



**EDUCACIÓN**

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO  
NACIONAL DE MÉXICO

# Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación  
y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Maestría

Control Multivariable de un Aerogenerador

presentada por

**Ing. Randy Guzmán Gómez**

como requisito para la obtención del grado de

**Maestro en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica**

Director de tesis

**Dra. Ma. Guadalupe López López**

Codirector de tesis

**Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez**

Cuernavaca, Morelos, México. Septiembre de 2022.



Cuernavaca,  
Mor.,  
No. de Oficio:  
Asunto:

**30/septiembre/2022**  
**DIE/119/2022**  
**Aceptación de documento de tesis**

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARACOZA**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
**PRESENTE**

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Randy Guzmán Gómez, con número de control M20CE076 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Control Multivariable de un Aerogenerador". y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS

Dra. Ma. Guadalupe López López  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Química  
Cédula profesional 7980045

CODIRECTOR DE TESIS

Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica  
Cédula profesional 8031070

REVISOR 1

Dr. Enrique Quintero Márquez Márquez  
Doctor en Ciencias en Ingeniería Química  
Cédula profesional 10259407

REVISOR 2

Dr. Manuel Adam Medina  
Doctor en Ciencias en Ingeniería  
Electrónica  
Cédula profesional 5992003

C.p. Lic. Silvia del Carmen Ortiz Fuentes- jefa del Departamento de Servicios Escolares  
Estudiante  
HEE/mrsr





Cuernavaca, Mor.,  
No. De Oficio:  
Asunto:

**28/septiembre/2022**  
**SAC/148/2022**  
**Autorización de**  
**impresión de tesis**

**RANDY GUZMÁN GÓMEZ**  
**CANDIDATA(O) AL GRADO DE MAESTRA(O) EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA**  
**PRESENTE**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "Control Multivariable de un Aerogenerador", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
Excelencia en Educación Tecnológica®  
"Educación Tecnológica al Servicio de México"

**DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA**  
**SUBDIRECTOR ACADÉMICO**  
CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACIÓN  
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO  
**SUBDIRECCIÓN ACADÉMICA**

C. c. p. Departamento de Ingeniería Electrónica  
Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/CHG



# Dedicatoria

A mis padres: Manuel Genaro Guzmán Centeno y Ana Delia Gómez Barrera.

A mi hermano: Gimbran Guzmán Gómez.

# Agradecimientos

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico por brindarme la oportunidad de cursar el programa de posgrado en Ciencias en Ingeniería Electrónica y facilitar sus instalaciones para el desarrollo de mi trabajo y formación académica.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por facilitarme el recurso necesario a través de una beca de posgrado y así permitirme una dedicación en la maestría de tiempo completo.

A mis asesores de tesis: Dra. Ma. Guadalupe López López y Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez, por su paciencia, compromiso, confianza y sabiduría brindada que sirvió para guiarme durante todo el desarrollo de este trabajo.

A mis revisores: Dr. Manuel Adam Medina y Dr. Enrique Quintero Mármol Márquez, por su tiempo, disponibilidad y sus valiosos comentarios y aportaciones que ayudaron a mejorar este trabajo.

A mis compañeros de generación de Maestría: Cecilia, Fernando, Emilio y José, por compartir su tiempo y conocimientos que me ayudaron a mejorar.

A mis compañeros asesorados, por compartir sus conocimientos y experiencia, además de sus observaciones y sugerencias para con mi trabajo de tesis.

A mis padres, mi hermano y mi novia, que sin su apoyo y sacrificio no hubiese podido llegar hasta este punto.

# Resumen

En este trabajo se presentan diferentes esquemas de control para sistemas MIMO aplicados a un aerogenerador. Se utiliza un modelo de referencia para representar el comportamiento de un Aerogenerador genérico de eje Horizontal de tres palas con una potencia nominal de 4.8 MW. El modelo matemático del sistema integra sub-modelos que en conjunto conforman un sistema cuadrado de dos entradas y dos salidas.

El sistema se representa en forma de espacio de estado como un enfoque de modelo lineal. El diseño del control PID se realizó con dos lazos de control para extender la aplicación de un PID a un sistema MIMO. El esquema de control de retroalimentación de estados se divide en dos controladores, el primero utiliza una colocación de polos simple, el segundo; contempla la colocación de polos en regiones LMI para garantizar la estabilidad del sistema con incertidumbre añadida.

Se analizó la efectividad de los controladores a través de diferentes pruebas de simulación donde el objetivo fue la regulación de la velocidad angular del rotor y la potencia producida. Finalmente, se realizó un análisis comparativo de los controladores diseñados.

# Abstract

In this work, different control schemes for MIMO systems applied to a wind turbine are presented. A benchmark is used to represent the behavior of a generic three-blade horizontal axis wind turbine with a 4.8MW nominal power. The mathematical model of the system integrates submodels that build a square system with two inputs and two outputs.

The system is represented in state space form as a linear model approach. The design of the PID control was made with two control loops to extend the application of a PID to a MIMO system. The state feedback control scheme is divided in two different controllers, the first uses simple pole placement and the second contemplates the pole placement in LMI regions to guarantee the stability of the system with added uncertainty.

The effectiveness of the controllers was analyzed through different simulation tests where the objective was the regulation of the angular speed of the rotor and the power produced. Finally, a comparative analysis of the designed controllers was done.

# Índice general

Índice general	VII
Índice de figuras	IX
Índice de tablas	X
Nomenclatura	XI
<b>1. Introducción</b>	<b>13</b>
1.1. Planteamiento del problema	14
1.2. Objetivos	14
1.2.1. General	14
1.2.2. Específicos	14
1.3. Metas	14
1.4. Alcances	14
1.5. Limitaciones	15
1.6. Estudio del estado del arte	15
1.6.1. Control PID	15
1.6.2. Control por retroalimentación de estados	17
1.7. Hipótesis	18
1.8. Metodología	19
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>20</b>
2.1. Turbinas eólicas	20
2.1.1. Clasificación de turbinas eólicas	20
2.1.2. Aerogeneradores de Eje Vertical	20
2.1.3. Aerogeneradores de Eje Horizontal	21
2.2. Sistemas multivariables	22
2.3. Metodologías de control multivariable	22
2.3.1. Control descentralizado o multi-lazo	23
2.3.2. Control centralizado	23
2.4. Modelado de sistemas en espacio de estados	23
2.5. Modelos con incertidumbre	25
2.5.1. Modelo politópico	25
2.6. Conceptos básicos de control	26
2.6.1. Controlabilidad	26
2.7. Control por retroalimentación de estados con integrador	27
2.8. Control Proporcional integral derivativo	29
2.8.1. Método de Cohen-Coon para la sintonía de controladores PID	30
2.9. Optimización convexa	31
2.10. Desigualdades Matriciales Lineales (LMI)	31



2.11. Estabilidad de Lyapunov . . . . .	31
2.12. Determinación de las regiones de los polos en el plano complejo . . . . .	32
2.12.1. Formulación de la LMI para ubicación de polos en regiones del plano complejo . . . . .	33
2.13. Índices de desempeño . . . . .	34
<b>3. Caso de estudio</b>	<b>35</b>
3.1. Modelo de referencia del aerogenerador . . . . .	35
3.1.1. Aerodinámica . . . . .	36
3.1.2. Tren de transmisión . . . . .	37
3.1.3. Sistema de orientación de las palas . . . . .	37
3.1.4. Generador y convertidor . . . . .	38
3.2. Modelo del viento . . . . .	38
3.3. Espacio de estados no lineal del sistema . . . . .	39
3.4. Modos de operación de la turbina . . . . .	40
3.5. Modelo lineal del aerogenerador . . . . .	40
3.6. Incertidumbres en el modelado . . . . .	43
3.6.1. Modelo politópico del sistema . . . . .	44
3.7. Concepto del sistema de control . . . . .	46
<b>4. Diseño de controladores</b>	<b>47</b>
4.1. Control PID multi-lazo . . . . .	47
4.1.1. PID 1 . . . . .	47
4.1.2. PID 2 . . . . .	48
4.2. Control por retroalimentación de estados con integración en adelante (CREIA)	51
4.3. Control por retroalimentación de estados con integración en adelante y colocación de polos en regiones LMI . . . . .	54
<b>5. Resultados y pruebas de simulación</b>	<b>59</b>
5.1. Prueba de estabilidad de los controladores sin incertidumbre . . . . .	59
5.2. Prueba de estabilidad de los modelos vértices . . . . .	61
5.3. Prueba de estabilidad de los controladores con incertidumbre paramétrica .	63
5.3.1. Índices de desempeño . . . . .	70
<b>6. Conclusiones</b>	<b>73</b>
6.1. Conclusiones generales . . . . .	73
6.2. Aportaciones . . . . .	74
6.3. Trabajos futuros . . . . .	74

# Índice de figuras

2.1. Aerogenerador de eje vertical © 2015 por Munro89 utilizado bajo licencia CC BY-SA 4.0. . . . .	20
2.2. Aerogenerador de eje horizontal © 2011 por Ian Taylor utilizado bajo licencia CC BY-SA 2.0. . . . .	21
2.3. Elementos principales de un aerogenerador de eje horizontal. . . . .	21
2.4. Diagrama de bloques de un proceso SISO. . . . .	22
2.5. Diagrama de bloques de un proceso MIMO. . . . .	22
2.6. Diagrama de control multilazo. . . . .	23
2.7. Diagrama de control centralizado. . . . .	23
2.8. Representación gráfica de un modelo político. . . . .	26
2.9. Diagrama del controlador por retroalimentación de estados con integrador. . . . .	28
2.10. Diagrama del controlador PID. . . . .	29
2.11. Curva de reacción en lazo abierto de la planta. . . . .	30
2.12. Polos a la izquierda del eje imaginario desplazado. . . . .	32
3.1. Diagrama de bloques del aerogenerador. . . . .	35
3.2. Mapeo del coeficiente de torque en función de $\beta$ y $\lambda$ . . . . .	36
3.3. Diagrama del tren de transmisión. . . . .	38
3.4. Separación angular entre palas entre las palas. . . . .	39
3.5. Curva de potencia relativa en función de la velocidad del viento. . . . .	41
3.6. Comparación de respuestas de las 2 salidas del sistema para los modelos lineal y no lineal. . . . .	43
3.7. Variación de la salidas respecto a la densidad del aire. . . . .	44
3.8. Variación de la salidas respecto al coeficiente de fricción. . . . .	44
3.9. Representación politópica del sistema con incertidumbre. . . . .	45
3.10. Diagrama de bloques del modelo con controlador. . . . .	46
4.1. Lazos de control PID. . . . .	47
4.2. Respuesta en lazo abierto de $y_1$ para una cambio tipo escalón en $u_1$ . . . . .	48
4.3. Respuesta en la Salida 1 del sistema con diferentes valores de $K_p$ ante una perturbación. . . . .	49
4.4. Respuesta en lazo abierto de $y_2$ para una cambio tipo escalón en $u_2$ . . . . .	49
4.5. Respuesta en la Salida 2 del sistema con diferentes valores de $K_p$ ante una perturbación. . . . .	50
4.6. Respuesta en la Salida 2 del sistema con diferentes valores de $T_i$ ante una perturbación. . . . .	50
4.7. Lazo cerrado del controlador de retroalimentación de estados con integración en adelante. . . . .	51
4.8. Polos naturales del sistema aumentado. . . . .	52
4.9. Comparativa de la Salida 1 del sistema con diferentes reubicaciones para los polos dominantes del sistema. . . . .	53

