sub-pixel* o *sub-voxel*. Dicha precisión hace posible la SR. En estos métodos se fija una imagen como referencia y las demás se registran con respecto a esta. Por lo tanto, para que la SR sea efectiva, es crucial la estimación del desplazamiento (movimiento) entre la imagen observada y la de referencia. Otros métodos para SR se basan en múltiples imágenes son *máximo a posteriori* (MAP) e *iterative back projection* (IBP) [50].

Cuando la imagen de baja resolución de entrada al sistema es única como en [4], [5],[13],[51] y [52], el sistema se denomina sistema de SR de imágenes simples y en el caso de aplicaciones o sistemas de adquisición, en los cuales no existen escenas repetidas, éstos algoritmos son más útiles. En el caso de las secuencias de MRI, los cortes longitudinales se toman solamente una vez. La Tabla 2.1 muestra la clasificación de algunos métodos de SR. La imagen degradada en la cual sólo se considera el decimado, puede ser restaurada mediante interpolación pura. Los métodos de SR de interpolación pura no consideran la incorporación de información externa sobre la imagen de baja resolución y emplean la información propia de la imagen para amplificarla.

Tabla 2.1: Algunos métodos de SR y su clasificación.

Métodos clásicos de reconstrucción	Métodos de interpolación pura	Métodos de diccionarios	Regularización de gradientes
Art	Bicúbico	NCSR	Con empleo de diccionarios
IBP	Bilineal	NARM	Sin empleo de diccionarios
Bayesianos MAP	Nearest Lanczos	ASDS Zeide	

En [19] y [52] se combinan las transformadas *wavelets* discreta no decimada y la decimada respectivamente en un método de interpolación pura. Se emplea la reconstrucción con la transformada de *Wavelet* decimada de la descomposición hecha con la no decimada. El efecto es un aumento del doble de la escala por cada iteración del procedimiento, además se realiza una ecualización de contrastes empleando una descomposición mediante valores singulares. Una desventaja del método es la reproducción deficiente de los contornos suaves es. La convolución con núcleos de amplificación óptimos en la frecuencia para obtener una respuesta de máximo contenido de alta frecuencia [5] y auto regularización de gradientes [18] es una solución práctica para ello. En el último caso que se menciona los contornos de la imagen se afilan desplazando sus cambios en el espacio.

En [18] se emplean los gradientes de la imagen para estimar un afinamiento de los contornos. Los gradientes se describen sobre rectas perpendiculares al borde que se detecta. Sin embargo, en las imágenes reales la caída alrededor de un borde se produce en diferentes direcciones y un caso particular es la recta perpendicular. Se estima la reducción de los contornos a partir de un número de bordes vecinos fijo. Sin embargo, para determinadas zonas, el número de bordes a considerar puede variar según la característica local de la imagen. El método es útil en el contexto de MRI porque no incorpora información externa y es determinístico.

Cuando se incorpora información externa a la imagen de baja resolución, se clasifican y comparan pequeños segmentos superpuestos de la propia imagen con un banco de imágenes externas. Para lograrlo, se emplea un gran conjunto de imágenes de baja resolución cuyos parches se hacen corresponder con los parches de un gran conjunto de imágenes de alta resolución. Una imagen de entrada de baja resolución tendría sus parches de alta resolución que se asocian mediante similitud con los parches del banco de imágenes de baja resolución ya que éstos últimos tienen correspondencia con pares en alta resolución. Los métodos que se basan en el conocimiento de pares de parches de baja y alta resolución se denominan métodos de diccionarios [51, 53]-[58]. En éstos métodos se realiza una clasificación y asociación de los parches de las imágenes de baja resolución de entrada con los parches de alta resolución mediante algoritmos como:

- Análisis de componentes principales (PCA, por sus siglas en inglés) [59], se basan en la proyección de los vectores propios de las matrices de auto correlación de las imágenes para determinar la distancia euclídea mínima entre sus varianzas representadas por los valores propios.
- Mínimos cuadrados no locales (NLMS, por sus siglas en inglés), basado en la estimación de píxeles empleando mínimas diferencias entre regiones similares en distintas ubicaciones espaciales dentro de la imagen. [60]
- K-MEANS [61] para agrupación en espacios de búsqueda, basado en mínimas diferencias de las medias de regiones de la imagen con respecto a medias de grupos. Es un método iterativo que se detiene cuando el número de elementos por grupo no cambia.
- Reducción dimensional mediante descomposición en valores singulares (SVD, por sus siglas en inglés) [62] para reducir el espacio de representación utilizando una matriz de valores propios en la diagonal principal que tenga un menor rango.

Un grupo de algoritmos como *orthogonal matching pursuit* (OMP) [63] y *K – singular value decomposition* (KSVD) [64], se emplean para la creación de diccionarios. OMP actualiza los coeficientes escasos basándose en la máxima correlación de cada columna de la imagen a expresar con las columnas del diccionario, mientras que KSVD emplea el mayor valor propio de una descomposición SVD como criterio de actualización de coeficientes.

En general, los procedimientos de interpolación pura toman como medidas de amplificación escalas de valores enteros. Sin embargo, para escalas de amplificación

de puntos decimales los resultados que se obtienen en la presente investigación muestran un incremento de hasta 3dB por encima de la interpolación bicúbica. Cuando se realiza un modelo de amplificación adaptativo para la conservación de altas frecuencias se logra mejorar la definición de los contornos. El modelo de amplificación adaptativo puede sustituir a la interpolación bicúbica de base empleada en diferentes algoritmos de SR para mejorar los resultados.

En [65], el procedimiento de SR se aplica con diccionarios que se extraen de la propia imagen de LR. Este trabajo resulta interesante porque no se agrega información externa de la imagen de alta resolución (HR, por sus siglas en inglés) a la imagen de LR. Se aprende el comportamiento de los parches de una misma imagen a múltiples escalas. Cada imagen de menor resolución obtenida se amplifica nuevamente incluyendo la imagen inicial. Esto crea un grupo de pares de imágenes de baja y alta resolución, faltando sólo la imagen de mayor resolución. Se estudia el comportamiento entre los pares de imágenes y se predice mediante un procedimiento que se denomina regresión de soporte vectorial. Este procedimiento es útil porque no requiere incorporar información externa, sin embargo tiene el inconveniente de predecir sobre la base del empleo de técnicas de interpolación pura que no reportan los mejores resultados como la bicúbica.

Los trabajos de W. Dong [56] en el área de SR mediante diccionarios, se reconocen por establecer métodos de clasificación para agrupar los parches con mayor similitud. En [10], se hace uso del concepto de similitud no local para estimar las diferencias entre los coeficientes escasos y eliminarlas para obtener los coeficientes que forman la imagen de HR. En [56], se emplea la similitud no local entre los parches de los diccionarios para mantener la fidelidad de las estructuras. El modelo evita que se produzcan artefactos en la imagen así como ondulaciones no deseadas sobre los contornos.

En [66], se establecen grupos de bancos de imágenes, que se acomodan a características de las zonas de la imagen de baja resolución a procesar, los segmentos coincidentes que se encuentran, pasan a modelar las estructuras de la imagen y un factor de regularización se adapta en paralelo, para contribuir a conservar la fidelidad con las estructuras de la imagen. Los trabajos de este autor son importantes para la clasificación de regiones de la imagen y la asociación de parches ya que logra reducir el error en la reconstrucción, limitando los dominios de correspondencia. Un modelo de SR mediante diccionario, para múltiples escalas, independiente de bancos de imágenes externas, como en [65], puede incorporar estos métodos de asociación para ser más efectivo al describir las relaciones entre los pares de imágenes de alta y baja resolución que se obtienen.

Los modos de descomposición de la señal que se muestran en [15, 16, 67, 68], se combinan para mejorar los resultados de las técnicas de SR. La descomposición de una imagen en sumas de componentes ortogonales, permite analizar características particulares. Algunos métodos para la reconstrucción de imágenes mediante IP explotan la idea de que los núcleos de interpolación deben adaptarse a las frecuencias espaciales existentes [69]. Un borde fino, por ejemplo, no debe interpolarse con la misma densidad de muestras que un área plana ya que la frecuencia de muestreo requerida es mayor para reproducir dicho elemento. La descomposición de la imagen en múltiples bandas y direcciones como se muestra en [15, 16], es un recurso

que permite extraer la información de los diferentes contornos de la imagen según su grosor y seleccionarlos en las direcciones particulares en las cuales se orientan. Extraer la información requerida, permite adaptar el algoritmo de SR por banda de trabajo y orientaciones de los bordes.

En [17] un procedimiento de SR mediante diccionarios se estructura a partir de una transformación *contourlet* no submuestreada, *non subsampled contourlet transform* (NSCT, por sus siglas en inglés), esto permite representar la imagen de un modo detallado y resolver en su caso la simplicidad de la representación mediante derivadas direccionales. Con la representación direccional se puede seleccionar la información específica que los diccionarios emplearían. En el caso de MRI los tejidos presentan diferentes orientaciones y grosores de bordes, intensidades y texturas, por lo cual es útil la extracción de información específica sobre orientaciones y bandas de frecuencias de la imagen.

En [70] se aplica una técnica de SR sobre la descomposición de la imagen para tener una caracterización más detallada del tejido a clasificar. Se observan dos direcciones en las cuales la descomposición de la imagen contribuye con el proceso de SR. Se adapta el algoritmo a una banda de frecuencias y/o direcciones principales para obtener diccionarios con un tipo de información específica de correspondencias más precisas. La aplicación desarrollada es útil como modelo de trabajo en el cual se combinan modos de descomposición de la imagen en distintas bandas y direcciones.

Se puede observar en el estado del arte que la diversidad de técnicas de SR permite considerar los recursos empleados por los autores en forma independiente para establecer un procedimiento híbrido robusto a partir de sus consideraciones conceptuales.

Es notable la integración de recursos de análisis estadísticos y de agrupamiento de los trabajos del autor en [56] donde los procedimientos de minimización pueden ser actualizados así como puede variarse la transformación DCT por una K-SVD que provee un mejor comportamiento.

Por ejemplo, la auto regularización de gradientes aplicada en [18] solo considera una caracterización bidireccional del campo de gradientes. Y los procedimientos de interpolación pura pueden ser aplicados en el campo de la frecuencia de forma adaptativa para superar los valores alcanzados en el dominio espacial.

Sin embargo actualmente los resultados más relevantes en el área de SR son aportados por meta-algoritmos como el desarrollado en [116] donde el autor emplea mejores procesos de optimización y la vinculación de principios de dualidad geométrica con antecedente en [120].

Con respecto a estos meta-procedimientos se propone seguir integración de aportaciones de nuevos algoritmos de SR simples basados en núcleos difusión, de interpolación adaptativa y de manejo de gradientes multidireccionales.

En la siguiente sección se exponen como se ha aplicado la SR a MRI y oportunidades de investigación encontradas en el estado del arte. También se analizan cómo contribuir a la elaboración de métodos que eleven los parámetros de PSNR y SSIM evitando el empleo de múltiples imágenes y diccionarios.

### 2.2.1. Aplicación de SR a estudios de MRI

En diversos artículos se aborda la aplicación de métodos de SR a estudios de MRI [44, 45, 46, 53, 79, 80] y [81]. Una revisión de las técnicas de SR en imágenes médicas se encuentra en [82]. Una reseña de SR en MRI se encuentra en [83].

La presente investigación tiene antecedentes en [6] y [23]. En el primero, se aplica un método de SR para múltiples imágenes adquiridas con baja resolución en estudios de MRI. La imagen es mejor en relación con la adquirida directamente por el equipo, al tener en cuenta el Índice de Similitud Estructural (SSIM, por sus siglas en inglés). Sin embargo, la relación PSNR se ve muy afectada.

En [6], también se expone el compromiso entre aumentar la PSNR y elevar la resolución de la imagen. Se intenta elevar la resolución por encima de una adquisición directa empleando técnicas de SR para múltiples imágenes de una misma escena, pero los valores de PSNR son bajos.

En [84], se emplea una técnica de SR para múltiples imágenes que vincula parámetros de adquisición de la imagen y una técnica de regularización similar a la desarrollada en [72]. Los autores de [84] aplican un proceso de degradación y otro de registro de desplazamientos, se proyectan las imágenes reales en las simuladas y se emplean los gradientes de los desplazamientos como factores de regularización. En [84] se logró una mejora de la relación PSNR y de la resolución, sobre una adquisición directa en un tiempo  $T_1$ .

En [6], el tiempo de adquisición para múltiples imágenes es el mismo que para la adquisición de una sola imagen de alta resolución. En ese trabajo se analizó la resolución obtenida como un compromiso entre la señal a ruido y el tiempo de adquisición. Los autores de dicha investigación establecen la interrogante de cómo mejorar una imagen, más rápidamente con el empleo de SR en MRI, pero emplea métodos para múltiples imágenes, obteniendo relaciones SNR muy bajas. Los métodos de SR para imágenes simples, emplean una realización de la imagen de baja resolución, por lo cual se reduciría el tiempo de exposición del paciente en una proporción igual al número de imágenes requeridas por la aplicación de la técnica de SR para múltiples imágenes.

En [79] se construyó una imagen de alta resolución desde una de baja empleando una referencia de imagen de alta resolución de otra modalidad de adquisición en MRI. La combinación de ambas modalidades, se realiza empleando una representación mediante coeficientes escasos y una clasificación mediante PCA para relacionar las adquisiciones en los tiempos  $T_1$  y  $T_2$ . Posteriormente, se aplica una correspondencia entre la imagen de baja resolución y la de alta basada en la relación estructural o geométrica de las imágenes. Este procedimiento, aporta un nuevo tipo de información denominada intrínseca, integrada por información de ambas modalidades.

En [85], se emplea un método de aprendizaje directo con una base de datos que comprende un diccionario de alta resolución y otro de baja resolución. Las imágenes de entrada se encuentran en la base de datos de baja resolución. Los parches se asocian mediante una representación no negativa de coeficientes escasos. Una vez obtenida la correspondencia, se asocia el parche de la base de datos de alta resolución. El método es efectivo también, para la eliminación de ruido y supera a la interpolación bicúbica en 2dB con factor de escala  $q=2$  cuando el proceso es sólo de SR.

Los modelos de SR, que se mejoren con distintos principios de trabajo, pueden colaborar, para sumar ganancias en las relaciones de PSNR y SSIM. Debido a que los métodos de interpolación pura degradan los contornos de la imagen amplificada, primero se aplica un proceso de interpolación adaptativa para escalas de amplificación no enteras que conserven el contenido de altas frecuencias de la imagen amplificada. También se considera que los procedimientos de auto-regularización de gradientes, como el que se desarrolla en [18], se mejoran realizando una búsqueda realista de los gradientes. El procedimiento se puede aplicar sobre una interpolación pura adaptativa para obtener altas escalas de amplificación y mejoras de PSNR mayores 3 dB sobre la interpolación bicúbica.

En los métodos que utilizan diccionario, si se emplea una estimación más precisa de la imagen de entrada, la información externa en el proceso de SR se agrega con mayor exactitud en las regiones correspondientes. En la Tabla 2.2 se observa la calidad de parámetros SSIM y PSNR obtenido en trabajos como [56], [86] y [71]. Uno de los métodos que se desarrollan en este trabajo, se diseña para altas escalas de amplificación, a diferencia de los métodos con factores de amplificación enteros y de baja escala que se encuentran en la literatura.

Tabla 2.2: Medición del PSNR y de la SSIM de algunos métodos de SR que se aplican a un corte longitudinal de MRI, factor de escala  $q = 2$ .

Métodos	Decimado	PSNR	SSIM
ASDS-AR-NL	2	32.251	0.8953
ASDS-AR	2	33.83	0.8986
ASDS	2	33.94	0.9
NARM	2	33.373	0.8792
NCSR	2	35.33	0.9307

En la Figura 2.3 se exponen algunos casos. La interpolación bicúbica de base, puede cambiar para dar una ganancia en el proceso de acercamiento a la imagen de alta resolución.

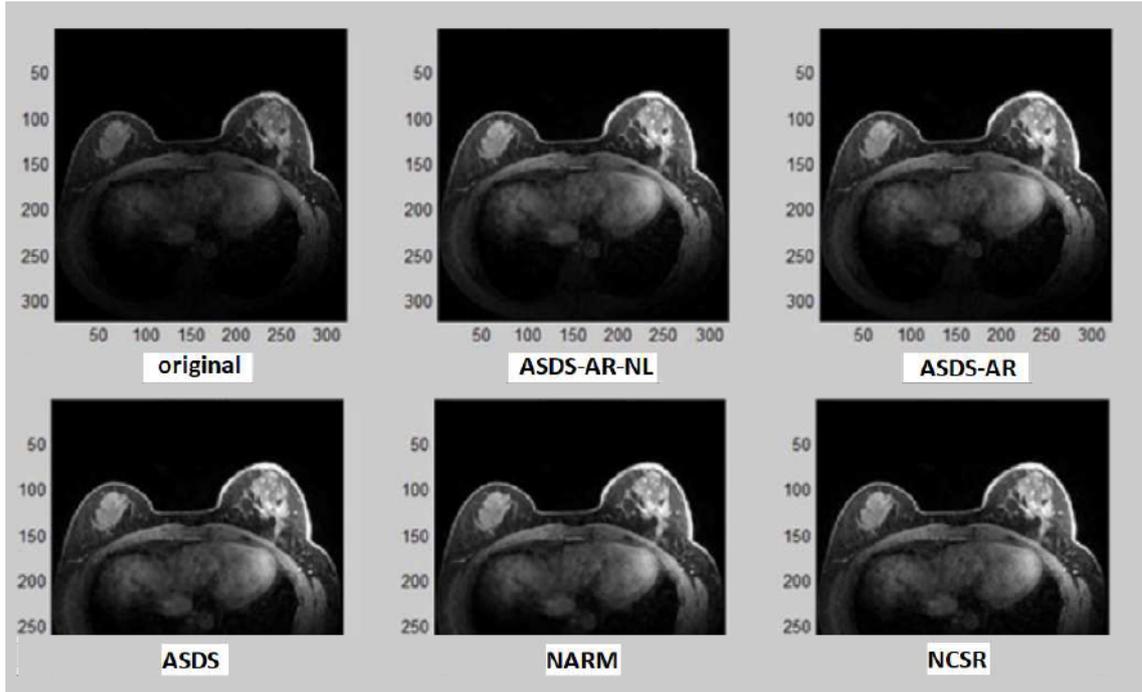


Figura 2.3: Reconstrucción mediante súper resolución al utilizar diccionarios. El factor de escala se mantiene en  $q=2$ . El método con resultados más favorables es NCSR [86].

### 2.2.2. Oportunidades de investigación

En las imágenes de MRI y en las imágenes naturales, se analizan características estructurales de forma, de textura e intensidad. Se considera si el medio de adquisición y la naturaleza del proceso, permiten la obtención de imágenes simples o conjuntos de imágenes. Se estudia su modo de representación. Pueden ser visualmente reconocibles en el dominio espacial o estar en el dominio de la frecuencia y poseer una descomposición mediante alguna transformación. Se tiene en cuenta si se requiere solamente de PI, procedimientos de auto regularización de gradientes, si es necesario emplear técnicas de diccionarios, o si se deben combinar esos procedimientos.

Es útil conocer los métodos de  $SR$  que se emplean en estudios MRI. Al realizar un estudio de la bibliografía existente, se detectan posibles combinaciones de las características de los modelos de  $SR$  para el procesamiento de las imágenes. La información de lo mencionado se presenta en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3: Característica de campo de trabajo de algunos métodos de SR. (1) Imágenes simples, (2) conjuntos de imágenes, (3) dominio espacial, (4) dominio de la frecuencia, (5) empleando transformaciones de Wavelet, (6) interpolación pura, (7) diccionarios, (8) empleado en MRI.

Método	1	2	3	4	5	6	7	8
NCSR	x		x				x	
ASDS	x		x				x	
NARM	x		x				x	
RHPI	x			x		x		
SWT-IDWT	x				x	x		
Bicúbico	x		x			x		x
Nearest	x		x			x		x
Gradient profile	x		x				x	
IBP		x	x				x	x

En la presente investigación, se buscan o desarrollan principios de diseño de método de SR para utilizarlos en la creación de nuevos métodos con características adecuadas para MRI. Es deseable que los métodos de SR que se apliquen a la MRI cumplan dos características principales: el empleo de imágenes simples y la utilización de la información de la propia imagen adquirida en baja resolución, ya que el empleo de bancos de imágenes de otros estudios se basa en la probabilidad de ocurrencia de grupos de *pixeles* que no son los que se adquieren en una misma adquisición.

En los métodos de SR aplicados a MRI que se exponen en la sección 2.2.1, no se emplean imágenes simples. En el caso de los diccionarios se agrega información externa a la imagen, mientras que en los estudios que se reportan sobre la aplicación de SR a MRI en [23], [6] requieren de múltiples adquisiciones de imágenes de baja resolución, lo cual demora el estudio.

En [71], se emplea la NSCT y diccionarios para crear correspondencias de los parches de las imágenes con las bandas de descomposición que contienen las frecuencias más altas. La transformación de la imagen crea grupos de coeficientes que se relacionan por bandas de frecuencias y direcciones. Además, permiten encontrar correspondencias más precisas entre los componentes de la imagen con ella misma o con otras externas.

Las características deseables que deben ser integradas en un modelo de SR que se aplique a MRI son:

- Lograr altas escalas de amplificación.
- Trabajar con imágenes simples.
- Emplear solamente la información de la propia imagen.
- Emplear la información direccional para adaptar el modelo de SR.

En [65], se realiza una técnica de diccionarios que caracteriza zonas de la imagen de baja resolución en múltiples escalas para predecir la imagen de alta resolución. Los métodos de SR que se basan en el aprendizaje varían sus resultados de manera significativa, dependiendo de los datos de entrenamiento. Con el fin de lograr mejores resultados, deben seleccionarse cuidadosamente los datos para el aprendizaje.

El diseño de los métodos de SR que se proponen, deben incluir de forma general recursos de procesamiento que permitan altas escalas de amplificación, aplicarse a una sola imagen sin incorporar información de bancos de imágenes. Existe la posibilidad de combinar los beneficios que aportan algunos de métodos de SR para cubrir las características deseables de un sistema para MRI. En los procedimientos que se analizaron individualmente se detectan posibles mejoras. Por ejemplo, un método de interpolación pura puede realizarse utilizando técnicas para adaptar la interpolación [14]. Los métodos de auto-regularización de gradientes pueden mejorarse estableciendo una búsqueda de los gradientes en la imagen alrededor de un borde que no sea perpendicular a este, sino que siga las máximas direcciones de cambio en su entorno. Los métodos de diccionario en particular pueden utilizar la información de la propia imagen o sus derivadas para incrementar el contenido de alta frecuencia.

En los métodos de diccionarios, se clasifica la información que se desea corresponder, empleando la descomposición de la imagen en bandas y frecuencias específicas. Las mejoras, en los procedimientos particulares de SR, pueden ser integradas para obtener una mayor calidad de la imagen de HR, la cual se evalúa mediante relaciones de parámetros SSIM y PSNR.

En la Tabla 2.4 se relacionan algunos procedimientos de SR con las características mencionadas. En la Tabla 2.5 se exponen algunos de los algoritmos con mejores características reportados en la literatura. Se observa que los métodos para múltiples imágenes [72, 73] y [50] no se aplican para altas escalas de amplificación, tampoco los métodos de diccionarios [74] y [75]. El objetivo es obtener un modelo híbrido de SR, con características deseables para aplicarse en MRI.

Tabla 2.4: Características deseables de un sistema de SR para MRI en relación con algunos procedimientos.

Clasificación	Método	Escala de amplificación	Para imagen simple	Información externa
Interpolación pura	Auto regularización de gradientes [19]	Altas	Sí	No
	Interpolación pura con restricción de alta frecuencia [20]	Altas	Sí	No
Para múltiples imágenes	Tikhonov [72]	Bajas	No	Sí
	ART [73]	Bajas	No	Sí
	IBP [50]	Bajas	No	Sí
Métodos de diccionarios	Diccionario multiescala de la propia imagen [74]	Altas	Sí	No
	ASDS [75]	Bajas	Sí	Sí
	NCSR [86]	Bajas	Sí	Sí
	NARM [76]	Bajas	Sí	No
	Diccionario con NSCT [71]	Bajas	Sí	Sí
Híbrido	Propuesta de investigación	Altas	Sí	No

Tabla 2.5: Comparación de los referentes más cercanos dentro de cada campo de clasificación de los métodos de SR.

Método	Concepto	Desventaja	Modificaciones propuestas
Auto regulación de gradientes [19]	Mejora de contornos sin agregar información externa. Los gradientes de bordes obtienen de su contexto local, una medida de cambio hacia una resolución mayor. El cambio de los gradientes se parametriza y controla.	El proceso de búsqueda de gradientes considera los <i>pixeles</i> que se encuentran en la dirección perpendicular al gradiente.	Desarrollar un método de búsqueda de gradientes, para encontrar el máximo cambio alrededor de los puntos de contorno. Considerar distintas cantidades de puntos de bordes en todas direcciones alrededor de un punto máximo o mínimo para determinar el ancho promedio de curva local.
Interpolación pura con restricción de alta frecuencia [20]	Permite determinar escalas óptimas de interpolación, empleando un núcleo de interpolación en las frecuencias, restringido por el contenido de bordes de la imagen de salida.	No tiene en cuenta la energía de la imagen para puntos de indefinición, por lo cual en algunas escalas, la restricción de alta frecuencia entrega un resultado incorrecto.	Se incorpora la energía de la MRI, como factor para calcular el contenido de altas frecuencias del algoritmo, se estabilizan sus resultados, en el contexto de análisis.

Continúa en la siguiente página
---------------------------------

Método	Concepto	Desventaja	Modificaciones propuestas
Diccionario multiescala de la propia imagen [74]	Es una técnica que permite asociar los parches de alta resolución y los de baja, empleando múltiples escalas de la misma imagen. No incorpora información externa sobre la imagen. Es un modelo de interpolación mediante diccionarios, que describe el comportamiento de los parches a distintas escalas, mediante una técnica de regresión por soporte vectorial SVR [77].	Las múltiples escalas, son encontradas mediante métodos de interpolación que no son óptimos.	Incorporar un algoritmo de interpolación pura con determinación de escalas óptimas, para obtener los parches cuyo comportamiento se aprende. Incorporar un modelo de regresión lineal entre escalas, que brinde un error mínimo de estimación.
NCSR [78]	Utiliza las similitudes no locales para clasificar los parches de la imagen y crear distintos grupos. Realiza una correspondencia de los parches en grupos que se separan y se logra mayor precisión en el proceso.	Su efectividad depende de la selección de un banco de imágenes externo adecuado a la imagen de entrada con un factor de amplificación bajo. La interpolación empleada en el proceso es bicúbica.	Modificar el algoritmo para que funcione con parches a distintas escalas que se obtienen de una única imagen de entrada aprovechando la técnica de clasificación de parches descrita en [65]. Se incorpora una restricción direccional en los algoritmos de búsqueda de correspondencias entre parches LR-HR

Continúa en la siguiente página

Método	Concepto	Desventaja	Modificaciones propuestas
Diccionario con NSCT [71]	Permite clasificar la información de correspondencias entre parches manteniendo la información de banda de frecuencia y dirección de bordes en los grupos que se crean.	Su efectividad, depende de la selección de una base de datos externa, adecuada a la imagen de entrada con un factor de amplificación bajo. La interpolación empleada en el proceso es bicúbica.	Utilizar parches a distintas escalas, obtenidos de una única imagen de entrada. Aplicar la descomposición direccional a las múltiples escalas en las bandas donde se concentre la información del segmento de la imagen sobre el cual se aplica la SR. Incorporar una restricción direccional en los algoritmos de búsqueda de correspondencias entre parches LR-HR.

Los métodos que se presentan en la Tabla 2.5 se eligieron por el método propuesto y los aportes que se pueden realizar dentro del estado del arte para obtener un sistema con las características deseables de SR para MRI, descritas en el modelo híbrido de la Tabla 2.4.

## Capítulo 3

# Propuesta de Solución al Problema de Investigación

A partir del estudio del estado del arte, se detectaron diferentes alternativas para diseñar nuevos métodos de SR. Este capítulo se realiza para guiar la lectura del capítulo 4. La diversidad de alternativas encontradas para mejorar la resolución de una imagen simple mediante métodos compuestos demanda la necesidad de organizarlos en un modelo general de trabajo. Dentro del modelo mencionado se relacionan los métodos de SR que se diseñan en esta investigación. Para el diseño de los métodos de SR se emplean conceptos adecuados a las características deseables para aplicarse a MRI y al mismo tiempo resultan competitivos como métodos de SR para imágenes naturales en general.

La Figura 3.1 describe el modelo de trabajo para la presente investigación. En éste modelo se integran diferentes métodos de SR diseñados en esta tesis. Los métodos diseñados se describen detalladamente en el capítulo 4. Los procedimientos se combinan de distintas maneras, teniendo en cuenta la filosofía de trabajo y las ventajas que se desean obtener en cada caso, durante el diseño de cada método de SR.

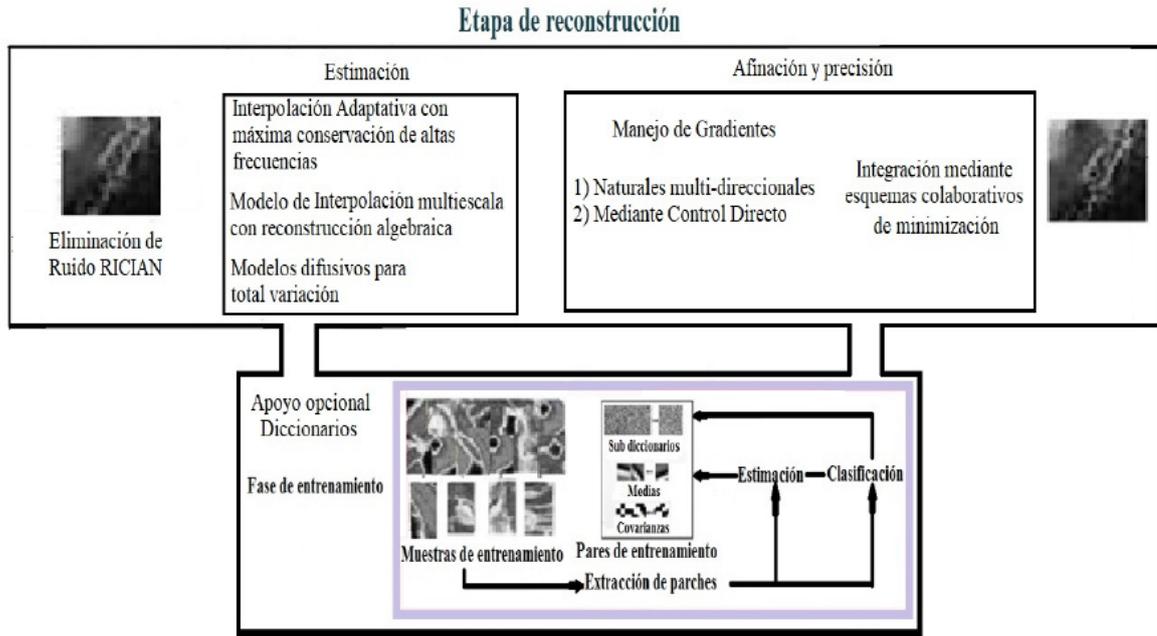


Figura 3.1: Propuesta de Solución al Problema de Investigación, se introduce una imagen de LR, la cual puede pasar por diferentes métodos que implican nuevos conceptos de trabajo y formalizaciones matemáticas. Se obtiene una imagen de alta resolución.

La interpolación adaptativa puede consultarse en la sección 4.1, así como el método de interpolación mediante reconstrucción algebraica de múltiples escalas en la sección 4.2 y la estimación con el método difusivo con variación total en la sección 4.3.1. Los métodos de diccionarios, se abordan en las secciones 4.3 y 4.4. Dos nuevos métodos de control de gradientes se exponen en la sección 4.5, mientras que la etapa de aplicación colaborativa de estimación difusiva y control directo de gradientes, se exponen en la sección 4.7. Aunque no se realiza un modelo general de SR que vincule todos los procedimientos, se logran aportaciones al desarrollar y combinar nuevos métodos individuales. Además, se mejoran los parámetros de calidad PSNR y SSIM hasta en 6 dB y 0.3 respectivamente en el mejor de los casos para una amplificación  $\times 2$ .

En [87], un modelo de SR integró algoritmos independientes de forma modular para contribuir a mejorar la imagen de entrada a los diccionarios. Sólo emplea filtros para suavizar cambios bruscos provocados por dificultades para la superposición de parches de la imagen. En el bloque de estimación inicial, se propuso la aplicación de los métodos de auto-regularización de gradientes (ARG) [18] e interpolación adaptativa con conservación de alta frecuencia similar al descrito en [20]. El desarrollo continuo de las técnicas de SR, permite obtener sistemas robustos, con los cuales se aprovechan las mejoras realizadas a cada procedimiento en particular, como puede observarse en [88, 89] y [90].

### 3.1. Métodos de SR relacionados

Para la combinación orientada de los algoritmos de SR se propone un modelo que los contiene, ya descrito en la Figura 3.1. Los procesos que se exponen actúan de forma colaborativa o independiente cuando se diseña un método de SR en particular.

El registro del comportamiento de las combinaciones de algoritmos y la optimización de sus parámetros individuales es una guía de diseño para el modelado de un método de SR particular. Por ejemplo, se espera que la auto-regularización de gradientes e PI con conservación de altas frecuencias en la etapa de estimación inicial contribuyan a mejorar el desempeño del sistema de SR en el procesamiento mediante diccionarios.

Los métodos de SR se aplicaron en MRI, en trabajos como: [6, 74] y [91], sin tener en cuenta altas escalas de amplificación. Generalmente se realizan en el dominio espacial a través de la interpolación bicúbica. En uno de los métodos desarrollados, se propone la construcción de un *Kernel* o núcleo de interpolación. El ajuste de los parámetros en los algoritmos, se obtiene observando el comportamiento de los parámetros PSNR y SSIM.

En el caso de empleo de *wavelets* para SR las direcciones consideradas en [48] y [52] no son suficientes para la descripción de contornos suaves. Una posible solución para ello es el empleo de *contourlets* y en particular la transformación no submuestreada NSCT ya que es la única que mantiene la escala de trabajo y una descomposición orthogonal con control de dirección de altas frecuencias.

Los métodos que se proponen para la estimación de la imagen de entrada al sistema son:

- Interpolación pura adaptativa para altas escalas de amplificación.
- Interpolación multi-escala mediante reconstrucción algebraica.
- Modelo difusivo sobre variación total de alta dimensión.

#### 3.1.1. Estimación de imagen de entrada

En esta etapa, se agrupan los algoritmos de interpolación pura y difusión sobre variación total, los cuales requieren de parámetros de entrada para seleccionar el factor de escala, modelo de detección de bordes, número de escalas para una técnica de reconstrucción algebraica (ART, por sus siglas en inglés), tamaño de ventana de difusión y otros en dependencia del algoritmo aplicado posteriormente. Su función es estimar una imagen de entrada con el mayor contenido de altas frecuencias. La Tabla 3.1 y la Figura 3.2, muestran resultados del algoritmo de interpolación adaptativa y manejo de gradientes naturales. Se puede aplicar un procesamiento posterior mediante técnicas de diccionarios. En la tabla 3.1 se obtienen los valores de SSIM y PSNR entre la imagen de HR estimada con el método 4.1.1 y la imagen real de alta resolución

Tabla 3.1: Valores de SSIM para factores de ampliación no enteros de un método de interpolación propuesto durante el desarrollo de la investigación, factor de escala  $q=12.2936$  y comparación con diferentes métodos.

Corte de MRI	Lanczos2	Lanczos1	Bilineal	Bicúbico	Vecino cercano	Interpolación adaptativa
1	0.7970	0.7914	0.7721	0.791	0.6258	<b>0.8260</b>
2	0.8043	0.7974	0.7782	0.797	0.6323	<b>0.8353</b>
3	0.8009	0.7942	0.7748	0.7942	0.6302	<b>0.8306</b>
4	0.7924	0.7846	0.7634	0.7845	0.6197	<b>0.8233</b>
5	0.7954	0.7877	0.7670	0.7876	0.6164	<b>0.8274</b>
6	0.7917	0.7841	0.7631	0.7838	0.6108	<b>0.8237</b>
7	0.7923	0.7846	0.7623	0.7845	0.6046	<b>0.8238</b>
8	0.7938	0.7852	0.7623	0.7851	0.6026	<b>0.8258</b>
9	0.7871	0.7780	0.7545	0.7777	0.5955	<b>0.8190</b>
10	0.7903	0.7811	0.7581	0.7809	0.5964	<b>0.8234</b>

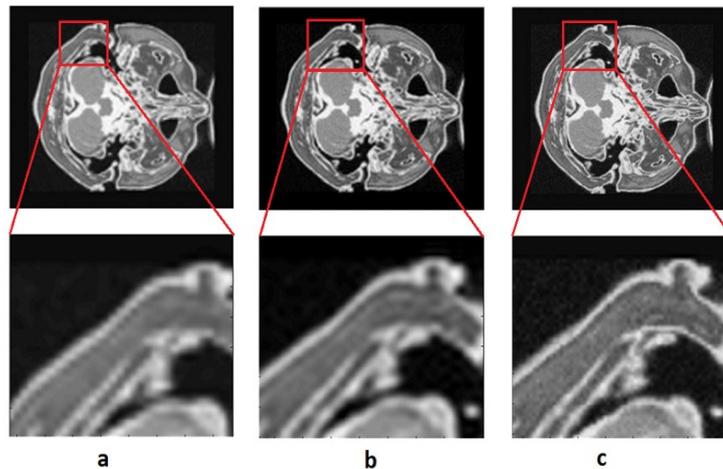


Figura 3.2: Comparación visual (a) interpolación bicúbica, (b) método propuesto, (c) imagen original.

### 3.1.2. Diccionarios

Esta etapa es opcional en el diseño de un método de SR. En general la etapa de estimación mejorada permite obtener mejores resultados en el post procesamiento mediante diccionarios porque puede acoplarse a los bloques de estimación o afinación. En la propuesta, el diccionario está vinculado con el diseño en esta investigación de un nuevo método de SR denominado DAHNLTV y un procedimiento de interpolación multiescala con un proceso diferente de reconstrucción algebraica. La

aplicación de modelos de diccionarios se expone en trabajos como: [51, 55, 56] y [57].

Se consideró la reducción de los datos mediante actualización de valores singulares KSVD [64]. Para establecer correspondencias, se aplicó el modelo de clasificación como PCA siguiendo los principios de los métodos descritos en [7, 66] y [86]. También se empleó la estimación de parámetros estadísticos [57], para establecer relaciones entre los parches de las imágenes de HR y LR. Para relacionar los parches de HR y LR, se empleó un banco de imágenes externas o información intrínseca de la propia imagen. Se recibieron como entradas la imagen de LR, la escala de amplificación, el tamaño de los parches, el modo de agrupamiento y el modelo de clasificación, por ejemplo: la energía de los valores propios en PCA.

### 3.1.3. Afinamiento y precisión

Esta etapa estuvo dedicada al diseño de nuevos métodos de control de gradientes. Sus dos antecedentes principales son:

- El control basado en autointerpolación emplean características de direcciones y frecuencias de la imagen para el cálculo de campos de desplazamiento de los gradientes [19].
- El control basado en similitud de características locales de gradientes de imágenes externas como diccionarios [18].

Para elaborar los diseños se proponen dos nuevas alternativas para el manejo de gradientes, el seguimiento bi-direccional de pendientes naturales y el modelo de control directo. En el primer caso, se procede a dar un seguimiento natural de las pendientes sobre la imagen; en el segundo caso, se generalizó el cálculo del campo de desplazamientos mediante la síntesis de un desarrollo en series de derivadas consecutivas.

### 3.1.4. Reconstrucción

Se refiere al modelo de aproximación a la imagen de HR como proceso de SR en conjunto. Entrega una imagen resultante para realizar las mediciones de PSNR y SSIM. Puede comprender uno o varios métodos, representados dentro de la Figura 3.1.

En los modelos de diccionarios, se emplea como entrada el tamaño de los parches de la imagen, así como la distribución de éstos en el diccionario. Se realiza la estimación final de los parches de alta resolución, mediante un método de aprendizaje que los relaciona como en [66] y [79]. Se descompone la imagen en parches y se reconstruye mediante los parches de alta resolución correspondientes como en [57] y [90]. En los modelos de PI y de manejo de gradientes, se refiere a la etapa de obtención de una imagen de salida mediante un núcleo adaptativo o mediante un proceso de minimización, respectivamente. No existe una descomposición de la imagen en pequeños segmentos, ni procedimientos de agrupamiento.

## 3.2. Consideraciones para validar los resultados en la experimentación

Para comparar los resultados de PSNR y SSIM de los procedimientos propuestos con los reportados en el estado del arte por otros autores, se establecen condiciones de trabajo idénticas. Los factores que no varían durante las comparaciones con otros procedimientos son:

- Escala de decimado.
- Matriz de degradación.
- La imagen contra la cual se realiza la comparación
- Los mismos parámetros en las métricas de medición SSIM y PSNR.

Otras consideraciones a tomar en cuenta para realizar las comparaciones y la validación de resultados son:

- Tomar como referente el incremento de los parámetros de SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica, descrito en el estado del arte si no existe acceso al procedimiento de SR en particular o a la información para realizarlo. La interpolación bicúbica es un referente universal para los investigadores en el área de SR.
- Se implementan o adquieren los algoritmos que se requieran emplear en las comparaciones.
- Relacionar la resolución de la señal de MRI con el alcance de mayor similitud con respecto a la imagen de alta resolución. Una imagen limitada en frecuencia en los rangos  $W_x$ ,  $W_y$  presenta intervalos entre sus armónicos [92].

$$\Delta k_x = \frac{1}{W_x} \quad (3.1)$$

$$\Delta k_y = \frac{1}{W_y} \quad (3.2)$$

En MRI estos intervalos se definen como:

$$\Delta k_x = \gamma |G_x| \Delta t \quad (3.3)$$

$$\Delta k_y = \gamma \Delta G_y T_{pe} \quad (3.4)$$

Donde  $G$  representa el gradiente de campo magnético (producido por las bobinas de gradientes de campo), aplicado a la constante giromagnética del hidrógeno,  $T_{pe}$  es el tiempo de establecimiento de fase y el tiempo de muestreo en la dirección de salida [93].

$$\Delta t \leq \frac{2\pi}{\gamma |G_x| W_x} \quad (3.5)$$

$$\Delta G_y \leq \frac{2\pi}{\gamma T_{pe} W_y} \quad (3.6)$$

Estas relaciones exponen cómo el aumento del campo magnético aplicado disminuye el intervalo de muestreo que se requiere. Se registran nuevas componentes de frecuencia y se logra en consecuencia, una mayor resolución de la imagen. Los parámetros de comparación SSIM y PSNR para imágenes obtenidas a través de la SR son directamente proporcionales al crecimiento del campo magnético aplicado. Un método de SR permite sustituir ese crecimiento del campo magnético requerido por el procesamiento digital para SR.

### 3.3. Propuesta de integración de los métodos de SR diseñados en esta investigación

Para la mejora de los métodos, se integrarán recursos de SR, para lo cual se emplearán estudios de MRI, tomados de [94] y [95]. Además, para propósitos comparativos con otros algoritmos de SR, se emplearán también bancos de imágenes naturales. Los métodos de SR que se desarrollan en esta investigación, presentan distintas etapas para maximizar los valores de SSIM y PSNR. Los métodos propuestos están constituidos por una o varias de las siguientes etapas desarrolladas en esta investigación:

- Estimación de imagen de entrada con alta escala de amplificación, conservando la alta frecuencia mediante un nuevo método de interpolación pura adaptativa en el dominio de las frecuencias.
- Empleo de manejo de gradientes NBGF para el afilado de bordes.
- Aplicación de un método de SR mediante diccionarios, como se describe en [17], sobre modelos de interpolación pura mediante aprendizaje multi-escala con ART.
- Aplicación de manejo directo de gradientes DGM.
- Aplicación del modelo DAHNLTV.
- Aplicación de los modelos DGM y DAHNLTV, en un esquema colaborativo para SR.

