



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Zacatepec

Departamento de Ingeniería Química y
Bioquímica.

“Apuntes de Mecanismos de
Transferencia”

Juan Pablo Pérez Orozco

Contribución Académica.

La asignatura de Mecanismos de Transferencia (clave: IQF-1013) forma parte de la retícula del programa educativo de Ingeniería Química (IQUI-2010-232) que se oferta en el Tecnológico Nacional de México. La asignatura de Mecanismos de Transferencia aborda el análisis del transporte de cantidad de momento, calor y masa. Estos diversos fenómenos se examinan desde dos niveles diferentes: i) el nivel molecular, donde se describe la viscosidad, conductividad térmica y difusividades de materiales macroscópicos en términos de modelos de las moléculas que los conforman; ii) el nivel macromolecular continuo, donde se ignoran los movimientos moleculares y se enfoca en evaluar los flujos netos de cantidad de momento, calor y/o masa, partiendo de la comprensión de los elementos (fuerza motriz y resistencia) que conforman las leyes (de Newton, Fourier y Fick para momento, calor y masa, respectivamente) que rigen el mecanismo de transferencia, y contempla el análisis de la transferencia convectiva de calor y masa.

La competencia que aporta la asignatura de Mecanismos de Transferencia es fundamental para la Ingeniería Química. Un ingeniero químico debe saber cómo se está llevando a cabo una operación, por ejemplo, el amoníaco se disuelve en el agua, lo sabemos, pero ¿cómo se disuelve? la transferencia de masa nos dice los mecanismos que están involucrados como resultado de la diferencia de concentraciones entre las distintas fases. El flujo a través del equipo de procesamiento en una planta química o de fabricación (por ejemplo, intercambiadores de calor, reactores, unidades de separación, bombas, tuberías, etc.) se combina con transferencia de calor y/o masa. El análisis riguroso entre estos mecanismos es importante para el diseño de equipos, ejemplos típicos de la importancia del flujo para mejorar la transferencia de calor y masa son: la implementación o uso de estructuras coherentes de flujo, que son responsables de la transferencia y mezcla turbulenta en un intercambiador de calor, y las responsables de la formación de remolinos y vórtices en procesos de mezclado; la evaluación de los patrones de flujo a través de medios porosos, responsables de la transferencia y eficiencia de las reacciones en un reactor de lecho fijo o en una unidad de regeneración de lecho fluidizado. Todas las operaciones básicas en las industrias contemplan los mecanismos de transferencia de cantidad de momento, calor y masa, por lo que resulta un tema muy importante para los ingenieros químicos.

La asignatura de Mecanismos de Transferencia se relaciona con las asignaturas posteriores que involucren el diseño de equipos y procesos (Procesos de Separación I, II y II, Reactores Químicos, los Laboratorios Integrales, entre otros). Es por ello, que la competencia que aporta la asignatura de Mecanismos de Transferencia contribuye de forma significativa al logro de uno de los objetivos educacionales del programa de Ingeniería Química impartido en el TecNM/Instituto Tecnológico de Zacatepec, en el que se establece que, “el

egresado participa en el diseño, mejora, desarrollo de procesos, formulación y evaluación de proyectos, gestión logística, planteamiento y control de operaciones en empresas de sectores públicos y privados.". Así mismo, la competencia de la asignatura contribuye al perfil de egreso del Ingeniero Químico en el que menciona que el egresado de carrera "Diseña, selecciona, opera, optimiza y controla procesos en industrias químicas y de servicios".

Para errores tipográficos, cualquier sugerencia, observación y/o aclaración de esta obra dirigirse al correo juan.po@zacatepec.tecnm.mx

Índice y contenido temático.

Introducción.....	1
Tema 1. Análisis Dimensional.....	2
1.1 Técnicas de análisis dimensional.....	2
1.2 Grupos adimensionales y correlaciones.....	5
1.3 Similitudes y principios de escalamiento.....	7
Ejercicios Prácticos Resueltos.....	10
Ejercicios Prácticos Propuestos.....	17
Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Similitudes y escalamiento en Ingeniería Química”	17
Caso de Estudio.....	18
Tema 2. Transferencia de Cantidad de Movimiento.....	20
2.1 Mecanismos de transferencia de Momentum.....	20
2.2 Ley de Newton de la viscosidad.....	24
2.3 Reología.....	26
2.4 Estimación de la viscosidad.....	30
2.5 Ajuste de la viscosidad por temperatura y presión en gases y líquidos.....	34
Ejercicios Prácticos Resueltos.....	35
Ejercicios Prácticos Propuestos.....	43
Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Tópicos en Reología”	44
Recurso Electrónico de Apoyo: Infografía “Instrumentos y equipos para medición de viscosidad”.....	44
Caso de Estudio.....	45
Tema 3. Transferencia de Calor.....	47
3.1 Mecanismos en la transferencia del calor (conducción, convección y radiación).....	47
3.2 Ley de Fourier de la transferencia del calor	49
3.3 Estimación de la conductividad.....	51
3.4 Ley de Newton del enfriamiento.....	53
3.5 Ley de Stefan-Boltzmann de la radiación.....	55
Ejercicios Prácticos Resueltos.....	60
Ejercicios Prácticos Propuestos.....	69
Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Mecanismos de transferencia de calor y resistencia térmica”	70

Caso de Estudio.....	71
Tema 4 Transferencia de masa	73
4.1 Mecanismos de transferencia de masa.	73
4.2 Expresiones de masa (concentraciones y velocidades).....	74
4.3 Ley de Fick y sus equivalencias.	75
4.4. Estimación de la difusividad.....	77
Ejercicios Prácticos Resueltos.	80
Ejercicios Prácticos Propuestos.....	85
Recurso Electrónico de Apoyo: Podcast “Importancia y aplicaciones de la Ley de Fick”	85
Caso de Estudio.....	86
Tema 5. Transferencia convectiva de masa	87
5.1 Coeficientes de transferencia convectiva de masa (para contradifusión equimolar), de A a través de B en reposo y no difusivo, para diversas geometrías.....	87
5.2 Correlaciones. Transferencia de masa (en flujo por tuberías, para el flujo turbulento dentro de tuberías, para el flujo en torres de pared húmeda, de flujo paralelo a placas planas, con flujo que pasa por esferas individuales, en lechos empacados, para flujo alrededor de cilindros sencillos).....	91
Ejercicios Prácticos Resueltos.	95
Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Selección del modelo de transferencia de masa: Difusión vs Convección”	102
Caso de Estudio.....	103
Referencias.	104
Apéndice 1. Respuesta a los ejercicios prácticos propuestos.	106
Apéndice 2. Recursos electrónicos de apoyo e instrumentación didáctica.....	113

Introducción.

Estos apuntes se realizaron para que sirvan de guía en el desarrollo del curso de mecanismos de transferencia. Los conceptos básicos de la transferencia de momento, calor y masa se abordan de forma simple para facilitar su comprensión y uso. La redacción en los ejercicios busca introducir al estudiantado con el vocabulario y aplicaciones que verá más adelante en su carrera y en el ejercicio de su profesión. Sin embargo, su solución contempla los procedimientos comunes presentes en la mayoría de los textos relacionados con el tema. A través de los casos de estudio, se fomenta la aplicación de competencias previas y fortalece el razonamiento crítico.

A largo del desarrollo de los temas, se resalta la importancia de los mecanismos de transferencia, que ocurren en muchos otros campos, como: física del suelo, ingeniería en alimentos, ingeniería mecánica, electroquímica, contaminación ambiental, farmacología, procesamiento de polímeros, entre otros. Por lo que, la competencia que adquiera el estudiantado de ingeniería química sobre la solución de problemas en los que intervienen los mecanismos de transferencia y fenómenos que los gobiernan es, por tanto, fácilmente transferible a otros campos.

Sin más preámbulos, se invita al profesorado y estudiantado incursionar en la competencia de la asignatura dándole la relevancia y aplicabilidad que tiene... y espero que estos apuntes sirvan para facilitar su comprensión. La cual, según mi criterio, forma parte de los pilares del proceso de formación de las y los estudiantes de la carrera de ingeniería química.

Tema 1. Análisis Dimensional

La finalidad del análisis dimensional es disminuir el número de variables en un problema considerado y eliminar la información no esencial, lo que permite a su vez, comprender de forma más clara y profunda los procesos físicos involucrados en el problema. Su aplicación abunda en casi todos los campos de la ingeniería, especialmente en el manejo de fluidos, la transferencia de calor y de masa. Cuando aplicamos el análisis dimensional para analizar un fenómeno en particular, debemos tener en cuenta de que existen ciertas variables independientes, otras variables son dependientes y que, además, existen variables que son redundantes o irrelevantes.

Las y los estudiantes de ingeniería química deben tener presente de que, el análisis dimensional es un medio para simplificar un problema que involucre un proceso químico y/o físico, apelando a la homogeneidad dimensional para reducir el número de variables relevantes. Es particularmente útil para: i) presentar e interpretar datos experimentales; ii) analizar problemas que no son susceptibles de una solución teórica directa; iii) realizar un modelado físico; iv) realizar la comprobación de ecuaciones; iv) establecer la importancia relativa de fenómenos físicos particulares; entre otros.

1.1 Técnicas de análisis dimensional.

En ingeniería química, durante la formación de la carrera o en el ejercicio de la misma, se analizan procesos mediante el uso de leyes de conservación que describen los cambios químicos y/o físicos que se imponen. Tales ecuaciones se escriben descriptivamente como:

$$\textit{Acumulación} = \textit{Entradas} - \textit{Salidas} + \textit{Generación} \qquad \text{Ec. 1.1}$$

para cada especie química determinada, cada uno de los términos de esta ecuación contienen cantidades físicas, como constantes, parámetros y variables.

Las constantes fluctúan o varían lo mínimo, prácticamente no cambian dentro del espacio y durante el tiempo que las usamos. Las constantes son inherentes al comportamiento del universo. Algunas constantes definidas son exactas como la permeabilidad del vacío. Sin embargo, la mayoría de las constantes son medibles, por ejemplo, la constante de gravedad y la velocidad de la luz en el vacío.

Los parámetros son cantidades físicas que no cambian en el contexto de un proceso físico o químico. Los parámetros no son inherentes a el funcionamiento del universo, se relacionan el proceso físico o químico en

específico. Por lo tanto, los parámetros cambian de un proceso físico o químico a otro.

Las cantidades físicas que más varían en un proceso son, como su nombre lo indica, variables. Las cuales se clasifican en dos tipos: independientes y dependientes. Las variables independientes especifican y definen las condiciones físicas o procesos químicos, establecen aquellas interacciones pertinentes entre nosotros y el proceso físico o químico. Por lo tanto, podemos cambiar las variables independientes directamente a través de nuestra interacción con el proceso físico o químico. Las variables dependientes responden a nuestra interacción con el proceso, a nuestro cambio de una variable independiente.

La medida o propiedad cualitativa de una cantidad física recibe el nombre de dimensión, y su valor cuantitativo o número asignado a la dimensión se llama unidad. Las dimensiones que son independientes una de otra son denominadas dimensiones básicas o fundamentales o primarias. Tenemos siete dimensiones fundamentales: longitud (L), tiempo (t), masa (M), temperatura termodinámica (θ), cantidad de materia (N), intensidad luminosa (C), y corriente eléctrica (I). En el sistema internacional (SI), que es canónico hoy en día, sus unidades son: metro, segundo, kilogramo, Kelvin, mol, candela y amperio. Pero pueden utilizarse otros sistemas de unidades, por ejemplo, la longitud y temperatura se miden con el pie (ft) y grados Rankine (R), respectivamente, en el sistema inglés. La combinación de las dimensiones básicas da origen a las dimensiones combinadas o derivadas como la velocidad, que resulta de la combinación de longitud entre tiempo (Lt^{-1}) (Cengel y Cimbala, 2020).

El análisis dimensional proporciona relaciones entre las variables dependientes y un número mínimo de variables independientes. El análisis dimensional consta básicamente de tres etapas:

- i) Se hace una lista de las cantidades físicas (variables relevantes) que describen el sistema.
- ii) Se obtienen los números adimensionales, que son las expresiones algebraicas, es decir, fracciones, donde tanto el numerador como el denominador son potencias de las cantidades físicas con la dimensión física total igual a la unidad.
- iii) Se encuentra una relación o funcionalidad entre los números adimensionales sin la ayuda de ninguna ecuación gobernante (leyes físicas).

La implementación del análisis dimensional se puede hacer a través del método de Rayleigh y del teorema π de Vaschy-Buckingham. Estas técnicas se fundamentan en el principio de la homogeneidad dimensional que estipula que las dimensiones a cada lado de un signo de igualdad de una ecuación física deben ser las mismas, así como, en todos los términos aditivos dentro de la ecuación (Ruzicka, 2008). A continuación, se definen cada uno de estos procedimientos, su ejemplificación se presenta en la sección de ejercicios resueltos:

- 1) Método de Rayleigh.- consiste en obtener la dependencia de una cantidad física o variable como una ecuación potencial de otras variables o cantidades relevantes en el sistema analizado. La expresión matemática para un sistema de n variables (v) es:

$$v_j = \varphi \prod_{i=1, i \neq j}^{n-1} v_i^{e_i} \quad \text{Ec. 1.2}$$

en la que φ es una constante adimensional cuyo valor se determina de forma experimental. Los valores de los i -énimos índices o potencias se calculan mediante el principio de homogeneidad dimensional. La expresión final que se obtiene puede reagruparse para obtener números o grupos adimensionales de interés para la descripción del sistema.

- 2) Teorema de π de Vaschy-Buckingham.- fue propuesto por Buckingham en 1941, es una formalización del método de análisis dimensional de Rayleigh. El teorema establece que el número de cantidades adimensionales π (Pi) que quedan después de realizar un análisis dimensional es igual a la diferencia entre el número de cantidades relevantes del problema y el número máximo de éstas que son dimensionalmente independientes. El número máximo de cantidades dimensionalmente independientes siempre será igual o menor que el número de dimensiones fundamentales necesarias para escribir todas las ecuaciones dimensionales. En términos matemáticos el teorema afirma que, para un sistema físico descrito por un cierto número (n) de variables físicas (v), es decir:

$$f(v_1, v_2, \dots, v_n) = 0 \quad \text{Ec. 1.3}$$

en las que las variables se expresan en k dimensiones fundamentales o cantidades físicas independientes. Entonces el comportamiento original se describe mediante una ecuación que involucra un conjunto de $p = n - k$ números o grupos adimensionales, π , construidos a partir de las variables originales:

$$\bar{f}(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) \quad \text{Ec. 1.4}$$

Los grupos adimensionales son formulados calculando los índices o exponentes utilizando la igualdad:

$$\pi_i = v_i \prod_{j=1, j \neq i}^k v_j^{e_j} \quad \text{Ec. 1.5}$$

Debemos tener presente que, el teorema de Buckingham sólo proporciona una forma de generar conjuntos de números o grupos adimensionales y no elegirá las cantidades o variables más "significativas físicamente".

Posteriormente, se identifican los números π . De ser necesario y posible, se manipulan entre ellos para obtener números adimensionales conocidos. Finalmente, se establece una relación entre ellos, considerando a un número π_1 dependiente de los otros:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \dots, \pi_p) \quad \text{Ec. 1.6}$$

También es posible obtener números adimensionales cuando se aplica el criterio de homogeneidad dimensional a ecuaciones diferenciales, ya sea ordinarias o parciales, en las cuales están presentes las leyes físicas que gobiernan a el proceso. Esta técnica recibe el nombre de adimensionalización de ecuaciones diferenciales.

1.2 Grupos adimensionales y correlaciones.

Para realizar una mejor descripción de los fenómenos químicos y físicos presentes en los procesos de los diferentes sistemas en ingeniería química, y en general, en todo el campo la ingeniería, hacemos uso de grupos adimensionales, mejor conocidos como números adimensionales. Los números adimensionales son expresiones algebraicas en forma de fracciones, donde tanto en el numerador como en el denominador son potencias de cantidades físicas o variables con la dimensión física total igual a unidad (Cengel y Cimbala, 2020).

Entre las ventajas que presentan el uso de los números adimensionales es la disminución en la cantidad de variables con que se describe un sistema, dando como consecuencia la disminución en los experimentos necesarios para obtener una correlación entre los números adimensionales existentes en el proceso analizado. Cuando los números adimensionales se forman correctamente, tienen una interpretación física clara y, por tanto, contribuyen a la comprensión física del fenómeno estudiado (Alhama López y Nicolás Madrid, 2015). En la tabla 1 se definen algunos números adimensionales más utilizados

en el flujo de fluidos, transferencia de calor y transferencia de masa. Se sugiere a las y los estudiantes complementarla usando las referencias utilizadas en la elaboración de estos apuntes y bibliografía de la asignatura.

Tabla 1.1 Descripción de algunos números adimensionales

Número adimensional	Expresión matemática	Descripción	Aplicación principal	VARIABLES
Reynolds, Re	$Re = \frac{\rho v l}{\mu}$	Describe el predominio de las fuerzas de inercia sobre las fuerzas viscosas que se producen en los sistemas de flujo	Momentum	ρ es la densidad del fluido v es una velocidad característica del fluido (p. ej., velocidad en la línea central, velocidad máxima u otra)
Froude, Fr	$Fr = \frac{v}{\sqrt{gl}}$	Relaciona la fuerza de inercia y la fuerza gravitatoria. Es significativo en el caso de flujos de superficie libre donde la fuerza de gravedad es predominante en comparación con otras fuerzas.		l es una longitud característica del flujo (p. ej., canal longitud, radio, diámetro u otro), μ es la viscosidad dinámica del fluido.
Euler, Eu	$Eu = \frac{F}{\rho v^2 d^2}$ $= \frac{P}{\rho v^2}$	Es la relación de la fuerza de presión y la de inercia		g es la aceleración de la gravedad F es la fuerza de presión
Prandtl, Pr	$Pr = \frac{\mu C_p}{k}$	Contempla la razón de la difusividad de momentum y la difusividad térmica.	Calor	C_p es el calor específico k es la conductividad térmica
Nusselt, Nu	$Nu = \frac{hl}{k}$	Compara la transferencia de calor por convección y conducción desde una superficie.		h es el coeficiente de transferencia de calor por convección D difusividad másica k_c coeficiente de transferencia convectiva de masa
Schmidt, Sc	$Sc = \frac{\mu}{\rho D}$	Asocia el fenómeno de viscosidad cinemática entre la difusión másica. Ilustra las características de mezcla del sistema, incluidas la falta de homogeneidad y su duración.	Masa	
Sherwood Sh , (o Nusselt para masa)	$Sh = \frac{k_c l}{D}$	Asocia el fenómeno de viscosidad cinemática entre la difusión másica. Ilustra las características de mezcla del sistema, incluidas la falta de homogeneidad y su duración.		

La física del fenómeno se comprende estableciendo una correlación o “funcionalidad” entre los números adimensionales adecuados. En esta asignatura de mecanismos de transferencia se analizan las correlaciones empíricas para la transmisión de calor y masa en función de la fuerza que impulsa la velocidad del fluido. Bajo estas restricciones, el flujo de calor se da por convección forzada y natural. En la convección natural, la velocidad del flujo de calor es impulsada por las fuerzas de flotación debidas a las variaciones de densidad generadas por el calentamiento, que se contemplan en el número de Grashof (Gr), por lo que, la velocidad del flujo depende de las variaciones de temperatura del fluido (Welty y col., 2014):

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad \text{Ec. 1.17}$$

La transferencia de masa por convección natural, en la que el flujo es impulsado por el gradiente de densidades debidas a las variaciones de concentración, es comparativamente rara, aunque se pueden derivar correlaciones semejantes a las del flujo de calor:

$$Sh = f(Gr, Sc) \quad \text{Ec. 1.18}$$

En la transferencia de calor o masa por convección forzada la velocidad del flujo se genera por medios externos y es independiente de las variaciones de temperatura o concentración en el fluido hasta una buena aproximación, aunque a menudo se incorporan los cambios de viscosidad debidos a las variaciones de temperatura. Las correlaciones empíricas para dicha transferencia suelen relacionar los flujos adimensionales (número de Nusselt y de Sherwood) con el número de Reynolds (relación entre la convección y la difusión del momento) y el número de Schmidt (relación entre la difusión del momento y la masa)(Geankoplis, 2014):

$$Nu = f(Re, Pr) \text{ y } Sh = f(Re, Sc) \quad \text{Ec. 1.19}$$

En los temas 3 y 5 de estos apuntes se analizan y ejemplifican dichas correlaciones.

1.3 Similitudes y principios de escalamiento.

Cuando uno ejerce la carrera de ingeniería química generalmente es factible ocuparse de la implementación industrial de procesos en los que toma lugar la conversión química o microbiológica del material en conjunción con la transferencia de masa, calor y cantidad de movimiento. También se incluyen reacciones químicas heterogéneas y la mayoría de las operaciones unitarias. Estos procesos dependen de la “escala”, es decir, se comportan de manera

diferente a pequeña escala (en laboratorios o plantas piloto) que a gran escala (en producción). Por lo tanto, el desarrollo del proceso implica el escalamiento y la gestión de su operación y mantenimiento, en el que se pueda comenzar con una idea y luego pasar del laboratorio a la planta comercial (Alhama López y Nicolás Madrid, 2015).

Por otra parte, es comprensible que en aplicaciones de ingeniería química se requiera siempre encontrar formas de simular estos procesos en “modelos” para obtener conocimientos que luego les ayuden a diseñar nuevas plantas industriales. En ocasiones, se enfrentan al mismo problema por otro motivo: ya existe una instalación industrial pero no funciona correctamente, en todo caso, deben llevarse a cabo mediciones adecuadas para descubrir la causa de estas dificultades y dar una solución.

El aumento o disminución de la escala en los procesos implica la elaboración de modelos que reducen el tiempo desde la idea hasta la comercialización y los costos del esfuerzo. En la construcción del modelo se deben considerar todas las características significativas del proceso a escala. Así, el modelo es una réplica exacta de la planta comercial, que llamamos "prototipo". Los modelos a escala real pueden proporcionar información muy precisa, pero su construcción requiere mucho capital y consume largos periodos de tiempo. Si los tamaños del modelo y del prototipo son significativamente diferentes, es poco probable que podamos lograr una similitud completa y el proceso a escala pequeña será totalmente diferente que a escala comercial. Por lo que se requieren de modelos adecuados para predecir con precisión las características del prototipo, es decir, el régimen de control del modelo debe ser idéntico al régimen de control del prototipo, es decir, que se comporten de forma similar, aunque sean más pequeños que sus prototipos (Bolster y col, 2011).

El análisis dimensional proporciona una ley de similitud o similaridad para el fenómeno considerado. La similitud en este contexto implica una cierta equivalencia entre dos fenómenos físicos que en realidad son diferentes. La similitud significa que una estructura, o un proceso, y una parte de ella parecen ser iguales cuando se comparan. En ingeniería química las similitudes que más se aplican son (Anaya-Durand y Pedroza-Flores, 2008):

- *Similitud geométrica.* - establece que, el modelo y el prototipo son geoméricamente similares si todas sus escalas de longitud correspondientes, incluidas la superficie y la rugosidad, son proporcionales.
- *Similitud mecánica.* - comprende tres criterios o subsimilitudes que son la similitud estática, la similitud cinemática y la similitud dinámica. La

similitud estática exige que dos objetos geoméricamente similares tengan una deformación relativa para una tensión aplicada constante. La similitud cinemática significa que las partes constituyentes de un modelo y un prototipo de mecanismo o proceso en traslación siguen trayectorias o líneas de flujo similares si el modelo y el prototipo son geoméricamente similares. La similitud dinámica exige que la relación de las fuerzas que inducen la aceleración sea igual en los lugares correspondientes de mecanismos o procesos geoméricamente similares.

- *Similitud térmica.* – se produce cuando la relación de la diferencia de temperatura en los lugares correspondientes de un mecanismo o proceso geoméricamente similar es igual.
- *Similitud química.* - exige que la relación de las diferencias de concentración en todos los lugares correspondientes del modelo y del prototipo sea igual. Por lo tanto, nuestro modelo y el prototipo también deben ser similares desde el punto de vista geométrico, mecánico y térmico.

En términos matemáticos, la similitud implica que si tenemos una relación entre los números adimensionales:

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_p) \quad \text{Ec. 1.20}$$

π_1 no cambia aunque cambien las magnitudes físicas contenidas en $\pi_i (i = 2 \dots p)$, siempre que los productos adimensionales permanezcan inalterados. Sea v_j los parámetros físicos o variables a escala original y v'_j los parámetros para el modelo tenemos:

$$v'_j = M_j v_j \quad (j = 2 \dots p) \quad \text{Ec. 1.21}$$

donde M_j es el factor de escala de la j-ésima cantidad física. Para garantizar la completa similitud física entre el modelo y el original, todos los productos adimensionales para el modelo y el original deben ser iguales, es decir, $\pi_i = \pi'_i$.

Ejercicios Prácticos Resueltos.

EPR 1.1. *Aplicación de la homogeneidad de dimensiones y unidades.* La transferencia de masa en fase gaseosa en una torre de aspersión utilizando un flujo de gas en remolino es importante para el diseño de la torre e interesante para la comprensión del fenómeno. Javed y col. (2006) reportaron que la correlación para evaluar el coeficiente global de transferencia de masa, $K_g a$ ($\text{kmol s}^{-1} \text{m}^{-3} \text{atm}^{-1}$), en un amplio intervalo de operación de flujo de gas axial está dada por la siguiente ecuación empírica:

$$K_g a = 10.5 G^{0.71} D^{-0.47}$$

donde G es el caudal del gas en $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ y D es el tamaño medio de las gotas en μm . ¿Cuál es la ecuación correspondiente si $K_g a$ se da en $\text{lbmol}/(\text{h ft}^2 \text{atm})$, el caudal del gas en $\text{lb}/(\text{ft}^2 \text{h})$ y el diámetro medio de las gotas en ft ?

Solución.

Una ecuación empírica no sigue el principio de homogeneidad adimensional, es decir, que las dimensiones sean las mismas en ambos lados del signo de la igualdad. Para dar respuesta a este ejercicio se emplea el análisis de las unidades de las dimensiones empleando las equivalencias del sistema internacional (SI) al sistema inglés.

Datos

Desarrollo

Considerando 5 cifras significativas después del punto decimal para minimizar el error por el cambio de segundos a horas.

$$1 \text{ ft} = 0.30480 \text{ m}$$

$$1 \text{ lb} = 0.45360 \text{ kg}$$

$$1 \text{ lbmol} = 0.45359 \text{ kmol}$$

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

Sea $K'_g a$, G' y D' las variables de la correlación expresadas en las nuevas unidades tenemos:

$$D = D' \left| \frac{0.3048 \text{ m}}{1 \text{ ft}} \right| = 0.3048 D'$$

$$G = G' \left| \frac{0.4536 \text{ kg}}{1 \text{ lb}} \right| \left| \frac{1 \text{ ft}^2}{(0.3048 \text{ m})^2} \right| \left| \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right| = 0.00136 G'$$

$$K_g a = K'_g a \left| \frac{0.4536 \text{ kg}}{1 \text{ lbmol}} \right| \left| \frac{1 \text{ ft}^2}{(0.3048 \text{ m})^2} \right| \left| \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right| = 0.00136 K'_g a$$

Entonces:

$$0.00136 K'_g a = 10.5 (0.00136 G')^{0.71} (0.3048 D')^{-0.47}$$

$$K'_g a = \frac{0.16889}{0.00136} G'^{0.71} D'^{-0.47}$$

Por tanto:

$$K'_g a = 124.18382 G'^{0.71} D'^{-0.47}$$

EPR 1.2. *Adimensionalización de una ecuación diferencial que involucra una reacción química.* - Muchas veces realizamos reacciones químicas en el laboratorio en un reactor batch (como un vaso de precipitados) de mezcla perfecta (con un mezclado mediante una barra magnética y una parrilla con agitación). La ecuación que describe el cambio de concentración de una especie química, C_A , en mol/L respecto al tiempo, t , en s considerando una cinética de segundo orden es:

$$\frac{dC_A}{dt} = -k C_A^2$$

Donde k es la constante específica de velocidad de reacción en L/(s mol). Realice la adimensionalización de esta ecuación diferencial y obtenga los números adimensionales que describen el proceso.

Solución.

Debemos considerar todos los parámetros de la ecuación diferencial y los valores extremos de sus variables dependientes. Se trata de una ecuación ordinaria de primer orden, que al momento de resolverla aparece una constante de integración. Para un caso específico, se puede calcular el valor de la constante si se conoce el valor de la función en un punto, p.e. para $t = 0$, se conoce la concentración inicial, $C_A = C_{A0}$, de sistema de reacción.

Datos

Variables: C_A, t

Parámetros constantes: k

Valores extremos de las variables dependientes C_{A0}

Desarrollo

Considerando que:

$$\frac{dC_A}{dt} = -k C_A^2 \quad C_A(t)$$

$$C_A(0) = C_{A0}$$

Se propone la siguiente variable adimensional para la concentración considerando su valor extremo:

$$M = \frac{C_A}{C_{A0}} \quad \text{Concentración adimensional}$$

Entonces:

$$dM = \frac{1}{C_{A0}} dC_A$$

Sustituyendo el valor de dC_A en la ecuación diferencial tenemos:

$$C_{A0} \frac{dM}{dt} = -k (C_{A0} M)^2 = -k C_{A0}^2 M^2$$

$$\frac{C_{A0}}{k C_{A0}^2} \frac{dM}{dt} = -M^2$$

$$\frac{dM}{d(tkC_{A0})} = -M^2$$

de donde tkC_{A0} en un tiempo adimensional y podemos definirlo como θ . Por lo tanto, la ecuación diferencial en términos de las variables adimensionales queda:

$$\frac{dM}{d\theta} = -M^2, \quad M(\theta)$$

para $\theta = 0 \rightarrow M = 1$, es decir, $M(0) = 1$

Y los grupos adimensionales son:

$$M = \frac{C_A}{C_{A0}} \text{ es la concentración adimensional}$$

$$\theta = tkC_{A0} \text{ es el tiempo adimensional.}$$

EPR 1.3. *Adhesión de la mayonesa.* En nuestra cocina tenemos productos alimenticios que nos permiten darle sabor a las cosas, por ejemplo, la mayonesa. Este alimento emulsionado con características “semisólidas” es uno de mis aderezos preferidos. Sus características le permiten adherirse, incluso se puede untar sobre superficies lisas, como en platos, de tal forma que forma una especie de recubrimiento, que se puede poner verticalmente sin que “escurra”. El espesor del dicho recubrimiento, δ , depende de la aceleración gravitacional, g , y de las propiedades de la mayonesa como su densidad, ρ , y esfuerzo de cedencia, τ_0 . Utilice el método de Rayleigh para encontrar una funcionalidad entre las variables.

Solución.

Datos	Desarrollo
Variable \rightarrow dimensión	Aplicando la definición del método de Rayleigh, Ec 1.2
$\delta \rightarrow L$	
$\rho \rightarrow ML^{-3}$	
$\tau_0 \rightarrow ML^{-1}t^{-2}$	$\delta = \varphi \rho^a \tau_0^b g^c$
$g \rightarrow Lt^{-2}$	
	$L = \varphi (ML^{-3})^a (ML^{-1}t^{-2})^b (Lt^{-2})^c$

Se establece un sistema de ecuaciones que iguale los exponentes en ambos lados de la expresión anterior.

$$L: \quad 1 = -3a - b + c$$

$$M: \quad 0 = a + b$$

$$t: \quad 0 = -2b - 2c$$

donde $a = -b$. Sustituyendo este valor tenemos:

$$\begin{aligned} 1 &= 2b + c \\ 0 &= -2b - 2c \end{aligned}$$

Por lo que:

$$c = -1, b = 1, a = -1$$

Finalmente, sustituyendo los valores de los coeficientes obtenemos la solución:

$$\begin{aligned} \delta &= \varphi \rho^{-1} \tau_0 g^{-1} \\ \delta &= \varphi \frac{\tau_0}{\rho g} \end{aligned}$$

EPR 1.4. *Aspersión de un perfume*. En casa tenemos perfumes, generalmente líquidos, que emplean un atomizador o dispersor para poder ponérselos. El dispersor hace que una porción de líquido –“Un chorro de líquido” – fluya a través de una boquilla hacia el aire y se rompa en pequeñas gotas al someterse a perturbaciones, incluso mínimas. En una aproximación muy idealista, el diámetro de las gotas es igual al diámetro de la boquilla del aspersor, d . Su formación depende de las propiedades del líquido como la densidad, ρ , viscosidad, μ , y tensión superficial, γ ; así como de la velocidad media, v , con que el líquido se aspergea y los efectos de la aceleración gravitacional, g . Utilice el teorema del número π para encontrar los números adimensionales que describen este fenómeno.

Solución.

Datos

Desarrollo

Variable \rightarrow dimensión

$$d \rightarrow L$$

$$\rho \rightarrow ML^{-3}$$

$$\mu \rightarrow ML^{-1}t^{-1}$$

$$\gamma \rightarrow Mt^{-2}$$

$$v \rightarrow Lt^{-1}$$

$$g \rightarrow Lt^{-2}$$

1) Se identifican la cantidad de números π ,

No. de variables, $n = 6$

No. de dimensiones independientes, $k = 3$ (M, L y t)

No. adimensionales, $p = 6 - 3 = 3$

2) Se selecciona un grupo de variables núcleo, que en conjunto deben contener todas las dimensiones.

Variables núcleo: ρ, d, v

3) Con las variables independientes (para este caso μ, γ, g) se forman los números π_i con la ecuación 1.5:

$$\pi_1 = \rho^a d^b v^c \mu; \quad \pi_2 = \rho^d d^e v^f \gamma; \quad \pi_3 = \rho^g d^h v^i g$$

4) Se sustituyen la dimensiones de las variables, considerando que los números π_i son adimensionales.

Para π_1

$$M^0 L^0 t^0 = (ML^{-3})^a L^b (Lt^{-1})^c ML^{-1} t^{-1}$$

Para π_2

$$M^0 L^0 t^0 = (ML^{-3})^d L^e (Lt^{-1})^f M t^{-2}$$

Para π_3

$$M^0 L^0 t^0 = (ML^{-3})^g L^h (Lt^{-1})^i L t^{-2}$$

5) Se establece y resuelve el sistema de ecuaciones para encontrar los valores de los exponentes de cada número adimensional.

Para π_1

$$M: 0 = a + 1$$

$$L: 0 = -3a + b + c - 1$$

$$t: 0 = -c - 1$$

de donde $a = -1$; $c = -1$; $b = -3 + 1 + 1 = -1$. Entonces: $\pi_1 = \frac{\mu}{\rho dv}$

Para π_2

$$M: 0 = d + 1$$

$$L: 0 = -3d + e + f$$

$$t: 0 = -f - 2$$

de donde $d = -1$; $f = -2$; $e = -3 + 2 = -1$. Por lo tanto, $\pi_2 = \frac{\gamma}{\rho dv^2}$

Para π_3

$$M: 0 = g$$

$$L: 0 = -3g + h + i + 1$$

$$t: 0 = -i - 2$$

de donde $g = 0$; $i = -2$; $h = 2 - 1 = 1$. Por lo que, $\pi_3 = \frac{dg}{v^2}$

6) Se identifican los números adimensionales y se establece su relación utilizando la Ec. 1.6

Podemos ver que π_1 y π_2 corresponden al inverso del número de Reynolds, Re, y el inverso del número de Weber, We, respectivamente. El número de Reynolds representa la relación entre la inercia y las fuerzas viscosas, mientras que el número de Weber representa la relación entre la inercia y las fuerzas de tensión superficial.

Si aplicamos la operación $\pi'_3 = \pi_3/\pi_2$ se obtiene la relación entre las fuerzas gravitacionales y las fuerzas de tensión superficial representada por el número de Bond:

$$\pi'_3 = Bo = \frac{\rho g d^2}{\gamma}$$

Por tanto, si seleccionamos a Bo como el número dependiente se establece la siguiente relación:

$$\pi'_3 = f\left(\frac{1}{\pi_1}, \frac{1}{\pi_2}\right)$$

Es decir,

$$Bo = f(Re, We)$$

EPR 1.5. *Escalado de unos panquesitos*. Mi tía elabora unos riquísimos “panquesitos” de harina integral con un toque de sabor a canela-vainilla. Tiene bien definida su receta para estos pequeños panques, que contempla la adición de harinas, leche, huevo, otros ingredientes...y, sobre todo, los tiempos de horneado (aprox. 35 min) para que el pan quede “en su punto”. Actualmente, mi tía desea comercializar sus panquesitos, pero ha decidido elaborarlos con un tamaño estándar, no tan pequeños. Desea conocer como cambiaran los tiempos de horneados en su horno si incrementa el tamaño de sus panques.

Para fines prácticos y mostrar la aplicación del escalamiento. Consideremos que la variación de la temperatura, T , en el panque durante el tiempo, t , horneado solo depende de la conducción térmica hacia su interior, despreciando los efectos externos relacionados con transmisión de calor por convección y radiación. Para este caso, la funcionalidad se expresa como:

$$Y = f(Fo)$$

donde

$$Y = \frac{T - T_s}{T_o - T_s} = \frac{\theta}{\theta_c} \text{ variación fraccional de la temperatura}$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{\left(\frac{V}{A}\right)^2} \text{ número de Fourier, es el tiempo relativo}$$

T_s y T_o son la temperatura superficial e inicial en el panque, (V/A) es la relación del área entre el volumen del sistema, y α es la difusividad térmica. Determínese el tiempo de horneado, si la relación (V/A) del panque es 1.5 veces mayor que la de los panquesitos originales.

Solución.

Datos.

Valores promedios reportados en la literatura.

$$\rho = 315 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$k = 0.18 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

$$Cp = 2480 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$t_{\text{panquesitos}} = 35 \text{ min}$$

$$1.5 \left(\frac{V}{A}\right)_{\text{panquesitos}} = \left(\frac{V}{A}\right)_{\text{panque}}$$

$$t_{\text{panque}} = ?$$

Desarrollo

El modelo es el panquesito, mientras que el panque es el prototipo.

Como el horno es el mismo para elaborar tanto los panques como los panquesitos. Además, la temperatura interna de cocción de la masa de los productos debe ser la misma para no cambiar sus propiedades organolépticas y reológicas. Entonces debemos considerar que existe una similitud térmica, es decir:

$$\left(\frac{\theta}{\theta_c}\right)_{\text{modelo}} = \left(\frac{\theta}{\theta_c}\right)_{\text{prototipo}}$$

La similitud geométrica contempla:

$$\left(\frac{V}{A}\right)_{\text{modelo}} = \frac{2}{3} \left(\frac{V}{A}\right)_{\text{prototipo}}$$

Considerando que existe una similitud térmica, entonces:

$$(Fo)_{\text{modelo}} = (Fo)_{\text{prototipo}}$$
$$\left(\frac{\alpha t}{\left(\frac{V}{A}\right)^2}\right)_{\text{modelo}} = \left(\frac{\alpha t}{\left(\frac{V}{A}\right)^2}\right)_{\text{prototipo}}$$

$$t_{\text{prototipo}} = \frac{\left(\frac{V}{A}\right)_{\text{prototipo}}^2}{\left(\frac{V}{A}\right)_{\text{modelo}}^2} \frac{\alpha_{\text{modelo}}}{\alpha_{\text{prototipo}}} t_{\text{modelo}}$$

Las propiedades térmicas y físicas del panque como son la capacidad calorífica, Cp, conductividad térmica, k, y densidad, ρ , cambian durante el tiempo de horneado, ya que son función del contenido de humedad, porosidad, propiedades elásticas de la masa, etc. Sin embargo, para este caso las consideraremos constantes. Entonces:

$$\text{difusión termica} = \alpha = \frac{k}{\rho Cp} = \text{constante}$$

$$\alpha_{\text{modelo}} = \alpha_{\text{prototipo}}$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$t_{prototipo} = \frac{\left(\frac{V}{A}\right)_{prototipo}^2}{\left(\frac{V}{A}\right)_{modelo}^2} t_{modelo} = \left(\frac{\left(\frac{V}{A}\right)_{prototipo}}{\left(\frac{V}{A}\right)_{modelo}}\right)^2 t_{modelo}$$

$$t_{prototipo} = (1.5)^2(35) = 78.75 \text{ min}$$

Ejercicios Prácticos Propuestos.

EPP 1.1. *Extracción de sustancias activas.* Una de las etapas presentes en la extracción de sustancias activas de una matriz sólida (p.e. plantas o vegetales triturados) es la difusión interna a través de los poros de la fase sólida. Generalmente, los fragmentos de plantas o vegetales son considerados como pequeñas esferas de radio R suspendidas en una fase líquida. Esta difusión interna se modela utilizando la 2ª ley de difusión de Fick, que evalúa el cambio de la concentración, $C(r, t)$, de la sustancia activa en la fase sólida en función del tiempo, t , y posición radial, r , asumiendo una resistencia de transferencia de masa externa despreciable y una difusividad efectiva, D_{eff} , constante:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{eff} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right)$$

Con condiciones frontera:

$$\begin{aligned} \text{a } t = 0, 0 < r \leq R, \quad C(r, 0) &= C_0 \\ \text{en la superficie para } t > 0, \quad r = R, \quad C(R, t) &= C_i = 0 \\ \text{en el centro } r = 0 \text{ para } t > 0, \quad \left. \frac{\partial C(r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} &= 0 \end{aligned}$$

Realice la adimensionalización de la ecuación diferencial e identifique los grupos adimensionales obtenidos.

Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Similitudes y escalamiento en Ingeniería Química”

En esta presentación electrónica en PowerPoint se resumen los conceptos básicos de similitudes y su aplicación en el escalamiento. Se anexa en los apéndices, y se puede acceder a ella a través de la liga:

https://zacatepectecnm-my.sharepoint.com/:p/g/person/juan_po_zacatepec_tecnm_mx/EfngLjxSNxBNjOd8UjpWtLIBAA03KMtrfiEAfr9b8XGnlIQ?e=afbSvZ

Caso de Estudio

“Mezclado de líquidos con viscosidad semejante”

El mezclado es una de las operaciones más importantes en la industria química y de procesos. En el desarrollo de este caso de análisis, las y los estudiantes de la carrera de ingeniería química conceptualizarán e interpretarán los fenómenos más importantes que involucra dicha operación.

1. Investigue y describa la importancia del mezclado en la industria química y de procesos. Explique el efecto que tiene el mezclado sobre la apariencia y estabilidad de tres productos (químicos, alimenticios, fármacos, etc.) presentes en su casa.
2. El tiempo característico y potencia de mezclado son esenciales para el diseño y dimensionamiento de agitadores. A partir de estos parámetros, se selecciona el tipo de agitador y condiciones de operación óptimas durante este proceso. operación. Determine los números π para evaluar:
 - a) *La potencia característica de mezcla.* - El consumo de energía, P , de un agitador que opera bajo condiciones establecidas depende de las propiedades físicas (densidad, ρ , y viscosidad, μ) del líquido, de los parámetros geométricos (diámetro del agitador, d) y parámetros del proceso (velocidad del agitador, n).
 - b) *Tiempo característico de mezcla (θ).*- es el tiempo requerido para mezclar dos fluidos de densidad y viscosidad similares hasta que sean molecularmente homogéneos, en el que, además de los parámetros geométricos, físicos y de proceso, interviene la difusividad (D) de un fluido en el otro.
 - c) *Condiciones óptimas para la homogeneización de mezclas líquidas.*- en la que, si se conocen las características de potencia y tiempo de mezcla para una serie de tipos de agitadores comunes en condiciones de instalación favorables, se puede determinar las condiciones óptimas de funcionamiento haciendo la pregunta: ¿Qué tipo de agitador opera dentro del tiempo de mezcla deseado (θ) con el menor consumo de energía (P) y por lo tanto el trabajo de mezcla mínimo ($P\theta = \min$) en un sistema dado de materiales y un recipiente dado (diámetro del recipiente D)?
- 3) En la literatura existen varios reportes sobre los gráficos de operación, número de potencia (N_p) vs Reynolds (Re), para la agitación en tanques cilíndricos con diferentes tipos de agitadores. Utilizando la información de la Tabla 1. 2 realice lo siguientes incisos:



- i) Construya un gráfico de N_p vs Re en la escala apropiada y responda las siguientes preguntas: ¿Por qué N_p se vuelve constante a valores altos de Re ? ¿Por qué N_p disminuye al incrementar el número de Reynolds en intervalo de valores bajos- menores de 10^2 ? ¿Qué consideras que sucede para geometría CF2 en intervalos de valores de Re en donde N_p presenta un ligero incremento?
- ii) ¿Qué comportamiento muestra el gráfico para los diferentes impulsores? Realiza la propuesta de un modelo matemático (función) que describa de forma adecuada los datos experimentales y obtén el valor de sus parámetros.
- 4) Calcule la potencia necesaria para el funcionamiento de un mezclador industrial con un diámetro del tanque de 6 pies y diámetro del agitador de 2.5 pies que opera a 15 rpm, el fluido que se mezcla tiene una viscosidad de 30 cP y un peso específico de 0.85. Para hacer esto, se realiza una prueba en modelo a escala del agitador, que es de 10 pulg. de diámetro. El único fluido existente en el laboratorio tiene un peso específico de 0.80 y una viscosidad de 20 cP. ¿Se puede utilizar este fluido para dicho experimento? Explique.