4.10. Comparativa de la Salida 2 del sistema con diferentes reubicaciones para los polos dominantes del sistema. . . . .	53
4.11. Región LMI de intersección. . . . .	57
4.12. Polos reubicados de los modelos vértices en el plano complejo. . . . .	58
5.1. Perfil de viento utilizado en las pruebas de estabilidad del control sin incertidumbre. . . . .	59
5.2. Respuesta de las salidas con controladores ante un incremento de la velocidad del viento del 10% sobre su valor nominal (Sin incertidumbre de parámetros en el sistema). . . . .	60
5.3. Aumento tipo escalón en la velocidad del viento en simulación de modelos vértices con control. . . . .	61
5.4. Respuestas de las 2 salidas con controlador de los modelos vértices ante un incremento de la velocidad del viento del 10% sobre su valor nominal. . . . .	62
5.5. Perfil de viento utilizado en las simulaciones. . . . .	63
5.6. Perfil de la media de la velocidad del viento utilizado como condición en la conmutación de modos de operación. . . . .	63
5.7. Muestreo de variación de temperatura de 24hrs. . . . .	64
5.8. Perfiles de variación en parámetros con incertidumbres. . . . .	64
5.9. Valor de la velocidad del rotor con aplicación de los controladores como resultado de la simulación. . . . .	65
5.10. Valor de la potencia producida del generador con aplicación de los controladores como resultado de la simulación. . . . .	66
5.11. Comparativa en los valores de la entrada $u_1$ de los controladores. . . . .	67
5.12. Comparativa en los valores de la entrada $u_2$ de los controladores. . . . .	68
5.13. Evolución del Coeficiente de torque con acción de control. . . . .	69
5.14. Evolución del Coeficiente de torque con acción de control ante un cambio de referencia. . . . .	69
5.15. Cambio de referencia en el controlador PID para la salida 1 en el segundo 3300 de la simulación. . . . .	70

# Índice de tablas

1.	Símbolos. . . . .	XI
2.	Siglas y Acrónimos. . . . .	XII
2.1.	Parámetros del controlador por el método Cohen-Coon. . . . .	30
2.2.	Regiones LMI. . . . .	33
3.1.	Parámetros en el modelo del viento. . . . .	39
3.2.	Punto de equilibrio del sistema. . . . .	41
3.3.	Parámetros en el modelo del aerogenerador. . . . .	42
3.4.	Valores límites en la incertidumbre. . . . .	44
4.1.	Ganancias finales de los controladores PID. . . . .	51
5.1.	Características de desempeño de controladores ante un incremento de la velocidad del viento del 10%. . . . .	61
5.2.	Características de desempeño del controlador LMI en los modelos vértices ante un incremento de la velocidad del viento del 10%. . . . .	62
5.3.	Valores de la integral del error absoluto en la salida 1. . . . .	70
5.4.	Valores de la integral del error absoluto en la salida 2. . . . .	71
5.5.	Valores de la integral del error al cuadrado en la salida 1. . . . .	71
5.6.	Valores de la integral del error al cuadrado en la salida 2. . . . .	71
5.7.	Valores de la integral del error absoluto por el tiempo en la salida 1. . . . .	71
5.8.	Valores de la integral del error absoluto por el tiempo en la salida 2. . . . .	72

# Nomenclatura

Tabla 1: Símbolos.

Símbolo	Descripción	Unidades
$v_w$	Velocidad del viento	$m/s$
$v_m$	Datos medidos de velocidad del viento	$m/s$
$v_s$	Velocidad del viento estocástica	$m/s$
$v_w s$	Cizalladura del viento	$m/s$
$v_t s$	Velocidad del viento en la sombra de la torre	$m/s$
$\theta_i$	Separación angular entre palas	rad
$R$	Radio de la hélice	$m$
$\rho$	Densidad del aire	$kg/m^3$
$C_q$	Coefficiente de torque	°
$\beta$	Posición angular de las palas	°
$\lambda$	Relación de velocidad en la punta	
$w_r$	Velocidad angular del rotor	$rad/s$
$J_r$	Inercia en eje del rotor	$Kg m^2$
$K_d$	Fuerza de rigidez opuesta a la torsión	$Nm/rad$
$\theta\Delta$	Ángulo de torsión en la transmisión	$rad$
$B_d$	Coefficiente de amortiguación en la transmisión	$Nm s/rad$
$B_r$	Coefficiente de fricción en el rotor	$Nm s/rad$
$N_g$	Relación de la transmisión	
$w_g$	Velocidad angular del generador	$rad/s$
$J_g$	Inercia en el eje del generador	$Kg m^2$
$\eta_g$	Eficiencia de la transmisión	
$B_g$	Coefficiente de fricción en el eje del generador	$Nm s/rad$
$T_g$	Torque en el generador	$Nm$
$\beta_r$	Orientación angular de referencia	°
$T_{g,r}$	Torque en el generador de referencia	$Nm$
$\eta_{gc}$	Eficiencia del generador	
$P_g$	Potencia eléctrica producida	$W$
$C_{q,max}$	Máximo coeficiente de torque	

## Conjuntos

$\mathbb{R}$	Conjunto de todos los números reales
$\mathbb{C}$	Plano complejo
$\mathbb{D}$	Subconjunto del plano $\mathbb{C}$

## Vectores y Matrices.

$A > 0$	Matriz definida positiva
$A < 0$	Matriz definida negativa
$A^T$	Transpuesta de la matriz A
$A = A^T$	Matriz simétrica
$x$	Vector de variables de estados
$u$	Vector de variables de entrada
$y$	Vector de variables de salida
$A$	Matriz de estados
$B$	Matriz de entradas
$C$	Matriz de salidas
$D$	Transpuesta de la matriz A
$S$	Matriz de transmisión directa
$C_{ont}$	Matriz de controlabilidad
$K$	Matriz de ganancias
$K_p$	Matriz de ganancia de retroalimentación
$K_i$	Matriz de ganancia directa de integración
$X$	Matriz de Lyapunov

Tabla 2: Siglas y Acrónimos.

Siglas	Descripción
LMI	Desigualdad matricial lineal (Linear Matrix Inequality)
LTI	Lineal invariable en el tiempo (Linear Time-Invariant)
LTV	Lineal de parámetros variables (Linear Parameter-Varying)
SISO	Una entrada y una salida (Single-Input Single-Output)
MIMO	Múltiples entradas y múltiples salidas (Multiple-Input Multiple-Output)
PID	Proporcional Integral Derivativo
CREIA	Control por retroalimentación de estados con integración en adelante
CREIA LMI	Control por retroalimentación de estados con integración en adelante y reubicación de polos en regiones LMI
IAE	Integral de error absoluto
ISE	Integral del error al cuadrado
ITAE	Integral del error absoluto por el tiempo

# Capítulo 1

## Introducción

Cada año existe un incremento en la demanda de energía eléctrica en todo el mundo. Sin embargo, el uso excesivo de energías no renovables ha tenido un efecto negativo hacia el medio ambiente, ya que son fuentes generadoras de residuos contaminantes. Siendo una de las principales causas del efecto invernadero y los problemas ambientales asociados al aumento de la temperatura en el planeta. Esta grave consecuencia ha provocado que en las últimas décadas se esté buscando migrar hacia fuentes de energía renovables limpias, eficientes y más seguras. La implementación de fuentes de energía renovables como la energía eólica, solar, geotérmica, de la biomasa, entre otras, han contribuido a una disminución significativa de la demanda de combustibles fósiles.

Entre las fuentes de energía renovable, la energía eólica es un sector en rápido crecimiento, debido a que la energía eólica es segura, accesible geográficamente, barata y útil en áreas rurales [1]. En el año 2020 se instaló una capacidad de energía eólica a nivel mundial estimada en 93 GW, que representa un aumento de casi el 53% en relación con las instalaciones de 2018, según datos de "Wind global energy council".

Las turbinas eólicas que se utilizan en la generación de electricidad son generalmente de ejes horizontales. Estas turbinas regularmente tienen de 2 a 3 aspas y diversos elementos en su interior que permiten la transferencia de energía que es absorbida del viento [2]. Las turbinas eólicas que se conectan a la red producen hasta 10 MW de energía eléctrica. A diferencia de otras formas de generación de energía, estos aparatos trabajan con una fuente de energía que fluctúa en el tiempo debido a las ráfagas, por lo que se debe diseñar cuidadosamente el sistema de control y la resistencia a la fatiga de los componentes [3]. Para que esta fuente alternativa sea cada vez más viable es necesario que los sistemas de control empleados en este tipo de procesos sean cada vez más eficientes, de tal manera que se optimice el aprovechamiento de la energía procedente del viento. Esto implica especificaciones de diseño muy particulares y da lugar al desarrollo de diversas tecnologías en las áreas de máquinas eléctricas, electrónica y control, siendo esta última la de principal interés en este trabajo con la finalidad de que el sistema produzca electricidad de manera eficiente bajo condiciones ambientales cambiantes.

En este documento se hace una revisión bibliográfica de los controladores que han sido implementados en este tipo de sistemas y de algunos de los conocimientos base de la teoría de control y del modelado del aerogenerador, que permitan tener una idea más clara de las metodologías de control multivariable que fueron desarrolladas.

## 1.1. Planteamiento del problema

Como la mayoría de los procesos industriales, los sistemas de generación de energías renovables son sistemas multivariables. Este es el caso de los aerogeneradores. Una característica esencial de los sistemas multivariables es la existencia de interacciones entre sus variables y por lo tanto, las estructuras de control clásico PID convencionales no siempre cumplen los requerimientos para tareas de seguimiento y regulación. Por ello, es importante considerar la aplicación de metodologías de control moderno que puedan ser utilizadas para el control de este tipo de sistemas. El trabajo de esta tesis se enfoca en el control de aerogeneradores. El reto es encontrar técnicas de control multivariable e identificar sus ventajas mediante un análisis comparativo.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. General

Diseñar y comparar dos esquemas de control multivariable, un control PID multilazo y un control por retroalimentación de estados con colocación de polos en regiones LMI para la regulación de la velocidad angular del rotor y la potencia eléctrica de un aerogenerador.

### 1.2.2. Específicos

- Obtener el modelo lineal del sistema MIMO del aerogenerador.
- Obtener la estructura del controlador PID y sus ganancias.
- Obtener las ganancias del controlador por retroalimentación de estados.
- Hacer dos simulaciones implementando el diseño de los controladores.

## 1.3. Metas

- Obtener un modelo de aerogenerador con representación del sistema de orientación angular.
- Contribuir a la difusión pedagógica de la teoría de control aplicada a los sistemas de conversión de energía eólica.
- Aportar un análisis de la metodología de control multi-lazo como estrategia de control en aerogeneradores.
- Aportar un análisis de la metodología de control centralizado como estrategia de control en aerogeneradores.

## 1.4. Alcances

En este trabajo se pretenden diseñar esquemas de control multivariable e identificar sus ventajas mediante un análisis comparativo. Con el propósito de demostrar el comportamiento de los controladores, estos se probarán en simulación utilizando un modelo reportado en la literatura con datos experimentales.