Es importante mencionar que algunos referentes cercanos a la presente investigación, han superado a la interpolación bicúbica en su relación PSNR. Por ejemplo en [85] con un factor de escala  $q=2$  se mejora un promedio de 2 dB y en [96] con  $q=2$  en 4dB como promedio.

La integración de métodos de SR, tuvo los siguientes propósitos:

- Incidir en diferentes etapas del proceso de SR para acumular las mejoras de SSIM y PSNR.

- Sintetizar el manejo de gradientes para lograr un cálculo del campo de desplazamiento de gradientes que sea sencillo y eficiente.
- Aplicar un modelo difusivo de variación total de alta dimensión para mejorar la estimación de la imagen.
- Realizar un modelo colaborativo donde se empleen las nuevas técnicas propuestas DGM y DAHNLTV para SR.

Como etapa inicial, se desarrolló un nuevo método de interpolación pura con máxima conservación de altas frecuencias y un modelo de auto regularización mediante gradientes [18]. En los métodos de SR que se diseñaron, los procedimientos de interpolación pura y auto regularización mediante gradientes [18] cumplen la condición de no incorporar información externa sobre la imagen.

En el siguiente capítulo se expone el desarrollo de la propuesta de solución, la metodología de desarrollo de sus diferentes etapas, la formulación de las novedades conceptuales que se aplican y su formalización matemática. También se exponen los resultados obtenidos de incremento de las relaciones PSNR y SSIM sobre los procedimientos descritos en el estado del arte. Al mismo tiempo los procedimientos principales que se proponen pueden ser aplicados a imágenes naturales y cumplen las características deseables para ser aplicados a MRI.

### 3.4. Diseño de los Experimentos en General

Los experimentos realizados para observar el desempeño de cada método de SR diseñado en esta investigación, constan de dos etapas principales.

1. La primera etapa considera una selección de los parámetros de la formulación matemática del método que se diseña. Cada formulación está apoyada en una explicación conceptual. En esta etapa, se seleccionan los valores de las variables del método de SR para obtener los mayores valores de PSNR y SSIM.
2. La segunda etapa considera la puesta en práctica del método con fines comparativos. Para el método de SR que se compara, se emplean la configuración encontrada en la primera etapa. Las comparaciones se realizan utilizando las métricas estándares del área de investigación sobre SR, PSNR y SSIM, aportadas por los autores de [25] y [26] respectivamente. Además, el código para las mediciones de SSIM también es aportado por los autores de esta métrica.

Para establecer un experimento, en todos los casos se emplea una imagen conocida de HR y su versión de LR. El par de LR de la imagen de HR se obtiene mediante un filtrado pasa-bajo gaussiano para evitar solapamiento de altas frecuencias, decimado con factor de escala  $q$  e interpolación bicúbica hacia la dimensión inicial de HR. La imagen de LR sirve como entrada al método de SR diseñado que se compara. La imagen de HR estimada (HRe) y la imagen de HR original son comparadas mediante las métricas de PSNR y SSIM.

Cada método de SR diseñado en este trabajo, se explica conceptualmente en la sección correspondiente. En cada caso, se exponen los aportes que hacen mas efectivos a los métodos realizados. Finalmente, se realiza una formulación matemática donde se expresan las novedades conceptuales del método de SR que se diseña.

El significado de cada variable en las formulaciones de los métodos de SR que se diseñan, se explican en la sección correspondiente. La relevancia e influencia de estas variables son observables en la formulación matemática. Para cada método se seleccionan los mejores valores en función del comportamiento que brindan para mejorar las métricas de SSIM y PSNR.

Las imágenes empleadas para optimizar los parámetros de los algoritmos son conocidas, provienen de bases de datos como BSD500 y BSD100. Poseen color, generalmente se encuentran en formato .png o .bmp y los valores de sus *pixeles* están en el rango de 0-255. En el caso de las imágenes de MRI, están en formato DICOM y también en un rango de valores de 0-255. En todos los casos, se leen los datos puros contenidos, decodificando el formato correspondiente. Las escalas consideradas son dos, tres, cuatro y seis.

Para identificar las variables consideradas en la selección de los valores, se requiere una lectura cuidadosa debido a que las formulaciones de los métodos de SR propuestos son extensas. En la exposición de cada método diseñado, se exponen los valores adecuados que adquieren las variables en su formulación para obtener el mejor desempeño al medir los valores de SSIM y PSNR.

La última etapa consiste en la comparación de los métodos de SR propuestos con respecto a los métodos desarrollados en el estado del arte. Las condiciones a considerar son el empleo de una misma imagen de entrada y una misma escala de amplificación. Los algoritmos contra los cuales se coparan los métodos propuestos son proporcionados por sus respectivos autores. En el caso del manejo de gradientes también fueron implementados.

Otra prueba que se desarrolló fue la comparación interna entre métodos nuevos que se diseñaron en este trabajo. En las secciones de este documento, donde se exponen las comparaciones, se identifican las característica conceptuales y de formulación matemática consideradas para cada caso.

### **3.4.1. Algoritmo, método y procedimiento**

En este trabajo se aplican diferentes terminologías para las descripciones. La descripción de un algoritmo, por ejemplo, implica una formulación matemática. La descripción de un método implica la aplicación estructurada de los algoritmos, el método es estático. Un procedimiento se refiere a la manera de orientar los algoritmos para construir el método definitivo. En las secciones correspondientes a cada método de SR, se aplica una denominación paraticular al tipo de descripción realizada.

# Capítulo 4

## Diseños, pruebas y resultados

En este capítulo, se documenta el desarrollo de nuevos métodos de SR para incrementar los parámetros de calidad SSIM y PSNR. El seguimiento del proceso responde al modelo de integración de para los métodos de SR que sean diseñados, propuesto en la sección 3.3. La estimación de las imágenes de entrada, es fundamental en procedimientos de SR o de manejo de gradientes, como se expone en la sección 3.3. En el primer método propuesto, se desarrolló una nueva interpolación adaptativa, con la cual se encontraron escalas óptimas de amplificación y se evitó la degradación de las altas frecuencias. A continuación se aplicó un manejo de los gradientes amplificados, para afilar los bordes de la imagen. Posteriormente, se realizó una estimación de la imagen de HR mediante una reconstrucción algebraica en una representación multiescala de la imagen para lograr una alta resolución. Se expone además, un tercer procedimiento, en el cual se brinda una nueva solución a la determinación de la cantidad de parches de la imagen que se emplean para la estimación del valor real en un proceso de variación total no local de alta dimensión (AHNLTV). Para el manejo de gradientes, se desarrollaron dos nuevos métodos, uno mediante seguimiento natural multidireccional de gradientes y el control directo de gradientes. Finalmente, se propone un procedimiento colaborativo para SR, donde se integran dos de los métodos desarrollados en la investigación.

### 4.1. Escalas óptimas de amplificación y manejo de gradientes

En esta subsección, se expone un nuevo método de interpolación adaptativa, que permite una máxima conservación de contenidos de altas frecuencias a altas escalas de amplificación. El método se aplica como procedimiento de estimación de imágenes de entrada dentro del modelo descrito en la sección 3.3.

El método propuesto tiene dos etapas fundamentales: una de amplificación pura en el dominio de la frecuencia y otra de manejo de los gradientes que se obtienen.

**Procedimiento Básico**

**Entrada:** Imagen de LR en el dominio de las frecuencias, núcleo de interpolación el rango de frecuencias discretas  $[-\pi, \pi]$ .

**Resultado:** Imagen ampliada con máximo contenido de altas frecuencias.

**While** *contenido de bordes*  $\neq$  *máximo*

1. Amplificar la imagen realizando la convolución con el núcleo de amplificación.
2. Realizar la transformada de Fourier inversa, detectar los bordes de la imagen de salida en el dominio espacial y medir su energía.
3. Modificar las dimensiones del núcleo de interpolación.

**end**

Una vez que se ha detectado la escala de amplificación adecuada, se debe proceder a mejorar los gradientes empleando el procedimiento de auto-regularización de gradientes (ARG).

Las contribuciones del procedimiento se resumen de la siguiente manera:

- Se desarrolló un nuevo procedimiento de interpolación pura (PI, por sus siglas en inglés) con máxima conservación del contenido de altas frecuencias.
- Se encontraron las escalas óptimas de amplificación.
- Se mejoró la calidad de los contornos de la imagen ampliada a una alta escala, mediante auto-regularización de gradientes.

Las secciones para la explicación del modelo se distribuyen en el texto, de la siguiente manera: en 2.1.1, se explicó el modelo de adquisición de MRI. En 4.1.1, se analiza el método de amplificación PI propuesto. En la sección 4.1.4 se expone el método de gradiente autoregulado. En la sección 4.1.5, se muestran los resultados de PI y PI con ARG. Finalmente, algunas observaciones se presentan en la sección 5.2.4.

#### 4.1.1. Método PI propuesto para amplificación

La Figura 4.1 muestra el esquema del método PI que se propone en esta tesis. La imagen de entrada convolucionada con una matriz de muestreo truncada de tamaño  $L^0 \times M^0$  en el dominio de la frecuencia. Los coeficientes resultantes se transforman en el dominio espacial. Los bordes son detectados y contados. La resolución del conjunto de muestras se adapta en cada iteración hasta que el conteo de bordes se mantenga constante o se alcance un conteo máximo controlado por un umbral que se define como  $\varepsilon$ . El proceso PI se detiene y la imagen ampliada se envía a la sección de auto regularización de gradientes ARG para afilar los bordes.

A continuación, se explica el modelo de PI:

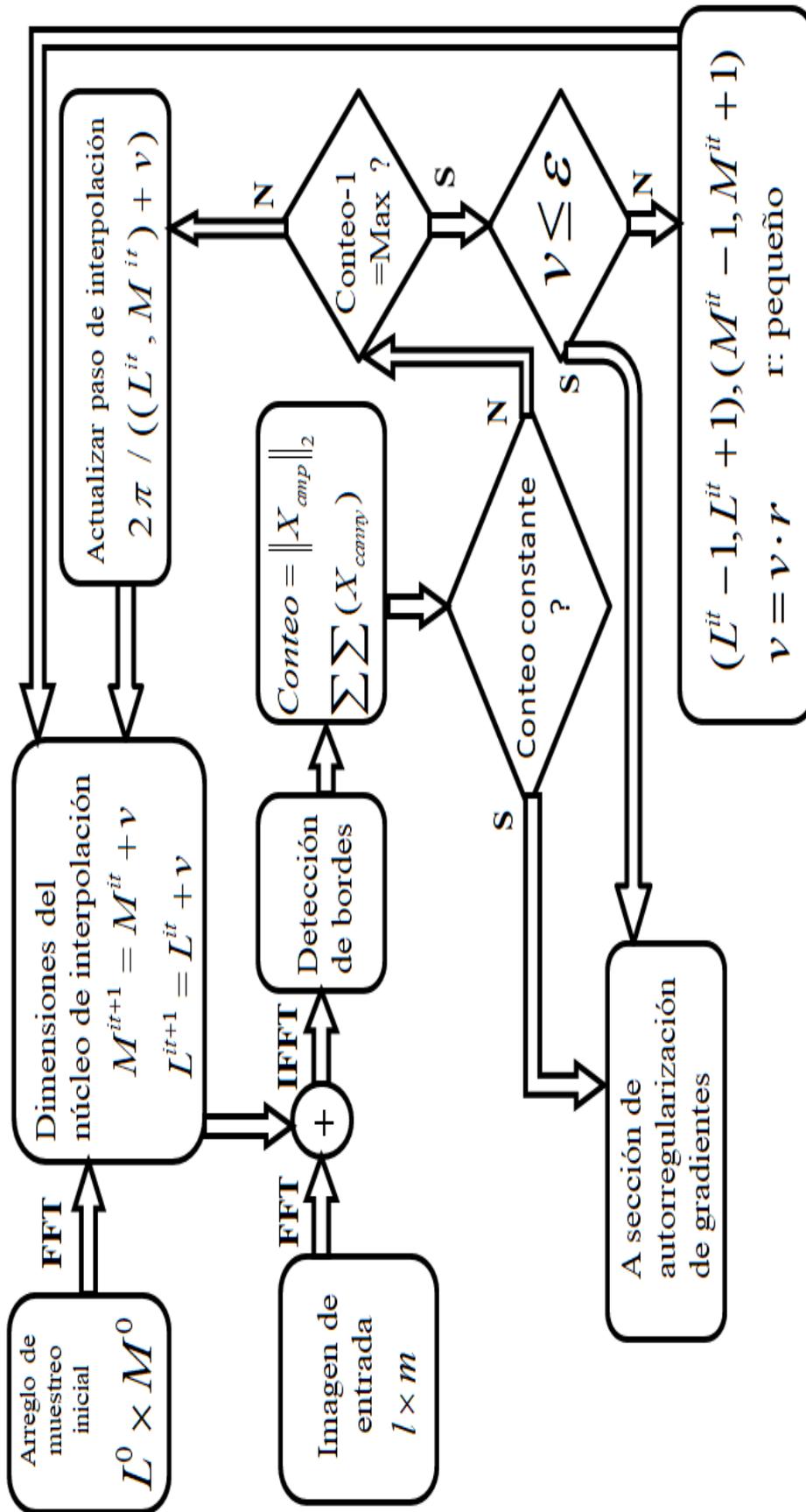


Figura 4.1: Método PI propuesto.

### 4.1.2. Arreglo para muestreo

La transformada de fourier (FT) de la matriz de muestreo truncada [97] es la función 2-D,

$$D_T(\omega'_x, \omega'_y) = \frac{\sin(\omega'_x (j + \frac{1}{2}) \Delta x) \cdot \sin(\omega'_y (k + \frac{1}{2}) \Delta y)}{\sin(\omega'_x \frac{\Delta x}{2}) \cdot \sin(\omega'_y \frac{\Delta y}{2})} \quad (4.1)$$

Donde:  $j$  y  $k$  son la posición en la matriz y  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  representan la inversión de las dimensiones de la matriz. La Ecuación 4.1 es un núcleo de interpolación que se adapta con respecto al conteo de los bordes con el fin de preservar el contenido de altas frecuencias de la imagen. El espacio de las funciones limitadas en el rango de frecuencia  $(-\pi, \pi)$  son abarcadas por el conjunto infinito, pero contable, de funciones *sinc* desplazadas. Por lo tanto, cualquier imagen de banda limitada se puede reconstruir a partir de sus muestras espaciadas utilizando un filtro pasa bajas ideal de la siguiente forma:

$$S_{amp}(\omega'_x, \omega'_y) = \sum_{n_x \Delta \omega_x = -\pi}^{\pi} \sum_{n_y \Delta \omega_y = -\pi}^{\pi} S(n_x \Delta \omega_x, n_y \Delta \omega_y) \cdot \text{sinc}(\omega_x - n_x \Delta \omega_x, \omega_y - n_y \Delta \omega_y) \quad (4.2)$$

Análogamente, utilizando las ecuaciones (2.5) y (4.2), durante el proceso de adquisición, la señal puede ser representada por una imagen muestreada en el dominio de la frecuencia, de la siguiente manera:

$$S_{amp}(\omega'_x, \omega'_y) = \left( \frac{1}{4\pi^2} \right) S(\omega'_x, \omega'_y) \star D_T(\omega'_x, \omega'_y) \quad (4.3)$$

El símbolo  $\star$  es el operador de convolución (transforma a  $S$  y  $D_T$  en  $S_{amp}$  que representa la magnitud en la que se superponen  $S$  y una versión trasladada e invertida de  $D_T$ ). A diferentes escalas, la ganancia del sistema de interpolación es subóptima porque el recuento de bordes no mantiene una relación lineal con el aumento de la resolución. La Figura 4.2 muestra la convolución del núcleo de interpolación con la imagen en el dominio de la frecuencia. La solución propuesta para el caso subóptimo, es usar una técnica adaptativa en la que el núcleo de amplificación se controla mediante el uso de restricciones de alta frecuencia.

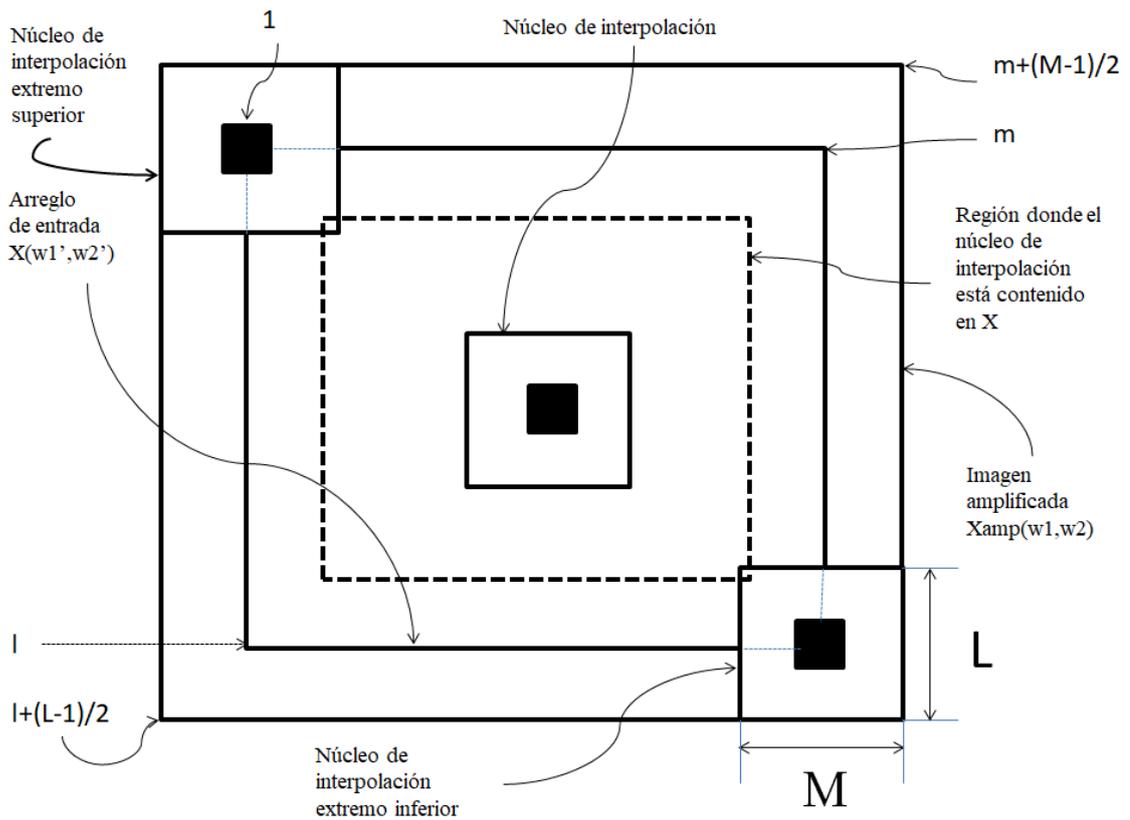


Figura 4.2: Relaciones entre la entrada y las imágenes de salida con el núcleo de amplificación.

La Figura 4.3 muestra la relación entre las muestras, la separación en el conjunto de muestreo y su FT.

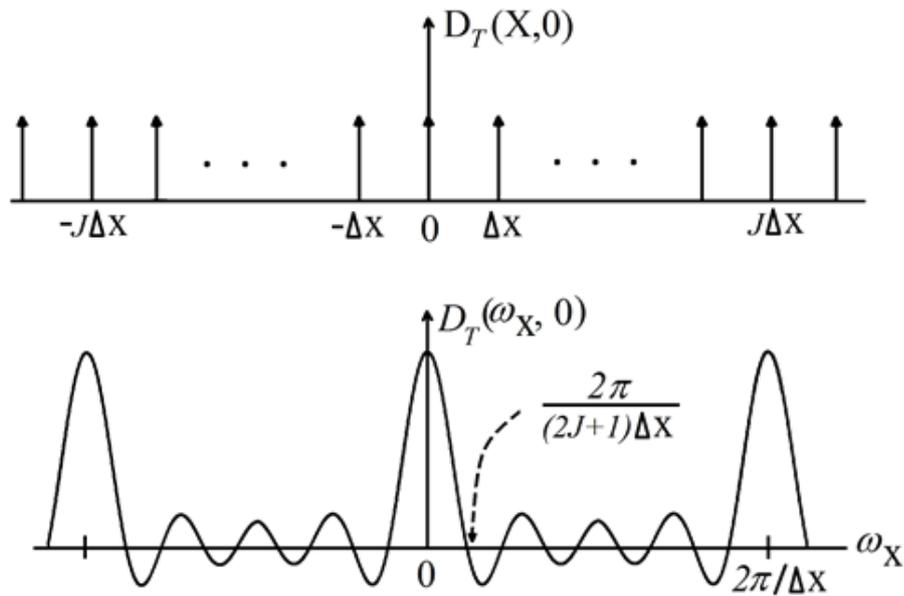


Figura 4.3: Muestra de matriz truncada y su FT en una dimensión.

Por lo tanto, definiendo  $L = 2K$  y  $M = 2J$ .

$$D_T(\omega'_x, \omega'_y) = \frac{\sin\left(\omega'_x \left(\frac{M-1}{2}\right) \Delta x\right) \cdot \sin\left(\omega'_y \left(\frac{L-1}{2}\right) \Delta y\right)}{\sin\left(\omega'_x \frac{\Delta x}{2}\right) \cdot \sin\left(\omega'_y \frac{\Delta y}{2}\right)} \quad (4.4)$$

La imagen se amplifica al convolucionar con la FT del arreglo de muestreo truncado, como se muestra en la Ecuación 4.5,

$$S_{amp}(j'_1, j'_2) = \sum_{\omega_x=-J'/2}^{\omega_x=J'/2} \sum_{\omega_y=-K'/2}^{\omega_y=K'/2} S(n_x \Delta \omega_x, n_y \Delta \omega_y) \cdot D_T(j_1 - n_x \Delta \omega_x + M_{cx}, j_2 - n_y \Delta \omega_y + L_{cy}; j_1, j_2) \quad (4.5)$$

Donde  $M_{cx}$  y  $L_{cy}$ , sirven para centrar la operación de convolución. Los coeficientes resultantes se transforman en el dominio espacial mediante la transformada inversa de *Fourier* (IFT, por sus siglas en inglés). Inmediatamente, la resolución de la matriz de muestreo se adapta según el recuento de bordes.

### 4.1.3. Selección de resolución de la matriz de muestreo

Para seleccionar una resolución óptima, se lleva a cabo el siguiente procedimiento PI:

1. La dimensión del núcleo se inicializa como:  $(L^0, M^0)$ .
2. La imagen amplificada se transforma al dominio espacial.

$$S_{amp}(x, y) = \sum_{\omega_x=-J'/2}^{\omega_x=J'/2} \sum_{\omega_y=-K'/2}^{\omega_y=K'/2} S_{amp}(j_1, j_2) \cdot e^{j(\omega_x x + \omega_y y)} \quad (4.6)$$

3. Los bordes se detectan a través de un detector de bordes, por ejemplo *Canny* [98].

$$S_{can}(x, y) = C\{S_{amp}(x, y)\} \quad (4.7)$$

Donde  $C$  es el operador del detector de bordes.

4. En cada iteración, la dimensión del *kernel* se actualiza como:

$$M^{it+1} = \frac{k_0(M^{it} + v \cdot r)}{2} \quad (4.8)$$

$$L^{it+1} = \frac{k_0(L^{it} + v \cdot r)}{2} \quad (4.9)$$

Donde  $k_0$  es una constante forzando a la nueva dimensión a ser un número entero. Se representa una nueva dimensión para cada imagen, lo que da como resultado el tamaño del *kernel*

$$S_{it}(\omega_x, \omega_y, L^{it+1}, M^{it+1}) = S_{amp}(j_1, j_2) \quad (4.10)$$

El recuento máximo de bordes para dimensiones  $L_x, L_y$ , de la representación espacial de  $S_{ll}$  da los valores óptimos del incremento del *kernel* para la amplificación. En estudios de MRI no predomina el contenido de altas frecuencias. Por esa razón, la energía de la imagen se incorporó como un parámetro de selección. En algunos pasos del proceso, la integral de convolución en el plano de la frecuencia da valores nulos en algunos puntos debido a los pasos del cambio de fase y las amplitudes de la matriz. Para solucionar esa situación se empleó la estimación de energía siguiente:

$$S_{norm}(L^{it+1}, M^{it+1}) = \|S_{amp}\|_2 = \sqrt{\sum_{x=1}^{\hat{L}} \sum_{y=1}^{\hat{M}} (S_{amp}(x, y))^2} \quad (4.11)$$

Donde  $\hat{L} \times \hat{M}$  son las dimensiones de la imagen amplificada de salida. Para una imagen de entrada de la dimensión  $L_i \times M_i$  la relación con la dimensión del núcleo  $L \times M$  es  $\hat{L} = L_i + L - 1$  y  $\hat{M} = M_i + M - 1$ . El estimador se incorpora en la búsqueda de las mejores dimensiones del *kernel*:

$$S_{dim}(L, M) = \sum_{x=-\hat{L}_x/2}^{x=\hat{L}_x/2} \sum_{y=-\hat{M}_y/2}^{y=\hat{M}_y/2} \sum_{\omega_x=-J'/2}^{\omega_x=J'/2} \sum_{\omega_y=-K'/2}^{\omega_y=K'/2} S_{can}(\omega_x, \omega_y, L, M) \cdot S_{norm}(L, M) \cdot \exp(-j(\omega_x x + \omega_y y)) \quad (4.12)$$

Encontrar un máximo

$$MAX(S_{dim}(L, M)) \quad (4.13)$$

Si  $M^*$  y  $L^*$  es un punto crítico

$$\nabla S_{dim}(L^*, M^*) = 0 \quad (4.14)$$

y es un máximo si,

$$\nabla^2 S_{dim}(M^*, L^*) \leq 0 \quad (4.15)$$

Las coordenadas para los valores de ceros de la primera derivada de la función  $S_{dim}$  y el signo de la segunda derivada indican un punto máximo. Las ecuaciones (4.14) y (4.15) son las condiciones para encontrar la dimensión óptima en una escala local. Al cumplirse la condición  $v \leq \varepsilon$ , la dimensión tiene la precisión deseada, de lo contrario el proceso se actualiza por  $(L^0, M^0) = (L^{it-1}, M^{it-1})$  y  $v = vr$  con  $r$  pequeño.

La Figura 4.4 compara el conteo de dos detectores de bordes diferentes. En el método se empleó el detector de borde *Canny* porque proporciona un mayor conteo de bordes. El paso de incremento  $v$  está relacionado con la dimensión del *kernel* por  $M^{it}$ , si el gráfico tiene un máximo, el valor real  $M^{it-1}$  se usa como dimensión del *kernel*, esta es una solución para una escala óptima de amplificación.

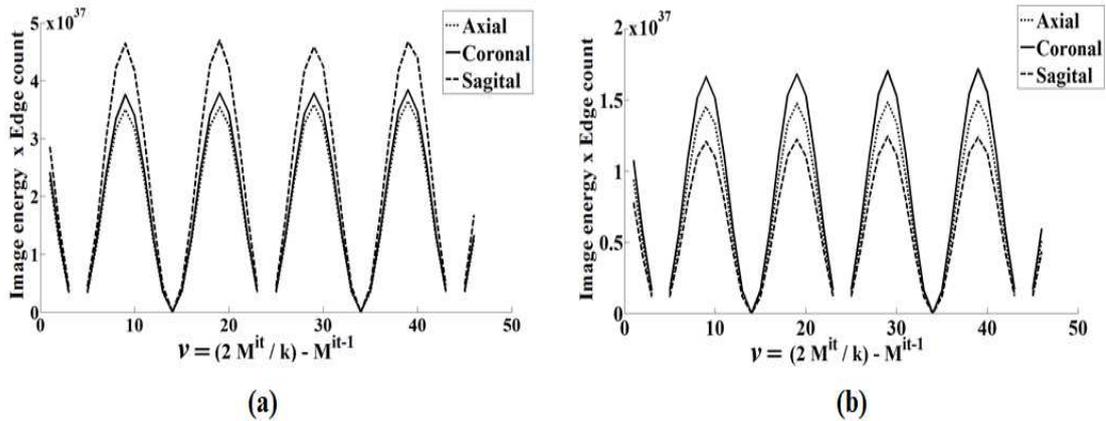


Figura 4.4: Los bordes se cuentan por iteración para (a) *Canny* y (b) *Roberts*. Observe que los picos representan las mejores resoluciones.

#### 4.1.4. Método de gradientes autoregulados

En esta sección, se aborda la etapa de afinamiento y precisión mediante el control de los gradientes sobre la imagen procesada por la interpolación adaptativa. Este procedimiento se menciona en la sección 3.3. Es parte de los algoritmos de afinamiento y precisión.

El método utilizado es similar al aplicado en [43] para obtener gradientes autoregulados (ARG, por sus siglas en inglés). Se calcula un desplazamiento (flechas verdes) desde la posición de los valores de la primera derivada mediante la segunda derivada como muestra la Figura 4.5. Alrededor de los bordes, la máxima dirección del gradiente de ascenso o descenso se encuentra desde el cruce por cero hacia el primer máximo local y el primer mínimo local de la segunda derivada. En el proceso de regularización local del gradiente se emplea un factor de curva ( $k$ ).

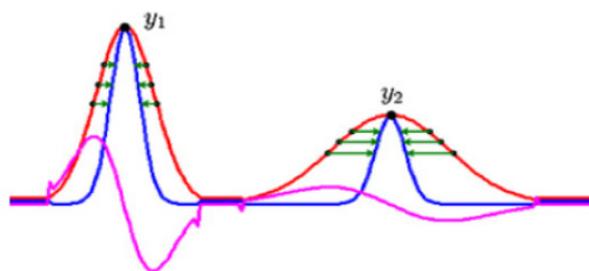


Figura 4.5: Ejemplo de afilado de bordes con gradiente auto regularizado. La curva roja es la magnitud del gradiente original (primera derivada), la curva azul es la magnitud del gradiente afilado y la curva rosa es la segunda derivada.

El factor de escala de la curva es adaptativo con dependencia del ancho promedio de la curva alrededor de un borde. La diferencia del método propuesto con [43] es el procedimiento para localizar los puntos de inflexión que se realiza con un algoritmo de paso máximo ascendente-descendente. Para esto se utilizan los ceros del operador Laplaciano aplicado sobre el corte transversal de MRI. Los puntos de inflexión y el

ancho medio del borde se utilizan para calcular el factor de curva  $k$  de una vecindad en el proceso de afilado de gradiente.

Con este procedimiento se obtiene la imagen de HR de modo similar a [43] evaluando el proceso para diferentes factores de curva  $k$  e iteración en la Ecuación (4.16):

$$I_{h,k}^{t+n\tau} = I_{h,k}^{t+(n-1)\tau} - \tau \cdot \left( \left( \left( \left[ I_{h,k} \star g \right] \downarrow (\beta) - I_l \right) \uparrow (\beta) \right) \star \left( g - \alpha(\text{div}(\nabla I_h) - \text{div}(\nabla \hat{I}_{h,k})) \right) \right) \quad (4.16)$$

Donde:  $n$  es el número de iteración;  $k$  es el factor de escala de la curva;  $\star$  es la operación de convolución;  $\hat{I}_{h,k}$  es el resultado del método de interpolación;  $I_l$  es la imagen de baja resolución y  $g$  es un filtro de paso bajo antes del factor de diezmado  $\beta$ . Los valores de  $\alpha$  y  $\tau$  se seleccionaron como 0.1 después de evaluarlos en el rango [0-1], para obtener un diferencial mínimo  $\epsilon$  dado por la ecuación 4.16. Cuando  $\epsilon$  alcanza un valor mínimo se aporta una solución. En el caso analizado se emplearon 5 iteraciones.

$$\epsilon = \left| I_{h,k}^{t+n\tau} - I_{h,k}^{t+(n-1)\tau} \right|_2^2 \quad (4.17)$$

#### 4.1.5. Diseño de pruebas

Para la aplicación del método de SR propuesto, se emplea una secuencia longitudinal de MRI con tiempo de adquisición  $T2$  e imágenes naturales. El tamaño del volumen del estudio MRI es  $543 \times 651 \times 181$  *voxels*. La Figura 4.6 muestra diez cortes del volumen original. Las imágenes transversales se filtraron utilizando un filtro *Butterworth* con una frecuencia de corte de  $\pi/6$ , un sub-muestreo con factor de  $q \downarrow = 6$  para obtener un tamaño de corte de  $90 \times 109$ .

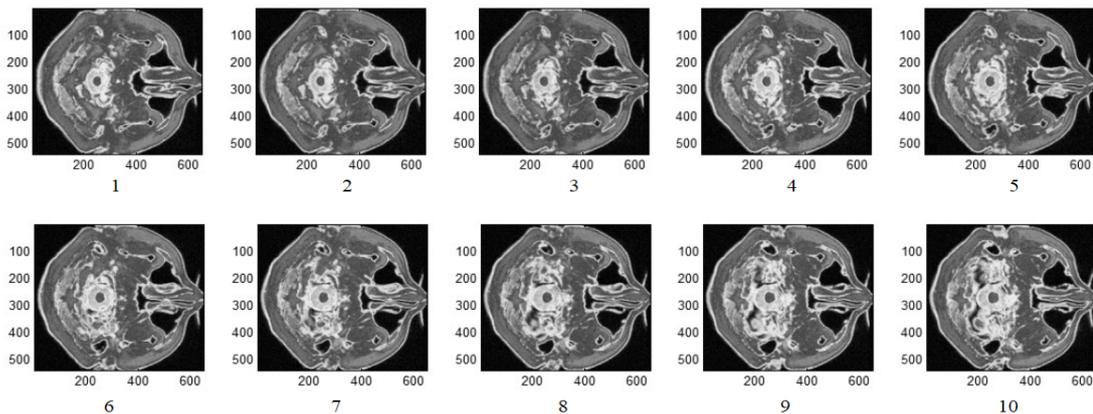


Figura 4.6: 10 cortes considerados de un estudio de MRI para calcular la escala óptima.

La Figura 4.7 muestra el acercamiento a la imagen original mediante la interpolación adaptativa propuesta, se produce una mejora en la definición de los bordes con respecto interpolación bicúbica.

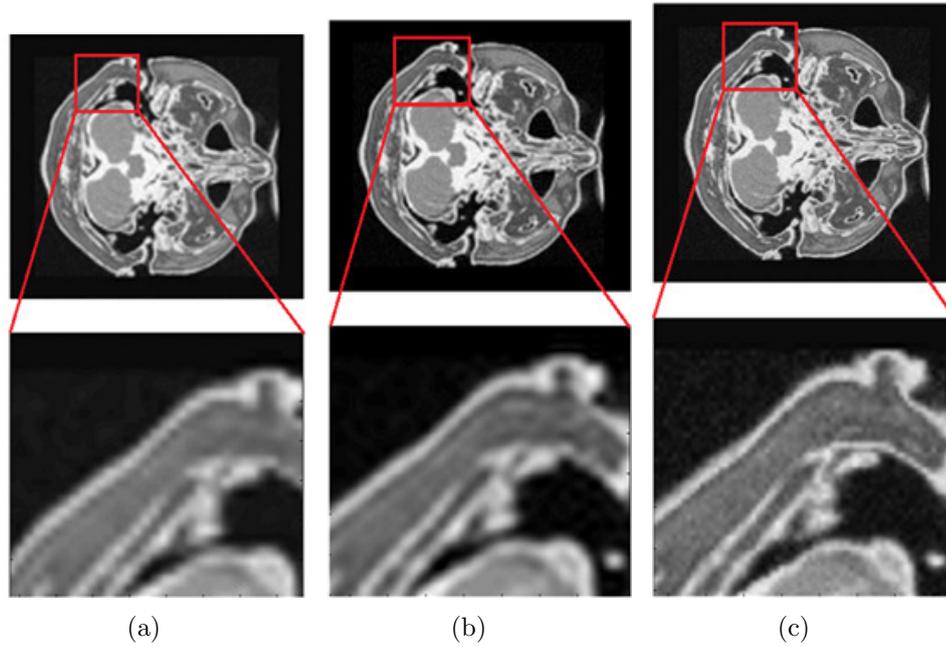


Figura 4.7: Comparación visual entre: (a) interpolación bicúbica, (b) interpolación pura adaptativa y (c) la imagen original.

En la Figura 4.8 se observa la optimización de parámetros para el proceso de afilado de gradientes. La imagen de LR se expone en la Figura 4.9 (a), la interpolación adaptativa se muestra en la Figura 4.9 (b) y la auto-rregularización de gradientes en la Figura 4.9 (c).

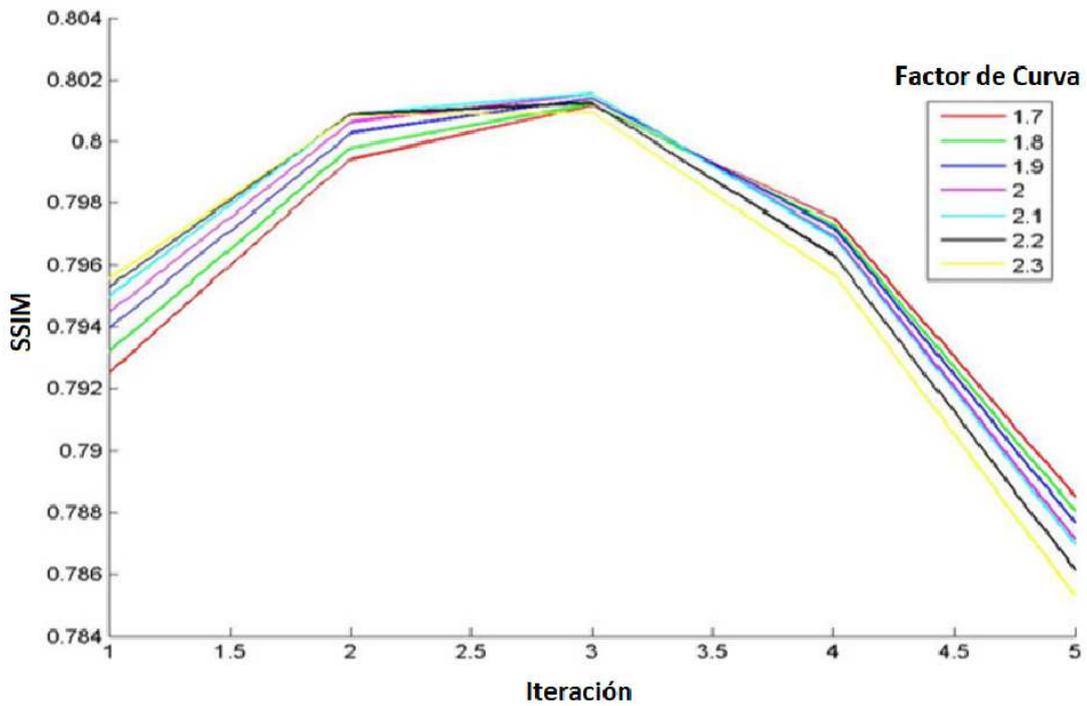


Figura 4.8: Gráfico que muestra los valores de SSIM, en relación con la iteración del procedimiento, para diferentes factores de curva, en la reconstrucción del cuarto corte del estudio de MRI empleado.

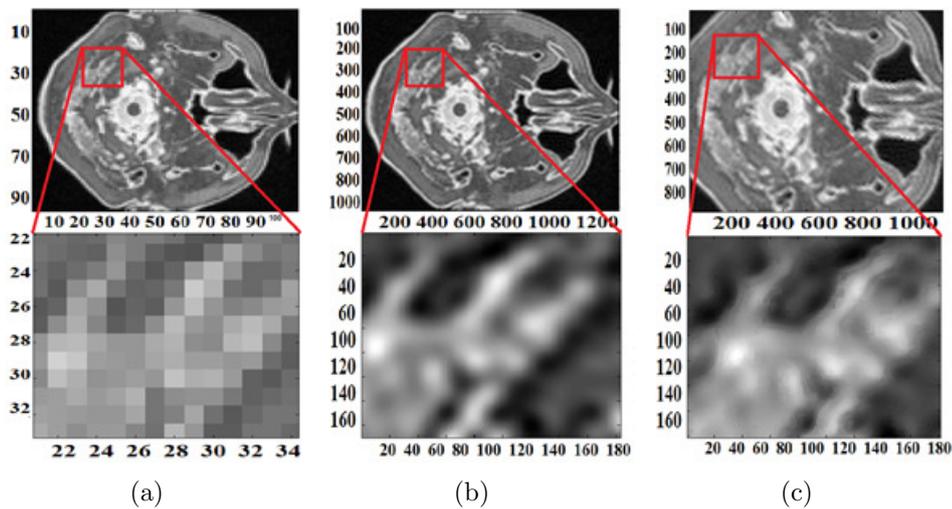


Figura 4.9: método propuesto con factor de curva  $k = 2$ ,  $q \uparrow = 12$ , and  $it = 4$ . (a) Corte de baja resolución (b) método PI propuesto (c) método PI + ARG.

En la Figura 4.10 se puede observar la imagen de HR de izquierda a derecha empleando PI y PI+ARG con factores  $k=2.5$ ,  $q=6$  e  $it=4$ .

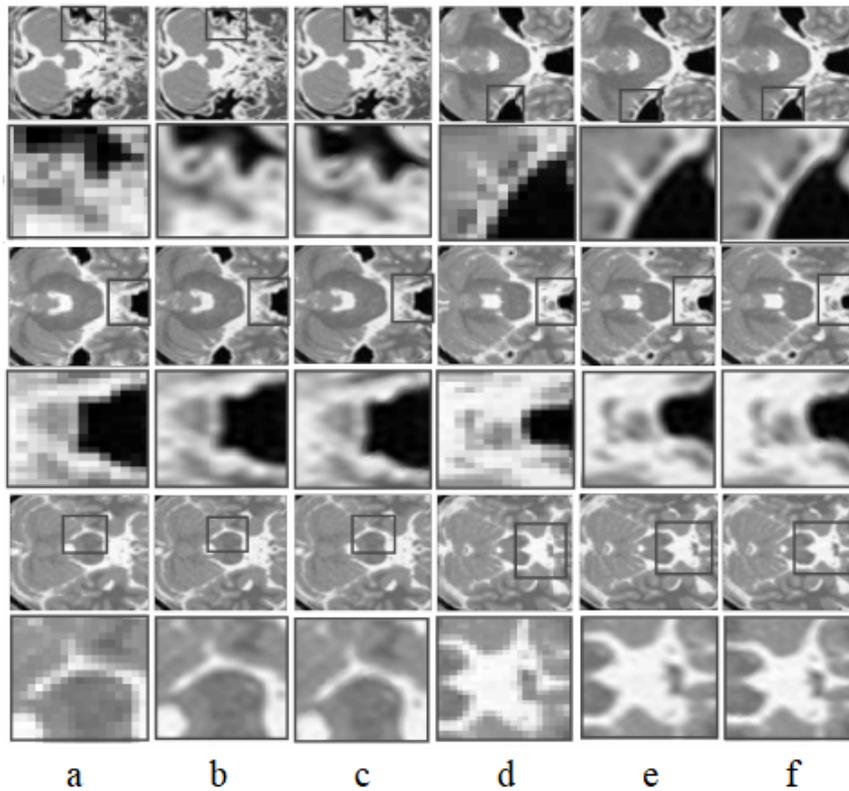


Figura 4.10: Método propuesto con factor de curva  $k= 2.5$  ,  $q = 6$  y  $it = 4$  sobre un estudio longitudinal de MRI en vista axial. Columnas (a) y (d), cortes de baja resolución, (b) y (e) método PI propuesto, (c) y (f) PI + ARG propuesto.