¿qué tamaño de tanque se debe usar para el modelo? y ¿qué tan rápido se debe girar el agitador? Si se usa el fluido existen en el laboratorio.

Con el experimento diseñado correctamente, usted ejecuta la prueba y descubre que se necesitan 150 W para operar el modelo en el laboratorio. ¿Cuánta energía se necesitaría para operar el mezclador industrial?

Nota observe que 3) $N_p = f(Re, \frac{d}{D})$

Tabla 1. 2. Datos similares a los de operación para el mezclado en tanques cilíndricos con una misma relación de d/D . (d = diámetro del impulsor, D = diámetro del tanque)

Re	Np	
	CF1 	CF2 
1	59	90
2.5	22	35
10	5.5	8
20	3.4	4.9
100	2.8	4
1000	2.7	4.8
7500	2.7	5.5
20000	2.7	5.5

Tema 2. Transferencia de Cantidad de Movimiento

En el ejercicio de la ingeniería química, día a día, estamos en contacto con el manejo de fluidos con propiedades diferentes y aplicaciones diversas en la industria de procesos químicos, procesamiento de polímeros, biológicas, alimentarias, farmacéuticas, entre otras. Estas propiedades van desde los simples líquidos incompresibles (newtonianos), es decir, fluidos como el agua, los aceites, líquidos orgánicos, diversas fracciones del petróleo, etc., hasta los complejos no lineales (no newtonianos) como espumas, emulsiones, espumas, suspensiones, pastas, etc., así como fluidos compresibles (gaseosos) como el aire, nitrógeno, etc. La relación entre las fuerzas motrices y distribución de caudales de los fluidos es relevante para el diseño de equipos que incluyen el transporte, la compresión/expansión/ bombeo, extrusión, filtración, fluidización, mezcla y atomización, entre otros.

En este tema 2 se abordan los conceptos básicos para comprender el concepto de entidad de transferencia de momentum, así como los conceptos de viscosidad y su estimación. La obtención de los perfiles de distribución de velocidad y esfuerzos es tema propio de la asignatura de Balance de Momento, Calor y Masa.

2.1 Mecanismos de transferencia de Momentum.

La transferencia de momento en un fluido implica el estudio de su movimiento y de las fuerzas que producen estos movimientos. Debemos considerar que el momentum o momento de un fluido se refiere al producto de la masa del fluido por su velocidad, mv , sin olvidar que la velocidad, v , es un vector. Por tanto, la resultante de esta operación también es un vector, con una magnitud y dirección.

El fluido es un material que no resiste la deformación (líquido y gas). En contraste de los sólidos, que tienden a mantener su forma, los fluidos son libres de deformarse, pero no del todo. Un fluido que se deforma está sometido a fuerzas de fricción internas, derivadas de la interacción entre sus moléculas cuando se mueven unas respecto a otras. De acuerdo a la hipótesis del "continuo", que se cumple para sistemas cuyas dimensiones son mucho mayores que el recorrido libre medio de las moléculas, una partícula de fluido se define como una colección o un conjunto de moléculas que se mueven con una velocidad que es igual a la velocidad promedio de todas las moléculas contenidas en dicha partícula (Welty, 2014). Bajo esta consideración, un elemento de masa δm que ocupa el volumen δV no experimentan cambios excesivos y podemos definir su propiedad de densidad como:

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \left(\frac{\delta m}{\delta V} \right) = \lim_{\Delta V \rightarrow \delta V} \left(\frac{\Delta m}{\Delta V} \right) \quad \text{Ec. 2.1}$$

que se considera como una función puntual que puede ser tratada como una propiedad termodinámica del sistema. Es decir, matemáticamente la densidad es una función de la posición y del tiempo, $\rho(x, y, z, t)$. Para muchas situaciones, la densidad puede considerarse constante, y entonces hablamos de un "fluido incompresible". Desde un punto de vista termodinámico y/o para consideraciones ingenieriles o más técnicas, la densidad depende de las variables termodinámicas presión y temperatura, en el que los fluidos compresibles significan que la densidad del fluido es sensible a cualquier cambio en la temperatura o la presión (incluye gases y vapores), para un fluido compresible isotérmico, la ley de estado del fluido relaciona la densidad con la presión (Bird y col. 2014). Si la densidad no varía o varía poco con los cambios de presión o temperatura, el fluido se denomina incompresible (incluye los líquidos).

Cualquier fluido puede estar sometido a tres tipos de fuerzas, a saber:

1. La fuerza de gravedad (fuerza del cuerpo: actúa sin contacto físico).
2. Fuerza de presión (fuerza superficial: requiere contacto físico para su transmisión).
3. Fuerza de cizallamiento (aparece en caso de fluidos dinámicos) (fuerza de superficie).

El momento es una propiedad del sistema, así como la masa y la energía, y puede definirse como una concentración de propiedad ρv . Si aplicamos al "sistema" o "volumen de control" (el sistema es el fluido dentro de una región definida o contenedor como tubería, tanque, bomba, etc) la ley de conservación de momento para describir el comportamiento del flujo del fluido:

$$\text{Acumulación} = \text{Entradas} - \text{Salidas} + \text{Generación} \quad \text{Ec. 2.2}$$

obtenemos la ecuación de Navier-Stokes para el sistema:

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v v) + \nabla \cdot \tau - \nabla p + \rho g \quad \text{Ec. 2.3}$$

Los términos ∇p y ρg corresponden a la generación de momento por unidad de volumen debido a la fuerza de presión y fuerza de gravedad, respectivamente. La parcial de la concentración de momento con respecto al tiempo mide la acumulación. Los otros dos componentes en la expresión anterior corresponden a los dos mecanismos de cómo se transfiere el momento. El primero de ellos refiere al movimiento macroscópico general del fluido, que está asociado al término inercial dentro del volumen de control y describe la *convección* del gradiente de velocidad. Al aplicar el operador de gradiente a un vector se añade otra componente direccional, por lo que, el gradiente del vector velocidad es un tensor de segundo rango que consta de nueve componentes separados en tres dimensiones.

Este término no-lineal de la ecuación de Navier-Stokes contiene la contribución correspondiente al Flux $\left(\frac{\text{Flujo de propiedad}}{\text{área de transferencia}}\right)$ convectivo de momento. El Flux por convección representa el transporte reversible de momento a través del área del sistema y se define como:

$$J_{momentum}^{convección} = (\rho v)v \quad \text{Ec. 2. 4}$$

El segundo componente involucra los esfuerzos o tensiones que causan el transporte molecular de momento debido a las fuerzas que actúan sobre las moléculas individuales. Contempla la transferencia de momento gobernada por la naturaleza viscosa del fluido, que genera la fricción, dentro del propio fluido (fricción del fluido) y entre una superficie sólida y su fluido "mojador" (fricción superficial), en ambos casos cuando se produce un movimiento relativo. Dicho Flux de momento por el mecanismo de *difusión* se expresa como:

$$J_{momentum}^{difusión} = \tau \quad \text{Ec. 2. 5}$$

donde τ es el tensor de esfuerzos que para el sistema cartesiano está dado como:

$$\tau = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zx} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 2. 6}$$

Cada componente en la matriz corresponde a los flujos convectivos de momento a través de planos de área unitaria perpendiculares a las direcciones

de las coordenadas. El primer índice de la matriz se refiere a la cara sobre la que actúa el esfuerzo mientras que el segundo índice indica la dirección en la que éste actúa.

Desde un punto de vista matemático, el transporte de momento se presenta por la contribución del momento lineal y momento angular (momento no-lineal). El momento lineal es el componente del Flux por difusión de momento. Mientras que el momento angular es representado por el Flux por convección.

Ahora analicemos un transporte de momento bajo un enfoque más ingenieril. Para ello, consideraremos el comportamiento o régimen de velocidad macroscópica media del fluido, utilizando el comparativo de fuerzas de inercia entre fuerzas viscosas que se establece en el número de Reynolds (Re). Entonces podemos clasificar los regímenes de flujo como:

- 1) Flujo laminar. – se presenta cuando el fluido se desplaza en forma de capas paralelas, sin mezcla lateral: las capas adyacentes se deslizan sin perturbarse entre sí. En otras palabras, no existen remolinos ni corrientes que se crucen perpendicularmente. Bajo estas condiciones, el Flux de momento que prevalece es el difusivo.
- 2) Flujo turbulento. – se caracteriza por cambios caóticos en las propiedades del fluido, como la presión, y en la trayectoria de su velocidad, tanto en el espacio como en el tiempo. Por encima de un determinado umbral de magnitud de velocidad se generan vórtices o remolinos que fluctúan rápidamente en muchas dimensiones que transportan partículas de fluido de forma irregular e interactúan entre sí. Es por ello, que el Flux por convección es el mecanismo dominante en el transporte de momento.
- 3) Flujo de transición. – refiere al cambio de flujo laminar a turbulento y se produce en un incremento muy pequeño del flujo. Es un régimen inestable; que debe evitarse ya que sus características no son uniformes ni reproducibles.

Los valores del número de Reynolds para clasificar los regímenes de flujo dependen de las propiedades de los fluidos y sistemas de flujos. Por ejemplo, el valor de Re en el que se produce la transición del flujo laminar al turbulento es aproximadamente 2100, en las aplicaciones habituales de ingeniería que contemplan el flujo de líquidos newtonianos en tuberías. A partir de valores de Re de 4000 el flujo turbulento está completamente desarrollado (Geankoplis, 2014).

Para visualizar mejor el experimento de Reynolds desarrollado en 1883 se sugiere al estudiantado ver videos en la red en la que se reproduce dicho experimento.

2.2 Ley de Newton de la viscosidad.

Imaginemos que tenemos dos placas paralelas de área, A , y separadas por un espesor muy pequeño, h , en cuyo espacio se encuentra un fluido en forma de capas finas. La placa superior se mantiene en movimiento a una velocidad constante V en la dirección x , manteniendo siempre la temperatura constante del sistema (Figura 2.1). Debido a la interacción intermolecular, podemos asumir una condición de “no deslizamiento”, donde las moléculas del fluido en contacto directo con la placa superior se mueven a la misma velocidad V y dirección en el eje x de la placa, mientras que las próximas a la placa inferior permanecerán inmóviles. Por lo tanto, existirá un gradiente de velocidad $\frac{dv_x}{dy}$. Recordemos que, el gradiente nos indica la dirección en la cual crece la función, para este caso la velocidad se incrementa en la dirección positiva del eje y (Bird, 2014).

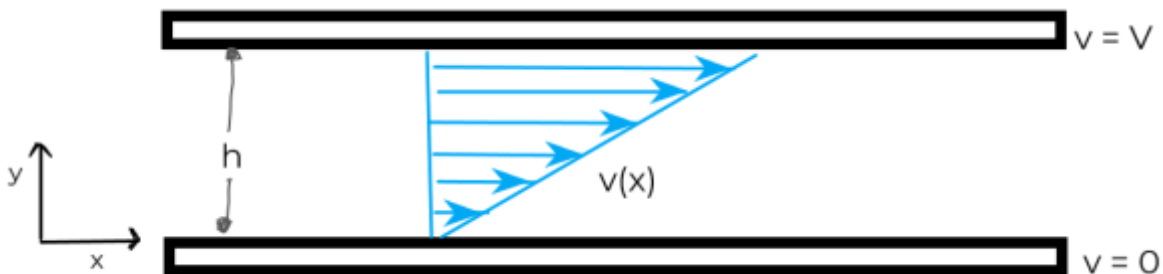


Figura 2.1 Esquema de flujo de un fluido entre dos placas paralelas.

El fluido se deforma debido a fuerzas de fricción internas, que surgen de la interacción entre sus moléculas cuando se mueven unas respecto a otras. A medida que la primera capa de moléculas de fluido, adheridas a la placa superior, se mueve con cierto momento (recordemos que es sólo velocidad considerando a la masa), cizallan contra la siguiente y comienzan a arrastrarlas en la misma dirección. Aunque tendrá un momento ligeramente menor debido a la viscosidad del fluido, que se oponen al movimiento del mismo. Y entonces la segunda capa arrastra a la tercera, y así sucesivamente. En general, el momento del fluido cambia de alto a bajo (se presenta el mismo efecto

sobre la concentración de momento, ρv) a medida que se desciende de la placa en movimiento en la dirección del eje-y negativo (Bird, 2014).

La fuerza friccional o de cizalla ejercida de forma tangencial sobre el área (ubicada en el plano xz) de cada capa de fluido genera un esfuerzo de cizallamiento denotado como $\tau_{y,x}$. Este esfuerzo de cizallamiento no es más que el efecto neto de un flux, “flujo por unidad de área”, de momento en x en la dirección del eje-y negativo. Es importante señalar que dicho Flux es siempre perpendicular a la dirección del flujo del fluido. El perfil de esfuerzo de cizallamiento se muestra en la Figura 2.2

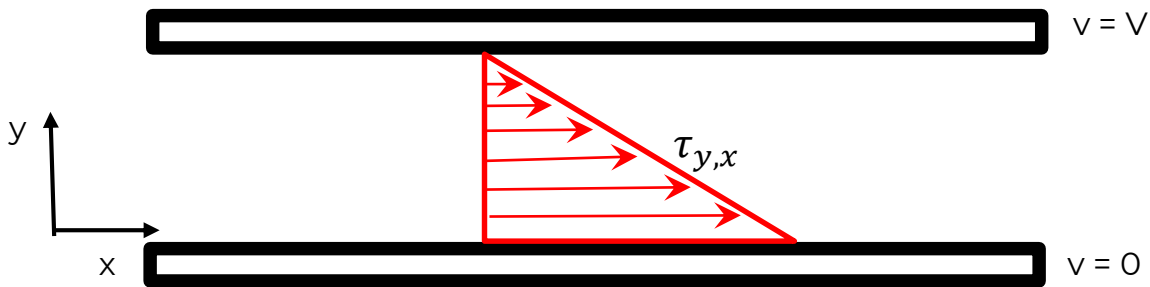


Figura 2.2 Perfil del esfuerzo de cizalla para un fluido que se desplaza entre dos placas paralelas

La viscosidad, definida como una propiedad del fluido que se opone o “resiste” al flujo o movimiento, se puede evaluar mediante la siguiente relación:

$$\mu = \frac{\tau_{y,x}}{\left(-\frac{dv_x}{dy}\right)} \quad \text{Ec. 2.7}$$

Para un fluido Newtoniano, la viscosidad es independiente del gradiente de velocidad (aunque puede variar según la temperatura o presión). Por lo tanto, la ecuación anterior puede reescribirse como:

$$\tau_{y,x} = -\mu \frac{dv_x}{dy} \quad \text{Ec. 2.8}$$

que indica que el esfuerzo de cizalla actúa en una dirección opuesta al gradiente de la velocidad del fluido, es por ello, que aparece el signo negativo. El esfuerzo de cizalla también es un flux de momentum, por lo que puede evaluarse como:

$$\tau_{y,x} = -\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{d(\rho v_x)}{dy} = -\nu \frac{d(\rho v_x)}{dy} \quad \text{Ec. 2.9}$$

donde ν es la viscosidad cinemática o coeficiente de difusión de momento. De manera general, la componente del esfuerzo de cizalla se define como $\tau_{i,j}$, donde i se refiere a la dirección donde se transporta el momento y j corresponde a la dirección del componente de la velocidad del fluido. La generalización de la ecuación 2.9 para un flujo tridimensional es:

$$\tau_{y,x} = -\left(\frac{\mu}{\rho}\right) \frac{d(\rho v_x)}{dy} = -\nu \frac{d(\rho v_x)}{dy} \quad \text{Ec. 2.10}$$

donde i y j representan las direcciones x , y o z , $\delta_{i,j}$ es la delta de Kronecker ($\delta_{i,j} = 0$ si $i \neq j$, y $\delta_{i,j} = 1$ para $i = j$), y para varios fluidos $\lambda = -2\mu/3$.

2.3 Reología.

Hoy en día, es cotidiano que tengamos contacto con palabras con connotación reológica, ya sea de forma premeditada o sin pensarlo. Hablamos de consistencia, textura y viscosidad cuando describimos las características de productos alimenticios, fármacos, cosméticos, poliméricos, entre otros; con implicaciones tanto positivas como negativas. Así, por ejemplo, hablar de una crema cosmética “espesa y cremosa” nos da una percepción positiva, nos invita usarla y podría hacer que percibamos una sensación de buena humectación en el momento de untarla en nuestra piel; mientras que, una crema demasiado “fluida y pegajosa” nos trasmite una idea contraria. Como consumidores, buscamos productos peculiares que satisfagan nuestras necesidades. En el caso de las pinturas, nos interesa que sean consistentes cuando están almacenadas, pero al agitarlas y aplicarlas con brochas o cepillos se diluyan; a continuación, se vuelvan a espesar y se adhieran a la superficie recubierta. Características propias un fluido tixotrópico. La descripción, ajuste y control basado en las propiedades reológicas es una parte importante en numerosas aplicaciones, que incluyen: la tecnología de la síntesis, el procesamiento, la elaboración de materiales y el desarrollo de productos, control de calidad, entre otras.

El estudio de las propiedades de la materia que determinan su comportamiento o “reacción” cuando es sometida a deformaciones y flujo es tema de la reología. Esta ciencia tuvo su génesis a principios del siglo pasado, en 1930 aproximadamente. Se puede considerar que la reología persigue dos

objetivos principales. El primero de ellos consiste en establecer la relación entre las fuerzas aplicadas y los efectos geométricos (deformaciones) inducidos por estas fuerzas. El segundo objetivo consiste en establecer relaciones entre las propiedades reológicas del material y su estructura molecular. Esto está relacionado con la estimación de la “calidad de los materiales”, la comprensión de las leyes de los movimientos moleculares y las interacciones intermoleculares (Mendez Montealvo, 2010).

La reología hace uso de conceptos básicos y ecuaciones de estado para interpretar el comportamiento de la materia cuando es sometida a esfuerzo o deformaciones. Los esfuerzos son el resultado de la aplicación de una fuerza sobre un área. Entre los principales esfuerzos contemplados por la reología tenemos los esfuerzos de compresión, tensión y cizalla (Figura 2.3). Cuando se aplica una fuerza a un cuerpo provoca variaciones geométricas o deformaciones, que se evalúan en términos de deformación de Cauchy, deformación de Hencky o deformación de cizalla (Figura 2.3)

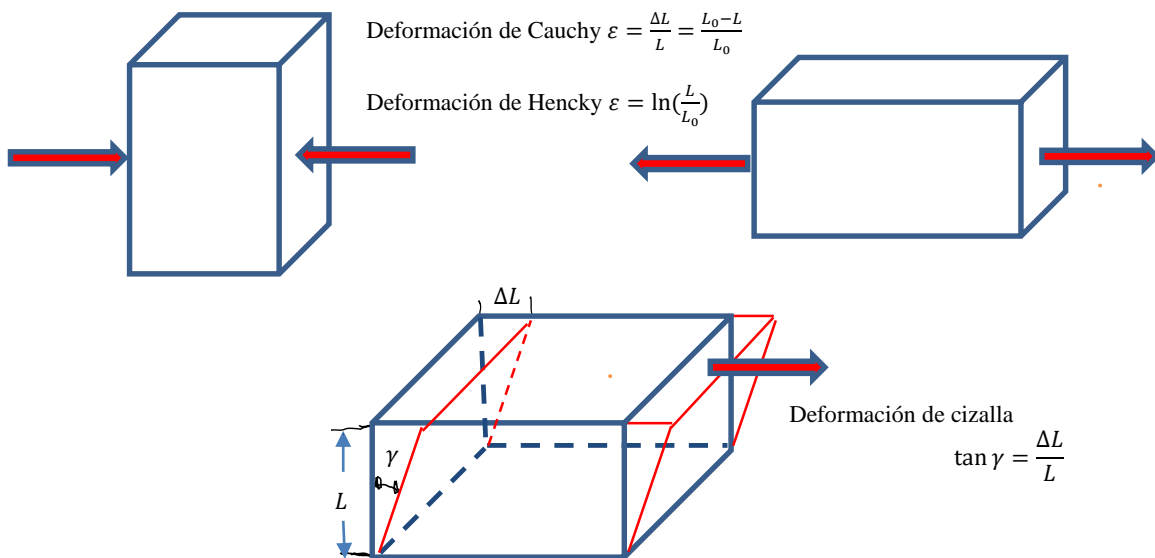


Figura 2.3 Esfuerzos de tensión, compresión y cizalla.

La descripción del comportamiento reológico de la materia presenta dos límites definidos como líquido ideal y sólido ideal. El líquido ideal está representado por la ley de Newton de la viscosidad descrita en el subtema 2.2. El sólido ideal es descrito por la ley de Hooke de la deformación, que establece una relación proporcional de la deformación que sufre un cuerpo y la fuerza que se le aplica. Toda la demás materia tiene características viscoelásticas, es decir, contribuciones viscosas como si fuese un líquido y elásticas como un sólido.

En estos apuntes solo nos enfocaremos en la aplicación de los conceptos reológicos para interpretar el comportamiento al flujo por parte de los fluidos. No es competencia de la asignatura de Mecanismos de Transferencia dominar todo el campo de estudio de la reología. Para lograr esto, debemos diferenciar entre el comportamiento reológico de los fluidos y los modelos reológicos o ecuaciones de estado usados para interpretar los datos reológicos experimentales que describen dicho comportamiento (Rao, 2014).

El comportamiento reológico de los fluidos es la respuesta física, asociada a su estructura e interacciones moleculares, observada cuando son sometidos a esfuerzos de cizalla o deformaciones de cizalla, p.e, al momento de fluir. Los datos experimentales se reportan a través de reogramas (Figura 2.4), que pueden ser curvas de flujo (se grafican los esfuerzos de cizalla vs velocidades de deformación de cizalla) y/o curvas de viscosidad (valores de viscosidad vs esfuerzo de cizalla o velocidad de deformación de cizalla). De acuerdo a su comportamiento al flujo los fluidos se clasifican en:

- 1) Fluidos Newtonianos. - Son todos aquellos que siguen la ley de Newton de la viscosidad, es decir, su viscosidad es independiente del esfuerzo o deformación aplicada. Presentan una relación lineal entre el esfuerzo y la velocidad de deformación.
- 2) Fluidos no-Newtonianos. - Son en los que el esfuerzo de cizalla depende de la velocidad de deformación de forma no-lineal. Los fluidos no newtonianos se caracterizan además por su comportamiento independiente del tiempo o en función del mismo.
- 3) Fluidos viscoelásticos. - Son un tipo de fluidos no newtonianos que vuelven, parcial o totalmente, a su forma original después de que se libera el esfuerzo de cizalla o velocidad de deformación de cizalla aplicados.

Los fluidos no newtonianos cuyo comportamiento no depende del tiempo se dividen en tres subcategorías en función de cómo se desvían del modelo newtoniano. Los plásticos de Bingham requieren de un esfuerzo de fluencia (tensión mínima) antes de empezar a moverse; después de éste, siguen una relación bastante lineal entre el esfuerzo y velocidad de deformación (algunos ejemplos son: lodos de perforación, pasta de dientes, pinturas). Los fluidos fluidificantes por cizalla, también conocidos como reoadelgazantes o pseudoplásticos, requieren de menos esfuerzo de cizalla para producir una tasa de cambio de su deformación a medida que se incrementa el esfuerzo; entre ellos tenemos a la pulpa de papel, sangre, jarabe, melaza, aderezos, etc. Por el contrario, los fluidos espesantes por cizalla, reoespesantes o dilatantes (p.e. suspensiones de almidón, arenas movedizas, suspensiones de arcilla, tintas calcográficas) necesitan de más esfuerzo de cizalla para producir una tasa de cambio en la deformación a medida que el esfuerzo se incrementa. Ni los fluidos pseudoplásticos y ni los dilatantes requieren de un esfuerzo de cizalla

mínimo para iniciar el movimiento. En términos conformacionales se puede pensar que la fluidificación por cizalla en los fluidos se debe a la ruptura de las unidades estructurales debido a las fuerzas hidrodinámicas generadas durante el cizallamiento, mientras que, en el espesamiento por cizalla se debe al aumento del tamaño de las unidades estructurales.

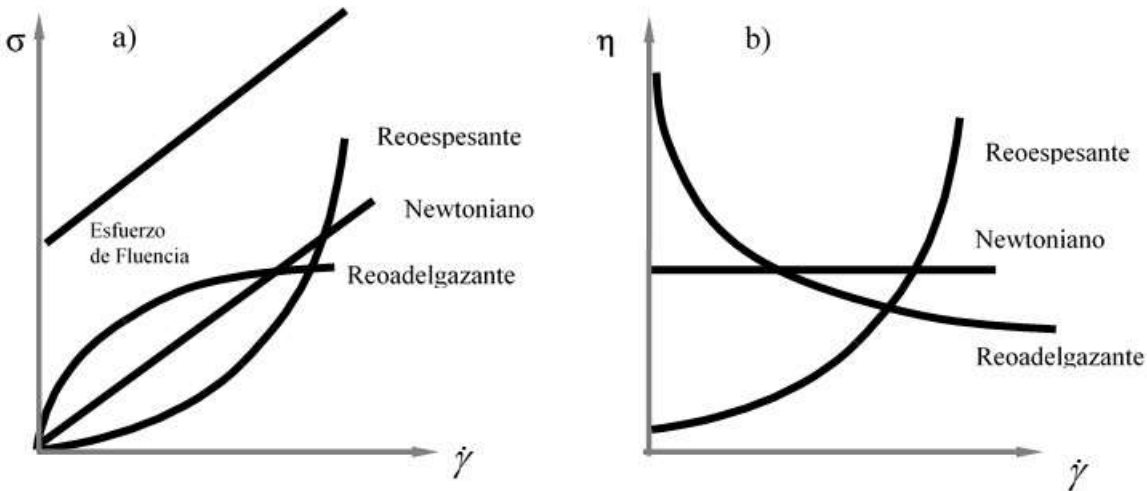


Figura 2. 4 Reogramas: a) Curva de flujo; b) Curva de Viscosidad.

Los fluidos dependientes del tiempo se dividen generalmente en dos subcategorías: aquellos los que se "adelgazan" cuando se aplica una esfuerzo o deformación en el tiempo y los que se "espesan" con dichas aplicaciones. Los primeros se denominan tixotrópicos y los segundos reopécticos o antitixotrópicos. Se ha postulado que la tixotropía está causada por la ruptura de enlaces intermoleculares (probablemente de naturaleza eléctrica) tras el cizallamiento, una disminución de la tensión aplicada da lugar a un nuevo equilibrio y el efecto es reversible. En algunos casos, incluso después de mucho tiempo, la viscosidad aparente puede volver a ser sólo una fracción de su valor original; ejemplos de fluidos con tixotropía son: gelatina, manteca, cremas cosméticas y alimenticias, soluciones de goma xantana, geles acuosos, salsa cátsup, entre otros. El comportamiento reopéctico es poco usual, se ha observado en geles microcristalinos poliméricos, en los que la reopectividad es causada por la formación de enlaces cruzados reversibles (Rao, 2014).

Los modelos de flujo de los fluidos son ecuaciones de estado, es decir, expresiones matemáticas que se ajustan a los datos reológicos experimentales, permitiendo la descripción, la interpretación y la correlación de las propiedades reológicas de los fluidos. Están constituidos por variables que contemplan al esfuerzo de cizalla, velocidad de deformación de cizalla y/o viscosidad aparente. Las constantes o parámetros de estos modelos se han utilizado con

éxito en muchos sistemas industriales para caracterizar y correlacionar respuestas importantes. Los modelos reológicos se utilizan también para derivar expresiones de perfiles de velocidad y los caudales volumétricos en flujos de tubos y canales, y en el análisis de los fenómenos de transferencia de calor y masa. En la literatura acerca de la reología se pueden encontrar numerosos modelos reológicos.

En la tabla 2.1 se muestran algunos de los principales modelos reológicos más comúnmente empleados en los cálculos de flujo de fluido en ingeniería Química. El esfuerzo de cizalla se identifica como τ en las referencias de mecánica de fluidos; pero el símbolo σ para el esfuerzo de cizalla y de η para la viscosidad se emplean con mayor frecuencia en los libros de reología. La ley de Newton de la viscosidad en términos de velocidad de deformación en cizalla se expresa como:

$$\sigma = -\eta \frac{dv_x}{dy} = \eta \left(-\frac{dv_x}{dy} \right) \quad \text{Ec. 2. 11}$$

Sustituyendo las equivalencias de velocidad, $v_x = \left(\frac{dx}{dt} \right)$, y de la deformación de cizalla, $\gamma = |-dx/dy|$, tenemos:

$$\sigma = \eta \left(\frac{d}{dt} \left(-\frac{dx}{dy} \right) \right) = \eta \frac{d\gamma}{dt} = \eta \dot{\gamma} \quad \text{Ec. 2. 12}$$

donde $\dot{\gamma}$ es la tasa de deformación en cizalla o velocidad de deformación en cizalla o, simplemente, tasa de cizallamiento. Para los fluidos no-newtonianos la viscosidad varía respecto al gradiente de velocidades, por lo que requiere de una definición más precisa denominada “viscosidad aparente”, que es la relación del esfuerzo de cizalla frente a la tasa de cizallamiento:

$$\eta_a = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} \quad \text{Ec. 2. 13}$$

2.4 Estimación de la viscosidad.

Viscosidad en gases.

Los gases son moléculas que se mueven en todas direcciones en forma aleatoria. Cada molécula presenta una cierta cantidad de energía. La energía cinética se intercambia mediante una colisión entre moléculas. La energía potencial puede convertirse en energía cinética e intercambiarse por una colisión o puede ser producida o convertida por la interacción con un campo. Bajo este contexto, es posible estimar la viscosidad en gases mediante dos teorías que hacen uso de la información obtenida en el sistema a partir de estos dos tipos energías.

Tabla 2. 1 Modelos de flujo de dos y tres parámetros para describir el comportamiento de los fluidos.

Modelo	Fórmula	Descripción de parámetros (unidades en SI)
Ley de Newton	$\sigma = \eta \dot{\gamma}$	η viscosidad newtoniana (Pa-s)
Plástico de Bingham	$\sigma = \sigma_0 + \eta_0 \dot{\gamma}$	σ_0 Esfuerzo de fluencia (Pa) η_0 Viscosidad de Bingham (Pa-s)
Ley de la potencia	$\sigma = K \dot{\gamma}_a^n$ Con $n < 1$ fluidificación por cizalla $n > 1$ espesante por cizalla $n = 1$ Fluidos Newtonianos	K índice de consistencia (Pa s ⁿ⁻¹) n índice de comportamiento del flujo (adimensional)
Herschel-Bulkley	$\sigma = \sigma_{0H} + K \dot{\gamma}_a^n$ Con $n < 1$ fluidificación por cizalla $n > 1$ espesante por cizalla	σ_{0H} esfuerzo de fluencia (Pa) K índice de consistencia (Pa s ⁿ⁻¹) n índice de comportamiento del flujo (adimensional)
Cross	$\eta_a = \eta_\infty + \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{(1 + (\alpha_c \dot{\gamma})^m)}$	η_0 viscosidad constante de cizallamiento cero (Pa-s) η_∞ viscosidad constante a cizallamiento infinito (Pa-s) α_c constante de tiempo relacionada con el tiempo de relajación del polímero en solución (s) m exponente adimensional
Arrhenius	$\eta_a = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$	A factor preexponencial E_a energía de activación (J/mol) R constante de los gases (8.3145 J/(mol K)) T temperatura (K)

La primera propuesta se fundamenta en la teoría cinética de los gases, se basa en la suposición de que las propiedades de transporte y termodinámicas de un conjunto de partículas de gas pueden obtenerse a partir del conocimiento de sus masas, densidad numérica y distribución de velocidades. Considera que cada partícula de gas es una esfera rígida de diámetro d_p , con masa m_w (kg), y no atrayente. El espacio entre las partículas también debe ser lo suficientemente grande para que podamos aproximar las partículas como puntos, es decir, tenemos una solución muy diluida colisiones perfectamente elásticas. A partir de estos conceptos se llega a la expresión teórica para predecir la viscosidad de los gases:

$$\mu = \frac{2}{3\pi^{\frac{3}{2}}} \frac{\sqrt{mk_bT}}{d_p^2} \quad \text{Ec. 2. 14}$$

donde T es la temperatura (K) y k_b es la constante de Boltzmann ($1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$). Esta ecuación predice que la viscosidad de un gas es independiente de la presión, un resultado que es razonable para presiones de hasta unas 10 atmósferas (gas a baja densidad).

La segunda propuesta predice la viscosidad con mayor precisión, considera el diámetro finito de las moléculas y el campo de fuerzas que existe entre ellas. Se fundamenta en la teoría de Chapman-Enskog que relaciona las propiedades de transporte de los gases en términos de la energía potencial, Φ_u , de interacción entre un par de partículas en el gas. La teoría considera tanto a las fuerzas de largo como las de corto alcance que actúan entre las partículas y abandona el concepto de que las moléculas son sólo esferas rígidas y puntuales. La forma funcional exacta de, $\Phi_u(r)$, no siempre se conoce, aunque en principio puede calcularse mediante la mecánica cuántica; sin embargo, hay valores experimentales en el que el potencial de Lennard-Jones resulta ser una buena aproximación a la verdadera naturaleza de la interacción (Welty, 2014). En la teoría de Chapman-Enskog, la viscosidad para un gas monatómico puro de peso molecular M_w , puede ser escrita en términos de σ_f , ε_f , k_B , y la temperatura absoluta, T , como:

$$\mu = \frac{5}{16\pi^{0.5}} \frac{(k_B M_w T)^{0.5}}{\sigma_f^2 \Omega_\mu} \quad \text{Ec. 2. 15}$$

donde Ω_μ es una función que depende de la temperatura adimensional, $\frac{k_b T}{\varepsilon_f}$, y su forma funcional varía entre $T^{0.6} \rightarrow T^{1.0}$. Este modelo es válido para los gases monatómicos y constituye una buena estimación para los gases poliatómicos, si se conocen los parámetros σ_f y ε_f . Si el gas estuviera formado por esferas rígidas $\Omega_\mu = 1$.

Viscosidad de mezcla de gases.

El modelo de Graham se utiliza para el cálculo de la viscosidad de mezcla de gases cuando los componentes tienen casi el mismo peso molecular. Consiste en asumir que el momento total transferido entre capas adyacentes en un fluido es una suma de los momentos transferidos por cada componente. Por lo que, la viscosidad de una mezcla se aproxima a la suma de los productos de las viscosidades de los componentes individuales (μ_i) y sus fracciones molares (x_i):

$$\mu_m = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i \quad \text{Ec. 2.16}$$

Cuando las relaciones de peso moleculares son diferentes de la unidad, se utiliza el método de Wilke (Bird y col., 2014), que utiliza una ecuación derivada de la teoría cinética simple que se extiende fácilmente a los multicomponentes:

$$\mu_m = \sum_{i=1}^n \frac{y_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n y_j \Phi_{ij}} \quad \text{Ec. 2.17}$$

La evaluación del parámetro de interacción binaria, Φ_{ij} , requiere solo de la viscosidad y peso molecular, M_i , de los componentes individuales:

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j}\right)^{-0.5} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{0.5} \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{0.25}\right]^2 \quad \text{Ec. 2.18}$$

con $\Phi_{ij} = 1$ para $i = j$

El parámetro de interacción para los coeficientes intercambiados se puede evaluar con:

$$\Phi_{ji} = \frac{\mu_j M_i}{\mu_i M_j} \Phi_{ij} \quad \text{Ec. 2.19}$$

Viscosidad en líquidos.

En el caso de los líquidos, el mecanismo de la viscosidad es muy diferente al de los gases. En este caso, las moléculas están constantemente en contacto entre sí y para que una molécula se mueva con respecto a las demás debe pasar una barrera de energía, debido a la necesidad de pasar por encima de otras moléculas. El estado líquido se ha analizado mediante modelos que hacen hincapié en su similitud con los gases (teorías de distribución radial) o los sólidos (teorías de red estructural). Sin embargo, no se ha tenido mucho éxito a la hora de elaborar ecuaciones para predecir la viscosidad de los líquidos. Para

los líquidos simples, una ecuación empírica utilizada es la Eyring y sus colaboradores:

$$\mu = \left(\frac{N_{av} h}{V_m} \right) \exp\left(\frac{3.8T_b}{T}\right) \quad \text{Ec. 2. 20}$$

donde h es la constante de Plank, N_{av} es el número de Avogadro, V_m es el volumen molar, T_b es la temperatura de ebullición y T es la temperatura absoluta (Welty, 2014).

Para el caso de los líquidos, se prefiere utilizar datos experimentales o modelos de flujo para evaluar sus propiedades reológicas.

2.5 Ajuste de la viscosidad por temperatura y presión en gases y líquidos

El efecto de la presión y temperatura sobre la viscosidad de las sustancias en las regiones densas gaseosas y líquidas se ha representado el principio de los estados correspondientes, según el cual las propiedades reducidas de gases y líquidos siguen las mismas relaciones con la presión y la temperatura reducidas dividiéndolas por su valor en el punto crítico. En la literatura del transporte de fluidos se reportan gráficos que muestran una visión global de la dependencia de la viscosidad respecto a temperatura y la presión, teniendo coordenadas a la viscosidad reducida $\mu_r = \mu/\mu_c$ frente a la temperatura reducida $T_r = T/T_c$ para varios valores de la presión reducida $p_r = p/p_c$ (Bird y col., 2014). Se pueden emplear datos experimentales de la viscosidad crítica o utilizar las expresiones:

$$\mu_c = 6.16 \times 10^{-6} \frac{(M_w T_c)^{0.5}}{V_c^{2/3}} \quad \text{o bien} \quad \mu_c = 7.7 \times 10^{-7} \frac{M_w^{0.5} p_c^{2/3}}{T_c^{1/6}} \quad \text{Ec. 2. 21}$$

con el peso molecular (M_w) en g/mol, volumen molar crítico (V_c) en cm^3/mol , temperatura crítica (T_c) en K y presión crítica (p_c) en bar.

Para los gases de baja densidad, la viscosidad aumenta con el aumento de la temperatura. A altas densidades, por arriba de 10 atm generalmente, el incremento de la temperatura provoca que la viscosidad disminuya hasta mínimo, posteriormente, se incrementa gradualmente al aumentar la temperatura (Welty, 2014).

La viscosidad de todos los líquidos simples disminuye con el aumento de la temperatura debido al creciente movimiento browniano de sus moléculas que lo conforman, y generalmente cuanto mayor es la viscosidad, mayor es la tasa

de disminución. Se dice que la energía de activación, E_a , es una medida de la barrera de energía potencial asociada a la fuerza necesaria para producir pasos cuánticos en el movimiento de las moléculas (Rao, 2014)¹⁴. Para los líquidos se utiliza la ecuación de Arrhenius, que se reporta en la tabla 2.1, para determinar los cambios de la viscosidad respecto a la temperatura.

Ejercicios Prácticos Resueltos.

EPR 2.1. *Estimación de la viscosidad de un gas a baja densidad.* Se encuentra etileno, uno de los principales gases en la industria química e importante regulador en varios aspectos del ciclo vital de las plantas, almacenado a una presión de 2.5 atm y una temperatura de 40 °C. Estímese su viscosidad a dichas condiciones mediante la ecuación de Chapman-Enskog.

Solución.

Los parámetros potenciales de Lennard-Jones e integrales de colisión (Ω_μ) de la Tabla D1 y D2 del libro Bird y col. (2015).

Datos

$$P = 2.5 \text{ atm}$$

$$T = 40 \text{ °C} = 313.15 \text{ K}$$

$$M_w = 28.05 \text{ g/mol}$$

$$\sigma_f = 4.228 \text{ Å}$$

$$\frac{\varepsilon}{k} = 216 \text{ K}$$

Procedimiento

$$\text{Se determina el parámetro } \frac{kT}{\varepsilon} = \frac{313.15 \text{ K}}{216 \text{ K}} = 1.45$$

Con este valor, se lee Ω_μ de la Tabla D.2.

$$\Omega_\mu = 1.334$$

Para las unidades en que se reportan los datos, la ecuación que se usa es:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{(M_w T)^{0.5}}{\sigma_f^2 \Omega_\mu} \left(\frac{\text{g}}{\text{cm s}} \right)$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-5} \frac{(28.05 * 313.15)^{0.5}}{(4.228^2 * 1.334)} = 1.049 \times 10^{-4} \left(\frac{\text{g}}{\text{cm s}} \right)$$

EPR 2.2. *Viscosidad en una mezcla binaria de gases.* La combinación de hidrofluorocarbonos (HFC) con un refrigerante natural (dióxido carbono, amoníaco o propano) resultan ser una excelente alternativa para sustituir a los clorofluorocarbonos (CFC) y los hidroclorofluorocarbonos (HCFC). Las propiedades de transporte de los refrigerantes alternativos, como la viscosidad y la conductividad térmica, influyen en la viabilidad económica de los intercambiadores de calor que pueden mostrar una eficiencia cercana a la del ciclo termodinámico con los CFC. Utilice el método de Wilke para calcular la viscosidad de una mezcla binaria de pentafluoroetano (HFC-125) con propano a

1 atm de presión y temperatura de 323.15 K, con porcentaje molar de HFC-125 de 75%, si las viscosidades dinámicas de los componentes puros son de 14.006 y 8.820 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ para el HFC-125 y propano, respectivamente. Compare el valor de la viscosidad de la mezcla estimada con la reportada de forma experimental de 13.191 $\mu\text{Pa}\cdot\text{s}$ bajo las mismas condiciones (Yokoyama y col., 2006).

Solución.

Se asigna el subíndice 1 para las composiciones y viscosidad del HFC-125 y subíndice 2 para las del propano.