## 1.5. Limitaciones

Se realizan simulaciones por computadora sin una implementación física, debido a que los equipos de aerogeneradores son bastante costosos y no se tiene acceso a un prototipo de experimentación.

## 1.6. Estudio del estado del arte

La revisión de la bibliografía sobre el control en aerogeneradores se reporta en este documento en dos secciones principales: Primero se describen técnicas de control PID para el control de una o más variables en el sistema. En la segunda sección se revisan las técnicas de control para aerogeneradores por métodos de retroalimentación de estados para el control de múltiples variables.

### 1.6.1. Control PID

El control PID es por mucho la metodología más usada en la industria. Esta técnica forma parte del control clásico que fue desarrollado a finales del año 1930; sin embargo, su estructura solo permite regular únicamente una variable en un lazo de control. Debido a esto, los sistemas de control basados en esta técnica, que han sido desarrollados para turbinas eólicas, definen un problema de control de una entrada y una salida (SISO). Para el caso de las turbinas eólicas, la variable que usualmente se manipula es el ángulo de orientación en las palas.

En el artículo [4] se presentó el diseño de un controlador PI para el sistema de ángulo de las palas de un aerogenerador de 5 MW. La salida del controlador fue el ángulo de orientación y el objetivo de control consistió en la regulación del torque producido en el eje del rotor mediante la variación del ángulo de orientación de las palas con un controlador PI clásico y se determinaron las ganancias del controlador a través de un método basado en simulación.

En el artículo [5] se centraron en mejorar el comportamiento dinámico de una turbina eólica controlando el torque mecánico mediante el ángulo de orientación en las palas. Para lograrlo, se aplicaron diferentes técnicas de optimización meta-heurísticas para el ajuste óptimo de los parámetros del controlador PID. Los resultados se compararon con los métodos de sintonización convencionales como el algoritmo simplex y Ziegler-Nichols, evaluando los índices de desempeño como el IAE, ISE, ITAE e ITSE.

Otra propuesta de controladores PID para los aerogeneradores se publicó en [6]. En esta investigación se propuso un algoritmo de control difuso para optimizar los parámetros del controlador. Se reguló la potencia producida a través del ángulo de orientación de las palas. Con el algoritmo formulado se mejoró el desempeño del controlador en comparación con el calculado de manera clásica. Finalmente, los autores realizaron un análisis comparando su controlador con un PID con linealización por retroalimentación de estados, además de considerar el PID convencional.

En [7] también se realizó una comparativa entre un controlador PID convencional y un controlador PID difuso. El objetivo de control fue la regulación de la potencia de salida utilizando como entrada del sistema el ángulo de referencia de las palas. El sistema difuso se diseñó de para alcanzar los valores óptimos del PID con el fin de reducir el efecto de

carga de la turbina eólica al minimizar la velocidad del rotor y el par electromecánico del generador. El controlador calculado fue probado con el simulador de un aerogenerador de 1.5 MW. Los resultados obtenidos indicaron que el controlador PID difuso logró maximizar la potencia de salida generada, superando al controlador PID convencional.

Con un enfoque diferente, en [8] se trabajó con controlador PID de orden fraccionario basado en una red neuronal con función de base radial para un aerogenerador de 5Mw. El objetivo fue mitigar la carga mecánica a través del control de la velocidad angular del generador, manipulando el ángulo de referencia. La red neuronal utilizó 10 neuronas y 3 salidas para sintonizar las ganancias  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ , mediante la función de activación Gaussiana. Los resultados obtenidos demostraron que el controlador de orden fraccionario alcanzó mejor desempeño y robustez, con menor esfuerzo del actuador, en comparación con los controladores PID convencionales.

Por otro lado, en la literatura también se han publicado trabajos sobre controladores PID para sistemas multivariables de aerogeneradores. En general, se tratan de controladores con estructuras de tipo descentralizadas (multi-lazo) ó centralizadas con red de desacoplo. Estas estructuras descomponen un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas en subsistemas SISO. Como en el caso de la referencia [3], cuyo trabajo consistió en implementar un esquema multi-lazo utilizando controladores PI en un modelo de aerogenerador de 5Mw. En este trabajo el objetivo de control fue contemplar la regulación y el seguimiento de trayectoria de la velocidad angular del rotor y la potencia del generador, manipulando la referencia de orientación angular y torque del generador. Los resultados de la estructura multi-lazo demostraron una regulación aceptable de las salidas sobre los valores de referencia, pero los efectos causados por las interacciones entre las variables afectaron el desempeño cuando se aplicó un escalón en la señal de referencia de la velocidad angular. Posteriormente, se aplicó un control centralizado con red de desacoplo. Para este caso los resultados mejoraron de forma poco significativa el rechazo a las interacciones entre variables relacionadas con la potencia y velocidad angular en el rotor.

En [9] se aplicaron las estructuras de control presentadas en un trabajo previo [3] para regular la velocidad angular del rotor y la potencia producida de un aerogenerador a escala con capacidad de producir 80W. Los modelos se obtuvieron mediante la teoría de identificación de sistemas. Se utilizaron 2 controladores PI tanto en la metodología centralizada con la red de desacoplo y la estructura multi-lazo. Sin embargo en esta aplicación experimental los controladores tuvieron una gran similitud en su desempeño.

Por ultimo en [10] se aplicaron y compararon dos metodologías multi-lazo para un modelo de aerogenerador de 30kW. La primera con controladores sintonizados por el método de Ziegler-Nichols y la segunda utilizando controladores IP (proporcionales inteligentes). En el análisis comparativo se demostró que los controladores IP tuvieron mejor desempeño, y que la eficiencia del aerogenerador aumentó para las dos salidas que consideraron.

Como es posible apreciar en la revisión bibliográfica sobre la aplicación e implementación de técnicas clásicas de control para los aerogeneradores, existen objetivos de control que varían en función de la estrategias contempladas, algunas toman el problema de control de un enfoque de sistema SISO y otras desde un enfoque de sistema MIMO, sin embargo la constante en estos trabajos es la limitante de los controladores PID para trabajar sobre esquemas de control descentralizado.

### 1.6.2. Control por retroalimentación de estados

En la literatura esta bien fundamentado que el modelado en espacio de estados permiten el diseño de controladores centralizados con múltiples enfoques de control. Estos controladores multivariables aplicados en el sistema del aerogenerador son menos frecuentes en la literatura, sin embargo, si existen algunos trabajos asociados. Por ejemplo, en [11] se abordó el problema de la regulación de frecuencia para un sistema híbrido formado por un parque eólico y una central térmica, donde la variable principal a controlar fue la frecuencia de carga para administrar la energía producida. Primero se compararon las características dinámicas de diferentes aerogeneradores en diferentes condiciones de trabajo, para así obtener un modelo equivalente del parque eólico. Posteriormente, combinando el modelo del parque eólico y el de la central térmica se propuso un sistema híbrido, para el cual se diseñó un control predictivo basado en modelo (MPC). El MPC usó la predicción de la frecuencia del sistema, la cual se calculó y optimizó para definir el valor que fue tomado como referencia de potencia en el sistema de control de frecuencia de carga. Lo anterior se hizo para cada una de las partes del sistema híbrido de energía. Para cada área se diseñó un MPC, los controladores interactuaron entre sí para formar un sistema de control distribuido mediante líneas de conexión entre las áreas. La ley de control eliminó las variaciones en las frecuencias de generación eléctrica de ambos sistemas.

Por otro lado, en [12] se diseñó un MPC basado en el modelo propuesto por [13]. El controlador predictivo nominal para la planta fue diseñado con el modelo global con el objetivo de control basado en la regulación de la velocidad angular del rotor y la potencia a través de la variación del ángulo de orientación de las palas y torque de referencia. La respuesta en lazo cerrado del controlador demostró que es posible cumplir los objetivos de control el sistema y mantener la eficiencia de la potencia.

En [15] presentaron otro análisis de dos esquemas de control en un modelo de aerogenerador de 3kW. Se diseñó un Controlador Lineal Cuadrático Predictivo (LQPC) y un Controlador Predictivo Generalizado (GPC), con el objetivo de la regulación de la velocidad angular del rotor y la potencia a través de la variación de del ángulo de orientación de las palas y torque de referencia. El objetivo fue estabilizar el valor de la potencia y evitar variaciones bruscas en la velocidad angular que puedan generar estrés o desgaste mecánico. Analizando las respuestas de los controladores se pudo observar como el LQPC tenía un menor tiempo de respuesta para alcanzar los valores de estado estacionario.

En [16] se trabajó con un modelo de Aerogenerador que opera con generador síncrono de imán permanente con una potencia nominal de 30kW, estas turbinas permiten eliminar la necesidad de la caja de engranajes y hacen posible acoplar la turbina al generador directamente. La señal de control ajustó las tensiones trifásicas del generador para controlar la velocidad angular del generador. Se presentó como técnica de control la realimentación de variables de estado con colocación de polos y acción integral, usando un modelo linealizado del sistema en un punto de operación definido en el valor de velocidad media del viento. Los resultados en la simulación demostraron que pese a las no linealidades del sistema y el comportamiento impredecible y aleatorio de la velocidad del viento, el ajuste del controlador continuó brindando resultados bastante aceptables al introducir una variación considerable en el punto de operación.

En [17] se presentó una nueva propuesta para el control de seguimiento tolerante a fallas (FTTC) en el sensor activo de velocidad del eje del generador para una turbina eólica marina de 5MW descrita a través de múltiples modelos Takagi-Sugeno (T-S). El objeti-

vo de esta estrategia fue mantener el controlador nominal del aerogenerador sin cambio ante una avería en el sensor. El controlador de retroalimentación de estados se diseñó para controlar el torque del generador, el ángulo de orientación y la velocidad angular del rotor y generador utilizando como entradas el ángulo y torque de referencia. Utilizando el enfoque de reubicación de polos en regiones LMI con la norma de robustez L2. Como resultado, el controlador y el estimador de fallas fueron satisfactorios para garantizar un error de seguimiento mínimo y una estimación de fallas robusta.

En [18] se aplicó un método de identificación de sistemas multivariables para el modelado de un aerogenerador con convertidores síncronos de imanes permanentes. Para este desarrollo se estudió el problema de la interacción entre sus variables. Tomando como base el modelo identificado, se diseñaron dos controles, uno por retroalimentación de estados con observador y otro con acción integral. Como variable de control se utilizaron la resistencia de carga y la velocidad del viento. Finalmente, se evaluó la salida del sistema (velocidad angular del rotor) y se observó que la acción integral en un controlador por realimentación de estados reduce el error estacionario de la respuesta en sistemas multivariables; sin embargo, el transitorio y el sobre pico de la señal son mayores que las obtenidas con el controlador con observador sin acción integral. Los transitorios dependen de la ubicación de los polos en cada sistema.

Finalmente, en [19] se trabajó con un modelo no lineal de un aerogenerador con el objetivo de regular la velocidad angular del rotor y la potencia a través del ángulo de orientación de las palas. Se diseñó una variación de la estructura del controlador Lineal cuadrático Gaussiano (LQG). El control se sintetizó combinando un filtro extendido de Kalman para la estimación de los estados y un controlador de realimentación de estados programado LQR (Regulador Linear cuadrático). El procedimiento de diseño del control requirió el cálculo de las matrices de ganancias, que posteriormente se programaron usando una regresión lineal. Las simulaciones mostraron un buen comportamiento de las salidas ante un comportamiento de viento turbulento y un mejor rendimiento en comparación con el controlador LQG básico.