#### 4.1.6. Resultados de la PI

El método PI se ha comparado empleando las medidas SSIM y PSNR. Los resultados que se obtienen sin gradientes auto-regularizados, se mostraron en la Figura 4.7 y se miden cuantitativamente en las Tablas 4.1 y 4.2. Para un factor de amplificación  $q = 6$ , el método propuesto muestra un aumento en PSNR de 3 dB y alrededor de 0.03 de SSIM (ventana de comparación adaptada a la escala de amplificación de  $8 \times 8$  *pixeles*) con respecto al método bicúbico. Estos resultados se mantienen a lo largo de todas las secuencias analizadas.

El método PI propuesto reduce las distorsiones de borde, controlando las dimensiones del núcleo interpolación en el dominio de las frecuencias. Este efecto se mostró en la Figura 4.7 (b) con respecto a 4.7 (a). El factor de amplificación no entero se aplica para comparar con la imagen original amplificada. El parámetro de análisis  $q = 6$  es la escala de amplificación seleccionada y  $ko$  es una constante. El paso utilizado para generar el *kernel* óptimo  $D_T \in [-\pi, \pi]$  para la amplificación, se obtiene procesando una imagen transversal en la secuencia de MRI:

$$step = \frac{2\pi}{ko \cdot ((L, M) + v)} \quad (4.18)$$

Las imágenes de baja resolución se amplificaron utilizando interpolación bicúbica hasta una de las escalas obtenidas con el método de amplificación PI propuesto. Se selecciona un factor de amplificación  $q \uparrow = 6$ . Los resultados muestran que la imagen de LR ampliada con el método propuesto produce los mejores resultados de SSIM y PSNR con respecto a la adquisición real ampliada a una escala óptima con interpolación bicúbica. En una escala de amplificación con máxima conservación de altas frecuencias, otros métodos no presentan las ventajas del procedimiento propuesto.

Los resultados de SSIM y PSNR para los primeros diez cortes en vista axial de un estudio longitudinal de MRI de cabeza con tiempo de adquisición T2, se muestran en la Tabla 4.1. El proceso de SR y los que se muestran en la Tabla 4.2 se aplicaron a la imagen de baja resolución con fines comparativos en la escala de amplificación óptima encontrada. Se comparan los resultados de los PI y PI más los gradientes auto-regularizados.

Tabla 4.1: Comparación de SSIM y PSNR entre la interpolación propuesta y la interpolación bicúbica con factor de escala  $q = 6$ .

Corte	bicúbico (SSIM)	PI diseñado (SSIM)	bicúbico (PSNR)	PI diseñado (PSNR)
1	0.7912	<b>0.8259</b>	27.01	<b>31.74</b>
2	0.7973	<b>0.8352</b>	27.17	<b>32.13</b>
3	0.7941	<b>0.8306</b>	27.35	<b>30.73</b>
4	0.7844	<b>0.8232</b>	27.15	<b>31.40</b>
5	0.7875	<b>0.8273</b>	26.97	<b>31.44</b>
6	0.7838	<b>0.8237</b>	26.74	<b>31.31</b>
7	0.7844	<b>0.8237</b>	26.55	<b>31.36</b>
8	0.7851	<b>0.8258</b>	27.17	<b>31.03</b>
9	0.7776	<b>0.8190</b>	27.06	<b>30.95</b>
10	0.7808	<b>0.8233</b>	26.63	<b>31.01</b>

Nota: Los valores en negritas indican los mejores resultados.

Tabla 4.2: Comparación de SSIM entre diferentes métodos de interpolación pura PI y el método adaptativo propuesto PI con factor de escala  $q=6$ .

Corte de MRI	Lanc2	Lanc1	Bilineal	Bicúbico	Nearest	PI diseñado
1	0.7970	0.7914	0.7721	0.7910	0.6258	<b>0.8260</b>
2	0.8043	0.7974	0.7782	0.7970	0.6323	<b>0.8353</b>
3	0.8009	0.7942	0.7748	0.7942	0.6302	<b>0.8306</b>
4	0.7924	0.7846	0.7634	0.7845	0.6197	<b>0.8233</b>
5	0.7954	0.7877	0.7670	0.7876	0.6164	<b>0.8274</b>
6	0.7917	0.7841	0.7631	0.7838	0.6108	<b>0.8237</b>
7	0.7923	0.7846	0.7623	0.7845	0.6046	<b>0.8238</b>
8	0.7938	0.7852	0.7623	0.7851	0.6026	<b>0.8258</b>
9	0.7871	0.7780	0.7545	0.7777	0.5955	<b>0.8190</b>
10	0.7903	0.7811	0.7581	0.7809	0.5964	<b>0.8234</b>

Nota: Los valores en negritas indican los mejores resultados

Los valores de SSIM en la Tabla 4.2, indican que para escalas altas de amplificación, el procedimiento propuesto produce mejores resultados que otros métodos PI.

#### 4.1.7. Resultados de PI con gradientes autoregulados

El método ARG se aplica a la salida del proceso PI. En la selección de parámetros, el factor de curva  $k$  se adapta a la escala de amplificación. La curva azul de la Figura 4.5, es el gradiente de alta resolución. Con dicho procedimiento se obtiene un corte amplificado más nítido y se mejora el índice SSIM con respecto al corte original. Una selección del factor de curva  $k$  se representó en la Figura 4.8 con un barrido de 1.5 a 2.5, un paso de 0.1 e iteraciones de reconstrucción de 1 a 5.

La combinación de PI para la máxima conservación de alta frecuencia y el modelo ARG en una escala de amplificación alta producen un incremento del factor SSIM que se muestra en la Tabla 4.3. El resultado aumenta 0.025 con el método PI propuesto y aproximadamente 0.05 utilizando el modelo ARG. Los cortes con  $k = 2$  y  $k = 1.2$ , que se muestran en las figuras 4.9 (c) y 4.11 (c), son más suaves que el resultado de la Figura 4.11 (f), que se obtiene con  $k = 3$ .

 Tabla 4.3: Comparación de SSIM entre la interpolación bicúbica, el PI y PI propuesto con la inclusión del procedimiento ARG. Resultado con parámetros óptimos para la porción cuatro de la secuencia de MRI en vista axial. Factor de curva  $k = 1.9$  e it = 4.

$q \uparrow = 12$	Interpolación Bicúbica	PI pro-	PI + ARG propuesto
SSIM	0.7222	0.7464	<b>0.8018</b>
PSNR dB	27.03	31.74	<b>33.08</b>

Nota: Los valores en negritas indican los mejores resultados.

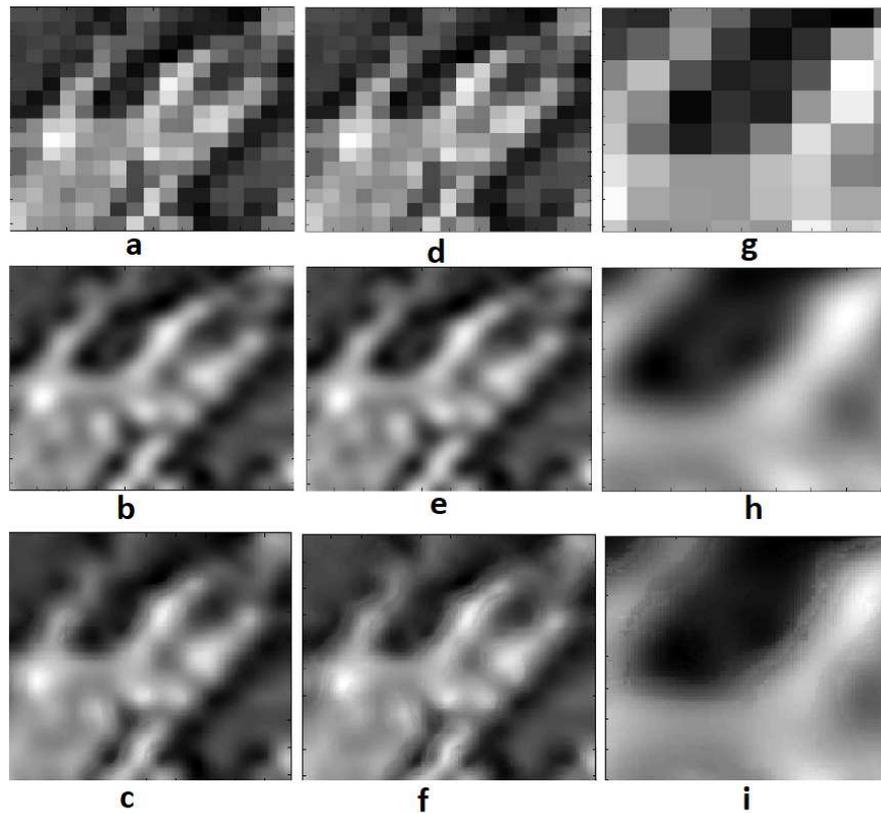


Figura 4.11: Detalles del corte cuatro, (a) y (d) corte de LR. (b) y (e) Método PI propuesto, (c) PI + ARG con  $k = 1.2$  y (f) PI + ARG con  $k = 3$ ,  $it = 5$ .

La Tabla 4.4, muestra la SSIM en diferentes iteraciones y el factor de curva  $k$ , con el paso de 0.1. Se emplea una ventana de  $16 \times 16$  y 255 niveles de gris, para comparar el PI propuesto y PI más ARG con el corte original, empleando la métrica SSIM. Se realiza una búsqueda de parámetros para el algoritmo ARG para obtener el mejor resultado de SSIM. La aplicación del procedimiento ARG proporciona una contribución al valor de SSIM que se muestra en la Tabla 4.3. El método PI propuesto proporciona la mejor entrada al ARG (consulte las Tablas 4.1 y 4.2).

Tabla 4.4: Resultados de SSIM para diferentes iteraciones ( $it$ ) y un factor de curva  $k$  sobre el sector cuatro en el estudio de MRI axial empleado,  $q \uparrow = 12$ .

	$k$						
$It$	1.7	1.8	1.9	2	2.1	2.2	2.3
1	0.7928	0.7998	0.8016	0.7979	0.7888	0.7748	0.7564
2	0.7935	0.8002	0.8016	0.7977	0.7883	0.7741	0.7555
3	0.7943	0.8007	<b>0.8018</b>	0.7976	0.7880	0.7735	0.7547
4	0.7947	0.8008	<b>0.8018</b>	0.7973	0.7875	0.7728	0.7539
5	0.7953	0.8011	0.8017	0.7969	0.7869	0.7720	0.7529

Nota: Los valores en negritas indican los mejores resultados

Los experimentos realizados según la descripción general de la sección 3.4, consideran que el contenido principal de alta frecuencia está en la imagen real adquirida. El incremento de SSIM al aplicar el modelo de SR sobre la interpolación bicúbica es comparativamente mayor para altas escalas de amplificación como consecuencia del procedimiento PI. En algunos trabajos recientes, el SSIM y el PSNR aumentan con respecto a la interpolación bicúbica [99] 2.33 dB con  $q = 2$ , [100] 4 dB con  $q = 2$  y [101] 6.3 dB con  $q = 2$ .

Se realizó un experimento siguiendo las consideraciones de la sección 3.4. La imagen de entrada es de  $512 \times 512$  *pixeles*. Se aplicó un factor de reducción de muestreo empleado  $q \downarrow = 6$  y una amplificación de  $q \uparrow = 6$ . Los parámetros del método se seleccionaron del siguiente modo: un factor de escala de curva  $k = 2.5$ , iteración  $it = 4$ ; la longitud máxima de la curva se establece en 12 *pixeles* y las cruces por cero de la segunda derivada se detectan para valores inferiores a 0.0001. Se obtuvo un aumento medio sobre la interpolación bicúbica de SSIM y PSNR de 0.04 y de 2.4 dB respectivamente. Los resultados se muestran en la Figura 4.10 y en la Tabla 4.5,

Para propósitos de comparación se realizó un experimento siguiendo las consideraciones de la sección 3.4 para un estudio longitudinal de MRI con tamaño de  $181 \times 217 \times 181$  *voxels*,  $q \downarrow = 2$  y  $q \uparrow = 12$ . Los resultados se muestran en la Figura 4.9 y la Tabla 4.3.

La Figura 4.10, muestra la aplicación del método propuesto PI + ARG, las medidas de las secciones procesadas están en la Tabla 4.5. El método también está probado sobre imágenes naturales de la base de datos BSD100, la cual ha sido considerada ampliamente como medida de comparación en el área de SR, y por los métodos que dentro del estado del arte, han brindado los mejores resultados. La aplicación del método se muestra en la Figura 4.12.

Tabla 4.5: Ganancias de SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica con factor de curva  $k=2.5$ , escalado  $q = 6$ , e iteración  $it = 4$ , se procesa un estudio MRI longitudinal con vista axial.

Corte	8	20	24	40	44	48	52	Media
PSNR dB	2.2564	2.6800	2.7168	2.0848	1.9928	2.1094	2.0052	2.2807
SSIM	0.0576	0.0653	0.0568	0.0251	0.0217	0.0237	0.0255	0.04



Figura 4.12: Método propuesto con el factor de curva  $k = 2.5$ ,  $q = 6$  y  $it = 4$  sobre imágenes de la base de datos BSD100.

La imagen de salida del método PI propuesto es la entrada del procedimiento ARG para un incremento progresivo del factor SSIM. El método PI mejora las distorsiones visuales en los bordes en altas escalas de amplificación. La estimación de energía en el paso PI evita errores en la selección del núcleo de interpolación. La combinación del filtro *Canny* y la estimación de energía son una solución complementaria para encontrar una escala de amplificación con la mayor conservación del contenido de alta frecuencia.

El algoritmo de paso descendente-ascendente en la detección del gradiente es un procedimiento completo, toma en consideración los bordes irregulares y produce una descripción precisa de los gradientes en el método ARG. En la sección siguiente la información externa se incorpora utilizando métodos de SR mediante diccionarios como en [108] porque el método propuesto mantiene los detalles del corte y encuentra bordes con altos factores  $q$ .

## 4.2. Aprendizaje para escalas múltiples

Este procedimiento, utiliza una técnica de reconstrucción algebraica convergente (ART) en una representación cruzada entre las escalas de una imagen. La imagen de HR obtenida, es mejorada mediante un proceso de manejo de gradientes. Las principales contribuciones del método de SR, se resumen a continuación:

- Mejora de PSNR y SSIM en 3dB y 0.3 respectivamente en el paso de salida de una ampliación de escala múltiple con dominio de gradiente autoregulado.
- Convergencia adaptable a la alta resolución con ART en un plano transversal del esquema de aumento de escala múltiple.
- Detección de los gradientes con un algoritmo de ascenso y descenso de paso máximo alrededor de los puntos de inflexión en todas las direcciones para el procedimiento de gradiente autoregulado.

El experimento siguiendo las consideraciones de la sección 3.4 relacionado con los modelos multi-escala se revisa en la sección 4.2.1. El procedimiento de auto-regulación propuesto se explicará en la sección 4.2.2. Posteriormente, se explica el esquema de interpolación multiescala. La sección 4.2.3 proporciona las descripciones detalladas del algoritmo SR propuesto con la convergencia ART en un sistema multi esquema de escala. Finalmente, los resultados se analizarán en la sección 4.2.4.

### 4.2.1. Extracción de parches

El modelo clásico para la simulación de una imagen degradada utiliza una matriz de degradación  $H$  y ruido aditivo  $v$  sobre una imagen de alta resolución  $X$ :

$$Y = H \cdot X + v \quad (4.19)$$

En SR a través de diccionarios, los parches superpuestos de tamaño  $m \times m$  se extraen usando una matriz de extracción  $R$  de dimensión  $m \times M$ . La cantidad de parches en una imagen de tamaño  $M \times M$  es igual a  $(M - m/2 + 1) * (M - m/2 + 1)$ . Cuando se emplea un diccionario  $\phi$  y se encuentra una función de transferencia  $\alpha^y$  mediante algún procedimiento como KSVD [64], la imagen estimada se reconstruye como:

$$\hat{X} = \phi \cdot \alpha^y = \left( \sum_{i=1}^l R_i^T \cdot R_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^l (R_i^T \cdot \phi \alpha_i^y) \quad (4.20)$$

La expresión 4.20 tiene como objetivo aprender un diccionario universal para representar estructuras de imágenes como se ha usado en [109]. Sin embargo, la descomposición dispersa sobre un diccionario altamente redundante es potencialmente inestable y depende de la escala. También la redundancia de los parches es un término probabilístico que no se puede rechazar. La redundancia y las probabilidades de aparición de parches similares son aspectos diferentes en relación con los modelos de amplificación óptica con procedimientos determinísticos. Con la aplicación de PI y ART se contribuye desde dos puntos de vista: la amplificación a escalas de máxima conservación de alta frecuencia y el aprendizaje entre escalas. Una imagen HR se puede expresar mediante subescalas usando alguna función de transferencia. Dicha función debe encontrarse entre parches de diferentes escalas suponiendo que un haz de luz atraviesa las imágenes de diferentes resoluciones en sólo una posición. El parche en la posición  $i, j$  pertenece sólo a una imagen  $X_s$  en la escala  $n$ .

### 4.2.2. Método ART propuesto

Para una imagen de LR, se construye un sistema lineal entre escalas ya que hay parches de la imagen por donde pasa un rayo de luz a diferentes distancias o escalas. La imagen de entrada LR y sus versiones degradadas se usan para construir el esquema de múltiples escalas de LR hacia HR donde se aplica una función de transferencia. Teniendo en cuenta los diferentes tamaños de las imágenes de LR y de HR, la imagen de LR es la entrada  $Y$  y se amplía al mismo tamaño de la imagen de HR  $X$  utilizando la interpolación bicúbica, que también es una versión borrosa y reducida de la imagen de HR  $X$ . Por lo tanto, el modelo de baja resolución con respecto a la imagen ( $X$ ) de alta resolución se establece de la siguiente manera:

$$z = (Y) \uparrow q = ((X \star G) \downarrow q) \uparrow q = E_q X \quad (4.21)$$

Donde:  $\star$  es un operador de convolución;  $\uparrow q$  es el operador de sobremuestreo con el factor de escala  $q$ ;  $\downarrow q$  es el operador de sub-muestreo con el factor de escala  $q$ ;  $G$  es un *kernel* de degradación (por ejemplo, un *kernel* gaussiano isotrópico con la desviación estándar  $\sigma$ );  $E_s$  es un operador compuesto por degradado, sub-muestreo y luego sobre-muestreo con el factor de escala  $q$ ;  $Y$  es la imagen de LR;  $X$  es la imagen HR y  $z$  es la imagen LR del mismo tamaño que  $X$ . Tómese en cuenta que la imagen LR es más similar a su imagen HR cuando el factor de escala es pequeño, mientras que los detalles de alta frecuencia tienden a desaparecer cuando el factor de escala es grande.

En este método, se adopta el esquema de aumento de varios pasos con ART para la estimación de la imagen objetivo HR. Para una imagen de entrada de LR  $Y$  con un factor de escala total  $d$ ,  $M = \log(d) / \log(q)$  determina el número de pasos de aumento, donde  $q$  es el factor de aumento de cada paso. Específicamente, la relación entre la imagen de HR  $X_{q,m}$  en la escala  $m$ -ésima y la imagen de HR  $x_{q,m+1}$  en la escala  $(m+1)^{th}$  se puede expresar de la siguiente manera:

$$X_{q,m} = (X_{q,m+1} \star G) \downarrow q \quad (4.22)$$

La Ecuación 4.22 en el caso de múltiples escalas se puede escribir en la forma:

$$Z_{q,m} = ((X_{q,m} \star G) \downarrow q) \uparrow q = E_q X_{q,m} \quad (4.23)$$

Donde: la imagen de entrada LR ( $Y$ ) se considera como imagen de HR  $X_{q_0}$  en la escala  $m = 0$ . Específicamente, el HR la imagen  $x_{q_0}$  del proceso de interpolación se ve borrosa y se sub-muestrea para generar las imágenes  $X_{q_m}$  en escalas  $m = -1, \dots, -N$ . La imagen LR  $z_{q_0}$  se produce emborronando (por medio de un filtrado pasa bajas) y reduciendo el muestreo de la imagen de HR  $X_{q_0}$  y luego muestreando el resultado muestreado a la baja mediante interpolación bicúbica. El método se muestra en la Figura 4.13.

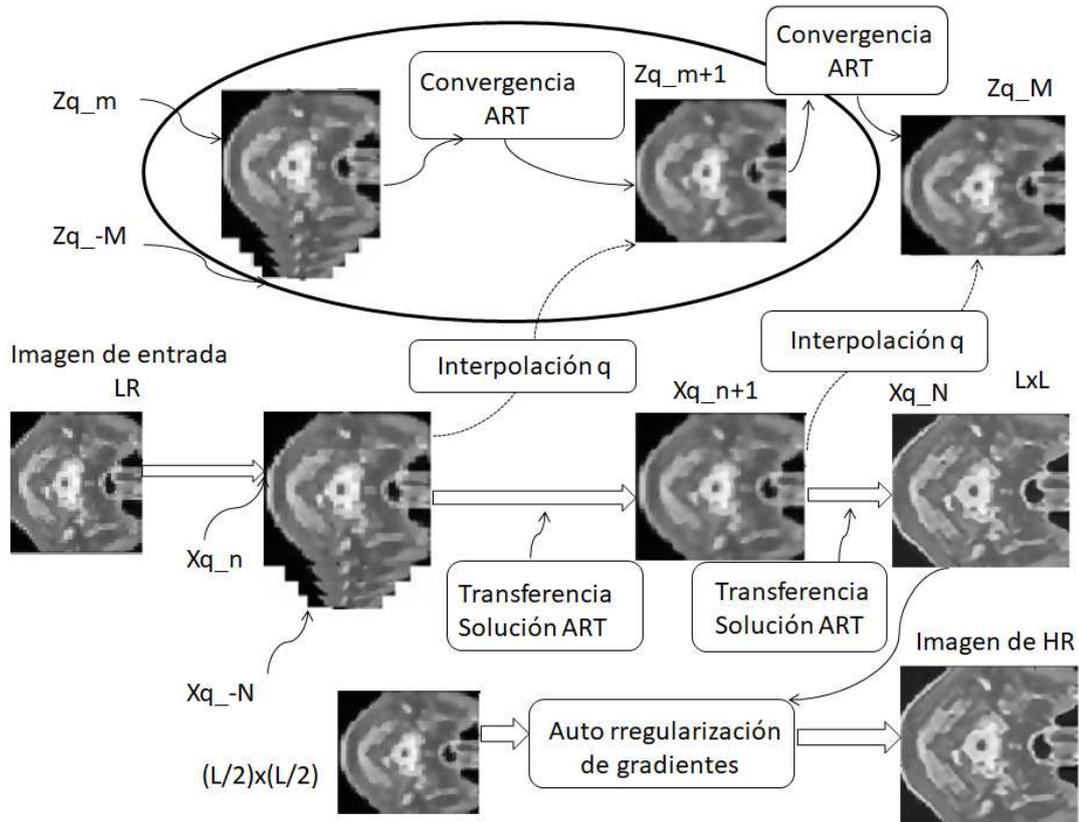


Figura 4.13: Método de SR propuesto.

### 4.2.3. Convergencia de ART para la siguiente escala

El método de convergencia ART para aprendizaje entre escalas, se emplea para estimar la imagen de HR. La Figura 4.13, muestra el proceso mediante el cual se usa una interpolación bicúbica desde las escalas  $1 \dots n$  para obtener la escala  $n + 1$ . El sistema se construye entre parches de una misma posición y se resuelve utilizando el modelo ART. En el caso analizado,  $M$  rayos pasan a través de los parches correspondientes  $p$ , de dimensiones  $m \times m$  en la ubicación  $(i, j)$ . Los rayos son perpendiculares a la secuencia de imágenes en un orden incremental de resolución. La intersección del rayo  $M(m1, m2)$ , con cada *pixel* correspondiente  $(m1, m2)$  del parche  $i, j$  a escala  $n$ , forma un sistema de dependencia lineal para encontrar la siguiente escala empleando el modelo ART. En este estudio, se asume que cada escala de la imagen es una dimensión en el espacio y un haz de luz está pasando a través de un número  $M$  de imágenes, con diferentes escalas. La relación entre las funciones de escala  $f$  definidas por los valores de la imagen en la escala  $j$ , los valores del *pixel* de los parches a diferentes escalas y la imagen de alta resolución se representa por la siguiente combinación lineal:

$$\sum_{j=1}^N w_{i,j} f_j = p_i \quad (4.24)$$

El factor de ponderación  $w_{i,j}$  es igual al área fraccional de un *pixel* en la escala  $j^{th}$  de la imagen interceptada por el rayo  $i^{th}$ , como se muestra para uno de los parches en la Figura 4.14,  $p_i$  es el valor de *pixel* deseado en la imagen HR. Una representación en cuadrícula con  $N$  células resulta en  $N$  grados de libertad en una imagen. Por lo tanto, se puede considerar un parche de las imágenes  $Z_q$  representadas en la Figura 4.13, para las escalas  $(f_1, f_2, \dots, f_N)$ . Se selecciona una coordenada única en un espacio de  $N$  escalas para encontrar dependencias de  $M$  *pixeles* en las imágenes, debe cumplirse que  $M = N$ . El sistema puede ser representado como:

$$\begin{bmatrix} w'_{1,1}f_1 & w'_{1,2}f_2 & w'_{1,3}f_3 & w'_{1,4}f_4 \\ w'_{2,1}f_1 & w'_{2,2}f_2 & w'_{2,3}f_3 & w'_{2,4}f_4 \\ w'_{3,1}f_1 & w'_{3,2}f_2 & w'_{3,3}f_3 & w'_{3,4}f_4 \\ w'_{4,1}f_1 & w'_{4,2}f_2 & w'_{4,3}f_3 & w'_{4,4}f_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$w = w' \cdot c \quad (4.26)$$

La solución se lleva a cabo mediante el método de proyecciones que se muestra en la Figura 4.14. Cuando se alcanza una solución, la función de transferencia se utiliza para resolver un sistema lineal utilizando los parches de imagen de entrada que se extraen de las imágenes  $X_q$  (ver Figura 4.13). La combinación lineal de las subescalas usando la Ecuación 4.24 y los coeficientes  $c_j$  producen los parches HR de la imagen de salida.

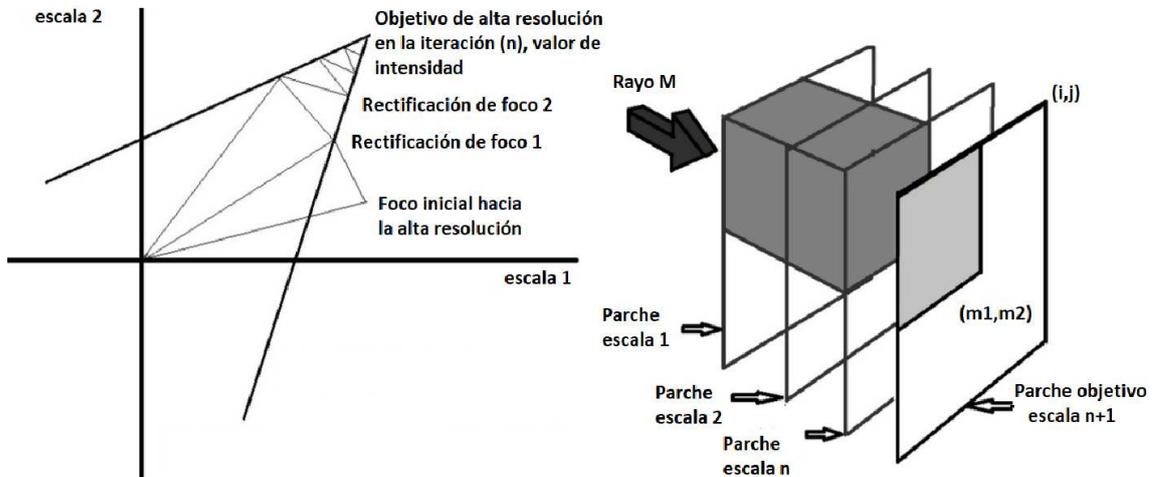


Figura 4.14: Interpretación geométrica del procedimiento ART para la convergencia a la siguiente imagen de HR y ejemplo de parches en diferentes escalas que convergen en una imagen HR, el rayo M representa la luz transversal.

El modelo ART se sustenta en la siguiente ecuación.

$$\vec{f}_i = \vec{f}_{i-1} - \frac{f_{i-1} * w_i - p_i}{\vec{w}_i * \vec{w}_i} * \vec{w}_i \quad (4.27)$$

$$\epsilon \leq | \vec{f}_i - \vec{f}_{i-1} | \quad (4.28)$$

Donde:  $p_i$  es la intensidad deseada de la imagen en la escala superior de la banda

muestreada; y  $f_{i-1}$  la imagen anterior obtenida en el proceso iterativo;  $w_i$  son las áreas por donde pasa el rayo de luz (ver la Figura 4.14) en un parche de  $m \times m$  en la escala  $i$ . El procedimiento iterativo sobre la ecuación 4.27 termina al encontrar un valor mínimo de  $\epsilon$ .

#### 4.2.4. Resultados de ART

Para obtener los resultados, se utilizó un estudio longitudinal de MRI del cerebro en tiempo de adquisición  $T_2$ . El tamaño del volumen fue de  $180 \times 217 \times 180$  *voxels*. Las imágenes transversales se filtraron usando un filtro de *Butterworth* con una frecuencia de corte de  $\pi/q$  y fueron sub-muestreadas por un factor de  $q$  para obtener un tamaño de división de  $90 \times 109$ . Después, se amplificó la imagen de baja resolución obtenida. En el segundo caso, la base de datos BSDS500 se utilizó con fines comparativos y una técnica de diccionario similar a la aplicada en [78] se mejoró con el procedimiento diseñado. En las siguientes subsecciones, se compararon los resultados del esquema multiescala ART más los gradientes auto regularizados con algunos métodos de PI. Posteriormente, el método se utilizó para mejorar un método SR basado en diccionarios.

#### 4.2.5. Esquema de multiescala con gradientes autoregulados

El método ARG se aplica a la salida del esquema de escalas múltiples donde se emplea el procedimiento ART. En la selección de parámetros,  $k$  se adaptó a la escala de amplificación como en [43]. La curva azul de la Figura 4.15 es el gradiente de alta resolución. Se obtuvo un corte más nítido y amplificado con el factor de curva  $k$  y la iteración  $n$  que se muestra en el lado derecho de la Figura 4.15. Se aplicó un barrido del factor  $k$  desde 1.7 a 2.3, con incrementos de 0.1 e iteraciones de reconstrucción de 1 a 5. El incremento de SSIM con respecto a la imagen original HR es importante para los estudios de MRI porque la resolución depende en gran medida del campo magnético aplicado.

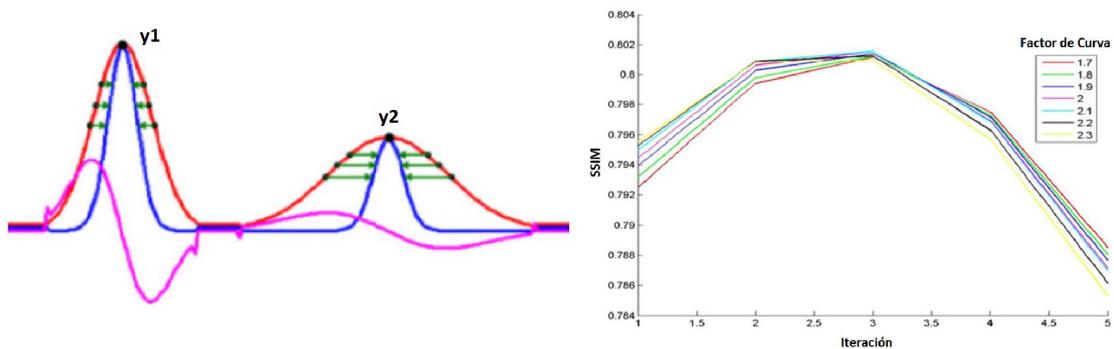


Figura 4.15: Ejemplo de afilado de bordes con gradiente auto regularizado. La curva roja es la magnitud del gradiente original (primera derivada), la curva rosa es la segunda derivada y la curva azul es la resultante (borde afilado). Lado derecho, gráfico de iteración de reconstrucción vs SSIM.

### 4.2.6. Método ART-ARG

A continuación se mencionan los pasos para el desarrollo del método de SR diseñado, el cual vincula la solución ART al esquema multiescalas y el manejo de gradientes sobre la salida.

#### Método ART-ARG

- Diseñar el método ART con las subescalas necesarias y determine la función de transferencia del sistema en la escalera de muestreo ascendente.
- Utilizar la Ecuación 4.21.
- Seleccionar los parches para el procesamiento de ART desde la imagen de mayor escala usando la Ecuación 4.20
- Seleccionar el número de iteración de la guía de proceso con la precisión ART que se muestra en la Ecuación 4.28.
- Resolver el modelo ART y aplicar la solución del sistema para una dependencia lineal de la imagen de entrada y las versiones muestreadas hacia abajo. Usar las ecuaciones 4.27 y 4.28.
- Obtener la imagen de HR del proceso ART mediante la Ecuación 4.24 en el grupo de imágenes  $X_s$ .
- Aplicar ARG a la imagen obtenida, optimizar el modelo usando iteración, cruce por cero, vecindario y factor de curva. Emplear la ecuación 4.16.

El modelo de multiescala se construye utilizando escalas de submuestreo de árboles y una escala muestreada. El proceso en las escalas muestreadas se realiza mediante la interpolación bicúbica. La Figura 4.16 muestra las subescalas y las escalas ascendentes en un procedimiento multi-etapas en el que la función de transferencia entre las escalas se determina mediante la reconstrucción algebraica.

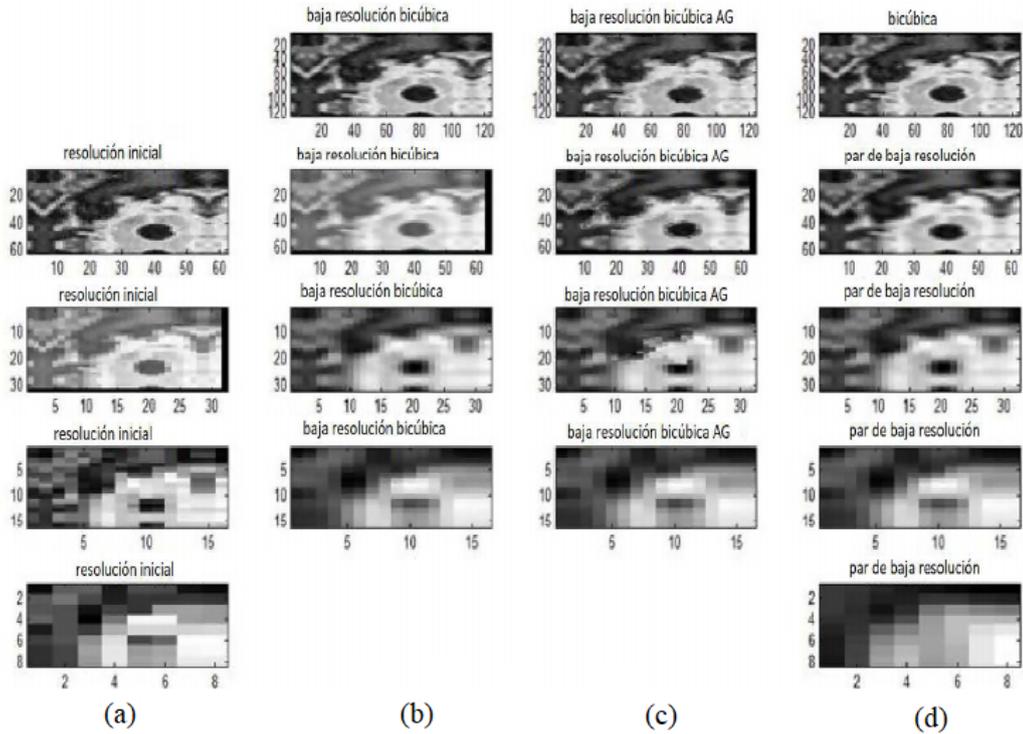


Figura 4.16: La columna (a) contiene las imágenes de escala múltiple para aplicar la función de transferencia. En las columnas (b), (c) y (d) están las imágenes para encontrar la función de transferencia. Las columnas (b) y (d) representan una interpolación bicúbica y (c) una interpolación bicúbica con auto-regularización de gradientes.

### 4.2.7. Comparaciones

Con fines comparativos, se utilizó un filtro de paso bajo como matriz de degradación en coordinación con la escala de muestreo descendente. Por ejemplo, un filtro de paso bajo difuminado para un factor de sub-muestreo  $q$  es un filtro *Butterworth* con un corte  $\pi/q$ . Se usó un filtro de orden alto simulando un filtro ideal apropiado para el factor de sub-muestreo. En otro experimento siguiendo las consideraciones de la sección 3.4, la imagen HR se difumina primero con un *kernel* gaussiano  $7 \times 7$  con desviación estándar 1.6, y luego se reduce la muestra mediante un factor de escala total  $q$  en direcciones horizontales y verticales. Este núcleo de degradación se ha utilizado con fines comparativos.

El resultado de la convergencia ART y la regularización de gradiente mejora la interpolación bicúbica en 0.1 de SSIM y 2 dB de PSNR respectivamente, sobre la interpolación bicúbica. El comportamiento mencionado se usa como compensación de la disminución de SSIM en los procedimientos de SR del diccionario cuando el factor de decimación  $q$  es mayor que tres.

Cuando se logra una función de transferencia utilizando el procedimiento ART, la solución del sistema se pasa a la imagen de entrada original y las versiones desenfocadas y sub-muestreadas. Se obtiene una nueva imagen como una combinación lineal del esquema de escala múltiple con parches  $p$  de  $2 \times 2$  *pixeles*. Cada versión

borrosa y muestreada de la imagen original se escala hasta el tamaño de la imagen de entrada para facilitar la dependencia lineal del sistema, determinada para varias imágenes a diferentes escalas  $f_n$ , donde  $f_{n=0}$  es la imagen de mayor dimensión.

La imagen de entrada se descompone en parches expresados en forma vectorial, cada vector tiene la intensidad de la imagen en alguna escala. El número de dimensiones del espacio en que converge el sistema, es el mismo que el número de escalas. La solución del sistema con cuatro escalas de parches en el esquema de múltiples escalas se transfiere a una secuencia de escalas, en la cual la imagen de entrada es parte del sistema lineal. La imagen resultante, está restringida por el manejo de gradientes, usando la imagen obtenida y su escala previa.

Recientemente, algunos métodos como [102] y [103] emplean redes neuronales en SR para seleccionar residuos de alta frecuencia. En [102], los residuos se agregan a la imagen de entrada LR para obtener HR. Este método [102], como una variación de una Red Neuronal Residual (ResNet, por sus siglas en inglés), está entrenado con grandes bancos de imágenes divididas en parches que se expanden con rotaciones y cambios de escala. En [103], el residuo se obtiene mediante una discriminación entre las imágenes HR generadas y las imágenes naturales HR. Sin embargo, los procedimientos presentan dependencia respecto de la base de datos de entrenamiento.

Las Tablas 4.6, 4.7, 4.8 y 4.9, muestran los resultados de SSIM y PSNR al aplicar el método propuesto ART-ARG, se observa que mejoran proporcionalmente, con el aumento de la escala de amplificación. En la Tabla 4.10, se observan los resultados del método, cuando mejora un modelo de SR mediante diccionarios.

Tabla 4.6: Comparación de SSIM y PSNR entre ART en un esquema multiescala y bicúbico con filtro ideal (región exacta de lado  $2\pi/q$  en el dominio de las frecuencias) y gaussiano  $q = 4$ .

Imagen	ART-ARG-Gaussiana	ART-ARG-Ideal	ART-ARG
MRI	0.5159/20.1542	<b>0.5442/20.7134</b>	0.5375/19.8770
<i>Parrot</i>	0.7532/21.9303	<b>0.7724/22.6622</b>	0.7831/23.1668
<i>Butterfly</i>	0.6994/18.7745	<b>0.7061/19.0437</b>	0.7168/18.5980
<i>Bike</i>	0.5585/19.1223	<b>0.5930/19.4463</b>	0.5726/19.1671
<i>Flower</i>	0.6249/21.7186	<b>0.6478/21.8859</b>	0.6407/20.7525
<i>Hat</i>	0.6873/21.8936	<b>0.6939/22.1162</b>	0.7024/22.6052
<i>Leaves</i>	0.6653/17.2703	<b>0.6779/16.6972</b>	0.7047/17.2172
<i>Parthenon</i>	0.6094/19.2974	<b>0.6199/20.0517</b>	0.6155/19.0261
<i>Raccon</i>	0.6142/23.1942	<b>0.6365/24.6002</b>	0.6110/23.3934
<i>Plants</i>	0.6908/23.7673	<b>0.7206/24.7448</b>	0.7248/24.3239

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Tabla 4.7: Comparación entre SSIM y PSNR para interpolación bicúbica usando un filtro ideal (región exacta de lado  $2\pi/q$  en el dominio de las frecuencias) y otro gaussiano con  $q = 4$ .

Imagen	Bicúbico-Ideal	Bicúbico-gaussiano
MRI	0.4704/19.3473	0.4653/19.1646
<i>Parrot</i>	0.7268/21.6142	0.7218/21.2390
<i>Butterfly</i>	0.6400/17.3273	0.6468/17.2759
<i>Bike</i>	0.5454/18.8259	0.5193/18.4691
<i>Flower</i>	0.5888/20.9486	0.5706/21.2659
<i>Hat</i>	0.6588/21.3713	0.6651/21.4860
<i>Leaves</i>	0.5897/14.8963	0.6064/15.9750
<i>Parthenon</i>	0.5669/19.4270	0.5746/18.7921
<i>Raccon</i>	0.5988/23.7784	0.5811/22.3983
<i>Plants</i>	0.6712/23.4711	0.6583/23.0557

Tabla 4.8: SSIM y PSNR comparación entre ART y ART-ARG en un esquema multiescala con interpolación bicúbica e interpolación bicúbica más ARG, utilizando un filtro ideal  $q = 3$ .

Imagen	Bicúbico	ART-ARG	ART	Bicúbico-ARG
MRI	0.5625/20.0699	<b>0.6662/21.9490</b>	0.5474/20.0000	0.6577/21.6009
<i>Parrot</i>	0.8209/23.3733	0.8163/22.1230	<b>0.8211/23.8170</b>	0.8149/22.2983
<i>Butterfly</i>	0.7385/19.1058	0.7286/17.4485	<b>0.7453/19.4559</b>	0.7328/17.3198
<i>Bike</i>	<b>0.6752/20.1229</b>	0.6640/19.5992	0.6633/19.9633	0.6650/20.0680
<i>Flower</i>	0.7210/21.9816	<b>0.7365/23.5687</b>	0.7082/23.0862	0.7246/23.6506
<i>Hat</i>	0.7354/23.2050	<b>0.7539/24.9170</b>	0.7345/23.4018	0.7509/24.2403
<i>Leaves</i>	0.7604/17.6857	<b>0.7625/18.1403</b>	0.7619/18.4069	0.7406/17.3743
<i>Parthenon</i>	0.6737/20.9178	<b>0.6809/21.5093</b>	0.6762/20.3886	0.6710/21.5197
<i>Raccon</i>	0.6974/24.8972	<b>0.6983/25.5202</b>	0.6912/25.2470	0.6846/24.9388
<i>Plants</i>	<b>0.7939/25.8034</b>	0.7933/25.2914	0.7847/25.3768	0.7926/25.2600

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Tabla 4.9: Comparación de SSIM y PSNR entre ART y ART-ARG en un esquema multiescala con bicúbico ARG utilizando un filtro ideal  $q = 2$ .