Datos

$$x_1 = 0.75$$

$$x_2 = 0.25$$

$$\mu_1 = 14.006 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$$

$$\mu_2 = 8.820 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$$

$$\mu_{m,exp} = 13.191 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$$

$$M_1 = 120.02 \text{ g/mol}$$

$$M_2 = 44.10 \text{ g/mol}$$

$$T = 323.15 \text{ K}$$

$$P = 1 \text{ atm}$$

Desarrollo

Utilizando el modelo de Graham tenemos:

$$\mu_m = \sum_{i=1}^2 x_i \mu_i = x_1 \mu_1 + x_2 \mu_2$$

$$\mu_m = (0.75)(14.006) + (0.25)(8.820) = 12.710 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$$

Porcentaje de desviación respecto a la experimental

$$\%DES\text{V} = \left| \frac{\mu_{m,exp} - \mu_m}{\mu_{m,exp}} \right| \times 100$$

$$\%DES\text{V} = \left| \frac{13.191 - 12.710}{13.191} \right| \times 100 = 3.65\%$$

Utilizando el método de Wilke tenemos:

$$\mu_m = \sum_{i=1}^2 \frac{y_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n y_j \Phi_{ij}} = \frac{y_1 \mu_1}{y_1 \Phi_{1,1} + y_2 \Phi_{1,2}} + \frac{y_2 \mu_2}{y_1 \Phi_{2,1} + y_2 \Phi_{2,2}}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_i}{M_j} \right)^{-0.5} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{0.5} \left(\frac{M_j}{M_i} \right)^{0.25} \right]^2$$

A continuación, se reportan los parámetros:

i=	j=	y_j	Φ_{ij}	$\sum_{j=1}^n y_j \Phi_{ij}$	$\frac{y_i \mu_i}{\sum_{j=1}^n y_j \Phi_{ij}}$
1	1	0.75	1.0000	0.9298	11.2973
	2	0.25	0.7193		
2	1	0.75	1.2328	1.1746	1.8773
	2	0.25	1.0000		

Por lo tanto, la viscosidad de la mezcla es:

$$\mu_m = 11.2973 + 1.8773 = 13.1745 \mu Pa - s$$

$$\%DES\% = \left| \frac{13.191 - 13.1745}{13.191} \right| \times 100 = 0.12\%$$

EPR 2.3. *Viscosidad del metano a densidades altas.* En los procesos químicos es común encontrar fluidos que operan a presiones altas y temperaturas altas (HPHT). Por ejemplo, en la industria del petróleo, dada su creciente demanda del petróleo y gas y a la explotación de yacimientos pocos profundos, se busca perforar pozos más profundos para recuperar las enormes reservas de estos combustibles. La importancia de la viscosidad del gas en la producción y el transporte de petróleo y gas viene indicada por su contribución en la resistencia al flujo de un fluido tanto en medios porosos como en tuberías. La mayoría de estos yacimientos contienen un gas pobre con una concentración alta de metano. De acuerdo a la "Society of Petroleum Engineers" un pozo de presión alta requiere un equipo de control de la presión con una presión de trabajo nominal superior a 680 atm y la temperatura alta se refiere a un valor igual o mayor a 150 °C. Determine la viscosidad del metano bajo estas condiciones.

Solución.

Datos

Propiedades del metano:

$$T_c = 190.7 K$$

$$p_c = 45.8 atm$$

$$\mu_c = 159 \times 10^{-6} \frac{g}{cm \cdot s}$$

$$M_w = 16.04 g/mol$$

$$T = 150 \text{ }^\circ\text{C} = 423.15 K$$

$$P = 680 atm$$

Desarrollo.

Para resolver este problema se utilizará el gráfico basado en el principio de los estados correspondiente. Para ello, primero calculas los valores de presión reducida y temperatura reducida:

$$p_r = \frac{p}{p_c} = \frac{680}{45.8} = 14.847$$

$$= 2.219$$

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{423.15}{190.7}$$

A continuación, se ejemplifica como realizar la lectura en el diagrama de viscosidad reducida. Si no se cuenta con la curva de presión reducida p_r para un valor dado de temperatura reducida T_r , entonces se toman los valores de viscosidad reducida μ_{r2} a una presión reducida mayor, p_{r2} , y el valor de la viscosidad reducida μ_{r1} para una la curva de una presión reducida menor p_{r1} , tal y como se muestra en la Figura siguiente:

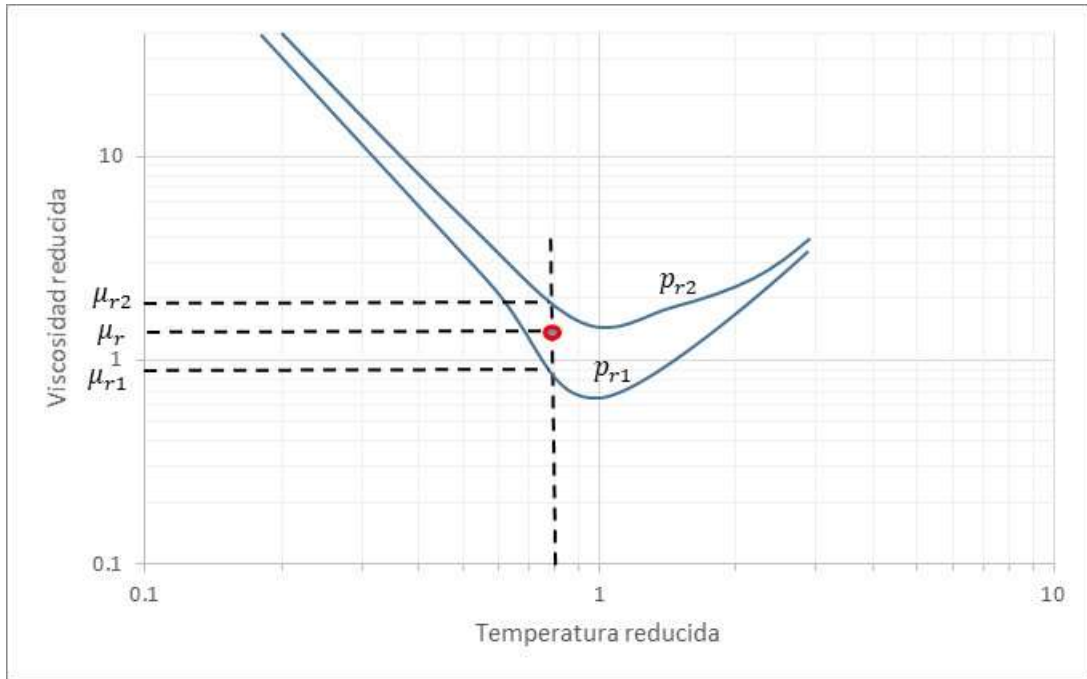


Figura 2.5 Esquema del diagrama viscosidad reducida-temperatura reducida-presión reducida.

Con estos valores se realiza la siguiente interpolación:

$$m = \frac{\ln(\mu_{r2}) - \ln(\mu_{r1})}{p_{r2} - p_{r1}} \quad \ln(\mu_r) = m (p_r - p_{r1}) + \ln(\mu_{r1})$$

donde μ_r es la viscosidad reducida a la temperatura reducida (T_r) y presión reducida (p_r) deseadas. Esto permite minimizar el error en los cálculos. Tomando las lecturas para el metano en el gráfico de viscosidades reducidas, Figura 1.5-1 en el Bird y col. (2014):

a $T_r = 2.219$, $p_{r1} = 10$ la $\mu_{r1} = 1.13$; mientras que a $T_r = 2.219$, $p_{r2} = 25$ la $\mu_{r2} = 3$

Por lo tanto,

$$m = \frac{\ln(3) - \ln(1.13)}{25 - 10} = 0.065$$

$$\ln(\mu_r) = 0.065 (14.847 - 10) + \ln(1.13) = 0.437$$

$$\mu_r = \exp(0.437) = 1.548$$

Finalmente, tenemos que:

$$\mu = \mu_r \mu_c = (1.548)(159 \times 10^{-6}) = 246.14 \times 10^{-6} \frac{g}{cm \cdot s} \text{ o } 2.46 \times 10^{-5} Pa \cdot s$$

EPR 2.4. *Ajuste de datos reológicos a un modelo de flujo.* En la industria química encontramos una gran cantidad de fluidos complejos de importancia, como los polímeros fundidos, fluidos de perforación, lodos, suspensiones, emulsiones, entre otros. En particular, estos fluidos complejos se encuentran en aplicaciones de procesamiento químico en forma de tintes, cementos, tintas de impresión, adhesivos, alimentos y fármacos. En la mayoría de los casos, la medición de la viscosidad de estos fluidos se realiza mediante un reómetro o un viscosímetro. En la tabla 2.2 se reportan los datos experimentales de un polímero, a partir de los datos:

- i) Construya el diagrama de curva de flujo y el diagrama de viscosidad.
- ii) Ajuste los datos a los modelos de ley de la potencia, plástico de Bingham y Herschel-Bulkley (HB), y seleccione el más apropiado para describir el comportamiento reológico.

Tabla 2.2 Datos reológicos experimentales de un polímero.

Velocidad de deformación en cizalla $\dot{\gamma}$ (1/s)	Esfuerzo de cizalla τ (Pa)
1	15
10	31
40	58
80	83
120	103
170	132
230	157
300	190

Solución.

- i) El diagrama de curva de flujo se construye con los datos de esfuerzo de cizalla vs velocidad de deformación en cizalla, mientras que la curva de viscosidad tiene las coordenadas viscosidad vs velocidad de deformación en cizalla. Para este último se debe calcular la viscosidad aparente utilizando la Ec. 2.7. Se utiliza Excel para realizar los cálculos (reportados en la Tabla 2.3) y construir los gráficos. En la Figura 2.6 se aprecia que se trata de un comportamiento no-newtoniano, caracterizado por una fluidificación por cizalla o fluido reoadelgazante o pseudoplástico.
- ii) El ajuste de los datos a los modelos reológicos se realizó en Excel mediante el siguiente procedimiento:

Tabla 2.3 Datos de viscosidad aparente de un polímero, calculada a partir de los datos de la tabla 2.2

Velocidad de deformación en cizalla $\dot{\gamma}$ (1/s)	Esfuerzo de cizalla σ (Pa)	Viscosidad Aparente $\eta_a = \tau/\dot{\gamma}$ (Pa-s)	$\sigma - \sigma_0$, para el modelo HB (Pa)
1	15	15.000	1.78
10	31	3.100	17.78
40	58	1.450	44.78
80	83	1.038	69.78
120	103	0.858	89.78
170	132	0.776	118.78
230	157	0.683	143.78
300	190	0.633	176.78

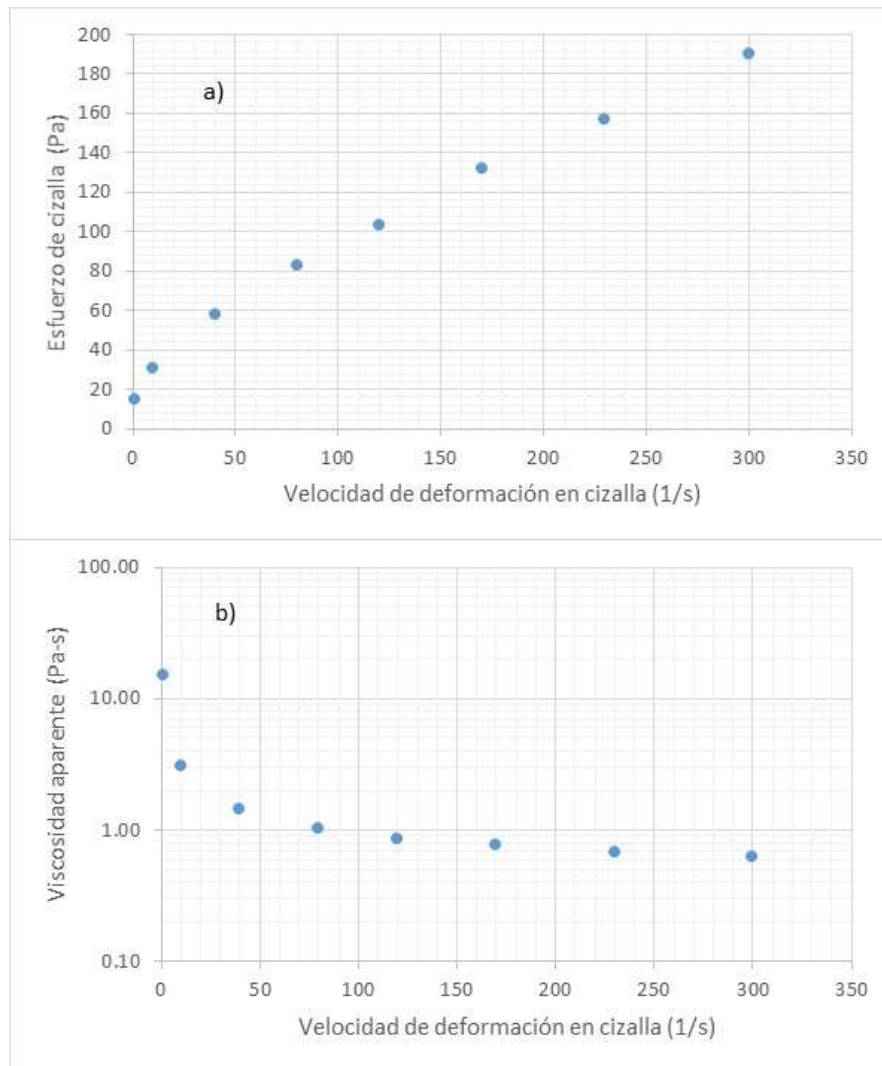


Figura 2.6 Comportamiento reológico de un polímero: a) Curva de flujo, b) Curva de viscosidad.

- 1) Para el modelo de la ley de la potencia y plástico de Bingham se agrega una línea de tendencia a los datos en el gráfico σ vs $\dot{\gamma}$ seleccionando la función potencia $y = Ax^B$ y línea recta $y = y_0 + mx$, respectivamente, donde A proporciona el valor del índice de consistencia, B el índice del comportamiento al flujo, y_0 es el esfuerzo de fluencia y m la viscosidad de Bingham.
- 2) Para el modelo de Herschel-Bulkley se cálculo del esfuerzo de fluencia tomando los valores de los dos primeros pares de datos $(\dot{\gamma}, \sigma)$ y obteniendo la ecuación de la línea recta. Con dicha ecuación, se obtiene el valor del esfuerzo de fluencia a partir de su intersección con el eje vertical cuando la velocidad de deformación en cizalla es cero:

$$m = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\dot{\gamma}_2 - \dot{\gamma}_1} = \frac{31 - 15}{10 - 1} = 1.778$$

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_0}{\dot{\gamma}_2 - 0} = 1.778$$

$$\sigma_0 = \sigma_2 - 1.778\dot{\gamma}_2 = 31 - (1.778)(10)$$

$$\sigma_0 = 13.22 \text{ Pa}$$

Posteriormente, se construye la columna $(\sigma - \sigma_0)$ mostrada en la Tabla 2.3, se construye en Excel el gráfico $(\sigma - \sigma_0)$ vs $\dot{\gamma}$ y se agrega una línea de tendencia con función $y = Ax^B$, donde A proporciona el valor del índice de consistencia, B el índice del comportamiento al flujo. La Figura 2.7 muestra el ajuste de los datos experimentales.

Otra estrategia que se puede utilizar hacer el ajuste de los datos a los modelos de ley de la potencia y Herschel-Bulkley es aplicando una linealización. Dicha técnica consiste es expresar una función $y = Ax^B$ como una línea recta $\ln(y) = \ln A - B \ln(x)$. Por tanto, se graficó en Excel $\ln(\sigma)$ vs $\ln(\dot{\gamma})$ y $\ln(\sigma - \sigma_0)$ vs $\ln(\dot{\gamma})$ para los modelos de la ley de la potencia y Herschel-Bulkley, respectivamente, y agregó una línea de tendencia con una función de línea recta $y = y_0 + mx$, donde y_0 da el valor del logaritmo natural de índice de consistencia y m el valor del índice del comportamiento al flujo. La Tabla 2.4 y Figura 2.8 muestra los datos y el gráfico de la regresión aplicando una linealización.

Tabla 2.4 Linealización de los datos reológicos del polímero.

$\ln(\dot{\gamma})$	$\ln(\sigma)$	$\ln(\sigma - \sigma_0)$ $\sigma_0 = 13.22 \text{ Pa}$
0.000	2.708	0.577
2.303	3.434	2.878
3.689	4.060	3.802
4.382	4.419	4.245
4.787	4.635	4.497
5.136	4.883	4.777
5.438	5.056	4.968
5.704	5.247	5.175

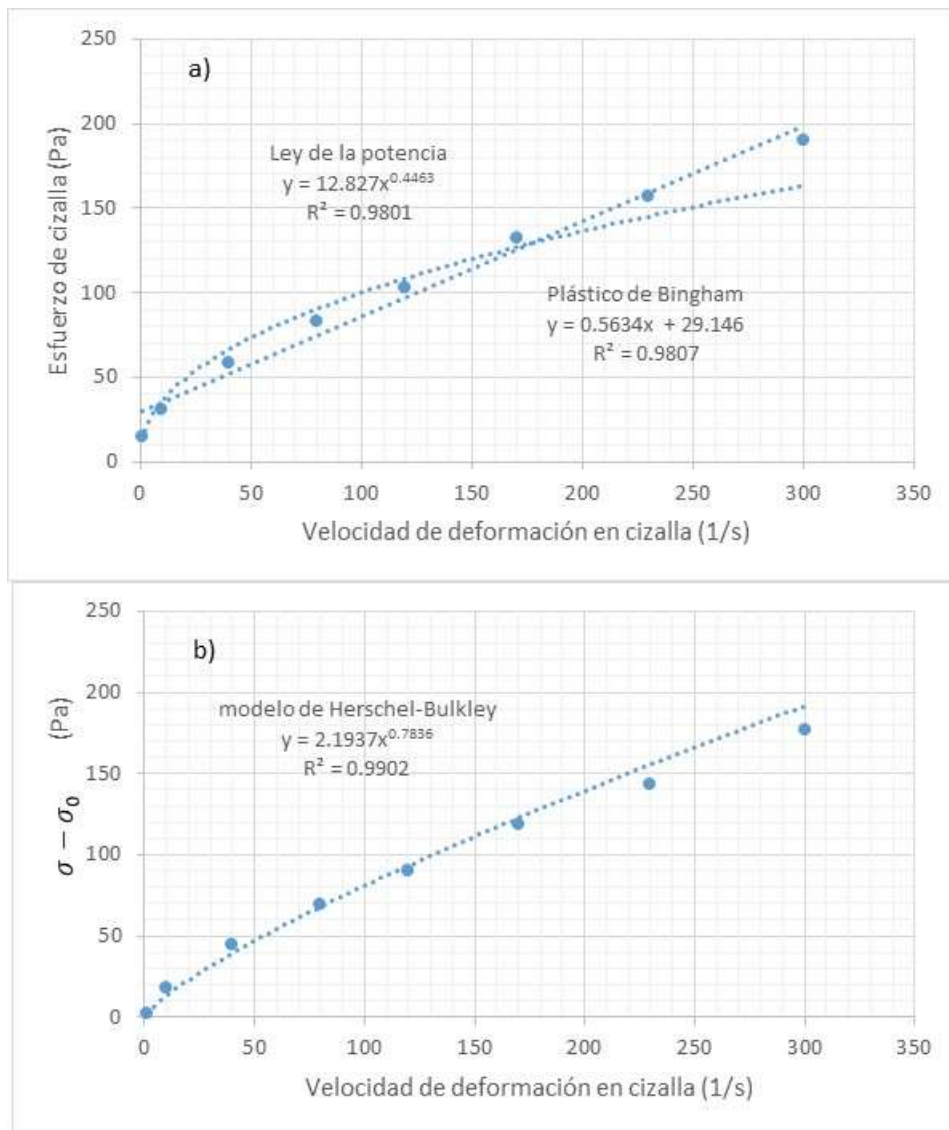


Figura 2.7 Ajuste de los datos reológicos del polímero: a) Ley de la potencia y plástico de Bingham; b) modelos de Herschel-Bulkley.

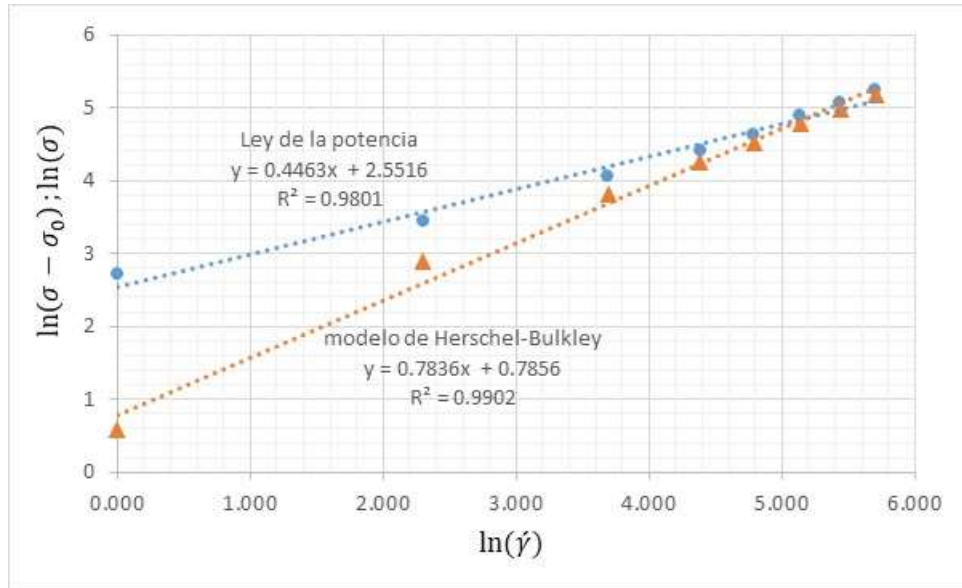


Figura 2.8 Ajuste de los datos reológicos del polímero aplicando la técnica de linealización.

Ejercicios Prácticos Propuestos.

EPP 2.1 Cambios en la viscosidad de un líquido respecto a la temperatura. Calcular el valor del Reynolds generalizado para el flujo de un líquido no-newtoniano a través de una tubería con un diámetro de 5 cm. Este valor se empleará en cálculos ingenieriles que involucran la pérdida friccional. El caudal de líquido en el tubo es de 150 L/min y opera en condiciones isotérmicas a 30 °C. Se tiene conocimiento de que el líquido tiene un comportamiento al flujo que sigue la ley de la potencia. Bajo estas condiciones el número de Reynolds generalizado está dado por la relación:

$$Re_g = \frac{d^n v^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \left(\frac{4n}{1+3n} \right)^n$$

donde, K y n son los parámetros de la ley de potencia que describe el comportamiento al flujo del líquido, ρ es su densidad, v es la velocidad de flujo y d es el diámetro del tubo.

Se cuenta con la siguiente información de laboratorio para el líquido:

$$\rho = 1200 \frac{kg}{m^3}$$

Tabla 2.5 Valores de los parámetros de la ley de potencia ajustados a los datos experimentales.

T (°C)	K (Pa·s ⁿ)	n	r ²
15	0.46	0.49	0.987
20	0.44	0.53	0.991
50	0.39	0.68	0.994

Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Tópicos en Reología”

En esta presentación electrónica en PowerPoint se presentan los conceptos básicos de reología. Se anexa en los apéndices y, además, puede acceder a ella mediante la liga:

https://zacatepectecnm-my.sharepoint.com/:p:/g/personal/juan_po_zacatepec_tecnm_mx/EWBXqX08Y0dGi8FpGYz8W3oBhDsLN0uLE-amIAVbLhqSkw?e=fXXuRY

Recurso Electrónico de Apoyo: Infografía “Instrumentos y equipos para medición de viscosidad”

En esta infografía se muestran los diferentes tipos de mediciones de la viscosidad en líquidos. Se anexa en los apéndices y se puede acceder en la liga:

https://zacatepectecnm-my.sharepoint.com/:b:/g/personal/juan_po_zacatepec_tecnm_mx/EbAdOlaO22VKoqHPynRDuRYBvQR2k-xQhp9lF7tY9x-PPg?e=cWybxq

Caso de Estudio

“Yogur con bajo contenido en grasa”

El yogur es un producto lácteo altamente consumido en México. La textura del yogur está influenciada por varios factores como calidad y composición de la leche, su contenido de grasa y sólidos, tratamiento térmico de la leche, tipo o combinación de microorganismos usados en su fermentación, tiempo de almacenamiento y acidificación, entre otros.

Una Empresa Comercializadora de Lácteos está por lanzar una nueva formulación de yogur, que contempla la adición de un sustituto de grasa. Esta importante empresa de lácteos desea saber cuál de sus formulaciones es la más viable para ser incorporada en el mercado y satisfacer las necesidades de sus consumidores. Por lo que solicita al Instituto Tecnológico de Zacatepec un análisis técnico que permita tomar la mejor decisión respecto al producto, basado en el comportamiento de las propiedades reológicas. Usted, estudiante de la carrera de Ingeniería Química es la o el responsable de llevar a cabo dicho requerimiento.

Las formulaciones presentadas por la empresa son: Fo = yogur control con contenido normal de grasa; F1 = Formulación con sustituto 1; F2 = Formulación con sustituto 2.

Las pruebas reológicas se realizaron en un reómetro con geometría cono-plato. Antes de realizar las pruebas, las muestras recién formuladas fueron agitadas suavemente con una cuchara y se dejaron en una cámara con temperatura de 25 °C hasta lograr el equilibrio térmico. Posteriormente, se aplicó un barrido de rapidez de cizallamiento, $\dot{\gamma}$, de 0-300 s⁻¹ en 5 minutos, seguido de un barrido de 300-0 s⁻¹ en 5 min. Los datos de las pruebas se reportan en la Tabla 2.3.

La entrega de su análisis técnico puede ser mediante una presentación o con un reporte por escrito. Defina con su profesor de la asignatura la opción que usará y las rúbricas a utilizar. En cualquiera de los dos casos deberá responder las siguientes preguntas:

¿Qué es un yogur? ¿Cómo se estabiliza un yogur? ¿cómo se relaciona la estabilidad del yogur con las propiedades reológicas (p. e. esfuerzos de fluencia, tixotropía, etc)?

¿Qué características tiene un sustituto de grasa?, presente algunos ejemplos.

Posteriormente, debe mostrar el análisis y discusión de los datos reológicos de las formulaciones. Para dicho análisis, debe hacer uso de Figuras, modelos reológicos y tablas comparativas de los parámetros reológicos.

Finalmente, debe dar su conclusión del análisis justificando debidamente la respuesta a la pregunta ¿cuál de las formulaciones es la más viable para ser incorporada en el mercado?

Tabla 2. 3. Datos reológicos de las formulaciones del yogurt

Shear rate (s ⁻¹)	Fo		F1		F2	
	A upward Shear Stress (Pa)	A downward Shear Stress (Pa)	A upward Shear Stress (Pa)	A downward Shear Stress (Pa)	A upward Shear Stress (Pa)	A downward Shear Stress (Pa)
1	8.2	7.8	6.5	5.6	8.0	7.3
10	11.0	9.8	9.5	7.8	11.2	10.1
20	13.2	11.6	11.7	9.7	13.3	12.1
30	15.1	13.2	13.6	11.3	15.1	13.7
40	16.8	14.7	15.3	12.9	16.6	15.2
50	18.4	16.1	16.8	14.3	17.9	16.5
60	20.0	17.5	18.3	15.7	19.2	17.7
70	21.4	18.9	19.6	17.0	20.3	18.8
80	22.8	20.2	20.9	18.2	21.4	19.9
90	24.1	21.5	22.2	19.5	22.4	20.9
100	25.4	22.8	23.4	20.7	23.4	21.9
110	26.6	24.0	24.5	21.8	24.4	22.8
120	27.9	25.2	25.6	23.0	25.3	23.7
130	29.1	26.4	26.7	24.1	26.2	24.6
140	30.2	27.6	27.8	25.2	27.0	25.5
150	31.4	28.8	28.8	26.3	27.8	26.3
160	32.5	30.0	29.8	27.3	28.6	27.1
170	33.6	31.1	30.8	28.4	29.4	27.9
180	34.7	32.2	31.8	29.4	30.2	28.7
190	35.7	33.4	32.7	30.4	30.9	29.4
200	36.8	34.5	33.7	31.5	31.6	30.2
210	37.8	35.6	34.6	32.5	32.4	30.9
220	38.8	36.7	35.5	33.4	33.1	31.6
230	39.8	37.7	36.4	34.4	33.7	32.3
240	40.8	38.8	37.2	35.4	34.4	33.0
250	41.8	39.9	38.1	36.3	35.1	34.1
260	42.8	40.9	39.0	37.3	35.7	34.4
270	43.7	42.0	39.8	38.2	36.4	35.7
280	44.7	43.2	40.6	39.3	37.0	36.2
290	45.6	44.7	41.5	40.3	37.6	37.0
300	46.5	46.3	42.3	42.0	38.2	38.1

Tema 3. Transferencia de Calor.

En este tema se introducen los principios básicos para entender las leyes que rigen los mecanismos de transmisión de calor, que son esenciales para el diseño, control y optimización de equipos como intercambiadores de calor, evaporadores, secadores, cristalizadores, entre otros. Estos conceptos nos permitirán resolver problemas prácticos en el ejercicio de la ingeniería química, en los que es necesario evaluar la rapidez con que se transfiere el calor a una diferencia de temperatura específica. La importancia de estos cálculos radica en que, a partir de ellos, podemos dimensionar los equipos necesarios para dicha transferencia y estimar los costos y la viabilidad del proceso.

3.1 Mecanismos en la transferencia del calor (conducción, convección y radiación).

En termodinámica hiciste balances de energía, mediante la aplicación de la 1ra ley de la termodinámica, en varios tipos de sistemas, abiertos o cerrados. Conceptualizaste que existen varias formas de energía, como la energía interna, energía cinética, energía potencial, energía eléctrica, entalpía, entre otras. Pero que solo hay dos formas en como la energía se transfiere que son: trabajo y calor. Definiste calor como la energía que se transfiere debido a la existencia de una diferencia de temperatura entre dos sistemas o dos regiones de un mismo sistema. De hecho, la 2da ley de la termodinámica, que introduce el concepto de entropía, establece que el calor fluye de un lugar de temperatura alta hacia un lugar de temperatura baja (Cao, 2010).

En un análisis termodinámico describes el estado de un sistema de acuerdo a sus características generales, como la temperatura, volumen y presión, desde un punto de vista macroscópico y sin considerar ninguna hipótesis sobre su estado estructural. Es decir, en tu curso de termodinámica analizaste los procesos a través de la sucesión de estados de equilibrio y de las relaciones entre ellos, sin proporcionar ninguna información sobre las tasas de los flujos irreversibles. Es en esta asignatura, mecanismos de transferencia, analizaremos las leyes que relacionan la tasa de flujo de calor, que es un flujo irreversible, con el gradiente de temperatura. En la literatura se reporta que el calor se transfiere por: conducción, convección y radiación. En la mayoría de las aplicaciones de ingeniería se presentan una combinación de dos o de los tres mecanismos (Rajendra Karwa, 2017).

La conducción a través de un sistema se presenta cuando el calor se transfiere por contacto molecular, en el que, las partículas de una sustancia con más energía sustancia transfieren parte de ésta a sus vecinas con menor potencial energético. La conducción puede producirse en un sólido o en un fluido (líquido o gas). En un sólido, la transferencia de energía se produce por las

vibraciones de la red y/o los electrones libres. En el fluido, la transferencia de energía se produce por colisiones y difusión de las moléculas (Cengel y Ghajar, 2020).

La convección se genera cuando un cierto volumen de líquido o gas se desplaza de una región de mayor a una de menor temperatura. Así, el mecanismo de transporte de calor por convección es un fenómeno macroscópico que está vinculado al movimiento del propio medio. La convección se presenta: cuando un fluido fluye sobre un cuerpo que está a diferente temperatura que él; si se mezclan dos fluidos a diferentes temperaturas; y en los procesos de ebullición y la condensación que tienen lugar cuando hay un cambio de fase en el sistema. Cuando el flujo del fluido es impulsado por las fuerzas de flotación, que contemplan la fuerza gravitacional y a las diferencias de densidades, se denomina convección natural o libre. Las diferencias de densidad también pueden ser causadas por los gradientes de composición. Mientras que, la convección forzada surge cuando el fluido es obligado a fluir sobre una superficie o a través de un conducto por algún medio externo como una bomba, turbina, soplador o ventilador, es decir, la convección forzada implica un flujo inducido mecánicamente. En ambos casos, la transferencia por convección siempre va acompañada de la conducción (Camaraza Medina, 2020).

La radiación es, probablemente, el principal mecanismo de transmisión de calor entre moléculas. Es propiciada por la generación y propagación de ondas electromagnéticas en virtud de la temperatura de un cuerpo. Existen dos teorías de la radiación a saber: (i) la teoría ondulatoria de Maxwell, que afirma que la radiación se emite en forma de ondas electromagnéticas, y (ii) la teoría corpuscular de Planck, que afirma que la radiación se emite en cuantos discretos o paquetes de energía. En la práctica se utilizan ambas teorías. La radiación térmica forma parte del espectro electromagnético en el intervalo de longitudes de onda de 0.1 a 10 μm , y se emite en todas las superficies, independientemente de la temperatura. No se requiere de ningún medio para la transferencia radiactiva, pero las superficies deben estar en contacto visual para la transferencia por radiación directa. Los sólidos, los líquidos y los gases pueden irradiar energía, la cual depende tanto de la temperatura como de una propiedad óptica conocida como emisividad (ϵ) del cuerpo (Rajendra Karwa, 2017).

Las leyes que rigen los mecanismos de transferencia de calor son:

- (i) Conducción-Ley de Fourier de la conducción
- (ii) Convección-Ley de Newton del enfriamiento
- (iii) Radiación-Ley de Stefan-Boltzmann

3.2 Ley de Fourier de la transferencia del calor

La transmisión de calor por conducción se rige por la ley de Fourier, la cual establece la relación que existe entre el gradiente de temperatura y flujo de calor. Se trata de una ley empírica, basada en las observaciones experimentales de Biot, pero formulada por el físico matemático francés Joseph Fourier en 1822. Afirma que *“El flux térmico es proporcional a la diferencia de temperatura en x y en $x + dx$ e inversamente proporcional a dx ”* (Fichera, 1992), es decir:

$$q = \frac{Q}{A} \propto \frac{dT}{dx} \quad \text{Ec. 3.1}$$

Si la transferencia es en un medio homogéneo, entonces:

$$Q = -kA \frac{dT}{dx} \quad \text{Ec. 3.2}$$

en la que k es la constante de proporcionalidad denominada conductividad térmica ($\text{Wm}^{-1}\text{s}^{-1}\text{K}^{-1}$ en el SI). k es una propiedad física de una sustancia y caracteriza su capacidad para conducir la energía en forma de calor. El signo negativo en la ec. 3.2 indica que el flujo de calor está en la dirección en la cual la temperatura disminuye.

Si analizamos la ley de Fourier bajo el concepto de Flux de una propiedad (Flujo de energía en forma de calor/área de transferencia) como consecuencia de un gradiente de concentración de dicha propiedad (Concentración de energía -“concentración de entalpía”- ρCpT) en una dirección- x en el espacio, tenemos:

$$q = \frac{Q}{A} = -\frac{k}{\rho Cp} \frac{d(\rho CpT)}{dx} \quad \text{Ec. 3.3}$$

donde $\alpha = \frac{k}{\rho Cp}$ es conocido como coeficiente de difusión térmica (m^2s^{-1} en el SI), que representa la cantidad de energía que se transfiere entre la cantidad de energía que se absorbe en el sistema. Podemos entonces apreciar la similitud existente entre la Ec. 3.3 y la Ec. 2.9, que establecen que el flux de momentum (τ) y el flux de calor (q) se deben al gradiente de concentración de la propiedad (concentración de momento, ρv , y concentración de entalpía, respectivamente). Dicho Flux es un fenómeno difusivo y siempre va en la dirección de mayor a menor concentración de propiedad. Una expresión generalizada para evaluar el flux de calor en un espacio tridimensional y con k constante es:

$$q = -k\nabla T \quad \text{Ec. 3.4}$$

Por otra parte, la ec. 3.2 puede analizarse mediante una analogía con los conceptos de circuitos eléctricos, considerando que no hay reacciones químicas (o nucleares), ni cambios de fase en sistema. Para dicho caso, las resistencias térmicas (R) proporcionan una vía para que fluya el calor, que es una forma específica de energía que atraviesa un límite del sistema, impulsada por la fuerza motriz que impone la diferencia de temperaturas, es decir:

$$Q = \frac{\Delta T}{R} \quad \text{Ec. 3.5}$$

La expresión que define la resistencia se puede obtener resolviendo la ley de Fourier para un sistema definido. Por ejemplo, si se considera un flujo radial de calor a través de un cilindro hueco con longitud L (Figura 3.1) y propiedades uniformes (k constante), en estado estacionario, tenemos:

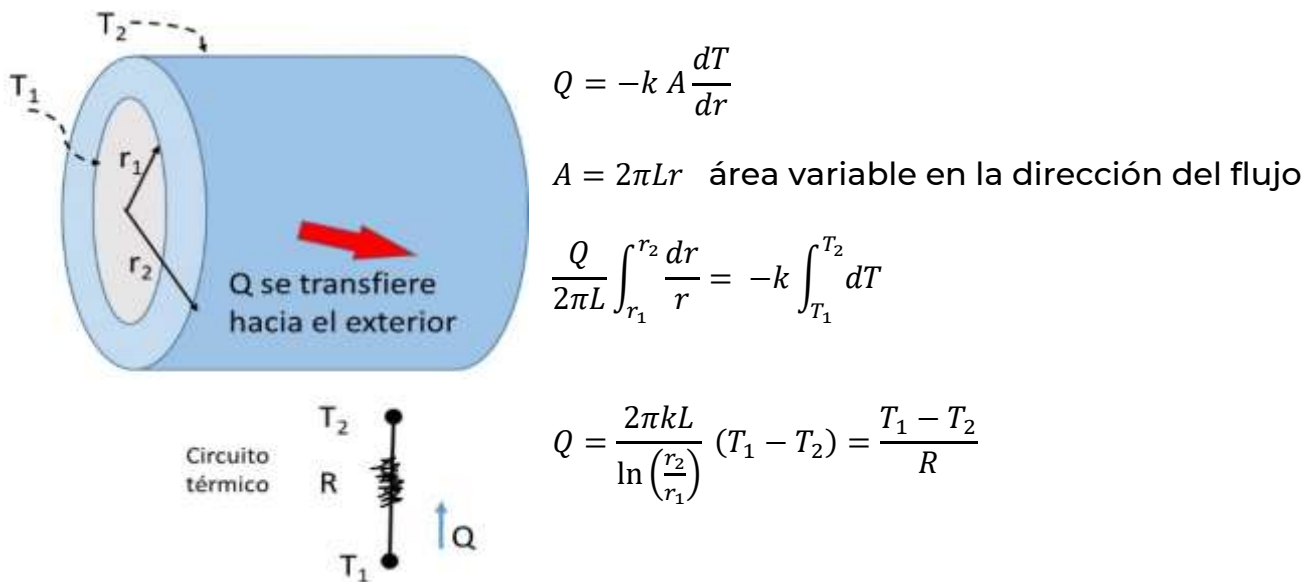


Figura 3.1 Flujo a través de un cilindro hueco, $T_1 > T_2$

En la que la resistencia térmica de un cilindro hueco está definida por la expresión:

$$R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k L} = \frac{(r_2 - r_1)}{k A_{lm}} \quad 3.6$$

donde

$$A_{lm} = \frac{(2\pi L r_2) - (2\pi L r_1)}{\ln\left(\frac{2\pi L r_2}{2\pi L r_1}\right)} = \frac{A_2 - A_1}{\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right)} \text{ es el área media logarítmica}$$

Para obtener la dependencia de la temperatura (perfil de temperatura) en función del radio, $T(r)$, para $r_1 \leq r \leq r_2$ aplicamos el mismo procedimiento anterior:

$$Q = \frac{2\pi kL}{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)} (T_1 - T)$$

$$(T_1 - T) = Q \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{2\pi kL}$$

dividiendo entre la diferencia de temperatura con los valores extremos ($T_1 - T_2$) tenemos:

$$\frac{(T_1 - T)}{(T_1 - T_2)} = \frac{Q \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{2\pi kL}}{Q \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi kL}} = \frac{\ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad \text{Ec. 3.7}$$

Esta expresión indica que la distribución de temperatura en el interior del cilindro es una función logarítmica de los radios.

3.3 Estimación de la conductividad.

La conductividad térmica (k) es una propiedad intrínseca del sistema, referida como una propiedad de transporte, ya que expresa la capacidad que tiene el sistema de transferir calor por unidad de superficie en un determinado tiempo, en presencia de una diferencia de temperatura y sin ningún movimiento neto en una longitud unitaria dentro del sistema. En el SI las unidades de k son $\text{J m}/(\text{s m}^2 \text{ K})$ o $\text{W}/(\text{m K})$. La conductividad térmica depende de la estructura y densidad del material, contenido de humedad, presión y temperatura de operación. Es por ello que, la conductividad varía al cambiar de un material a otro, y para un mismo material cuando existen cambios de fase. Para sistemas homogéneos, tenemos que: $k_{\text{sólidos}} > k_{\text{líquidos}} > k_{\text{gases}}$. En los sistemas heterogéneos, como espumas, emulsiones, sólidos porosos, materiales laminados, entre otros, tienen valores intermedios entre los componentes que integran al sistema. Incluso, en algunos materiales compuestos su conductividad varía dependiendo la dirección espacial que se siga. Tome un instante, realiza una búsqueda de los valores de la conductividad en sistemas homogéneos y compara sus órdenes de magnitud.

La conducción de calor en los gases a condiciones de baja densidad, presión de hasta aproximadamente 10 atm para la mayoría de los gases y temperatura moderada, puede explicarse a nivel molecular a partir de conceptos básicos de la teoría cinética de los gases. En los que, la medida de la energía cinética es proporcionada por la temperatura; y el movimiento aleatorio y colisión de las

moléculas cuando se desplazan de una región de mayor a menor contenido energético, permite el intercambio de energía y de momento entre ellas. De este modo, la energía térmica se transfiere de las regiones de mayor a menor temperatura de un gas por acción molecular o difusión molecular. En consecuencia, la propiedad de transporte que hemos llamado conductividad térmica debe depender de la temperatura del gas, a mayor temperatura, la energía se transporta más rápido (Bergman y Lavine, 2017).

Para predecir la conductividad térmica en gases monoatómicos a baja densidad se puede utilizar la fórmula de Chapman-Enskog:

$$k = \frac{25}{32} \frac{\sqrt{\pi m k T}}{\pi \sigma^2 \Omega_k} \quad \text{o} \quad k = 1.9891 \times 10^{-4} \frac{\sqrt{T/PM}}{\sigma^2 \Omega_k} \quad \text{Ec. 3.8}$$

En la segunda forma de esta ecuación, k está en cal/(cm s K), T en K, σ en Å, y la "integral de colisión" para la conductividad térmica, Ω_k , es idéntica a la de la viscosidad vista en el tema anterior (EPR 2.1). Los valores de $\Omega_k = \Omega_\mu$ se reportan para el potencial intermolecular de Lennard-Jones en función de la temperatura adimensional $\kappa T/\epsilon$. Por ejemplo, en la tabla D.2 ubicada en los apéndices del Bird y col. (2014). En cualquier otra referencia, se debe tener cuidado de homogenizar en las unidades de los parámetros de la ecuación Ec. 3.8.

Al igual que la viscosidad, existen gráficos basados en el principio de los estados correspondientes, en los que se reporta la conductividad térmica reducida para sustancias monoatómicas en función de la presión y temperatura reducidas. Para este caso, se puede realizar procedimientos similares al ejercicio EPR 2.2 intercambiando la viscosidad reducida por la conductividad reducida.

La conductividad térmica de un líquido no es susceptible de un desarrollo cinético simplificado, ya que el comportamiento molecular de la fase líquida no se entiende claramente y en la actualidad no existe algún modelo para aplicaciones prácticas que de buenos resultados. Existen algunas correlaciones empíricas que han tenido un éxito razonable, pero bajo condiciones tan específicas que difícilmente se aplicarían en el ámbito de la ingeniería química. Por ello, se deja al estudiantado y profesorado incursionar en la lectura de las teorías moleculares relacionadas con la fase líquida si así lo creen pertinente. En aplicaciones ingenieriles se emplean datos experimentales reportados para los valores de k , si se realizan experimentos en el laboratorio se debe asegurar de que el líquido está libre de corrientes de convección. En general, se observa que k en los líquidos varía ligeramente respecto a la temperatura y no depende de la presión.