De los diferentes trabajos consultados en la literatura científica de esta sección, podemos argumentar que existen diversas técnicas de la teoría de control moderno para controlar los aerogeneradores y la mayoría se enfoca en el control de 2 variables del sistema, esto debido a la característica multivariable de las estructuras de control centralizado y como constante de las conclusiones obtenidas se destaca la efectividad de los esquemas de control para soportar la interacción de variables de entrada y salida que presenta en el aerogenerador, lo que se traduce en una producción de potencia con menor variación.

## 1.7. Hipótesis

Al diseñar estrategias de control para el sistema MIMO del aerogenerador capaces de regular la velocidad de rotación del rotor y potencia producida, se podrá llevar a cabo un análisis comparativo de ambos esquemas de control multivariable que permita determinar cual de los controladores presenta mejores características para hacer mas eficiente un aerogenerador.

## 1.8. Metodología

Para cumplir con los objetivos planteados se realizaron las siguientes actividades cumpliendo la metodología mostrada a continuación:

- Se obtuvo un modelo matemático de un aerogenerador de 4.8Mw que describe la dinámica de los elementos principales que componen estos sistemas de conversión de energía eólica tomando como base el modelo reportado en [13].
- Se simuló el sistema usando el software "Matlab" para validar la caracterización del sistema con los datos experimentales reportados en la literatura.
- Se diseñó y comprobó un esquema de control multi-lazo con controladores PID para la regulación de la velocidad angular del rotor y la potencia producida por el aerogenerador.
- Se diseñó y comprobó un esquema de control centralizado con el método de reubicación de polos para la regulación de la velocidad angular del rotor y la potencia producida por el aerogenerador y se añadió robustez al controlador mediante la técnica de LMI.
- Se evaluó el desempeño de los controladores implementados en simulación.
- Se realizó un análisis comparativo de los esquemas de control utilizando valores de índices de desempeño.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1. Turbinas eólicas

Las turbinas eólicas son sistemas que transforman la energía cinética del viento en energía mecánica que puede ser utilizada para diversos usos como moler (en el caso de los molinos de viento), bombeo de fluidos (como las aerobombas) o para producir energía eléctrica (como son los aerogeneradores).

#### 2.1.1. Clasificación de turbinas eólicas

Las turbinas eólicas se pueden clasificar de distintas formas, con relación a su orientación al viento, con relación al número de palas, por la forma de la torre, por el tipo de conexión, etc. En particular, los aerogeneradores se clasifican de acuerdo con la orientación del rotor, en aerogeneradores de eje vertical y de eje horizontal.

#### 2.1.2. Aerogeneradores de Eje Vertical

La particular característica de los aerogeneradores de eje vertical es que el eje del rotor se encuentra perpendicular al suelo como se muestra en la Fig. 2.1. Esta característica de diseño les permite aprovechar la velocidad del viento de todas direcciones. Carece de dispositivos de orientación de las palas, sin embargo, el hecho de que el generador y la transmisión estén a nivel del suelo, facilita el diseño de la torre [20].



Figura 2.1: Aerogenerador de eje vertical © 2015 por Munro89 utilizado bajo licencia CC BY-SA 4.0.

### 2.1.3. Aerogeneradores de Eje Horizontal

Los aerogeneradores de eje horizontal se caracterizan por tener el eje del rotor, horizontal al suelo. Es el tipo más común de aerogenerador ya que tienen características que facilitan la producción de energía eléctrica, por ejemplo, es suficiente una baja velocidad del viento para que arranquen, tienen un coeficiente de potencia más alto, usan dispositivos de orientación en las palas para regular la velocidad en el rotor, entre otras. Sin embargo, su principal desventaja es que el generador y la caja de transmisión deben colocarse en lo alto de la torre [2]. En la Figura 2.2 se muestra un aerogenerador de eje horizontal.



Figura 2.2: Aerogenerador de eje horizontal © 2011 por Ian Taylor utilizado bajo licencia CC BY-SA 2.0.

#### Partes de un aerogenerador de eje horizontal

Los aerogeneradores de eje horizontal industriales se componen de un gran número de piezas y elementos para su control, protección y mantenimiento, en la Figura 2.3 se muestran los elementos fundamentales para la producción eléctrica de un aerogenerador de eje horizontal:

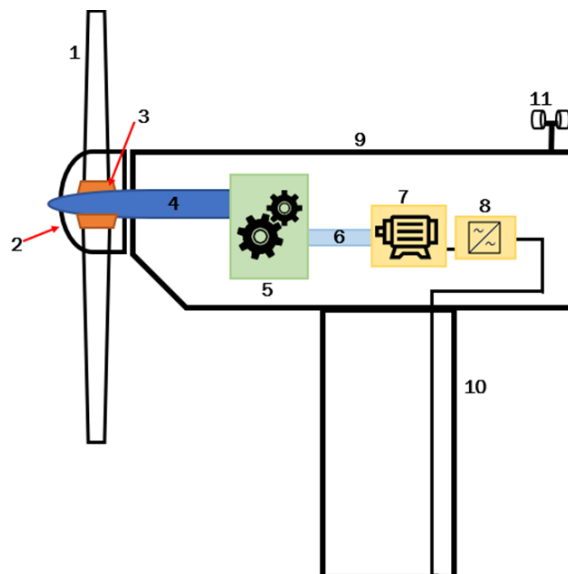


Figura 2.3: Elementos principales de un aerogenerador de eje horizontal.

El elemento 1 corresponde a las palas (también llamadas aspas), el 2 se conoce como rotor, el 3 es el sistema de orientación de las palas que se localiza en la superficie del rotor, el 4 corresponde a eje del rotor, el 5 es la caja de engranajes, el 6 corresponde al eje del generador, el 7 es el generador eléctrico, el 8 es el convertidor y los elementos 9,10 y 11 corresponden a la góndola, la torre y el anemómetro respectivamente.

## 2.2. Sistemas multivariables

Los sistemas suelen representarse como procesos que relacionan una entrada que puede alterar el valor de una salida, como se observa en la Figura 2.4. A estos sistemas se les conoce como sistemas "SISO" por sus siglas en inglés (Single Input and Single Output).



Figura 2.4: Diagrama de bloques de un proceso SISO.

Sin embargo, cuando existen procesos que tienen más de una entrada y una salida, se les conoce como sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas o "MIMO" por sus siglas en inglés (Multiple Input and Multiple Output) y se representan como en la Figura 2.5. En este tipo de sistemas se dice que el problema de control es multivariable, lo que significa que el número de variables a controlar son 2 o más, pero usualmente estos sistemas suelen ser afectados por las interacciones entre variables, es decir, que 2 o más variables de entrada pueden afectar a dos o más variables de salidas [21].



Figura 2.5: Diagrama de bloques de un proceso MIMO.

## 2.3. Metodologías de control multivariable

Para desarrollar las metodologías de control de un sistema MIMO, primero se debe definir el conjunto de variables de salida que serán controladas y las que no, es decir, que se debe establecer un objetivo de control. Para definir el conjunto de variables de entrada, se deben elegir aquellas a las que se tenga acceso y que puedan ser manipuladas por un operador o por medio del propio controlador de manera automática. De modo que la influencia de la modificación de estas variables de entrada se transmita al interior del sistema. Lo siguiente, es elegir el esquema de control, es decir, la estructura que interconecte las variables de entrada y las variables de salida. Existen dos esquemas bien diferenciados en [22] y [23] que se describen a continuación:



### 2.3.1. Control descentralizado o multi-lazo

Este controlador se forma por varios sistemas de control compuestos por leyes de control independientes que interconectan una variable de entrada con una variable de salida, es decir, trata al sistema MIMO como  $n$  sistemas SISO y por lo tanto se asume que las interacciones entre variables y lazos de control son nulas.

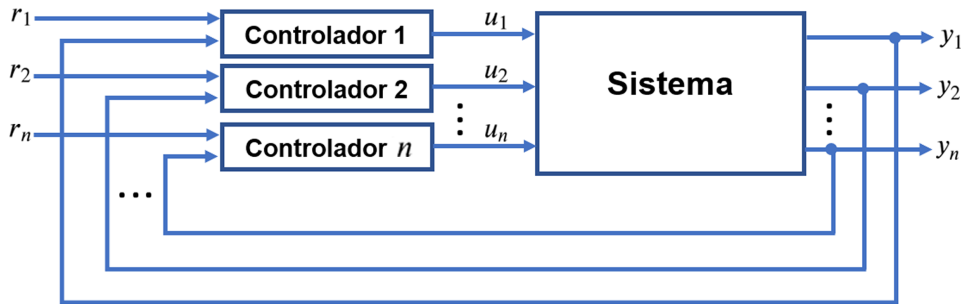


Figura 2.6: Diagrama de control multilazo.

### 2.3.2. Control centralizado

Este controlador abarca todas las técnicas en el que un único algoritmo es utilizado para controlar todas las variables de salida usando todas las variables de entrada simultáneamente. La integración de este controlador se presenta como un problema de optimización de alguna función objetivo o norma. Las técnicas más utilizadas son los algoritmos de control cuadrático, el control predictivo, el control robusto con sus variantes, etc.

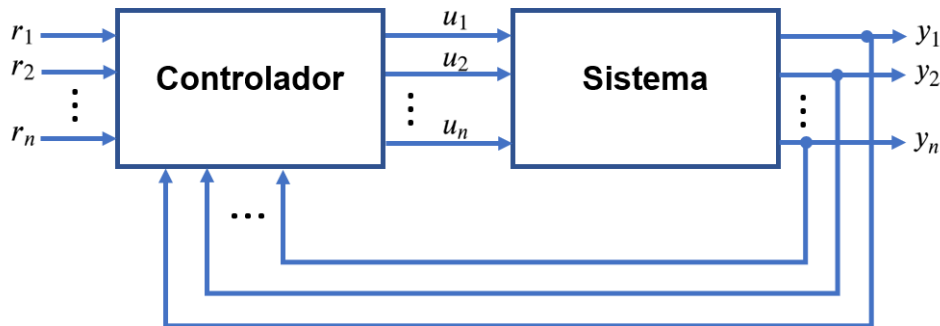


Figura 2.7: Diagrama de control centralizado.

## 2.4. Modelado de sistemas en espacio de estados

En el modelado de sistemas las variables de estado son variables que describen la energía almacenada del sistema. De esta forma, si consideramos el proceso de un sistema de orden  $n$ , su vector de estados contendrá  $n$  componentes, formando lo que se conoce como vector de estados  $x(t)$ .

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Por lo tanto, el modelo matemático de un sistema físico puede ser descrito mediante un conjunto de entrada, salida y variables de estado que se relacionan por ecuaciones diferenciales de orden  $n$  que son combinadas en una ecuación diferencial matricial de primer orden. Cada una de estas  $n$  ecuaciones diferenciales tienen la siguiente forma general:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(t)}{dt} &= \dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \cdots + a_{1n}x_n(t) + b_1u(t) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= \dot{x}_2(t) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \cdots + a_{2n}x_n(t) + b_2u(t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} &= \dot{x}_n(t) = a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \cdots + a_{nn}x_n(t) + b_nu(t) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Estas  $n$  ecuaciones diferenciales se pueden describir por la siguiente ecuación diferencial matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \frac{dx_2(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} u(t) \quad (2.3)$$

A la ecuación (2.3) se le define como ecuación de estados del sistema y como se puede observar, fija la evolución de los estados en función de dichos estados y del valor que tenga la entrada  $u(t)$ .