Imagen	ART-ARG	ART	Bicúbico-ARG
MRI	0.6339/20.3673	0.7689/24.0406	<b>0.7961/24.9940</b>
<i>Parrot</i>	0.8517/22.8112	0.8925/26.6157	<b>0.9027/26.9642</b>
<i>Butterfly</i>	0.8010/19.1013	0.8504/22.2310	<b>0.8709/22.4231</b>
<i>Bike</i>	0.7366/19.9941	0.7875/21.5722	<b>0.8134/21.0549</b>
<i>Flower</i>	0.7842/21.9724	0.8328/24.8604	<b>0.8535/25.4536</b>
<i>Hat</i>	0.8007/23.7145	0.8265/26.8091	<b>0.8467/27.0477</b>
<i>Leaves</i>	0.7147/15.2721	0.8864/22.1044	<b>0.8955/20.7986</b>
<i>Parthenon</i>	0.6627/19.3558	0.7905/21.7771	<b>0.8022/23.6815</b>
<i>Raccon</i>	0.7812/23.2568	0.7997/27.2481	<b>0.8288/27.3592</b>
<i>Plants</i>	0.7538/18.6833	0.8823/28.2905	<b>0.9032/29.1216</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

La Tabla 4.10 muestra que el modelo propuesto mejora los resultados de los métodos SR basados en diccionarios cuando se utiliza PI adaptativa como entrada. El modelo incorpora finalmente un procedimiento similar al expuesto en [78], los parches similares en la imagen se agrupan, luego se estiman los valores de la imagen SR. Este procedimiento se aplica después del esquema de escala múltiple y el procedimiento de gestión de gradiente. La Figura 4.17 muestra resultados visuales del algoritmo propuesto relacionado con los resultados de las Tablas 4.10 y 4.11.

 Tabla 4.10: Comparación de SSIM y PSNR entre los métodos de aprendizaje de diccionario NCSR y ASDS-AR-NL con el aprendizaje ART-ARG-Dic  $q = 4$ .

Imagen	ART-ARG-Dic	NCSR [78]	ASDS-AR-NL [75]
MRI	19.6817/ <b>0.5601</b>	19.2359/0.5543	19.4252/0.5434
<i>Parrot</i>	<b>23.3360/0.8343</b>	23.0441/0.8309	19.4706/0.7443
<i>Butterfly</i>	20.0018/0.8068	<b>20.0826/0.8096</b>	17.5604/0.7186
<i>Bike</i>	<b>20.4400/0.6838</b>	20.2663/0.6774	20.2748/0.5929
<i>Flower</i>	<b>22.3529/0.7360</b>	21.6910/0.7310	22.6148/0.6369
<i>Hat</i>	<b>26.5762/0.8013</b>	26.2645/0.7992	24.1121/0.7473
<i>Leaves</i>	<b>20.7147/0.8242</b>	20.6845/0.8238	15.9664/0.6762
<i>Parthenon</i>	19.2777/0.6320	<b>19.3093/0.6331</b>	18.6136/0.6133
<i>Raccon</i>	24.0135/ <b>0.6215</b>	23.3931/0.6129	<b>24.2312/0.6156</b>
<i>Plants</i>	22.1135/ <b>0.7003</b>	22.0201/0.6977	<b>23.0643/0.6975</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Tabla 4.11: Comparación de SSIM y PSNR entre los métodos de aprendizaje de diccionario ASDS y ASDS-AR  $q = 4$ .

Imagen	ASDS [75]	ASDS-AR [75]
MRI	<b>19.8012</b> /0.5459	19.7430/0.5460
<i>Parrot</i>	19.9855/0.7498	19.8345/0.7474
<i>Butterfly</i>	17.0569/0.7096	16.9183/0.7100
<i>Bike</i>	19.4270/0.5838	19.7818/0.5876
<i>Flower</i>	21.7744/0.6285	22.1029/0.6296
<i>Hat</i>	24.9591/0.7497	24.8346/0.7484
<i>Leaves</i>	16.2065/0.6608	16.1773/0.6620
<i>Parthenon</i>	19.4370/0.6155	19.3224/0.6131
<i>Raccon</i>	24.1558/0.6134	24.1418/0.6125
<i>Plants</i>	21.8284/0.6776	22.1254/0.6810

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

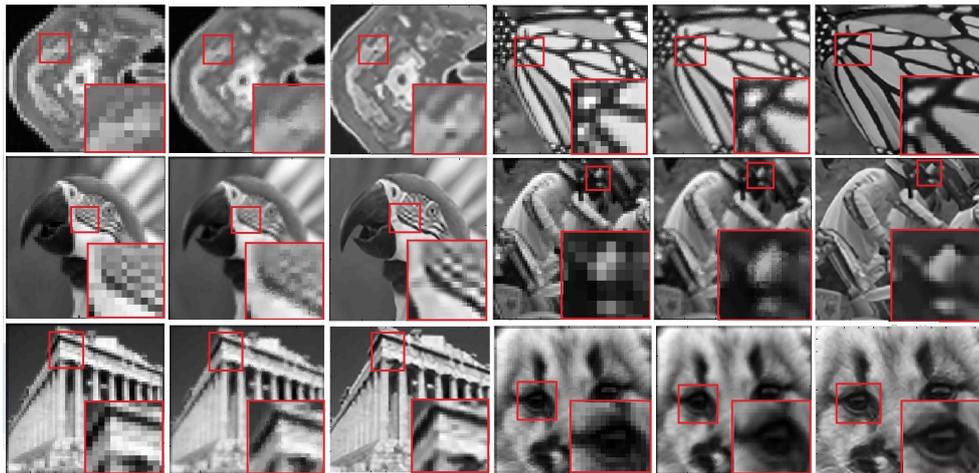


Figura 4.17: En la figura de izquierda a derecha se observan la imagen de entrada, los resultados de ART-ARG y ART-ARG-DIC se muestran consecutivamente con un factor de escala con  $q = 4$ .

En el primer paso, el modelo propuesto aprende transiciones entre imágenes a diferentes escalas. El segundo paso, marca los bordes y finalmente las redundancias no locales de la imagen se explotan en un procedimiento similar a [78]. Los pasos primero y segundo del método brindan un mejor punto de inicio para la búsqueda de la imagen de destino HR. El método ART-ARG-Dic en la Tabla 4.10 muestra los resultados que aprovechan las redundancias no locales en un modelo de auto-aprendizaje sobre el resultado ART-ARG. Para fines de comparación, se utilizaron algunas imágenes del banco BSD100. Las imágenes de entrada de LR en la Figura 4.18 se producen con un núcleo gaussiano de dimensión  $7 \times 7$  de desviación estándar 1.6 y son muestreadas con el factor de escala  $q = 4$ . Los resultados se comparan en la Tabla 4.12 mostrando la ganancia de PSNR y SSIM de cada método sobre la

interpolación bicúbica. Los factores de la función SSIM se establecen en  $K = [0.08, 0.075]$ ,  $L = 255$  y ventana como función *gaussiana* de tamaño  $11 \times 11$  con desviación estándar 1.5 [103].

En la Figura 4.18, se establece una comparación visual de los resultados. Las imágenes pertenecen a la base de datos BSD100 con numeración 1) *Ídols*, 42) *Boys* 56) *Bomberman* y 75) *Farm*, se emplea un factor  $q = 4$ . La imagen de HR se difumina primero con un *kernel* gaussiano de  $7 \times 7$  con una desviación estándar de 1.6, y luego se sub-muestra con un factor de escala total  $q$  en dirección horizontal y vertical. Las ganancias de PSNR/SSIM del método propuesto ART-ARG-Dic sobre la interpolación bicúbica en cada imagen son 1) 0.6dB/0.07, 2) 1.8dB/0.06, 3) -0.16dB/0.034) y 4) 1.5dB/0.07 respectivamente.



Figura 4.18: En la figura, de izquierda a derecha, la imagen de entrada, el ART-ARG y el ART-ARG-Dic sobre figuras de la base de datos BSD100.

Tabla 4.12: Ganancia de PSNR y SSIM sobre interpolación bicúbica para diferentes métodos utilizando la base de datos BSD100 [114] y [115] con factor  $q = 4$ .

Método	Set 5 [114]	Set 14 [115]	BSD100
SRCNN [110]	1.64/0.04	1.19/0.03	0.74/0.035
SelfEx [111]	1.9/0.05	1.46/0.04	0.89/0.04
DRCN [112]	3.09/0.07	2.03/0.05	1.37/0.05
ESPCN [113]	2.33/0.05	1.66/0.05	1.02/0.05
SRResNet	<b>3.62/0.08</b>	<b>2.4/0.069</b>	<b>1.5/0.065</b>
SRGAN [103]	0.97/0.02	0.03/-0.008	-0.8/-0.025
ART-ARG-Dic	2.01/ <b>0.08</b>	1.5/ <b>0.072</b>	0.6/ <b>0.07</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

En esta sección, se presentó un nuevo método de SR. El procedimiento ART se utilizó para determinar la función de transferencia entre escalas de una imagen. La imagen de salida del proceso sobre las múltiples escalas se fortalece utilizando un nuevo modelo de gradientes autoregulados que se restringe por escalas anteriores. El modelo muestra una mejor respuesta de SSIM y PSNR para escalas de amplificación altas como  $q = 4$ . El método compensa y mejora la respuesta de los procedimientos de SR que se basan en diccionarios para factores de amplificación elevados. El modelo de ART que se aplica puede controlarse mediante factores como la iteración en el proceso de determinación de la función de transferencia. El procedimiento de SR es independiente de los bancos de imágenes externos para una sola imagen. La autoregulación de gradientes en la imagen de salida del procedimiento ART produce bordes afilados. Posteriormente, el método de diccionario [78] realiza una mejor estimación de la imagen HR usando el modelo ART-ARG como entrada y aumenta los valores de SSIM y PSNR en relación al empleo de la interpolación bicúbica como entrada.

### 4.3. Técnicas de diccionarios aplicadas a súper resolución

En esta sección se aborda el principio general para la aplicación de técnicas de diccionarios. Una estimación de la imagen de entrada se aplicará en la sección 4.3.1. Los modelos que se desarrollan pertenecen a las etapas de diccionarios y estimación de imagen de entrada descritas en la sección 3.3. Se emplean técnicas de descomposición y agrupamiento mediante el algoritmo K-MEANS. Se establecen correspondencias entre los elementos de las agrupaciones mediante distancias euclidianas y mínimas diferencias entre valores propios. La integración de la etapa de diccionarios y de estimación de la imagen de entrada se expondrá en la sección 4.4.

#### 4.3.1. Diseño del método propuesto DAHNLTV

El método difusivo sobre variación total adaptativa no local de alta dimensión (DAHNLTV, por sus siglas en inglés) es un nuevo procedimiento que se propone en este trabajo para adaptar la variación total de alta dimensión al contexto local de la imagen, contempla una ventana de trabajo donde se relacionan la varianza de la ventana con la varianza del parche central. El algoritmo considera la relación entre la variabilidad de un centro y los parches adyacentes para seleccionar el número de candidatos en el proceso de estimación. Los resultados muestran que la relación propuesta influye en la precisión de los valores que se estiman. El modelo difusivo es una nueva solución para determinar la cantidad de parches de la imagen de LR que se emplean en la estimación del valor de la imagen de HR.

Algunos métodos de SR empleados para las comparaciones son los siguientes:

- ANR: Regresión de vecindario anclado.
- SRCNN: Red neuronal convolucional de superresolución.
- SKR-NLM: Regresión del *kernel* de dirección y medias no locales.

- SFR: Bosques de súper resolución.
- SelfEx: Super-resolución de ejemplos internos de las imágenes.
- A +: Regresión para ajuste de vecindad.
- NCSR: Representación dispersa no centralizada localmente para la restauración de imágenes.
- AGD-NLTV: Dualidad geométrica adaptativa y similitud no local.
- AHNLTV-AGD: Variación total no local adaptiva y dualidad geométrica adaptable.

**El desarrollo del método DAHNLTV consta de las siguientes etapas:**

1. Seleccionar una dimensión de parche ( $p$ ) y otra de ventana ( $N \times N$ ).
2. Para un número de desplazamientos  $N^2$  de cada parche de la ventana cuyo centro está contenido en el parche central, calcular su variación con respecto a los demás parches y almacenarla en un vector de dimension  $Kp^2$ .
3. Organizar el vector de mínimas variaciones a máximas variaciones.
4. Hasta un número de variaciones  $K$ , dependiente de la expresión de difusión para el valor del *pixel* central del parche que se analiza se calcula un promedio de las variaciones almacenadas.

### 4.3.2. Introducción al método DAHNLTV

La contribución más importante en esta sección, es la adaptación espacial de la estimación de la imagen de HR en una ventana de búsqueda. El método AHNLTV, con el nuevo tratamiento difusivo, logra una relación PSNR estable en la estimación de la HR, aún cuando existan grandes diferencias de variación entre el parche central a estimar y su contexto local.

La explicación del modelo DAHNLTV se realiza en la sección 4.3.3, donde se analiza el modelo difusivo aplicado sobre el método AHNLTV.

### 4.3.3. Propuesta de método DAHNLTV

Las técnicas de SR para una sola imagen buscan reconstruir una imagen de HR  $X$  a partir de una medición degradada  $Y$ . Es un problema mal condicionado que requiere un conocimiento previo para modelarlo. El problema de la SR en general puede formularse como:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} \| Y - \mathbf{D}\mathbf{H}X \|_2^2 + \lambda J(X) \quad (4.29)$$

Donde:  $\mathbf{H}$  es la matriz de desenfoque,  $\mathbf{D}$  es la matriz de muestreo descendente,  $\lambda$  es el parámetro de regularización y  $J(X)$  es la imagen anterior.

#### 4.3.4. Método de difusión DAHNLTV

En el método se emplea una búsqueda de parches similares desplazados (MSPS) como en [116]. En la Figura 4.19 se observa que la cantidad de elementos que se seleccionan para la estimación está en función de las variaciones de la ventana de búsqueda y del parche central a estimar. Inicialmente, se encuentran los parches similares no locales de cada parche central. Se producen dos matrices de índices  $C_x \in R^{M \times N \times K}$  y  $C_y \in R^{M \times N \times K}$  (el tamaño de la imagen es  $M \times N$ ). El *pixel*  $X_i$  se mapea de un vector a coordenadas  $(i_x, i_y)$  donde  $i = (i_y - 1)M + i_x$ . Las coordenadas 2D de los  $K$  *pixeles* no locales similares de  $X_i$  se pueden representar como  $(i_{k_x}, i_{k_y})$ ; donde  $k = [1, 2, 3, \dots, K]$ ,  $C_x(i_x, i_y, :)$  y  $C_y(i_x, i_y, :)$  son dos vectores que contienen la fila  $K$  de diferencias entre  $X_i$  y sus *pixeles* similares no locales. Para cada *pixel*  $X_i$ , sus cambios de índice no locales se pueden almacenar apilando todos los vectores de desplazamiento de índice  $p^2$  de un parche local de dimensión  $p \times p$ , esto se muestra en la Figura 4.19.

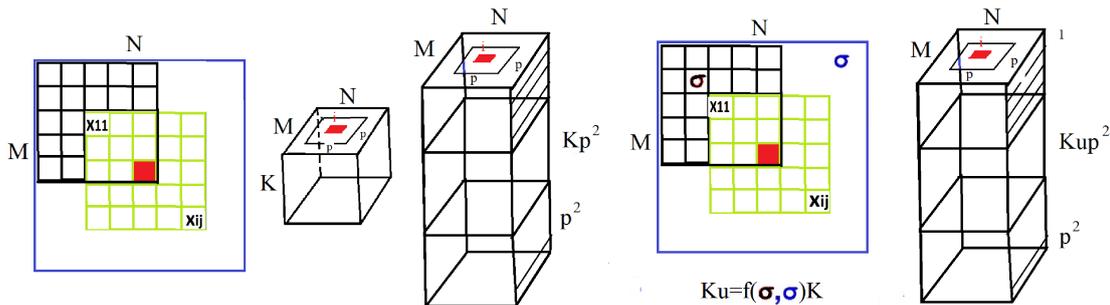


Figura 4.19: De izquierda a derecha, desplazamientos, estrategia MSPS en el algoritmo AHNLTV y parámetros difusivos en consideración para el cambio de índice no local y la conformación del vector de alta dimensión.

En el método que se propone, la estrategia de MSPS cambia conceptualmente. Se tiene un parche con una energía promedio  $S_p$  y se requiere encontrar los parches similares en una ventana de búsqueda con potencia promedio  $S_w$ . En un primer caso se considera que  $\sigma_p^2$  y  $\sigma_w^2$  son varianzas proporcionales de un parche central y la ventana de búsqueda alrededor del parche central, respectivamente. En [116] se calculan las matrices de desplazamiento de índice no local, y se emplea una variación total no local de súper alta dimensional (SHNLTV, por sus siglas en inglés) con un número fijo de parches similares. El método que se propone, DAHNLTV, emplea la relación o el diferencial entre las varianzas  $\sigma_p$  y  $\sigma_w$ , para calcular la cantidad de parches similares.

### 4.3.5. Localización espacial y consideración de relación señal a ruido

La efectividad de un proceso de SR, se evalúa mediante las medidas de PSNR y SSIM. Es deseable que los valores de PSNR sean constantes para un amplio rango de niveles de señal. En el caso de los métodos de estimación por variación total no local (NLTV, por sus siglas en inglés), se promedian parches similares de las imágenes. Sin embargo también debe considerarse que la medición de PSNR se mantenga constante para un amplio rango de variaciones de las regiones de la imagen que se emplean para una estimación local.

En señales unidimensionales, y en particular en el caso de señales de voz se define el factor de cresta ( $cf$ ) como:

$$cf = \frac{|X|_{max}}{\sigma} \quad (4.30)$$

Donde  $X$  es la señal analizada y  $\sigma$  su desviación típica. En el caso de una imagen donde se aplica un método de variación total para la estimación, se consideran  $K$  regiones similares e igual número de niveles de variación posibles. La diferencia entre niveles de variación de los parches que participan en una estimación, puede definirse del siguiente modo:

$$\frac{-1}{K} \leq \epsilon_k \leq \frac{1}{K} \quad (4.31)$$

Considerando una similitud con el cálculo de ruido resultante de la cuantificación uniforme de una señal unidimensional, se considera que  $\epsilon_k$  es el resultado de la diferencia entre uno de los  $K$  niveles de variación y la variación real de un parche empleado en la estimación mediante variación total.

En ventanas planas de una imagen y parches centrales planos, para los métodos de variación total no local (NLTV, por sus siglas en inglés) o variación total no local de alta dimensión (AHNLTV, por sus siglas en inglés), solo el ruido aditivo es significativo. Sin embargo, si la imagen tiene una varianza debida a los objetos representados, las diferencias entre parches se deben a la posición y no al ruido, al muestreo descendente o a los efectos de bordes degradados. El promedio de las diferencias de variación entre un número de parches representativos, con respecto al parche central se formula como:

$$\sigma^2 = \bar{\epsilon}_k^2 = \frac{1}{2} \int_{\frac{-1}{K}}^{\frac{1}{K}} \epsilon_k^2 d\epsilon = \frac{1}{3K^2} \quad (4.32)$$

Una cuantificación no uniforme modela la probabilidad de ocurrencia de los niveles de luminosidad  $l_x$  para aplicar una función  $f(l_x)$  que produce un nuevo nivel de señal  $l_{x_q}$  que requiere un número diferente de intervalos de cuantificación.

Se considera que en las imágenes la región de baja frecuencia es la información predominante y hay un número mayor de parches. Una varianza baja en estas re-

giones requiere un número mayor de parches representativos para estimar un parche central.

La relación se expresa en la Figura 4.20 donde una distribución ideal de probabilidad de niveles de señal ( $f dp$ ) muestra, mediante la Ecuación 4.33, que la potencia promedio del error de cuantificación necesita diferentes intervalos  $h_i$  de integración para mantenerse constante.

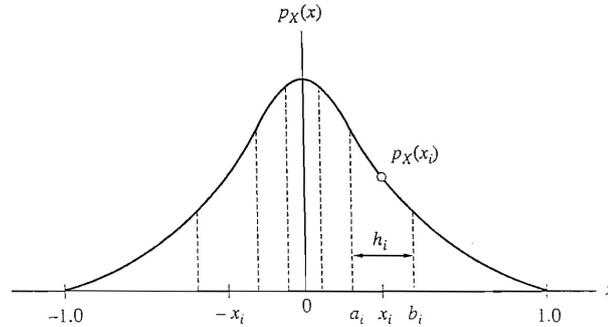


Figura 4.20: Ejemplo de un estudio de probabilidad de una señal para la determinación de una función de distorsión en un procedimiento de compresión. La señal debe distorsionarse para lograr intervalos  $h_i$  iguales y otra Función de Densidad de Probabilidad  $f dp$ .

$$\int_{x_i - \frac{h_i}{2}}^{x_i + \frac{h_i}{2}} (x - x_i)^2 \cdot p_x(x_i) dx = \overline{\epsilon_i^2} \quad (4.33)$$

Donde:  $p_x(x_i)$  representa la probabilidad de ocurrencia del nivel  $x_i$ ; mientras que  $x$  representa la señal sin cuantificar,  $h_i$  después de distorsionar los niveles de señal debe ser un término constante. Para mantener constante el intervalo de integración  $h_i$  se aplica una distorsión de los valores de señal. El método DAHNLTV que se diseña emplea un principio similar para preservar la información de alta frecuencia presente en regiones de alta varianza. En el caso de una imagen estimada mediante variación total, el término  $x - x_i$  de la ecuación 4.33 representa la diferencia puntual entre la variación de un parche empleado en la estimación y uno de  $K$  niveles de variación.

Se observa que el error derivado de la diferencia de variaciones en la Ecuación 4.32 depende del número de parches empleados en la estimación de la imagen. La relación entre la potencia promedio del parche central  $S_p$  con respecto a las diferencias con parches similares definida en la Ecuación 4.32 se expresa del siguiente modo:

$$\frac{S_p}{\sigma_p^2} = S_p \cdot 3K^2 \quad (4.34)$$

Se observa que para  $K$  fijo, esta relación es altamente dependiente de  $S_p$  cuando ( $S$ ) tiene media = 0,  $S_p = \sum \sum \sigma_p(x, y)^2$ . En el diseño del método DAHNLTV que se propone, se brinda una solución para mantener esta relación aproximadamente

constante dependiendo de la varianza del parche central  $p(i_x, i_y)$  y de la varianza de la ventana de búsqueda. Se logra que  $K_p$  y  $S_p$  sean inversamente proporcionales para mantener una PSNR aproximadamente constante en un amplio rango de diferencias de variación entre el parche central a estimar y la ventana de búsqueda.

El parámetro PSNR, se expresa en la Ecuación 4.34, considerando que un número  $K$  de niveles representa los cambios respecto al parche central. Las diferencias entre parches, se deben al ruido en zonas planas, o debido a la representación de la imagen en zonas de alta varianza. No es deseable promediar la representación de la imagen, sin embargo ante la presencia de ruido es una forma de estimación del nivel real de señal. La Ecuación 4.34 compensa la relación de varianzas de la ventana de búsqueda y los parches centrales respectivamente mediante la selección de  $K$  en AHNLTV.

Las ecuaciones 4.35 y 4.36 relacionan la varianza del parche central  $\sigma_p^2$  con la varianza de la ventana de búsqueda  $\sigma_w^2$  para el cálculo del número  $K_u$  de elementos representativos válidos para la estimación del parche central.

Entonces se construye un vector  $T_k$  como selector de parches adecuados alrededor del parche central en las coordenadas  $i_x, i_y$ .

Para obtener el control difusivo, se definen dos esquemas principales mediante las ecuaciones:

$$K_u = \begin{cases} \sigma_p \geq \sigma_w & K \cdot \exp\left(-\alpha_1 \cdot \frac{\sigma_p^2}{\sigma_w^2}\right) \\ \text{en otro caso} & K \cdot \exp\left(-\alpha_2 \cdot \frac{\sigma_p^2}{\sigma_w^2}\right) \end{cases} \quad (4.35)$$

$$K_u = K \cdot \exp\left(-\left|\sigma_p^2 - \sigma_w^2\right|\right) \quad (4.36)$$

Donde:  $K$  es el número inicial de parches para considerar en la estimación;  $\sigma_p^2$  y  $\sigma_w^2$  son las varianzas del parche central y de la ventana de trabajo respectivamente. Se puede observar que la cantidad de parches empleados para la estimación se controla mediante la diferencia de varianzas del parche central a estimar y la varianza de la ventana de búsqueda.

En las Tablas 4.13 y 4.14 se muestran los resultados obtenidos por DAHNLTV sobre AHNLTV.

Tabla 4.13: Resultados de PSNR (dB) y SSIM en imágenes estimadas con AHNLTV y DAHNLTV ( $\times 4$ ), tamaño de parche  $7 \times 7$ , tamaño de ventana  $13 \times 13$ , número de parche 10. Imágenes comparadas Bike, Butterfly, Comic, Flower y Hat.

Método	<i>Bike</i>	<i>Butterfly</i>	<i>Comic</i>	<i>Flower</i>	<i>Baboon</i>
AHNLTV	19.6310	19.2106	20.8190	23.4083	15.628
	0.4897	0.6524	0.5256	0.5958	0.3167
DAHNLTV $\alpha_1=$	19.6320	19.2090	20.8252	23.4099	15.6376
0.5, $\alpha_2=0.5$	0.4901	0.6524	0.5264	0.5962	0.3173
DAHNLTV $\alpha_1=$	19.6351	19.2109	20.8288	23.4132	15.6478
0.2, $\alpha_2=0.8$	0.4902	0.6524	0.5267	0.5963	0.3174
DAHNLTV 4.36	<b>19.6476</b>	<b>19.2413</b>	<b>20.8650</b>	<b>23.4197</b>	<b>15.72</b>
	<b>0.4924</b>	<b>0.6534</b>	<b>0.5307</b>	<b>0.5969</b>	<b>0.3183</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

 Tabla 4.14: Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes estimadas con AHNLTV y DAHNLTV ( $\times 4$ ), tamaño de parche  $7 \times 7$ , tamaño de ventana  $13 \times 13$ , número de parche 10. Imágenes comparadas Parrot, Parthenon y Plants.

Método	<i>Parrot</i>	<i>Parthenon</i>	<i>Plants</i>	<i>Hat</i>
AHNLTV	24.0380	23.2346	26.2734	26.0092
	0.7754	0.5707	0.7314	0.7506
DAHNLTV $\alpha_1=$	24.0425	23.2375	26.2720	26.0081
0.5, $\alpha_2=0.5$	0.7756	0.5709	0.7314	0.7507
DAHNLTV $\alpha_1=$	24.0447	23.2403	26.2755	26.0108
0.2, $\alpha_2=0.8$	<b>0.7757</b>	0.5710	<b>0.7315</b>	0.7507
DAHNLTV 4.36	<b>24.0470</b>	<b>23.2480</b>	<b>26.2875</b>	<b>26.0115</b>
	0.7756	<b>0.5721</b>	0.7314	0.7506

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

El número de parches modificados válidos para la estimación es de  $K_u$ . Entonces se define un vector  $T_k$  que se compone del siguiente modo:

$$\begin{aligned}
 T_k &= [T_{ku}, T_{k0}]' \\
 T_{ku} &= \text{ones}[1, \dots, K_u - 1] \\
 T_{k0} &= \text{zeros}[K_u, \dots, K]
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

El vector  $T_k$  opera multiplicando punto a punto sobre los grupos  $K$  en el vector de alta dimensión  $C_z(i_x, i_y, :)$  que selecciona  $K_u$  parches más representativos del parche centrado en  $i_x, i_y$ . También,  $T_k$  opera en el proceso de promedio final seleccionando sólo los elementos  $K_u$ .

La implicación del análisis del método DAHNLTV es la definición de un nuevo

dominio guiado por el contexto local de la imagen. Después de calcular las matrices de desplazamiento de índice no local, se propone SHNLTV [116] pero en un método difusivo. Mientras que SHNLTV usa dos vectores que contienen  $K$  filas de cambio entre  $X_i$  y sus *pixeles* similares no locales, en el método propuesto se emplean sólo los elementos significativos  $k = 1, 2, \dots, K_u]$  y en el rango  $k = K_u, K_u + 1, K_u + 2, \dots, K$ ,  $C_z(i_x, i_y, k) = 0$ . En consecuencia las columnas de la matriz en DHNLTV son distintas de 0 para  $\tilde{C}_z \in R^{M \times N \times K_u p^2}$  y se representan como:

$$\tilde{C}_z = z(i_x, i_y, :) \mid i \in (Np_i), i \in (X) \quad (4.38)$$

Donde:  $(i_x, i_y)$  son las coordenadas 2D de  $X_i$ ;  $\Omega(Np_i)$  denota el conjunto de coordenadas 1D para todos los *pixeles* dentro del parche  $p \times p$  centrado en  $i$ . Luego, usando  $\tilde{C}_z$ , se pueden obtener fácilmente las coordenadas de los *pixeles* difusos no locales similares  $X_j$  -s para el *pixel*  $X_i$  definido en 4.3.4 como,

$$\Omega(Nu_{H_i}) = (i_x, i_y) + (\tilde{C}_{x_i}(k), \tilde{C}_{y_i}(k)) \mid k = 1, 2, \dots, K_u p^2 \quad (4.39)$$

Donde:  $\tilde{C}_{z_i}(k)$  indica  $C_z(i_x, i_y, k)$ ;  $(N_{H_i})$  denota el índice establecido para los *pixeles* similares no locales superdimensionales de  $X_i$  y su dimensión es  $Kp^2$  pero el operador  $T_k$  lo hace útil hasta  $K_u p^2$ . Se debe tener en cuenta que al utilizar el AHNLTV difuso, la dimensión del vector de cambios no locales de cada *pixel* se adapta según las ecuaciones 4.35 y 4.36.

### 4.3.6. Estimación de imagen de alta resolución mediante DAHNLTV

Después de calcular las matrices de desplazamiento de índice no local utilizando el operador  $T_k$ , se propone una nueva estimación de la variación total no local difusa de alta dimensión (DSHNLTV) sobre la imagen de LR con la siguiente formulación:

$$M_{DAHNLTV}(i) = \frac{1}{Nu_{H_i}} \sqrt{\sum_{j \in Nu_{H_i}} (X_i - X_j)^2} \quad (4.40)$$

El diferencial total respecto al *pixel*  $i$  de la imagen de LR se puede expresar como:

$$\|\nabla_w^H X_i\|_2^1 = \sqrt{\sum_{j \in Nu_{H_i}} w_{ij} (X_i - X_j)^2} \quad (4.41)$$

Y el factor de pesos  $w_{ij}$  depende de la similitud de los parches no locales tomando la forma:

$$w_{ij} = \exp(-\|P_i - P_j\|_G^2 / (2h^2)) \quad (4.42)$$

Donde:  $h$  es una constante de apertura;  $G$  es un *kernel* gaussiano;  $P_i$  es un parche central; y  $P_j$  es uno de los  $K_u$  parches más cercanos al parche central  $P_i$ . En DAHNLTV,  $M_{DAHNLTV}(i)$  es una estimación del *pixel*  $i$  de HR a partir de una imagen de entrada de LR. En este caso  $X_j$  indica uno de los *pixeles* no locales de alta dimensión de  $X_i$  en la ubicación  $j$ , mientras que SHNLTV es  $K_p^2$ -dimensional, DSHNLTV es  $K_u p^2$ -dimensional. Los resultados expuestos en la Tabla 4.14 muestran que el procedimiento DAHNLTV que se propone, produce una mejor aproximación a la imagen de HR que el procedimiento AHNLTV en la mayoría de las imágenes analizadas.

## 4.4. DAHNLTV: nuevo espacio para la aplicación de técnicas de diccionarios

Para la aplicación de una técnica de diccionarios, DAHNLTV emplea pares de imágenes de LR y HR para la estimación de la imagen de alta resolución. En esta etapa se produce un preprocesamiento mediante un algoritmo K-MEANS para agrupar los parches más cercanos en un número de grupos. Esto reduce la variación en los datos y permite una proyección más precisa de datos externos.

En el modelo, el número de grupos usados es de  $k = 80$  y la reconstrucción se lleva a cabo con promedios de parches superpuestos. Se seleccionó un grupo de nueve imágenes y cada una en LR se reconstruye con las demás como diccionario externo agrupado en un mosaico. El algoritmo  $K_{MEANS}$  está configurado para 80 grupos que dan un pequeño rango de variabilidad y en 5 iteraciones se detiene el algoritmo cuando el número de elementos en cada grupo no se modifica.

El algoritmo PCA emplea proyecciones para el reconocimiento de patrones mediante decorrelación. Se realiza sobre una matriz de parches extraídos como vectores sobre columnas consecutivas en la imagen  $U$  que pertenece a un espacio  $R \in (M - 1 \times N - 1 \times n^2)$ , donde  $(M \times N)$  son las dimensiones de los datos de entrada y  $n^2$  es la dimensión unidimensional de los parches. El algoritmo K-Means entrega  $Q_k$  grupos de la matriz  $U$ ,  $Q_k U$ . La matriz de covarianza de los datos centralizados  $U$  se denomina  $\Omega$ . Un grupo de valores  $c_k$  donde  $k \in 1, \dots, n_c$  se seleccionan con separación en  $d = \max(U)/n_c$  en el caso analizado  $n_c = 80$ . Cada columna  $U_i$  está asociada a un centro  $c_k$  mediante los valores mínimos de  $|U_k - c_k|_2$ . Se obtienen los grupos  $Q_k$  y se actualiza un nuevo centro  $c_k$  sobre  $Q_k$ . El proceso se itera hasta que el número de parches en cada grupo  $Q_k$  mantiene un valor constante. La matriz de covarianza  $\Omega$  se obtiene a partir de los datos  $U$  centralizados. Los sub-índices  $h$  (*high*) y  $l$  (*low*) indican alta y baja resolución.

### 4.4.1. Agrupamiento y proyección

El espacio DAHNLTV se usa para diferentes configuraciones del modelo expuesto en la Figura 4.21. Las imágenes y el diccionario externo se descomponen en parches  $p \in R^{n \times n}$ . La imagen de entrada LR y las imágenes LR y HR externas se agrupan en  $k$  grupos de forma independiente utilizando el algoritmo K-MEANS. Después el método PCA proyecta cada grupo de parches en la imagen LR de entrada sobre

el grupo correspondiente de imágenes externas. El proceso se repite desde el grupo de imágenes externas de LR hacia el grupo de parches correspondiente en el par de imágenes externas de HR. Finalmente, los parches de HR se extrapolan de las coordenadas proyectadas a las coordenadas de los parches de entrada en la imagen de entrada de LR y se lleva a cabo la reconstrucción.

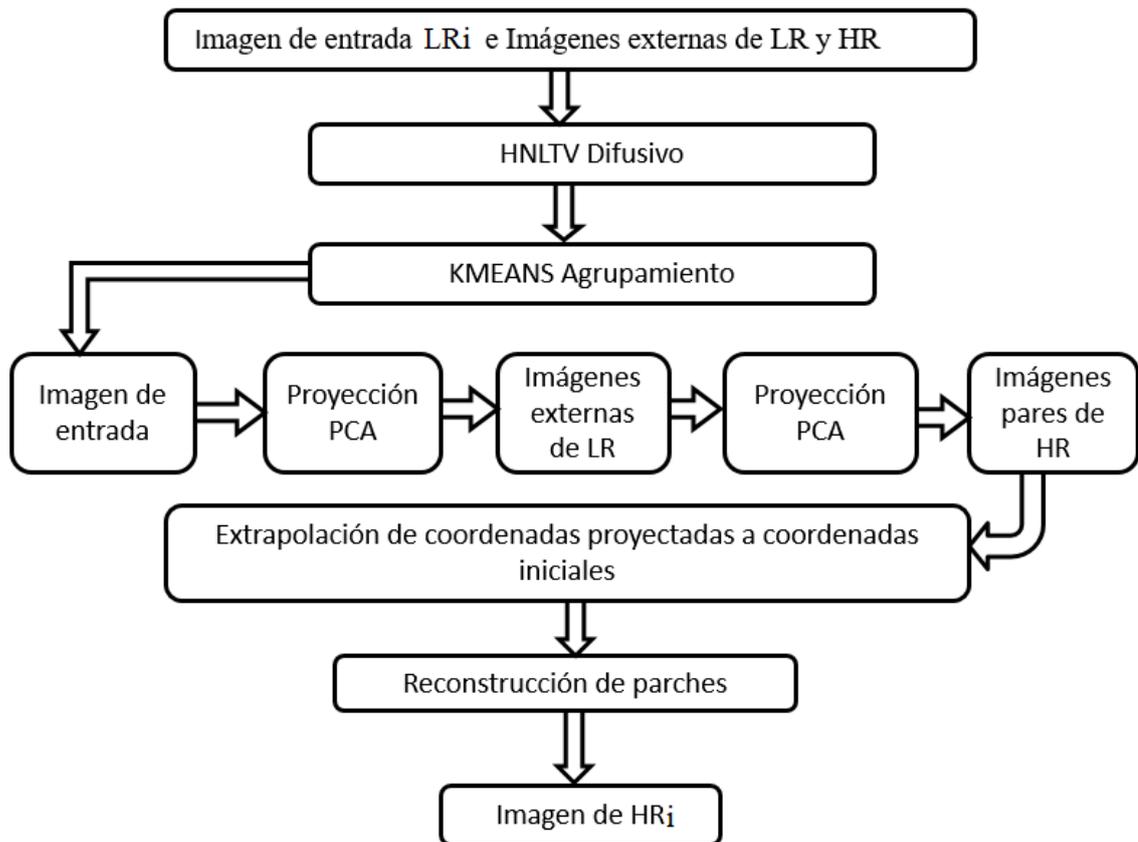


Figura 4.21: Esquema general del método de SR mediante diccionario en el espacio DAHNLTV.

El comportamiento del método se estudia de acuerdo con seis configuraciones diferentes:

1. El espacio DAHNLTV se usa sólo para el par de imágenes externas de LR y HR. La extrapolación se realiza a partir de la imagen HR en el espacio original.
2. El espacio DAHNLTV se usa en todas las imágenes, la imagen LR de entrada y el par de imágenes externas LR-HR. La extrapolación se realiza a partir de la imagen HR en el espacio DAHNLTV.
3. El espacio DAHNLTV se usa sólo para el par de imágenes LR y HR externas, luego la extrapolación se realiza a partir de la imagen HR en el espacio DAHNLTV.
4. Sólo se usa el espacio natural.

5. El espacio DAHNLTV se usa en todas las imágenes, extrapolando la imagen HR en el espacio original.
6. DAHNLTV sólo a la imagen de entrada, extrapolación de la imagen HR en el espacio original.

En este método, el número de agrupaciones utilizadas es  $k = 80$  y la reconstrucción se lleva a cabo con parches superpuestos promedio. Se seleccionó un grupo de nueve imágenes, cada una en LR que se reconstruye con sus pares de HR como diccionarios externos en un mosaico. La Figura 4.22 muestra la imagen externa que será reconstruida y los pares de imágenes de LR y de HR.



Figura 4.22: Imagen de entrada LR y el par externo HR-LR para la reconstrucción.

El algoritmo K-Means está configurado para 80 grupos y cinco iteraciones. El algoritmo PCA es un método de proyección en el reconocimiento de patrones para decorrelación [117], [118]. El modelo se lleva a cabo sobre una matriz de parches extraídos como vectores en columnas consecutivas en  $U \in R^{n^2 \times MN}$  donde  $M \times N$  son las dimensiones de la imagen de entrada. El algoritmo K-Means da  $k$  grupos  $Q_k$  de la matriz  $\hat{U}$ ,  $Q_k \in \hat{U}$ . La matriz de covarianza de los datos centralizados  $\hat{U}$  se denomina  $\Omega$  y es igual a  $(\hat{U} - m_u)(\hat{U} - m_u)^T$  donde  $m_u$  es la media de  $\hat{U}$ . Un grupo de  $c_k$  valores donde  $k \in 1 \dots n_c$  se seleccionan con separación  $d = \max(\hat{U}) / n_c$  en el caso analizado  $n_c = 80$ . Cada columna  $U_i$  está asociada con un centro  $c_k$  en forma de  $\min_{c_k} \|\hat{U}_k - c_k\|_2$ . Se obtienen los grupos  $Q_k$  y se actualiza un nuevo centro  $c_k$  sobre  $Q_k$ . El proceso se itera hasta que el número de parches en cada grupo  $Q_k$  mantenga un valor constante. La matriz de covarianza  $\Omega$  se obtiene de los datos centralizados  $\hat{U}$ . El subíndice  $h$  y  $l$  indican baja o alta resolución de la variable. El término  $\Omega$  se expresa como:

$$\Omega = \Psi \Lambda \Psi^T \quad (4.43)$$

Donde:  $\Psi$  y  $\Lambda$  son la matriz de vectores propios y la matriz de valores propios. El espacio propio de datos de HR  $\hat{U}_k^h$  se denomina  $\Delta_h$  calculado como:

$$\Delta_h = U_k^h \Psi_h \quad (4.44)$$

Para encontrar el centro de parche de coordenadas correspondiente  $(i, j)$  de una imagen de entrada en un diccionario externo, cada parche en la imagen LR centrada corresponde al grupo  $k$ ,  $\hat{U}_k^l$ . También se proyecta en el espacio propio y una distancia mínima de  $l^2$  se calcula como:

$$ph(pos) = \min_{v_l(j)} \| \Delta_h^T \hat{U}_k^h - \Delta_h^T \hat{v}_l(j) \|_2, | \hat{v}_l(j) \in \hat{U}_k^l \quad (4.45)$$

Donde:  $\hat{v}_l(j)$  son cada parche de entrada en el grupo;  $ph$  denota los parches en el diccionario externo;  $j$  es una posición de columna de la matriz  $U_k^l$  que mapea a una coordenada 2D en la imagen de entrada y  $pos$  es la posición del parche más similar en las imágenes externas.

La extrapolación significa que la posición encontrada  $pos$  está en imágenes externas de la misma resolución de la entrada inicial y se busca una nueva  $pos'$  en la misma forma sobre los pares de imágenes externas de alta resolución. Este proceso puede realizarse utilizando cualquiera de las configuraciones explicadas en la sección 4.4.1.

#### 4.4.2. Método propuesto DAHNLTV-DIC

El método que se propone, tiene dos pasos principales. El primero es la estimación de *pixeles* con variación total no local de alta dimensión difusa y adaptativa (DAHNLTV). El segundo es la extrapolación de parches para el par de imágenes LR-HR usando K-Means para agrupamiento y PCA para proyección en cada grupo. La reconstrucción que promedia los parches se ha utilizado con frecuencia en trabajos como [57].

El siguiente algoritmo expone los procedimientos para llegar a la imagen HR.

### SR mediante diccionario aplicado a DAHNLTV

**Entrada** Imagen LR, mosaicos de pares de imágenes como diccionarios externos de LR y HR como se muestra en la Figura 4.22

**Salida:** Imagen de HR.

1. Calcular el espacio DAHNLTV para el mosaico LR y LR-HR de imágenes de diccionario externas, utilizar la Ecuación 4.40.
2. Hacer la descomposición del parche en la imagen LR y el mosaico LR-HR de imágenes de diccionario externas.
3. Calcular los grupos  $k$  utilizando el algoritmo de K-Means.
4. Seleccionar un procedimiento de 4.4.1.
5. En cada caso, proyectar los parches de imagen LR hacia los parches de imágenes externas LR (los espacios de proyección se determinan en el punto 4), utilizar la Ecuación 4.45.
6. En cada caso, proyectar los parches de la imagen externa LR hacia los parches de imágenes externas HR (los espacios de proyección se determinan en el punto 4), usar la Ecuación 4.45.
7. Extrapolar los parches de imagen externa HR hacia el resultado HR, realizar la reconstrucción de los parches (los espacios de extrapolación se determinan en el punto 4).
8. Llevar a cabo la reconstrucción de HR extrapolando y promediando los parches hacia las nuevas posiciones.