Para los sistemas constituidos por una fase sólida, la conductividad térmica se atribuye a dos componentes: i) debido al flujo de electrones libres; ii) debido a las vibraciones de la red estructural. El primer efecto genera la conducción electrónica, mientras que el segundo efecto se conoce como conducción de fonones. Las propiedades térmicas de la mayoría de los sólidos de interés para la ingeniería se han evaluado, y se dispone de tablas y gráficos de estas propiedades, incluida la conductividad térmica, basta solo con revisar los apéndices de cualquiera de las referencias para flujo de calor dadas en la asignatura de mecanismos de transferencia.

En general para los sólidos, la variación de k se describe como una función lineal de la temperatura:

$$k = k_0(1 + \beta T) \quad \text{Ec. 3.9}$$

donde β es una constante empírica y k_0 es el valor de la conductividad a una temperatura de referencia. Para algunos sólidos porosos y sólidos laminados, la conductividad térmica es una función de la temperatura y posición espacial (Camaraza-Medina, 2020). Para los cálculos de ingeniería generalmente se utilizan valores medidos experimentales de la conductividad térmica. Independientemente del sistema, la evaluación de esta propiedad de transporte se conceptualiza, y puede ser medida, utilizando la ley de Fourier:

$$k = \frac{q}{\left| \frac{dT}{dx} \right|} \quad \text{Ec. 3.10}$$

3.4 Ley de Newton del enfriamiento.

Ya mencionamos en el apartado 3.1, que el transporte convectivo de calor conlleva dos fenómenos simultáneos. El primero es el transporte de energía térmica debido al movimiento molecular (conducción). El segundo es originado por el movimiento de “paquetes” de moléculas del fluido por el efecto una fuerza externa. Cuando la fuerza externa es un gradiente de densidad genera la convección natural; y si la fuerza es generada por una diferencia de presión de algún dispositivo, como un ventilador o bomba, da origen a la convección forzada (Cengel y Cimbala, 2020). Para aplicaciones en Ingeniería Química, el análisis del flujo de calor por convección se asocia al movimiento del fluido en: i) la interfase entre un fluido en movimiento y un sólido estacionario; ii) la interfase entre dos fluidos en movimiento relativo.

La transferencia calor por convección es gobernada por la ley del enfriamiento de Newton, que establece que la intensidad del flux de energía calorífica depende de la diferencia de temperaturas entre los sistemas físicos que interactúan o entre las regiones de un mismo sistema:

$$q = \frac{Q}{A} = h(T - T_{\infty}) \quad \text{Ec. 3.11}$$

en la que Q es el flujo de calor, q es el flux de calor, h el coeficiente de transferencia de calor por convección ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ en el SI), A es la superficie de transferencia, T es la temperatura de la superficie sólida y T_{∞} es la temperatura del medio refrigerante. Newton no definió ni utilizó el coeficiente de transferencia de calor. Es más, no aparece ninguna ecuación en su publicación (Winterton, 1999). La ec. 3.11 es la versión aceptada de su interpretación y sólo se convierte en la ley de Newton cuando se asume que h es constante. A partir de la Ec. 3.11 se puede deducir el concepto de resistencia térmica asociada a la convección, definido por el térmico $R_{conv} = 1/hA$.

El coeficiente convectivo de transferencia de calor no es una propiedad del sistema; es la capacitancia del mismo para transferir calor a través de la interfase sólido-fluido en movimiento o fluido-fluido. Sin embargo, se relaciona con las propiedades del fluido (conductividad térmica, calor específico, densidad y viscosidad), su velocidad de flujo y la geometría de la superficie (Geankoplis, 2014). Dicha relación se establece cuando el calor fluye por conducción a través de la capa límite térmica, que suele ser fina en comparación con el tamaño del objeto físico (excepto en las microescalas), impulsada por una diferencia de temperatura. Es decir, el calor se conduce hacia fluido desde la superficie caliente del cuerpo a través del fluido en la capa límite térmica de espesor δ (Figura 3.2).

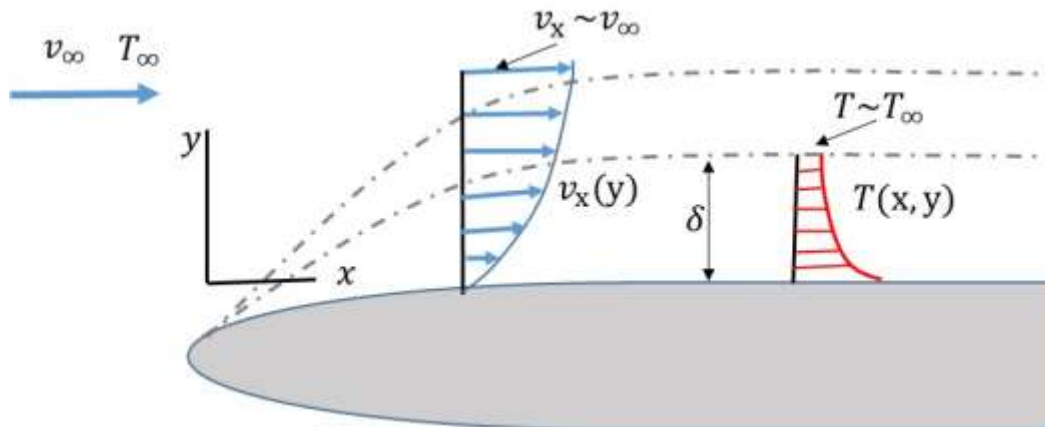


Figura 3.2 Distribución de temperatura y velocidad en la capa límite, mecanismo de convección sobre un cuerpo plano caliente ($T_s > T_{\infty}$).

La Figura 3.2 muestra el perfil de velocidad y el perfil de temperatura para el flujo laminar. Cuando el fluido que fluye en régimen turbulento entra en contacto con la superficie del cuerpo, una capa fina se adhiere a la superficie y permanece esencialmente estacionaria con velocidad cero -"condición de no

deslizamiento". La capa de fluido adyacente a esta capa tiene su velocidad retardada en comparación con la velocidad de la corriente libre debido al efecto de la viscosidad del fluido, y la siguiente capa tiene una velocidad ligeramente mayor, etc. hasta que la velocidad de la corriente libre se alcanza en una capa más alejada de la superficie. La capa límite de velocidad se forma automáticamente cuando un fluido real fluye sobre una superficie, pero la capa límite térmica se desarrollará sólo cuando la temperatura del fluido (T_∞) sea diferente a la de la superficie de la superficie (T_s). Por lo tanto, se establece un perfil de temperatura T con un intervalo $T_s > T > T_\infty$. Las capas límite térmica y de velocidad no serán idénticas, excepto en cuando los coeficientes difusivos térmico y de momento sean idénticos (Ghiaasiaan, 2018).

El coeficiente convectivo de calor, h , es un valor promedio de la transferencia local en el espesor de la película (Figura 3.2) a lo largo de la longitud o del área del cuerpo. Por ello, se conoce también como coeficiente de película, y puede evaluarse a partir del coeficiente de película local, h_x , que depende de la posición (Welty y col., 2014), mediante la expresión:

$$h = \frac{1}{L} \int_0^L h_x dx, \text{ o bien, } h = \frac{1}{A} \int_0^A h_x dA \quad \text{Ec. 3.12}$$

En la asignatura de balance de momento, calor y masa se desarrolla el procedimiento para estimar los coeficientes de convección utilizando cantidades adimensionales (correlaciones del número de Nusselt. En los ejercicios correspondientes a esta asignatura, los valores (o fórmulas) apropiados para h se darán en los enunciados de los ejercicios resueltos o propuestos.

3.5 Ley de Stefan-Boltzmann de la radiación.

Todos los cuerpos emiten radiación por arriba de los 0 K. La radiación emitida por la superficie del cuerpo se origina a partir de la energía térmica de la materia delimitada por la superficie, y la tasa de liberación de energía por unidad de superficie (W/m^2 en el SI) se denomina potencia emisiva de la superficie. La tasa máxima de transferencia de calor por unidad de área está dada por un cuerpo negro, y se determina a partir de la ley de Stefan-Boltzmann:

$$q = \frac{Q}{A} = \sigma T_s^4 \quad \text{Ec. 3.13}$$

donde T_s es la temperatura absoluta en la superficie del cuerpo y σ es la constante de Boltzmann con valor de $5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$ en el SI. El cuerpo negro es aquel que absorbe toda la energía incidente y la emite en la misma cantidad cuando está en equilibrio térmico (Levenspiel, 2018). El cuerpo negro es un modelo ideal. Para fines de ingeniería, a los cuerpos reales se les designa el término de cuerpo gris o cuerpo opaco, que poseen una emisividad (ε) con valores menores que uno. El valor de ε representa la relación entre la potencia real emitida y la que emitiría un cuerpo negro. Por tanto, el flujo de calor emitido por una superficie real es menor que el de una superficie negra y viene dado por:

$$q = \frac{Q}{A} = \sigma \varepsilon T_s^4 \quad \text{Ec. 3.14}$$

De acuerdo a la ley de Stefan-Boltzmann, la tasa neta de intercambio de calor por radiación entre una superficie real y su entorno con temperatura T_∞ está dada por:

$$Q = A \sigma \varepsilon (T_s^4 - T_\infty^4) \quad \text{Ec. 3.15}$$

Expresando la ecuación anterior como un gradiente de temperatura e introduciendo el término de coeficiente de radiación, h_r , tenemos:

$$Q = A \sigma \varepsilon (T_s^4 - T_\infty^4) \left(\frac{T_s - T_\infty}{T_s - T_\infty} \right) = A h_r (T_s - T_\infty) \quad \text{Ec. 3.16}$$

con $h_r = \sigma \varepsilon \frac{(T_s^4 - T_\infty^4)}{(T_s - T_\infty)}$. Bajo estos preceptos, la resistencia térmica radiactiva está dada por el término $R_r = 1/Ah_r$.

Para la mayoría de las superficies, cuando la radiación incide sobre un cuerpo, una parte es absorbida, otra es reflejada y la restante es transmitida. Por lo que, las propiedades ópticas del cuerpo podemos clasificarlas como:

La absorptividad, α , se define como la fracción de radiación que incide en la superficie desde todas las direcciones, en todo el espectro de longitudes de onda, que es absorbida por la superficie. Un cuerpo negro absorbe toda la radiación incidente, por lo que su absorptividad se considera igual a la unidad. Pero las superficies reales no absorben toda la energía que incide sobre ellas (Cengel y Cimbala, 2020).

La reflectividad, ρ , es la fracción de la energía de radiación que incide en una superficie desde todas las direcciones en todas las longitudes de onda, que se refleja. Si la superficie es perfectamente lisa y el ángulo de los rayos incidentes y reflejados es igual, entonces la reflexión se llama reflexión especular (o de espejo). Si la superficie tiene alguna rugosidad, la radiación incidente se dispersa en todas las direcciones después de la reflexión, tal reflexión se llama

reflexión difusa. La reflexión de las superficies reales no es ni especular ni difusa, sino una combinación de comportamiento difuso y especular (Cengel y Cimbala, 2020).

Finalmente, la transmisividad, τ , es la parte de la irradiación que se transmite a través de una superficie semitransparente.

En la mayoría de las aplicaciones ingenieriles la transmisión de los cuerpos se puede despreciar, por lo tanto, se tiene que:

$$\alpha + \rho = 1 \quad \text{Ec. 3.17}$$

En general, podemos considerar que la emisividad y la absorptividad de los cuerpos son iguales a la misma temperatura (Cengel y Cimbala, 2020).

En aplicaciones en ingeniería química o de procesos, el intercambio de calor por radiación entre dos o más superficies reales depende de las geometrías de las superficies, de su orientación, así como de sus temperaturas y propiedades ópticas. La intensidad de la radiación térmica que pasa entre las superficies no se ve afectada de forma apreciable por la presencia de medios intermedios, es decir, el medio no emite, absorbe ni dispersa ninguna cantidad de energía de radiación. En tales circunstancias, las superficies se consideran como emisores y reflectores difusos, y se determina la fracción de la radiación difusa total que sale de una superficie y es interceptada por otra superficie y viceversa. Para ello se emplea el factor de forma de la radiación, también conocido como factor de ángulo, factor geométrico y factor de configuración o factor de visión. Dicho parámetro se define como la fracción de energía de radiación que sale de la superficie i y que incide directamente en la superficie j , se simboliza como $F_{i,j}$ (Rathore, 2015).

El factor de visión es una función de la geometría de las dos superficies, la orientación de una superficie con respecto a la otra y el espacio entre las dos superficies radiantes. El factor de visión es independiente de las propiedades de la superficie y de la temperatura. La expresión para determinar el factor de visión entre dos superficies radiantes isotérmicas de cuerpo negro, difusamente emisoras y superficies reflectantes, que intercambian calor (Figura 3.3), es:

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta \cos \phi}{r^2} dA_j dA_i \quad \text{Ec. 3.18}$$

donde A_i y A_j son las áreas de las superficies i y j , θ y ϕ son los ángulos entre los vectores normales unitarios \vec{n}_i y \vec{n}_j a los elementos diferenciales de la superficie dA_i y dA_j y el vector, \vec{r} , entre dichos elementos diferenciales, y r es la longitud de dicho vector (Walton, 2002).

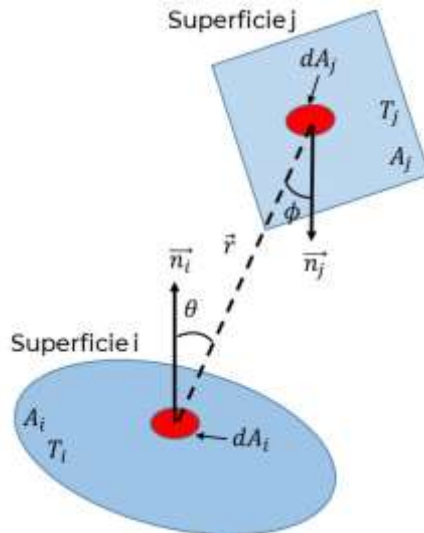


Figura 3.3 Geometría y nomenclatura para el factor de visión.

Existen varios métodos para calcular el factor de visión, entre los que se destacan: i) método de la integración directa, ii) método de fundición de rayos, iii) método de la esfera unitaria, iv) método de la cadena cruzada, v) método de Monte Carlo, entre otros (Gupta y col., 2017). Sin embargo, para casos prácticos en ingeniería se utilizan los valores reportados a través de gráficos y correlaciones para diferentes geometrías y configuraciones. Dichos valores se reportan en cualquiera de los libros referenciados sobre transferencia de calor de estos apuntes y de la asignatura.

Por lo tanto, el intercambio de flujo neto de calor por radiación entre dos superficies considerando los factores de visión se calcula como:

$$Q_{ij} = Q_{i \rightarrow j} + Q_{j \rightarrow i} = A_i F_{i,j} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad \text{Ec. 3.19}$$

Para evaluar la transferencia neta de radiación de cualquier superficie en un recinto de superficies negras, con N superficies mantenidas a diferentes temperaturas, la transferencia neta de radiación desde la superficie i se debe al intercambio con las restantes superficies y puede expresarse como (Bergman y Lavine, 2017):

$$Q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{i,j} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad \text{con} \quad \sum_{j=1}^N F_{i,j} = 1 \quad \forall i \quad \text{Ec. 3.20}$$

Considerando la radiación de una superficie i a la superficie j, que está dividida en n componentes, tenemos:

$$F_{i,j} = \sum_{k=1}^n F_{i,k} \quad \text{Ec. 3.21}$$

Multiplicando por A_i y aplicando la relación de reciprocidad ($A_i F_{i,j} = A_j F_{j,i}$), nos queda la expresión:

$$A_j F_{i,j} = \sum_{k=1}^n A_k F_{k,i} \quad \text{con} \quad A_j = \sum_{k=1}^n A_k \quad \text{Ec. 3.22}$$

Finalmente, la corrección al coeficiente de radiación se determina por:

$$h_{r,real} = \varepsilon F_{i,j} h_r \quad \text{Ec. 3.23}$$

Ejercicios Prácticos Resueltos.

EPR 3.1. *Estimación de la conductividad térmica en una mezcla de gases a baja densidad.* Gases de combustión que se encuentran a una temperatura de 180 °C son expulsados a la atmósfera a través de una chimenea. Predecir su conductividad térmica considerando que el combustible quemado es gasóleo común (Diésel), y que se utiliza un exceso de aire del 30% para garantizar la combustión completa.

Solución.

Se considera una base de cálculo de 1 mol de gasóleo para resolver este ejercicio. Se utiliza la fórmula de Chapman-Enskog para predecir la conductividad y la viscosidad de las especies puras, y el método de Wilke para calcular la conductividad de la mezcla.

<p>Datos</p> <p>Gasóleo común</p> <p>$C_{12}H_{26}$</p> <p>$n_{C_{12}H_{26}} = 1 \text{ mol}$</p> <p>Pesos moleculares</p> <p>$PM_{C_{12}H_{26}} = 170.3 \text{ g/mol}$</p> <p>$PM_{\text{aire}} = 29 \text{ g/mol}$</p> <p>$PM_{N_2} = 28 \text{ g/mol}$</p> <p>$PM_{CO_2} = 44 \text{ g/mol}$</p> <p>$PM_{H_2O} = 18 \text{ g/mol}$</p> <p>$p = 1 \text{ atm}$</p> <p>$T = 180 \text{ °C} = 453 \text{ K}$</p>	<p>Desarrollo</p> <p>Aire con 30 % en exceso</p> <p>$T = 180 \text{ °C}$</p> <p>$P = 1 \text{ atm}$</p> <p>Reacción química</p>	<p>$C_{12}H_{26} + 18\frac{1}{2}O_2 \rightarrow 12CO_2 + 13H_2O$</p> <p>$aC_{12}H_{26} + bO_2 \rightarrow cCO_2 + dH_2O$</p>
---	---	--

Considerando que el aire contiene 79% de nitrógeno y 21% de oxígeno, calculamos los moles de aire estequiométricos para la combustión de 1 mol de gasóleo:

$$n_{\text{Aire,est}} = \frac{(n_{C_{12}H_{26}}) \left(\frac{b}{a}\right)}{y_{O_2}} = \frac{(1 \text{ mol } C_{12}H_{26}) \left(\frac{18.5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol de } C_{12}H_{26}}\right)}{0.21} = 88.095 \text{ moles de aire}$$

$$\therefore n_{\text{Aire,alimentados}} = 1.3 n_{\text{aire,est}} = 1.3 (88.095) = 114.524 \text{ moles de aire alimentados}$$

A partir de este valor se calculan los moles del aire que no reaccionan y de nitrógeno presentes en los gases de combustión:

$$n_{Aire,salida} = 114.524 - 88.095 = 26.429 \text{ moles de aire que no reaccionan}$$

$$n_{N_2} = n_{Aire,est} y_{N_2} = (88.095)(0.79) = 69.595 \text{ moles de } N_2$$

Además, en los gases de combustión tenemos:

$$n_{CO_2} = 12 \text{ moles de } CO_2 \text{ y } n_{H_2O} = 13 \text{ moles de } H_2O$$

Se realiza el cálculo de la viscosidad y conductividad térmica utilizando las fórmulas de Chapman-Enskog:

$$\mu = 2.6693 \times 10^{-6} \frac{(M_w T)^{0.5}}{\sigma_f^2 \Omega_\mu} \text{ (Pa s)}$$

$$k = 1.9891 \times 10^{-4} \frac{\sqrt{T/PM}}{\sigma^2 \Omega_k} \left(\frac{\text{cal}}{\text{cm s K}} \right) = 0.08322 \frac{\sqrt{T/PM}}{\sigma^2 \Omega_k} \left(\frac{W}{m K} \right)$$

Los parámetros potenciales de Lennard-Jones e integrales de colisión ($\Omega_\mu = \Omega_k$) de la Tabla D1 y D2 del libro Bird y col. (2015). En la siguiente tabla se reportan los valores de los parámetros y cálculo de μ y k .

Tabla 3.1 Cálculo de μ y k a partir de los parámetros de Lennard-Jones

Especie química (i)	Peso molecular PM_i (g/mol)	σ (Å)	$\frac{\epsilon}{\kappa}$ (K)	$T^* = \frac{T\kappa}{\epsilon}$	$\Omega_\mu = \Omega_k$	μ (Pa s)	k (W/ m K)
CO ₂ (1)	44	3.941	195.2	2.3	1.123	2.161×10^{-05}	0.015
N ₂ (2)	28	3.798	71.4	6.3	0.888	2.347×10^{-05}	0.026
H ₂ O (3)	18	2.649	356	1.3	1.400	2.454×10^{-05}	0.042
Aire (4)	29	3.711	78.6	5.8	0.901	2.466×10^{-05}	0.027

Utilizamos la fórmula de Wilke para evaluar la conductividad térmica de la mezcla:

$$k_m = \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{y_i k_i}{\sum_{j=1}^4 y_j \Phi_{ij}}}{\frac{y_1 k_1}{y_1 \Phi_{1,1} + y_2 \Phi_{1,2} + y_3 \Phi_{1,3} + y_4 \Phi_{1,4}} + \dots + \frac{y_4 k_4}{y_1 \Phi_{4,1} + y_2 \Phi_{4,2} + y_1 \Phi_{4,3} + y_2 \Phi_{4,4}}}$$

con

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{PM_i}{PM_j} \right)^{-0.5} \left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{0.5} \left(\frac{PM_j}{PM_i} \right)^{0.25} \right]^2$$

A continuación, en la tabla 3.2 se reportan los parámetros para la ec. de Wilke:

Tabla 3.2 Cálculo de los parámetros para el método de Wilke

i=	j=	$y_i = \frac{n_i}{n}$	Φ_{ij}	$\sum_{j=1}^n y_i \Phi_{ij}$	$\frac{y_i k_i}{\sum_{j=1}^n y_i \Phi_{ij}}$
1	1	0.0992	1.0000	1.3057	0.0012
	2	0.5751	1.2976		
	3	0.1074	1.6201		
	4	0.2184	1.3111		
2	1	0.0992	0.7604	1.0063	0.0149
	2	0.5751	1.0000		
	3	0.1074	1.2654		
	4	0.2184	1.0072		
3	1	0.0992	0.5838	0.7835	0.0058
	2	0.5751	0.7782		
	3	0.1074	1.0000		
	4	0.2184	0.7815		
4	1	0.0992	0.7573	0.9990	0.0058
	2	0.5751	0.9929		
	3	0.1074	1.2526		
	4	0.2184	1.0000		

Por lo tanto, la conductividad de la mezcla es:

$$k_m = 0.0012 + 0.0149 + 0.0058 + 0.0058 = 0.0277 \frac{W}{m K}$$

EPR 3.2. *Predicción de la conductividad en una mezcla líquida.* Calcule la conductividad térmica en una mezcla con composición en porcentaje molar de 20 % agua, 30 % acetona y 50 % etanol, a una temperatura de 40 °C y presión de 1 atm. Para lo cual, primero calcule la conductividad térmica del compuesto puro usando el método del punto de ebullición de Sato y Riedel. Posteriormente, con los valores de k para los compuestos puros y las fracciones molares de la mezcla, prediga la conductividad de la mezcla con el método de Li (1976).

Solución.

La ecuación de Sato-Riedel es una ecuación bastante simple aplicable a compuestos orgánicos, que solo requiere el conocimiento de la temperatura experimental, la temperatura del punto de ebullición, la temperatura crítica y

la masa molecular (Latini y col., 2014). El método de Li se emplea para evaluar la conductividad térmica de mezclas de soluciones acuosas no electrolíticas y líquidos orgánicos, utiliza los parámetros binarios de colisión molecular determinados a partir de los volúmenes molares de las especies químicas (Li, 1976).

Datos

$$T = 40\text{ }^{\circ}\text{C} = 313.15\text{ K}$$

$$P = 1\text{ atm}$$

$$y_{H_2O} = 0.2$$

$$y_{C_3H_6O} = 0.3$$

$$y_{C_2H_5OH} = 0.5$$

$$PM_{H_2O} = 18\text{ g/mol}$$

$$PM_{C_3H_6O} = 58\text{ g/mol}$$

$$PM_{C_2H_5OH} = 46\text{ g/mol}$$

$$\rho_{H_2O} = 0.992\text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{C_3H_6O} = 778\text{ g/cm}^3$$

$$\rho_{C_2H_5OH} = 789\text{ g/cm}^3$$

Temperaturas de ebullición

$$T_{e_{H_2O}} = 373.15\text{ K}$$

$$T_{e_{C_3H_6O}} = 329.15\text{ K}$$

$$T_{e_{C_2H_5OH}} = 351.6\text{ K}$$

Temperaturas críticas

$$T_{c_{H_2O}} = 647.14\text{ K}$$

$$T_{c_{C_3H_6O}} = 508.15\text{ K}$$

$$T_{c_{C_2H_5OH}} = 514\text{ K}$$

Desarrollo

Se asigna la siguiente numeración para los compuestos: agua (1), acetona (2) y etanol (3)

La conductividad térmica de la especie pura se evalúa con la ec. de Sato-Riedel:

$$k = \frac{1.1053}{PM^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{3 + 20(1 - Tr)^{\frac{2}{3}}}{3 + 20(1 - Tr_{eb})^{\frac{2}{3}}} \right) \left(\frac{W}{m\text{ K}} \right)$$

La conductividad térmica de la mezcla se calcula con el método de Li, donde:

$$k_m = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_i \phi_j k_{ij}$$

entonces:

$$k_m = \phi_1(\phi_1 k_{11} + \phi_2 k_{12} + \phi_3 k_{13}) + \phi_2(\phi_1 k_{21} + \phi_2 k_{22} + \phi_3 k_{23}) + \phi_3(\phi_1 k_{31} + \phi_2 k_{32} + \phi_3 k_{33})$$

con

$$k_{ij} = 2(k_i^{-1} + k_j^{-1})^{-1}; \quad k_{ij} = k_{ji}$$

$$\phi_i = \frac{x_i V_i}{\sum_{j=1}^n x_j V_j} \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^n \phi_i = 1$$

$$V_i = \frac{PM_i}{\rho_i}; \quad Tr = \frac{T}{T_c}; \quad Tr_{eb} = \frac{T_{eb}}{T_c}$$

En la siguiente tabla se reportan los valores calculados para la conductividad térmica (ec. de Sato-Riedel) y parámetros de interacción para el método de Li.

Tabla 3.3 Cálculo de k y parámetros de Li.

i	x_i	Tr_i	$Tr_{eb,i}$	V_i $\left(\frac{cm^3}{mol}\right)$	k_i $\left(\frac{W}{m\text{ K}}\right)$	ϕ_i	k_{i1}	k_{i2}	k_{i3}
1 (H_2O)	0.2	0.484	0.577	18.145	0.290	0.066	0.290	0.199	0.223
2 (C_3H_6O)	0.3	0.616	0.648	74.550	0.152	0.406	0.199	0.152	0.165
3 (C_2H_5OH)	0.5	0.609	0.684	58.302	0.182	0.529	0.223	0.165	0.182

Por lo tanto, la conductividad térmica de la mezcla es:

$$k_m = (0.066)[(0.066)(0.290) + (0.406)(0.199) + (0.529)(0.223)] \\ + (0.406)[(0.066)(0.199) + (0.406)(0.152) + (0.529)(0.165)] \\ + (0.529)[(0.066)(0.223) + (0.406)(0.165) + (0.529)(0.182)]$$

$$k_m = 0.174 \frac{W}{m K}$$

EPR 3.3. *Comparativo de resistencias convectiva y de radiación.* Mayo suele ser uno de los meses más cálidos en Zacatepec de Hidalgo, alcanzando temperaturas cercanas a los 40 °C. Seguramente, cualquier persona ha sentido los estragos del clima cuando camina por la explanada del Tecnológico Nacional de México campus Zacatepec, a pleno rayos del sol. Compare las contribuciones de las resistencias convectiva y por radiación cuando una persona camina por la explanada considerando: i) los efectos del medio ambiente; y ii) los efectos del medio ambiente y un edificio cercano a la explanada.

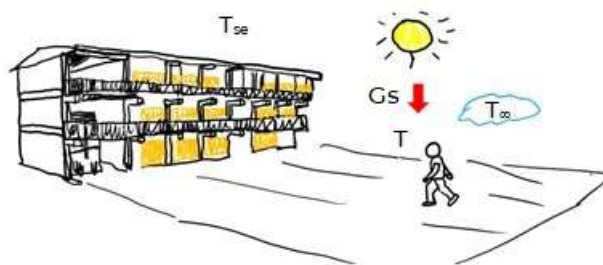
Solución.

Para evaluar la resistencia convectiva se toma un valor de $h = 12 W/m^2K$, que se encuentra dentro del intervalo de valores reportados para la convección natural del aire (Geankoplis, 2014). La temperatura superficial de los edificios se considera de 47 °C. Para el caso de la radiación del medio ambiente, se considera un factor de área efectivo de 0.841 acorde a los reportes de Park y Tuller (2011). Mientras que el factor de área de una pared vertical frente a la persona es de 0.12 (Havgaard Vorre y col., 2015).

Datos

$$T_\infty = 40 \text{ }^\circ\text{C} = 313.15 \text{ K} \\ T_{se} = 47 \text{ }^\circ\text{C} = 320.15 \text{ K} \\ h = 12 \text{ W/m}^2\text{K} \\ \varepsilon_h = 0.93 \\ \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \\ F_{a,p} = 0.841 \\ F_{edi,p} = 0.12 \\ \text{Persona:} \\ T = 37 \text{ }^\circ\text{C} = 310.15 \text{ K} \\ h_p = 1.68 \text{ m} \\ d_p = 0.46 \text{ m}$$

Desarrollo



Consideramos a la persona como un cilindro vertical.

$$A = \frac{\pi d_p^2}{4} + \pi h_p d_p$$

- i) La persona recibe calor por conducción y radiación desde el medio ambiente.

$$Q = Q_{conv} + Q_{rad}$$

$$Q = Ah(T_{\infty} - T) + AF_{a,p}h_r(T_{\infty} - T) = \left(\frac{1}{Ah} + \frac{1}{AF_{a,p}h_r} \right) (T_{\infty} - T) = \frac{T_{\infty} - T}{\sum R}$$

con

$$h_r = \sigma \varepsilon \frac{(T_{\infty}^4 - T^4)}{(T_{\infty} - T)}$$

$\sum R$ es la resistencia total. Por lo tanto, las contribuciones de la resistencia convectiva, R_{conv} , y resistencia a la radiación, R_{rad} , son:

$$\%R_{conv} = \frac{\left(\frac{1}{Ah}\right)}{\sum R} \times 100 \quad \text{y} \quad \%R_{rad} = \frac{\left(\frac{1}{AF_{a,p}h_r}\right)}{\sum R} \times 100$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$A = 2.594 \text{ m}^2 ; \quad h_r = 6.385 \text{ W/m}^2\text{K} ; \quad \sum R = 0.104 \text{ K/W}$$

$$\therefore \%R_{conv} = 30.913 \quad \text{y} \quad \%R_{rad} = 69.087$$

ii) Considerando la radiación del edificio tenemos:

$$Q = \left(\frac{1}{Ah} + \frac{1}{AF_{a,p}h_r} \right) (T_{\infty} - T) + \frac{1}{AF_{edif,p}h_{redif}} (T_{se} - T)$$

Con

$$h_{redif} = \sigma \varepsilon \frac{(T_{se}^4 - T^4)}{(T_{se} - T)}$$

Expresando en el flujo de calor para un mismo $\Delta T = T_{\infty} - T$ tenemos:

$$Q = \left(\frac{1}{Ah} + \frac{1}{AF_{a,p}h_r} + \frac{1}{AF_{edif,p}h_{redif}} \frac{(T_{se} - T)}{T_{\infty} - T} \right) (T_{\infty} - T) = \frac{T_{\infty} - T}{\sum R}$$

$$\%R_{conv} = \frac{\left(\frac{1}{Ah}\right)}{\sum R} \times 100 \quad \%R_{rad} = \frac{\left(\frac{1}{AF_{a,p}h_r}\right)}{\sum R} \times 100$$

$$\%R_{redif} = \frac{\left(\frac{1}{AF_{edif,p}h_{redif}} \frac{(T_{se}-T)}{T_{\infty}-T}\right)}{\sum R} \times 100$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$h_{redif} = 6.604 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} ; \quad \sum R = 1.725 \frac{\text{K}}{\text{W}}$$

$$\%R_{conv} = 1.862; \quad \%R_{rad} = 4.161; \quad \text{y} \quad \%R_{redif} = 93.977$$

EPR 3.4. Conductividad en aislantes con estructura porosa. El uso del aislamiento térmico en las construcciones (casas o edificios) mejora el confort de la construcción, con menores fluctuaciones de temperatura y bajos costos, ya que se reduce la dependencia de los sistemas mecánicos de climatización. En la tabla 3.4 se muestran valores similares a datos experimentales de la conductividad térmica efectiva (k_e) de materiales aislantes con estructura porosa. Identifique y explique la funcionalidad de esta propiedad térmica de transporte.

Tabla 3.4 Valores medios de conductividad térmica efectiva (W/m K) a diferentes temperaturas.

Temperatura (°C)	Placa de lana de mineral	Placa de fibra de vidrio	Panel de material tipo espuma
-20	0.0300	0.0348	0.0434
-5	0.0315	0.0405	0.0371
5	0.0320	0.0413	0.0334
10	0.0329	0.0415	0.0312
20	0.0337	0.0417	0.0293
25	0.0346	0.04185	0.0301
35	0.0353	0.0428	0.0324
45	0.0361	0.0472	0.0345
55	0.0373	0.0507	0.0364

Solución.
Desarrollo

Para ver la dependencia de la k_e respecto a T , se grafican los datos en Excel y se realiza un ajuste (Figura 3.4).

De acuerdo a la regresión aplicada, la funcionalidad de la conductividad térmica efectiva:

$$k_e = 1 \times 10^{-4} T + 0.0319 \text{ Lana mineral}$$

$$k_e = 1 \times 10^{-7} T^3 - 6 \times 10^{-6} T^2 + 0.0001 T + 0.0408 \text{ Fibra de vidrio}$$

$$k_e = 7 \times 10^{-6} T^2 - 0.0003 T + 0.0344 \text{ Material tipo espuma}$$

Para el caso de la placa de fibra de vidrio, la función de k_e puede descomponerse en 3 intervalos de temperatura: i) $T < -5$ °C donde parece tener un comportamiento lineal; ii) -5 °C $< T < 25$ °C el comportamiento es constante; y iii) $T > 25$ °C donde el comportamiento es lineal nuevamente.

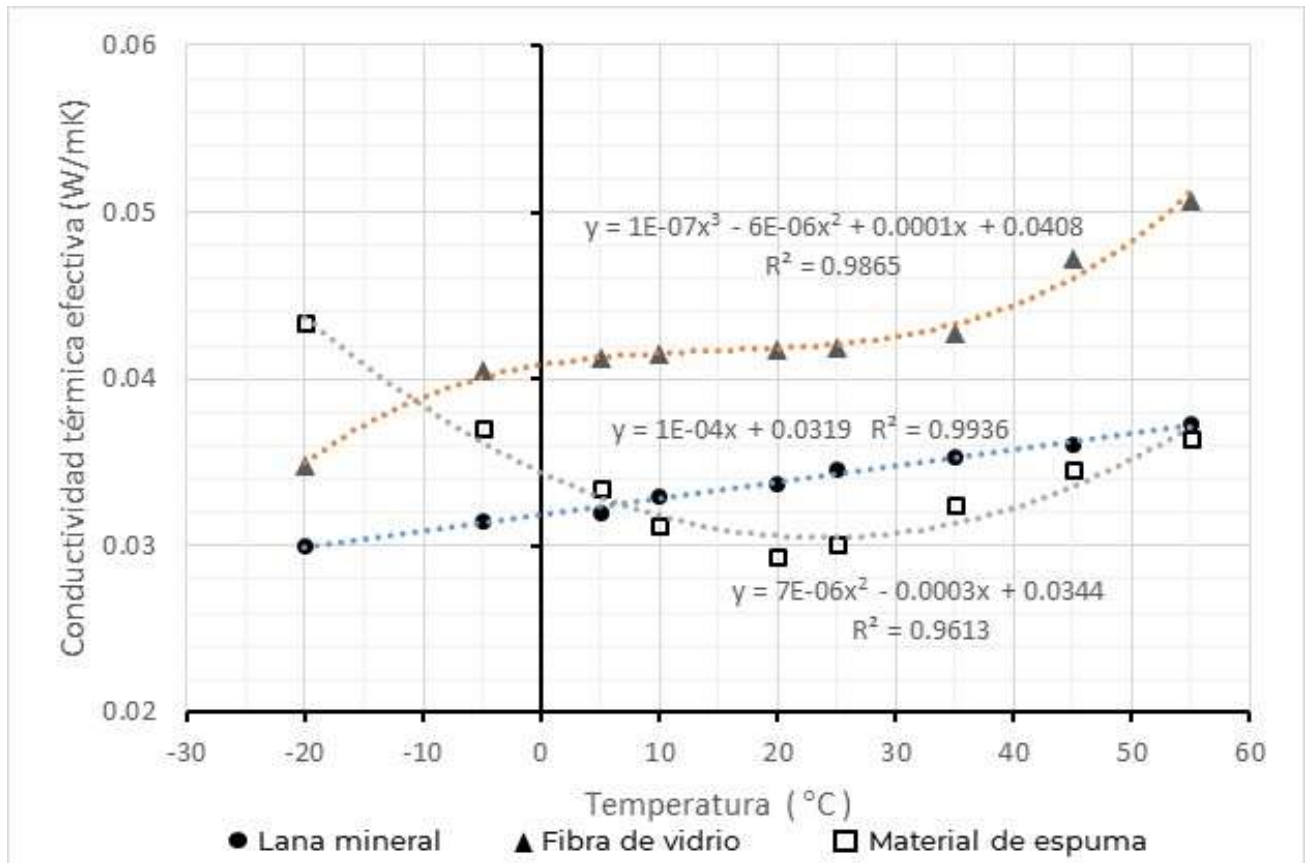


Figura 3.4 Gráfico de conductividad térmica efectiva vs temperatura

Como podemos apreciar, la funcionalidad de la conductividad térmica es variada en el caso de los sólidos. En el caso de materiales porosos, la variabilidad se asocia a la densidad del material. Se presentan mayores variaciones en k_e cuando el material tiene densidad más baja, dada la presencia de más aire volumen en los materiales menos densos, de ahí la posible importancia de los mecanismos de transferencia de calor convectivo y radiactivo dentro del panel o placa cuando se emplean como aislamientos. Las placas y panel analizados en este ejercicio tienen el siguiente comportamiento:

$$\rho_{\text{fibra de vidrio}} < \rho_{\text{material tipo espuma}} < \rho_{\text{lana de mineral}}$$

Para el caso del panel de material tipo espuma, su elaboración requiere de un agente "expansor" o espumante, por lo que, a bajas temperaturas suelen condensarse y la conductividad térmica efectiva tiende a aumentar.

EPR 3.5 *Mejora en el confort térmico*. Determine las mejoras en el confort dentro de un vehículo una vez que se le ha instalado una película protectora transparente. Las propiedades de los cristales, con y sin película, se muestran a continuación:

	Cristales sin película	Cristales con película
Absortividad (α)	0.82	0.55
Reflectividad (ρ)	0.05	0.34
Transmisividad (τ)	0.13	0.11

Las temperaturas en la superficie interna de los cristales debido al calentamiento por la irradiación solar (780 W/m^2) es de $32 \text{ }^\circ\text{C}$ y $35 \text{ }^\circ\text{C}$, con y sin película, respectivamente. En el interior del auto la temperatura ambiente es de $24 \text{ }^\circ\text{C}$ y existe $h = 8 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ por convección libre.

Solución.

Las mejoras al confort térmico se pueden asociar con el flujo de calor que entra al auto. Por tanto, se debe calcular los flujos de calor a través de los cristales con y sin la película protectora, y compararlos para evaluar el porcentaje de disminución debido al recubrimiento. El flujo de calor a través de los cristales tiene tres componentes: i) la irradiación solar que atraviesa los cristales; ii) la radiación térmica de los cristales hacia el interior del auto, y; iii) la convección libre. Para el análisis, los subíndices A y B corresponden a los cristales sin y con película, respectivamente.

Datos

$$G = 780 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$T_\infty = 24 \text{ }^\circ\text{C} = 297.15 \text{ K}$$

$$h_\infty = 8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}^4}$$

$$T_{sA} = 35 \text{ }^\circ\text{C} = 308.15 \text{ K}$$

$$T_{sB} = 32 \text{ }^\circ\text{C} = 305.15 \text{ K}$$

$$\alpha_A = 0.82 \quad \alpha_B = 0.55$$

$$\rho_A = 0.05 \quad \rho_B = 0.34$$

$$\tau_A = 0.13 \quad \tau_B = 0.11$$

Desarrollo

Las ecuaciones para evaluar cada uno de los componentes de flujo de calor son:

$$i) \quad q_I = G\tau$$

$$ii) \quad q_{II} = \sigma \varepsilon (T_{si}^4 - T_\infty^4)$$

$$iii) \quad q_{III} = h_\infty (T_{si} - T_\infty)$$

Con $\varepsilon = \alpha_A$ o α_B ; $i = A, B$

Por lo tanto, el flujo de calor total es:

$$q = q_I + q_{II} + q_{III}$$

El porcentaje de disminución del flujo de calor se calcula con la expresión:

$$\% q_{dism} = \frac{q_A - q_B}{q_A} \times 100$$

Sustituyendo los valores en las ecuaciones tenemos:

$$q_{IA} = (780)(0.13) = 101.4 \frac{W}{m^2} \quad q_{IB} = (780)(0.11) = 85.8 \frac{W}{m^2}$$

$$q_{IIA} = (5.67 \times 10^{-8})(0.82)((308.15)^4 - (297.15)^4) = 56.73 \frac{W}{m^2}$$

$$q_{IIB} = (5.67 \times 10^{-8})(0.55)((305.15)^4 - (297.15)^4) = 27.26 \frac{W}{m^2}$$

$$q_{IIIA} = (8)(308.15 - 297.15) = 88 \frac{W}{m^2} \quad q_{IIIB} = (8)(305.15 - 297.15) = 64 \frac{W}{m^2}$$

Sumando los flujos de calor para cada uno de los casos tenemos:

$$q_A = 246.13 \frac{W}{m^2} \quad q_B = 177.06 \frac{W}{m^2}$$

$$\therefore \% q_{dism} = \frac{246.13 - 177.06}{246.13} \times 100 = 28.06 \%$$

Ejercicios Prácticos Propuestos.

EPP 3.1 *Factor de visión*. Una habitación cuenta con una ventana de 1.60 x 1.20 m (A_1) por la cual entra luz natural. Pegado a la ventana se encuentra un escritorio del mismo ancho y profundidad de 80cm, sobre el mismo, en uno de sus extremos, está una revista de inglés de tamaño 25 x 35 cm (A_3), como se muestra en la Figura 3.5. Determine el factor de visión entre las áreas 1-5 que se observan en el esquema.