Por otro lado, las salidas del sistema pueden coincidir con las variables de estado, o lo que ocurre, es que las salidas son una combinación lineal de las variables de estado:

$$y(t) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.4)$$

y expresado de forma matricial se obtiene lo que se define como ecuación de salida del sistema:

$$y(t) = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Para reducir la escritura de las ecuaciones (2.3 y 2.5) se puede usar la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

donde  $A$  es la matriz de estados de dimensión  $(n \times n)$ ,  $B$  es la matriz de entradas de dimensión  $(n \times 1)$  y  $C$  es la matriz de Salidas de dimensión  $(1 \times n)$ , para sistemas SISO.

En la representación de espacio de estados para sistemas MIMO el planteamiento es el mismo, sin embargo, la única diferencia es que ahora se contempla un vector de entradas

y un vector de salidas del sistema.

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_r(t) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

De este modo, las ecuaciones (2.3 y 2.5) contienen los mismos términos y lo único diferente son las dimensiones de las matrices de entrada y de salida.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & \cdots & \alpha_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & \beta_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1} & c_{r2} & \cdots & c_{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Como se observa en las ecuaciones (2.8 y 2.9), B es la matriz de entrada con dimensión  $(n \times m)$  y C es la matriz de salida con dimensión  $(r \times n)$  [24].

## 2.5. Modelos con incertidumbre

Existen dos formas de considerar incertidumbre en un modelo:

- **Incertidumbre dinámica:** incluye componentes dinámicos omitidos en el modelo lineal o variaciones en el comportamiento dinámico durante la operación del sistema. Por ejemplo, modos flexibles de alta frecuencia, variaciones de tiempo retardadas, etc.
- **Incertidumbre de Parámetros:** está dada por errores de estimación de los parámetros físicos y por posibles variaciones de estos durante el funcionamiento del sistema. Esta incertidumbre puede presentarse por ejemplo en los coeficientes en sistemas mecánicos, de dispositivos de vuelo, capacitores e inductores en circuitos eléctricos, etc.

### 2.5.1. Modelo politópico

Una forma de representar sistemas con incertidumbre paramétrica es por medio de modelos dependientes de parámetros afines o mediante modelos politópicos [25]. Un sistema politópico es un sistema lineal variante en el tiempo como se muestra en la ecuación 2.10

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B(t)u \\ y &= C(t)x + D(t)u \end{aligned} \quad (2.10)$$

cuya matriz de sistema  $S(t)$  se define como:

$$\mathbf{S}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t) & \mathbf{B}(t) \\ \mathbf{C}(t) & \mathbf{D}(t) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

y varía dentro de un polígono fijo de matrices, es decir:

$$S(t) \in \{S_1, \dots, S_k\} \quad (2.12)$$

donde,  $S_1 \dots S_k$  dan los sistemas vértices:

$$\mathbf{S}_1(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t)_1 & \mathbf{B}(t)_1 \\ \mathbf{C}(t)_1 & \mathbf{D}(t)_1 \end{bmatrix}, \dots, \mathbf{S}_K(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(t)_K & \mathbf{B}(t)_K \\ \mathbf{C}(t)_K & \mathbf{D}(t)_K \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

En otras palabras, un modelo politópico, es una composición convexa de sistemas de matrices. En la Figura 2.8 se muestra la representación gráfica de la incertidumbre politópica.

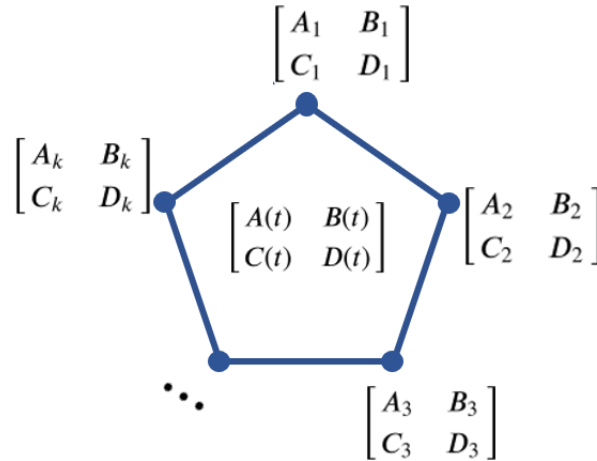


Figura 2.8: Representación gráfica de un modelo político.

## 2.6. Conceptos básicos de control

### 2.6.1. Controlabilidad

Este concepto describe la interacción de las entradas y salidas de un sistema con las variables de estado. La controlabilidad nos dice si el comportamiento del sistema se puede controlar por medio de sus entradas.

Considerando el siguiente sistema de  $m$  entradas y  $n$  estados

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.14)$$

con las matrices  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  y  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  constantes. La matriz de salida  $C$  es irrelevante ya que la controlabilidad solo relaciona las entradas y los estados del sistema. Por lo tanto, para la ecuación 2.14 se dice que es controlable si para cualquier estado inicial  $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$  y cualquier estado final  $x_1 \in \mathbb{R}^n$ , existe una entrada que sea capaz de transferir el estado  $x$  desde  $x_0$  hasta  $x_1$  en un tiempo finito, si esto no es posible entonces

se dice que el par  $(A,B)$  no es controlable .

En otras palabras, la controlabilidad es la posibilidad de llevar al sistema de un estado inicial a un estado final en tiempo finito, sin importar la trayectoria que siga, o la entrada que se use [26]. Una forma de comprobar la controlabilidad de un sistema es a través del teorema de controlabilidad de Kalman.

**Teorema de controlabilidad de Kalman [40].** El sistema es controlable, si la matriz de controlabilidad

$$C_{ont} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

es de rango completo. Donde  $n$  corresponde al orden del sistema.

## 2.7. Control por retroalimentación de estados con integrador

Un control por retroalimentación de estados es un sistema que alcanza de forma autónoma y precisa los valores establecidos para sus variables de salida, a pesar de las variaciones que puedan producirse en la entrada del sistema [27]. La estructura de retroalimentación descrita a continuación es desarrollada en [28] y [29], partiendo del sistema descrito en la ecuación 2.16.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (2.16)$$

El objetivo es encontrar una ley de control  $u(t)$ , que cumpla con los siguientes requerimientos en lazo cerrado:

- **1.** El sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable.
- **2.** El comportamiento del sistema en lazo cerrado tenga el desempeño deseado.
- **3.** La salida del sistema siga la referencia con error de estado estable nulo.

La estructura del controlador se muestra en la Figura 2.9, donde  $r(t)$  es la referencia,  $y(t)$  es la salida y  $e(t)$  es el error definido como:

$$e(t) = y(t) - r(t) \quad (2.17)$$

La integración del error en la estructura de control garantiza que el error en estado estable sea nulo, por lo tanto, añadir un integrador agrega al sistema un nuevo vector de estados  $\bar{x}(t)$  que tiene la misma dimensión que el vector de salida y que se define como:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \\ \vdots \\ \bar{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ \int_0^t e_2(\tau) d\tau \\ \vdots \\ \int_0^t e_n(\tau) d\tau \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Por lo tanto, la derivada del nuevo vector de estado aumentado  $\bar{x}(t)$  se expresa como:

$$\dot{\bar{x}}(t) = e(t) = r(t) - y(t) = r(t) - Cx(t) \quad (2.19)$$

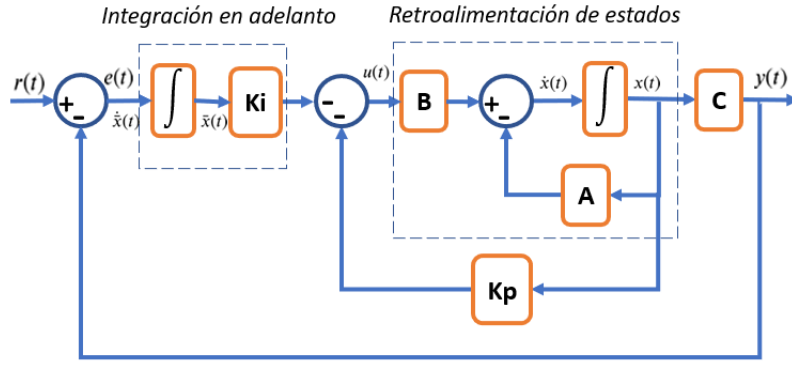


Figura 2.9: Diagrama del controlador por retroalimentación de estados con integrador.

entonces el sistema aumentado se puede representar como el siguiente modelo de espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La colocación de polos en lazo cerrado con retroalimentación de estados garantiza la estabilidad en lazo cerrado y desempeño dinámico deseado. Para esta estrategia de control de retroalimentación de estado (incluido el estado aumentado), la ley de control se obtiene mediante:

$$u(t) = - \begin{bmatrix} K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} = -K_1 x(t) - K_2 \bar{x}(t) \quad (2.21)$$

donde  $K_1$  es la matriz de ganancia de retroalimentación y  $K_2$  es la matriz de ganancia directa. Si esta estrategia de control de retroalimentación es efectiva, debe habilitar el siguiente sistema en lazo cerrado que es asintóticamente estable y su error de estado estacionario es cero:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_1 & -BK_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A - BK_1 & -BK_2 \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Para garantizar que el sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable, todos los polos (valores propios de la matriz  $\bar{A}$ ) del sistema deben estar en la mitad izquierda del plano complejo.

Estos valores propios de la matriz  $A$  dependen completamente de las ganancias  $K_1$  y  $K_2$ . Entonces cuando dichas ganancias se seleccionan adecuadamente, el sistema de lazo cerrado no solo es asintóticamente estable, sino que también puede obtener el rendimiento dinámico deseado y los valores de las ganancias son obtenidos mediante el método de colocación de polos.

De acuerdo con la teoría del espacio de estados, si a un sistema es posible asignar polos arbitrarios en lazo cerrado a través de la retroalimentación de estados, entonces, para el sistema aumentado que se muestra en la figura 2.9 y representado por la Ecuación 2.20, sus estados (incluidos los estados aumentados) pueden ser controlables, siempre y cuando:

- 1. El sistema original es controlable.
- 2. El rango de la matriz  $\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} = n + r$ ,  $m \geq r$ , rango de  $C = r$

Donde,  $n$  =número de estados,  $m$  =número de entradas y  $r$  =número de salidas.

## 2.8. Control Proporcional integral derivativo

Un controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) es un controlador que utiliza la retroalimentación de salida para alcanzar de forma precisa el valor de referencia para la variable controlada.