#### 4.4.3. SR y reducción de ruido

Como los algoritmos de variación total (TV, por sus siglas en inglés) se han utilizado ampliamente para fines de rechazo de ruido, algunas configuraciones de los procedimientos diseñados funcionan como una estimación local de los valores de imagen, luego se realizan dos procesos: el rechazo de ruido y la SR mediante DAHNLTV.

Para la aplicación del método propuesto, se utilizó el banco de imágenes BSDS500. El modelo propuesto DAHNLTV-DIC trae en la mayoría de los casos los mejores valores de PSNR y SSIM [119].

En la Figura 4.23 los dos procesos se aplican sobre una imagen. En la Figura 4.24 se realiza una comparación visual extensa con respecto a otros modelos de SR y dominios de trabajo para los diccionarios. La Figura 4.25 muestra el acercamiento a la imagen de HR empleando la estimación y la técnica de diccionarios. Las Figuras 4.26 y 4.27 muestran el comportamiento de la calidad de la estimación mediante mediciones de SSIM y PSNR frente a variaciones de desviación típica  $\sigma$  del ruido agregado.

La configuración útil en este caso es la tercera expuesta en los modos de aplicación 4.4.1. también se pueden aplicar otros modos recursivamente sobre la imagen limpia como el ejemplo DAHNLTV-DIC-3-1 (modo 3 y modo 1 consecutivamente).

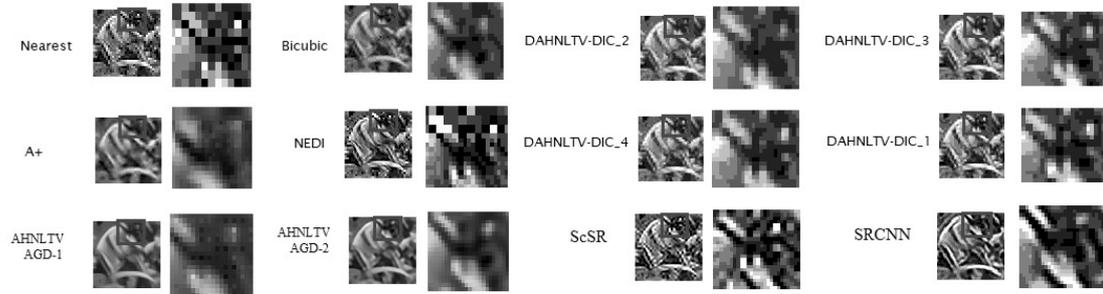


Figura 4.23: Comparación visual de detalle de cabeza en imagen de bicicleta (*Bike*).

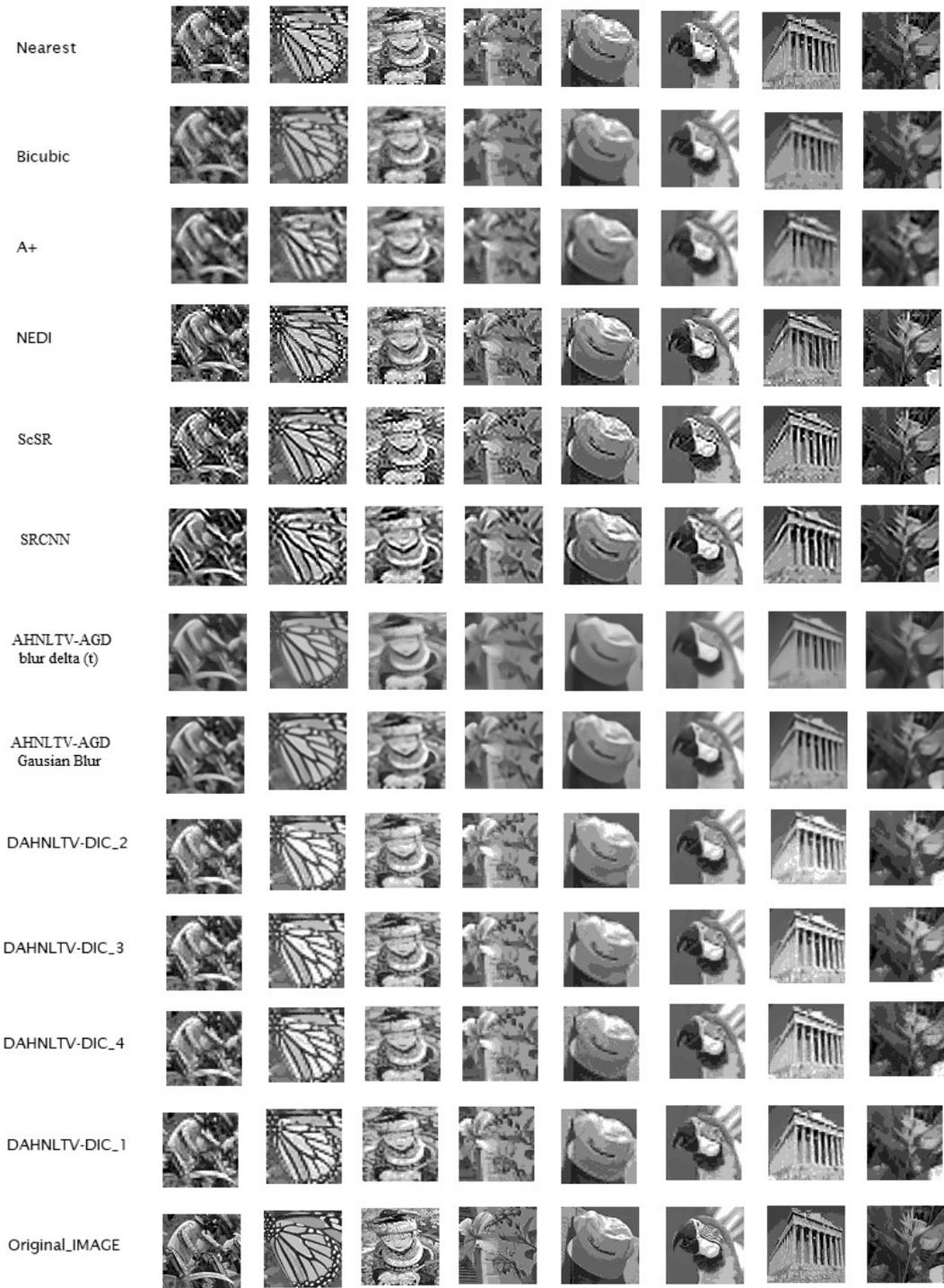


Figura 4.24: Comparación visual de diferentes métodos aplicados sobre la imagen de entrada de baja resolución. Los resultados cuantitativos se exponen en la Tabla 4.15.

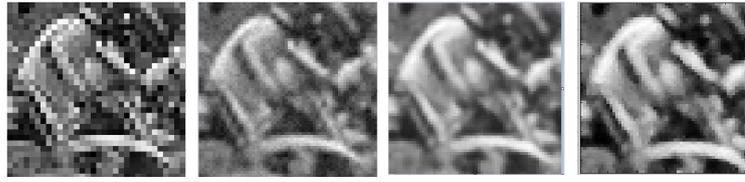


Figura 4.25: De izquierda a derecha, 1) imagen de baja resolución, 2) entrada de imagen borrosa y ruidosa, 3) DANH LTV-DIC-3 (configuración SR-denoise), 4) segunda iteración DANH LTV-DIC-3-1.

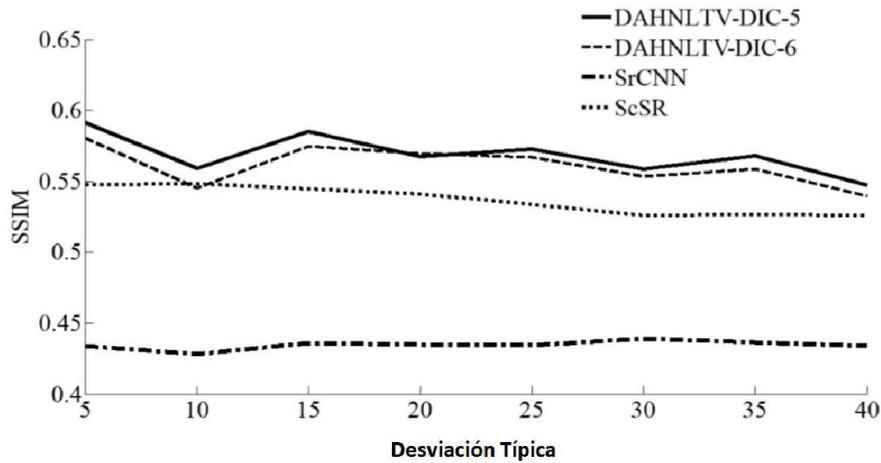


Figura 4.26: Resultados cuantitativos de los valores SSIM en la salida de los métodos de SR SrCNN, ScSR y DAHNLTV-DIC que se aplican sobre una imagen en escala de grises (255 niveles) con ruido gaussiano aditivo, desviación típica  $\sigma$  de 5 a 40.

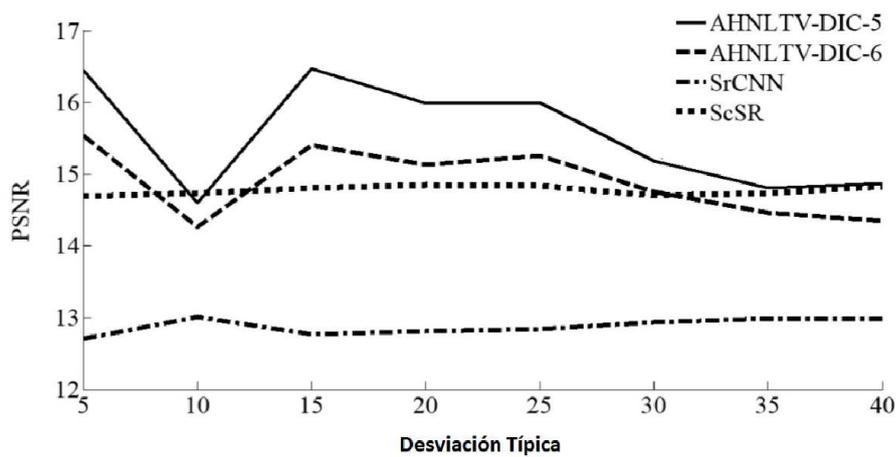


Figura 4.27: Resultados cuantitativos de los valores PSNR(dB) a la salida de los métodos SR SrCNN, ScSR y DAHNLTV-DIC que se aplican sobre una imagen en escala de grises (255 niveles) con ruido gaussiano aditivo, desviación típica  $\sigma$  de 5 a 40.

En la Figura 4.28 se comparan visualmente los resultados de diferentes métodos de SR mediante diccionarios. Al emplear el espacio DAHNLTV se logran evitar distorsiones en la reconstrucción.



Figura 4.28: Resultados visuales de los métodos SrCNN, ScSR y DAHNLTV-DIC que se aplican sobre una imagen en escala de grises (255 niveles) con ruido gaussiano aditivo, desviación típica  $\sigma$  de 5 a 40.

#### 4.4.4. Comparaciones DAHNLTV-DIC

La comparación en las Tablas 4.15 y 4.16 muestra los resultados de aplicar la función de control 4.35. Se prueba la decisión fuerte con la relación del parche central y los de la ventana de búsqueda para estimar la imagen de HR.

Tabla 4.15: Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes HR reconstruidas por diferentes métodos, amplificación ( $\times 2$ ).

Método	<i>Butterfly</i>	<i>Parrots</i>	<i>Parthenon</i>	<i>Bike</i>	<i>Comic</i>
Bicúbico	0.4642	0.5067	0.3910	0.3808	0.3763
	12.0170	14.1348	13.4023	11.6242	11.7887
ANR	0.5154	0.5346	0.4277	0.4495	0.4432
	13.6253	15.3981	14.0287	12.5902	12.6327
SRCNN	0.5255	0.5376	0.4343	0.4587	0.4537
	14.3790	15.6900	14.1879	12.8185	12.8079
SKR-NLM	0.5313	0.5392	0.4298	0.4634	0.4549
	14.0870	15.8068	14.0658	12.8928	12.8344
SRF	0.5361	0.5393	0.4354	0.4634	0.4532
	14.3312	15.6582	14.1985	12.8928	12.7919
SelfEx	0.5294	0.5397	0.4395	0.4661	0.4598
	14.0340	15.7378	14.2516	12.8397	12.8238
A+	0.5403	0.7322	0.4927	0.5694	0.5151
	14.1500	20.8200	17.5400	16.3100	15.4100
NEDI	0.6919	0.7500	0.6200	0.6500	0.5637
	14.4100	21.5700	17.1500	17.2446	16.1700
ScSR	0.7500	0.8241	0.7126	0.7200	0.6800
	<b>16.4300</b>	21.8600	18.4100	17.3500	16.0100
SRCNN	0.7185	0.7709	0.6414	0.6603	0.6224
	15.1022	21.2637	17.0262	16.41	16.1416
AHNLTV-AGD (Blur $\delta(t)$ )	0.6403	0.7524	0.5762	0.5963	0.5053
	15.5078	21.9605	18.8465	17.8584	16.2805
AHNLTV-AGD (Blur Gaussian)	0.6937	0.7849	0.6296	0.6425	0.5595
	16.02	22.1318	19.09	18.00	16.5029
DTVC-2	<b>0.7570</b>	0.8209	0.7266	0.7216	0.7036
	15.2473	22.6640	14.8683	17.9327	18.0362
DTVC-3	0.7784	0.8327	<b>0.7941</b>	0.7437	0.7376
	15.9249	<b>22.8474</b>	16.7481	18.0373	<b>18.5641</b>
DTVC-4	0.7828	0.8323	0.7896	0.7382	0.7347
	16.0315	22.8142	17.1204	<b>18.2615</b>	18.4925
DTVC-1	0.7867	<b>0.8237</b>	0.7939	<b>0.7452</b>	<b>0.7548</b>
	16.2199	22.5474	<b>18.0466</b>	17.9115	18.4819

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Tabla 4.16: Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes HR reconstruidas por diferentes método, amplificación ( $\times 2$ ).

Método	<i>Flower</i>	<i>Hat</i>	<i>Plants</i>	Promedio
Bicúbico	0.4390	0.4842	0.4963	0.4608
	13.9809	15.0637	15.8493	13.9365
ANR	0.4899	0.5112	0.5336	0.5033
	15.0690	16.0244	17.2293	15.1954
SRCNN	0.4933	0.5127	0.5363	0.5078
	15.2123	16.2208	17.4947	15.4406
SKR-NLM	0.4957	0.5153	0.5375	0.5099
	15.2495	16.2845	17.5584	15.4579
SRF	0.4971	0.5184	0.5379	0.5116
	15.2601	16.3960	17.5425	15.5182
SelfEx	0.5055	0.5188	0.5415	0.5139
	15.4352	16.3854	17.5000	15.5178
A+	0.5660	0.7252	0.6468	0.5985
	19.3100	21.4200	20.3700	18.1662
NEDI	0.6000	0.7536	0.6732	0.6628
	20.5500	22.4100	20.6154	18.7650
ScSR	0.6953	0.8161	0.7631	0.7400
	20.6800	24.2200	23.2400	19.7700
SRCNN	0.6622	0.7497	0.7268	0.6945
	20.7686	23.2302	22.6907	19.07
AHNLTV-AGD (Blur $\delta(t)$ )	0.5593	0.7794	0.6396	0.6311
	<b>25.0479</b>	24.2582	23.1143	19.86
AHNLTV-AGD (Blur Gaussian)	0.6341	0.8106	0.7053	0.6825
	21.4323	24.8310	<b>23.6080</b>	<b>20.2025</b>
DTVC-2	0.7173	0.8051	0.7489	0.7501
	19.6558	24.0027	21.0543	19.1827
DTVC-3	<b>0.7341</b>	<b>0.8199</b>	<b>0.7654</b>	<b>0.7757</b>
	20.2530	<b>24.4876</b>	21.1993	19.7577
DTVC-4	0.7320	0.7715	0.7191	0.7625
	20.4540	23.6503	22.6936	19.9398
DTVC-1	0.7255	0.8005	0.7598	0.7738
	20.7983	24.2668	21.9862	20.0323

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

El método DAHNLTV depende de las formas de la Ecuación 4.35 que se puede expresar como:

$$Ku_h = \begin{cases} \sigma_p \geq \sigma_w & K \cdot \exp\left(-a \cdot \frac{\sigma_p^2}{\sigma_w^2}\right) \\ \text{en otro caso} & K \cdot \exp\left(- (1-a) \cdot \frac{\sigma_p^2}{\sigma_w^2}\right) \end{cases} \quad (4.46)$$

El parámetro  $a$  se usa para definir una decisión fuerte o blanda que relaciona las varianzas del parche central y la búsqueda de la ventana. El número  $K_u$  se selecciona en decisión suave o fuerte  $a \in [0, 1]$ , una decisión suave es de  $0.5 \leq a \leq 0.75$  y una fuerte para  $0.75 \leq a \leq 1$ :

$$Ku_{mu} = K * \log_2 \left( 1 + 255 \frac{\sigma_w^2}{\sigma_p^2} \right) / \log_2 (1 + 255) \mid \frac{|X|}{X_{max}} \leq 1. \quad (4.47)$$

Los resultados muestran que un único modelo de compresión, como en la Ecuación 4.47, no trata homogéneamente la representación de la imagen, lo cual sí ocurre en TV. El método se construye para una señal donde la diferencia se debe a la representación. La función 4.46, permite establecer una relación entre la cantidad de cambios en una ventana de búsqueda y los cambios en el parche central, brinda un mejor cálculo para determinar la cantidad de parches representativos. Además, con variaciones altas o bajas en ambas áreas, los resultados no varían perceptiblemente (zona de decisión flexible).

El empleo de la Ecuación 4.46 adapta el procedimiento AHNLTV [116] al contexto local de la imagen. El análisis de ese caso muestra que el algoritmo está seleccionando los parches representativos tomando como guía las diferencias entre las variaciones del parche central y los adyacentes. Los cambios que se producen por desplazamientos en la imagen en zonas de alta frecuencia no se promedian. Dichas características deseables están en consonancia con las mediciones realizadas en los experimentos que se llevan a cabo siguiendo las consideraciones de la sección 3.4 y el objetivo de los métodos SR.

El modelo de agrupamiento y proyección en la configuración 1 de 4.4.1 trae mejores valores de PSNR y SSIM. En este caso, el espacio de búsqueda es DAHNLTV sólo sobre imágenes externas y la extrapolación del espacio externo HR original al espacio HR de la imagen de salida. La tercera configuración es útil para SR y para eliminar ruido al mismo tiempo, como muestra la Figura 4.25. En este caso la imagen de entrada también se transforma al espacio DAHNLTV.

Para fines comparativos se llevaron a cabo dos experimentos siguiendo las consideraciones de la sección 3.4. En el primer caso la imagen de HR de  $64 \times 64$  *pixeles* en la escala de grises de 255 niveles se redujeron con el factor de escala  $q = 2$  en ambas direcciones horizontales y verticales con la matriz de desenfoque establecida en  $\delta(t)$  (caso no difuminado). En el caso del algoritmo AHNLTV-AGD también se empleó el núcleo borroso de  $7 \times 7$  con una desviación típica de 1.5. En el segundo caso, las imágenes incluyen ruido gaussiano aditivo con  $\sigma = 25$  en 255 niveles. Los bancos de imágenes seleccionados fueron BSDS500 y BSD100.

El paso K-MEANS y el paso PCA en el modelo que se propone, se realizan sin reducción de la dimensionalidad de los datos. Todos los parches se utilizan en el proceso y se supone un alto costo computacional. Sin embargo, se emplean sólo unas pocas imágenes como diccionarios en una estructura de mosaico, como muestra la Figura 4.22. Algunos algoritmos de SR se comparan con el método propuesto. Los resultados se presentaron en la Tabla 4.15.

## 4.5. Desarrollo de nuevas técnicas de afilado de pendientes naturales

En esta sección, los modelos desarrollados pertenecen a las etapas de afinamiento y de precisión expuestas en la sección 3.3. En las secciones 4.5.1 y 4.5.12 se expone un modelo multidireccional y ortogonal para lograr un seguimiento natural de los contornos, así como un modelo de manejo directo que establece una alta coherencia para la reconstrucción de las pendientes degradadas. Dichas contribuciones, permiten elevar los parámetros de calidad SSIM y PSNR con respecto a otros modelos de manejo de gradientes y también combinarse en procesos colaborativos de reconstrucción como se explicará en la sección 4.6.

Uno de los campos de trabajo de los algoritmos de SR es la restauración directa de los gradientes. El objetivo común de estos métodos es volver a recuperar el estado original del borde de alta resolución. En esa región, el cambio de niveles se produce para la mínima cantidad de *pixeles*, lo que representa las máximas frecuencias de cambios en la imagen.

### 4.5.1. Afilado de pendientes naturales multi direccionales

En la Figura 4.29, se ilustra la idea principal del procedimiento de afilado de pendientes naturales multi direccionales. Las flechas verdes en (c) son el campo de desplazamiento, mientras que la curva rosada es el gradiente del perfil de degradado original (curva roja). La curva roja es la magnitud del gradiente original (primera derivada), la curva azul es la magnitud del gradiente afilado y la curva rosada es la segunda derivada. En la figura 4.29 (d), la proyección de la pendiente no es una línea recta entre un máximo y un mínimo.

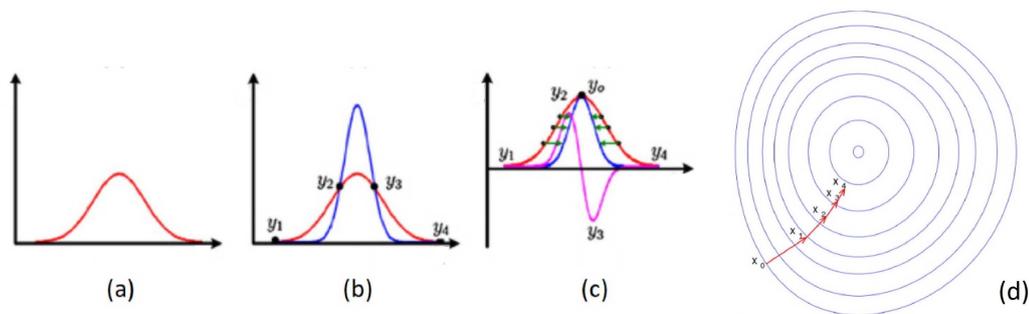


Figura 4.29: Manejo multidireccional de gradientes. Las curvas rojas son las magnitudes de gradiente originales las curvas azules son las magnitudes de gradiente afilados.

La escala de la curva es un factor adaptativo que depende del ancho promedio de la curva alrededor de un borde. Las diferencias entre el método propuesto con los referentes [42] y [43] son el procedimiento para ubicar los puntos de inflexión y el empleo de dos campos de gradientes desfasados 45 grados. Además, las imágenes de HR se obtienen a partir de un nuevo campo de gradientes multidireccional y ortogonal. Esto se lleva a cabo mediante un algoritmo de paso máximo ascendente

- descendente donde se emplean los ceros del operador Laplaciano que se aplica sobre la imagen. Los puntos de inflexión y el ancho medio del borde se utilizan para calcular el factor de escala de curva  $k$  en una vecindad de la interpolación de gradiente.

El corte súper resuelto se obtiene al emplear un campo de gradientes bi-direccional natural (NBGF). En [43], fueron evaluados diferentes  $k_s$  e iteraciones en la Ecuación (4.48).

$$I_{h,k}^{t+n\tau} = I_{h,k}^{t+(n-1)\tau} - \tau \cdot \left( \left( \left( [I_{h,k} * g]_{\downarrow}(\beta) - I_l \right)_{\uparrow}(\beta) \right) * \right) \left( g - \alpha(\text{div}(\nabla I_h) - \text{div}(\nabla \hat{I}_{h,k})) \right) \quad (4.48)$$

Donde:  $n$  es el número de iteración;  $k$  es el factor de escala de la curva y  $*$  es la operación de convolución;  $\hat{I}_{h,k}$  es el resultado del método de interpolación; el subíndice  $h$  indica alto o superior;  $I_l$  es la imagen de baja resolución;  $g$  es un filtro de paso bajo aplicado antes de un sub-muestreo con factor  $\beta$ ;  $\uparrow$  indica sobremuestreo. Se seleccionaron  $\alpha$  y  $\tau$  como 0.12 ya que alcanzan un mínimo  $\epsilon$  en la Ecuación 4.48:

$$\epsilon \leq \| I_{h,k}^{t+n\tau} - I_{h,k}^{t+(n-1)\tau} \|_2 \quad (4.49)$$

### 4.5.2. Escalado y afilado

En [42], la función de transformación se define de la siguiente manera:

$$G_h^{\hat{}}(x) = \text{Tran}(G_h^u) = r(x) \cdot G_h^u(x) \quad (4.50)$$

$$x \in \Omega$$

Donde:  $\Omega$  es el dominio de la imagen; y la proporción  $r(x)$  se aprende de las imágenes naturales. El objetivo principal de la relación de multiplicación  $r(x)$  es agudizar la magnitud del gradiente, especialmente el perfil de gradiente (ver Figura 4.29 (a) y (b)).

### 4.5.3. Procedimiento de afilado propuesto

El cálculo de la magnitud del gradiente con una orientación multidireccional en dos ramas se emplea para determinar su desplazamiento. Entonces, la estimación de un campo de gradientes multidireccional  $\hat{GT}_h^u$  se logra mediante una interpolación que utilice el campo de gradientes de variación total  $GT_h^u$ . El campo de gradiente multidireccional se obtiene como:

$$\nabla T_h^u = I_h^u * [-1/2, -1/2, 1/2; -1/2, 0, 1/2; -1/2, 1/2, 1/2] \quad (4.51)$$

Donde  $\nabla T_h^u$  es el gradiente total de la primera estimación de la imagen de alta resolución  $I_h^u$ . Ésta es la variación total de los *pixeles* vecinos respecto al *pixel* central analizado. Luego, la magnitud del gradiente afilado  $\hat{GT}_h$  se obtiene a través

de la función de interpolación:

$$\hat{GT}_h = Trans(G_h^u) = Intp(GT_h^u, u) \quad (4.52)$$

Donde:  $u$  es un campo de desplazamiento compuesto obtenido por dos ramas de orientaciones de los campos de gradiente, como se muestra en la Figura 4.1; e  $Intp(\cdot)$  es la función de interpolación definida de la siguiente manera:

$$GT_h^{\hat{}}(x) = Intp(GT_h^u(x), u(x)) = GT_h^u(x - u(x)) \quad (4.53)$$

$$x \in \Omega$$

#### 4.5.4. Algoritmo de ascenso o descenso por pendiente máxima

Para el desarrollo de este procedimiento, la imagen de entrada LR se amplifica para obtener  $I_h^u$ . La gestión del gradiente, debe establecerse en regiones de alta frecuencia, ya que las pendientes muy suaves en áreas planas no deben afilarse por no presentar altas frecuencias. Entonces, la descomposición direccional propuesta se usa para encontrar las pendientes máximas en dos ramas, como se muestra en la Figura 4.30. Una pendiente máxima evita líneas rectas entre los valores máximo y mínimo alrededor de los bordes: se toma un curso natural con una proyección no lineal, como se muestra en la Figura 4.29(d).

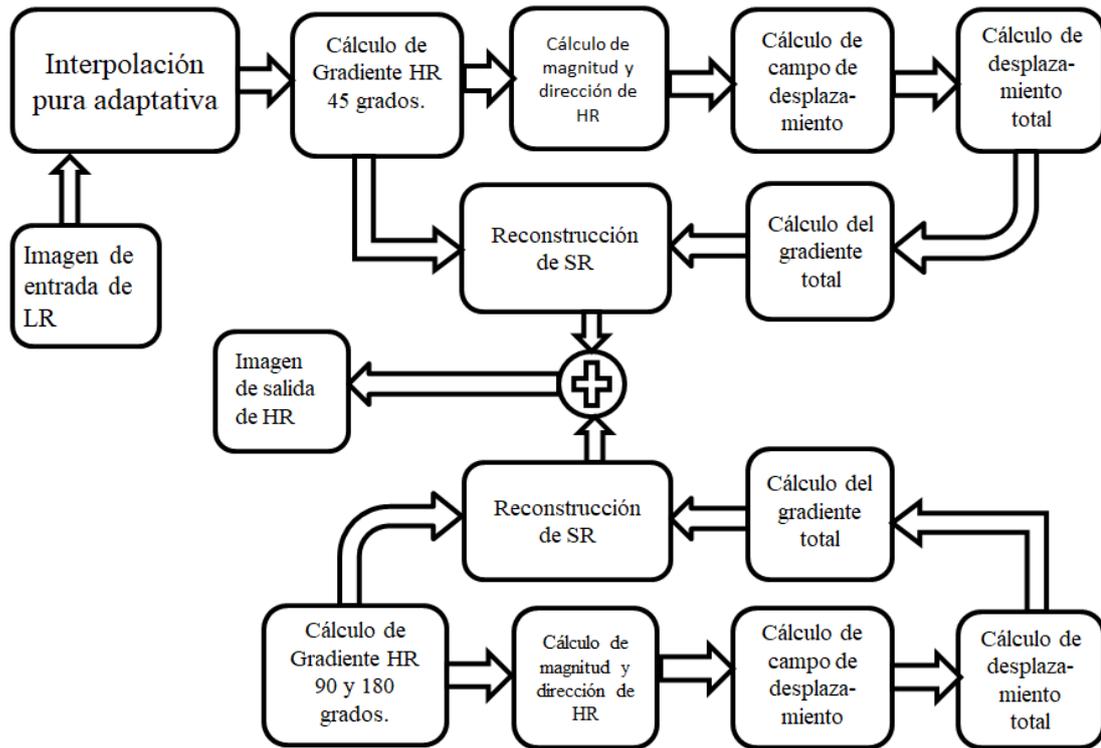


Figura 4.30: Desacoplamiento ortogonal y direccional para la reconstrucción.

A continuación se desarrolla el algoritmo de ascenso y descenso por pendientes máximas.

<p><b>Cálculo de anchos de pendientes naturales.</b></p> <hr/> <p><b>Entrada:</b> Imagen de LR  <b>Salida:</b> Anchos de pendientes</p> <hr/> <p><b>While</b> coordenada <math>pt \neq</math> máximo o mínimo <b>do</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Tomando <math> \nabla GT_h^u  \leq \xi</math> un punto de partida hacia el máximo y el mínimo de la primera derivada con coordenadas <math>pt(x_i, y_i)</math>, proceder a calcular la máxima variación de la siguiente manera:</li> <li>2. Definir un vector con las coordenadas de los ocho <i>pixeles</i> adyacentes <math>pv</math> y los valores <math>pvdif = pv(x_j, y_j) - pt(x_i, y_i)</math>.</li> <li>3. Organizar el vector del máximo al mínimo <math>pvdifo = Org(pvdif)</math>, el primer y el último valor del vector deben corresponder a la dirección de los puntos <math>y_0</math> o <math>y_1</math> de la Figura 4.29 (c).</li> </ol> <p><b>end</b></p>
---

Finalmente se unen los dos segmentos obtenidos (hacia el máximo y hacia el mínimo) y se almacenan como coordenadas del gradiente  $\omega_p(x_i, y_i)$ .

En el algoritmo se repiten los puntos 1 a 3 en las coordenadas de  $pv$  donde se obtuvieron los máximos y mínimos de  $pv - pt(x_i, y_i)$ , en cada caso (hasta el máximo o hasta el mínimo). Sólo se emplean el primero o el último valor hasta alcanzar un máximo y un mínimo.

Se considera que una línea recta entre los puntos  $(x_0, x_4)$  en la Figura 4.29 (d) tiene una dimensión lineal menor que la ruta natural sobre la pendiente. Como se explica en la subsección 4.5.2.  $r(x)$ , o en el caso analizado  $\eta$ , es un factor que se aprende de datos externos o del contexto local propio de la imagen como se expresa en la ecuación 4.62. Entonces, una buena aproximación a la pendiente natural da una buena estimación de  $r(x)$  o  $\eta$ . Además, en el campo de gradiente de dos ramas, la magnitud  $GT_h^u$  se estima con dos pares de direcciones ortogonales.

#### 4.5.5. Pendientes multidireccionales

La magnitud del gradiente de entrada  $GT_h^u$ , ya descrito en la sección 4.5.3, es de cuatro direcciones. Por lo tanto, el campo de desplazamiento correspondiente  $u$  también debe tener cuatro direcciones, a saber:  $u = (u_x, u_y, u_{xyd}, u_{xyu})$ , donde  $u_x$  y  $u_y$  son los campos  $x$  y  $y$  de desplazamiento y dirección, respectivamente. De manera similar,  $u_{xyd}$  y  $u_{xyu}$  son los  $xyd$  (diagonales hacia abajo) y  $xyu$  (diagonales hacia arriba) en la Figura 4.30, y se calculan en una segunda rama usando  $\nabla I_{hd}^u = I_h^u * ([-1/2, 0, 0; 0, 0, 0; 0, 0, 1/2], [-1/2, 0, 0; 0, 0, 0; 0, 0, 1/2]^T)$ .

En la definición utilizada para el campo de gradientes, el campo de desplazamiento  $u$  también se denota por el producto punto de su magnitud  $M$  y su dirección  $\phi$ , dada por:

$$u = (u_x, u_y) = M \cdot \phi \quad (4.54)$$

En el modelo de dos ramas multidireccionales, cada rama lleva a cabo una estimación direccional del desplazamiento del gradiente. Entonces se calcula un campo de desplazamiento diagonal:

$$ud = (u_{xyd}, u_{xyu}) = M_d \cdot \theta \quad (4.55)$$

Donde  $M_d$  es la magnitud del gradiente en la dirección diagonal. Finalmente, el desplazamiento total medio se define por:

$$uT = (ud + u)/2 \quad (4.56)$$

La dirección en las ramas se puede calcular de la siguiente manera:

$$\phi = \arctan \frac{\partial y G_h^u}{\partial x G_h^u} \quad (4.57)$$

$$\theta = \arctan \frac{\partial y G d_h^u}{\partial x G d_h^u} \quad (4.58)$$

Donde  $\phi$  es el ángulo para las direcciones horizontal-vertical y  $\theta$  es el ángulo para las direcciones diagonales.

#### 4.5.6. Estimación de la magnitud del desplazamiento

Se considera que en los puntos de inflexión de la curva, la segunda derivada está cerca de 0. Tomando  $|\nabla GT_h^u| \leq \xi$  como un punto de partida para el procedimiento de búsqueda para el máximo y el mínimo de la segunda derivada. Las extensiones de pendiente de  $\nabla I_h^u$  y  $\nabla I_{h_d}^u$  se calculan siguiendo el algoritmo de pendiente máxima 4.5.4.  $|\nabla GT_h^u|$  y  $MT$  comparten la misma condición: cuando  $y_2 \leq y_i$  y  $y_j \leq y_3$ . El error entre  $MT(y)$  y  $|\nabla GT_h^u(y)|$  se vuelve más grande a medida que la coordenada  $y$  se acerca a los dos puntos de borde  $y_1$  o  $y_4$ . Además, alrededor de  $y_1$  o  $y_4$ , el cambio de gradiente es muy pequeño. Por lo tanto,  $|\nabla GT_h^u|$  puede adoptarse como la estimación de la magnitud  $MT$ , calculada a partir de las dos direcciones, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} M &= \sqrt{\partial x G_h^u + \partial y G_h^u} \\ M_d &= \sqrt{\partial x G d_h^u + \partial y G d_h^u} \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$MT = \frac{k(x)}{2} \cdot (\sqrt{M^2 + 2 \cdot M^2 \cdot M_d^2 \cdot \cos(\theta - \phi) + M_d^2}) \quad (4.60)$$

Donde  $M$  y  $M_d$  son las magnitudes absolutas de los desplazamientos en las direcciones horizontal-vertical y diagonales respectivamente.

La función  $k(x)$  depende de la escala del perfil de degradado:

$$k(x) = \sigma(x), x \in \Omega \quad (4.61)$$

Donde:  $\sigma(x)$  es la escala local del gradiente en  $x$  y  $\Omega$  es una ventana de trabajo local de  $l \times l$  *pixeles*. Esta escala  $\sigma(x)$  se obtiene mediante dos etapas:

- Detección de puntos de pendiente máximos (todos los puntos en el curso de la pendiente) y estimación de escala local de éstos puntos de pendiente.
- Llenado de valores de escala local. En el primer paso, se realiza una detección de pendiente usando un algoritmo de máximo ascenso y descenso. Tomando  $|\nabla GT_h^u| \leq \xi$  un punto de partida hacia el máximo y el mínimo de la primera

derivada, la extensión de pendiente de  $\nabla I_h^u$  y  $\nabla I_{hd}^u$  se calcula siguiendo la pendiente máxima como se muestra en la Figura 4.29.

Se adquieren los puntos de máxima pendiente  $p(x)$ , y la longitud lineal  $\omega(x) \mid x \in X, \Omega(x)$  donde  $X \subset \Omega$  es el conjunto de posiciones de todos los puntos de pendiente. Este algoritmo se aplica sobre una ventana de  $5 \times 5$  *pixeles* con un factor de amplificación  $\beta = 3$ . Entonces las escalas locales se calculan como:

$$\sigma(x) = \max \left( \xi_l, \min \left( \xi_h, \frac{w(x)}{\text{med}(\omega)} \right) \right), x \in X \quad (4.62)$$

Donde:  $\xi_l$  y  $\xi_h$  son límites bajos y altos respectivamente; y  $\text{med}(\omega)$  da el ancho medio de todas las curvas en una vecindad y  $w(x)$  es el ancho del gradiente inicial. En la implementación se establecen  $\xi_l = 0.5$  y  $\xi_h = 2$ . La energía objetiva funcional de la Ecuación 4.48 se minimiza por el descenso de gradiente estándar resolviendo la ecuación de flujo de gradiente dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_h}{\partial t} &= - \frac{\partial E(I_h \mid I_l, \nabla_T \hat{I}_h)}{\partial I_h} \\ &= - \frac{\partial \left( \| [I_h * g] \downarrow_{(\beta)} - I_l \|^2 + \alpha \| \nabla_T I_h - \nabla_T \hat{I}_h \|^2 \right)}{\partial I_h} \\ &= - \left( ([I_h * g] \downarrow_{(\beta)} - I_l) \uparrow_{(1/\beta)} \right) * g + \alpha \left( \text{div}(\nabla_T I_h) - \text{div}(\nabla_T \hat{I}_h) \right) \end{aligned} \quad (4.63)$$

Donde:  $\nabla_T[\cdot]$  es el operador de variación total que se define por la Ecuación 4.51. En la Ecuación 4.63; la imagen  $I_h$  se actualiza con el valor  $\nabla_T \hat{I}_h$  estimado;  $\beta$  es el factor de escala;  $g$  es un filtro gaussiano y  $\alpha$  un escalar. Entonces el diferencial  $\partial I_h / \partial t = I_t^{t+\tau} - I_h^t$ , de esta ecuación se puede resolver numéricamente con la Ecuación 4.48.

### 4.5.7. Método acoplado en dos ramas

**Entrada** El gradiente sobre muestreado  $\nabla I_h^u$  y  $\nabla I_{hd}^u$ .

**Salida** El gradiente afilado  $\nabla_T \hat{I}_h^u$ .

1. Calcular los gradientes direccionales  $\nabla I_h^u = G_h^u \cdot \phi$  y  $\nabla I_{hd}^u = G_{hd}^u \cdot \theta$
2. Calcular las direcciones del campo de desplazamiento  $\phi$  y  $\theta$  con las ecuaciones 4.55 y 4.56.
3. Calcular  $\nabla G_h^u \omega(x) = \omega_p(x_i, x_j)$ , tal como se expuso en la subsección 4.5.4, y luego calcular  $med(\omega(x))$  sobre una ventana centrada en las coordenadas  $(x_i, x_j)$  utilizando las direcciones horizontal y vertical.
4. Calcular  $\nabla G_{hd}^u \omega(x) = \omega_p(x_i, x_j)$ , tal como se expone en la subsección 4.5.4, y luego calcular  $med(\omega(x))$  sobre una ventana centrada en las coordenadas  $(x_i, x_j)$  usando las direcciones diagonales.
5. Calcular  $k(x)$  con las ecuaciones 4.61 y 4.62 para  $\nabla G_h^u$  y  $\nabla G_{hd}^u$ , respectivamente.
6. Actualizar las magnitudes  $M$  y  $M_d$ .
7. Calcular la magnitud del campo de desplazamiento  $MT$  mediante la Ecuación 4.60.
8. Calcular el campo de gradiente de variación total  $GT_h^u$  con la Ecuación 4.51.
9. Interpoliar la magnitud total del gradiente  $\nabla_T I_h$  para obtener la magnitud del gradiente de nitidez utilizando la Ecuación 4.53.
10. Mostrar el campo de gradiente afilado estimado mediante  $\nabla \hat{I}_h = \hat{G}_h \cdot \theta_u^h$ .

### 4.5.8. Análisis de la gestión de gradientes

El modelo propuesto, sigue un trayecto natural de las pendientes, como se indica en la Figura 4.29. Por lo cual, se puede estimar una longitud de proyección más precisa. Se observa que el método de gradiente total, da mejor resultado que el método direccional en el caso horizontal. Sin embargo no es tan preciso en el caso diagonal como se muestra en las Tablas 4.17 y 4.18. El resultado se atribuye a las dificultades en el uso de  $M_T$  y  $\phi_T$  en la interpolación de la estructura compleja de  $GT_h^u$  ya que se introducen algunos errores. Esta dificultad se enfrenta desacoplandolas ramas en dos rutas y tomando el promedio de los resultados direccionales de  $I_h$ , como se muestra en la Figura 4.30.

Tabla 4.17: Comparación PSNR/SSIM de la gestión de gradiente horizontal, multidireccional, diagonal y vertical con escala  $\times 3$ .

Imagen \ Método	Gradiente Total	Gradiente Dia-	Gradiente	Gradiente to-
	Desacoplado	gonal	Hor-Vert	total
<i>Bike</i>	<b>0.6103/21.8337</b>	0.5950/21.2291	0.5956/21.4050	0.5854/21.0688
<i>Butterfly</i>	<b>0.7345/22.2337</b>	0.7174/21.1218	0.7199/21.1248	0.7065/20.7140
<i>Comic</i>	<b>0.5074/20.1622</b>	0.4812/18.7890	0.4985/19.8590	0.4999/19.9255
<i>Flower</i>	<b>0.7275/24.3757</b>	0.7079/25.2005	0.7185/25.0072	0.7242/24.6787
<i>Hat</i>	<b>0.7996/26.4343</b>	0.7939/26.7571	0.7965/25.9679	0.7904/26.1297
<i>Parrot</i>	<b>0.8491/26.7304</b>	0.8363/25.9076	0.8486/26.3077	0.8371/24.2530
<i>Parthenon</i>	<b>0.6243/21.7093</b>	0.6091/21.7775	0.6151/20.8686	0.6137/22.0801

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

 Tabla 4.18: Comparación de PSNR/SSIM de la gestión de gradiente multidireccional, diagonal y vertical-horizontal con escala  $\times 4$ .