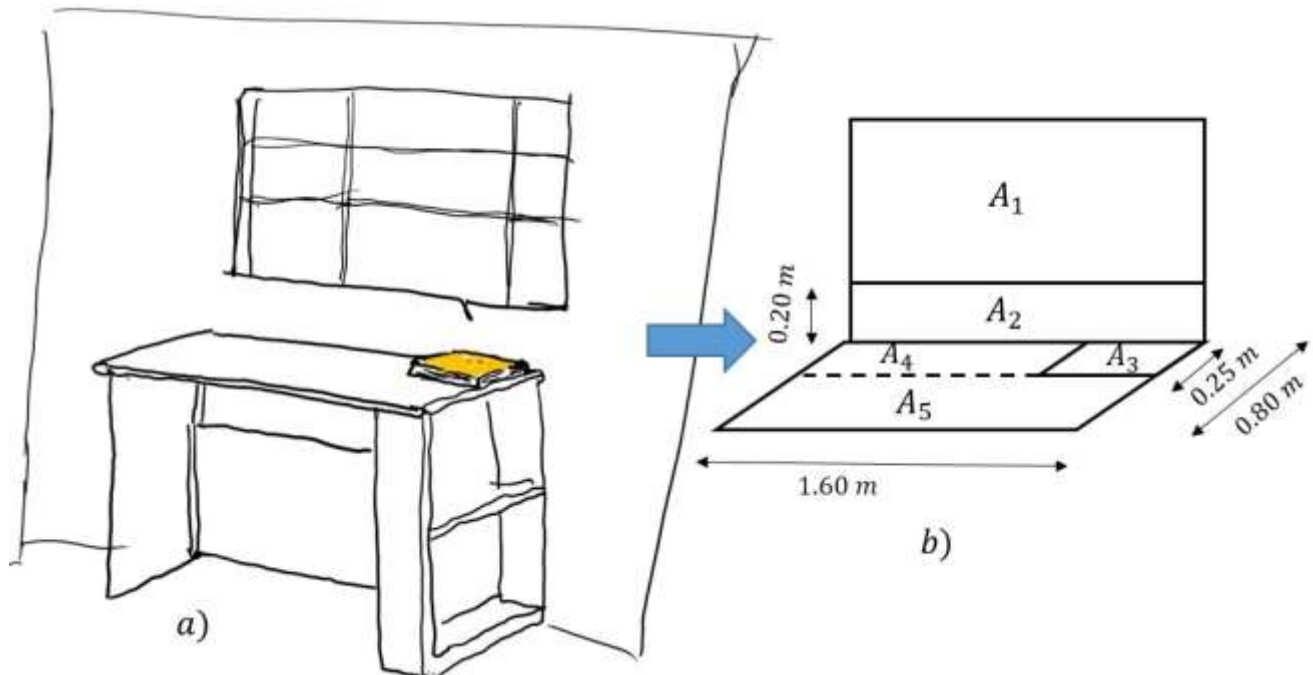


Figura 3.5 Esquema del ejercicio EPP3.1: a) habitación con ventana y escritorio; b) esquema de las áreas involucradas en el ejercicio.

Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Mecanismos de transferencia de calor y resistencia térmica”

Esta presentación en PowerPoint se describen los mecanismos de transferencia de calor. Se anexa en los apéndices y está disponible en la liga:

https://zacatepectecnm-my.sharepoint.com/:p:/g/personal/juan_po_zacatepec_tecnm_mx/EfQ-CJQIdI9CtcTeuBjW2OkBeA0urslqYxLxSAIBhasnoA?e=nMqIGm

Caso de Estudio "Medición de la conductividad térmica"

La conducción es la transferencia de calor sin desplazamiento apreciable de partículas en el cuerpo, por lo que, las características propias de los sólidos hacen de la conducción el modo más importante de transferencia de calor. Aunque, la transferencia por convección suele ser más importante en las aplicaciones de calor con fluidos, la determinación del coeficiente convectivo de calor (h) requiere del conocimiento de la conductividad térmica (k). Por tanto, el valor de la k de los materiales es un parámetro termofísico o propiedad de transporte indispensable para su análisis termodinámico y sus aplicaciones industriales.

Los métodos para medir la conductividad térmica pueden clasificarse en dos grupos: basados en la transferencia de calor en estado estacionario y en el estado transitorio. Por tanto, realice una búsqueda en la literatura sobre los diferentes métodos de medición de la conductividad térmica. Identifique y discuta en grupo ¿Cuáles son sus fundamentos o que leyes los gobiernan? ¿compare sus ventajas y desventajas? ¿En dónde se aplican comúnmente: en medición de k para sólidos, líquidos o gases?

La aplicación de calor por medio de un cable desnudo o una sonda térmica (método de fuente lineal de calor transitorio) sobre un material permite realizar la estimación de su conductividad térmica, basándose en la relación entre la temperatura de la muestra y el tiempo de calentamiento. Para una muestra cilíndrica, esta relación está dada por el segundo postulado de la ley de Fourier:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

donde α es el coeficiente de difusión térmica de la muestra, T es la temperatura en cualquier parte del cilindro, t es el tiempo y r la coordenada radial. La solución de esta ecuación para las condiciones establecidas en el método de fuente lineal es:

$$T - T_0 = \frac{q}{2\pi k} F(rn)$$

donde T_0 es la temperatura inicial $n = \frac{1}{2}(\alpha t)^{-0.5}$ es una variable intermedia y

$$F(nr) = A - \ln(nr) + \frac{(nr)^2}{2} - \frac{(nr)^4}{8} + \dots$$

Además, el calor suministrado q se calcula mediante $q = I^2 R$, donde I es la corriente eléctrica y R es la resistencia eléctrica por unidad de longitud de la fuente de suministro de energía.

La tabla 3.5 muestra datos similares a los reportados para una muestra de harina de cereales. Considere que se utilizó un aparato de medición de conductividad térmica con una sonda calefactora con radio 0.254 mm y longitud de 300 mm ($10\Omega m^{-1}$), conectado a una corriente directa constante de $1.000 \pm 0.005 A$.

Construya un gráfico $(T - T_0) vs \ln(t)$ con los datos reportados en la tabla 3.5 ¿Qué comportamiento se presenta?

Con base en este comportamiento, identifique los términos que puede eliminar para $F(nr)$ y realice un ajuste de la función para obtener el valor de k de la muestra. No olvide aplicar la propiedad de los logaritmos $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$.

Establezca en consenso grupal y con la o el docente, la forma y/o productos de entrega para presentar sus resultados y discusiones; así como, los criterios o rúbricas a utilizar en la evaluación de esta actividad.

Tabla 3.5 Datos para el caso de estudio.

Tiempo (s)	Temperatura (° C)
0	20
10	25.21
20	25.73
30	26.32
40	26.74
60	27.01
80	27.23
100	27.39

Tema 4 Transferencia de masa

La transferencia de masa se presenta en la mayoría de las aplicaciones típicas en Ingeniería Química, que implican el funcionamiento y diseño de los equipos de procesos químicos, la preparación de las materias primas, la realización de reacciones químicas y/o biológicas y los procesos de separación de los productos resultantes. Se entiende por transferencia de masa, la tendencia de un componente de una mezcla para pasar de una región de mayor a una de menor concentración. En este tema, se abordan los diferentes mecanismos de transferencia de masa, haciendo hincapié en los elementos básicos que constituyen la ley de Fick para la difusión molecular.

4.1 Mecanismos de transferencia de masa.

Hasta ahora, ya hemos analizado la transferencia de momento y de energía en forma de calor, las que tienen lugar debido a la presencia de un gradiente de fuerza motriz: velocidad y temperatura, respectivamente. De forma similar, podemos definir la transferencia de masa como el desplazamiento de uno o más componentes de una fase, ya sea dentro de la fase o hacia otra fase, debido a que existe una diferencia de concentraciones de dichos componentes o especies químicas. El movimiento relativo de las especies químicas en la mezcla se da en la dirección de mayor a menor concentración. Similar al transporte de momento y calor, la transferencia de masa se presenta por difusión y convección.

La transferencia de masa difusional se produce a nivel molecular, en ausencia de cualquier movimiento macroscópico del medio a través del cual se produce dicha transferencia. El medio puede ser una fase sólida, en la que las especies que difunden lo hacen a través de los espacios intersticiales del medio. Pero también puede ser fluidos en reposo o fluidos que se desplazan en régimen de flujo laminar de forma perpendicular a la dirección de la transferencia. Por el contrario, la transferencia de masa convectiva se produce a través de un fluido que fluye en régimen turbulento o que está sujeto a una agitación, de modo que se produce un movimiento en masa del medio. La transferencia de masa por convección depende de las propiedades de transporte del fluido y de las características dinámicas (flujo laminar o turbulento flujo) del fluido (Sinha y Parameswar De, 2012). El cambio de fase de un fluido también puede provocar una transferencia de masa, tal transferencia de masa es una combinación de procesos de difusión y convección (Rathore, 2015).

Los conceptos básicos relacionados con la transferencia de masa por difusión se discuten en los siguientes subtemas. Mientras que, las aplicaciones de la transferencia convectiva se analizan en el tema 5 de esta asignatura.

4.2 Expresiones de masa (concentraciones y velocidades).

Cuando hablamos de transferencia de masa difusiva existen al menos dos componentes: la especie química que se transfiere y el medio a través del cual se mueve. Para un sistema multicomponente existen varias formas de expresar la concentración:

- i) Concentración de masa de la especie química i , ρ_i , que es la masa de i entre el volumen de la solución o mezcla.
- ii) Fracción masa de la especie química i , w_i , definida como masa del compuesto i entre la masa total de la solución o mezcla.
- iii) Concentración molar de la especie química i , C_i , igual a los moles de i entre el volumen de la solución o mezcla.
- iv) Fracción molar de la especie química i , x_i , que son los moles de i entre los moles totales del sistema.

Si tenemos N componentes en la solución o mezcla se tiene que:

$$\sum_{i=1}^N \rho_i = \rho, \quad \sum_{i=1}^N C_i = C, \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad \sum_{i=1}^N x_i = 1 \quad \text{Ec. 4.1}$$
$$C_i = \frac{\rho_i}{PM_i}$$

donde PM_i es el peso molecular de la especie química i y ρ y C son la concentración total de masa y molar, respectivamente. Además, para el caso de gases, la presión parcial de la especie química i , p_i , es otra forma de expresar la concentración, en la que $y_i = p_i/P$, y_i es la fracción molar de i y P es la presión total del sistema.

Para una mezcla fluida multicomponente no uniforme, dentro de la cual los componentes o especies químicas se mueven con diferentes velocidades moleculares como resultado de la difusión, se han definido dos tipos de velocidades medias con respecto a un observador estacionario (Bird y col. 2014).

Si la velocidad media del componente i en la dirección x con respecto a las coordenadas estacionarias se expresa como v_i , entonces la velocidad másica promedio en la dirección x se escribe como:

$$\bar{v} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^N \rho_i v_i = \sum_{i=1}^N w_i v_i \quad \text{Ec. 4.2}$$

Otra forma de velocidad media o promedio para la mezcla es la velocidad molar promedio que, en la dirección x , está dada por:

$$\bar{V} = \frac{1}{C} \sum_{i=1}^N C_i V_i = \sum_{i=1}^N x_i V_i \quad \text{Ec. 4.3}$$

Las velocidades \bar{v} y \bar{V} son aproximadamente iguales en sistemas binarios con concentraciones bajas de soluto y en mezclas no uniformes cuyos componentes tienen pesos moleculares similares. Las velocidades \bar{v} y \bar{V} también son iguales en el flujo volumétrico de una mezcla con concentración uniforme, independientemente de los pesos moleculares relativos de los componentes.

4.3 Ley de Fick y sus equivalencias.

La fórmula de la ley de Fick es similar a la fórmula de calor y momento cuando se presentan los mecanismos difusivos, en la que, el desplazamiento molecular de una cierta cantidad de propiedad se relaciona con el producto del coeficiente de transporte y el gradiente de una fuerza motriz. El flux molar por difusión de la especie química A en una mezcla binaria A - B en la dirección del eje x , con coordenadas fijas bajo condiciones isotérmicas e isobáricas, se expresa como:

$$N_A = \frac{\dot{n}_A}{S} = -\mathcal{D}_{AB} \frac{dC_A}{dx} \quad \text{Ec. 4.4}$$

donde \dot{n}_A es el flujo molar de A , \mathcal{D}_{AB} es el coeficiente de difusión binaria o difusividad de masa, S es el área de transferencia perpendicular a la dirección del flujo y C_A es la concentración molar de A . Si el área es constante, la resistencia difusiva a la transferencia de masa está dada por el término $1/(S\mathcal{D}_{AB})$. Debido a las formas diferentes de expresar la concentración de un sistema, existen varias ecuaciones equivalentes para definir la ley de Fick, las cuales se reportan en la tabla 4.1.

Para evaluar la transferencia de masa por difusión en el espacio se contempla el gradiente de la concentración de A , es decir:

$$N_A = -\mathcal{D}_{AB} \nabla C_A \quad ; \quad n_A = -\mathcal{D}_{AB} \nabla \rho_A \quad \text{Ec. 4.5}$$

Tabla 4.1 Equivalencias de la ley de Fick para el flux de A en una mezcla binaria en la dirección del eje x, en coordenadas fijas y condiciones isotérmicas e isobáricas.

Ecuación	Nomenclatura y unidades en el sistema internacional.
$N_A = -D_{AB} \frac{dC_A}{dx}$	N_A Flux molar de A ($mol\ m^{-2}\ s^{-1}$)
$n_A = -D_{AB} \frac{d\rho_A}{dx}$	n_A Flux másico de A ($kg\ m^{-2}\ s^{-1}$)
$N_A = -D_{AB} C \frac{dy_A}{dx}$	D_{AB} difusividad de A en B ($m^2\ s^{-1}$)
$n_A = -D_{AB} \rho \frac{dw_A}{dx}$	C_A concentración molar de A ($(mol\ de\ A)\ m^{-3}$)
$N_A = -\frac{D_{AB}}{RT} \frac{dp_A}{dx}$	C concentración molar total ($mol\ m^{-3}$)
	ρ_A densidad másica de A ($kg\ de\ A\ m^{-3}$)
	ρ densidad total ($kg\ m^{-3}$)
	y_A fracción molar de A
	w_A fracción másica de A
	p_A presión parcial de A (Pa)
	T temperatura absoluta del sistema (K)
	R constante universal de los gases ideales ($Pa\ m^3\ mol^{-1}\ K^{-1}$)
	dx variación en el eje x (m)

Cuando en el sistema existe movimiento de otras especies químicas se debe contemplar el componente del flux molar de A debido a la contribución del movimiento global del sistema, además de tener en cuenta el flux de A originado por el gradiente de concentraciones:

$$\begin{aligned}
 N_A &= (N_A + N_B + \dots)y_A - D_{AB} \nabla C_A = N_t y_A - D_{AB} \nabla C_A \\
 N_A &= (N_A + N_B + \dots)y_A - D_{AB} C \nabla y_A = N_t y_A - D_{AB} C \nabla y_A \\
 n_A &= (n_A + n_B + \dots)w_A - D_{AB} \nabla \rho_A = n_t w_A - D_{AB} \nabla \rho_A \\
 n_A &= (n_A + n_B + \dots)w_A - D_{AB} \rho \nabla w_A = n_t w_A - D_{AB} \rho \nabla w_A
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 4.6}$$

La ecuación 4.6 se define como la “Ley de Fick generalizada”. Las expresiones que relacionan a los flux con las velocidades del sistema son:

$$\begin{aligned} N_i &= C_i \vec{v}_i ; & n_i &= \rho_i \vec{v}_i \\ N_t y_A &= C_A \vec{v} ; & n_t w_A &= \rho_A \vec{v} \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.7}$$

En coordenada móviles, la ley de Fick para evaluar el flux molar (J_A) o flux másico (j_A) de A se expresa como:

$$\begin{aligned} J_A &= -\mathcal{D}_{AB} \nabla C_A \quad \text{o} \quad J_A = -\mathcal{D}_{AB} C \nabla y_A \\ j_A &= -\mathcal{D}_{AB} \nabla \rho_A \quad \text{o} \quad j_A = -\mathcal{D}_{AB} \rho \nabla w_A \end{aligned} \quad \text{Ec. 4.8}$$

4.4. Estimación de la difusividad.

En una gran variedad de procesos químicos se requiere conocer los coeficientes de difusión en fase gaseosa con fines de referencia. Para predecirlos, se utilizan correlaciones de difusión empíricas fundamentadas en el modelo de la esfera dura, como en la expresión de Chapman-Enskog:

$$\mathcal{D}_{AB} = \frac{3}{32n\sigma_{AB}^2} \left[\frac{8kT}{\pi} \left(\frac{1}{PM_A} + \frac{1}{PM_B} \right) \right]^{1/2} \quad \text{Ec. 4.9}$$

donde \mathcal{D}_{AB} es el coeficiente de difusión binaria, n es la concentración total de ambas especies, T es la temperatura absoluta, k es la constante de Boltzmann, $\sigma_{AB} = (\sigma_A + \sigma_B)/2$ es diámetro de colisión (separación entre los centros moleculares de pares diferentes al colisionar) y PM_A y PM_B son la masa molecular de A y de B, respectivamente. La solución de esta ecuación basada en la una integral de colisión del potencial de Lennard-Jones, Ω_D , para moléculas no polares y no reactivas a baja densidad es:

$$\mathcal{D}_{AB} = \frac{0.0018583}{p\sigma_{AB}^2\Omega_D} \left[T^3 \left(\frac{1}{PM_A} + \frac{1}{PM_B} \right) \right]^{1/2} \quad \text{Ec. 4.10}$$

con \mathcal{D}_{AB} en cm^2/s , σ_{AB} en Å, T en K y p en atm. Los valores de Ω_D en función de la temperatura adimensional $\kappa T/\varepsilon_{AB}$ se obtienen de la tabla D2 ubicada en los apéndices del libro de Bird (2014) con $\varepsilon_{AB} = \sqrt{\varepsilon_A \varepsilon_B}$. Si se utiliza cualquier otra

referencia para evaluar Ω_D , verifique que el valor de la constante y unidades de los parámetros en la ec. 4.10 sean homogéneos con la lectura de dichos datos.

Fuller y col. (1996) proponen una ecuación empírica para predecir la difusividad en mezclas binarias de gases a baja presión cuando no se cuentan con los parámetros de Lennard-Jones. El método considera el concepto de “volúmenes de difusión atómicos y estructurales” junto con amplios experimentos y el análisis no lineal por mínimos cuadrados de los datos. La ecuación propuesta es:

$$\mathcal{D}_{AB} = \frac{1 \times 10^{-7} T^{1.75}}{p} \frac{\left(\frac{1}{PM_A} + \frac{1}{PM_B} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left((\sum_A v_i)^{\frac{1}{3}} + (\sum_B v_i)^{\frac{1}{3}} \right)^2} \quad \text{Ec. 4.11}$$

Con \mathcal{D}_{AB} en m^2/s , T en K , p en atm , PM_A y PM_B en g/mol . Los valores $\sum_A v_i$ y $\sum_B v_i$ corresponde a la suma de los incrementos del volumen estructural de las especies químicas A y B , respectivamente. Estos valores se reportan en el trabajo de Fuller y col. (1966), y se replican en los libros que se dan como referencia en el programa de la asignatura.

La predicción de la difusividad de gases a través de un medio, también puede realizarse empleando el principio de los estados correspondientes. Para este caso, existen gráficos que relacionan las propiedades reducidas ($\mathcal{D}_{AB,R} - T_R - p_R$), cuya manejo es similar al mostrado en el ejercicio EPR 2.3 del tema 2. Se puede predecir el coeficiente de difusión a cualquier temperatura y a cualquier presión por debajo de 25 atm si se conoce un valor experimental, mediante la siguiente ecuación:

$$\mathcal{D}_{AB,2} = \mathcal{D}_{AB,1} \left(\frac{p_1}{p_2} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\Omega_D|_{T_1}}{\Omega_D|_{T_2}} \right) \quad \text{Ec. 4.12}$$

En sistemas multicomponentes es muy complicado predecir la difusividad. Sin embargo, la difusividad efectiva de un componente puede ser calculada en base a su difusividad con cada uno de los otros componentes, mediante la ecuación:

$$\mathcal{D}_{Am} = \frac{1}{\sum_{i=B}^n \frac{y_i}{\mathcal{D}_{Ai}}} \quad \text{Ec. 4.13}$$

donde \mathcal{D}_{Ai} es la difusividad binaria del componente A en cada uno de los componentes presentes en el sistema e y_i es la fracción molar del componente i en una base libre de A .

En la actualidad, no existen teorías que nos permitan realizar un análisis riguroso para predecir los coeficientes de difusión en líquidos y sólidos. Los datos experimentales de la difusividad reportados para los líquidos muestran que dependen de la concentración, debido a los cambios en la viscosidad con la concentración y a los cambios en el grado de idealidad de la solución. Para sistemas coloidales con una fase dispersa A, con radio r_A , en una fase continua B, un modelo muy utilizado y preciso es el de Einstein:

$$\mathcal{D}_{AB,2} = \frac{k_B T}{6\pi r_A \mu_B} \quad \text{Ec. 4.14}$$

Donde k_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura absoluta y μ_B es la viscosidad del medio dispersante. Está ecuación, también tiene gran precisión para macrosolutos que pueden aproximarse como esferas coloidales.

Para el caso de los sólidos, la difusión a través de medios porosos es la que ha tenido más aceptación. En este modelo, la difusividad es una combinación de dos términos: i) Difusividad de Knudsen, \mathcal{D}_A^K , en la que las moléculas que difunden interactúan con la superficie del medio poroso; ii) Difusividad ordinaria, \mathcal{D}_{AB} , en donde las moléculas A difunden sobre el gas estancado, B, en los espacios intersticiales del medio poroso. La combinación de ambos fenómenos contribuye a la difusión global en el poro, que está dada por:

$$\frac{1}{\mathcal{D}_{A,\text{poro}}} = \frac{1}{\mathcal{D}_A^K} + \frac{1}{\mathcal{D}_{AB}} \quad \text{Ec. 4.15}$$

Con

$$\mathcal{D}_A^K = 4.85 \times 10^{-4} d_{\text{poro}} \left(\frac{T}{M_A} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Ec. 4.16}$$

En donde, \mathcal{D}_A^K está en cm^2/s , d_{poro} es el diámetro del poro en nm, T es la temperatura en K y M_A es el peso molecular en g/mol. Para sistemas con microporos, $d_{\text{poro}} \leq 2 \text{ nm}$, solo prevalece la resistencia debido a la difusividad Knudsen. En sistemas con macroporos, $d_{\text{poro}} > 50 \text{ nm}$, la resistencia controlante está determinada por la difusión ordinaria. Mientras que, en sistemas con mesoporos, $2 < d_{\text{poro}} \leq 50 \text{ nm}$, ambas contribuciones prevalecen.

Por lo general, en aplicaciones ingenieriles con líquidos y/o sólidos se recomienda utilizar valores de difusividades experimentales. Finalmente, cabe hacer mención de dos observaciones importantes en cuanto a la difusividad: i) ésta es mayor en los gases y menor en los sólidos; ii) ésta aumenta con el incremento de la temperatura y disminuye al aumentar la presión.

Ejercicios Prácticos Resueltos.

EPR 4.1. *Predicción de la difusividad de un gas nopolar a baja densidad.* Utilice la ecuación de Fuller y col. (1996), Ec. 4.11, para estimar la difusividad del benceno en aire a una temperatura de 40 °C y 1 atm de presión.

Solución.

Datos

$$T = 40\text{ °C} = 313.15\text{ K}$$

$$P = 1\text{ atm}$$

$$PM_{C_6H_6} = 78.11\text{ g/mol}$$

$$PM_{aire} = 29\text{ g/mol}$$

Volúmenes moleculares tomados de la tabla 24.3 del Welty y col. (2014)

$$v_C = 16.5$$

$$v_H = 1.98$$

$$v_{aire} = 20.1$$

Desarrollo

La fórmula que se utiliza es:

$$D_{C_6H_6-aire} = \frac{1 \times 10^{-7} T^{1.75}}{p} \frac{\left(\frac{1}{PM_{C_6H_6}} + \frac{1}{M_{aire}} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left((\sum_{C_6H_6} v_i)^{\frac{1}{3}} + (\sum_{aire} v_i)^{\frac{1}{3}} \right)^2}$$

La suma de los volúmenes estructurales para el benceno es:

$$\sum_{C_6H_6} v_i = 6 v_C + 6 v_H = (6)(16.5) + (6)(1.98) = 110.88$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$D_{C_6H_6-aire} = \frac{1 \times 10^{-7} (313.15)^{1.75}}{1} \frac{\left(\frac{1}{78.11} + \frac{1}{29} \right)^{\frac{1}{2}}}{\left((110.88)^{\frac{1}{3}} + (20.1)^{\frac{1}{3}} \right)^2}$$

$$D_{C_6H_6-aire} = 8.956 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

Si comparamos este valor con el reportado de forma experimental por Gustafson y Dickhut (1994) de $9.57 \times 10^{-6} m^2/s$, se tiene una desviación del 6.41%.

EPR 4.2 *Predicción de la difusividad y corrección por temperatura para un gas a baja densidad.* Los combustibles líquidos tienen una volatilidad alta, por lo cual, resulta de interés ingenieril (p.e. en aplicaciones de seguridad relacionada con atmósferas explosivas) conocer la difusividad de sus vapores en aire. i) Estime la difusividad del octano en aire utilizando la teoría de Chapman-Enskog a una presión de 1 atm y 50 °C. ii) ¿Qué valor tiene la difusividad para condiciones de 5 atm y 180 °C?

Datos

$$\begin{aligned}T_1 &= 50 \text{ }^\circ\text{C} = 323.15 \text{ K} \\T_2 &= 180 \text{ }^\circ\text{C} = 453.15 \text{ K} \\p_1 &= 1 \text{ atm} \\p_2 &= 5 \text{ atm} \\PM_{nC_8H_{18}} &= 114.23 \text{ g/mol} \\PM_{aire} &= 29 \text{ g/mol}\end{aligned}$$

Parámetros de Lennard-Jones para nC_8H_{18} tomados de la tabla D1 del Bird y col. (2014).

$$\begin{aligned}\sigma_{nC_8H_{18}} &= 7.035 \text{ \AA} \\ \frac{\varepsilon_{nC_8H_{18}}}{\kappa} &= 361 \text{ K} \\ \sigma_{aire} &= 3.617 \text{ \AA} \\ \frac{\varepsilon_{nC_8H_{18}}}{\kappa} &= 97 \text{ K}\end{aligned}$$

Desarrollo.

i) Se utiliza la ec. 4.10:

$$D_{nC_8H_{18} \text{ aire}} = \frac{0.0018583}{p\sigma_{nC_8H_{18} \text{ aire}}^2 \Omega_D} \left[T^3 \left(\frac{1}{PM_{nC_8H_{18}}} + \frac{1}{PM_{aire}} \right) \right]^{1/2}$$

con

$$\varepsilon_{nC_8H_{18} \text{ aire}} = \sqrt{\varepsilon_{nC_8H_{18}} \varepsilon_{aire}}$$

$$\sigma_{nC_8H_{18} \text{ aire}} = \frac{\sigma_{nC_8H_{18}} + \sigma_{aire}}{2} = 5.326$$

$$\frac{\varepsilon_{nC_8H_{18} \text{ aire}}}{\kappa} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{nC_8H_{18}}}{\kappa} \frac{\varepsilon_{aire}}{\kappa}} = \sqrt{(361)(97)} = 187.13 \text{ K}$$

Por lo tanto, para T_1 tenemos:

$$\frac{\kappa T_1}{\varepsilon_{nC_8H_{18} \text{ aire}}} = \frac{323.15}{187.13} = 1.727$$

Con este valor se lee el parámetro $\Omega_D = 1.135$ en la tabla D2 del libro de Bird y col. (2014). Sustituyendo los valores en la ecuación de Chapman-Enskog tenemos que:

$$D_{nC_8H_{18} \text{ aire}} = \frac{0.0018583}{(1)(5.326)^2(1.135)} \left[(323.15)^3 \left(\frac{1}{114.23} + \frac{1}{29} \right) \right]^{1/2}$$

$$D_{nC_8H_{18} \text{ aire}} = 0.0697 \text{ cm}^2/\text{s}$$

ii) La corrección por temperatura y presión se realiza con la ec. 4.12

$$D_{C_8H_{18} \text{ aire},2} = D_{C_8H_{18} \text{ aire},1} \left(\frac{p_1}{p_2} \right) \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{\Omega_D|_{T_1}}{\Omega_D|_{T_2}} \right)$$

$$\frac{\kappa T_2}{\varepsilon_{nC_8H_{18} \text{ aire}}} = \frac{453.15}{187.13} = 2.412$$

Para las condiciones de T_2 y p_2 el valor de $\Omega_{D2} = 1.010$, por lo tanto:

$$D_{C_8H_{18} \text{ aire},2} = 0.0697 \left(\frac{1}{5} \right) \left(\frac{453.15}{323.15} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1.135}{1.010} \right)$$

$$D_{C_8H_{18} \text{ aire},2} = 0.026 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

EPR 4.3. *Evaporación de un solvente por difusión.* En una bodega cerrada que no presenta corrientes de aire se derrama tolueno en el piso. Determine la tasa de difusión del tolueno en el aire si el interior de la bodega está en equilibrio térmico con una temperatura de 32 °C y presión de 1 atm. La difusividad de la mezcla es de $8.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Considere un flujo unidireccional en estado estacionario y que, a 4 mm de distancia vertical respecto a la interfase solvente-aire se tiene una concentración de tolueno del 55 % del valor de la concentración superficial de dicho solvente.

Solución.

Se considera el flujo de A (Tolueno) a través de una película estancada de gas B (aire), en la que, $N_B = 0$. La concentración de tolueno en la superficie se evalúa aplicando la ley de Raoult, en la que, la presión parcial del tolueno en la fase gaseosa es igual a la presión de vapor del tolueno en la fase líquida multiplicada por su fracción mol en dicha fase.

Datos.

$$T = 32 \text{ °C} = 305.15 \text{ K}$$

$$p = 1 \text{ atm} = 101.325 \text{ kPa}$$

$$D_{C_7H_8\text{-aire}} = 8.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \\ = 0.084 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$C_A = 0.55 C_{As} \text{ en } \delta = 4 \text{ mm}$$

$$R = 82.057 \frac{\text{cm}^3 \text{ atm}}{\text{mol K}}$$

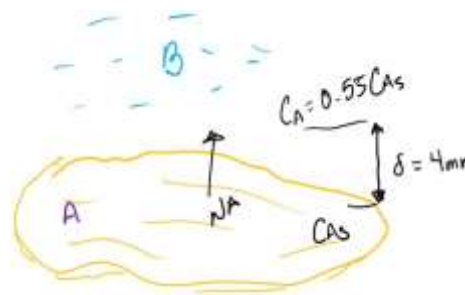
Propiedades del tolueno a T y p

$$\rho_{C_7H_8} = 0.855 \text{ g/cm}^3$$

$$p_{C_7H_8}^{vap} = 5.623 \text{ kPa} = \\ 0.055 \text{ atm}$$

$$PM_{C_7H_8} = 92.14 \text{ g/mol}$$

Desarrollo



$$p_A = x_A p_A^{vap} \text{ Ley de Raoult}$$

$$x_A = 1$$

$$C_{As} = \frac{p_A}{RT}$$

$$C = \frac{p}{RT}$$

A partir de la ley de Fick generalizada para una mezcla binaria tenemos:

$$N_A = (N_A + N_B) y_A - D_{AB} \frac{dC_A}{dz} \quad \text{con } y_A = \frac{C_A}{C}; N_B = 0$$

$$N_A \left(1 - \frac{C_A}{C}\right) = -D_{AB} \frac{dC_A}{dz}$$

$$N_A \int_0^\delta dz = -D_{AB} \int_{C_{As}}^{0.55 C_{As}} \frac{dC_A}{\left(1 - \frac{C_A}{C}\right)}$$

$$N_A = \frac{D_{AB} C}{\delta} \ln \left(\frac{1 - \frac{0.55 C_{As}}{C}}{1 - \frac{C_{As}}{C}} \right)$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$C_{As} = \frac{0.055 \text{ atm}}{\left(82.057 \frac{\text{cm}^3 \text{ atm}}{\text{mol K}}\right) (305.15 \text{ K})} = 2.197 \times 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$C = \frac{1 \text{ atm}}{\left(82.057 \frac{\text{cm}^3 \text{ atm}}{\text{mol K}}\right) (305.15 \text{ K})} = 3.994 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$N_A = \frac{(0.084)(3.994 \times 10^{-5})}{0.4} \ln \left(\frac{1 - \frac{(0.55)(2.197 \times 10^{-6})}{3.994 \times 10^{-5}}}{1 - \frac{(2.197 \times 10^{-6})}{3.994 \times 10^{-5}}} \right)$$

$$N_A = N_{C_7H_8} = 2.169 \times 10^{-7} \frac{\text{mol de } C_7H_8}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

EPR 4.4 *Difusión en pervaporación.* Las membranas son barreras selectivas que permiten la separación de una especie química de otras a través de su permeación. En las membranas con tamaño de poro pequeño, alrededor 5-10 Å, la separación se da por difusión de los solutos permeables a través de la estructura de la membrana. Dichos mecanismos se presentan en procesos como ósmosis inversa, diálisis y pervaporación. La Figura 3.5 muestra el proceso de pervaporación en el que una mezcla de alimentación líquida entra en contacto con un lado de la membrana; y el permeado se retira en forma de vapor por el otro lado. Determine el flujo molar radial de las moléculas de A que difunden a través de la membrana con espesor δ , para un tiempo y posición axial determinados (Figura 3.5)

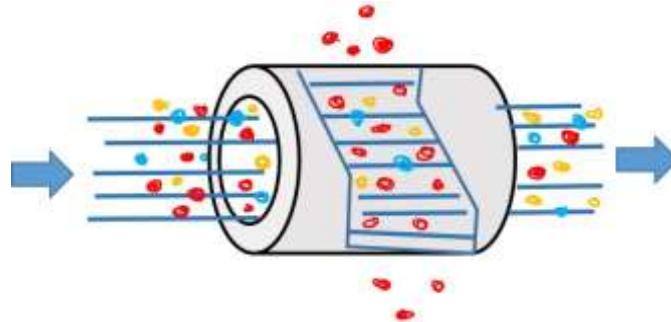


Figura 3.5 Esquema de pervaporación

Solución.

Para este caso, se considera la aproximación a flujo en estado estacionario, aunque las concentraciones en los compartimentos interno y externo de la membrana cambien con el tiempo. Los efectos de la variable tiempo sobre la difusión se establecen en la segunda ley de Fick, que se analizará en la competencia de la asignatura de balance de momento, calor y masa. Además, se toma en cuenta que la difusividad efectiva de A en la membrana es constante, y que existe un equilibrio en la interfase membrana-solución y membrana-gas en el interior y exterior de ésta, respectivamente.

La membrana tiene un radio interno r_1 y un espesor δ , $\therefore r_2 = r_1 + \delta$ es el radio externo.

Datos

\mathcal{D}_{Am}

en $r = r_1$, $C_A = C_{A1}$

en $r = r_2$, $C_A = C_{A2}$

$r_2 = r_1 + \delta$

δ es el espesor de la membrana

Flujo molar de A, $n_A = ?$

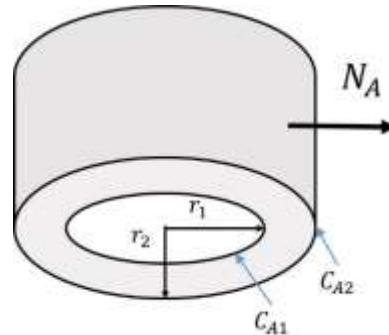
Condiciones de equilibrio

$C_{A1} = \kappa_I C_{Ao}$

$C_{A2} = \kappa_{II} p_A$

donde κ_I y κ_{II} son los coeficientes de repartición entre las membrana-solución y membrana-gas, respectivamente. C_{Ao} es la concentración de A en la solución que fluye en el interior de la membrana y p_A es la presión parcial en la fase gaseosa en el exterior de la membrana.

Desarrollo



Aplicamos la ley de Fick (Ec. 4.4) para evaluar el flujo molar:

$$\frac{n_A}{S} = -\mathcal{D}_{Am} \frac{dC_A}{dr}$$

$$S = 2\pi Lr$$

L es la longitud de la membrana. Realizamos la separación de variable de la ecuación diferencial y la integramos:

$$\frac{n_A}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\mathcal{D}_{Am} \int_{C_{A1}}^{C_{A2}} dC_A$$

$$n_A = \frac{2\pi L \mathcal{D}_{Am}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (C_{A1} - C_{A2})$$

Sustituimos las condiciones de equilibrio:

$$n_A = \frac{2\pi L \mathcal{D}_{Am}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (\kappa_I C_{Ao} - \kappa_{II} p_A)$$

Si relacionamos la concentración del componente A en la fase líquida, C_{Ao} , con p_A , la presión parcial de vapor de A en equilibrio con el líquido mediante la ecuación:

$$C_{Ao} = \frac{\kappa_I}{\kappa_{II}} p_{Ao}$$

Tenemos:

$$n_A = \frac{2\pi L \mathcal{D}_{Am} \kappa_{II}}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (p_{A0} - p_A) = \frac{\Delta p_A}{R}$$

donde

$$R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L \kappa_{II}}$$

es la resistencia de la membrana. Para una membrana delgada se puede considerar una transferencia a través de una placa en lugar de transferencia radial. En dicha situación la resistencia de la membrana se expresa como:

$$R = \frac{\delta}{S \mathcal{D}_{Am} \kappa_{II}}$$

El término $\mathcal{D}_{Am} \kappa_{II}$ también es conocido como permeabilidad de la membrana.

Ejercicios Prácticos Propuestos.

EPP 4.1. *Evaporación de una mezcla de alcoholes en aire.* En un vaso de precipitados se tiene una solución de metanol-etanol al 30 % molar de metanol. ¿Cuál será su tasa de difusión? La distancia de la superficie de la mezcla líquida hacia el exterior del vaso es de 4 cm. Considere una temperatura de 25 °C y presión de 1 atm. A estas condiciones la difusividad del metanol en aire y etanol en aire son 0.155 cm²/s y 0.118cm²/s, respectivamente.

Recurso Electrónico de Apoyo: Podcast “Importancia y aplicaciones de la Ley de Fick”

El podcast describe las aplicaciones de la ley de Fick en sistemas de encapsulación y liberación controlada, membranas y catálisis. Este recurso electrónico está disponible en la liga:

https://zacatepectecnm-my.sharepoint.com/:u:/g/personal/juan_po_zacatepec_tecnm_mx/EaAi3pvTCmFMuM8dOgFvXroB5OXhLbf5f4kB6cNrfGzdnw?e=pXqXyU

Caso de Estudio

“Determinación experimental de la Difusividad”

La difusividad es un parámetro fisicoquímico de transporte importante para resolver los problemas que involucran la difusión. Las difusividades moleculares en el aire son esenciales para la determinación de los flujos de las especies químicas a través de la interfaz aire-agua y en la difusión de gases residuales contaminantes en la atmósfera. La difusividad de solutos a través de sólidos y líquidos juega un papel importante en la extracción de sustancias activas. Los coeficientes de difusión gaseosa o líquidos en sólidos son parámetros importantes para describir la dispersión de contaminantes en suelos no saturados. La difusividad de los ingredientes farmacéuticos activos (APIs) a través de las barreras biológicas influyen en su biodisponibilidad y biodistribución. Por estas razones, es necesario determinar experimentalmente el valor de la difusividad de un soluto a través del medio en el que se encuentra o difunde.

Realice una búsqueda bibliográfica de al menos un método de medición de la difusividad para los siguientes casos: i) vapores a través de gases; ii) gases a través de líquidos; iii) solutos a través de matrices sólidas y/o poliméricas. Discuta en equipo los fundamentos en que se basan dichos métodos. ¿De qué variables depende la difusividad en cada uno de los casos antes mencionados? ¿Cómo interviene la ley de Fick en los diferentes métodos de medición de la difusividad?

Las mediciones del coeficiente de difusión de vapores de solventes en aire pueden realizarse mediante el siguiente método: se hace pasar una corriente de gas portador por el extremo abierto de un tubo vertical cilíndrico y de diámetro uniforme que contiene al solvente. Una vez alcanzado el estado estacionario, la pérdida de líquido puede medirse de varias maneras. Por ejemplo, se mide la rapidez de caída del nivel del menisco utilizando una regla o, preferentemente, un catetómetro. Con estos valores se pueden calcular los parámetros de la ley de Fick para el flujo del solvente a través de una película estancada. Integre equipos y realice la determinación experimental de la difusividad de: i) un solvente en aire, ii) una mezcla de solventes en aire. Compare los valores de los resultados experimentales con los valores estimados con las ecuaciones vistas en este tema. ¿Los valores experimentales y estimados son iguales? de no ser así, ¿cuáles son las causas de las desviaciones? Frente a grupo, discuta sus resultados y presente sus conclusiones.

Tema 5. Transferencia convectiva de masa

En la mayoría de las operaciones de transferencia de masa en las industrias químicas y de procesos afines, como la absorción, la humidificación, la destilación, la cristalización, la aireación, entre otras, implican principios de transferencia convectiva de masa. Con ello, se logran tasas de transferencia mayores y se reduce el tamaño de los equipos y, en consecuencia, el costo de la operación. Debido a nuestros limitados conocimientos sobre la turbulencia, no ha sido posible desarrollar las ecuaciones de velocidad para la difusión de remolinos en gases y líquidos, excepto en una región estrecha cerca de la superficie del sólido o de la frontera de fase. Es por ello que, en aplicaciones de ingeniería se emplea el término de coeficiente convectivo de transferencia de masa, que se estima mediante correlaciones, para calcular el flux másico o molar en el sistema.

5.1 Coeficientes de transferencia convectiva de masa (para contradifusión equimolar), de A a través de B en reposo y no difusivo, para diversas geometrías.

En los cálculos de ingeniería, nos interesa determinar la tasa de transferencia de masa de una fase a otra a través de la interfase sólido-fluido o fluido-fluido. La región cercana a la interfase puede presentar tres regiones de transferencia. En la primera, que es adyacente a la superficie, existe una fina y viscosa subcapa, en donde la transferencia se produce por difusión molecular. Hay una región de transición que es adyacente a la primera región, en la que existen algunos remolinos, y la transferencia de masa es la suma de la difusión turbulenta y difusión molecular. La tercera región es la región turbulenta, adyacente a la de transición, en la que la transferencia es por difusión turbulenta, con una pequeña cantidad por difusión molecular. La tasa de transferencia de masa puede evaluarse utilizando la ley de Fick generalizada (Ec. 4.6) introduciendo el término de difusividad turbulenta o coeficiente de difusión turbulento, E_D , que depende de la posición y del tiempo, y luego integrándola sobre el área interfacial.