El controlador PID aplica 3 acciones de control, la acción proporcional que genera un cambio en la entrada directamente proporcional a la desviación con respecto al error, la acción integral produce un cambio en la entrada proporcional a la integral del error para eliminar el error en estado estacionario y la acción derivativa que produce un cambio en la entrada proporcional a la derivada del error para que el controlador pueda anticiparse a la trayectoria del error [21]. En la figura 2.10 se muestra la estructura de este controlador y su ley de control se obtiene mediante:

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t)dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.24)$$

Como se observa en la ecuación 2.24, las constantes de proporcionalidad que están ligadas a cada una de las acciones se conocen como: Ganancia proporcional ( $K_p$ ), tiempo integral ( $T_i$ ) y tiempo derivativo ( $T_d$ ) [31].

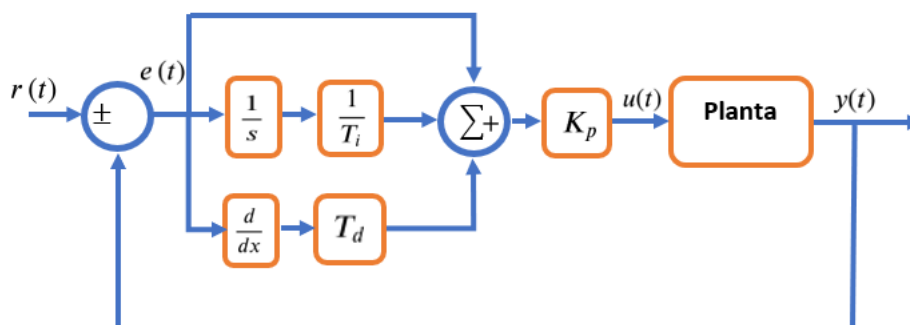


Figura 2.10: Diagrama del controlador PID.

Esta estructura de controlador PID se realiza sobre sistemas SISO, por lo tanto, el uso de estos controladores en sistemas MIMO se lleva a cabo mediante la metodología de control multi-lazo analizada en la sección 2.3.1.

### 2.8.1. Método de Cohen-Coon para la sintonía de controladores PID

Debido a su difundido uso en la práctica, existen numerosos métodos de ajuste para controladores PID, basados en mediciones realizadas sobre la planta. Una versión de este método puede obtenerse mediante un experimento a lazo abierto para obtener la respuesta de la planta a una entrada de tipo escalón entre un 10 a 20 % del valor nominal y registrar la respuesta de la salida hasta que se estabilice en el nuevo punto de operación [30]. La Figura 2.11 muestra una curva típica.

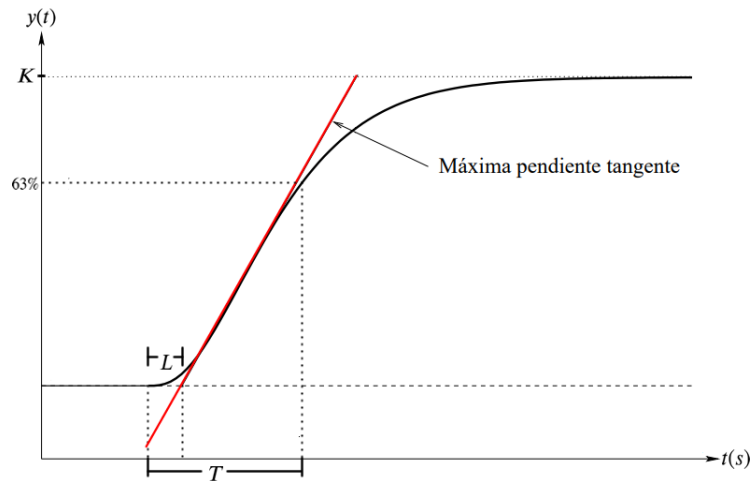


Figura 2.11: Curva de reacción en lazo abierto de la planta.

De la curva de reacción se destacan los parámetros  $K$ ,  $L$  y  $T$  que se obtienen dibujando una línea tangente en el punto de inflexión de la respuesta de la planta como se muestra en la Figura 2.11. Donde,  $K$  es la magnitud del cambio en la variable de salida,  $L$  es el retardo y  $T$  se define como la constante de tiempo requerida para que la respuesta alcance el 63 % del cambio total a partir del retardo del sistema.

Para el cálculo de las constantes de proporcionalidad Cohen y Coon desarrollaron las fórmulas de la Tabla 2.1. Estas fórmulas fueron derivadas mediante cálculos analíticos y numéricos [32]. En la tabla se utilizan los parámetros  $a = \frac{K L}{T}$  y  $\tau = \frac{L}{L+T}$ .

Tabla 2.1: Parámetros del controlador por el método Cohen-Coon.

	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{a} \left(1 + \frac{0,35\tau}{1-\tau}\right)$		
PI	$\frac{0,9}{a} \left(1 + \frac{0,92\tau}{1-\tau}\right)$	$\frac{3,3-3,0\tau}{1+1,2\tau} L$	
PD	$\frac{1,24}{a} \left(1 + \frac{0,13\tau}{1-\tau}\right)$		$\frac{0,27-0,36\tau}{1-0,87\tau} L$
PID	$\frac{1,35}{a} \left(1 + \frac{0,18\tau}{1-\tau}\right)$	$\frac{2,5-2,0\tau}{1-0,39\tau} L$	$\frac{0,37-0,37\tau}{1-0,81\tau} L$



## 2.9. Optimización convexa

La optimización es la búsqueda para encontrar la mejor decisión dentro de un conjunto de posibles candidatos que cumplen una condición bajo ciertos requerimientos y una función definida sobre ellos, la cual debe minimizarse o maximizarse [33].

Las desigualdades matriciales lineales son funciones convexas y se resuelven normalmente por métodos conocidos como de puntos interiores [25].

## 2.10. Desigualdades Matriciales Lineales (LMI)

Las desigualdades matriciales lineales o “LMI” por sus siglas en inglés (Linear Matrix Inequality) surgieron como una herramienta para los problemas de control que parecen difíciles de solucionar de forma analítica. Las recientes técnicas numéricas que se han desarrollado para las LMI permiten llegar a una solución para los problemas de optimización de una manera práctica y eficiente sobre restricciones de LMI [34].

Una definición básica de LMI establece que es una desigualdad de la forma:

$$F(x) = F_0 + x_1 F_1 + \dots + x_m F_m > 0 \quad (2.25)$$

esta estructura es la de una desigualdad estricta definida positiva, y puede también ser aplicable para una desigualdad no estricta, es decir,  $F(x) \geq 0$ , o para una desigualdad estricta definida negativa  $F(x) < 0$  o desigualdades no estrictas  $F(x) \leq 0$ , donde:

- $F(x)$  es una función que depende del vector real  $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$ .
- $F_0, F_1, \dots, F_m$ , son matrices simétricas reales, es decir  $F_m = F_m^T$ .
- $x_1, x_2, \dots, x_m$ , son variables escalares.

La LMI  $F(x) < 0$  tiene la propiedad de definir restricciones convexas en  $x$ , es decir, que el conjunto de soluciones  $F(x) < 0$  es convexo. Si existe un sistema de LMI formado por un conjunto finito de LMI  $F_1(x) < 0, \dots, F_k(x) < 0$  el conjunto de todas las  $x$  que satisfacen la desigualdad es convexa [35].

## 2.11. Estabilidad de Lyapunov

El uso del teorema de estabilidad de Lyapunov ha contribuido al desarrollo creciente de la aplicación de las LMI en la teoría de control [36]. Si consideramos el sistema sin entradas, dado por la ecuación 2.26.

$$\dot{x} = A x(t) \quad (2.26)$$

Se dice que el sistema es cuadráticamente estable si y solo si existe una función cuadrática positiva  $V \in \mathbb{R}$  tal que  $V = x^T X x$  y  $\dot{V}$  sea negativa. La función  $V$  se denomina “función de Lyapunov” entrega como salida un valor real para cada vector  $X$ . Dicha función queda determinada completamente por la matriz  $X$  que se denomina matriz de Lyapunov y que se determina como una matriz simétrica que debe ser encontrada mediante una LMI, de la siguiente manera:

Encontrar  $X = X^T; X > 0$ , tal que  $A^T X + X A < 0$ .

## 2.12. Determinación de las regiones de los polos en el plano complejo

En materia de la teoría de control, las regiones LMI son lugares en los que se pueden ubicar los polos del sistema para establecer sus características y desempeño dinámico [25]. Por ejemplo, el número de oscilaciones, el tiempo de respuesta o el tiempo del amortiguamiento. Una de estas regiones es la región del semiplano a la izquierda de  $\alpha_s$ :

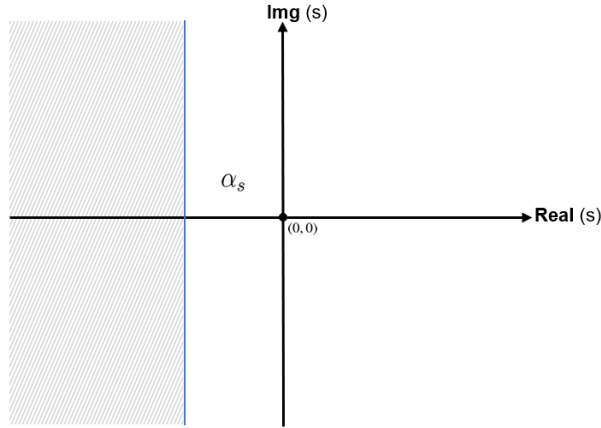


Figura 2.12: Polos a la izquierda del eje imaginario desplazado.

Esta región asegura que el sistema presente un máximo tiempo de respuesta determinado. En la Figura 2.12 se presenta una región donde se desea que los polos se ubiquen, esta región define el área sombreada de la izquierda del eje  $\alpha_s$  dibujado.

Para garantizar que los polos en lazo cerrado del sistema se encuentren en esta área, se debe respetar la condición:

$$\mathbb{D} = s \in \mathbb{C} : 2\alpha_s + s + \bar{s} < 0 \quad (2.27)$$

donde  $\mathbb{C}$  representa el plano complejo,  $\mathbb{D}$  es un subconjunto del plano  $\mathbb{C}$ ,  $\bar{s}$  es la transpuesta de  $s$  y la condición final es llamada función característica de la región de estabilidad denotada por  $f_D$ . En la tabla 2.2 se muestran otras regiones LMI.

Para la formulación mediante LMI de cada una de estas regiones primero debe notarse que todas ellas pueden ser descritas de forma general por la ecuación 2.28.

$$\mathbb{D} = s \in \mathbb{C} : P +_s Q +_s Q^T < 0 \quad (2.28)$$

Donde,  $P$  y  $Q$  son matrices reales tales que  $P = P^T$ , y la función  $f_d(s) = P + sQ + \bar{s}Q^T$  es conocida como la función característica de la región de estabilidad. Este conjunto incluye todas las regiones limitadas descritas anteriormente como sector disco, sector cónico, barras, etc. Mediante intersecciones de regiones se puede obtener cualquier forma de región deseada. La intersección de regiones viene definida por:

$$\begin{pmatrix} P_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & P_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & Q_k \end{pmatrix} s + \begin{pmatrix} Q_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & Q_k \end{pmatrix} \bar{s} < 0 \quad (2.29)$$

Tabla 2.2: Regiones LMI.