Imagen \ Método	Gradiente Total	Gradiente Dia-	Gradiente	Gradiente to-
	Desacoplado	gonal	Hor-Vert	total
<i>Bike</i>	<b>0.5498/20.9911</b>	0.5197/19.3258	0.5368/20.6564	0.5325/20.7127
<i>Butterfly</i>	<b>0.6806/20.7812</b>	0.6532/19.0710	0.6552/18.0756	0.6613/19.9920
<i>Comic</i>	<b>0.4451/19.4540</b>	0.4156/18.0424	0.4363/19.0990	0.4417/19.3933
<i>Flower</i>	<b>0.6713/24.5320</b>	0.6440/24.0778	0.6644/24.5192	0.6697/24.0886
<i>Hat</i>	<b>0.7723/26.4887</b>	0.7633/26.2439	0.7684/26.2650	0.7673/26.1693
<i>Parrot</i>	<b>0.8214/25.5286</b>	0.8026/24.5686	0.8209/24.8905	0.8115/23.5459
<i>Parthenon</i>	<b>0.5844/22.4052</b>	0.5626/21.9254	0.5745/21.5580	0.5762/21.7595

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Para fines de comparación, se utilizó un grupo de imágenes estándar de la base de datos BSDS500. Las medidas comparativas utilizadas fueron SSIM y PSNR. Los códigos de estas mediciones se conocen bien y son proporcionados por los autores de los artículos citados.

El segundo algoritmo implementa esa idea y mejora efectivamente el rendimiento del sistema cuando  $\beta \geq 2$ . Las Tablas 4.17 y 4.18 muestran que el método desacoplado propuesto con el factor de amplificación  $\beta = 4$  aumenta el SSIM en 0.03 y el PSNR en 1.6 dB en comparación con los resultados del algoritmo acoplado 4.5.7.

#### 4.5.9. Caso particular cuando $\beta = 2$

En la subsección 4.5.4, se expusieron las ventajas del algoritmo de pendiente máxima en la búsqueda del tamaño natural de los decrementos. Se considera que con un pequeño factor de amplificación  $\beta$ , las pendientes se modifican en una posición alrededor de un *pixel* de la imagen LR. En consecuencia, el ancho de la pendiente máxima en la imagen HR estimada  $I_h^2$  será el mismo en cualquier dirección. La ventaja del algoritmo no es evidente para los factores de amplificación  $1 \leq \beta \leq 2$ .

Para mejor comprensión, se puede tomar como referencia el algoritmo de la sección 4.5.4.

#### 4.5.10. Método desacoplado en dos ramas direccionales

**Afilado adaptativo de pendientes.**

**Entrada:** el gradiente sobre muestreado.  $\nabla I_h^u$  y  $\nabla I_{hd}^u$ .

**Salida:** la imagen con bordes afilados  $\hat{I}_h$ .

1. Repetir los pasos 1 a 6 del método descrito en 4.5.7.
2. Utilizar la Ecuación 4.63 como el procedimiento de reconstrucción en cada rama de forma independiente.
3. Obtener un promedio sobre ambas ramas,  $\hat{I}_h = \hat{I}_{hd} + \hat{I}_{hvh}$ , donde  $\hat{I}_{hvh}$  es el estimado HR en las direcciones horizontal y vertical .

En la Figura 4.31, se muestra la reproducción de las pendientes en la imagen estimada de HR. Se procesa la fila 60, de forma independiente, en las dos direcciones ortogonales de las pendientes.

En el experimento llevado a cabo según las consideraciones de la sección 3.4, se observa la reconstrucción del perfil de una imagen de prueba. La imagen utilizada es una amplificación bicúbica 4X de una imagen de baja resolución en blanco y negro. El algoritmo diseño y probó para diferentes direcciones: gradiente vertical - horizontal, diagonal, direcciones acopladas y desacopladas en la reconstrucción, como se muestra en la Figura 4.30. Se puede ver que el desacoplamiento direccional y el promediado final produce una reproducción de pendientes más pronunciadas, como se muestra en la Figura 4.31. Este resultado se puede corroborar en los valores de SSIM y PSNR que se obtienen con el procedimiento de la Tabla 4.18 .

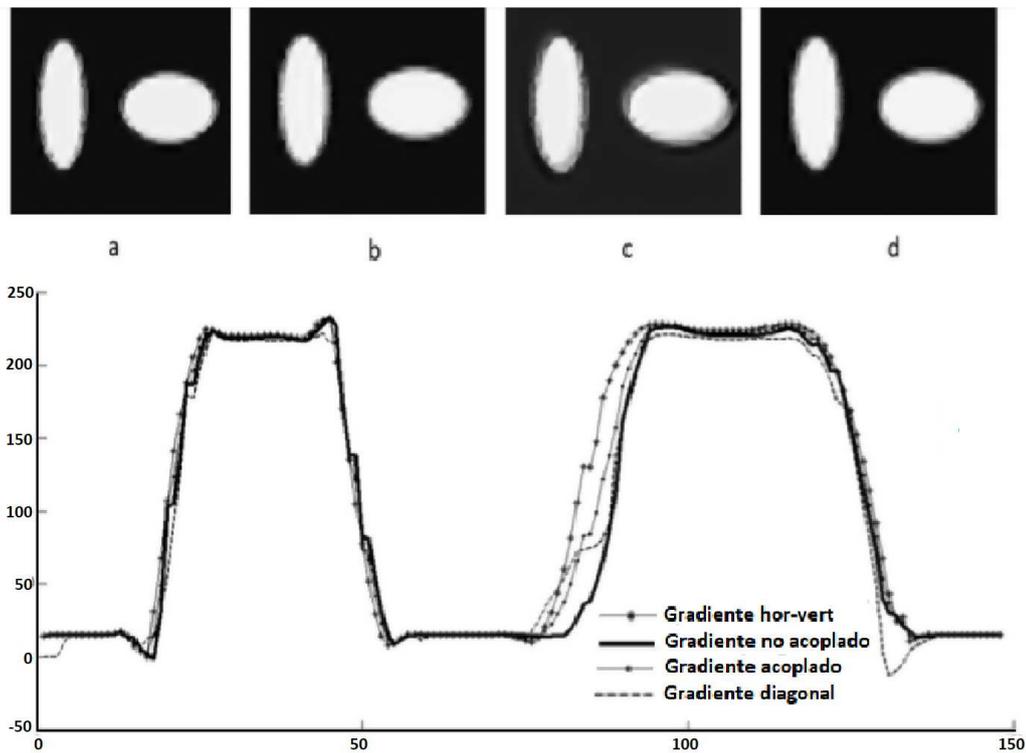


Figura 4.31: Amplificación por 4x usando una imagen de prueba; a) Gradiente diagonal; b) Gradiente Horizontal - Vertical; c) Gradiente acoplado; d) Gradiente desacoplado.

#### 4.5.11. Experimentos con modelo PI y nuevo manejo de gradientes

Para la aplicación del método de SR se realizaron pruebas con las consideraciones de diseño expuestas en la sección 3.4, se emplea una secuencia transversal de MRI del cerebro, con tiempo de relajación  $T_2$ . El tamaño del volumen es  $540 \times 654 \times 181$  *voxels* (puntos en una estructura 3D). Para evitar los efectos de solapamiento, los cortes longitudinales se filtran empleando *Butterworth*, con una frecuencia de corte de  $\pi/q \downarrow$ . Debido al factor de muestreo descendente se selecciona  $q \downarrow = 6$  para obtener un tamaño de  $90 \times 109$ .

Las imágenes original y de baja resolución, se amplifican mediante interpolación bicúbica hasta una de las escalas de máximo contenido de borde, obtenidas con el método de amplificación PI propuesto. Las métricas seleccionadas para la comparación son SSIM y PSNR.

En una escala óptima de amplificación, el procedimiento tiene ventajas sobre otros modelos, por su capacidad de conservación de altas frecuencias. Los resultados muestran que la imagen LR, amplificada con el método PI adaptativo brinda los mejores resultados de SSIM y PSNR con respecto a la adquisición real, amplificada a una escala óptima con interpolación bicúbica.

El proceso de SR y otros que se muestran en la Tabla 4.2, se aplicaron a la imagen de baja resolución con fines de comparación en la escala de amplificación

óptima. Los resultados de PI y PI más gradientes auto-regularizados se comparan en las Tablas 4.2 y 4.3. Los resultados muestran la ganancia en SSIM y PSNR para diferentes escalas de amplificación. El proceso completo se compara con otros métodos del estado del arte en la Tabla 4.19. En la comparación se muestra la capacidad de algunos métodos para superar la interpolación bicúbica. En cada caso, se muestran las diferencias de PSNR y SSIM con respecto a la interpolación bicúbica para un factor de amplificación específico  $q$ . Se sabe que la capacidad de alcanzar valores altos de SSIM y PSNR, disminuye a medida que aumenta el factor de escala. Se observa que el método mantiene altos valores de estos parámetros, a pesar de aplicar un factor de amplificación alto.

Tabla 4.19: Ganancia de SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica, para los métodos de SR seleccionados: DSRML [104], IFBP1 [105], SC-NLSS-Graph [106], AGD [43], BMSR [99], [100], [101] con  $q = 3$ , y el Método PI + AGD propuesto con  $q = 6$

	Método	[104] $q = 3$	[105] $q = 3$	[43] $q = 3$	[99] $q = 2$
Medida					
Ganancia PSNR dB		0.8491	2.53	2.01	2.33
Ganancia SSIM		0.0280	0.05	0.03	0.051
	Método	[101] $q = 2$	[106] $q = 3$	propuesto	
Medida				$q = 6$	
Ganancia PSNR dB		3.15	2.19	<b>3</b>	
Ganancia SSIM		0.08	0.048	<b>0.05</b>	

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

El método PI con el manejo de gradientes, reduce las distorsiones de borde controlando el cambio de fase en el *kernel* de interpolación. Este efecto se muestra en Figura 4.32.

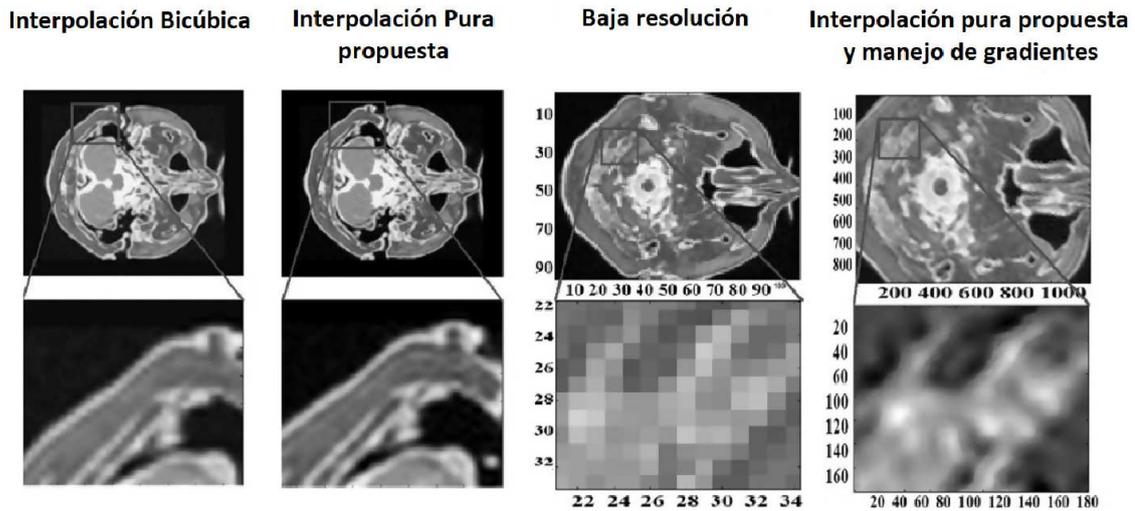


Figura 4.32: Comparación visual de la interpolación bicúbica, el método PI propuesto, la imagen de baja resolución y el método PI con manejo de gradientes. El método ARG se aplica con  $k = 2.4$ ,  $q = 6$  e  $it = 4$ .

Para insistir en el afilado de los gradientes sobre la interpolación adaptativa, el método ARG, con seguimiento natural bidireccional de gradientes (NBGF, por sus siglas en inglés) se aplica a la salida del proceso PI. En la selección de parámetros, el factor de curva  $k$  se adapta a la escala de amplificación como en [43]. La curva azul de la Figura 4.29 representa el gradiente de alta resolución.

El incremento de la medición SSIM del método de SR que se propone, sobre la interpolación bicúbica, es un patrón de comparación útil. Se emplea cuando los métodos que se comparan están diseñados para diferentes escalas de amplificación. En algunos trabajos recientes, se puede comparar el aumento en SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica [99]: 2.33 dB con  $q = 2$ , [100] 4 dB con  $q = 2$  y [101] 6.3 dB con  $q = 2$ . La propuesta de amplificación óptima es  $q \uparrow = 6$ , para una secuencia de MRI con tiempo de adquisición  $T_2$ . Con el modelo IP + NBGF, el incremento promedio sobre la interpolación bicúbica de SSIM y PSNR es de 0.05 y 3 dB, respectivamente, como se muestra en la Tabla 4.19. Los valores iniciales son,  $L_o$  y  $M_o$ . Para alcanzar rápidamente la escala deseada, estos valores deben estar cerca de las dimensiones de salida, menos las dimensiones de la imagen de entrada. La relación de dimensiones puede expresarse como  $L_o = L_{output} - L_{image} - 1$ ,  $M_o = M_{output} - M_{image} - 1$ . La relación de las escalas se muestra en la Figura 4.2.

Para obtener un incremento progresivo del factor SSIM, la imagen de salida del método PI propuesto, es la entrada del modelo ARG con procedimiento NBGF. El método mejora las distorsiones visuales en los bordes para altas escalas de amplificación. La estimación de energía en el paso PI, impide errores en la selección del núcleo de interpolación. La combinación del filtro *Canny* y la estimación de la energía, son un complemento para encontrar una escala de amplificación óptima, con la mejor conservación de altas frecuencia.

El algoritmo de paso descendente - ascendente en la detección de gradientes, es un procedimiento que toma en consideración los bordes irregulares y produce

una descripción detallada de los gradientes en el método ARG. La información externa puede ser incorporada con precisión mediante el uso de los métodos de SR de diccionarios, como en [108]. El método que se propone, permite recuperar los detalles del corte y encontrar bordes con altos factores  $q$  de amplificación.

Algunas comparaciones visuales de la aplicación del método propuesto se muestran en las Figuras 4.33 y 4.34.

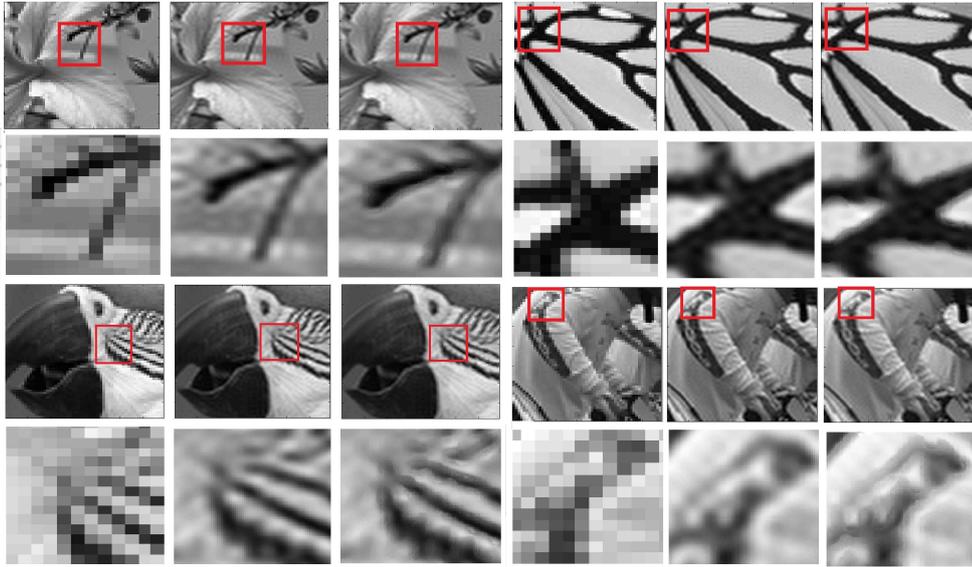


Figura 4.33: Comparación BSDS500. De izquierda a derecha, imagen de baja resolución, método PI propuesto y PI + ARG con  $k = 1.8$ ,  $it = 5$ ,  $q = 6$ .

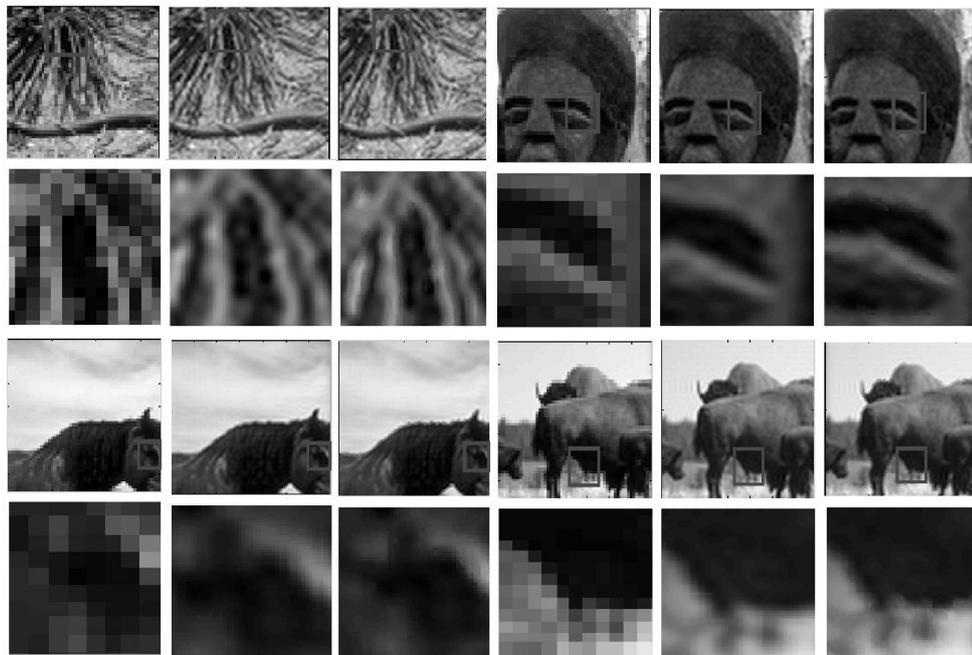


Figura 4.34: Comparacion BSD100. De izquierda a derecha, imagen de baja resolución, método PI propuesto y PI + ARG con  $k = 1.8$ ,  $it = 5$ ,  $q = 6$ .

### 4.5.12. Método de control directo para el afilado de gradientes DGM

En esta sección, se expone una nueva técnica para el manejo de gradientes con convergencia rápida a los bordes afilados. Se realizó un experimento bajo las consideraciones de la sección 3.4. Para la prueba del método diseñado, se usa una función *sinc* con 255 niveles de cuantificación, se aplica una degradación al cambio abrupto entre un nivel máximo y uno mínimo con una curva *gaussianas*. Con un análisis gráfico, se observa que la recuperación del contorno nítido no se produce en la misma ubicación espacial inicial al emplear la auto-interpolación con manejo directo de los gradientes. En [107], el gradiente tiene una dirección de desplazamiento centrada en el punto máximo. La reconstrucción comúnmente se realiza siguiendo la línea discontinua azul de la Figura 4.35. En el método propuesto, se emplean derivadas consecutivas sobre el contorno, para afilar el gradiente de forma coherente con el proceso de degradación.

La principal aportación del método que se propone es la formalización matemática de las siguientes observaciones:

1. La multiplicación de la polaridad de 2 derivadas consecutivas puede manejar directamente la dirección del desplazamiento del gradiente.
2. La magnitud del desplazamiento es proporcional a la suma de la magnitud de pares de derivadas consecutivas.

En la Figura 4.35, la línea azul representa una reconstrucción del perfil degradado que se propone en los modelos de interpolación gaussianos. A pesar de tener la pendiente más pronunciada, no corresponde con la línea continua negra del perfil inicial de alta resolución.

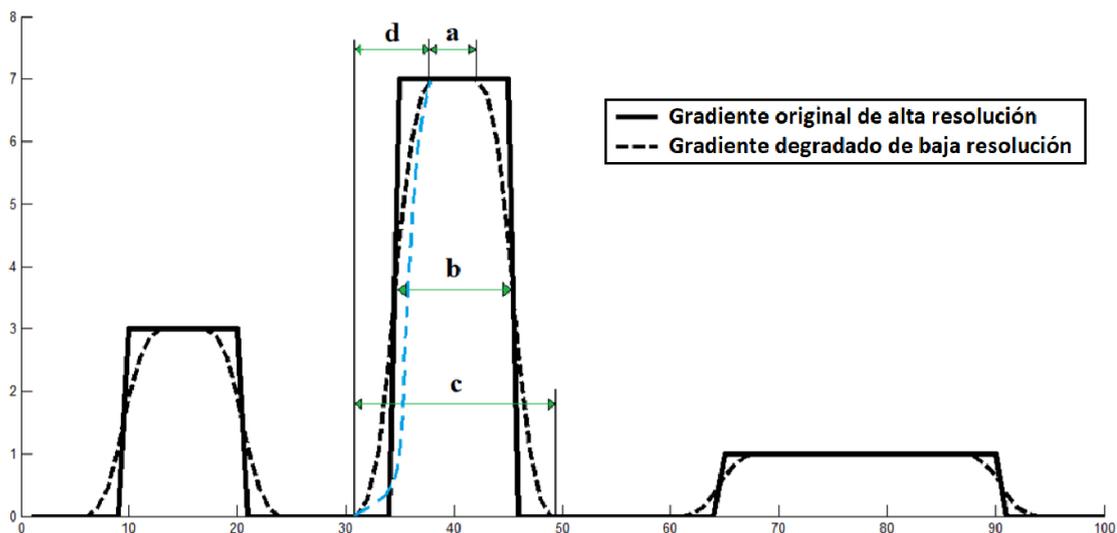


Figura 4.35: En la figura, la línea sólida negra es el perfil de la curva original, la línea discontinua negra es el perfil degradado y la línea discontinua azul es una reconstrucción clásica que se cierra en una sola dirección hacia el máximo.

El modelo *Direct Gradient Management* (DGM, por sus siglas en inglés) se expresa como:

$$X_{H_{DGM}} = \sqrt{X_l(x - u_i(x), y)^2 + X_l(x, y - u_j(y))^2} \quad (4.64)$$

Donde:  $u_i(x)$  y  $u_j(y)$  son los desplazamientos estimados para el gradiente y  $X_l$  es la imagen de baja resolución amplificada por un factor  $\beta$  la cual es obtenida por:

$$X_l = (\mathbf{DH}X_h) \uparrow \beta \quad (4.65)$$

Donde:  $\uparrow$  es la operación de muestreo ascendente;  $\beta$  es el factor de interpolación y  $u_i(x)$  y  $u_j(y)$  son los campos de desplazamiento. En esta tesis se propone una nueva técnica para afilar las pendientes degradadas de la imagen. El procedimiento tiene su base en una nueva definición de los desplazamientos  $u(x)$  y  $u(y)$ . Primero, se emplea un conjunto de números  $K$  para  $n = 0, 1, \dots, N$ ,  $K = 2n + 1$ ; luego se toma la suma de dos derivadas consecutivas para calcular el sentido y la magnitud del campo de gradientes.

Para una imagen  $X_l$  de dimensión  $S_m \times S_n$ , se define un operador para derivación como  $d = [-1, 1]$  y  $d^T$ . El operador se aplica para cada fila y columna de los conjuntos  $i = 1 \dots S_m$  y  $j = 1 \dots S_n$ . Los primeros derivados  $X_{l_i}^1 = X_l * d$  y  $X_{l_j}^1 = X_l * d^T$  se obtienen (\* denota convolución). El factor  $K$  define el orden de derivación y el campo de desplazamiento es una composición de estos derivados para todos  $K$  hasta  $n = N$ . Los dos campos de desplazamiento se obtienen por:

$$u_i(x) = \sum_{m=0}^M \prod_{K=2n+1}^{K+1} |X_{l_i}^K(x)| \cdot |X_{l_i}^{K+1}(x)| \cdot \text{sign}(X_{l_i}^K(x)) \cdot \text{sign}(X_{l_i}^{2n+2}(x)) \quad (4.66)$$

Para el caso vertical usando  $d^T$ :

$$u_j(y) = \sum_{n=0}^N \prod_{K=2n+1}^{K+1} |X_{l_j}^K(y)| \cdot |X_{l_j}^{K+1}(y)| \cdot \text{sign}(X_{l_j}^K(y)) \cdot \text{sign}(X_{l_j}^{2n+2}(y)) \quad (4.67)$$

Las ecuaciones 4.66 y 4.67 se aplican sobre filas y columnas de una imagen  $X$ , de dimensiones  $M \times N$  para un campo de gradientes de desplazamientos bidireccionales. Para obtener una diagonal ascendente de campos de desplazamiento de gradientes,  $u_{du_i}$  y una diagonal hacia abajo  $u_{dd_i}$ , se aplican las ecuaciones 4.66 y 4.67 sobre la imagen girada en  $45^\circ$   $X_{r45}$ . Para las áreas con mayores frecuencias en la imagen de LR, una función puede suavizar los efectos no naturales del desplazamiento del campo de gradientes. Se propone lo siguiente:

$$us_i(x) = u_i(x) * s_f \cdot \exp^{-\frac{x}{\sigma_s}} \quad (4.68)$$

Donde:  $*$  es el operador de convolución y  $us_i(x)$  es un campo de desplazamiento directo regularizado. Los factores de amplitud  $s_f$  y varianza  $\sigma_s$ , se seleccionan en relación con la escala de amplificación  $q$  y la iteración en el procedimiento de minimización. Para los principales factores de amplificación,  $q$ ,  $s_f$  y  $\sigma_s$ , se adaptan para que los gradientes de la imagen en proceso sean más nítidos.

#### 4.5.13. Análisis de DGM

A pesar de que los modelos basados en curvas *gaussianas* usan el mismo ancho de la curva degradada con respecto al método propuesto; una curva *gaussiana* penaliza la extensión de sólo una de las dos superficies involucradas en el cambio de amplitud del borde en la imagen. Sin embargo, el cambio de extensión de las superficies para afinar el gradiente debe compartirse proporcionalmente entre la superficie del nivel superior y la de nivel inferior. El proceso debe ocurrir desde el punto de inflexión de la curva.

Para una ilustración de la propuesta, se construye un perfil de señal de alta resolución  $p_f$ , con dimensión  $N_p$ . Luego se degrada mediante un *kernel* gaussiano con la extensión  $N_k = 7$  y desviación típica 1.5. El perfil degradado  $d_p$  se obtiene mediante:

$$d_p(x) = 2 \cdot \left( \frac{1}{N_p} \sum_{x=1}^{N_p} p_f(x) \right)^2 \cdot \exp \left( -\frac{x}{2(1.5^2)} \right) * p_f(x) \quad (4.69)$$

La función 4.69, se muestra con la línea discontinua negra de la Figura 4.36, la línea continua es el perfil de alta resolución  $p_f$ . El nuevo ancho de la pendiente en el perfil degradado  $d_p$  se distribuye proporcionalmente alrededor del punto de inflexión. Luego, los desplazamientos de  $d_p$  hacia el perfil  $p_f$ , se acercan proporcionalmente al punto de inflexión en  $d_p$ . La reconstrucción debe tener en cuenta el comportamiento mencionado. La línea azul discontinua de la Figura 4.36, simula una reconstrucción de un gradiente de alta resolución bajo un modelo gaussiano de reconstrucción. Se observa que la extensión de las superficies alta y baja de  $p_f$ , no se cierran proporcionalmente alrededor del punto de inflexión para llegar a una pendiente pronunciada.

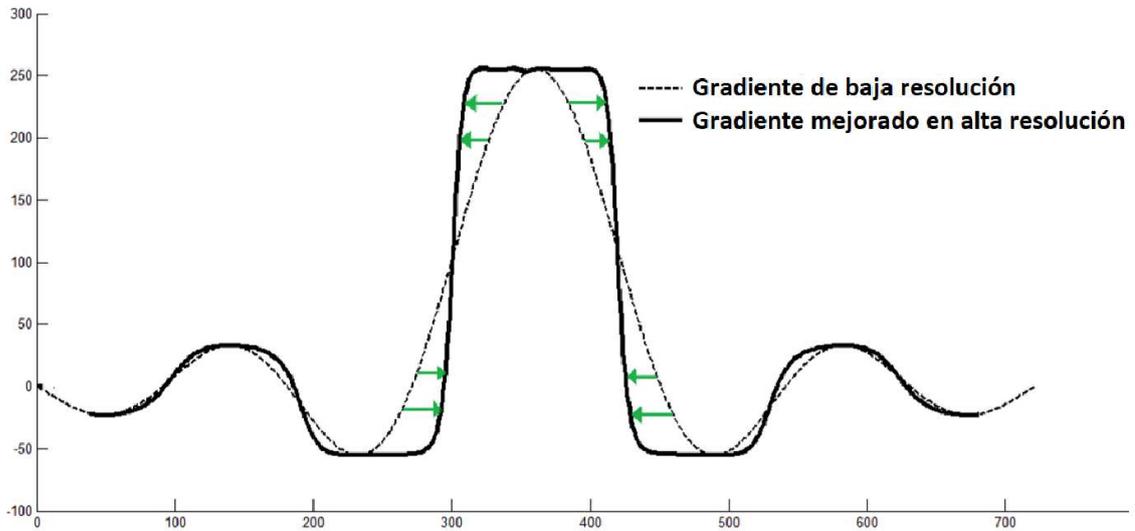


Figura 4.36: Corrección de gradiente sobre un modelo de contorno suave de una función *sinc*. La magnitud y la dirección del campo de desplazamiento se representan con las flechas verdes. El proceso se aplica para cada columna y cada fila de  $X_l$ , el campo de desplazamiento que se obtiene se integra en 4.64 con una sola dimensión.

En la Figura 4.37, se observa la aplicación del método DGM con una ganancia sobre la interpolación bicúbica de: SSIM = 0.0876 y PSNR = 1.3471 dB, para un factor de amplificación  $q=4$ .

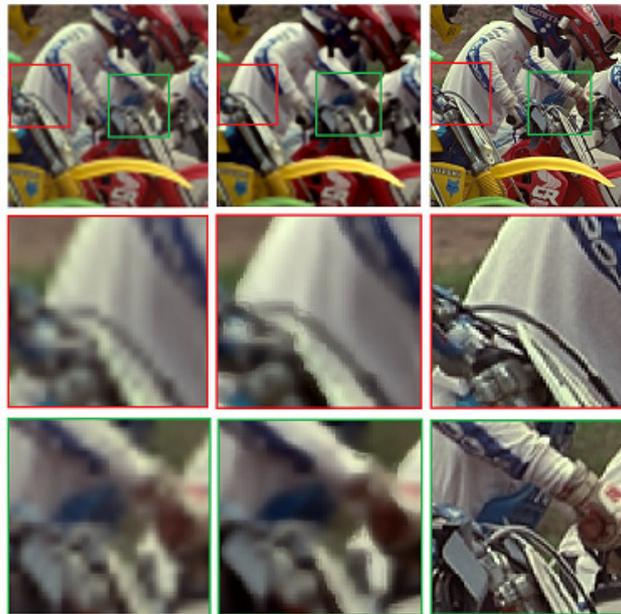


Figura 4.37: Comparación visual de izquierda a derecha, interpolación bicúbica, DGM e imagen original con  $q = 4$ ,  $s_f = 0.54$ ,  $\sigma_s = 0.9$ .

En el modelo de reconstrucción inversa que se expone en la Figura 4.36, se emplea un campo de desplazamiento (flechas verdes), calculado por las ecuaciones 4.66 y

4.67. Se observa un comportamiento deseable en el que se obtiene una resolución más alta con un cierre proporcional de la distancia  $d$  hacia el punto de inflexión en la Figura 4.35. El borde afilado, se obtiene ampliando las superficies alta y baja de forma equivalente alrededor del punto de inflexión del perfil degradado, como se muestra en la Figura 4.36. Luego, el modelo propuesto, lleva a cabo la reconstrucción de la señal. Se obtiene una reconstrucción coherente con el proceso de degradación. La reconstrucción, sólo requiere derivadas consecutivas hasta un orden alto sobre el perfil degradado. Es importante observar que en la Figura 4.36, la reconstrucción del gradiente, se hace más notable en proporción a la suavidad de la pendiente del gradiente. Se puede comparar la reconstrucción en el lóbulo principal de la función *sinc* y la forma que toma en los lóbulos laterales.

## 4.6. Integración de DGM en un modelo colaborativo

En esta sección, los nuevos modelos de manejo de gradientes que se desarrollan para las etapas de afinamiento y precisión mencionadas en la sección 3.3, se integran a un procedimiento colaborativo de SR. En el modelo colaborativo, se emplean las estimaciones de la imagen de entrada mediante DAHNLTV y dualidad geométrica. Además, se integra el modelo de afinamiento y precisión por control directo de gradientes DGM. La clasificación de los diferentes modelos que participan, se expone en 3.3. En la etapa final, se aplica un modelo de reconstrucción de la imagen por minimización. Los resultados muestran la colaboración de tres conceptos de trabajo: afinamiento y precisión; estimación de la imagen de entrada y reconstrucción. Los resultados cuantitativos de PSNR y SSIM son mejores que los obtenidos por modelos recientes reportados dentro del estado del arte en 0.1 dB y 0.01 respectivamente.

En las secciones 4.5.1 y 4.5.12 se exponen respectivamente, un modelo multidireccional y ortogonal, que logra un seguimiento natural de los contornos y un modelo de manejo directo de gradientes que establece una alta coherencia para la reconstrucción de las pendientes degradadas. Las contribuciones de los nuevos métodos de SR diseñados para manejo directo de gradientes y estimación por campo multidireccional con seguimiento de pendientes naturales, permiten elevar los parámetros de calidad SSIM y PSNR con respecto a otros modelos de manejo de gradientes. Además, pueden integrarse como ventaja en procesos colaborativos de reconstrucción.

Los algoritmos de SR que brindan los mejores resultados, emplean de una manera inteligente diversos recursos de procesamientos para acercarse a la HR. La SR se desarrolla desde diferentes puntos de vista y permite mejorar los resultados mediante meta-algoritmos dentro de los que pueden coexistir nuevos procedimientos. Una de las principales tendencias, es la convergencia de los procedimientos mediante esquemas de minimización que penalizan el error de acercamiento a la HR.

### 4.6.1. Dualidad geométrica adaptativa

La dualidad geométrica, es una de las herramientas más útiles en la SR paramétrica con estimación de mínimos cuadrados para la interpolación. Uno de los algoritmos más citados en las comparaciones del método de SR de dualidad geométrica (GD), es la nueva interpolación dirigida por el borde (NEDI) [120]. La idea detrás, es que cada *pixel* de baja resolución también existe en la imagen de HR, y los *pixeles* vecinos se desconocen. Por lo tanto, con dos pares de direcciones ortogonales alrededor del *pixel* de baja resolución en la imagen original de LR (direcciones horizontal-vertical y diagonal) se emplea una estimación de mínimos cuadrados en cada par en una vecindad de la imagen. La estimación también se cumple en la imagen interpolada. Se puede ver un desarrollo de esta técnica en [121].

La estructura original de la imagen de LR, se mantiene utilizando el modelo citado en [121], con la suma de dos términos denominados dualidad geométrica regular (RGD, por sus siglas en inglés) y dualidad geométrica irregular (IGD, por sus siglas en inglés). Esto se define como:

$$J_{AGD}(X) = \sum_{m=1}^4 \sum_{i \in \Omega(X_1^m)} \| u_i^{1/2} (X_i - \mathbf{w}_{1_i}^G \mathbf{N}_{1_i}) \|_2^2 + \sum_{n=1}^2 \sum_{i \in \Omega(X_2^n)} \| (1 - u_i)^{1/2} (X_i - \mathbf{w}_{2_i}^G \mathbf{N}_{2_i}) \|_2^2 \quad (4.70)$$

Donde:  $u_i, 1 - u_i$  son los pesos asignados a RGD e IGD calculados con base en dos patrones: 1) patrón vertical-horizontal ( $0^\circ, 90^\circ$ ); y 2) patrón diagonal ( $45^\circ, 135^\circ$ ).

$$u_i = \begin{cases} \frac{\min(\sigma_0, \sigma_{90})}{\min(\sigma_0, \sigma_{90}) + \min(\sigma_{45}, \sigma_{135}) + \epsilon}, & \chi_i \geq \delta_1 \\ 0,5, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.71)$$

Donde:  $\delta_1$  es una constante preestablecida;  $\sigma$  es la desviación típica en la dirección indicada; y  $\chi_i$  se calcula empleando la Ecuación 4.72.

$$\chi_i = \frac{\sum_{j \in \Omega_i} |(X_i - X_j)/255|}{1 + \sum_{j \in \Omega_i} |(X_i - X_j)/255|} \quad (4.72)$$

Donde:  $X_j$  es el vecino de  $X_i$  en la ubicación  $j$ ;  $\Omega_i$  denota el índice que se establece para los vecinos de  $X_i$  dentro de un parche de dimensión  $5 \times 5$ .

Como inicio de la sumatoria interna en la Ecuación 4.70,  $\mathbf{X}_l^h$  ( $\{l, h\} = \{1, m\}$  o  $\{2, n\}$ ) es la  $h - t_h$  imagen de LR. El índice  $l = 1$  o  $l = 2$ , indica RGD o IGD respectivamente. El término  $\Omega(\mathbf{X}_l^h)$ , denota el conjunto de índices de los *pixeles* de  $\mathbf{X}_l^h$  que corresponden a la HR en  $\mathbf{X}$ . El término  $\mathbf{N}_{li} \in R^{16 \times 1}$  es un vector de columna, compuesto por los 16 *pixeles* de LR correspondientes, dentro de la ventana de datos locales. El vector  $\mathbf{w}_{li}^G \in R^{1 \times 16}$ , es la ponderación como vector de fila de  $\mathbf{N}_{li}$  como en [121]. La Ecuación 4.70 se expresa en forma sintética como:

$$\begin{aligned}
 J_{AGD}(\mathbf{X}) &= \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{1/2} \sum_{m=1}^4 (\hat{\mathbf{T}}_{1m} - \mathbf{R}_{1m} \mathbf{T}_{1m}) \\ (\mathbf{I} - \mathbf{U})^{1/2} \sum_{n=1}^2 (\hat{\mathbf{T}}_{2n} - \mathbf{R}_{2n} \mathbf{T}_{2n}) \end{bmatrix} \mathbf{X} \right\|_2^2 \\
 &= \|\mathbf{KX}\|_2^2
 \end{aligned} \tag{4.73}$$

Donde  $\mathbf{I}$  es una matriz de identidad,  $\mathbf{K}$  es la matriz AGD conjunta. Los términos  $\mathbf{T}_{1m}$  y  $\mathbf{T}_{2n}$  son los operadores matriciales que extraen las imágenes  $m$ -th regular y  $n$ -th irregular de la imagen de LR presentes en la imagen de HR  $\mathbf{X}$ . El término  $\mathbf{U}$  es la ponderación diagonal con elementos  $u_i - s$ , de la Ecuación 4.71. Se cumple que:  $\hat{\mathbf{T}}_{1m} = \mathbf{T}_{1(5-m)}$  y  $\hat{\mathbf{T}}_{2n} = \mathbf{T}_{2(3-n)}$ . Los términos  $\mathbf{R}_{1m}, \mathbf{R}_{2n}$ , son las matrices GD para calcular mediante 4.74, los *pixeles* de HR de la  $m$ -ésima imagen de LR regular y la  $n$ -th imagen de LR irregular.

$$\mathbf{R}_{lh}(i, j) = \begin{cases} w_{li}^G(1, j), \chi_i \geq \delta_2, i \in \Omega(\mathbf{X}_l^h), j \in \mathbf{N}_{li} \\ 0.25, \chi_i \leq \delta_2, i \in \Omega(\mathbf{X}_l^h), j \in \mathbf{N}_{li}^4 \\ 0, \text{ en otro caso} \end{cases} \tag{4.74}$$

Donde:  $\delta_2$  es un umbral para  $\chi$  en la Ecuación 4.72.

## 4.7. Aplicación colaborativa de DAH-NLTV, DGM y AGD

En esta sección, se emplea un modelo de solución a un problema de SR, expresado en forma general por la Ecuación 4.75. En [116], el problema de SR general, se redefine como el método *AHNLTV-adaptive geometric duality* (AGD, por sus siglas en inglés) [121]. La solución a este problema de SR, utiliza un modelo *split Bregman* extendido. En el método que se diseña en esta tesis, se emplea un nuevo concepto, que se define como DAHNLTV-AGD-DGM. La primera contribución, es el empleo de la técnica DGM expuesta en la sección 4.5.12, para tener una mejor aproximación del diferencial en la minimización mediante *Split Bregman* [122]. La segunda contribución es el empleo del método DAHNLTV expuesto en la sección 4.3.1, una nueva estrategia para la estimación adaptativa. Aprovechando al máximo estos dos antecedentes previos y AGD, el modelo SR final es:

$$\begin{aligned}
 \hat{X} = \operatorname{argmin}_X & \| Y - \mathbf{DHX} \|_2^2 + \lambda \| \nabla_w^H X \|_1 + \eta \| \mathbf{KX} \|_2^2 \\
 & + \mu \| M_{DAHNLTV} - X_{H_{DGM}} \|_2^2
 \end{aligned} \tag{4.75}$$

La Ecuación 4.75 está constituida por la suma de cuatro factores. El primer factor es el término de fidelidad, que impone la necesidad de que la imagen estimada de HR,  $X$ , sea coherente con la entrada de LR,  $Y$ , a través de retroproyección. El segundo factor es el diferencial obtenido en el espacio DAHNLTV. El tercer factor es el término obtenido mediante el método AGD, para mantener la consistencia de las estructuras locales de la imagen. El cuarto factor un nuevo diferencial donde se emplea el método DGM expuesto en la Ecuación 4.40 y la estimación mediante el método DAHNLTV.