Por otra parte, el flujo molar de la especie A en la interfase, $N_{A_{int}}$, se expresa en términos del coeficiente de transferencia de masa de masa, k_c , como:

$$N_{A_{int}} = k_c \Delta C_A \quad \text{Ec. 5.1}$$

donde $\Delta C_A = C_{A_{int}} - C_{A_{\infty}}$ es la diferencia de concentración molar característica de la especie A. La ecuación 5.1 recibe el nombre de la “ley de Newton de la transferencia de masa” (Tosun, 2019). A continuación, se presentan 3 ejemplos

para la obtención del coeficiente de transferencia de masa considerando el flux de una mezcla binaria de gases a través de una película:

1. *Coeficiente de transferencia de masa para la contradifusión equimolar.* El flux de A a través de una película de fluido de una mezcla binaria en coordenadas estacionarias es:

$$N_{A_{int}} = -(\mathcal{D}_{A,B} + E_D) \frac{dC_A}{dz} + x_A(N_A + N_B) \quad \text{Ec. 5.2}$$

Para una contradifusión molecular, $N_A = -N_B$. Si integramos considerando que la película tiene un área constante, tenemos:

$$N_{A_{int}} = -(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E_D}) \frac{(C_{A\infty} - C_{A_{int}})}{\Delta Z} \quad \text{Ec. 5.3}$$

donde $\overline{E_D}$ es el valor promedio de E_D y ΔZ es la distancia de la superficie hacia el interior del seno del fluido en la que se encuentra totalmente desarrollada la región turbulenta. Igualando las ecuaciones 5.3 con la 5.1 obtenemos:

$$k_C = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E_D})}{\Delta Z} \quad \text{Ec. 5.4}$$

2. *Coeficiente de transferencia de masa para la contradifusión equimolar con área variable.* Si consideramos que la contradifusión se da a través de una capa esférica con espesor $\delta = r_2 - r_1$, donde r_2 y r_1 son los radios internos y externos de la capa esférica, tenemos:

$$N_{A_{int}} = \frac{\dot{n}_{A_{int}}}{4\pi r^2} = -(\mathcal{D}_{A,B} + E_D) \frac{dC_A}{dr} \quad \text{Ec. 5.5}$$

Resolviendo la integral tenemos:

$$\dot{n}_{A_{int}} = -\frac{4\pi(\mathcal{D}_{A,B} + E_D)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} (C_{A\infty} - C_{A_{int}}) \quad \text{Ec. 5.6}$$

Comparando las ecuaciones 5.6 y 5.1 con $N_{A_{int}} = \frac{\dot{n}_{A_{int}}}{4\pi r_1^2}$, tenemos:

$$k_C = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + E_D)}{r_1^2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \quad \text{Ec. 5.7}$$

3. *Coeficiente de transferencia de masa para la difusión de A en una película estancada de gas B.* Para este caso, $N_B = 0$, sustituyendo en la Ec. 5.2 e integrando para un área constante, con $C_A = C_{y_A}$, tenemos:

$$N_{A_{int}} = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E}_D)C}{\Delta Z} \ln \left(\frac{1 - y_{A\infty}}{1 - y_{A_{int}}} \right) \quad \text{Ec. 5.8}$$

Considerando que:

$$\ln \left(\frac{1 - y_{A\infty}}{1 - y_{A_{int}}} \right) = \frac{C_{A_{int}} - C_{A\infty}}{\left(\frac{C_{A_{int}} - C_{A\infty}}{\ln \left(\frac{C(1 - y_{A\infty})}{C(1 - y_{A_{int}})} \right)} \right)} = \frac{C_{A_{int}} - C_{A\infty}}{\left(\frac{(1 - C_{A\infty}) - (1 - C_{A_{int}})}{\ln \left(\frac{C(1 - y_{A\infty})}{C(1 - y_{A_{int}})} \right)} \right)} = \frac{C_{A_{int}} - C_{A\infty}}{\left(\frac{C_{B\infty} - C_{B_{int}}}{\ln \left(\frac{C_{B\infty}}{C_{B_{int}}} \right)} \right)}$$

Como $C = C_A + C_B$, entonces:

$$N_{A_{int}} = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E}_D)C}{\Delta Z C_{B_{LM}}} (C_{A_{int}} - C_{A\infty}) \quad \text{Ec. 5.9}$$

con

$$C_{B_{LM}} = \frac{C_{B\infty} - C_{B_{int}}}{\ln \left(\frac{C_{B\infty}}{C_{B_{int}}} \right)}$$

Comparando las ecuaciones 5.6 y 5.1, tenemos:

$$k_C = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E}_D)C}{\Delta Z C_{B_{LM}}} = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E}_D)p}{\Delta Z C_{B_{LM}} RT} \quad \text{Ec. 5.10}$$

Si en los casos anteriores, solo se tiene la región laminar, $\overline{E}_D = 0$. El término de difusión turbulenta promedio, \overline{E}_D , es difícil de evaluar. En la mayoría de los casos no es posible obtener soluciones analíticas. Por lo que, es mejor recurrir a datos experimentales y correlacionamos, que se presentan en el tema siguiente, para evaluar el coeficiente de transferencia de masa.

La tabla 5.1 resume diversas definiciones de los coeficientes de transferencia de masa debido a que se utilizan varias definiciones de concentración en cada caso. A partir de las definiciones del Flux convectivo se obtienen las relaciones entre los diferentes coeficientes de transferencia de masa, por ejemplo, $k_c = k_G RT = k_y RT/P$, $k_H = PM_A k_Y$ o $k_L = k_x/C$.

La relación de los coeficientes de transferencia de masa de una película estancada y contradifusión equimolar se obtiene a partir de la definición del Flux. En la tabla 5.2 se reportan las equivalencias.

Tabla 5.1 Definiciones del coeficiente de transferencia de masa para diferentes formas de la fuerza motriz (Unidades en el SI).

Flux convectivo	Fase
$N_A = k_y(y_{As} - y_{A\infty}) \quad k_y \text{ (kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$	Gas
$N_A = k_G(p_{As} - p_{A\infty}) \quad k_G \text{ (kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ kPa}^{-1})$	
$N_A = k_Y(Y_{As} - Y_{A\infty}) \quad k_Y \text{ (kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$	
$N_A = k_c(C_{As} - C_{A\infty}) \quad k_c \text{ (m s}^{-1})$	
$N_A^* = k \rho_G(w_{As} - w_{A\infty}) \quad k \text{ (m s}^{-1})$	
$N_A^* = k_H(H_{As} - H_{A\infty}) \quad k_H \text{ (kg m}^{-2} \text{ s}^{-1})$	
$N_A = k_x(x_{As} - x_{A\infty}) \quad k_x \text{ (kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$	Líquido
$N_A = k_X(X_{As} - X_{A\infty}) \quad k_X \text{ (kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$	
$N_A = k_L(C_{As} - C_{A\infty}) \quad k_L \text{ (m s}^{-1})$	
$N_A^* = k \rho_L(w_{As} - w_{A\infty}) \quad k \text{ (kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$	
N_A Flux molar ($\text{kmol m}^{-2} \text{ s}^{-1}$), N_A^* Flux másico ($\text{kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$), x, y fracciones molares, X, Y relaciones molares, w fracciones masa, C concentración (kmol m^{-3}), ρ densidad (kg m^{-3}), H humedad absoluta, p_A presión parcial (kPa)	

Tabla 5.2 Relaciones entre los coeficientes de transferencia de masa de una película estancada y en contradifusión equimolar.

Película estancada	Contradifusión equimolar
$N_A = k_C \Delta C_A$	$N_A = k_C^* \Delta C_A$
$k_C = \frac{(\mathcal{D}_{AB} + \overline{E}_D)C}{\Delta z C_{BLM}}$	$k_C^* = \frac{(\mathcal{D}_{A,B} + \overline{E}_D)}{\Delta z} \therefore k_C^* = k_C \frac{C_{BLM}}{C}$
Para las diferentes formas en que se expresa la fuerza Fase gas	
$k_C^* = k_C \frac{C_{BLM}}{C} \quad k_G^* = k_G \frac{p_{BLM}}{p} \quad k_y^* = k_y \frac{p_{BLM}}{p}$	
Fase líquida	
$k_L^* = k_L \frac{C_{BLM}}{C} = k_L x_{BLM} \quad k_x^* = k_x x_{BLM}$	

5.2 Correlaciones. Transferencia de masa (en flujo por tuberías, para el flujo turbulento dentro de tuberías, para el flujo en torres de pared húmeda, de flujo paralelo a placas planas, con flujo que pasa por esferas individuales, en lechos empacados, para flujo alrededor de cilindros sencillos).

La transferencia de masa convectiva es similar a la transferencia de calor por convección. Se presentan dos casos de transferencia de masa: i) convección forzada, en el que el fluido es forzado a fluir por un agente externo (p.e. ventilador o bomba); ii) convección libre, en donde las fuerzas de flotación provocan la circulación del fluido debido a la diferencia de densidades. Además, la transferencia de masa por convección forzada puede ser de tipo laminar o turbulento dependiendo del número de Reynolds.

La mayoría de las situaciones de transferencia de masa útiles en la práctica implican un flujo turbulento, para el que, generalmente, no es posible calcular los coeficientes de transferencia de masa a partir de consideraciones teóricas. Aunque, cuando la transferencia de masa se presenta en la interfase sólido-fluido se puede aplicar la teoría de la película estancada. En la que se asume la presencia de una película estancada o de flujo laminar por parte del fluido, de espesor δ , y más allá de esta película, se establece un flujo turbulento (Welty, 2014). Dentro de este espesor hidrodinámico, existe un espesor efectivo δ_c , en el que flujo másico es gobernado por la difusión molecular. Más allá de este espesor efectivo, el flujo empieza a ser turbulento, por lo que existe un mezclado que no ofrece resistencia a la transferencia de masa (Figura 5.1).

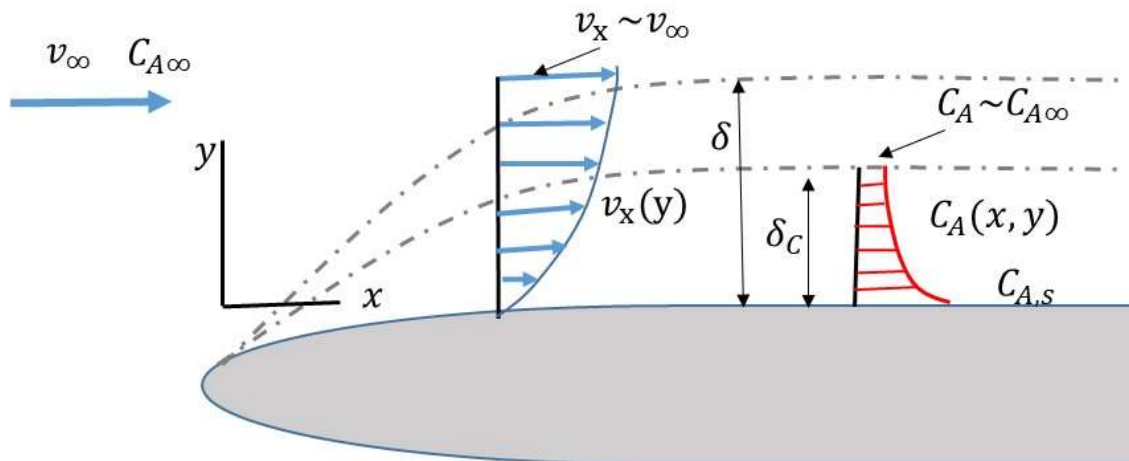


Figura 5.1 Distribución de velocidades y concentración de A en la capa límite.

Al igual que la convección térmica en la capa límite, no hay condición de deslizamiento de las especies en la superficie, por lo tanto, la transferencia de especies químicas en la superficie ($y = 0$) es por difusión y el flujo de masa en la superficie puede expresarse por la ley de Fick. Bajo estas condiciones los flux

difusivos y convectivos pueden igualarse en la capa límite, por tanto, el coeficiente local de transferencia de masa por convección puede definirse en términos de flujo molar y concentraciones molar (Rathore, 2015):

$$k_{Cx} = \frac{N_A}{C_{A_s} - C_{A_\infty}} = \frac{\left(-\mathcal{D}_{A,B} \frac{dC_A}{dy}\right)}{C_{A_s} - C_{A_\infty}} \quad \text{Ec. 5.11}$$

El coeficiente medio de transferencia de masa puede ser evaluado a partir de

$$k_C = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} k_{Cx} dA_s \quad \text{Ec. 5.12}$$

Para fines ingenieriles, en lugar de evaluar la ecuación 5.12, se prefiere utilizar datos experimentales y correlaciones basadas en el análisis dimensional. Para el caso de convección forzada, el coeficiente de transferencia de masa por convección es función de la dimensión característica l del cuerpo sólido, del coeficiente de difusión, \mathcal{D}_{AB} , las propiedades del fluido de densidad ρ , y viscosidad μ , y la velocidad del fluido v . Por lo que, al aplicar el análisis dimensional, se llega a la siguiente relación:

$$Sh = f(Re, Sc) \quad \text{Ec. 5.13}$$

En la que Sh es el número de Sherwood o Nusselt de masa, Re es el número de Reynolds y Sc es el número de Schmidt, definidos en la Tabla 1.1 del tema 1 de estos apuntes.

Para el caso de convección natural, el número de Grashof de masa, $Gr_{AB} = (L^3 \rho g \Delta \rho_A) / \mu^2$, que relaciona a las fuerzas de flotación debido a la diferencia de concentraciones y la fuerza gravitacional sustituye al número de Reynolds. Entonces:

$$Sh = f(Gr_{AB}, Sc) \quad \text{Ec. 5.14}$$

Las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura promedio, $(T_\infty + T_s)/2$, de la capa límite. En la tabla 5.3 se presentan las correlaciones para las condiciones de flujo y diferentes geometrías más utilizadas en problemas de ingeniería química.

Tabla 5.3 Correlaciones para transferencia de masa convectiva a través de varias geometrías.

Flujo -Geometría	Correlación
Convección forzada	
Flujo paralelo a una placa plana	<p>Para gases</p> $Sh = k_C L / \mathcal{D}_{AB} = 0.664 Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}} \quad Re = \rho v_{\infty} L / \mu < 2 \times 10^5 \text{ laminar}$ $Sh = 0.0365 Re^{0.8} Sc^{\frac{1}{3}} \quad Re > 2 \times 10^5 \text{ turbulento}$ <p>Para líquidos</p> $Sh = 0.99 Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{2}} \quad 600 < Re < 50000$ <p>L longitud característica de la placa en dirección al flujo</p>
Flujo interno en tubos lisos y circulares	<p>Gases</p> $Sh = k_C D / \mathcal{D}_{AB} = 0.0328 Re^{0.77} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 0.5 < Sc < 3 \text{ y } 3000 < Re < 40000$ $Re = \rho v_{\infty} D / \mu$ <p>Líquidos vaporizados en aire</p> $Sh \frac{p_{B,lm}}{P} = \frac{k_C D}{\mathcal{D}_{AB}} \frac{p_{B,lm}}{P} = 0.023 Re^{0.83} Sc^{0.44} \quad 0.1 < P \text{ (atm)} < 3 \quad 0.6 < Sc < 2.5 \text{ y } 2000 < Re < 35000$ <p>Líquidos</p> $Sh = 3.66 \quad Re < 2000 \text{ y concentración de masa uniforme en la pared}$ $Sh = 4.36 \quad Re < 2000 \text{ y concentración de masa constante en la pared}$ $Sh = 1.86 \left(\frac{D}{L} Re Sc \right)^{\frac{1}{3}} \quad 10 < Re < 2000$ $Sh = 0.023 Re^{0.83} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 1000 < Sc < 2260 \text{ y } 2000 < Re < 35000$ <p>D diámetro del cilindro</p>
Flujo externo perpendicular al cilindro.	$Sh = 0.6 Re^{0.513} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 50 < Re < 50000 \text{ y } 0.6 < Sc < 2.6 \text{ en gases o } 1000 < Sc < 3000 \text{ en líquidos.}$ <p>sublimación de un cilindro sólido en el aire que fluye normal a su eje</p> $\frac{k_G P Sc^{0.56}}{G_M} = 0.281 Re^{-0.4} \quad 0.6 < Sc < 2.6 \text{ y } 400 < Re < 25000$ $G_M = v C$
Flujo que pasa por esferas simples.	<p>Para gases</p> $Sh = k_C d / \mathcal{D}_{AB} = 2 + 0.552 Re^{0.53} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 0.6 < Sc < 2.7 \text{ y } 1 < Re < 48000$ $Re = \rho v_{\infty} d / \mu$ <p>Para líquidos</p>

	$Sh = 2 + 0.95 Re^{0.50} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 2 < Re < 2000 \text{ laminar}$ $Sh = 0.347 Re^{0.62} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 2000 < Re < 17000$ <p>d diámetro de la esfera</p>
Flujo a través de lechos empacados de esferas	<p>Gases</p> $Sh = \frac{0.4548}{\varepsilon} Re^{0.5931} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 10 < Re < 10000$ <p>Líquidos</p> $Sh = \frac{1.09}{\varepsilon} Re^{\frac{1}{3}} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 165 < Sc < 70000 \text{ y } 0.0016 < Re < 55$ $Sh = \frac{0.250}{\varepsilon} Re^{0.69} Sc^{\frac{1}{3}} \quad 165 < Sc < 10690 \text{ y } 55 < Re < 1500$ <p>ε es la fracción de espacios huecos</p>
Convección Natural	
Flujo sobre una placa vertical	$Sh = 0.59 (Gr Sc)^{0.25} \quad 10^5 < Gr Sc < 10^9$ $Sh = 0.1 (Gr Sc)^{\frac{1}{3}} \quad 10^9 < Gr Sc < 10^{13}$ <p>El fluido cerca de la superficie es ligero ($\rho_{Bs} < \rho_a$) ρ_a es la densidad del aire.</p>
Flujo sobre la superficie superior de una placa horizontal	$Sh = 0.54 (Gr Sc)^{0.25} \quad 10^4 < Gr Sc < 10^7$ $Sh = 0.15 (Gr Sc)^{\frac{1}{3}} \quad 10^7 < Gr Sc < 10^{11}$
Flujo sobre la superficie inferior de una placa horizontal	$Sh = 0.27 (Gr Sc)^{0.25} \quad 10^5 < Gr Sc < 10^{11}$
Flujo a través de tubos	$Sh = 2 + 0.57 (Gr Sc)^{0.25} \quad Gr Sc < 10^8$ $Sh = 2 + 0.025 (Gr Sc)^{\frac{1}{3}} Sc^{0.245} \quad Gr Sc > 10^8$

En el manual del ingeniero químico de Perry (Green y Southard, 2019) se puede localizar un condensado de correlaciones globales y locales para diferentes geometrías y condiciones de operación.

Ejercicios Prácticos Resueltos.

EPR 5.1. *Transferencia hacia el interior de un tubo.* La transferencia de masa sólido-líquido a través de tubos y conductos tiene una importancia práctica para el diseño y el desarrollo de diversas operaciones unitarias. Determine la tasa de transferencia de masa desde la pared interna de un tubo a un líquido que fluye en su interior en régimen turbulento y la concentración del soluto a la salida. El tubo está formado por un material sólido soluble en agua (solubilidad de 0.028 mol/L), con difusividad de $0.95 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$. El tubo tiene un diámetro interno de 2.5 cm y una longitud de 2 cm. Por su interior fluye agua a razón de 1 m/s, la cual tiene una temperatura de 20 °C.

Solución.

La concentración en la interfase sólido-líquido en el interior del tubo está dada por la solubilidad del soluto. Como el tubo es muy corto y la solubilidad es baja, podemos considerar que la concentración en el seno del fluido es igual a cero.

Datos

$$D = 2.5 \text{ cm}$$

$$L = 2 \text{ cm}$$

$$v = 1 \text{ m/s}$$

$$T = 20 \text{ °C} = 293.15 \text{ K}$$

$$D_{A H_2O} = 0.95 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$S = C_{As} = 0.028 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$= 2.8 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_{H_2O} = 998.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0.9982 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\mu_{H_2O} = 0.993 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$$

$$= 0.993 \times 10^{-2} \frac{\text{g}}{\text{cm s}}$$

Desarrollo

Se calculan los números de Reynolds y Schmidt para seleccionar la correlación más adecuada.

$$Re = \frac{\rho D v}{\mu} = \frac{(0.9982)(2.5)(100)}{0.993 \times 10^{-2}}$$

$$Re = 7539.27$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \left(\frac{0.993 \times 10^{-2}}{(0.9982)(0.95 \times 10^{-5})} \right)$$

$$Sc = 1047.148$$

Por lo tanto, de la tabla 5.3 tenemos que:

$$Sh = \frac{k_c D}{D_{AB}} = 0.023 Re^{0.83} Sc^{\frac{1}{3}}$$

Despejamos y calculamos k_c :

$$k_c = \frac{0.023 D_{AB}}{D} Re^{0.83} Sc^{\frac{1}{3}} = \frac{(0.023)(0.95 \times 10^{-5})}{2.5} (7539.27)^{0.83} (1047.148)^{\frac{1}{3}}$$

$$k_c = 1.467 \times 10^{-3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Finalmente evaluamos el flux de A:

$$N_A = k_c (C_{As} - C_{A\infty}) = (1.467 \times 10^{-3})(2.8 \times 10^{-5} - 0) = 4.107 \times 10^{-8} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \text{ s}}$$

EPR 5.2. *Flux molar de una fragancia en aire.* Cuando aplicamos una pequeña cantidad de fragancia en nuestra ropa, su olor es liberado de forma continua y homogénea, y es percibido por las personas que se encuentran cerca. La liberación de estas moléculas aromáticas es un proceso convectivo, que puede incrementarse con la presencia de corrientes de aire. Determina el coeficiente convectivo de transferencia de masa y la tasa de liberación de las moléculas de la fragancia. Considere que la presión de saturación de estas moléculas aromáticas en la superficie de la ropa es de 22 Pa, y que, un valor adecuado de la difusividad en el aire es de $2 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{h}$.

Solución.

Este ejercicio se trata de una convección natural. Se utilizará la correlación para el flujo en una placa vertical. Se tomará en cuenta que, el área de la ropa humedecida por la fragancia es circular y con 1 cm de diámetro. Se considera que el ambiente (aire) está a 25 °C y presión de 1 atm .

Datos

$$d = 1 \text{ cm}$$

$$p = 101325 \text{ Pa}$$

$$p_{As} = 22 \text{ Pa}$$

$$D_{A \text{ aire}} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{m}^2}{\text{h}} =$$

$$5.56 \times 10^{-2} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$$

$$T = 25 \text{ °C} = 298.15 \text{ K}$$

$$R = 8.314 \times 10^6 \frac{\text{cm}^3 \text{ Pa}}{\text{mol K}}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$\rho_{A\infty} = 0$$

$$PM_A = 154.25 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ (linalool)}$$

Propiedades del aire a 25 °C y 1 atm

$$PM_{\text{aire}} = 29 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\rho = 1.185 \times 10^{-3} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 1.838 \times 10^{-5} \text{ Pa s} \\ &= 1.838 \times 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm s}} \end{aligned}$$

Desarrollo

Con los datos del aire y concentraciones superficiales y en el aire de la fragancia se calculan los números de Schmidt y Grashof.

$$Gr_{AB} = \frac{\rho L^3 g \Delta \rho_A}{\mu^2}$$

$$\Delta \rho_A = \rho_{As} - \rho_{A\infty} = PM_A C_{As} = PM_A \frac{p_{As}}{RT}$$

$$Gr_{AB} = \frac{(1.185 \times 10^{-3})(1)^3(980)}{(1.838 \times 10^{-4})^2} \left(\frac{(154.25)(22)}{(298.15)(8.314 \times 10^6)} \right)$$

$$Gr_{AB} = 47.074$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D_{AB}} = \frac{1.838 \times 10^{-4}}{(1.185 \times 10^{-3})(5.56 \times 10^{-2})}$$

$$Sc = 0.279$$

$$Gr_{AB} Sc = 13.132$$

$$\frac{\Delta \rho_A}{\rho} \ll 1 \text{ solución diluida}$$

Como se trata de una solución diluida y $Gr_{AB} Sc < 10^8$, se selecciona una correlación del coeficiente de transferencia de masa local para una placa vertical y flujo laminar (Green y Southard, 2019):

$$Sh_x = \frac{k_{Cx}x}{D_{AB}} = 0.508 Sc^{0.5}(0.952 + Sc)^{-0.25} Gr^{0.25}$$

Esta expresión se sustituye en la ec. 5.12 y se integra sobre toda el área de transferencia (con $x = r$, r es el radio del círculo):

$$k_C = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} k_{Cx} dA_s = \frac{2\pi D_{AB} (0.508 Sc^{0.5} Gr^{0.25})}{(\pi d^2/4)(0.952 + Sc)^{0.25}} \int_0^r dr$$

$$k_C = \frac{4D_{AB} (0.508 Sc^{0.5} Gr^{0.25})}{(d)(0.952 + Sc)^{0.25}}$$

Sustituyendo los valores tenemos:

$$k_C = \frac{(4)(5.56 \times 10^{-2})(0.508)(0.279^{0.5})(47.074)^{0.25}}{(1)(0.952 + 0.279)^{0.25}}$$

$$k_C = 0.1484 \frac{cm}{s}$$

El Flujo de A se determina con la ec. 5.1:

$$N_A = \frac{n_A}{S} = k_C(C_{As} - C_A) = k_C C_{As} = k_C \frac{p_A}{RT}$$

Por lo tanto, tenemos que:

$$N_A = (0.1484) \left(\frac{22}{(298.15)(8.314 \times 10^6)} \right) = 1.317 \times 10^{-9} \frac{mol}{cm^2 s}$$

EPR 5.3. Pérdida de agua en una fuente decorativa. Existen diversas fuentes de agua con figuras decorativas en las que, una capa fina de agua cae a través de ésta. Determine el flux de agua que se evapora en una fuente decorativa para exteriores, considerando que hay una corriente de viento con una velocidad de 2.8 m/s. La fuente está ubicada en una explanada en el municipio de Zacatepec, Morelos, donde la temperatura promedio es de 27 °C y el porcentaje de humedad promedio es de 30%. Considere que la fuente tiene una longitud equivalente de 0.45 m, la difusividad del vapor de agua en aire es de 0.25 cm²/s y hay un coeficiente convectivo de calor, h , de 20 W/m² K.

Solución.

Es un problema con transferencia de calor y masa de forma simultánea y con cambio de fase. Se considera una geometría de cilindro con flujo externo perpendicular con longitud característica $L = 0.45$ m. Para este caso, se tomará la presión del ambiente igual a una atmósfera.

Datos

$$v = 2.8 \text{ m/s}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300.15 \text{ K}$$

$$p = 101.325 \text{ kPa}$$

$$R = 8.314 \frac{\text{m}^3\text{Pa}}{\text{mol K}}$$

$$\mathcal{D}_{\text{H}_2\text{O aire}} = \mathcal{D}_{AB} = 0.25 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} = 0.25 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$L = 0.45 \text{ m}$$

$$\%H = 30\%$$

$$h = 20 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Constantes de Antoine para el agua.

$$A = 7.96681$$

$$B = 1668.21$$

$$C = 228$$

$$\log P_i^{\text{sat}} = A - \frac{B}{C + T}, \quad p \text{ (mmHg)}, T(^{\circ}\text{C})$$

$$\Delta h_{gl} = 2257.06 \frac{\text{J}}{\text{g}} = 40627.08 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

Desarrollo

Los coeficientes convectivos de calor y masa para un fluido que fluye por el exterior de un tubo son:

$$Sh = \frac{k_c \mathcal{D}_{AB}}{L} = a Re^m Sc^{\frac{1}{3}}$$

$$Nu = \frac{hL}{k} = a Re^m Pr^{\frac{1}{3}}$$

Cuando hay transferencia de masa y calor de forma simultánea, los coeficientes a y m son iguales en ambas expresiones, entonces al combinarlas tenemos que:

$$\frac{h}{k_c} = \rho C p \left(\frac{Sc}{Pr} \right)^{\frac{2}{3}} = \rho C p \left(\frac{\alpha}{D_{AB}} \right)^{\frac{2}{3}} = \rho C p Le^{\frac{2}{3}}$$

$$k_c = \frac{h}{\rho C p \left(\frac{\alpha}{D_{AB}} \right)^{\frac{2}{3}}}$$

Le = número de Lewis.

El flux molar de agua evaporada se calcula aplicando ec. 5.1:

$$N_A = k_c (C_{As} - C_{A\infty}) = \frac{k_c}{RT} (p_{As} - p_{A\infty})$$

$p_{A\infty}$ es la presión parcial a las condiciones del medio ambiente, y p_{As} es la presión parcial en la interfase agua-aire a la temperatura superficial T_s . Esta última temperatura no se conoce, por lo que, el ejercicio se resuelve suponiendo un T_s , con la que se evalúa k_c y N_A . Para comprobar que nuestro supuesto es correcto, se compara T_s con el valor obtenido en la ecuación del balance térmico:

$$h(T_\infty - T_s) = N_A \Delta h_{lg}$$

$$T_s = T_\infty - \frac{N_A \Delta h_{lg}}{h}$$

donde Δh_{lg} es el calor latente molar de vaporización. Para calcular $p_{A\infty}$ partimos de la definición de % de humedad:

$$\%H = \frac{H}{H^{sat}} \times 100$$

con

$$H = \frac{p_{A\infty}}{p - p_{A\infty}} \left(\frac{PM_{H_2O}}{PM_{aire\ seco}} \right) \text{ humedad}$$

$$H^{sat} = \frac{p_A^{sat}}{p - p_A^{sat}} \left(\frac{PM_{H_2O}}{PM_{aire\ seco}} \right) \text{ humedad de saturación a } T_\infty$$

Por lo tanto

$$0.3 \left(\frac{p_A^{sat}}{p - p_A^{sat}} \right) = \frac{p_{A\infty}}{p - p_{A\infty}}$$

$$p_{A\infty} = \frac{0.3 p_A^{sat} p}{p - 0.7 p_A^{sat}}$$

La presión de saturación del agua a 27 ° C se obtiene con la ecuación de Antoine:

$$p_A^{sat} = 10^{A - \frac{B}{C+T}}$$

Sustituyendo los valores de las constantes de Antoine y la temperatura tenemos:

$$p_A^{sat} = 26.596 \text{ mm Hg} = 3545.791 \text{ Pa}$$

$$p_{A\infty} = \frac{(0.3)(3545.791)(101.325 \times 10^3)}{(101.325 \times 10^3) - (0.7)(3545.791)} = 1090.449 \text{ Pa}$$

En la tabla 5.4 se reportan los cálculos de las iteraciones. Los valores de las propiedades del aire se tomaron de los apéndices del libro de Welty y col. (2014).

Tabla 5.4. Valores calculados para el flux molar de agua evaporada.

T _s Supuesta (K)	Propiedades del aire a T _p = (T _s + T _∞)/2			k _c (m/s)	p _s (Pa)	N _A (mol/m ² s)	T _s cal. (K)
	ρ (kg/m ³)	C _p (W/m ² K)	α (m ² /s)				
298.15	1.180	1006.275	2.204E-05	1.831E-02	3147.722	1.520E-02	269.28
293.15	1.191	1006.200	2.170E-05	1.834E-02	2317.707	9.234E-03	281.39
291.15	1.195	1006.170	2.157E-05	1.835E-02	2043.480	7.225E-03	285.47
289.15	1.200	1006.140	2.143E-05	1.836E-02	1797.983	5.405E-03	289.17

Por lo tanto, el flux molar de agua que se evapora es:

$$N_A = 5.405 \times 10^{-3} \frac{\text{moles de } H_2O}{m^2 s}$$

EPR 5.4. *Transferencia de masa a través de una vasija.* Las vasijas de barro algunas veces son usadas para almacenar frutas, cereales, vegetales, carnes, etc. La estructura porosa de estos utensilios permite tener atmósferas controladas en su interior, por lo que, algunas culturas los utilizan para madurar y/o conservar ciertos alimentos. Durante este almacenamiento, los alimentos suelen liberar gases como, CO_2 , O_2 , vapor de agua, etc. Determine el flux de vapor agua que se permea hacia el exterior de una vasija tipo “olla”, que tiene un tamaño de 2L, un espesor de 5 mm y una permeabilidad al vapor de agua de $1.35 \text{ g mm m}^{-2} \text{ d}^{-1} \text{ Pa}^{-1}$. Su interior se encuentra a 30°C con una humedad de 70%. Considere que una corriente de aire seco a 30°C impacta la superficie externa de la vasija a una velocidad de 2 m/s.

Solución.

Se presenta una transferencia de masa difusiva a través del espesor de la olla y una convectiva desde la superficie exterior hacia el seno de la corriente de aire, es decir, existen dos resistencias ($R_{dif} = \text{difusiva}$; $R_{conv} = \text{convectiva}$) en serie en el sistema. Se considera que la presión en el interior de la olla es de 1 atm y que está lleno de aire. El valor de k_c se calcula para un flujo de fluido por el exterior de una esfera.

Datos

$$\begin{aligned}
 V &= 2L \\
 \delta &= 0.5 \text{ cm} \\
 T &= 30^\circ\text{C} = 302.15 \text{ K} \\
 R &= 8.314 \frac{\text{m}^3 \text{ Pa}}{\text{mol K}} \\
 p &= 101.325 \times 10^3 \text{ Pa} \\
 \%H_i &= 70\% \\
 \%H_e &= 0\% \\
 \mathcal{P} &= 1.35 \frac{\text{g mm}}{\text{m}^2 \text{ d Pa}} \\
 &= 1.563 \times 10^{-8} \frac{\text{g m}}{\text{m}^2 \text{ s Pa}} \\
 &= 8.681 \times 10^{-10} \frac{\text{mol m}}{\text{m}^2 \text{ s Pa}}
 \end{aligned}$$

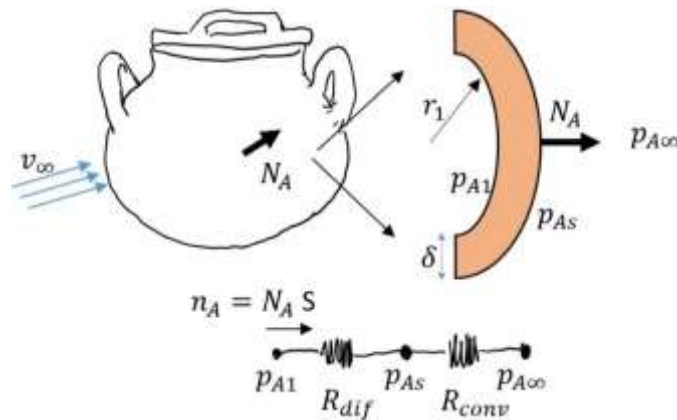
Datos del aire a 30°C y 1 atm

$$\rho = 1.1653 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\mu = 1.861 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}_{\text{H}_2\text{O aire}} = \mathcal{D}_{AB} &= 0.25 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \\
 &= 0.25 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

Desarrollo



La difusión a través del espesor de la vasija está dada por:

$$\begin{aligned}
 N_A &= \frac{n_A}{S} = -\mathcal{P} \frac{dp_A}{dr} \\
 r = r_1 \quad p_A &= p_{A1} \quad \text{y} \quad r = r_2 \quad p_A = p_{As}
 \end{aligned}$$

$$r_2 = r_1 + \delta$$

$$S = 4\pi r^2 \text{ \textit{área de la esfera}}$$

Integrando tenemos que:

$$n_A = \frac{4\pi\mathcal{P}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} (P_{A1} - P_{As}) = \frac{(P_{A1} - P_{As})}{\frac{1}{4\pi\mathcal{P}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{(P_{A1} - P_{As})}{R_{dif}}$$

El flujo molar del vapor de agua de la superficie de la vasija hacia el seno de la corriente de aire se determina con la ec. 5.1:

$$n_A = 4\pi r_2^2 \frac{k_c}{RT} (p_{As} - p_{A\infty}) = \frac{(p_{As} - p_{A\infty})}{\left(\frac{RT}{4\pi r_2^2 k_c}\right)} = \frac{(p_{As} - p_{A\infty})}{R_{conv}}$$

Si consideramos el potencial de los extremos tenemos:

$$n_A = \frac{(p_{A1} - p_{A\infty})}{(R_{dif} + R_{conv})} = \frac{\Delta p_A}{\sum R}$$

Para seleccionar la correlación adecuada de la tabla 5.3 evaluamos Reynolds y Schmidt:

$$V = \frac{4}{3} \pi r_1^3 \quad \therefore \quad r_1 = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{(3)(2000)}{4\pi}} = 7.816 \text{ cm}$$

$$r_2 = r_1 + \delta = 8.316 \text{ cm}$$

$$Re = \frac{\rho v d_2}{\mu} = \frac{(1.1653)(2)(2)(8.316 \times 10^{-2})}{1.861 \times 10^{-5}} = 2.083 \times 10^6$$

$$Sc = \frac{\mu}{\rho \mathcal{D}_{AB}} = \frac{1.861 \times 10^{-5}}{(1.1653)(0.25 \times 10^{-4})} = 0.639$$

$$Sh = k_c d / \mathcal{D}_{AB} = 2 + 0.552 Re^{0.53} Sc^{\frac{1}{3}}$$

$$k_c = \frac{0.25 \times 10^{-4}}{(2)(8.316 \times 10^{-2})} \left(2 + 0.552 (2.083 \times 10^6)^{0.53} (0.639)^{\frac{1}{3}} \right) = 1.5987 \frac{m}{s}$$

Sustituyendo este valor:

$$R_{conv} = \left(\frac{(8.314)(302.15)}{(4)(\pi)(0.08316)^2(1.5987)} \right) = 1.814 \times 10^4 \text{ Pa s/mol}$$

$$R_{dif} = \frac{1}{4\pi(8.681 \times 10^{-10})} \left(\frac{1}{0.07816} - \frac{1}{0.08316} \right) = 2.275 \times 10^9 \text{ Pa s/mol}$$

Como $R_{dif} \gg R_{conv}$ entonces $\sum R \sim R_{dif}$

$$n_A = \frac{(p_{A1} - p_{A\infty})}{\sum R} = \frac{p_{A1} - 0}{R_{dif}}$$

La p_{A1} se obtiene a partir de la definición de porcentaje de humedad, del ejercicio 5.3 tenemos que:

$$\%H = \frac{H}{H^{sat}} \times 100$$

Entonces:

$$p_{A1} = \frac{0.7 p_A^{sat} p}{p - 0.7 p_A^{sat}}$$

A partir de la ecuación de Antoine, calculamos la presión de saturación del agua a 30 °C :

$$p_A^{sat} = 10^{A - \frac{B}{C+T}} = 31.687 \text{ mmHg} = 4224.561 \text{ Pa}$$

Con $A = 7.96681$; $B = 1668.21$; $C = 228$

Por lo que:

$$p_{A1} = 3046.094 \text{ Pa}$$

Finalmente, tenemos que:

$$n_A = \frac{3046.094}{2.275 \times 10^9} = 1.339 \times 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

Recurso Electrónico de Apoyo: Presentación “Selección del modelo de transferencia de masa: Difusión vs Convección”

Esta presentación en PowerPoint presenta varios ejemplos para la selección del modelo de transferencia de masa. Se anexa en los apéndices y está disponible en la liga:

https://zacatepectecnm-my.sharepoint.com/:p/g/person/juan_po_zacatepec_tecnm_mx/ESuypBrnbUIJjDYUXN7uLGIBh8w3DKWjQSAOmJaHiHrsLA?e=BPEjYj

Caso de Estudio

“Coeficiente de transferencia de masa volumétrico”

Los contactores gas-líquido, gas-líquido-líquido y gas-líquido-sólido se utilizan habitualmente en las industrias químicas y a fines, que incluyen procesos como absorción, adsorción, destilación en torres empacadas, reactores y/o biorreactores de lechos fluidizados y de burbuja, entre otros. Para estos casos, el transporte de masa se caracteriza mejor utilizando el coeficiente de transferencia de masa volumétrico, debido a que la transferencia se presenta a través de interfaces entre partículas o burbujas presentes en un determinado espacio. Para ello, se introduce el término de área específica (a) que relaciona la superficie de transferencia por unidad de volumen.

Lea y analice las siguientes lecturas: <https://doi.org/10.1155/2013/409675> y DOI: 10.4172/2157-7048.1000136, relacionadas con la determinación de K_{La} en reactores de columna de burbuja y biorreactores o fermentadores, donde la aireación o transferencia de oxígeno es importante. A partir de su análisis, discuta en grupo los siguientes cuestionamientos:

- 1) ¿Por qué es importante conocer K_{La} ?
- 2) ¿Qué resistencias contempla $\frac{1}{K_{La}}$?
- 3) ¿Qué factores o variables influyen en la determinación del valor de K_{La} u cuál es su funcionalidad?
- 4) Explique el método experimental para evaluar K_{La}

Realice una visita al laboratorio de ingeniería química de su institución para observar una torre o columna empacada y compárela con la torre o columna de platos. Estos dos equipos son utilizados por las industrias para realizar la destilación. Identifique en los equipos antes mencionados qué es una unidad de transferencia y qué es una etapa de equilibrio. Además, responda el cuestionamiento: ¿por qué es importante conocer K_{La} o K_{Ga} en la unidad de transferencia de masa?

Con la o el docente responsable de la asignatura, establezca los productos de entrega para esta actividad y los criterios y/o rúbricas para su evaluación.

Referencias.

- Alhama López, F. y Nicolás Madrid, C. (2015). *Análisis dimensional discriminado en mecánica de fluidos y transferencia de calor*. Editorial Reverté. <https://elibro.net/es/lc/itzacatepec/titulos/46740>
- Anaya-Durand, A. y Pedroza-Flores, H. (2008). Scaling-up, the art of chemical engineering: Pilot plants, the step between the egg and the hen. *Tecnología, Ciencia, Educación*, 23 (1) 31-39.
- Bergman, T L y Lavine, A. S. (2017) *Fundamentals of heat and mass transfer*. 8th edition, Wiley.
- Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N. y Klingenberg, D. J. (2014) *Introductory transport phenomena*. Wiley.
- Bolster, D., Hershberger, R. E. y Donnelly, R. J. (2011). Dynamic similarity, the dimensionless science. *Physics Today*, 64 (9) 42-47. <https://doi.org/10.1063/PT.3.1258>
- Camaraza Medina, Y. (2020). *Transferencia de calor por convección*. Editorial Universitaria. <https://elibro.net/es/lc/itzacatepec/titulos/126029>
- Cengel, Y. A. y Cimbala, J. M. (2020). *Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones*. 4ta edición. Mc. Graw Hill.
- Cengel, Y. A. y Ghajar, A. J. (2020). *Transferencia de calor y masa: Fundamentos y aplicaciones*. 6ta edición. Mc. Graw Hill.
- Fichera, G. (1992) Is the Fourier theory of heat propagation paradoxical?. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 41, 5-28. <https://doi.org/10.1007/BF02844459>
- Fuller, E. N., Schettler, P. D. y Calvin Giddings, J. (1966). New method for prediction of binary gas-phase diffusion coefficients. *Industrial and Engineering Chemistry*, 58 (5), 18-27. <https://doi.org/10.1021/ie50677a007>
- Geankoplis, C. J. (2014). *Procesos de transporte y principios de procesos de separación*. 4ta edición. Patria.
- Ghiaasiaan, S. M. (2018) *Convective Heat and Mass Transfer*. 2nd edition, CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781351112758>
- Gupta, M. K., Bumtariya, K. J., Shukla, H. A., Patel, P. y Khan, Z. (2017). Methods for Evaluation of Radiation View Factor: A Review. *Materials Today: Proceedings*, 4 (2), 1236-1243. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.01.143>.
- Gustafson, K. E. y Dickhut, R. M. (1994) Molecular diffusivity of polycyclic aromatic hydrocarbons in air. *Journal of Chemical and Engineering Data*, 39 (2), 286-289. <https://doi.org/10.1021/je00014a020>
- Green, D. W. y Southard, M. Z. (2019). *Perry's chemical engineers' handbook*. 9th edition. Mc. Graw Hill.
- Havgaard Vorre, M., Lund Jensen, R. y Le Dréau, J. (2015) Radiation exchange between persons and surfaces for building energy simulations. *Energy and Buildings*, 101, 110-121. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2015.05.005>

- Javed, K. H., Mahmud, T. y Purba, E. (2006) Enhancement of mass transfer in a spray tower using swirling gas flow. *Chemical Engineering Research and Design*, 84 (A6), 465-477. <https://doi.org/10.1205/cherd.05119>
- Latini, G., Nicola, G. D. y Pierantozzi, M. (2014). A Critical Survey of Thermal Conductivity Literature Data for Organic Compounds at Atmospheric Pressure and an Equation for Aromatic Compounds. *Energy Procedia*, 45, 616-625. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2014.01.066>
- Levenspiel, O. (2018). Flujo de fluidos e intercambio de calor. Editorial Reverté. <https://elibro.net/es/lc/itzacatepec/titulos/106541>
- Li, C. C. (1976) Thermal conductivity of liquid mixtures. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 2 (5), 927-930. <https://doi.org/10.1002/aic.690220520>
- Méndez Montealvo, M. G. D. C. (2010). *Introducción a la reología*. Instituto Politécnico Nacional. <https://elibro.net/es/lc/itzacatepec/titulos/74040>
- Park, S., Tuller, S.E. Human body area factors for radiation exchange analysis: standing and walking postures. *International Journal of Biometeorology*, 55, 695-709 (2011). <https://doi-org.pbidi.unam.mx:2443/10.1007/s00484-010-0385-2>
- Rao, M. A. (2014). *Rheology of fluid, semisolid, and solid foods: principles and applications*. 3rd edition, Springer.
- Rajendra Karwa (2017). *Heat and mass transfer*. Editorial Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-1557-1>
- Rathore, M. M. (2015). *Engineering heat and mass transfer*. 3rd edition, Laxmi Publications Ltd.
- Ruzicka, M. C. (2008). On dimensionless numbers. *Chemical engineering research and design*, 8 (6) 835-868. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2008.03.007>
- Sinha, A. P. y Parameswar De. (2012). *Mass transfer: Principles and operations*. Editorial PHI Learning Private Limited.
- Tosun, I. (2019) *Fundamental mass transfer concepts in engineering applications*. 1^{ra} edición. Editorial Taylor & Francis. <https://doi.org/10.1201/b22432>
- Walton, G. (2002), Calculation of Obstructed View Factors by Adaptive Integration, NIST Interagency/Internal Report (NISTIR), National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD, [online], <https://doi.org/10.6028/NIST.IR.6925> (Accessed May 23, 2022)
- Welty, J. R., Wicks, Ch. E y Wilson, R. (2014). *Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa*. 2^a edición, Editorial Limusa-Wiley.
- Winterton, R. H. S. (1999) Newton's law of cooling, *Contemporary Physics*, 40 (3) 205-212. <https://doi:10.1080/001075199181549>

Apéndice 1. Respuesta a los ejercicios prácticos propuestos.