Sector	Condición
Semiplano Izquierdo	$s + \bar{s} + 2\alpha_s < 0$
Sector Cónico	$\begin{bmatrix} (s + \bar{s}) \sin \theta & (s - \bar{s}) \cos \theta \\ (s - \bar{s}) \cos \theta & (s + \bar{s}) \sin \theta \end{bmatrix} < 0$
Sector Disco	$\begin{bmatrix} -r & \bar{s} + q \\ s + q & -r \end{bmatrix} < 0$
Barras Horizontales	$\begin{bmatrix} (s - \bar{s}) - 2\alpha_s & 0 \\ 0 & -(s - \bar{s}) - 2\alpha_s \end{bmatrix} < 0$
Barras Verticales	$\begin{bmatrix} (s + \bar{s}) - 2\alpha_s & 0 \\ 0 & -(s + \bar{s}) + 2\alpha_s \end{bmatrix} < 0$

### 2.12.1. Formulación de la LMI para ubicación de polos en regiones del plano complejo

La formulación de la LMI para ubicar los polos en regiones deseadas del plano complejo es mencionada en [37]. Si consideramos que  $P = P^T$ ,  $Q$  y  $A$  son matrices reales. Entonces  $A$  tiene todos sus valores propios en una región estable:

$$\mathbb{D} = s \in \mathbb{C} : P + sQ + \bar{s}Q^T < 0 \quad (2.30)$$

si y solo si existe una matriz real simétrica  $X = X^T > 0$  con:

$$\begin{pmatrix} p_{11}X + q_{11}AX + q_{11}XA^T & \dots & p_{1k}X + q_{1k}AX + q_{k1}XA^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k1}X + q_{k1}AX + q_{1k}XA^T & \dots & p_{kk}X + q_{kk}AX + q_{kk}XA^T \end{pmatrix} < 0 \quad (2.31)$$

donde, en este caso  $p_{ij}$  y  $q_{ij}$  son las  $i$ - $j$  esimas entradas de  $P$  y  $Q$ , respectivamente. En decir,  $A$  tiene todos sus valores propios en la región de estabilidad  $\mathbb{D}$  con una función característica  $f_d(s) = P + sQ + \bar{s}Q^T$ , si existe una matriz definida positiva  $X$  para satisfacer que:

$$(p_{ij}X + q_{ij}XA + q_{ij}A^T X) < 0 \quad (2.32)$$

Obsérvese que esta es una LMI en  $X$  y que el teorema clásico de Lyapunov corresponde a la función característica  $f(s) = s + \bar{s}$ . Esto significa entonces remplazar  $(1, s, \bar{s})$  por  $(X, XA, A^T X)$ .

## 2.13. Índices de desempeño

Los índices de desempeño son herramientas que permiten la cuantificación del desempeño de los controladores a través de la medición del error. Entre estos índices se encuentran: integral del error absoluto (IAE), integral del tiempo por el error absoluto (ITAE) e integral del error cuadrático (ISE). A través de los valores de estos índices, es posible determinar algunas características en las señales controladas. El valor IAE incrementa cuando existen pequeños errores persistentes en la salida. El valor ISE se incrementa exponencialmente cuando existen errores significativos en la salida, por ejemplo, valores de sobre pico muy altos. El valor ITAE suele incrementarse cuando existen oscilaciones persistentes en la salida [38].

$$IAE = \int_0^t |e(t)| dt \quad (2.33)$$

$$ISE = \int_0^t |e(t)|^2 dt \quad (2.34)$$

$$ITAE = \int_0^t t|e(t)| dt \quad (2.35)$$

Donde el error  $e(t)$  está dado por:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.36)$$

# Capítulo 3

## Caso de estudio

### 3.1. Modelo de referencia del aerogenerador

El modelo de referencia caracteriza un aerogenerador de 4.8 MW, de velocidad variable y 3 palas, con acoplamiento de un convertidor. Este modelo está formulado con algunas simplificaciones. Por ejemplo, se supone una torre y palas rígidas, así como un modelo estático para representar la aerodinámica. En la Figura 3.1 se observa el diagrama general del aerogenerador donde se muestra la relación entre los subsistemas que lo componen.

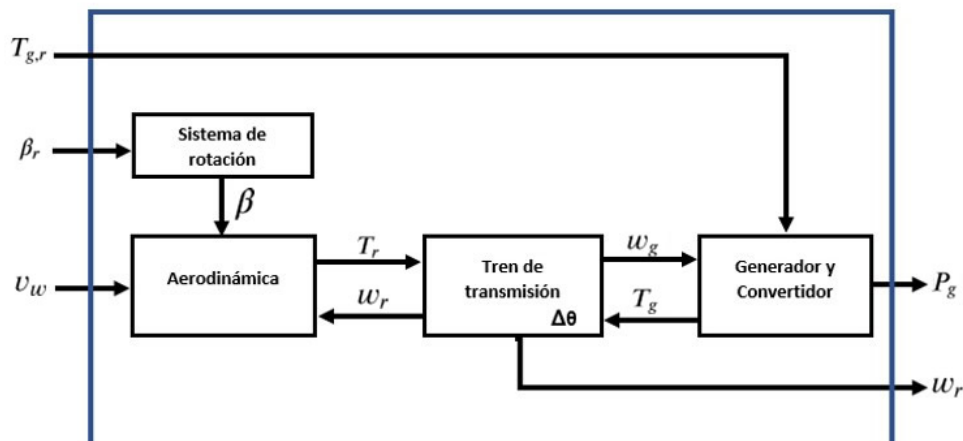


Figura 3.1: Diagrama de bloques del aerogenerador.

De manera global el sistema se tiene dos variables de entrada que pueden manipularse,  $\beta_r$  que corresponde al ángulo de orientación de referencia de las palas y  $T_{g,r}$  que corresponde al torque del generador de referencia. Contempla cinco variables de estado que corresponden a la velocidad angular del rotor  $w_r$ , la velocidad angular del eje del generador  $w_g$ , El ángulo de torsión en la transmisión  $\theta\Delta$ , el ángulo de orientación de las palas  $\beta$  y el torque del generador  $T_g$ . Considera dos variables de salida que son  $w_r$  (mencionada anteriormente) y la potencia producida  $P_g$ . Además, considera una variable que no puede ser manipulada que se toma como entrada de perturbación y corresponde a la velocidad del viento  $v_w$ .

El modelo matemático de un aerogenerador es la combinación de ecuaciones estáticas y dinámicas derivadas de leyes físicas y relaciones empíricas que rigen el comportamiento para cada una de las partes que componen este sistema. Las ecuaciones han sido repor-

tadas en [13] y [14] se describen a continuación.

### 3.1.1. Aerodinámica

La aerodinámica del aerogenerador se representa mediante una fuerza que se produce cuando el viento golpea las palas, para calcular la magnitud de dicha fuerza se utiliza la ecuación 3.1.

$$T_r(t) = \frac{\rho \pi R^3 v_w(t)^2 C_q(\lambda(t), \beta(t))}{2} \quad (3.1)$$

donde  $\rho$  es la densidad del aire,  $R$  es el radio de la hélice,  $v_w$  es la velocidad del viento y  $C_q$  es el coeficiente de torque que depende de  $(\beta)$  y  $\lambda$ . El parámetro  $\lambda$  es la relación entre la velocidad de la punta de la pala y la velocidad del viento, y se calcula mediante la ecuación 3.2.

$$\lambda(t) = \frac{R \cdot w_r(t)}{v_w(t)} \quad (3.2)$$

donde  $w_r$  es la velocidad angular en el eje del rotor. El coeficiente de torque  $C_q$  se obtiene a partir del coeficiente de potencia  $C_p$  ( $C_q = C_p/\lambda$ ), por lo tanto ambos aportan la misma información sobre el rendimiento del aerogenerador. El uso principal de la curva  $C_q$  es caracterizar el rotor conectado a la caja de cambios y a un generador. El valor de  $C_q$  se obtiene mediante datos experimentales reportados en [13], cuyo mapeo se muestra en la Figura 3.2 y su cómputo se realiza mediante la ecuación 3.3. Esta ecuación resulta del ajuste de los datos experimentales y se integra al modelo del aerogenerador.

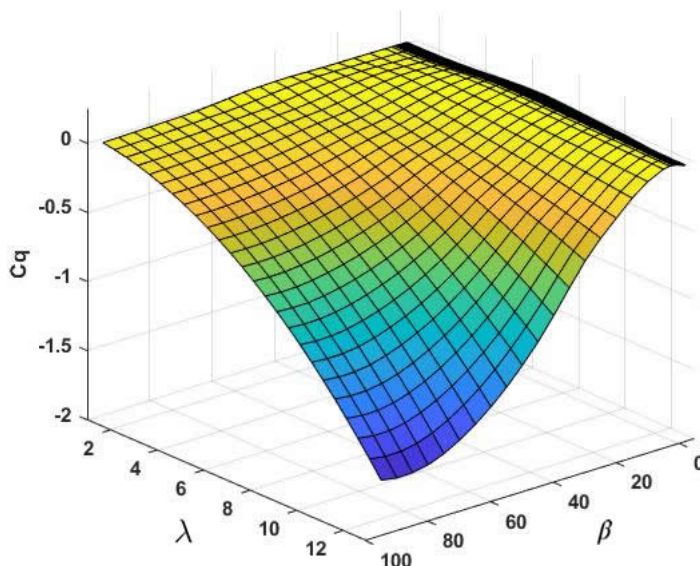


Figura 3.2: Mapeo del coeficiente de torque en función de  $\beta$  y  $\lambda$ .

$$C_q(t) = -1,334 \times 10^{-5} \beta(t)^2 - 1,2 \times 10^{-3} \beta(t) \lambda(t) + 1,0862 \times 10^{-4} \beta(t) - (1,667 \times 10^{-4} \lambda(t))^2 - 4,149 \times 10^{-5} \lambda(t) + 0,1042 \quad (3.3)$$

### 3.1.2. Tren de transmisión

El tren de transmisión se representa a través de un modelo de dos masas. El principal propósito del tren de transmisión es transferir  $T_r$  hacia el eje del generador. Además, integra una caja de engranajes que aumenta la velocidad de rotación desde el lado del rotor (lado de baja velocidad) hacia el lado del generador (lado de alta velocidad).