En el método DAHNLTV, tratado en la sección 4.3.4,  $\nabla_w^H X$  es un diferencial

sobre la estimación. El término  $\nabla_w^H X \in R^{Kup^2 \times 1}$  es el vector de gradiente no local de  $X_i$ . Entonces, la magnitud de  $\nabla_w^H X$  se define como:

$$\| \nabla_w^H X \|_2^1 = \sqrt{\sum_{j \in \Omega(NuR_{H_i})} w_{ij} (X_i - X_j)^2} \quad (4.76)$$

considerando,

$$\nabla_w^H X = [ \| \nabla_w^H X_1 \|_2^1, \| \nabla_w^H X_2 \|_2^1, \dots, \| \nabla_w^H X_{MN} \|_2^1 ]^T \quad (4.77)$$

La Ecuación 4.76 se reformula como:

$$J_{DAHNLTV}(X) = \| \nabla_w^H X \|_2 \quad (4.78)$$

Se considera que el principal cambio en DAHNLTV, es la nueva dimensión  $j \in \Omega(NuR_{H_i})$  que se obtiene después de emplear la Ecuación 4.35. El método *Split Bregman*, enlaza de un modo particular los sumandos de la Ecuación 4.75, para minimizar el error entre la imagen estimada y la imagen original de HR. Se compone de la estimación de una variable auxiliar y una pequeña variación sobre la estimación. Para la inclusión del procedimiento DGM, es necesario definir una Ecuación de enlace  $l_{spb}$ . Las estimaciones de la imagen de salida de DGM,  $X_{HDGM}$  y de la imagen observada  $M_{DAHNLTV}$ , se obtienen mediante el procedimiento DAHNLTV. La variable auxiliar  $bdgm$  y el diferencial  $vdgm$ , se incluyen al vincular la ecuación para cada fila como:

$$\begin{aligned} l_{spb} &= \| vdgm - DGM(X) - bdgm \|_2^2 \\ \text{sujeto a } \quad &vdgm = M_{DAHNLTV} - X_{HDGM} \end{aligned} \quad (4.79)$$

La Ecuación 4.75, se puede reformular con  $X$  como factor común, y dos términos diferenciales utilizados para las ecuaciones de enlace. Se conforma un problema extendido de SBI,  $l_{spb}$  de la Ecuación 4.79 y  $\lambda \| \nabla_w^H X \|_2$ . La ecuación resultante es:

$$\begin{aligned} lv_i &= \| v_i - \mathbf{W}_{H_i} X - b_i \|_2^2 \\ \text{sujeto a } \quad &v = \nabla_w^H X \end{aligned} \quad (4.80)$$

Donde:  $\mathbf{W}_{H_i}$ , es la fila  $i$  del operador matricial que se define en [116]. En el caso propuesto se emplea el modelo DAHNLTV que se expone en la sección 4.3.1. Para resolver la Ecuación 4.81, se expresan dos subproblemas, donde se utilizan las ecuaciones de enlace 4.80 y 4.79. El primer subproblema estima  $X = \hat{X}$  y el segundo la determinación óptima de  $l_{spb}$  y  $lv_i$ . La Ecuación 4.75 puede reescribirse como:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} \left\| \begin{bmatrix} Y \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{DH} \\ \sqrt{\eta} \mathbf{K} \end{bmatrix} X \right\|_2^2 + \lambda \|\nabla_w^H X\|_2 + \mu \|M_{DAHNLTV} - X_{HDGM}\|_2 \quad (4.81)$$

Empleando las ecuaciones de enlace queda como:

$$\begin{aligned} \hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} \left\| \begin{bmatrix} Y \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{DH} \\ \sqrt{\eta} \mathbf{K} \end{bmatrix} X \right\|_2^2 + \lambda \|\nabla_w^H X\|_2 + \\ \mu_1 \sum_{\forall_i} \|v_i - \mathbf{W}_{H_i} X - b_i\|_2^2 + \mu \|M_{DAHNLTV} - X_{HDGM}\|_2 \\ + \mu_2 \|vdgm - DGM(X) - bdgm\|_2^2 \end{aligned} \quad (4.82)$$

Para la solución de 4.81 usando 4.79 y 4.80 existe una dificultad, el procedimiento  $DGM(X)$  es una transformación compleja y debe expresarse como  $DGM(X) = \mathbf{T}_{DGM} \cdot X$ . El término  $\mathbf{T}_{DGM}$  es una matriz con los coeficientes  $DGM(X)_{i,j}/X_{i,j}$  en la diagonal principal y ceros en otras posiciones, con dimensiones  $MN \times MN$ . La ecuación que describe el sub problema  $X$  es:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} \left\| \begin{bmatrix} Y \\ 0 \\ \sqrt{\mu_1}(v - b) \\ \sqrt{\mu_2}(vdgm - bdgm) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{DH} \\ \sqrt{\eta} \mathbf{K} \\ \sqrt{\mu_1} \mathbf{W}_H \\ \sqrt{\mu_2} \mathbf{T}_{DGM} \end{bmatrix} X \right\|_2^2 \quad (4.83)$$

El sub-problema diferencial en el esquema SBI  $v$  y  $vdgm$  se puede calcular como:

$$\begin{aligned} v^{k+1} = \underset{v}{\operatorname{argmin}} \lambda \sum_{\forall_i} \|v_i\|_2^1 + \mu_1 \|v - \mathbf{W}_H X^{k+1} - b^k\|_2^2 \\ \text{sujeto a } v_i = \nabla_w^H X_i \end{aligned} \quad (4.84)$$

Los términos  $v_i \in \mathbb{R}^{K_u p^2 \times 1}$ , donde  $\mathbb{R}^{K_u p^2 \times 1}$  indica la dimensión, son nuevas variables auxiliares (vectores columna). El término  $v \in \mathbb{R}^{(MN K_u p^2 \times 1)}$ , es un vector de columna que agrupa todos los  $v_i$ , en un vector de columna largo. El procedimiento DAHNLTV se usa también como un estimador para la imagen observada  $Y$  y la imagen procesada mediante el modelo DGM de 4.40. En la Ecuación 4.85, estos términos son  $M_{DAHNLTV}$  y  $X_{HDGM}$  respectivamente.

$$\begin{aligned} v_{dgm}^{k+1} = \underset{v_{dgm}}{\operatorname{argmin}} \mu \|v_{dgm}\|_2^1 + \mu_2 \|v_{dgm} - DGM(X)^{k+1} - b_{dgm}^k\|_2^2 \\ \text{sujeto a } v_{dgm} = M_{DAHNLTV} - X_{HDGM} \end{aligned} \quad (4.85)$$

Las variables  $v, b, v_{dgm}, b_{dgm}$  de las ecuaciones 4.79 y 4.80 se obtienen recursivamente de la siguiente manera:

$$v_i^{k+1} = \max \left( \left\| \mathbf{W}_{H_i} X^{k+1} + b_i^k \right\|_2^1 - \lambda / (2\mu), 0 \right) \left( \mathbf{W}_{H_i} X^{k+1} + b_i^k \right) / \left\| \mathbf{W}_{H_i} X^{k+1} + b_i^k \right\|_2^1 \quad (4.86)$$

El vector  $v$ , se obtiene al apilar todos los  $v_i$  en un vector de columna. Después de calcular los términos  $X$  y  $v$ , la actualización de  $b$  es:

$$b^{k+1} = b^k + \mathbf{W}_H X^{k+1} - v^{k+1} \quad (4.87)$$

Por lo tanto, se emplea la ecuación de enlace 4.80, del modelo para el subproblema  $v_{dgm}$ .

$$v_{dgm}^{k+1} = \max \left( \left\| \mathbf{W}_H \mathbf{T}_{DGM} X^{k+1} + b_{dgm}^k \right\|_2^1 - \lambda / (2\mu), 0 \right) \left( \mathbf{W}_H \mathbf{T}_{DGM} X^{k+1} + b_{dgm}^k \right) / \left\| \mathbf{W}_H \mathbf{T}_{DGM} X^{k+1} + b_{dgm}^k \right\|_2^1 \quad (4.88)$$

$$b_{dgm}^{k+1} = b_{dgm}^k + \mathbf{W}_H \mathbf{T}_{DGM} X^{k+1} - v_{dgm}^{k+1} \quad (4.89)$$

El operador  $\mathbf{W}_H$ , se usa para reducir la dimensión de  $\mathbf{T}_{DGM} X$ . También, las filas 2 y 3 de la matriz en la Ecuación 4.83, se pueden agregar antes de plantear la norma  $L_2$ . Se obtiene la siguiente forma dentro del modelo de minimización:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\mu_1}(v - b) + \sqrt{\mu_2}(v_{dgm} - b_{dgm}) \\ & - \sqrt{\mu_2} \mathbf{W}_H \mathbf{T}_{DGM} X - \sqrt{\mu_1} \mathbf{W}_H X = 0 \end{aligned} \quad (4.90)$$

Si los términos de la columna izquierda de la Ecuación 4.83 toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\mu_1}(v - b) + \sqrt{\mu_2}(v_{dgm} - b_{dgm}) \\ & - \sqrt{\mu_2} \mathbf{W}_H \mathbf{T}_{DGM} X = U_T \end{aligned} \quad (4.91)$$

La Ecuación 4.83 se convierte se puede expresar como:

$$\hat{X} = \operatorname{argmin}_X \left\| \begin{bmatrix} Y \\ 0 \\ U_T \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{DH} \\ \sqrt{\eta} \mathbf{K} \\ \sqrt{\mu_1} \mathbf{W}_H \end{bmatrix} X \right\|_2^2 \quad (4.92)$$

En otro caso, si ocurre:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\mu_1}(v - b) + \sqrt{\mu_2}(v_{dgm} - b_{dgm}) \\ & - \sqrt{\mu_1} \mathbf{W}_H X = U_{T_{dgm}} \end{aligned} \quad (4.93)$$

Entonces la Ecuación 4.83, toma la siguiente forma:

$$\hat{X} = \operatorname{argmin}_X \left\| \begin{bmatrix} Y \\ 0 \\ U_{T_{dgm}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{DH} \\ \sqrt{\eta} \mathbf{K} \\ \sqrt{\mu_2} \mathbf{W}_H \end{bmatrix} X_{HDGM} \right\|_2^2 \quad (4.94)$$

En este último caso,  $\sqrt{\eta} \mathbf{K}$  de la ecuación 4.73 debe diseñarse para  $X_{HDGM}$  como estimación inicial de LR. El término  $\sqrt{\eta}$  es un factor de escala.

### 4.7.1. Método-DAHNLTV-AGD-DGM

**Entrada:** observación de baja resolución  $Y$ , matrices de degradación y embozonamiento  $DH$ , factor de amplificación  $q$ .

1. **DAHNLTV:**

- a) Calcular  $K_u$  con la Ecuación 4.35 para cada ventana de búsqueda centrada en AHNLTV [116].
- b) Calcular el vector  $T_k$  con la Ecuación 4.37.
- c) Reducir el número de parches en el vector de alta dimensión  $C_z$  usando el operador  $T_k$ .
- d) Obtener la imagen estimada de DAHNLTV  $M_{DAHNLTV}$  con la Ecuación 4.40 sobre cada vector  $\langle T_k, C_z \rangle$ .
- e) Obtener la matriz para la reducción dimensional  $\mathbf{W}_H$  como en [116].

2. **AGD:**

- a) Calcular la matriz  $\mathbf{K}$  de la Ecuación 4.73.

3. **DGM:**

- a) Calcular los  $8^{th}$  derivados de cada fila en la imagen con rotación  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .
- b) Calcular los desplazamientos de campos de gradiente directo mediante las ecuaciones 4.66 y 4.67.
- c) Utilizar la Ecuación 4.64 para la interpolación de los campos de gradiente directo y obtener  $X_{HDGM}$ .

4. **SBI**

**Para iteración externa = 1: k1**

- a) Asignar la observación  $\hat{Y}$  a HR,  $Y \rightarrow$ .
- b) Realizar los puntos 1 a 3 usando la imagen HR.
- c) Inicializar  $v_{dgm_i}, b_{dgm}, v_i$  y  $b$
- d) Calcular  $U_T$  usando la Ecuación 4.91 de esta sección

**Para iteración interna = 1: k2**

1. Resolver la Ecuación 4.92 con un método de minimización.
2. Resolver los operadores de contracción de las ecuaciones 4.86, 4.87, 4.88 y 4.89.
3. Asignar  $\hat{X}$  a  $\hat{Y}$ , sube la observación:  $\hat{X} \rightarrow \hat{Y}$

**fin**

**fin**

### 4.7.2. Método-DAHNLTV-AGD-DGM empleando la ecuación 4.94

**Entrada:** observación de baja resolución  $Y$ , matrices de degradación y embozonamiento  $DH$ , factor de amplificación  $q$ .

1. **DGM:**

- a) Calcular los  $8^{th}$  derivados de cada fila en la imagen con rotación  $0^\circ$  y  $90^\circ$ .
- b) Calcular los desplazamientos de campos de gradiente directo mediante las Ecuaciones 4.66 y 4.67.
- c) Utilizar la Ecuación 4.64 para la interpolación de los campos de gradiente directo y obtener  $X_{HDGM}$ .

2. **DAHNLTV:**

- a) Calcular  $K_u$  con la Ecuación 4.35 para cada ventana de búsqueda centrada en AHNLTV [116].
- b) Calcular el vector  $T_k$  con la Ecuación 4.37.
- c) Reducir el número de parches en el vector de alta dimensión  $C_z$  usando el operador  $T_k$ .
- d) Obtener la imagen estimada de DAHNLTV  $M_{DAHNLTV}$  con la Ecuación 4.40 sobre cada vector  $T_k, C_z$ .
- e) Obtener la matriz para la reducción dimensional  $\mathbf{W}_H$  como en [116].

3. **AGD:**

- a) Calcular la matriz  $\mathbf{K}$  de la Ecuación 4.73.

4. **SBI**

**Para iteración externa = 1: k1**

- a) Asignar la observación  $\hat{Y}$  a HR,  $Y \rightarrow$ .
- b) Realizar los puntos 1 a 3 usando la imagen HR.
- c) Inicializar  $v_{dgm_i}, b_{dgm}, v_i$  y  $b$
- d) Calcular  $U_T$  usando la Ecuación 4.93

**Para iteración interna = 1: k2**

1. Resolver la Ecuación 4.94 con un método de minimización.
2. Resolver los operadores de contracción de las ecuaciones 4.86, 4.87, 4.88 y 4.89.
3. Asignar  $\hat{X}$  a  $\hat{Y}$ , sube la observación:  $\hat{X} \rightarrow \hat{Y}$

**fin**

**fin**

### 4.7.3. Configuración del método DAHNLTV-GD-DGM

Las imágenes de LR de entrada, se generan convolucionando primero las imágenes originales con un *kernel* gaussiano de dimensión  $7 \times 7$ , con desviación estándar  $\sigma$  1.5. Luego se sub-muestran las imágenes borrosas con un factor de escala  $q=3$ . El ajuste de DAHNLTV se obtiene con la Ecuación 4.46. El número  $K_u$ , se selecciona para  $a \in [0, 1]$ . La decisión para  $0.5 \leq a \leq 0.75$  es suave y la decisión para  $0.75 \leq a \leq 1$  es fuerte. La ventana de búsqueda de AHNLTV, tiene una dimensión  $13 \times 13$ , el parche central tiene un tamaño  $7 \times 7$  y la cantidad de parches no locales  $K_u$  se obtiene por decisión fuerte.

El procedimiento *DGM* que se propone, utiliza ocho derivaciones. La imagen de entrada, se estima primero por 4.40. Los parámetros  $sf$  y  $\sigma_s$  en 4.68, se establecen en 0.54 y 0.7 respectivamente. El procedimiento *split Bregman iteration* (SBI, por sus siglas en inglés), se diseña con bucle externo hasta  $k1 = 3$ , y con bucle interno hasta  $k2 = 15$ . Los parámetros de regularización  $\lambda$  y  $\eta$ , en la Ecuación 4.75, se establecen en 0.005 y 0.0003, respectivamente. El término  $\mu$  se calcula como:  $\lambda/100$ . Todos los parámetros para la aplicación de AGD, se toman de [121].

El método *DGM* propuesto, está configurado para cada factor de escala. Debido a que el algoritmo afila los bordes en una primera operación, el diferencial  $T_{DGM}X - X$  es grande respecto a las iteraciones siguientes que se resuelven con la Ecuación 4.92. Este efecto no es deseable, por eso las ecuaciones 4.66 y 4.67, se normalizan con dependencia de la iteración en el bucle externo del algoritmo 4.7.1. Los desplazamientos obtenidos mediante las ecuaciones 4.66 y 4.67 están en el rango  $[-3, 3]$  para el factor de escala  $q = 3$  y para  $q = 4$  entre  $[-9, 9]$ . Los parámetros en la función 4.68, con factor de sub muestreo  $q = 3$ , son  $sf = 0.54$  y  $\sigma_s = 0.8$ . Con  $q = 4$  los valores seleccionados son  $sf = 0.8$  y  $\sigma_s = 2.3$ .

### 4.7.4. Costo computacional del método DAHNLTV-GD-DGM

El método que se propone en esta tesis, incorpora tres cambios principales: a) un modelo difusivo de variación total adaptativa de alta dimensión (DAHNLTV); b) una estimación directa de la gestión del gradiente; y c) una reducción máxima del error de estimación mediante el método SBI. El algoritmo mejora los parámetros de calidad SSIM y PSNR al procesar las imágenes de dimensión  $255 \times 255$ . Sin embargo, aumenta el costo computacional.

Los tiempos de ejecución del proceso se actualizan de la siguiente manera con respecto a [116]: la construcción del espacio difusivo  $N_{uH_i}$  se actualiza de 52.6s a 73.5s; la construcción de la matriz DAHNLTV, tiene una duración de 19.1s; y la estimación de DGM, requiere 159s. La construcción de la matriz GD requiere 60.6s y el procedimiento de SBI se actualiza de 120.9s a 141.6s debido al procedimiento SBI dual. La Figura 4.38, muestra la relación entre los procesos y los respectivos tiempos de ejecución. Las pruebas se realizaron en una PC con 4 GB de memoria RAM y un microprocesador I5.

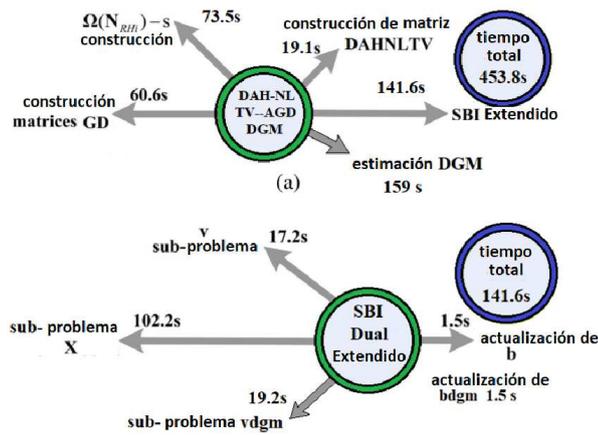


Figura 4.38: Cálculo de cada módulo (a) Tiempo de cálculo para DAHNLTV-AGD-DGM (b) Cálculo del SBI extendido dual.

En el procedimiento de SBI dual, los tiempos de ejecución del proceso se actualizan de la siguiente manera: el cálculo de  $v$ , se mantiene en 17.2s; el cálculo de  $b$  se mantiene en 1.3s; el cálculo de  $vdgm$  requiere 19.2s y el cálculo de  $bdgm$  1.5s, para un incremento de 120.9s a 141.6s. El algoritmo completo, se actualiza desde AHNLTV-AGD con duración de 253.8s al método propuesto DAHNLTV-AGD-DGM de duración 453.8s.

#### 4.7.5. Comparaciones del método DAHNLTV-AGD-DGM

Las Tablas 4.15 y 4.16, muestran los resultados de aplicar una técnica de diccionarios en un espacio DAHNLTV donde los parches a emplear para la estimación se determinan mediante la Ecuación 4.95. Los resultados obtenidos eran los esperados al considerar las mejoras proporcionadas por el método DAHNLTV que se exponen en las Tablas 4.13 y 4.14. En ese caso, se probaron las decisiones suaves y fuertes de la Ecuación 4.95 para establecer la relación del parche central con los parches de la ventana de búsqueda.

$$Ku_h = \begin{cases} \sigma_p \geq \sigma_w & K \cdot \exp\left(-a \cdot \frac{\sigma_p^2}{\sigma_w^2}\right) \\ \text{en otros casos} & K \cdot \exp\left(-(1-a) \cdot \frac{\sigma_p^2}{\sigma_w^2}\right) \end{cases} \quad (4.95)$$

Donde: el parámetro  $a$  se usa para definir una decisión suave o fuerte que relaciona las varianzas del parche central y de la ventana de búsqueda. En una decisión suave  $a$  se encuentra en el rango  $0.5 \leq a \leq 0.75$  mientras que en una decisión fuerte se encuentra en el rango  $0.75 \leq a \leq 1$ . Los resultados confirman que los cambios por degradación y por representación de la imagen, deben tratarse en modo diferente. La Ecuación 4.95, permite un mejor cálculo de la cantidad de parches representativos, para establecer una relación entre la cantidad de cambios en una ventana de búsqueda y en el parche central. Además, con variaciones altas o bajas en ambas áreas, el parche y la ventana, no provocan diferencias significativas en los resultados.

Con la Ecuación 4.95 el modelo mejora, en la mayoría de los casos, los paráme-

tros óptimos seleccionados para AHNLT-AGD en [116]. El análisis muestra que el algoritmo selecciona los parches representativos de la ventana con menores variaciones respecto al parche central. Los cambios por la representación de la imagen, en zonas de alta frecuencia, no se promedian. Estas características deseables, están en consonancia con las mediciones realizadas en los experimentos y también con el objetivo de conservar las altas frecuencias. Los resultados del método que se propone, se pueden observar y comparar en las Figuras 4.39 y 4.40 para  $q=3$  y  $q=4$  respectivamente, y la Figura 4.41 para  $q=4$ . Finalmente, se hace una extensa comparación con otros métodos reportados en el estado del arte para una escala  $q=4$  en la Figura 4.42.

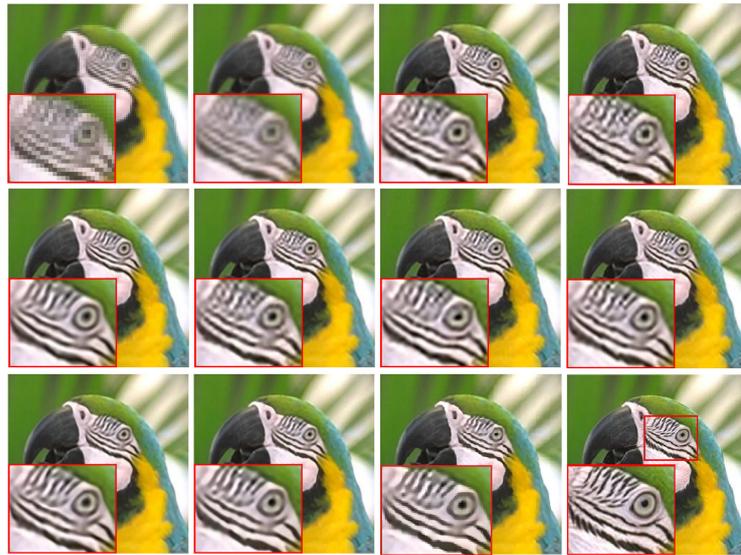


Figura 4.39: Resultados de SR ( $\times 3$ ) de la imagen (loros) por diferentes métodos. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: imagen LR, bicúbico (26.63, 0.8512), ANR (29.01, 0.8982), SRCNN (29.56, 0.9031), SKR-NLM (29.78, 0.9059), SRF (29.50, 0.9060), SelfEx (29.65, 0.9067), NCSR (30.20, 0.9125), AGD-NLTV (30.39, 0.9151), AHNLTV-AGD (30.60, 0.9165), DAHNLTV-AGD-DGM (30.87, 0.92) e imagen original.



Figura 4.40: Resultados de SR (*kernel* gaussiano,  $\times 4$ ) de *Flower* por diferentes métodos. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: imagen LR, A + (26.51, 0.7529), NCSR (26.89, 0.7686), AHNLTV-AGD (27.3364, 0.7843), DAHNLTV-AGD-DGM (27.3532, 0.7843) e imagen original.



Figura 4.41: Resultados de SR (*kernel* gaussiano,  $\times 4$ ) de la imagen 004 de la base de datos BSD100 por diferentes métodos. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: imagen original y detalle, bicúbico (27.6140,0.7923), SRCNN (28.8215,0.8275) AHNLTV-AGD (29.6534, 0.8512) y DAHNLTV-AGD-DGM (29.6627, 0.85141).

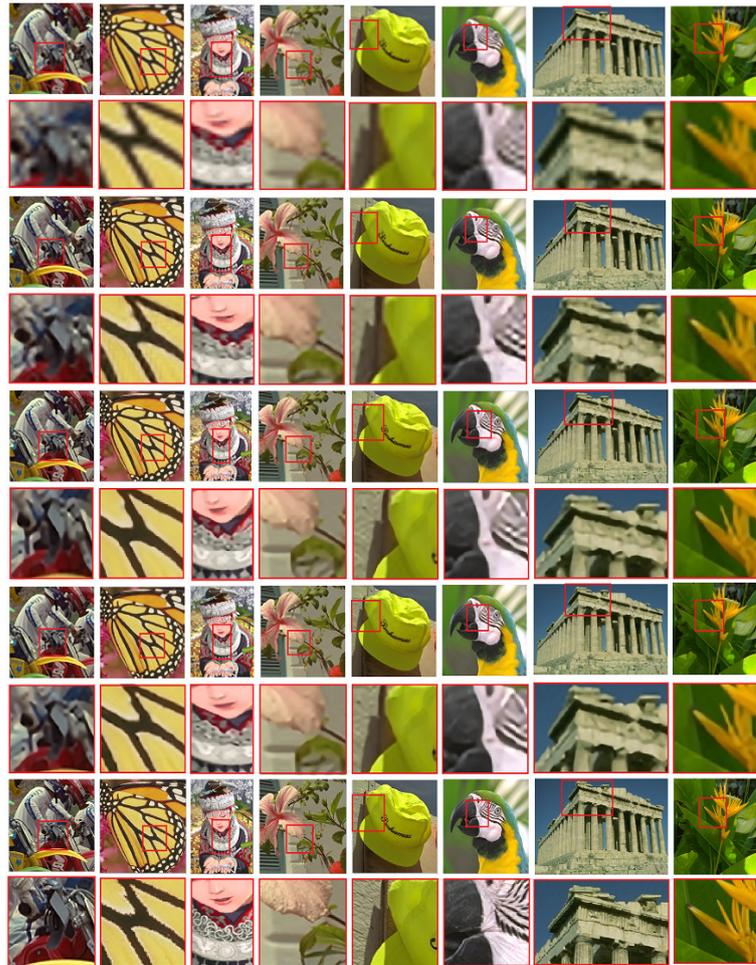


Figura 4.42: Comparación visual de los métodos de reconstrucción de SR expuestos en las Tablas 4.22 y 4.23, de arriba a abajo, interpolación bicúbica, SRCNN, AHNLTV-AGD, DAHNLTV-AGD-DGM e imágenes originales.

Para la comparación del método propuesto, se utilizaron algunas imágenes en color de la base de datos BSDS500. En el proceso se emplean los mismos parámetros óptimos citados en [116]. El método propuesto se compara con diferentes algoritmos de SR. Los resultados se exponen en las Tablas 4.20 y 4.21 para un factor de escala  $q=3$  y en las Tablas 4.22 y 4.23 para un factor de escala  $q=4$ .

Tabla 4.20: Resultados de PSNR(dB) y SSIM de la reconstrucción de la imagen de alta resolución mediante diferentes métodos ( $\times 3$ ).

Método	<i>Butterfly</i>	<i>Parrots</i>	<i>Parthenon</i>	<i>Bike</i>	<i>Comic</i>
Bicúbico	22.64	23.63	25.25	21.90	22.21
	0.7798	0.8512	0.6568	0.6397	0.6321
ANR [123]	25.67	29.01	26.43	23.72	23.80
	0.8659	0.8982	0.7185	0.7552	0.7445
SRCNN [124]	27.09	29.56	26.73	24.15	24.13
	0.8828	0.9031	0.7297	0.7706	0.7622
SKR-NLM [60]	26.54	29.78	26.50	24.29	24.18
	0.8925	0.9059	0.7220	0.8896	0.7643
SRF [125]	27.00	29.50	26.75	24.29	24.10
	0.9007	0.9060	0.7315	0.7785	0.7613
SelfEx[126]	26.44	29.65	26.85	24.19	24.16
	0.8894	0.9067	0.7384	0.7830	0.7724
A+ [127]	27.15	29.60	26.79	24.44	24.24
	0.9075	0.9097	0.7347	0.7866	0.7692
NCSR[78]	28.24	30.20	27.02	24.70	24.51
	0.9203	0.9125	0.7444	0.8023	0.7865
AGD-NLTV [128]	28.56	30.39	26.97	25.00	24.59
	0.9280	0.9151	0.7421	0.8106	0.7903
AHNLTV-AGD [116]	29.7268	30.5959	27.2242	25.2388	24.8358
	0.9384	0.9165	0.7496	0.8186	0.7995
DAHNLTV-AGD $\alpha_1=0.5, \alpha_2=0.5$	<b>29.7378</b>	30.5908	27.2260	25.2382	24.8353
	<b>0.9385</b>	0.9165	0.7497	0.8187	0.7996
DAHNLTV-AGD $\alpha_1=0.75, \alpha_2=0.25$	29.7341	30.5869	27.2274	25.2394	24.8372
	0.9385	0.9165	0.7497	0.8187	0.7997
DAHNLTV- AGD-DGM	28.4488	<b>30.8697</b>	<b>27.3672</b>	<b>25.3068</b>	<b>24.9797</b>
	0.9256	<b>0.9199</b>	<b>0.7570</b>	<b>0.8219</b>	<b>0.8056</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Tabla 4.21: Resultados de PSNR (dB) y SSIM de imágenes de HR reconstruidas mediante diferentes método ( $\times 3$ ).

Método	<i>Flower</i>	<i>Hat</i>	<i>Plants</i>	<i>Woman</i>
Bicúbico	26.34	28.38	29.86	27.17
	0.7376	0.8135	0.8337	0.8605
ANR [123]	28.39	30.19	32.46	30.32
	0.8231	0.8588	0.8964	0.9130
SRCNN [124]	28.66	30.56	32.96	30.69
	0.8287	0.8614	0.9009	0.9170
SKR-NLM [60]	28.73	30.68	33.08	30.78
	0.8328	0.8657	0.9030	0.9191
SRF [125]	28.75	30.89	33.05	30.98
	0.8352	0.8709	0.9037	0.9228
SelfEx[126]	29.08	30.87	32.97	31.03
	0.8492	0.8715	0.9097	0.9234
A+ [127]	28.96	31.11	33.54	31.19
	0.8435	0.8780	0.9145	0.9266
NCSR[78]	29.37	31.37	33.93	31.91
	0.8544	0.8795	0.9181	0.9315
AGD-NLTV [128]	29.56	31.49	34.26	31.91
	0.8592	0.8817	0.9203	0.9298
AHNLTV-AGD [116]	29.7373	31.8278	34.7445	<b>32.3981</b>
	0.8636	0.8851	0.9256	<b>0.9351</b>
DAHNLTV-AGD $\alpha_1=0.5, \alpha_2=0.5$	29.7346	31.8277	34.7428	32.3929
	0.8636	0.8851	0.9256	0.9351
DAHNLTV-AGD $\alpha_1=0.75, \alpha_2=0.25$	29.7381	<b>31.8311</b>	34.7492	32.3873
	0.8637	<b>0.8851</b>	0.9256	0.9350
DAHNLTV- AGD-DGM	<b>29.9074</b>	31.7003	<b>34.8751</b>	31.7489
	<b>0.8676</b>	0.8775	<b>0.9267</b>	0.9305

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

Tabla 4.22: Resultados de PSNR (dB) Y SSIM de la reconstrucción de imágenes de HR empleando diferentes método ( $\times 4$ )

Método	<i>Butterfly</i>	<i>Parrots</i>	<i>Parthenon</i>	<i>Bike</i>	<i>Comic</i>
Bicúbico	21.0923	24.9883	24.1674	20.7470	21.0649
	0.6998	0.7981	0.5890	0.5371	0.5281
SRCNN [124]	23.5599	26.3921	25.0851	28.6272	29.7855
	0.8148	0.8374	0.6343	0.6253	0.6046
AHNLTV-AGD [116]	<b>26.5386</b>	27.7632	25.7075	30.0161	31.6135
	<b>0.9001</b>	0.8772	0.6796	0.7244	0.6837
DAHNLTV-AGD-DGM	25.6788	<b>27.8511</b>	<b>25.7774</b>	<b>23.3306</b>	<b>22.7869</b>
	0.8839	<b>0.8779</b>	<b>0.6818</b>	<b>0.7264</b>	<b>0.6837</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

 Tabla 4.23: Resultados de PSNR (dB) Y SSIM de la reconstrucción de imágenes de HR empleando diferentes método ( $\times 4$ )

Método	<i>Flower</i>	<i>Hat</i>	<i>Plants</i>
Bicúbico	24.9677	27.2041	28.2893
	0.6512	0.7760	0.7742
SRCNN [124]	26.1776	28.6272	29.7855
	0.7167	0.8159	0.8208
AHNLTV-AGD [116]	27.3364	30.0161	31.6135
	0.7843	<b>0.8487</b>	<b>0.8749</b>
DAHNLTV-AGD-DGM	<b>27.3532</b>	<b>30.0161</b>	<b>31.6440</b>
	<b>0.7843</b>	0.8476	0.8747

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

El modelo propuesto, presenta los mejores valores de PSNR y SSIM en la mayoría de los casos. Las mejoras tienen un costo en aumento de tiempo de cálculo. Se comprueba la efectividad de la integración de nuevos métodos simples de SR en meta-algoritmos para mejorar los resultados. En el método propuesto se expone la construcción estructurada de un procedimiento de SR desde el nivel más bajo de complejidad hasta el nivel de integración en un meta algoritmo más eficiente. Las contribuciones del manejo directo de gradientes y del modelo difusivo se expresan en las mejoras obtenidas al hacerlos colaborar en un mismo procedimiento. En la tabla 4.23, se observa una mejora de los resultados en la mayoría de las imágenes analizadas.

# Capítulo 5

## Discusión de resultados

En esta sección se discute el significado de los resultados obtenidos en el capítulo 4. En cada caso se tiene en cuenta la propuesta conceptual, expuesta en el diseño de cada procedimiento, y su contribución al resultado final. Los parámetros que se miden para determinar la calidad del proceso de SR, son los valores de PSNR y SSIM. Las pruebas y comparaciones de los métodos se realizaron bajo las consideraciones de la sección 3.4. Se observa que en cada método de SR que se propone, se obtiene una ganancia diferente de los parámetros PSNR y SSIM con respecto a los reportados en el estado del arte al emplear la configuración seleccionada. El interés principal para el diseño de los métodos, fue la comprobación de las ventajas que incorporan las filosofías de trabajo, mas allá de la optimización de parámetros. Se considera que cualquiera de los métodos de SR diseñados en esta tesis puede pasar por un proceso distinto de optimización de valores para sus variables, lo cual pudiera elevar aún más algunos resultados. Sin embargo, en la configuración actual, obtenida mediante barrido de parámetros, ya se observan incrementos favorables de las relaciones PSNR y SSIM, con respecto a lo reportado en el estado del arte.

Para el diseño de los métodos de SR propuestos, se siguen diferentes filosofías de trabajo. El hecho de aplicar distintos recursos de procesamiento digital, impide una comparación formal estricta mediante demostraciones matemáticas, entre diferentes métodos de SR. En el desarrollo de cada método del capítulo 4, se argumentan las razones para emplear los recursos de procesamiento digital seleccionados. Además, se establecen comparaciones de desempeño de los métodos empleados calculando las relaciones de PSNR y SSIM. En el capítulo 4, también se comparan los métodos desarrollados con los resultados que se reportan en el estado del arte.

### 5.1. Pruebas y experimentos para cada modelo

El modelo de PI adaptativo desarrollado en esta investigación, fue probado siguiendo las consideraciones de la sección 3.4 las configuraciones empleadas y los resultados obtenidos se exponen en la sección 4.1.6. En la sección 4.1.7, se explicó además, la aplicación del control de los gradientes sobre la interpolación adaptativa que se propone. El modelo de manejo de gradientes ortogonales y multidireccionales se prueba en la sección 4.5.10. En dicha sección se contrastan los resultados del modo desacoplado con respecto a otras técnicas de manejo de gradientes. El modelo

de control directo de gradientes, se prueba en la sección 4.5.13. Para la estimación difusiva DAHNLTV y la aplicación de diccionarios, se diseñó un grupo de pruebas que se exponen en la sección 4.4.4. El modelo de SR colaborativo propuesto, tiene un conjunto de resultados que se exponen en la sección 4.7.5. Las pruebas realizadas, se orientan según los puntos mencionados en la sección 3.2. Bajo las consideraciones expuestas en la sección mencionada, se valida mediante la experimentación tomando las consideraciones de expuestas en la sección 3.4, para que las comparaciones con los modelos de SR reportados en el estado del arte, sean correctas.

## 5.2. Ventajas y desventajas por tipo de modelo

Las principales ventajas de los modelos de SR desarrollados son:

- La estimación de imágenes de entrada de mayor contenido de altas frecuencias y a alta escala de amplificación después de una interpolación adaptativa PI.
- El manejo de los gradientes, con campos multidireccionales y ortogonales.
- Una reconstrucción de la imagen, coherente con respecto al proceso de degradación original mediante un control directo de gradientes.
- La integración del método de difusión y de control directo de gradientes en un sistema colaborativo que eleva resultados de SSIM y PSNR, con respecto a lo reportado en el estado del arte.

Las principales desventajas en los modelos de SR aquí desarrollados se resumen de la siguiente forma:

- Una difícil optimización de parámetros de trabajo en la interpolación adaptativa para encontrar una escala óptima de ampliación.
- Aumenta la complejidad del manejo de gradientes por vía multidireccional y también el costo computacional.
- El manejo directo de gradientes requiere de un control de magnitud para las derivadas en zonas de mayores frecuencias en la imagen de LR.
- El modelo colaborativo propuesto, la estimación difusiva y los diccionarios, aumentan el costo computacional.

En la Tabla 5.1 se muestra el desempeño de los métodos desarrollados comparando los resultados de PSNR y SSIM. Es importante señalar que el desempeño de un método de SR no depende de la imagen que sea procesada. La mejora de los resultados depende de los recursos de procesamiento empleados y las consideraciones de diseño.

Tabla 5.1: Comparación del desempeño de los métodos propuestos, para una misma imagen (Bike, del banco de imágenes BSD500 con  $255 \times 255$ ).

Método	Escala	PSNR	SSIM
PI+ARG	2	<b>33.08</b>	<b>0.8226</b>
ART	4	20.44	0.6838
AHNLTVDIC	2	25.3068	0.8219
DAHNLTV	4	19.6476	0.4924
NBGF	4	21	0.55
DGM	4	21	0.64
DAHNLTV-AGD-DGM	4	<b>23.33</b>	<b>0.72</b>

Nota: Los valores en negrita indican el mejor resultado.

### 5.2.1. Conclusiones del modelo PI desarrollado

En la sección 4.1.1 se presentó un nuevo método para la SR de MRI sin empleo de diccionarios. El método PI se aplicó utilizando un *kernel* adaptativo en el dominio de frecuencia para obtener escalas de amplificación que conserven el máximo contenido de altas frecuencias. Se seleccionaron los parámetros de la interpolación pura propuesta, usando un corte de una secuencia de un estudio MRI y se aplicaron a la secuencia completa. El método tiene un mejor comportamiento que otras técnicas de interpolación pura para altas escalas de amplificación. Utilizando un nuevo modelo de gradiente autoregulado el método mejora. Los valores de la medición de SSIM aumentan continuamente combinando la interpolación pura propuesta y el modelo de autoregulación de gradientes. Los valores de medición de SSIM obtenidos son más altos que los resultados comparativos mostrados en el estado de la técnica. La gestión del gradiente, es un complemento natural después de la optimización del núcleo de amplificación con factores de gran escala.

Por primera vez en esta investigación logró combinar la interpolación pura adaptativa IP y el manejo de gradientes ARG. Se aplicó un seguimiento de pendientes máximas con una estimación diferente del ancho de la curva respecto a los algoritmos previos. La gestión del gradiente es muy sensible al factor de amplificación y el factor de curva debe adaptarse al efecto agudo deseado sobre la imagen. El procedimiento propuesto es una buena alternativa para la estimación de imágenes de entrada en los modelos SR de aprendizaje dependientes de un banco de imágenes externas y será útil para la definición precisa de regiones de la imagen. Además, se puede usar para segmentación precisa y representación tridimensional. Este modelo también fue probado sobre imágenes naturales que se muestran en la Figura 4.12. El modelo es de utilidad para la inclusión de diccionarios que cuenten con más información de altas frecuencias.

### 5.2.2. Conclusion del método DAHNLTV

Los resultados que se obtuvieron muestran que el proceso adaptativo para NLTVDIC tiene diferente dimensión. AHNLTVDIC explota la dimensión de una información espa-

cial más robusta y el modelo difusivo DAHNLTV incorpora un análisis de energía para promedios precisos de la señal. El método desarrollado evita promedios de cambios en el contexto local de la imagen que pertenecen a la representación, no al ruido, al desenfoco o al muestreo descendente con solapamiento de altas frecuencias.

La selección de parches representativos mediante la Ecuación 4.35, ofrece mejores resultados utilizando la varianza del parche central. También se pueden usar otros modos de estimar el número de parches significativos y representar un promedio central con precisión.

El algoritmo DAHNLTV mejora la estimación espacial utilizando un número controlado de parches en el promedio. Además, se emplea eficazmente en un modelo exhaustivo de proyección de parches en una técnica de diccionarios para SR. Se concluye que el uso del espacio DAHNLTV brinda mejores resultados cuantitativos y cualitativos en un modelo de diccionarios.

### **5.2.3. Conclusión sobre los métodos NBGF y DGM**

A partir de la observación de los métodos de control de gradientes, se propusieron dos contribuciones: a) el seguimiento natural y multidireccional de las pendientes; y b) la integración del procedimiento de afilado en forma coherente a través de una serie de derivadas. Ambas interpretaciones, hacen más realista el proceso de manejo de gradientes. La primera encuentra mayor precisión en el cálculo de la longitud de la pendiente a través de una nueva estrategia de búsqueda. La efectividad de esta filosofía de trabajo se expone en los resultados obtenidos.

El modelo DGM, logró sintetizar el problema del manejo de gradientes a través de una formulación que relaciona derivadas consecutivas con el afilado de los contornos. Hace innecesarias las formulaciones no naturales de regularización por contexto local, como ocurría en métodos anteriores. Además de sintetizar el proceso de afilado, este se produce con la participación coherente de las superficies de alto y bajo nivel, las cuales se cierran proporcionalmente hacia el punto de inflexión de la curva degradada. El proceso es coherente con el modelo de degradación.

### **5.2.4. Conclusiones del método PI desarrollado con el manejo multidireccional de gradientes**

En esta sección, se presenta un nuevo método de SR para MRI que no requiere el empleo de diccionarios. En el sistema, el método PI se aplica usando un núcleo de interpolación adaptativo en el dominio de las frecuencias para escalas de amplificación óptimas. Los parámetros del método PI propuesto, se seleccionan usando un corte longitudinal de la secuencias de MRI, y se aplican a los otros cortes. El método tiene un mejor comportamiento que otras técnicas de PI para escalas de amplificación altas debido a la máxima conservación del contenido de altas frecuencias. El procedimiento se mejora mediante el uso de un nuevo modelo de manejo de gradientes autoregulados.

En el manejo de gradientes se presentan dos ventajas: a) una mayor precisión en el ángulo y en la magnitud del campo de desplazamiento de los gradientes; y b) un seguimiento natural de los gradientes. Los valores de SSIM, aumentan en dos pasos:

al emplear el modelo PI propuesto y con la aplicación del modelo ARG. Los valores de SSIM que se obtienen, son más altos que los resultados obtenidos en el estado del arte.

El método PI desarrollado es útil para estimar la imagen de entrada en modelos de SR dependientes de bancos de imágenes de aprendizaje. Es útil para una definición precisa de los detalles de la imagen y mejorar otros procesos como la segmentación. El manejo de gradientes también complementa procedimientos de SR basados en diccionarios que requieran más información de altas frecuencias en los pares de imágenes LR-HR.

### **5.2.5. Conclusión sobre el método ART**

La adaptación del método de minimización para dependencias lineales ART, logró adaptarse por primera vez en un procedimiento de SR para múltiples escalas. Después de una selección rigurosa del proceso de regresión se minimizó el error de estimación de los parches de HR. Es importante destacar que la minimización del error de estimación, tiene una influencia directa en los resultados de la aplicación de los métodos posteriores de manejo de gradientes y de diccionarios. En la sección 4.2.7 se muestra que el proceso contribuye a mejorar los valores de SSIM y PSNR con respecto a los reportados en el estado del arte, cuando la escala de amplificación aumenta.

### **5.2.6. Conclusión sobre los métodos DAHNLTV y DAHNLTV-DIC**

El método DAHNLTV se diseña para explotar las técnicas de difusión en un contexto de estimación por TV. El procedimiento vincula la relación de varianzas entre los parches y su vecindad para decidir qué elementos participan en la estimación de la imagen de HR. Se observa en las mediciones, que esta selección permite elevar los parámetros de PSNR y SSIM sobre el método AHNLTV reportado en el estado del arte al conseguir una mejor estimación de la imagen de HR mediante DAHNLTV. A continuación se consideró el empleo de técnicas de diccionario por proyección de correspondencias. La idea principal es que se pueden establecer mejores correspondencias de los diccionarios, si se mejora la calidad de la imagen de entrada. A pesar de que se muestra una mejora de los valores de PSNR y SSIM con el empleo de esta técnica, el costo computacional debido a las características del proceso de diccionario aplicado, es muy elevado, más de diez veces el tiempo requerido por la aplicación del método DAHNLTV sin la aplicación de un diccionario.