EPP 1.1. Solución.

Para realizar la adimensionalización de la ecuación diferencial debemos considerar los valores extremos de las variables.

Datos

Desarrollo

Variables en la ecuación: C, r .

Parámetros en la ecuación: D_{eff} .

Valores extremos de las variables:

C_0, R .

Se proponen las siguientes variables adimensionales empleando los valores extremos conocidos de las variables:

$$Y = \frac{C(r,t) - C_i}{C_0 - C_i} \quad \text{Concentración adimensional}$$

$$\rho = \frac{r}{R} \quad \text{Radio dimensional}$$

Sus derivadas están dadas por:

$$\begin{aligned} \partial Y &= \frac{1}{C_0 - C_i} \partial C \\ \partial \rho &= \frac{1}{R} \partial r \end{aligned}$$

Sustituyendo las equivalencias en la ecuación diferencial tenemos:

$$(C_0 - C_i) \frac{\partial Y}{\partial t} = D_{eff} \left((C_0 - C_i) \frac{\partial}{\partial (R\rho)} \left(\frac{\partial Y}{\partial (R\rho)} \right) + (C_0 - C_i) \frac{2}{(R\rho)} \frac{\partial Y}{\partial (R\rho)} \right)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{D_{eff}}{R^2} \left(\frac{C_0 - C_i}{C_0 - C_i} \right) \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial Y}{\partial \rho} \right)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \left(t \frac{D_{eff}}{R^2} \right)} = \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial Y}{\partial \rho} \right)$$

$$\text{Si } Fo = \frac{t D_{eff}}{R^2}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial Fo} = \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial Y}{\partial \rho} \right)$$

Las nuevas condiciones frontera están dadas por:

$$\begin{aligned} & a Fo = 0, 0 < \rho \leq 1, & Y(\rho, 0) = 1 \\ & \text{en la superficie para } Fo > 0, & \rho = 1, Y(\rho, Fo) = 0 \\ & \text{en el centro } \rho = 0 \text{ para } Fo > 0, & \left. \frac{\partial Y(\rho, Fo)}{\partial r} \right|_{\rho=0} = 0 \end{aligned}$$

Los grupos adimensionales obtenidos son:

Concentración de la sustancia activa adimensional, Y
 Número de Fourier, Fo, que es un tiempo adimensional.
 Radio adimensional, ρ .

EPP 2.1. Solución.

Para calcular el Re_g se determinan los valores de los parámetros reológicos a la temperatura de operación del fluido (30 °C). Para ello, se emplea la ecuación de Arrhenius de la tabla 2.1 sustituyendo la variable de viscosidad aparente, η_a , por los parámetros K y n, de la ley de potencia.

Datos

$$\dot{v} = \left[150 \frac{L}{min} \right] \left[\frac{1 m^3}{1000 L} \right] \left[\frac{1 min}{60 s} \right] = 1.273 m/s$$

$$\rho = 1200 \frac{k}{m^3}$$

$$T_{operación} = 30 \text{ °C} = 303.15 \text{ K}$$

$$d = 5 \text{ cm} = 0.05m$$

Parámetros reológicos

T (°C)	K (Pa·s ⁿ)	n	r ²
15	0.46	0.49	0.987
20	0.44	0.53	0.991
50	0.39	0.68	0.994

Desarrollo.

Las ecuaciones de Arrhenius linealizadas para realizar el ajuste de los parámetros son:

$$\ln(K) = \ln(A) - \frac{E_a}{R} \frac{1}{T}$$

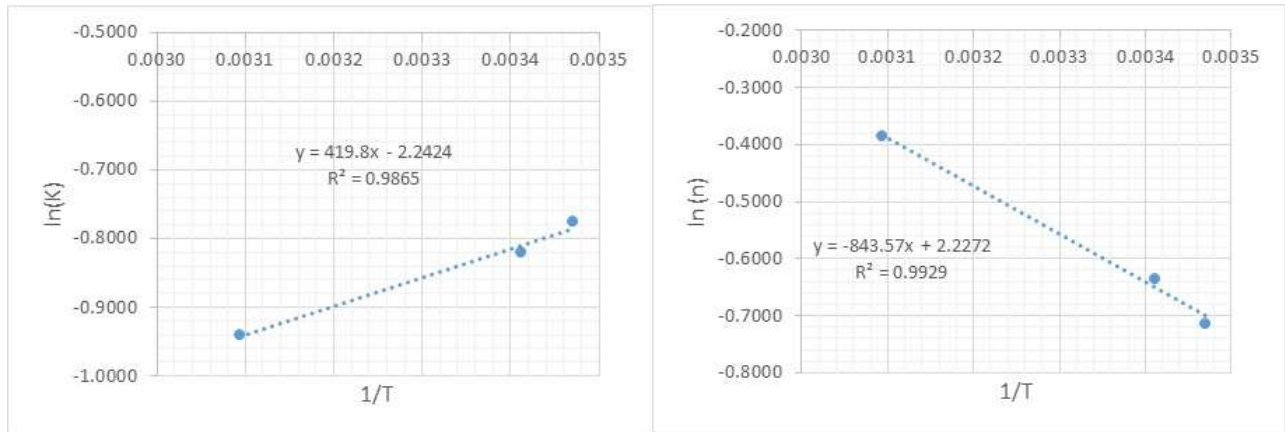
$$\ln(n) = \ln(A') - \frac{E'_a}{R} \frac{1}{T}$$

Con T en Kelvin.

Con la información se obtienen los siguientes datos:

1/T (K ⁻¹)	Ln (K)	Ln (n)
0.0035	-0.7765	-0.7133
0.0034	-0.8210	-0.6349
0.0031	-0.9416	-0.3857

Estos datos se grafican y se aplica el ajuste a una línea recta en Excel.



Los modelos para los parámetros son:

$$\ln(K) = -2.2424 + 419.8 \frac{1}{T}$$

$$\ln(n) = 2.2272 - 843.57 \frac{1}{T}$$

Para T= 303.15 tenemos:

$$K = \exp\left(-2.2424 + 419.8 \frac{1}{303.15}\right) = 0.424$$

$$\ln(n) = \exp\left(2.2272 - 843.57 \frac{1}{303.15}\right) = 0.574$$

Sustituyendo los valores en la ecuación de Reynolds generalizado:

$$Re_g = \frac{d^n v^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \left(\frac{4n}{1+3n}\right)^n = \frac{(0.05^{0.574})(1.273^{2-0.574})(1200)}{(8^{0.574-1})(0.424)} \left(\frac{(4)(0.574)}{1+(3)(0.574)}\right)^{0.574}$$

$$Re_g = 1573.25$$

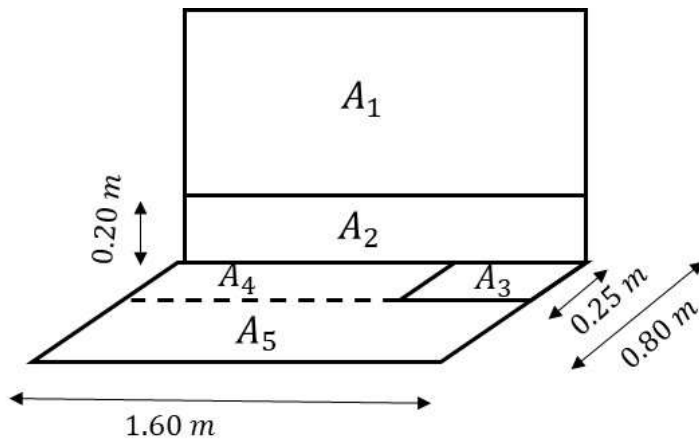
Lo cual nos indica que el líquido fluye en un régimen laminar.

EPP 3.1. Solución.

Este ejercicio se resuelve utilizando los gráficos reportados de factores de forma. La geometría que podemos emplear es la de rectángulos adyacentes en planos perpendiculares que comparten una arista común. Para ello, requerimos aplicar algebra de factores de forma para lograr dicha configuración.

Desarrollo.

El esquema original es:



$$\begin{aligned}
 A_1 &= (1.6)(1.2) = 1.92 \text{ m}^2 \\
 A_2 &= (1.6)(0.2) = 0.32 \text{ m}^2 \\
 A_3 &= (0.35)(0.25) = 0.0875 \text{ m}^2 \\
 A_4 &= (1.25)(0.25) = 0.3125 \text{ m}^2 \\
 A_5 &= (1.6)(0.55) = 0.88 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Debemos encontrar $F_{15} = ?$

Sea $A_6 = A_1 + A_2$, $A_7 = A_3 + A_4 + A_5$ y $A_8 = A_3 + A_4$ tenemos:

$$A_6 F_{67} = A_1 F_{13} + A_1 F_{14} + A_1 F_{15} + A_2 F_{23} + A_2 F_{24} + A_2 F_{25}$$

Aplicando la ec. 3.21, tenemos que:

$$F_{27} = F_{23} + F_{24} + F_{25}$$

Entonces:

$$A_6 F_{67} = A_1 F_{13} + A_1 F_{14} + A_1 F_{15} + A_2 (F_{27})$$

Ahora encontramos la relación para $A_8 F_{86}$ y $A_2 F_{28}$:

$$A_8 F_{86} = A_3 F_{32} + A_3 F_{31} + A_4 F_{42} + A_4 F_{41}$$

$$A_2 F_{28} = A_2 F_{23} + A_2 F_{24}$$

Aplicando el principio de reciprocidad:

$$A_3 F_{31} = A_1 F_{13}, \quad A_4 F_{41} = A_1 F_{14}, \quad A_2 F_{23} = A_3 F_{32} \quad \text{y} \quad A_2 F_{24} = A_4 F_{42}$$

Por lo que:

$$A_8 F_{86} = A_2 F_{28} + A_1 F_{13} + A_1 F_{14}$$

$$A_1 F_{13} + A_{14} = A_8 F_{86} - A_2 F_{28}$$

Sustituyendo este valor en $A_6 F_{67}$ y despejando F_{15} , nos queda la expresión:

$$F_{15} = \frac{1}{A_1} (A_6 F_{67} + A_2 F_{28} - A_8 F_{86} - A_2 F_{27})$$

cuyos factores corresponden a rectángulos adyacentes y se reportan en gráficos en cualquiera de las referencias de la asignatura que contenga el tema de radiación. Para este caso, dichos valores se tomaron del gráfico de la Figura 23.13 del libro Welty y col. 2014:

Para $x = 1.6$

y	x	Y = y/x	Z = z/x	Factor de visión
1.40	0.80	0.88	0.50	$F_{67} = 0.275$
0.20	0.25	0.13	0.16	$F_{28} = 0.280$
0.25	1.40	0.16	0.88	$F_{86} = 0.075$
0.20	0.80	0.13	0.50	$F_{27} = 0.110$

Sustituyendo los valores tenemos que:

$$F_{51} = \left(\frac{1}{1.92} \right) (0.6404) = 0.3335$$

EPP 4.1. Solución.

Este es un caso de transferencia de masa de una mezcla de gases a través de una película estancada. Se considera que existe un equilibrio térmico a 25 °C. Para simplificación en las ecuaciones, se establece la siguiente nomenclatura: $A = \text{metanol}$, $B = \text{etanol}$ y $C = \text{aire}$.

Datos

$$D_{CH_3OH \text{ aire}} = 0.155 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$D_{C_2H_5OH \text{ aire}} = 0.118 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$T = 25 \text{ }^\circ\text{C} = 298.15 \text{ K}$$

$$p = 1 \text{ atm}$$

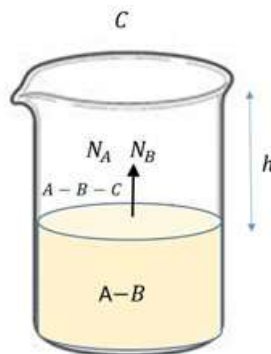
$$p_{CH_3OH}^{vap} = 16.958 \text{ kPa}$$

$$p_{C_2H_5OH}^{vap} = 7.864 \text{ kPa}$$

$$R = 8314.46 \frac{\text{cm}^3 \text{ kPa}}{\text{mol K}}$$

$$x_A = 0.3$$

Desarrollo



La tasa de difusión, N_t , es:

$$N_t = N_A + N_B$$

Aplicamos la ley de Fick generalizada, Ec. 4.6, para A:

$$N_A = (N_A + N_B + N_C)y_A - \mathcal{D}_{AC}C_T \frac{dy_A}{dz}$$

$$N_C = 0 \quad y \quad N_B = \beta N_A$$

Entonces:

$$N_A = -\frac{\mathcal{D}_{AC}C_T}{(1 - (1 + \beta)y_A)} \frac{dy_A}{dz}$$

Integrando la ecuación anterior tenemos:

$$N_A \int_0^h dz = -\mathcal{D}_{AC}C_T \int_{y_{As}}^{y_{Ah}} \frac{dy_A}{1 - (1 + \beta)y_A}$$

$$N_A = \frac{\mathcal{D}_{AC}C_T}{h(1 + \beta)} \ln \left(\frac{1 - (1 + \beta)y_{Ah}}{1 - (1 + \beta)y_{As}} \right)$$

$$C_T = \frac{p}{RT}$$

$$y_{As} = \frac{p_A}{p} = \frac{x_A p_A^{vap}}{p} \quad y_{Ah} = 0$$

El valor de β se refiere al comparativo de las velocidades de vaporización de B y A. La evaporación existe en cuanto la presión parcial del vapor en el gas es inferior a la presión de saturación. Para este caso, que contempla sistemas diluidos en equilibrio térmico, se puede asociar el valor de β con las humedades molares, H , de A y B en la interfase:

$$\beta = \frac{N_B}{N_A} = \frac{\mathcal{D}_{BC}(H_B^{sat} - H_B^{int})}{\mathcal{D}_{AC}(H_A^{sat} - H_A^{int})} = \frac{\mathcal{D}_{BC} \left(\frac{p_B^{vap}}{p - p_B^{vap}} - 0 \right)}{\mathcal{D}_{AC} \left(\frac{p_A^{vap}}{p - p_A^{vap}} - 0 \right)} = \frac{\mathcal{D}_{BC} p_B^{sat} (p - p_A^{sat})}{\mathcal{D}_{AC} p_A^{sat} (p - p_B^{sat})}$$

Sustituyendo los valores de los datos de A y B en las ecuaciones obtenidas, tenemos:

$$\beta = \frac{(0.118)(7.864)(101.325 - 16.958)}{(0.155)(16.958)(101.325 - 7.864)} = 0.319$$

$$C_T = \frac{101.325}{(8314.46)(298.15)} = 4.087 \times 10^{-5} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^3}$$

$$y_{As} = \frac{(16.958)(0.3)}{101.325} = 0.050$$

$$N_A = \frac{(0.155)(4.087 \times 10^{-5})}{(4)(1 + 0.319)} \ln\left(\frac{1}{1 - (1.319)(0.050)}\right)$$

$$N_A = 8.193 \times 10^{-8} \frac{\text{mol de } CH_3OH}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

$$N_B = \beta N_A = (0.319)(8.193 \times 10^{-8}) = 2.611 \times 10^{-8} \frac{\text{mol de } C_2H_5OH}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

$$N_T = N_A + N_B = 10.804 \times 10^{-8} \frac{\text{mol}}{\text{cm}^2 \text{s}}$$

Apéndice 2. Recursos electrónicos de apoyo e instrumentación didáctica

Se anexan los siguientes recursos electrónicos:

Tema 1:

Presentación “[Similitudes y escalamiento en Ingeniería Química](#)”

Tema 2:

Infografía “[Instrumentos y equipos para medición de viscosidad](#)”

Presentación “[Tópicos de Reología](#)”

Tema 3:

Presentación “[Mecanismos de transferencia de calor y resistencia térmica](#)”

Tema 4:

Podcast “[Importancia y aplicaciones de la Ley de Fick](#)”

Tema 5:

Presentación “[Selección del modelo de transferencia de masa](#)”

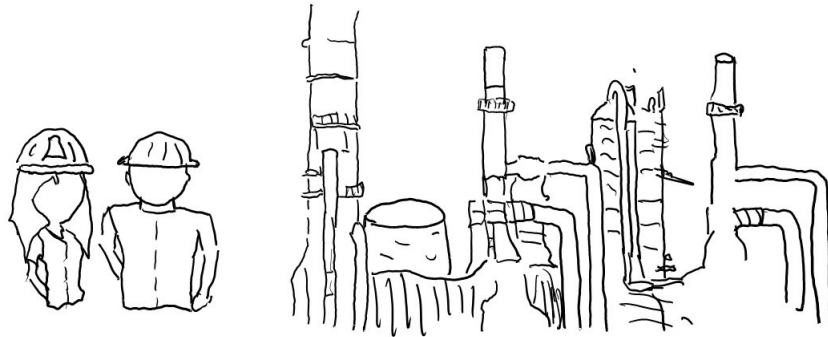
Se anexa la instrumentación didáctica de la asignatura de:

[Mecanismos de Transferencia](#)

Similitudes y Escalamiento en Ingeniería Química

Juan Pablo Pérez Orozco

El ingeniero químico suele ocuparse de la aplicación industrial de procesos en los que la conversión química o microbiológica de la materia tiene lugar junto con la transferencia de masa, calor y momento.



Escalamiento

Procedimiento para aplicar el mismo proceso a diferentes volúmenes de producción

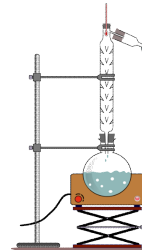


“Ningún producto se fabrica a gran escala...siempre son necesarias pruebas a escala de laboratorio”

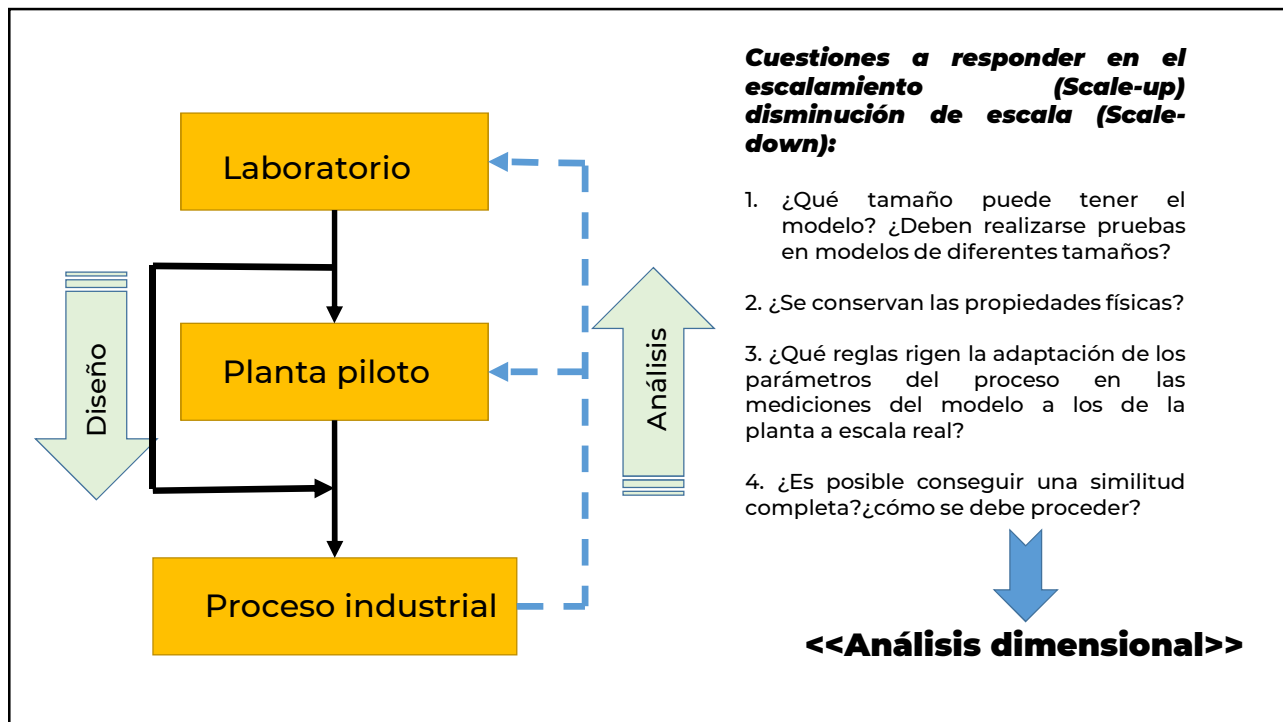


By User:Luigi Chiesa - Own work, CC BY 3.0,
[https://commons.wikimedia.org/w/index.php?cu
rid=516874](https://commons.wikimedia.org/w/index.php?cu rid=516874)

Disminución en la escala



- Resolver problemas técnicos
- Modelar y Optimizar el proceso
- Crear un nuevo producto o modificar el proceso



Análisis dimensional

- Selección de las cantidades físicas (variables relevantes) que describen el sistema. v_1, v_2, \dots, v_n
- Obtención de números adimensionales para describir el proceso

$$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_p \text{ con } p = n - k$$

$$\pi_i = v_i \prod_{j=1, j \neq i}^k v_j^{e_j}$$

- Obtención funcionalidad entre los números adimensionales sin la ayuda de ninguna ecuación gobernante (leyes físicas).

$$\pi_1 = f(\pi_2, \dots, \pi_p)$$

Similaridad

Dos procesos son similares en su totalidad si el valor numérico de los grupos adimensionales que los describen es el mismo dentro de un espacio geométrico similar.

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_p)$$

π_1 no cambia aunque cambien las magnitudes físicas contenidas en $\pi_i (i = 2 \dots p)$

$$v'_j = M_j v_j \quad (j = 1, 2, \dots, p)$$

M_j es el factor de escalamiento de la cantidad física j

$$\pi_i = \pi'_i \quad \pi_{\text{modelo}} = \pi_{\text{prototipo}} \quad \pi_{\text{esc. laboratorio}} = \pi_{\text{esc. industrial}}$$

Principales similitudes en Ingeniería Química:

1) **Similitud geométrica.** - todas las escalas de longitud correspondientes al modelo y prototipo, incluidas la superficie y la rugosidad, son proporcionales.

2) **Similitud mecánica.**

Similitud estática.- dos objetos geoméricamente similares tienen una deformación relativa para una tensión aplicada constante.

Similitud cinemática. - los mecanismos o procesos en traslación siguen trayectorias o líneas de flujo similares cuando existe similitud geométrica.

similitud dinámica.- la relación de las fuerzas que inducen la aceleración es igual en mecanismos o procesos geoméricamente similares.

3) **Similitud térmica.** – la relación de la diferencia de temperatura en los lugares correspondientes de un mecanismo o proceso geoméricamente similar es igual.

4) **Similitud química.** - las diferencias de concentración en todos los lugares correspondientes del modelo y del prototipo sea igual.

Escalamiento

Beneficios:

- Reduce los costos de producción y funcionamiento.
- Mediciones más precisas en una gama más amplia de condiciones controladas.
- Facilita el diseño, optimización y control a un costo razonable

Desafíos:

- Existe un escalado no lineal.
- Cinética de la reacción
- Equilibrio químico - ¿A qué velocidad ocurren las reacciones?
- Propiedades de los materiales debido a su heterogeneidad.
- Selección y montaje de equipos
- Cuestiones de agitación

Conclusión.

En el ejercicio de la ingeniería química se debe disponer de herramientas necesarias para tomar los datos de los equipos de menor escala (laboratorio o planta piloto) y utilizar los fundamentos básicos de la carrera en el desarrollo del dimensionamiento de equipos para la planta industrial. De esta forma, y en conjunto con el análisis de costos y estimación y comprensión de los riesgos, se tomarán decisiones más asertivas respecto a los proyectos por desarrollar.

Referencias

- Anaya-Durand, A. y Pedroza-Flores, H. (2008). Scaling-up, the art of chemical engineering: Pilot plants, the step between the egg and the hen. *Tecnología, Ciencia, Educación*, 23 (1) 31-39.
- Bolster, D., Hershberger, R. E. y Donnelly, R. J. (2011). Dynamic similarity, the dimensionless science. *Physics Today*, 64 (9) 42-47.



Tópicos de Reología

Juan Pablo Pérez Orozco

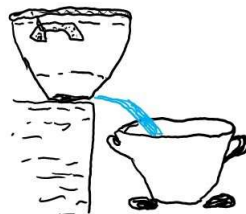
Antecedentes



De Marsyas - Trabajo propio, CC BY-SA 2.5,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=476174>

Historia – Reloj de agua 1417-1379 a C

5 L corresponden a 6 min de flujo

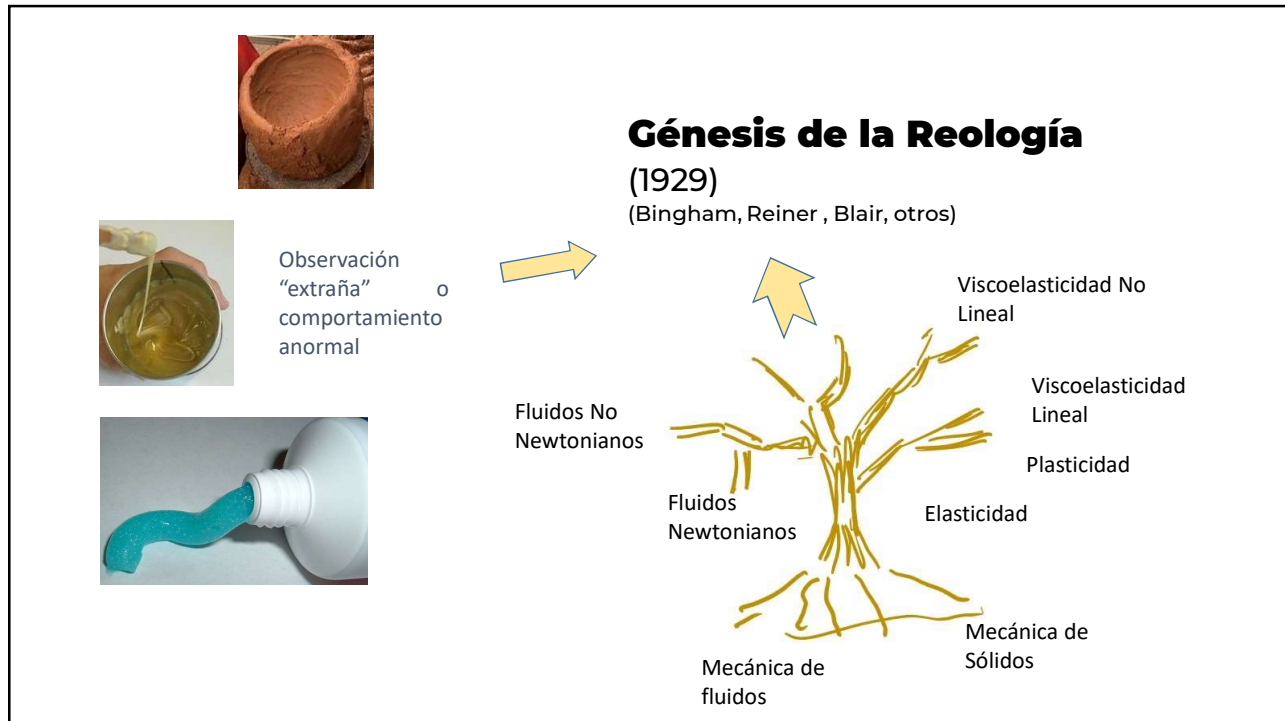


Flujo ↔ Tiempo



- Heraclito (aprox. hace 2500 años):
Ta Panta rhei,
o
“todas las cosas fluyen”

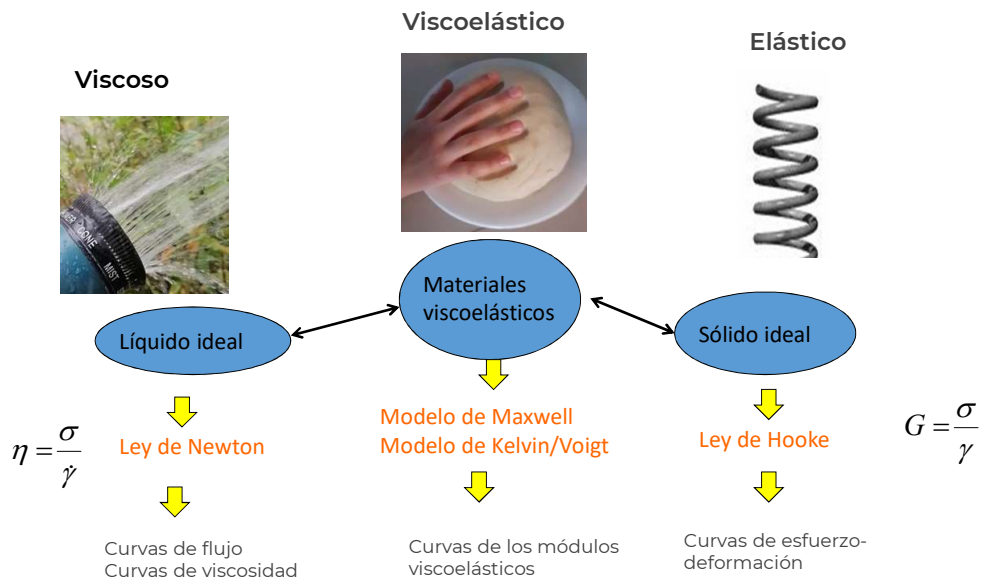
• **RHEOS = flujo**



Definición de Reología

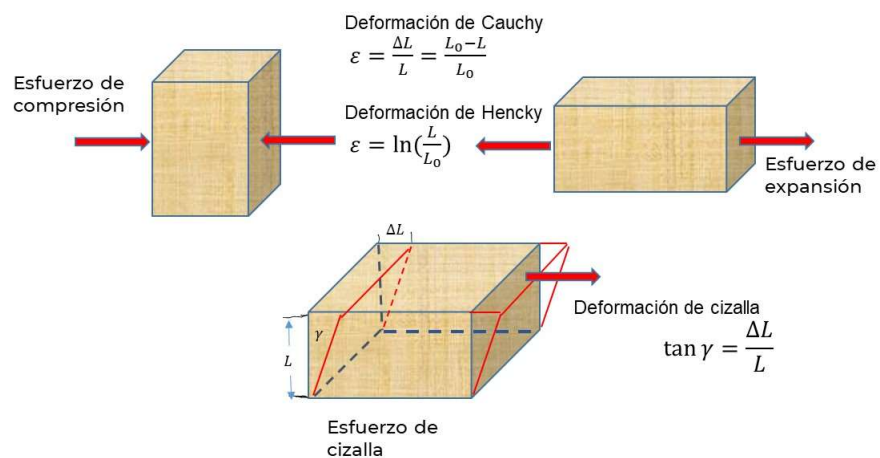
Ciencia que se ocupa de las propiedades mecánicas (relaciones entre la fuerzas y deformaciones) de diversos productos tecnológicos y naturales (materiales) sólidos, líquidos e intermedios.

COMPORTAMIENTO DE LA MATERIA

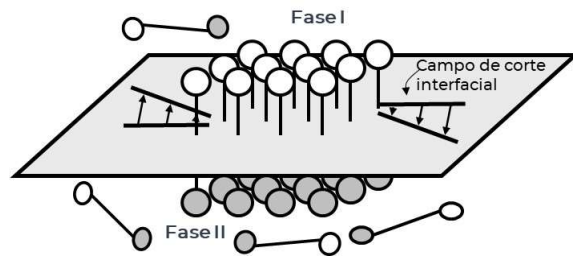


Tipos de esfuerzos y deformaciones

Esfuerzo= Fuerza aplicada sobre una superficie



REOLOGIA INTERFACIAL



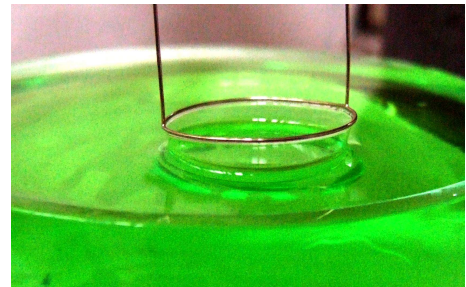
Como consecuencia de la adsorción, de moléculas en la interfase, ésta presenta una resistencia a la deformación, cuyo campo de estudio da origen a la llamada reología interfacial

Las mediciones que generalmente se pretenden determinar en las interfases son:

- i) La dinámica de la interfase fluida.
- ii) La naturaleza de la respuesta de la interfase a la deformación.
- iii) La cuantificación de la influencia que ejercen los esfuerzos interfaciales sobre la hidrodinámica de las fases adyacentes.

Reología interfacial dilatacional.- Cambios en el área. Estabilidad a corto plazo.

Reología interfacial de corte.- Cambios debido a un movimiento de corte manteniendo el área constante. Estabilidad a largo plazo.

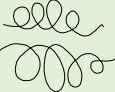
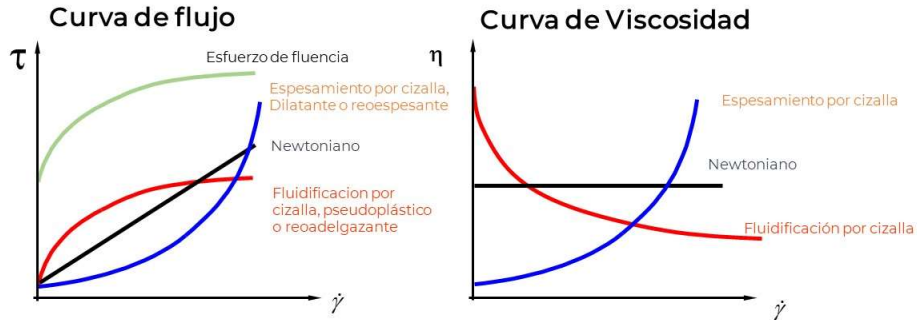


By Tibor Dubniczky, Department of Chemistry, University of Miskolc, Hungary. - Own photo, Fuji S9500 digital camera, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2577777>



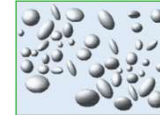
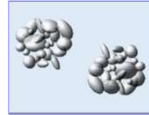
By PD - Wikipedia english, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1095618>

PROPIEDADES DE FLUJO

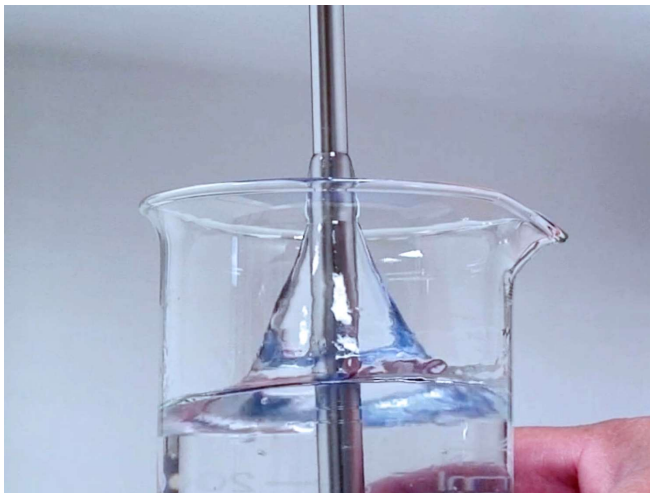


Razones de la dependencia del esfuerzo de cizalla y deformación por cizalla:

- Destrucción de los aglomerados
- Deformación de las gotas en las emulsions
- Orientación de las partículas o macromoléculas



Espesamiento por cizalla-Dilatante Reoespesante



Efecto Weissenberg
Alta cizalla

Par Wikiuser4219 — Travail personnel, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=66664803>

Esfuerzo de fluencia

Debe aplicarse para que la muestra fluya

La fuerza aplicada tiene que ser mayor que la fuerza estructural

Ejemplos:

Pastas (pastas conductoras, pastas dentales)
 Dispersiones concentradas (polímeros rellenos, selladores, rellenos, pinturas de dispersión) tintas de impresión offset, suspensiones cerámicas, barras de labios, ungüentos, Catsups, mayonesas, chocolate fundido, mantequilla, geles



MODELOS REOLOGICOS

Modelo	Fórmula	Descripción de los parámetros
Ley de Newton	$\sigma = \eta \dot{\gamma}$	η viscosidad newtoniana
Plástico de Bingham	$\sigma = \sigma_0 + \eta_0 \dot{\gamma}$	σ_0 Esfuerzo de fluencia η_0 Viscosidad de Bingham
Ley de la potencia	$\sigma = K \dot{\gamma}_a^n$ Con $n < 1$ fluidificación por cizalla $n > 1$ espesante por cizalla $n = 1$ Fluidos Newtonianos	n índice de comportamiento del flujo K índice de consistencia
Herschel-Bulkley	$\sigma = \sigma_{0H} + K \dot{\gamma}_a^n$ Con $n < 1$ fluidificación por cizalla $n > 1$ espesante por cizalla	σ_{0H} esfuerzo de fluencia n índice de comportamiento del flujo K índice de consistencia
Cross	$\eta_a = \eta_\infty + \frac{(\eta_0 - \eta_\infty)}{(1 + (\alpha_c \dot{\gamma})^m)}$	η_0 viscosidad constante de cizallamiento cero η_∞ viscosidad constante a cizallamiento infinito α_c constante de tiempo relacionada con el tiempo de relajación del polímero en solución m exponente adimensional
Arrhenius	$\eta_a = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$	E_a energía de activación T temperatura absoluta A factor preexponencial R constante de los gases

VISCOELASTICIDAD

La viscoelasticidad es una combinación (o superposición) de las propiedades características de los líquidos (disipación de energía-viscosidad) y sólidos (energía elástica almacenada).

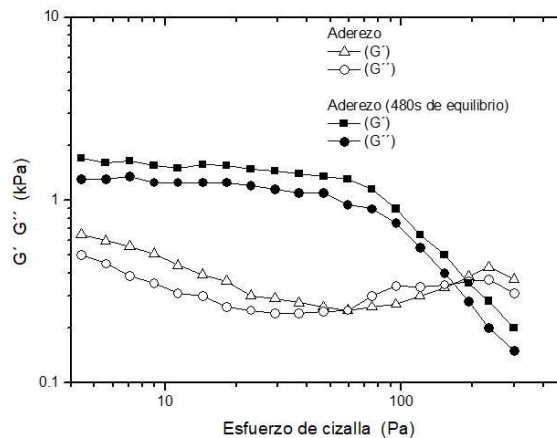
$$|G^*| = (G')^2 + (G'')^2$$

$$\eta^* = \frac{G''}{\omega}$$

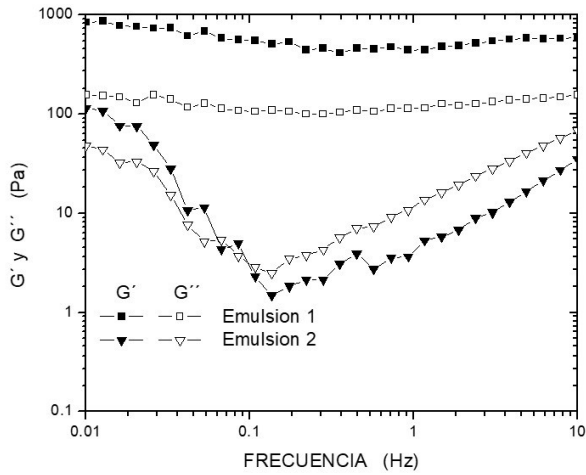
$$\tan \delta = \frac{G''}{G'}$$

1) Barrido de deformación

Región viscoelástica Lineal
 G' , G'' son independientes del esfuerzo (valores constantes)



2) Barrido de frecuencia



Respuesta de la estructura a diferentes periodos de tiempo

$$\log G' = n \log \omega + K$$

Geles:

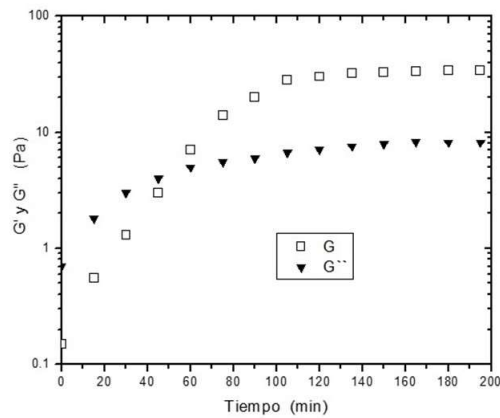
Entrecruzamientos de las cadenas poliméricas

Químicos (cross-linked, covalente networks) $n=0$

Físicos (no-covalente linkages) $n \geq 0$

3) Barrido de tiempo

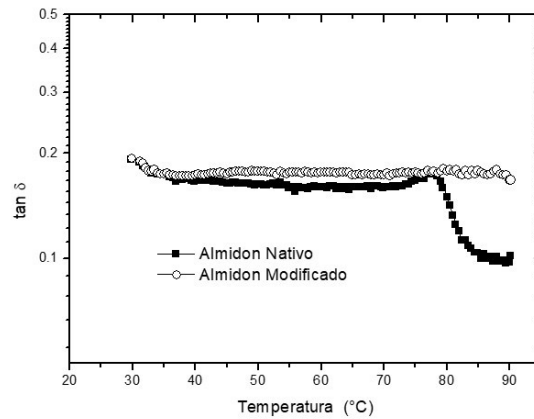
Se usa para monitorear uniones o degradaciones estructurales durante las reacciones



Cinética de gelación

4) Barrido de temperatura

Efectos térmicos



Barrido de temperatura de una solución de Almidón.

Conclusión

La caracterización y, en el mejor de los casos, la comprensión de las propiedades reológicas de los materiales es importante para diversas aplicaciones industriales, que incluyen la formulación de nuevos productos, control y optimización de la producción, diseño y selección de los sistemas de flujo, entre otros.

Fuentes

Rao, M. A. (2014). *Rheology of fluid, semisolid, and solid foods: principles and applications*. 3rd edition, Springer.

Tunick, M. H. (2011). Small-strain dynamic rheology of food protein networks. *Journal of agricultural and food chemistry*, 50 (5) 1481-1486.



INSTRUMENTOS Y EQUIPOS PARA MEDICIÓN DE VISCOSIDAD

Infografía

Mediciones

Absolutas. - medición directa del esfuerzo de cizalla y/o velocidad de deformación y aplica

$$\eta_a = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}}$$

Relativas .- comparación de las propiedades de fluido respecto a un fluido de referencia.

Su clasificación de basa en la geometría de flujo:

1) Flujo del fluido entre superficies sólidas o en el interior de un cuerpo sólido

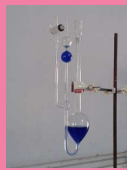
Flujo a través de un capilar
Flujo Rotacional
Flujo de cizallamiento del fluido entre dos placas paralelas
Flujo de estrujamiento
Identación.

2) Flujo del fluido alrededor de un cuerpo sólido

Flujo alrededor de una esfera o de otro tipo
Penetración de un cuerpo



viscosímetro de Ostwald *



viscosímetro de Ubbelohde **



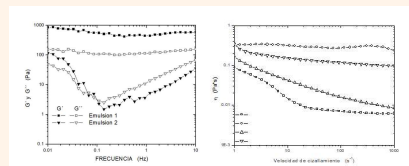
Viscosímetro Brookfield



Viscosímetro de bolas



Reometro



Reogramas

Referencias

- Malkin, A. Y. y Isayev, A. (2012) Rheology: Concepts, Methods, and Applications. 2da edición. ChemTec Publishing.
- * De Jcwif de Wikipedia en neerlandés. CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2463808>.
- ** By Vis M - Own work. CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=99960924>

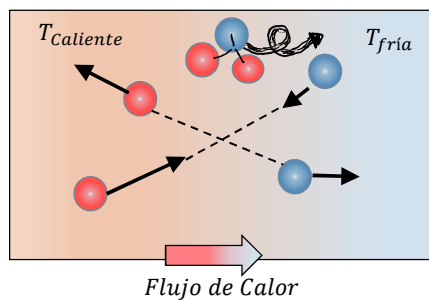
Mecanismos de transferencia de calor y resistencia térmica

Juan Pablo Pérez Orozco



¿Qué es la transferencia de calor?

Es el transporte de energía térmica, debido a una diferencia de temperatura espacial dentro de un sistema o entre sistemas en contacto térmico entre sí.



¿Dónde se aplica?

Sistemas de calefacción, ventilación y aire acondicionado

Refrigeradores y bombas de calor

Separación y licuefacción de gases

Refrigeración de máquinas

Calentamiento o enfriamiento en producción

Centrales térmicas

Plantas de rectificación y destilación

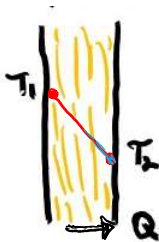
Sistemas solares-térmicos

Aislamiento térmico y criogénico

Plantas de combustión

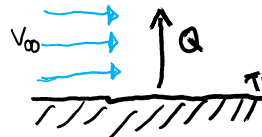


Mecanismos

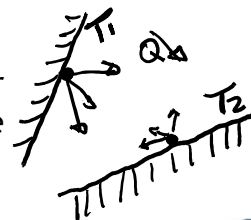


Conducción térmica en un material sólido o en un fluido estático

Conducción térmica de una superficie a un fluido en movimiento (convección) o movimiento masivo del fluido (advección).



Transferencia calor por radiación térmica entre dos superficies.



Las leyes que rigen los mecanismos de transferencia de calor

Ley de Fourier $Q = -kA \frac{dT}{dx}$

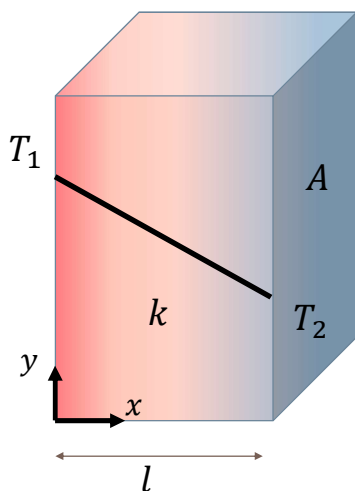
Ley del enfriamiento de Newton $Q = Ah(T - T_{\infty})$

Ley de Fourier Stefan-Boltzmann de la radiación $Q = A\sigma\varepsilon (T_s^4 - T_{\infty}^4) = A h_r (T_s - T_{\infty})$

$$h_r = \sigma\varepsilon \frac{(T_s^4 - T_{\infty}^4)}{(T_s - T_{\infty})}$$



$$\text{Flujo} = \frac{\text{Fuerza motriz}}{\text{Resistencia}} = \frac{\Delta T}{R}$$



Placa

$$Q = -k A \frac{dT}{dx}$$

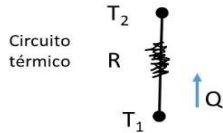
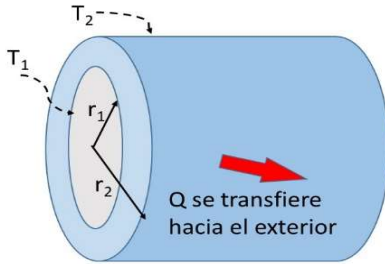
$$Q \int_{x=0}^{x=l} dx = -k A \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$Q = \frac{k A}{l} (T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{R}$$

$$R = \frac{l}{k A}$$



Cilindro



$$Q = -k A \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{Q}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -k \int_{T_1}^{T_2} dT$$

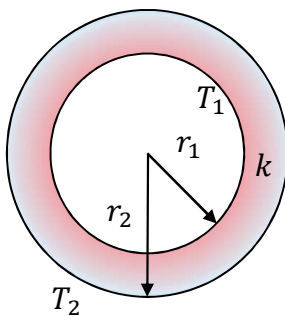
$$R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi k L} = \frac{(r_2 - r_1)}{k A_{lm}}$$

$$A_{lm} = \frac{A_2 - A_1}{\ln\left(\frac{A_2}{A_1}\right)}$$

$$Q = \frac{2\pi k L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R}$$



Esfera



$$Q = -k A \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{Q}{4\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -k \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$Q = 4\pi k \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) (T_1 - T_2)$$

$$Q = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{1}{4\pi k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{R}$$

$$R = \frac{1}{4\pi k} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$



Convección

$$Q = Ah(T_S - T_\infty)$$

$$R_{conv} = \frac{1}{Ah}$$

Con:

$$A = WL \text{ placa}$$

$$A = 2\pi rL \text{ cilindro}$$

$$A = 4\pi r^2 \text{ esfera}$$

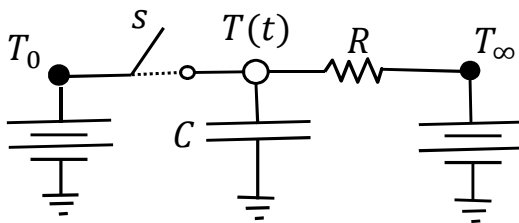
Radiación

$$Q = Ah_r(T_S - T_\infty)$$

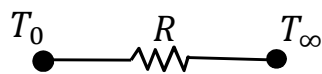
$$h_r = \sigma\varepsilon \frac{(T_S^4 - T_\infty^4)}{(T_S - T_\infty)}$$

$$R_r = \frac{1}{Ah_r}$$

Circuito térmico



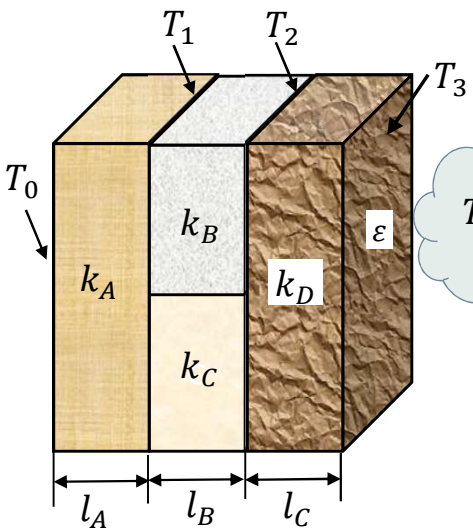
Circuito para el calentamiento o enfriamiento de un objeto colocado repentinamente en un entorno a una temperatura diferente (p.e. una taza de chocolate caliente colocada en una mesa, o una bebida caliente colocada en un refrigerador)



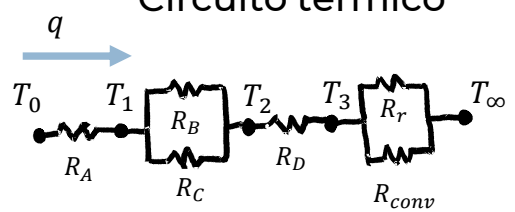
Circuito con una fuente de temperatura (batería) en estado estable o estacionario

Para los sistemas que no experimentan cambios de fase o reacciones químicas (o nucleares), la capacitancia térmica relaciona la energía almacenada con la temperatura ($E = C(T - T_{ref})$).

Las resistencias térmicas proporcionan una vía para que fluya el calor, que es una forma específica de energía que atraviesa una frontera del sistema, impulsada por una diferencia de temperatura (batería).



Circuito térmico



$$\frac{1}{R_{e1}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

$$\frac{1}{R_{e2}} = \frac{1}{R_r} + \frac{1}{R_{conv}}$$

$$\sum R = R_A + R_{e1} + R_{e2}$$



$$q = \frac{Q}{A} = \frac{(T_1 - T_\infty)}{\sum R}$$

Como el área es constante, es posible obtener el Flux de calor (Flujo por unidad de área de transferencia), por lo que, las resistencias se evalúan mediante:

$$R_A = \frac{l_A}{k_A} \quad R_B = \frac{l_B}{y_B k_B} \quad R_C = \frac{l_C}{y_C k_C} \quad R_D = \frac{l_D}{k_D}$$

$$R_r = \frac{1}{h_r} \quad R_{conv} = \frac{1}{h} \quad y_B, y_C \text{ Fracción de áreas del material B y C respecto al área total.}$$

$$h_r = \sigma \varepsilon \frac{(T_3^4 - T_\infty^4)}{(T_3 - T_\infty)}$$



Conclusiones

Los tres mecanismos de transferencia son: conducción, convección y radiación.

Cuando hay transferencia de calor se presentan los tres mecanismos. Sin embargo, dependiendo de la contribución a la resistencia total, pueden ser significativo uno, dos o los tres de ellos.

Existe una similitud entre resistencias térmicas y eléctricas, por lo que son aplicable las mismas reglas para su solución.



Referencias

- Rajendra Karwa (2017). Heat and mass transfer. Editorial Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-1557-1>
- Rathore, M. M. (2015). Engineering heat and mass transfer. 3rd edition, Laxmi Publications Ltd.

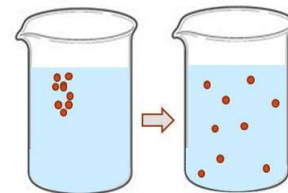


Selección del modelo de transferencia de masa: difusión vs convección

Juan Pablo Pérez Orozco



Procesos difusivos y convectivos



El transporte molecular o difusivo está relacionado con los desplazamientos moleculares a escala pequeña, los cuales son específicos de un determinado material o clase de materiales.

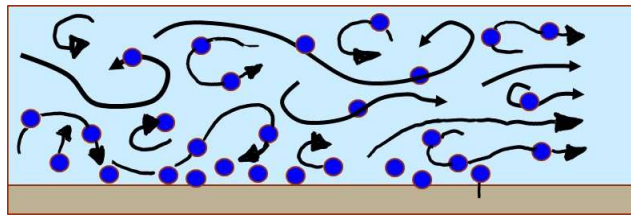
La difusión es el resultado macroscópico del movimiento molecular aleatorio a escala microscópica.

La difusividad de un componente indica la característica de movilidad del mismo; y es una función de la temperatura, la presión y la naturaleza y concentración de los otros componentes.



La transferencia de masa por convección implica el transporte de material entre una superficie límite (sólida o líquida) y un fluido en movimiento o entre dos fluidos en movimiento relativamente inmiscibles; acompaña a cualquier movimiento en masa; y es relativamente fácil de describir de forma general. Hay convección natural y forzada

El coeficiente de transferencia de masa es una medida de la rapidez con la que se da la transferencia de masa



Modelos de transferencia de masa

Difusivo

$$N_A = -D_{Am} \frac{dC_A}{dx}$$

Flux de A = $-D_{Am}$ (gradiente de C_A)

Convectivo

$$N_A = k\Delta C_A$$

Flux de A = k_c (diferencia de C_A)

D_{Am} coeficiente de difusión o difusividad $\left(\frac{\text{Longitud}^2}{\text{tiempo}}\right)$

h coeficiente de transferencia de masa $\left(\frac{\text{Longitud}}{\text{tiempo}}\right)$



CASO 1.



Los riñones permiten eliminar los desechos, p.e. urea y ácido úrico, y mantener el equilibrio de líquidos y sales en la sangre. Si los riñones fallan, los desechos comienzan a acumularse y el cuerpo se sobrecarga de líquido. Afortunadamente, los pacientes con insuficiencia renal pueden utilizar una máquina de diálisis externa, también conocida como riñón bioartificial, para limpiar la sangre, que funcionan mediante membranas semipermeables liberando las toxinas de la sangre. Se está diseñando una nueva membrana para utilizarse en estos dispositivos.

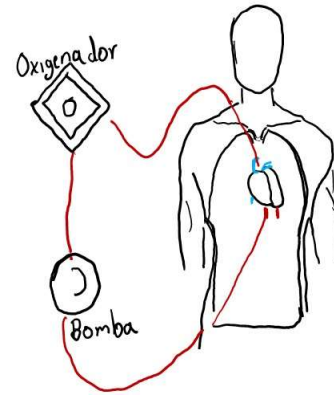
¿Qué modelo emplearía para describir este procedimiento?

▪ Respuesta.

Modelo Difusivo, ya que la membranas debe permear los solutos de forma selectiva, y es la difusividad y la diferencia de concentraciones en el espesor de la membrana (gradiente de concentración) los parámetros que controlan el flux de permeado.

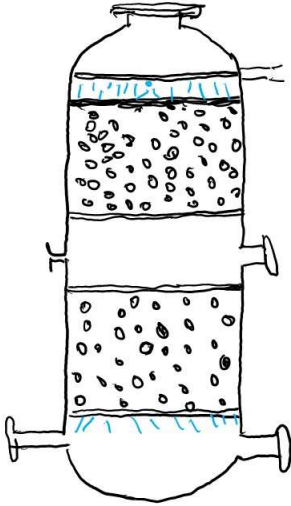
CASO 2

Los oxigenadores sanguíneos se utilizan para sustituir a los pulmones humanos durante una operación a corazón abierto, manteniendo la perfusión en los órganos y tejidos durante la operación. Para el diseño de este dispositivo que modelo utilizaría ¿difusivo o convectivo?



- Respuesta.

El modelo convectivo, ya que, aunque los oxigenadores funcionan con membranas, es la cantidad total de oxígeno que se solubiliza en la sangre el parámetro más importante. La diferencia de concentración de oxígeno entre flujo de entrada y salida del dispositivo se determina con k_C



CASO 3

Se utiliza una columna de destilación de lecho compacto para separar adiabáticamente una mezcla de metanol y agua a una presión total de 1 atm. El metanol -el más volátil de los dos componentes- se transfiere desde la fase líquida hacia la fase vapor, mientras que el agua lo hace en sentido contrario, presentándose una contradifusión.

¿Qué modelo describe este fenómeno?



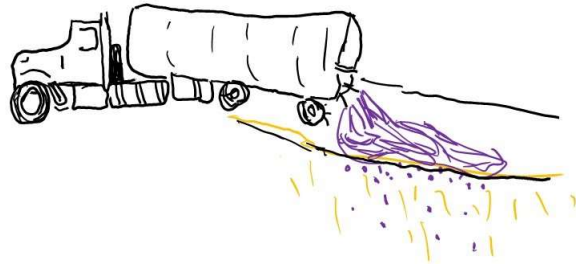
▪ Respuesta

Modelo convectivo, se modela a través del coeficiente de transferencia de masa volumétrico ($K_L a$) y el equilibrio, en una región de altura mínima de empaque para que se presente la transferencia (HTU-altura de una unidad de transferencia).



CASO 4

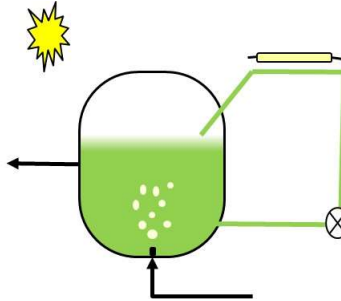
Muchas veces ocurren derrames accidentales de algún contaminante o sustancias tóxicas en el suelo. Se desea evaluar la profundidad de penetración del contaminante. ¿Qué modelo emplearía?



▪ Respuesta.

Difusión, ya que relaciona el parámetro de distancia (penetración en el suelo) y concentración durante la transferencia, contemplado en el gradiente de concentraciones. En específico se utiliza la difusión en estado transitorio, establecido por la segunda ley de Fick. Su solución proporciona información sobre la variación de la concentración a una cierta profundidad del suelo respecto al tiempo.

CASO 5



Se cultivan de microalgas en un foto-biorreactor. Se tiene conocimiento de que dos de los principales factores limitantes para el cultivo de microalgas son la luz y el CO_2 . Por consiguiente, el reactor está equipado con una fuente de luz artificial y un difusor poroso que incorpora aire con CO_2 . ¿Qué modelo utilizaría para modelar este sistema?



▪ Respuesta

Modelo convectivo, ya que permite analizar los efectos de la dosificación de microburbujas sobre la transferencia de masa de CO_2 y la eliminación de O_2 en el biorreactor. El cálculo de K_{La} depende de las propiedades del gas-líquido (por ejemplo, densidad, viscosidad, difusividad y temperatura, etc.), así como, de la retención de gas (ϵ) y del diámetro de la burbuja. Estos dos últimos parámetros se contemplan el área superficial efectiva de transferencia de las burbujas (a).



Conclusiones


- En general, podemos mencionar que, el modelo difusivo se aplica en procesos donde la concentración a una posición específica del sistema es requerida. La cual está determinado por el gradiente de concentraciones.
- El modelo de transferencia de masa por convección se aplica cuando el flujo de la especie química dependen de la fuerza motriz, definida como la diferencia de concentración entre las interfaces involucradas en la transferencia.
- Cabe hacer mención que, el cálculo de k_c involucra a D_{Am}



REFERENCIAS

- Cussler, E. L. (2009). *Diffusion: Mass Transfer in Fluid Systems*. 3rd edition. Cambridge Series in Chemical Engineering.
- Tosun, I. (2019) *Fundamental mass transfer concepts in engineering applications*. 1st edition. Taylor & Francis.



	Instrumentación Didáctica para la formación y desarrollo de competencias profesionales	Versión: 0
	Referencia a la Norma ISO 9001:2015 7.1.5.1, 8.1, 8.2.2, 8.5.1, 8.6, 9.1.1	Página1 de 15

Tecnológico Nacional de México

Subdirección Académica del Instituto Tecnológico de Zacatepec

Periodo: _____

Nombre de la asignatura: Mecanismos de Transferencia

Plan de estudios: INGENIERIA QUIMICA (IQUI-2010-232)

Clave de asignatura: AEF-1013

Horas teoría – horas prácticas – créditos: 3-2-5

1. Caracterización de la asignatura

Esta asignatura aporta al perfil del Ingeniero Químico los fundamentos y parámetros para el diseño, optimización, innovación y adaptación de tecnología de procesos en la industria químicas. La transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa es fundamental para conocer los fenómenos involucrados en los procesos unitarios en la Ingeniería Química, en virtud de ser la que aporta las bases para la comprensión y aplicación en el diseño de los procesos que durante la formación profesional se estudiarán.

La asignatura aborda la comprensión de conceptos de fluido, flujo, y su clasificación, las diferentes formas de representar la concentración, la interpretación de temperatura, conductividad y resistencia térmica, e identifica los diferentes mecanismos de transferencia. Se obtienen las correlaciones a partir de los fenómenos involucrados que son usadas para resolver los problemas que analíticamente se plantean. Se determinan a partir de expresiones semiempíricas la viscosidad, conductividad y difusividad en los diferentes tipos de fluidos y particularmente en los sólidos la conductividad, se concluye con la determinación del comportamiento de sistemas en los que se da el mecanismo de transferencia de calor por radiación.

La asignatura se relaciona con todas las posteriores que involucran procesos unitarios, ya que para entender e interpretar los procesos es indispensable conocer los mecanismos o fenómenos que los gobiernan.



2. Intención didáctica

La asignatura cuenta con cuatro temas, en el primero se busca que el estudiante determine grupos adimensionales y correlaciones en sistemas con transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa usando los métodos de análisis dimensional, así como la interpretación de los grupos adimensionales involucrados en un sistema con base a las fuerzas que intervienen. En el segundo, se interpreta la Ley de Newton de la Viscosidad en líquidos y se determina la viscosidad en gases, mezcla de gases y líquidos; en el tercero se describe la Ley de Fourier y se estima la conductividad en sólidos, líquidos y gases, así mismo, utilizando la Ley de Stefan-Boltzman se calcula el flujo de calor por radiación de un cuerpo emisor y finalmente en el cuarto tema se deduce la Ley de Fick, y se evalúa la difusividad en mezclas binarias y multicomponentes utilizando las correlaciones y gráficos.

Para el desarrollo de este curso es indispensable que el docente proporcione los elementos mínimos necesarios para orientar el aprendizaje significativo de los estudiantes. Esto permitirá aplicarlos en problemas prácticos que deben ser planteados por el maestro y complementados por el estudiante. Se requiere desarrollar actividades que fomenten la capacidad de análisis, abstracción y razonamiento de manera reflexiva.

3. Competencia de la asignatura

Genera grupos adimensionales y/o correlaciones en sistemas con transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa utilizando las técnicas o métodos de análisis dimensional.

Estima la viscosidad, conductividad y difusividad en sistemas con transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa utilizando las correlaciones y gráficas correspondientes.



4. Análisis por competencias específicas

Competencia No.: 1 Descripción: Genera los grupos adimensionales y correlaciones en sistemas con transferencia de cantidad de movimiento, calor y masa usando los métodos de análisis dimensional. Interpreta los grupos adimensionales involucrados en un sistema con base a las fuerzas que intervienen

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-práctica
<p>1. Análisis dimensional</p> <p>1.1. Técnicas de análisis dimensional</p> <p>1.2. Grupos adimensionales y correlaciones</p> <p>1.3. Similitudes y principios de escalamiento</p>	<p>Identifica y asocia la competencia de la materia con asignaturas posteriores y su aporte al perfil de egreso de la carrera.</p> <p>Lee las lecturas asignadas y elabora un mapa conceptual.</p> <p>Resuelve el problemario aplicando las técnicas de análisis dimensional como la de grupos π, secuencial, diferencial y Raleigh.</p> <p>En clase, realiza lluvia de ideas, responde preguntas dirigidas y da propuestas de solución aplicando el análisis dimensional.</p> <p>Realiza trabajo colaborativo para resolver un caso de análisis aplicando los principios de similitud y las bases del escalamiento.</p> <p>Contesta el cuestionario asignado.</p>	<p>Da apertura al curso poniendo la competencia de la asignatura en contexto y su aportación al perfil de egreso de la carrera.</p> <p>Asigna lecturas y solicita un mapa conceptual.</p> <p>Conforma equipos de 3-5 integrantes, asigna problemario para su solución, asesora y resuelve dudas.</p> <p>En clase, plantea ejercicios y realiza preguntas dirigidas sobre la aplicación del análisis dimensional, propicia el uso adecuado de conceptos y de terminología científico-tecnológica.</p> <p>Conforma equipos de 3-5 integrantes y asigna un caso de estudio que implique la aplicación de las bases del escalamiento.</p> <p>Asigna cuestionario.</p>	<p>Capacidad de análisis y síntesis,</p> <p>Habilidades de gestión de información (habilidad para buscar y analizar información proveniente de fuentes diversas).</p> <p>Solución de problemas,</p> <p>Compromiso ético,</p> <p>Habilidades de investigación,</p> <p>Capacidad de aprender,</p> <p>Habilidad para trabajar en forma autónoma.</p>	10



Indicadores de alcance	Valor del indicador
A. Identifica y define las dimensiones y unidades de las diferentes cantidades físicas presentes en los modelos teóricos y correlaciones semiempíricas.	20
B. Obtiene grupos adimensionales, que relacionan la variable dependiente y un mínimo de variables independientes, en sistemas con transferencia de momentum, calor y/o masa, empleando las técnicas de análisis dimensional.	40
C. Comprender los numerosos beneficios de la aplicación del análisis dimensional en su campo de acción.	10
D. Estima efectos del escalamiento en fenómenos físicos y sistemas de flujo, aplicando los principios de similitud geométrica, cinemática y dinámica.	30

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple al menos cinco de los siguientes indicadores: a) Se adapta a situaciones y contextos complejos. Puede trabajar en equipo, reflejar sus conocimientos en la interpretación de la realidad. Inferir comportamientos o consecuencias de los fenómenos o problemas en estudio. Incluir más variables en dichos casos de estudio. b) Hace aportaciones a las actividades académicas desarrolladas. Pregunta integrando conocimientos de otras asignaturas o de casos anteriores de la misma asignatura. Presenta otros puntos de vista que complementan al presentado en la clase. Presenta fuentes de información adicionales (Internet, documentales), usa más bibliografía, consulta fuentes en un segundo idioma, etc. c) Propone y/o explica soluciones o procedimientos no vistos en clase (creatividad). Ante problemas o casos de estudio propone perspectivas diferentes, para abordarlos y sustentarlos correctamente. Aplica procedimientos aprendidos en otra asignatura o contexto para el problema que se está resolviendo. d) Introduce recursos y experiencias que promueven un pensamiento crítico; (por ejemplo el uso de las tecnologías de la información estableciendo previamente un criterio). Ante temas de una	95-100



		<p>asignatura, introduce cuestionamientos de tipo ético, ecológico, histórico, político, económico, etc.; que deben tomarse en cuenta para comprender mejor, o a futuro dicho tema. Se apoya en foros, autores, bibliografía, documentales, etc. para sustentar su punto de vista. e) Incorpora conocimientos y actividades interdisciplinarias en su aprendizaje. En el desarrollo de los temas de la asignatura, incorpora conocimientos y actividades desarrollados en otras asignaturas para lograr la competencia. f) Realiza su trabajo de manera autónoma y autorregulada. Es capaz de organizar su tiempo y trabajar sin necesidad de una supervisión estrecha y/o coercitiva. Aprovecha la planeación de la asignatura presentada por el (la) profesor(a) (instrumentación didáctica) para presentar propuestas de mejora de la temática vista durante el curso.</p> <p>Realiza actividades de investigación para participar activamente durante el curso.</p>	
	Notable	Cumple cuatro de los indicadores definidos en desempeño excelente	85-94
	Bueno	Cumple tres de los indicadores definidos en el desempeño excelente	75-80
	Suficiente	Cumple dos de los indicadores definidos en el desempeño excelente	70-74
Competencia no alcanzada	Desempeño insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente	NA (No alcanzada)

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicador de alcance					Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	E	
Mapa conceptual	20	10		10			Identifica grupos adimensionales y su importancia (Heteroevaluación)
Problemario	30		20		10		Grupos adimensionales y similitudes (Heteroevaluación)
Exposición del caso de estudio	35	5	10		20		Estima efectos de escalamiento (Heteroevaluación y autoevaluación)
Cuestionario	15	5	10				Identifica y aplica dimensiones, unidades, grupos adimensionales (Heteroevaluación)
	TOTAL	20	40	10	30		



Competencia No.: 2 Descripción: Interpreta la Ley de Newton de la Viscosidad en líquidos a partir de los elementos que la componen y su comportamiento. Determina la viscosidad en gases, mezcla de gases y líquidos utilizando las correlaciones y gráficos

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-práctica
<p>2. Transferencia de Cantidad de Movimiento</p> <p>2.1 Mecanismos de transferencia de Momentum</p> <p>2.2 Ley de Newton de la viscosidad</p> <p>2.3 Reología</p> <p>2.4 Estimación de la viscosidad</p> <p>2.5 Ajuste de la viscosidad por temperatura y presión en gases y líquidos</p>	<p>Investiga los temas de transferencia de momentum, lee lectura asignada y en plenaria discute los conceptos.</p> <p>En equipos de 3-5 integrantes resuelve el problemario, aplicando las diversas correlaciones para determinar la viscosidad en líquidos, gases y mezclas.</p> <p>En equipos de 3-5 integrantes se plantea (discusión grupal, elaboración de tabla de identificación del problema y exposición de los conceptos necesarios) y desarrolla un caso de estudio aplicando los conceptos de reología; se redactan su reporte técnico.</p> <p>En clase, realiza lluvia de ideas, responde preguntas dirigidas y da propuestas de solución usando los conceptos del tema.</p> <p>Elabora mapa mental (Actividad formativa) sobre los conceptos desarrollados en el tema.</p> <p>Contesta cuestionario.</p>	<p>Asigna lectura para su análisis en plenaria.</p> <p>Forma equipos de 3-5 integrantes, asigna problemario y asesora.</p> <p>Forma equipos de 3-5 estudiantes y asigna una actividad de aprendizaje basado en la solución de problemas (ABP) en el que aplica los conceptos del comportamiento y modelos reológicos. Solicita el reporte técnico sobre el caso de estudio. Asesora y resuelve dudas.</p> <p>En clase, plantea ejercicios y realiza preguntas dirigidas sobre la estimación y comportamiento de la viscosidad, propicia el uso adecuado de conceptos y de terminología científico-tecnológica.</p> <p>Propicia una autoreflexión y relación de los conceptos del tema, a través de la elaboración de un mapa mental.</p> <p>Asigna cuestionario.</p>	<p>Solución de problemas</p> <p>Capacidad para trabajar en equipo</p> <p>Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica</p> <p>Habilidad en el uso de tecnologías de información y comunicación</p> <p>Comunicación oral y escrita.</p>	25



Indicadores de alcance	Valor del indicador
A. Interpreta los componentes que intervienen en el flujo viscoso de momentum, enfocándose en la ley de Newton de viscosidad para fluidos compresibles e incompresibles.	15
B. Identifica el comportamiento al flujo, newtoniano y no-newtoniano, de los sistemas líquidos y semisólidos, mediante el uso de gráficos de viscosidad y curvas de flujo.	15
C. Calcula valores de viscosidad en líquidos, gases y mezcla de gases usando el principio de los estados correspondientes (gráficos de viscosidades reducidas), teoría de Chapman-Enskog y constantes de Lennard-Jones, el modelo de Eyring, el modelo de Einstein, entre otros; y calcula su variación por efectos de la temperatura y composición.	30
D. Calcula e interpreta los parámetros de los modelos reológicos.	40

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple cinco de los indicadores definidos en desempeño excelente	95-100
	Notable	Cumple cuatro de los indicadores definidos en desempeño excelente	85-94
	Bueno	Cumple tres de los indicadores definidos en el desempeño excelente	75-80
	Suficiente	Cumple dos de los indicadores definidos en el desempeño excelente	70-74
Competencia no alcanzada	Desempeño insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente	NA (No alcanzada)

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicador de alcance						Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D	E		
Presentación	20	10	5		5			Comportamiento al flujo (Coevaluación)
Problemario	40	5		30	5			Cálculo de viscosidad usando correlaciones (Heteroevaluación)
Reporte Técnico de caso de estudio	40		10		30			Reología y estimación de viscosidades (Heteroevaluación y coevaluación)
	TOTAL	15	15	30	40			



CompetenciaNo.: 3

Descripción:

Interpreta la Ley de Fourier en sólidos, líquidos y gases a partir de los elementos que la componen y su comportamiento. Determina la conductividad en gases, líquidos y sólidos utilizando las correlaciones y gráficos. Determina el flujo de calor por radiación que un cuerpo emite utilizando la Ley de Stefan-Boltzman.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-práctica
<p>3 Transferencia de calor</p> <p>3.1. Mecanismos en la transferencia del calor (conducción, convección y radiación)</p> <p>3.2. Ley de Fourier de la transferencia del calor</p> <p>3.3 Estimación de la conductividad</p> <p>3.3. Ley de Newton del enfriamiento</p> <p>3.4. Ley de Stefan-Boltzman de la radiación</p>	<p>Ve videos asignados, realiza búsqueda de información, tiene una discusión grupal y elabora mapa conceptual sobre los mecanismos de transferencia de calor y sus aplicaciones.</p> <p>Infiere el concepto de resistencias térmicas.</p> <p>Expone en plenaria los temas asignados mediante un organizador gráfico.</p> <p>Resuelve problemas de transferencia de calor en equipos de 3-5 integrantes y desarrolla el caso de estudio</p>	<p>Asigna videos, solicita búsqueda de información, propicia una discusión grupal y solicita elaboración de un mapa conceptual sobre los mecanismos de transferencia de calor y sus aplicaciones.</p> <p>Propicia el análisis del concepto de resistencia térmica a partir de las leyes de Fourier, Newton y Stefan-Boltzman.</p> <p>Asigna temas para investigar y presentar en plenaria.</p> <p>Conforma equipos de 3-5 integrantes, asigna problemario y caso de estudio, asesora y resuelve dudas.</p>	<p>Capacidad de análisis y síntesis</p> <p>Solución de problemas</p> <p>Capacidad para trabajar en equipo</p> <p>Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica</p> <p>Habilidad en el uso de tecnologías de información y comunicación</p>	15

Indicadores de alcance	Valor del indicador
A. Describe los diferentes mecanismos de transferencia de calor e interpreta los elementos que componen la ley de Fourier de conducción de calor, en diferentes aplicaciones de la ingeniería como: ingeniería térmica, metalurgia, refrigeración y aire acondicionado, aislamiento, etc.	25
B. Estima la conductividad térmica en gases, líquidos y sólidos, usando el principio de los estados correspondientes (gráficos de conductividad térmica reducidas), teoría de Chapman-Enskog y constantes de Lennard-Jones, la teoría de Bridgman, la ecuación de Wiedemann-Franz-Lorenz, ecuación de Maxwell, etc.	25
C. Explica y sustenta las aplicaciones de la ley de enfriamiento de Newton y define el concepto de coeficiente de película	25
D. Describe, interpreta y aplica la ley de Stefan-Boltzman	25



Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple cinco de los indicadores definidos en desempeño excelente	95-100
	Notable	Cumple cuatro de los indicadores definidos en desempeño excelente	85-94
	Bueno	Cumple tres de los indicadores definidos en el desempeño excelente	75-80
	Suficiente	Cumple dos de los indicadores definidos en el desempeño excelente	70-74
Competencia no alcanzada	Desempeño insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente	NA (No alcanzada)

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicador de alcance						Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C	D			
Mapa conceptual sobre mecanismos de transferencia de calor	10	5		5				Mecanismos de transferencia de calor (Heteroevaluación)
Presentación	25	5	5	5	10			Ley de Fourier, enfriamiento de Newton y Stefan-Boltzman (Heteroevaluación, coevaluación y autoevaluación)
Discusión en plenaria de caso de estudio	15	5	10					Determinación de la conductividad térmica (Coevaluación)
Problemario	30	5	5	10	10			Ley de Fourier, enfriamiento de Newton y Stefan-Boltzman (Heteroevaluación)
Examen	20	5	5	5	5			Ley de Fourier, enfriamiento de Newton y Stefan-Boltzman (Heteroevaluación)
	TOTAL	25	25	25	25			



Competencia No.: 4 Descripción: Interpreta la Ley de Fick en mezclas binarias a partir de los elementos que la componen y su comportamiento. Determina la difusividad en mezclas binarias y multicomponentes utilizando las correlaciones y gráficos.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-práctica
<p>4 Transferencia de masa</p> <p>4.1. Mecanismos de transferencia de masa</p> <p>4.2 Expresiones de masa (concentraciones y velocidades)</p> <p>4.3 Ley de Fick y sus equivalencias</p> <p>4.4. Estimación de la difusividad</p>	<p>Investiga los mecanismos de transferencia de masa</p> <p>Redacta paráfrasis de lecturas.</p> <p>Deduca los diferentes tipos de concentraciones, identifica las interrelaciones de la masa de un sistema, analiza las formas equivalentes de la Ley de difusión de Fick y da solución a los ejercicios planteados.</p> <p>Resuelve el problemario de forma grupal, identificando las propiedades de la difusividad y calculando los coeficientes de difusión para gases, líquidos, sólidos, mezclas de gases, etc.</p> <p>En equipos de 3-5 integrantes se plantea (discusión grupal, elaboración de tabla de identificación del problema y exposición de los conceptos necesarios) y desarrolla un caso de análisis (ABP) aplicando los conceptos de la ley de Fick y transferencia convectiva de masa, y redacta informe</p>	<p>Asigna lecturas para su análisis y propicia una discusión grupal.</p> <p>Solicita una paráfrasis sobre las lecturas</p> <p>En clase, plantea ejercicios y realiza preguntas dirigidas sobre la ley de Fick.</p> <p>Forma equipos de 3-5 integrantes y asigna problemario</p> <p>Forma equipos de 3-5 estudiantes y asigna una actividad de aprendizaje basado en la solución de problemas (ABP) en el que aplica la ley de Fick y transferencia de masa convectiva. Solicita el informe técnico sobre el caso de análisis. Asesora y resuelve dudas</p>	<p>Capacidad de análisis y síntesis</p> <p>Solución de problemas</p> <p>Capacidad para trabajar en equipo</p> <p>Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica</p> <p>Habilidad en el uso de tecnologías de información y comunicación</p>	<p>10</p>



Indicadores de alcance	Valor del indicador
A. Analiza la ley de Fick y su interpretación en fenómenos que involucran la transferencia de masa.	20
B. Aplica los conocimientos de la Ley de Fick en la resolución de problemas.	40
C. Estima y predice coeficientes de difusividad en gases, líquidos y sólidos.	40

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple cinco de los indicadores definidos en desempeño excelente	95-100
	Notable	Cumple cuatro de los indicadores definidos en desempeño excelente	85-94
	Bueno	Cumple tres de los indicadores definidos en el desempeño excelente	75-80
	Suficiente	Cumple dos de los indicadores definidos en el desempeño excelente	70-74
Competencia no alcanzada	Desempeño insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente	NA (No alcanzada)

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicador de alcance						Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C				
Reseña de artículo	25	15	10					Capacidad de interpretar la ley de Fick en fenómenos cotidianos. (Heteroevaluación)
Problemario	35	5	10	20				Estima difusividades (Heteroevaluación)
Reporte técnico del proyecto o caso de análisis.	40		20	20				Aplica e interpreta ley de Fick (Heteroevaluación, Coevaluación, Autoevaluación)
	TOTAL	20	40	40				



Competencia No.: 5

Descripción: Determina los coeficientes convectivos de masa en diferentes geometrías usando la Ley de Fick y mediante correlaciones.

Temas y subtemas para desarrollar la competencia específica	Actividades de aprendizaje	Actividades de enseñanza	Desarrollo de competencias genéricas	Horas teórico-práctica
<p>5. Transferencia convectiva de masa</p> <p>5.1. Coeficientes de transferencia convectiva de masa (para contradifusión equimolar), de A a través de B en reposo y no difusivo, para diversas geometrías.</p> <p>5.2. Correlaciones. Transferencia de masa (en flujo por tuberías, para el flujo turbulento dentro de tuberías, para el flujo en torres de pared húmeda, de flujo paralelo a placas planas, con flujo que pasa por esferas individuales, en lechos empacados, para flujo alrededor de cilindros sencillos)</p>	<p>Investiga el concepto de coeficiente de transferencia de masa, del coeficiente de transferencia de masa en flujo laminar para contradifusión equimolar y para el flujo de A a través de B estacionario y los métodos para determinar el coeficiente de transferencia de masa. Realiza una discusión grupal.</p> <p>Redacta paráfrasis de las lecturas.</p> <p>Aplica los conceptos investigados en la solución de ejercicios.</p> <p>Resuelve el problemario de forma grupal (3-5 integrantes).</p> <p>En equipos de 3-5 integrantes se plantea (discusión grupal, elaboración de tabla de identificación del problema y exposición de los conceptos necesarios) y desarrolla un caso de análisis (ABP) aplicando los conceptos de la ley de Fick y transferencia convectiva de masa. Redacta informe técnico.</p>	<p>Asigna lecturas para su análisis, solicita búsqueda de información y propicia una discusión grupal.</p> <p>Solicita una paráfrasis de las lecturas.</p> <p>En clase, plantea ejercicios y realiza preguntas dirigidas sobre transferencia convectiva de masa.</p> <p>Forma equipos de 3-5 integrantes y asigna problemario</p> <p>Forma equipos de 3-5 estudiantes y asigna una actividad de aprendizaje basado en la solución de problemas (ABP) en el que aplica la ley de Fick y transferencia de masa convectiva. Solicita el informe técnico sobre el caso de análisis. Asesora y resuelve dudas</p>	<p>Capacidad de análisis y síntesis</p> <p>Solución de problemas</p> <p>Capacidad para trabajar en equipo</p> <p>Capacidad de aplicar los conocimientos en la práctica</p> <p>Habilidad en el uso de tecnologías de información y comunicación</p>	15




Indicadores de alcance	Valor del indicador
A. Interpretación de fenómenos que involucran transferencia de masa convectiva.	20
B. Calcula coeficientes convectivos en contradifusión y difusión en película estancada	40
C. Estima coeficientes de transferencia de masa seleccionando correlaciones apropiadas	40

Niveles de desempeño:

Desempeño	Nivel de desempeño	Indicadores de alcance	Valoración numérica
Competencia alcanzada	Excelente	Cumple cinco de los indicadores definidos en desempeño excelente	95-100
	Notable	Cumple cuatro de los indicadores definidos en desempeño excelente	85-94
	Bueno	Cumple tres de los indicadores definidos en el desempeño excelente	75-80
	Suficiente	Cumple dos de los indicadores definidos en el desempeño excelente	70-74
Competencia no alcanzada	Desempeño insuficiente	No se cumple con el 100% de evidencias conceptuales, procedimentales y actitudinales de los indicadores definidos en el desempeño excelente	NA (No alcanzada)

Matriz de evaluación:

Evidencia de aprendizaje	%	Indicador de alcance						Evaluación formativa de la competencia
		A	B	C				
Reseña de artículo	25	15	10					Interpretación de la transferencia de masa convectiva (Heteroevaluación)
Problemario	35	5	10	20				Evalúa y estima coeficientes de transferencia de masa (Heteroevaluación)
Reporte técnico del proyecto o caso de estudio.	40		20	20				Evalúa y estima coeficientes de transferencia de masa (Heteroevaluación, Coevaluación, Autoevaluación)
	TOTAL	20	40	40				

	Instrumentación Didáctica para la formación y desarrollo de competencias profesionales	Versión: 0
	Referencia a la Norma ISO 9001:2015 7.1.5.1, 8.1, 8.2.2, 8.5.1, 8.6, 9.1.1	Página 14 de 15

5. Fuentes de información y apoyos didácticos

Fuentes de información:

Apoyos didácticos:

1. Bergman, T. L., Lavine, A. S., Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2011). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. Wiley.
2. Bird, R. B., Stewart, W. E., & Lightfoot, E. N. (2006). Transport Phenomena. John Wiley & Sons, Inc.
3. Cengel, Y., & Ghajar, A. (2010). Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications. McGraw-Hill Science/Engineering/Math.
4. Geankoplis, C. J. (2006). Procesos de Transporte y Principios de Procesos de Separación. CECSA.
5. Green, D., & Perry, R. (2007). Perry's Chemical Engineering Handbook. McGraw-Hill Professional.
6. Kreith, F., Manglik, R. M., & Bohn, M. S. (2010). Principles of Heat Transfer. CL Engineering.
7. Levenspiel O. (2008). Flujo de Fluidos e Intercambio de Calor. Reverté.
8. McCabe, W. L., Smith, J. C., & Harriott, P. (2005). Unit Operations of Chemical Engineering. McGraw-Hill Higher Education.
9. Wankat P. C. (2011). Separation Process Engineering: Includes Mass Transfer Analysis. Prentice Hall.
10. Welty, J., Wicks, C. E., Rorrer, G. L., & Wilson, R. E. (2010). Fundamentals of Momentum, Heat and Mass. Mc Graw Hill.

Pintarrón
Proyector de video
Computadora



6. Calendarización de evaluación en semanas:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
TP	ED		EF1					EF2			EF3					EF4,EF5 ES1	ES2	
TR																		
SD					1					2					3		4	

TP=tiempo planeado

TR=tiempo real

SD=seguimiento departamental

ED=evaluación diagnóstica

EF n =evaluación formativa (competencia específica n)

ES=evaluación sumativa

Fecha de elaboración: _____

Nombre y firma del(de la) profesor(a)

Nombre y firma del(de la) Jefe(a) de Departamento Académico