### **5.2.7. Conclusión sobre el método DAHNLTV-AGD-DGM**

Los resultados que se reportan en esta investigación, muestran que el proceso adaptativo para NLTV incorpora dos ventajas: a) AHNLTV con una información espacial más robusta; y b) DAHNLTV con un análisis de energía para promedios de señal. Además se evitan los promedios de los cambios en la imagen que se deben a la representación. Solo se efectúa un procesamiento contra el efecto del difumina-

do y el muestreo descendente. Asimismo, pueden emplearse diferentes formas para calcular el número de parches significativos para estimar el parche central en el método DAHNLTV. La decisión fuerte, en la selección de parches representativos considerando la varianza del parche central, arroja los mejores resultados.

Es necesario vincular el modelo difusivo a la selección de parámetros en los algoritmos de variación total (TV, por sus siglas en inglés). Los cambios originales de la imagen, el muestreo descendente, el difuminado y el ruido requieren un tratamiento diferente. Los algoritmos de TV homogenizan esa información, lo cual constituye un efecto indeseable para recuperar el contenido de altas frecuencias en la imagen. Los algoritmos de dualidad geométrica funcionan en pequeños entornos alrededor de los *pixeles* centrales en una imagen, como una buena restricción de la estructura original en baja resolución. Una característica importante a tener en cuenta, son las pendientes largas fuera del rango de parches locales para la estimación de *pixeles*. En este modelo, se incorpora como restricción un nuevo control directo de los gradientes y finalmente, se implementa una integración de los procedimientos expuestos, mediante minimización por el método *Split Bregman*. La integración de los procedimientos muestra posibilidades de procesamiento colaborativo en algoritmos de SR para una mejor convergencia hacia la imagen original de HR.

# Capítulo 6

## Aportaciones generales

Los avances logrados están relacionados con el cumplimiento de los objetivos propuestos en el capítulo 1. Los resultados que se obtuvieron, fueron publicados en tres revistas indizadas al Journal-of Citation-Reports (JCR) y en un capítulo de libro de la editorial *Springer*.

Se realizó un estudio de técnicas de SR para mejorar los parámetros de PSNR y SSIM. Se emplearon técnicas de procesamiento digital con distintos enfoques de trabajo para SR. Un complemento de la sección 2.2, donde se analiza el estado del arte, se publico en [129]. Otra aportación importante del estudio, es la integración de la interpolación pura para la conservación de máximo contenido de altas frecuencias en escalas no enteras. Este segundo aporte, quedó publicado en [130] y se expone en la sección 4.1.

La investigación prosiguió con el mejoramiento de la etapa de afilado de gradientes sobre la interpolación pura. En dicha etapa, se diseñaron dos nuevos métodos, el manejo ortogonal multidireccional de gradientes 4.5.1 y el control directo de gradientes 4.5.12, los cuales quedaron publicados en [131] y [132] respectivamente. Las publicaciones mencionadas pertenecen al índice de reporte de citas de revistas JCR. También se realizó un trabajo colateral de eliminación de ruido Rician en MRI, para elevar la calidad de las imagen de entrada de baja resolución, en los procedimientos de SR. Este trabajo quedó publicado en [133]. Otra línea de trabajo investigada fue la interpolación por dependencias inter escalas, como modelo de mejora a las entradas de algoritmos de manejo de gradientes y de aplicación de diccionarios internos. Los resultados que se obtienen al aplicar la dependencia inter escalas, fueron reportados en [134] y abordados en la sección 4.2.

También se desarrolló una aplicación de visualización, que brinda posibilidades para el manejo de los archivos DICOM. Las imágenes procesadas, se pueden visualizar en la plataforma de trabajo desarrollada en C ++.

Como resultado de esta investigación, se obtuvieron diversas conclusiones relacionadas con la efectividad de cada procedimiento de SR y sus capacidades para ser integrados en algoritmos colaborativos de mayor complejidad. Algunas de estas conclusiones son las siguientes:

- Para determinadas altas escalas no enteras de amplificación el modelo de interpolación adaptativa con restricciones de alta frecuencia es más preciso que la interpolación bicúbica aumentando en 3dB la relación SNR.

- La combinación de auto-regularización de gradientes con interpolación adaptativa de base y restricción de altas frecuencias permite sumar las contribuciones de cada algoritmo independiente, con lo cual se obtiene un modelo de SR que entrega mejores resultados de SSIM y SNR.
- Se logró sintetizar el manejo de gradientes en un sistema de cálculo directo de campos de desplazamiento llamado DGM que resulta más simple de implementar. En consecuencia se alcanzó mayor ganancia en SSIM y PSNR sobre la interpolación bicúbica que mediante el manejo de gradientes descrito en [18].
- Se observó que el modelo difusivo sobre la variación total de alta dimensión DAHNLTV logra estimaciones más precisas de la imagen de alta resolución.
- Se verificó que la colaboración de DGM y DAHNLTV en un esquema de minimización permite elevar los parámetros de SSIM y PSNR sobre numerosos modelos de SR recientemente desarrollados.
- Se verificó que los resultados de un método colaborativo de SR, superan a los obtenidos mediante métodos simples. Sin embargo, la optimización de parámetros y la integración de los métodos simples, pueden implicar un alto nivel de dificultad. Asimismo, el costo computacional se incrementa al doble como sucede con el método diseñado DAHNLTV-AGD-DGM sobre AHNLTV-AGD.

## 6.1. Cumplimiento del objetivo general

En relación con las características deseables del método de SR propuesto para MRI y para propósitos generales se obtuvieron altas escalas de amplificación en la sección 4.1.1 con una mejora de hasta 3dB en la relación PSNR y 0.08 de SSIM. Se emplearon las características direccionales de las imágenes en el manejo de gradientes DGM desarrollado en la sección 4.5.12 y NBGF desarrollado en la sección 4.5.1. Además, no se incluye información externa. Los procedimientos desarrollados, como DAHNLTV de la sección 4.3.4 y DGM, se integran en el método descrito en la sección 4.7. La integración es un resultado relevante de esta investigación, considerando el modelo propuesto inicialmente en la sección 3.3.

Los métodos desarrollados, cumplen en general, con el objetivo principal de este trabajo. No incorporan información externa, presentan altas escalas de amplificación, emplean auto-regularización de gradientes y se aproximan adaptativamente a la imagen de HR utilizando la información que se desea procesar.

## 6.2. Cumplimiento de objetivos específicos

En la revisión del estado del arte, se clasificaron los métodos de SR identificados y se profundizó el estudio de los que pueden ser empleados en MRI. Para el desarrollo de los modelos DGM de la sección 4.5.12 y NBGF de la sección 4.5.1, fue necesario comprender y caracterizar los modelos de SR por auto-regularización de gradientes.

Para el desarrollo de los modelos descritos en las secciones 4.2.2 ARG-GRAD y 4.4 DAHNLTVDIC, fue necesario comprender y caracterizar métodos de SR mediante diccionarios, incluyendo aquellos que no incorporan información externa. En el modelo 4.7, se combinaron la auto-regularización de gradientes, la variación total y la dualidad geométrica, a través de un esquema de minimización. Para cada uno de los métodos propuestos, se compararon los resultados obtenidos, con respecto a otros métodos reportados recientemente en el estado del arte. La mayoría de los métodos propuestos en este estudio, contribuyen a elevar los parámetros de calidad PSNR y SSIM para superar los resultados reportados en el estado del arte, por otros métodos de SR.

### 6.3. Comprobación de hipótesis

Mediante el diseño de los algoritmos de SR que cumplen con las características deseables para aplicarse a MRI, fue posible mejorar los parámetros de calidad PSNR y SSIM. Como se expresó en el cumplimiento de los objetivos, los modelos desarrollados en esta investigación emplean altas escalas de amplificación mediante técnicas de interpolación pura con conservación de altas frecuencias como se muestra en la sección 4.1.1. Además, se desarrollaron características direccionales en los modelos de auto-regularización de gradientes de las secciones 4.5.1 y 4.5.12. La variación total difusiva 4.3.4 permite una mejor estimación de la imagen de HR empleando el contexto local de la imagen. Se aplicaron diccionarios para múltiples escalas en la sección 4.2.2 con información interna de la imagen y convergencia mediante ART. Finalmente, se utilizó un esquema de minimización en la sección 4.7 para que las técnicas propuestas funcionaran colaborativamente. La integración de los métodos desarrollados, cumple con el objetivo general expuesto en la presente investigación. Los métodos de SR diseñados, como lo expresa la hipótesis principal emplean técnicas de interpolación pura para lograr una máxima conservación de altas frecuencias, auto-regularización de gradientes, variación total difusiva, diccionarios para múltiples escalas y esquemas de minimización. Los recursos de procesamiento digital mencionados y empleados en el diseño de los métodos de SR que se proponen en esta tesis, permitieron la mejora de los parámetros PSNR y SSIM.

### 6.4. Comprobación de hipótesis particulares

Con los resultados que se obtienen al emplear el modelo de la sección 4.1.1, publicado en [130], se comprobó que la estimación de la imagen de entrada mediante interpolación pura adaptativa con máxima conservación de altas frecuencias y manejo de gradientes, mejora los parámetros de calidad SSIM y PSNR de un método de SR.

Los resultados obtenidos al emplear el modelo desarrollado en la sección 4.3.4, permiten observar que la variación total de alta dimensión puede ser mejorada si se adapta la estimación al contexto local de la imagen.

El modelo 4.7 incluye un método directo de manejo de gradientes, coherente con el proceso de degradación de la imagen. Se combinaron algoritmos de SR, como DAHNLTV y DGM para mejorar los parámetros de PSNR y SSIM, lo cual se verifica con los resultados obtenidos. Los procedimientos de SR mencionados, trabajan mediante un esquema de minimización denominado *Split Bregman*.

## 6.5. Trabajos futuros

Después de analizar distintos modelos y filosofías de trabajo aplicadas en las técnicas de SR, se elaboraron nuevos métodos que mejoraron los parámetros de calidad PSNR y SSIM. Esta investigación muestra un grupo de caminos dentro de la SR, que pasan por la interpolación adaptativa, el control de gradientes, las dependencias entre escalas de amplificación, los diccionarios, los modelos de difusión y la integración de métodos mediante minimización. Las áreas que se consideran más relevantes para continuar en esta línea de investigación son:

- Utilizar redes neuronales convolucionales CNN, para aprendizaje dentro de cada modelo particular, a pesar de la dependencia de estos procedimientos con respecto a la magnitud de los bancos de imágenes y las escalas de amplificación.
- Establecer la predicción mediante CNN entre pares de imágenes de LR y HR para diferentes escalas de amplificación, para modelado de gradientes y estimación de parches de HR.
- Mejorar las imágenes de entrada a una red neuronal mediante los modelos de SR que se desarrollaron.
- Considerar la dependencia del parecido entre los conjuntos parches de entrada y salida a una red neuronal, para elevar la calidad de la predicción.
- Considerar nuevos modelos de agrupamiento de datos, centros y distancias entre elementos similares para el entrenamiento de redes CNN independientes.
- Incorporar a los modelos de SR, la reducción de dimensionalidad de la información. Por ejemplo, realizar una preselección de zonas de interés, para el afilado de gradientes o la interpolación adaptativa.
- Emplear un tratamiento no local total, en el caso del modelo DAHNLTV, extendiendo la ventana de búsqueda de parches similares no locales a toda la imagen.
- Probar distintos métodos de optimización y selección de parámetros, para la configuración de meta algoritmos de SR.
- Mejorar los resultados combinando nuevos métodos simples de SR como el método DGM desarrollado desarrollado en la presente investigación.
- Utilizar los modelos de SR propuestos para mejorar la calidad de las imágenes y los resultados en otras tareas de visión por computadora como la segmentación y el reconocimiento.

# Referencias

- [1] F. Bloch. “Nuclear Induction”. *Phys.Rev*, vol. 8, pp. 460-473, Oct 1946.
- [2] E. Purcell, H. Torrey, and R. Pound. “Resonance Absorption by Nuclear Magnetic Moments in a Solid ”. *Phys.Rev*, vol. 69, pp. 37-38, Jan. 1946.
- [3] K Nasrollahi, T B. Moeslund, “Super-resolution: a comprehensive survey”, *Machine Vision and Applications*, vol. 25, pp. 1423–1468, Aug 2014.
- [4] G. Mayer and E. Vrscaj. “Measuring Information Gain for Frequency- Encoded Superresolution MRI”, *Magn. Reson. Imaging* vol. 25, pp. 1058-1069, Sept 2007.
- [5] E. Plenge *et al.* “Super-resolution Methods in MRI: Can they Improve the Trade-off Between Resolution, Signal-to-Noise Ratio, and Acquisition Time”, *Magn. Reson. Med.*, vol. 68, pp. 1983-1993, Jan 2012.
- [6] Q. Tieng *et al.* “MRI Resolution Enhancement: How Useful are Shifted images Obtained by Changing the Demodulation frequency ” *Magn. Reson. Med.* vol. 65, pp. 664-672, March 2011.
- [7] Y. Wanga *et al.* “Sparse Representation-based MRI Super-resolution Reconstruction”, *Measurement*, vol. 47, pp. 946-953, Jan 2014.
- [8] H. Ashikawa *et al.* “Quantitative Assessment of Single-Image Super-Resolution in Myocardial Scar Imaging”, *IEEE J.Transl. Eng Health Med.* vol. 2, pp. 1-12, 2014.
- [9] X. Lu, Z. Huang, and Y. Yuan. “MR Image Super-resolution Via Manifold Regularized Sparse Learning”, *Neurocomputing*, vol 162, pp. 96-104, Aug 2015.
- [10] D. Frakes *et al.*, “ A New Method for Registration-Based Medical Image Interpolation”, *IEEE Trans.Med.Imaging* no. 3, vol. 27, pp. 370-377, 2008.
- [11] F. Calamante *et al.* “Track-Density Imaging (TDI): Super-resolution White Matter Imaging using Whole-Brain Track-Density Mapping”, *NeuroImage* 53.4 (Dec. 2010), pp. 1233- 1243.
- [12] B. Du and L. Zhang. “Random-Selection-Based Anomaly Detector for Hyperspectral Imagery”, *IEEE Trans.Geosci. Remote*, vol 49, no 5, pp. 1578-1589, May 2011.
- [13] E. Carmi *et al.* “Resolution Enhancement in MRI”, *Magn. Reson. Imaging*, vol 24, no 2, pp. 133-154, Feb. 2006.
- [14] A. Gholipour, J. Estroff, and IM. Warfield. “Robust Super-resolution Volume Reconstruction from Slice Acquisitions: Application to Fetal Brain MRI”, *IEEETrans. Med. Imaging.*, vol. 29,no. 10, pp. 1739-1758, Jun 2010.
- [15] D. Tao *et al.* “Principal Component 2-D Long Short-Term Memory for Font Recognition on Single Chinese characters.”, *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 46, no. 3, pp. 756-765, Mar 2016.

- [16] S. Chen *et al.* “Sparse Modeling using Orthogonal Forward Regression with PRESS Statistic and Regularization.”, *IEEE Trans. Syst. Man Cy*, vol 34, no. 2, pp. 898-911, Apr 2004.
- [17] M. C. Yang, D. A. Huang, C. Y. Tsai and Y. C. F. Wang, “Self-Learning of Edge-Preserving Single Image Super-Resolution via Contourlet Transform”, *IEEE International Conference on Multimedia*, Melbourne, 2012.
- [18] J. Sun *et al.* ”Gradient Profile Prior and Its Applications in Image Super-Resolution and Enhancement”, *IEEE Trans. Image Process*, vol 20, no 6, pp. 1529-1542, June 2011.
- [19] L. Wang *et al.* “ Edge-Directed Single-Image Super-Resolution via Adaptive Gradient Magnitude Self-Interpolation”, *IEEE Trans. Circ. Syst.*, vol 23, no 8, pp. 1289-1299, Jan 2013.
- [20] L. Morera, “ Amplification by pulses interpolation with high frequency restriction for the conservation of the structural similarity of the image”, *International Journal of Signals and Image Processing IJSIP*, vol. 7, no 4, pp. 195-202, Aug 2014.
- [21] G. Mayer and E. Vrscay. Measuring information gain for frequency- encoded super-resolution MRI *Magn. Reson. Imaging*, vol. 25, no. 7, pp 1058–1069, September 2007.
- [22] E Plenge, et all, “Super-resolution methods in MRI: Can they improve the trade-off between resolution, signal-to-noise ratio, and acquisition time”, *Magn. Reson. Med*, vol. 68, no. 6, pp 1983–1993. 2012.
- [23] E. Plenge *et al.*, “Super-Resolution Reconstruction in MRI: Better Images Faster”, *SPIE Medical Imaging*, San Diego, Feb. 2012.
- [24] H. S. Hou and H. C. Andrews, “Cubic Splines for Image Interpolation and Digital Filtering”, *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, ASSP*, vol. 26, no. 6, pp. 508-517, December 1978.
- [25] P Veldhuizen. “Measures of image quality”, [Online] 2016. Available: [http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/CVonline/LOCAL\\_COPIES/VELDHUIZEN/node18.html](http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/CVonline/LOCAL_COPIES/VELDHUIZEN/node18.html).
- [26] Z. Wang, A.C. Bovik, H.R. Sheikh, and E.P. Simoncelli, “Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity”, *IEEE Trans on Image Proc*, vol. 13, no. 4, pp. 600-612, 2004.
- [27] Servicios de salud del principado de Asturias, “Hospital universitario central de Asturias”, [Online]. Available: [http://www.hca.es/huca/web/contenidos/servicios/dirmedica/almacen/formacion/FISICA`20MEDICA/chuleta.pdf](http://www.hca.es/huca/web/contenidos/servicios/dirmedica/almacen/formacion/FISICA%20MEDICA/chuleta.pdf). [último acceso: 10 5 2016].
- [28] B A. Olshausen, “Aliasing” *Sensory Processes*, vol 129, October 2000.
- [29] University of Lübeck, “Diploma thesis Using DICOM SR in Pathology”, *Institute for Medical Informatics*, [Online] 20 january 2015. Available: <http://www.schoech.de/diploma/toolkits.html>. [último acceso: 1 may 2016].
- [30] MinGW.org, “ MinGW and MSYS Projects ”, MinGW.org, [En línea]. Available: <http://www.mingw.org/>. [último acceso: 5 may 2015].
- [31] VTK,[Online] Available: <http://www.vtk.org/>. [último acceso: 20 september 2015].
- [32] ITK, [Online] Available: <https://itk.org/>. [último acceso: 20 december 2016].

- [33] S. Farisu, D. Robinson, M. Elad, and P. Milanfar, "Advances and challenges in super-resolution", *Int. Journal of Imaging Systems and Technology*, vol. 14, no 2, pp. 47-57, Apr. 2004.
- [34] B Du and L Zhang, "Random-selection-based anomaly detector for hyperspectral imagery". *IEEE Trans. Geosci. Remote*, vol. 49, no. 5, pp 1578-1589, May 2011.
- [35] D Frakes *et al*, "A new method for registration-based medical image interpolation", *IEEE Trans. Med. Imaging*, vol. 27, no. 3, pp. 370-377, 2008.
- [36] F Calamante *et al*, "Track-density imaging (TDI): Super-resolution white matter imaging using whole-brain track-density mapping", *NeuroImage*, vol. 53, no. 4, pp 1233-1243, December 2010.
- [37] E Carmi *et al*, "Resolution enhancement in MRI". *Magn. Reson. Imaging*, vol. 24, no. 2, pp 133-154, February 2006.
- [38] Tao D, Lin X, Jin L, and Li X. "Principal component 2-d long short-term memory for font recognition on single chinese characters". *IEEE Trans. Cybern*, vol 46, no. 3, pp. 756-765, March 2016.
- [39] D. Tao, X. Li, X. Wu and S. J. Maybank, "General Tensor Discriminant Analysis and Gabor Features for Gait Recognition", in *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, no. 10, pp. 1700-1715, Oct 2007.
- [40] S Chen *et al*, "Sparse modeling using orthogonal forward regression with press statistic and regularization". *IEEE Trans. Syst. Man CyB*, vol. 34, no. 2, pp 898-911, April 2004.
- [41] R Zhi *et al*, "Graph-preserving sparse nonnegative matrix factorization with application to facial expression recognition", *IEEE Trans. Syst. ManCyB*, vol. 41, no. 1, pp 38-52, February 2011.
- [42] J Sun, Z Xu, and HY Shum. "Gradient profile prior and its applications in image super-resolution and enhancement", *IEEE Trans. Image Process*, vol. 20, no. 6, pp 1529-1542, June 2011.
- [43] L Wang *et al*. "Edge-directed single-image super-resolution via adaptive gradient magnitude self-interpolation", *IEEE Trans. Circ. Syst. Vid*, vol. 23, no. 8, pp 1289-1299, January 2013.
- [44] R. Zhi *et al*. "Graph-Preserving Sparse Nonnegative Matrix Factorization with Application to Facial Expression Recognition", *IEEE Trans. Syst. Man CyB* vol. 41, no. 1, pp. 38-52, Feb. 2011.
- [45] D. Tao *et al*. "General Tensor Discriminant Analysis and Gabor features for Gait Recognition". *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 29, no. 10, pp. 1700-1715, Oct. 2007.
- [46] P. Kornprobst *et al*, "Superresolution in MRI and its influence in statistical analysis", Equipe: ODYSSEE, Antipolis, July. 2002.
- [47] E. Carmi, "Resolution enhancement in MRI," *Magn.Reson.Imaging*, vol. 24, no. 2, pp. 133-154, 2006.
- [48] M. Elad, "Restoration of a Single Super resolution Image from Several Blurred, Noisy, and Under sampled", *IEEE Trans on Image Proc*, vol. 6, no 12, pp. 1646 - 1658, Dec. 1997.
- [49] M. E. Tipping and C. M. Bishop, "Bayesian image super resolution", *Proc of Advances in Neural Information Systems*, vol. 15, p. 1279-1286, Aug. 2003.

- [50] H. Li and K. M. Lam, “Guided iterative back-projection scheme for single-image super-resolution”, *Global High Tech Congress on Electronics (GHT-CE)*, Shenzhen, 2013.
- [51] J. Yang, J. Wright, T. Huang, and Y. Ma, “Image super-resolution as sparse representation of raw image patches”, in *IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Alaska, USA, 2008.
- [52] H. Demirel, G. Ambarjafari, “Image resolution enhancement by using discrete and stationary wavelet decomposition”, *IEEE trans on Image process*, vol. 20, no 5, pp. 1458-1460, May. 2011.
- [53] X. Gao, K. Zhang, D. Tao, and X. Li, “Joint learning for single-image super-resolution via a coupled constraint”, *IEEE Trans. Image Proc.*, vol. 21, no 2, p. 469-480, Jan. 2012.
- [54] K. Jia, X. Wang, and X. Tang, “Image transformation based on learning dictionaries across image spaces”, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 35, no 2, pp. 367-380,, Feb. 2013.
- [55] A. Adler, Y. Hel-Or, and M. Elad, “A shrinkage learning approach for single image super-resolution with”, *ECCV’10 Proc of the 11th European conference on Computer vision: Part II*, Berlin, Heidelberg,, 2010.
- [56] , L. Zhang, G. Shi, and X. Li, “Sparse representation based image interpolation with nonlocal autoregressive modeling”, *IEEE Trans. on Image Proc*, vol. 22, no. 4, pp. 1620-1630, 2013.
- [57] T. Peleg, M. Elad, “A Statistical Prediction Model Based on Sparse Representations for Single Image Super-Resolution”, *IEEE Trans on Image Proc*, vol. 23, no. 6, pp. 2569 - 2582, June 2014.
- [58] J. Sun *et al*, “Gradient Profile Prior and Its Applications in Image Super-Resolution and Enhancement”, *IEEE Trans on miage Proc*, vol. 20, no 6, pp. 1529-1542, June 2011.
- [59] J. Shlens, “<https://www.cs.princeton.edu>”, [En línea]. Available: <https://www.cs.princeton.edu/picasso/mats/PCA-Tutorial-Intuition.jp.pdf>. [último acceso: 20 april 2016].
- [60] K. Zhang, X. Gao, D. Tao, and X. Li, “Single image super-resolution with non-local means and steering kernel regression”, *IEEE Trans. Image Proc*, vol. 21, no. 11, pp. 4544-4556, Nov. 2012.
- [61] M. Singh, P. Patel, D. Khosla and T. Kim, “Segmentation of functional MRI by K-means clustering”, *IEEE Trans on Nuclear Science*, vol. 43 , no 3, pp. pp. 2030-2036, Jun 1996.
- [62] K. Baker, “[www.ling.ohio-state.edu](http://www.ling.ohio-state.edu)”, january 2015. [En línea]. Available: <https://www.ling.ohio-state.edu/kbaker/pubs/Singular`Value`Decomposition`Tutorial.pdf>. [último acceso: 20 january 2016].
- [63] T. Tony Cai and Lie Wang, “Orthogonal Matching Pursuit for Sparse Signal Recovery With Noise”, *IEEE Trans on Information Theory*, vol. 57, no 7, pp. 4680-4688, 2011 JULY.
- [64] M. Aharon, M. Elad and A. Bruckstein, “K -SVD: An Algorithm for Designing Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation”, *IEEE Trans on Signal Proc*, vol. 54, no 11, pp. 4311-4322, Nov. 2006.

- [65] M. Chun Yang and Y. Chiang, “A Self-Learning Approach to Single Image Super-Resolution”, *IEEE Trans on Multimedia*, vol. 15, no 3, pp. 498-508, April 2013.
- [66] W. Dong, L. Zhang, G. Shi, and X. Wu, “Image deblurring and super-resolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization”, *IEEE Trans on Image Proc.*, vol. 20, no 7, pp. 1838-1857, June 2011.
- [67] H. Führ, L. Demaret, F. Friedrich, “Beyond wavelets: New image representation paradigms”, de *Image Coding*, Neuberberg, Germany, IBB GSF, 2011, p. 179.
- [68] V. Chandrasekaran *et al*, “Surflets: A Sparse Representation for Multidimensional Functions Contain-ing Smooth Discontinuities”, *IEEE Symposium on Information Theory*, Chicago, June. 2004.
- [69] H. Takeda, S. Farsiu, P. Milanfar, “Kernel Regression for Image Processing”, *IEEE Trans on Image Proc.*, vol. 16, no 2, pp. 349-366, February 2007.
- [70] F. Pak, H. R. Kanan and A. Alikhassi, “Improvement of Benign and Malignant Probability Detection based on Non Sub-sample Contourlet Transform and Super Resolution”, *22nd International Conference on Pattern Recognition*, Stockholm, 2014.
- [71] J. Amisha *et al*, “Single Image Super-Resolution via Non Sub-sample Contourlet Transform based Learning and a Gabor Prior”, *International Journal of Computer Applications*, IJCA, vol. 74, no. 18, pp. 32-38, 2013.
- [72] A. N. Tikhonov, “Solution of incorrectly formulated problems and regularization method”, *Soviet Math. Dokl.*, vol. 4, no. 4, pp. 1035- 1038, 1963.
- [73] R. Gordon, R Bender, G.T. Herman, “Algebraic reconstruction techniques (ART) for three- dimensional electron microscopy and X-ray photography”, *J Theor Biol*, vol. 29, no. 3, pp. 471–481, Dec 1970.
- [74] D.H.J. Poot *et al*, “General and Efficient Super-Resolution Method for Multi-Slice MRI”, Proc of the *13th International Conference on Medical Image Computing and Computer – Assisted Intervention*, Part I, Berlin, Heidelberg, Apr. 2010.
- [75] W. Dong, L. Zhang, G. Shi, and X. Wu, “Image deblurring and superresolution by adaptive sparse domain selection and adaptive regularization”, *IEEE Trans. on Image Process.*, vol. 20, no. 7, pp. 1838”1857, Jul. 2011.
- [76] W. Dong, L. Zhang, G. Shi, and X. Li, “Sparse representation based image interpolation with nonlocal autoregressive modeling”, *IEEE Trans. on Image Proc*, vol. 22, no. 4, pp. 1620–1630, 2013.
- [77] A. J. Smola and B. Schölkopf, “A Tutorial on Support Vector Regression”, *Statistics and Computing*, vol. 14, pp. 199–222, 2004.
- [78] W. Dong, Lei Zhang, Guangming Shi, Xin Li, “Nonlocally Centralized Sparse Representation for Image Restoration”, *IEEE Trans on Image Proc*, vol. 22, no. 4, pp. 1620-1630, April 2013.
- [79] X. Lu, Z. Huang, Y. Yuan, “MR image super-resolution via manifold regularized sparse learning”, *Neurocomputing*, vol. 162, p. 96-104, 2015.
- [80] D. H. J. Poot *et al*, “Super-resolution for multislice diffusion tensor imaging”, *Magn. Reson. Med*, vol. 69, no 1, pp. 103 -113, Aug. 2013.
- [81] S. Tourbier *et al*, “An efficient total variation algorithm for super-resolution in fetal brain MRI with adaptive regularization”, *NeuroImage*, vol. 118, p. 584-

- 597, Jun. 2015.
- [82] H. Greenspan “Super-resolution in medical imaging”. *Comput. J*, vol. 52, no 1, pp 43-63, January 2009.
- [83] E. Van, I. Tham, C. Heng, and C. Loo. “Super-resolution in magnetic resonance imaging: A review”. *Concept. Magnetic Res*, vol. 40, pp. 306-325, Nov 2012.
- [84] G. Van *et al*, “High resolution T1 estimation from multiple low resolution magnetic resonance images”, de 2015 IEEE 12th *International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, New York, NY, 2015.
- [85] D. H. Trinh *et al*, “Novel Example-Based Method for Super-Resolution and Denoising of Medical Images”, *IEEE Trans On Image Proc*, vol. 23, no 4, p. 1882-1895, April 2014.
- [86] W. Dong, L. Zhang, R. Lukac, and G. Shi, “Nonlocal centralized sparse representation for image restoration”, *IEEE Trans. on Image Proc*, vol. 22, p. 1382-1394, April. 2013.
- [87] Y. Sun *et al*, “Compressive Superresolution Imaging Based on Local and Nonlocal Regularizations”, *IEEE Photonics Journal*, vol. 8, no 1, pp. 1-12, February 2016.
- [88] M. Unser, P. Thevenaz, and L. Yaroslavsky, “Convolution-Based Interpolation for Fast, High-Quality Rotation of Images”, *IEEE Trans. Image Proc*, vol. 4, no 10, pp. 1371-1381, October 1995.
- [89] Y. Sun, G. Gu, X. Sui, Y. Liu and C. Yang, “Single Image Super-Resolution Using Compressive Sensing With a Redundant Dictionary”, *IEEE Photonics Journal*, vol. 7, no 2, pp. 1-11, April 2015.
- [90] J. Jiang, X. Ma, Z. Cai and R. Hu, “Sparse Support Regression for Image Super-Resolution”, *IEEE Photonics Journal*, vol. 7, no 5, pp. 1-11, Oct. 2015.
- [91] Q. Tao, *et al*, “Super-resolution reconstruction of late gadolinium enhanced MRI from multiple views”, From 17th *Annual SCMR Scientific Sessions*, New Orleans, January. 2014.
- [92] William K. Pratt, “Digital Image Processing”, Los Altos, California: John Wiley and Sons, 2001 .
- [93] Z. P. Liang, P. C. Lauterbur, “Principles of Magnetic Resonance Imaging”, New York: IEEE, 2000.
- [94] McConnel Brain Imaging Center, “Simulated Brain Database”, McGill, [Online], 10 february 2015. Available: <http://brainweb.bic.mni.mcgill.ca/>. [último acceso: 20 april 2016].
- [95] National Cancer Institute, “NBIA, National Biomedical Imaging Archive”, 5 march 2015. [En línea]. Available: <https://imaging.nci.nih.gov/ncia/home.jsf>. [último acceso: 20 november 2015].
- [96] Y. Zhang, J. Liu, W. Yang and Z. Guo, “Image Super-Resolution Based on Structure-Modulated Sparse Representation”, *IEEE Trans On Image Proc*, vol. 24, no 9, pp. 2797-2810, Sept. 2015.
- [97] A. Papoulis. “*Systems and Transforms with Applications in Optics*” McGraw-Hill, New York, USA, p. 105, 1st edition, 1966.
- [98] J Canny, “A Computational Approach To Edge Detection”, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, no. 6, pp 679–698, 1986.
- [99] D Trinh et al, “Novel example-based method for super-resolution and denoising

- of medical images”, *IEEE Trans on Image Proc*, vol 23, no. 4, pp 1882-1895, Nov 2014.
- [100] K Ahmadi and E Salari. “Edge-preserving MRI super resolution using a high frequency regularization technique”, *IEEE Sig Process in Med and Bio. Symp (SPMB)*, pp 1-5, 2015.
- [101] Y. Zhang, J. Liu, W. Yang and Z. Guo, “Image Super-Resolution Based on Structure-Modulated Sparse Representation”, in *IEEE Trans on Image Proc*, vol. 24, no. 9, pp. 2797-2810, Sept. 2015
- [102] B Lim, et al, “Enhanced Deep Residual Networks for Single Image Super-Resolution”, The *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) Workshops*, 2017, pp. 136-144.
- [103] C Ledig, et al. “Photo-Realistic Single Image Super-Resolution Using a Generative Adversarial Network”, The *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) Workshops*, 2017, pp. 136-144.
- [104] X Lu and Y Yuan, “Image super-resolution via double sparsity regularized manifold”. *IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 23, no 12, pp 2022-2033, December 2013.
- [105] Rouseau F and Studholme C. “A supervised patch-based image reconstruction technique: Application to brain MRI super-resolution”, *IEEE 10th International Symposium on Biomedical Imaging, San Francisco, CA, USA*, no. 1, vol. 1, pp. 346-349, April 2013.
- [106] X Lu and Y Yuan, “Alternatively constrained dictionary learning for image superresolution”, *IEEE Trans On CYB*, vol. 44, no. 3, pp. 366-377, March 2014.
- [107] L. Wang, H. Wu, and C. Pan, “Fast image upsampling via the displacement field”, *IEEE Trans on Image Proc*, vol. 23, no. 12, pp. 5123-5135, 2014.
- [108] Y. Sun, G. Gu, X. Sui, and Y. Liu. “Compressive superresolution imaging based on local and nonlocal regularizations”, *IEEE Photonics J*, vol 8, no 1, pp. 1-12, January 2016.
- [109] X. Zhang, M. Burger, X. Bresson, and S. Osher, “Bregmanized nonlocal regularization for deconvolution and sparse reconstruction”, *Soc. Ind. Appl. Math. J. Imaging Sci.*, vol. 3, no. 3, pp. 253-276, 2010.
- [110] C. Dong, C. C. Loy, K. He, and X. Tang. “Learning a deep convolutional network for image super-resolution”, *European Conference on Computer Vision (ECCV)*, pp 184-199, Springer, 2014.
- [111] J. B. Huang, A. Singh, and N. Ahuja. “Single image super-resolution from transformed self-exemplars”, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 5197-5206, 2015.
- [112] J. Kim, J. K. Lee, and K. M. Lee. “Deeply-recursive convolutional network for image super-resolution”, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2016.
- [113] W. Shi, J. Caballero, F. Huszar, J. Totz, A. P. Aitken, R. Bishop, D. Rueckert, and Z. Wang. “Real-Time Single Image and Video Super-Resolution Using an Efficient Sub-Pixel Convolutional Neural Network”, *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pp. 1874-1883, 2016.
- [114] M. Bevilacqua, A. Roumy, C. Guillemot, and M. L. Alberi-Morel. “Low-

- complexity single-image super-resolution based on non negative neighbor embedding”, *British Machine Vision Conference (BMVC)*, 2012
- [115] R. Zeyde, M. Elad, and M. Protter. “On single image scale-up using sparse-representations”, *Curves and Surfaces*, pp. 711-730. Springer, 2012.
- [116] Chao Ren, Xiaohai He, and Truong Q. Nguyen, “Single Image Super-Resolution via Adaptive High-Dimensional Non-Local Total Variation and Adaptive Geometric Feature”, *IEEE Trans on Images Proc*, vol. 26, no. 1, Jan 2017.
- [117] K. Fukunaga, “Introduction to Statistical Pattern Recognition”, 2nd ed. New York: Academic, 1991.
- [118] L. Zhang, W. Dong, D. Zhang, and G. Shi, “Two-stage image denoising by principal component analysis with local *pixel* grouping”, *Pattern Recognit.*, vol. 43, pp. 1531-1549, Apr. 2010.
- [119] Z. Wang, A. C. Bovik, H. R. Sheikh, and E. P. Simoncelli, “Image quality assessment: From error visibility to structural similarity”, *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 13, no. 4, pp. 600-612, Apr 2004.
- [120] Xin Li and M. T. Orchard, “New edge directed interpolation”, *Proc 2000 International Conference on Image Proc (Cat. No.00CH37101)*, Vancouver, BC, Canada, 2000., pp. 311-314.
- [121] C. Ren, X. He, Q. Teng, Y. Wu, and T. Q. Nguyen, “Single image super-resolution using local geometric duality and non-local similarity”, *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 25, no. 5, pp. 2168-2183, May 2016.
- [122] T. Goldstein and S. Osher, “The split Bregman method for L1-regularized problems”, *SIAM J. Imag. Sci.*, vol. 2, no. 2, pp. 323–343, 2009.
- [123] R. Timofte, V. De Smet, and L. Van Gool, “Anchored neighborhood regression for fast example-based super-resolution”, in *Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Vis.*, Dec. 2013, pp. 1920-1927.
- [124] C. Dong, C. C. Loy, K. He, and X. Tang, “Learning a deep convolutional network for image super-resolution”, in *Proc. Comput. Vision ECCV. Springer International Publishing*, 2014, pp. 184-199.
- [125] S. Schuler, C. Leistner, and H. Bischof, “Fast and accurate image upscaling with super-resolution forests”, in *Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Jun. 2015, pp. 3791-3799.
- [126] J.-B. Huang, A. Singh, and N. Ahuja, “Single image super-resolution from transformed self-exemplars”, in *Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit. (CVPR)*, Jul. 2015, pp. 5197-5206.
- [127] R. Timofte, V. De Smet, and L. Van Gool, “A+: Adjusted anchored neighborhood regression for fast super-resolution”, in *Proc. Asian Conf. Comput. Vis.*, 2014, pp. 111-126.
- [128] C. Ren, X. He, Q. Teng, Y. Wu, and T. Q. Nguyen, “Single image super-resolution using local geometric duality and non-local similarity”, *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 25, no. 5, pp. 2168-2183, May 2016.
- [129] L. Morera, R. Pinto, H. de Jesús Ochoa, “Overview of Super-resolution Techniques”, in book: *Advanced Topics on Computer Vision, Control and Robotics in Mechatronics*, O Osiris et al, Springer, April 2018, pp. 101-127.
- [130] L. Morera, R. Pinto, H. de Jesús Ochoa, O. Villegas, “Auto-regularized Gradients of Adaptive Interpolation for MRI Super-Resolution”, *Journal of Signal*

- Proc Systems*, vol. 91, no. 8, pp. 885–898, August 2019.
- [131] L. Morera, R. Pinto, H. de Jesús Ochoa, O. Vergara, “Driving Maximal Frequency Content and Natural Slopes Sharpening for Images Amplification with High Scale Factors”, *Current Medical Imaging Reviews*, no 14, pp. 1-10, March 2018.
- [132] L. Morera, R. Pinto, H. de Jesús Ochoa, O. Vergara, “High Amplification Scales Handling Frequency Content and Novel Gradient Sharpening Procedures”, *Journal of Imaging Science and Technology*, vol 63, no 1, January 2018
- [133] L. Morera, “Un nuevo método para el rechazo de ruido Rician en representación escasa”, *Ingeniería Investigación y Tecnología*, vol 10, no 1, pp. 1-10, Jan 2019.
- [134] L. Morera, R. Pinto, H. de Jesús Ochoa, “Gradient Management and Algebraic Reconstruction for Single Image Super Resolution”, Proc: *Electronic Imaging 2019 At: Burlingame, California*, January 2019.

# Anexo

## Herramienta de software para mostrar resultados

Para la integración de la herramienta de software desarrollada en C++ con los métodos de SR propuestos se realizan llamadas a ejecutables externos que aplican individualmente los procedimientos de SR. La herramienta de software desarrollada para visualizar los estudios DICOM vincula las siguientes librerías:

- VTK
- ITK
- OpenCV

Para programar el visualizador, se emplearon recursos de software libre como el compilador mingw32-gcc y la interfaz de desarrollo Eclipse. Con la herramienta desarrollada, es posible realizar tareas como:

1. Visualizar una secuencia longitudinal de imágenes en formato DICOM.
2. Ampliar la imagen.
3. Desplazarse en la secuencia.
4. Modificar los niveles de grises de la imagen.
5. Obtener la coordenada y el valor del *pixel* ( $i, j$ ) en el sector  $z$  y visualizarlo en la imagen.
6. Obtener los datos del estudio DICOM.
7. Crear un archivo DICOM a partir de una imagen.
8. Segmentar la secuencia de imágenes por rangos de niveles de cada corte longitudinal.
9. Renderizar en 3D todo el conjunto de valores dentro de un volumen y visualizar volúmenes en la misma pantalla.
10. Asignar un color a cada volumen.
11. Asignar un nivel de transparencia al color con el cual se representa cada volumen.
12. Mover la imagen en 3D en todas las direcciones y ampliar con una alta velocidad de respuesta.
13. Calcular la similitud estructural SSIM y la relación señal a ruido pico PSNR y promedio MSE de dos imágenes de la secuencia o de una imagen con otra.

La herramienta tiene un instalador independiente y funciona sobre *Windows* para 64 bits. La aplicación posee una interfaz de control para las visualizaciones en 3D de secuencias de imágenes DICOM. Brinda la posibilidad de asignar colores y transparencias.

### **Integración de los métodos**

La plataforma de visualización puede llamar archivos ejecutables desde la interfaz principal. Desde la plataforma de desarrollo de Matlab Rb2013 se hacen los algoritmos y los ejecutables independientes. Se emplea un archivo de comandos intermedio para hacer los llamados. Por ejemplo, un archivo \*.bat puede contener la siguiente instrucción para apuntar al ejecutable que realiza la transformación Contourlet sobre una imagen.

- `cd C:/Archivos de programa/MATLAB/MATLAB Compiler Runtime/v81/runtime/win64/decoc.exe`
- Desde la aplicación el principal el método es llamado a través de la siguiente instrucción : `System("C:/im/a.bat")`.

Mediante el procedimiento descrito, los modelos desarrollados pueden ser llamados desde la aplicación principal de visualización. Se emplean diferentes archivos ejecutables con las librerías dinámicas (.dlls) correspondientes. Hasta el momento los algoritmos se ejecutan con parámetros fijos optimizados durante el proceso de investigación. Dichos parámetros se fijan al generar los ejecutables de los procedimientos. La interfaz principal no se diseña para modificaciones de parámetros sobre los métodos que fueron desarrollados durante la investigación.

Se incluyó además la posibilidad de escribir en directorios de la PC, archivos DICOM procesados por la aplicación.

### **Actualización en la herramienta de software desarrollada para mostrar los resultados**

En esta etapa, se actualizó la herramienta de visualización, para ello se instaló la versión de VTK 7 con la cual el espacio de visualización es mucho más amplio y se hacen reconocibles las diferentes estructuras del cuerpo humano del estudio de MRI.