#### Lado de baja velocidad

El eje lento se llama así porque gira a la velocidad de las palas. La velocidad en este lado varía según la velocidad del viento y está determinada por la energía que las palas captan del viento. El eje de velocidad baja está unido al rotor. La variable de interés es la velocidad angular del eje del rotor y se calcula por medio de la ecuación 3.4.  $J_r$  corresponde a la inercia en el eje del rotor,  $K_d$  es la fuerza de rigidez que se opone a la torsión,  $\theta\Delta$  es el ángulo de torsión en la transmisión,  $B_d$  es el coeficiente de amortiguamiento en la transmisión,  $B_r$  es el coeficiente de fricción en el rotor,  $N_g$  corresponde a la relación de la transmisión y  $w_g$  es la velocidad angular en el eje del generador.

$$\dot{w}_r(t) = \frac{1}{J_r}(T_r(t) - K_d \theta\Delta(t) - (B_d + B_r)w_r(t) + \frac{B_d}{N_g}w_g(t)) \quad (3.4)$$

#### Lado de Alta velocidad

El eje rápido está unido al generador. En este lado, se multiplica la velocidad del eje, el cual impulsa al generador, que a su vez, aprovecha la energía rotacional para transformarla en energía eléctrica mediante campos magnéticos. La variable de interés es la velocidad angular del generador  $w_g$  y es calculada a partir de la ecuación 3.5.  $J_g$  es la inercia en el eje del generador,  $\eta_d$  es la eficiencia de la transmisión,  $B_g$  es el coeficiente de fricción en el eje del generador y  $T_g$  es el torque del generador.

$$\dot{w}_g(t) = \frac{1}{J_g}\left(\frac{\eta_d K_d}{N_g}\theta\Delta(t) + \frac{\eta_d B_d}{N_g}w_r(t) - \left(\frac{\eta_d B_d}{N_g^2} + B_g\right)w_g(t) - T_g(t)\right) \quad (3.5)$$

El ángulo de torsión en la transmisión se calcula a partir de la ecuación 3.6 y la representación gráfica del tren de transmisión se observa en la Figura 3.3.

$$\dot{\theta}\Delta(t) = w_r(t) - \frac{1}{N_g}w_g(t) \quad (3.6)$$

### 3.1.3. Sistema de orientación de las palas

El sistema de orientación angular de las palas tiene el propósito de reducir o aumentar el valor de  $C_q$ , y su mecanismo es un actuador que se modela como un sistema de primer orden

$$\dot{\beta}(t) = -\frac{1}{\tau}\beta(t) + \frac{1}{\tau}\beta_r(t) \quad (3.7)$$

donde  $\beta_r$  es el ángulo de referencia y  $\tau$  es una constante de tiempo.

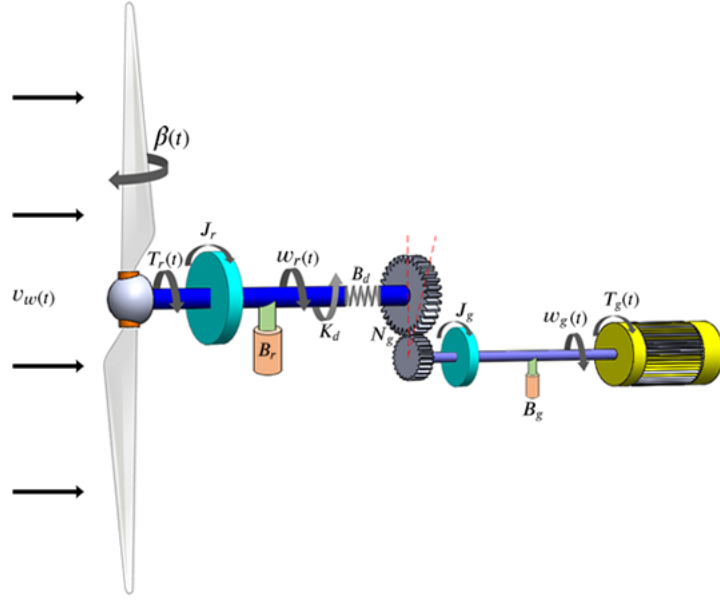


Figura 3.3: Diagrama del tren de transmisión.

### 3.1.4. Generador y convertidor

Como parte del sistema del aerogenerador, la dinámica del convertidor y generador se puede modelar como un sistema de primer orden descrito por la ecuación (3.11)

$$\dot{T}_g(t) = -\frac{1}{\tau_g} T_g(t) + \frac{1}{\tau_g} T_{g,r}(t) \quad (3.8)$$

donde  $T_{g,r}$  es el torque de referencia y  $\tau_g$  es una constante de tiempo. La potencia producida por el generador se obtiene mediante la ecuación 3.9, donde  $\eta_{gc}$  es la eficiencia del generador.

$$P_g(t) = \eta_{gc} w_g(t) T_g(t) \quad (3.9)$$

## 3.2. Modelo del viento

El modelo de viento está reportado en [13]. Este modelo consta de cuatro partes: el viento medido (variaciones lentas del viento)  $v_m$ ; una predicción estocástica del comportamiento del viento  $v_s$ ; la cizalladura del viento  $v_{ws}$ ; y la descripción viento sobre la torre  $v_{ts}$ . El modelo de viento combina estas partes, y está dado por:

$$v_w(t) = v_m(t) + v_s(t) + v_{ws}(t) + v_{ts}(t) \quad (3.10)$$

El viento medido  $v_m$  es una secuencia de la velocidad del viento que varía lentamente. Es un conjunto de datos medidos experimentalmente con un filtro pasa bajas. La parte estocástica del modelo de viento  $v_s$  está modelada por ruido blanco con filtros Kalman. La cizalladura del viento  $v_{ws}$  se obtiene mediante la ecuación 3.11

$$v_{ws}(t) = \frac{2 v_m(t)}{3 \cdot R^2} \cdot \left( \frac{R^3 \cdot \delta}{3 \cdot H} \cos \theta_i + \frac{R^4}{4} \cdot \delta \cdot \frac{\delta - 1}{2 \cdot H^2} \cdot \cos \theta_i^2 \right) + \frac{2 v_m(t)}{3 \cdot R^2} \cdot \left( \frac{R^5}{5} \cdot \frac{(\delta^2 - \delta) \cdot (\delta - 2)}{6 \cdot H^3} \cdot \cos \theta_i^3 \right) \quad (3.11)$$

donde,  $\theta_i$  corresponde a la separación angular entre las palas como se muestra en la



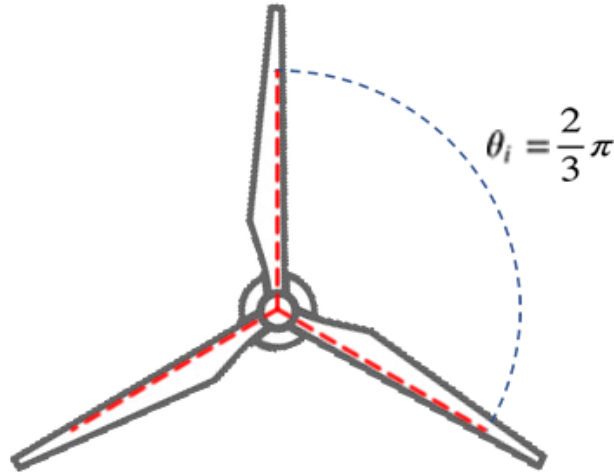


Figura 3.4: Separación angular entre palas entre las palas.

Figura 3.4,H corresponde a la altura de la torre y  $\delta$  es un parámetro constante del modelo. El viento sobre la torre  $v_{ts}(t)$  se calcula a partir de

$$v_{ts}(t) = \frac{(1 + \frac{\delta \cdot (\delta - 1) \cdot r_0^2}{8 \cdot H^2}) \cdot \bar{\theta}_r}{3 \cdot r^2} \cdot \left( 2\delta^2 \frac{R^2 - r_0^2}{(R^2 + r_0^2) \sin^2(\bar{\theta}_r) + k^2} + 2\delta^2 k^2 \frac{(r_0^2 - R^2) (r_0^2 \sin^2(\bar{\theta}_r) + k^2)}{R^2 \sin^2(\bar{\theta}_r) + k^2} \right) \quad (3.12)$$

donde

$$\bar{\theta}_r = \theta_i + \frac{(3-1) \cdot 2\pi}{3} - \left( \frac{\theta_i + \frac{(3-1) \cdot 2\pi}{3}}{2\pi} \right) \cdot 2\pi$$

Tabla 3.1: Parámetros en el modelo del viento.

Parámetro	Valor
$H$	81 m
$r_0$	1.5 m
$\delta$	0.1

### 3.3. Espacio de estados no lineal del sistema

La representación de estados del sistema global se describe como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= g(x, u) \end{aligned} \quad (3.13)$$

con  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [w_r \ w_g \ \theta \Delta \ \beta \ T_g]^T$ ,  $u = [u_1 \ u_2]^T = [\beta_r \ T_g]^T$  y  $y = [y_1 \ y_2]^T = [w_r \ P_g]^T$ . El vector de funciones de estados y salidas corresponden a  $f = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5]^T$  y  $g = [g_1 \ g_2]^T$  donde:

$$f_1 = \dot{x}_1(t) = \frac{\rho \pi R^3 v_w(t)^2 C_q(x_1(t), x_4(t))}{2J_r} - \frac{K}{J_r} x_3(t) - \frac{(B_d + B_r)}{J_r} x_1(t) + \frac{B_d}{N_g J_r} x_2(t) \quad (3.14)$$

$$f_2 = \dot{x}_2(t) = \frac{\eta K d}{N_g J_g} x_3(t) + \frac{\eta_d B_d}{N_g J_g} x_1(t) - \frac{\left(\frac{\eta_d B_d}{N_g^2} + B_g\right)}{J_g} x_2(t) - \frac{1}{J_g} x_5(t) \quad (3.15)$$

$$f_3 = \dot{x}_3(t) = x_1(t) - \frac{1}{N_g} x_2(t) \quad (3.16)$$

$$f_4 = \dot{x}_4(t) = -\frac{1}{\tau} x_4(t) + \frac{1}{\tau} u_1(t) \quad (3.17)$$

$$f_5 = \dot{x}_5(t) = -\frac{1}{\tau_g} x_5(t) + \frac{1}{\tau_g} u_2(t) \quad (3.18)$$

$$g_1 = x_1(t) \quad (3.19)$$

$$g_2 = \eta_{gc} x_2(t) x_5(t) \quad (3.20)$$

### 3.4. Modos de operación de la turbina

El aerogenerador tiene dos modos de operación según la velocidad del viento. En la Figura 3.5 se traza la curva de potencia relativa del aerogenerador. En esta gráfica se muestra que para velocidades del viento entre  $3-13 \frac{m}{s}$  se busca una producción de energía óptima, la cual se obtiene cuando el ángulo de inclinación de las palas es  $\beta = 0$  grados. En la curva de potencia óptima, la referencia del torque  $T_{g,r}$  se calcula en su valor óptimo mediante la ecuación 3.21

$$T_{g,r}(t) = \frac{1}{2} \rho \pi R^3 C_{q,max} \left(\frac{w_g(t)}{N_g}\right)^2 \quad (3.21)$$

donde el máximo valor del coeficiente de torque  $C_{q,max} = 0,0648$  se obtiene a partir del mapeo de la Figura 3.2.

Cuando la velocidad del viento supera los  $13 \frac{m}{s}$  se alcanza la referencia de potencia nominal y se conmuta al modo de operación 2. Los objetivos en este modo son dos, mantener la referencia de velocidad angular del rotor y la referencia de potencia. Estos objetivos se obtienen ajustando  $\beta_r$  de forma que se disminuya el coeficiente de potencia del aerogenerador y  $T_{g,r}$  en el convertidor se utiliza para suprimir las perturbaciones rápidas.

### 3.5. Modelo lineal del aerogenerador

El modelo linealizado del aerogenerador se obtiene mediante la expansión de Taylor de las ecuaciones 3.4-3.9 alrededor de un punto de equilibrio obtenido por las condiciones nominales del sistema, las cuales son  $P_{g,nom} = 4,8Mw$  (Potencia nominal) y  $w_{g,nom} = 162 \frac{rad}{s}$  (Velocidad angular nominal del rotor). El vector de estado, la señal de control y la salida son:

$$x = [w_r \ w_g \ \theta \Delta \ \beta \ T_g]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T, \quad u = [\beta_r \ T_{g,r}]^T = [u_1 \ u_2]^T;$$

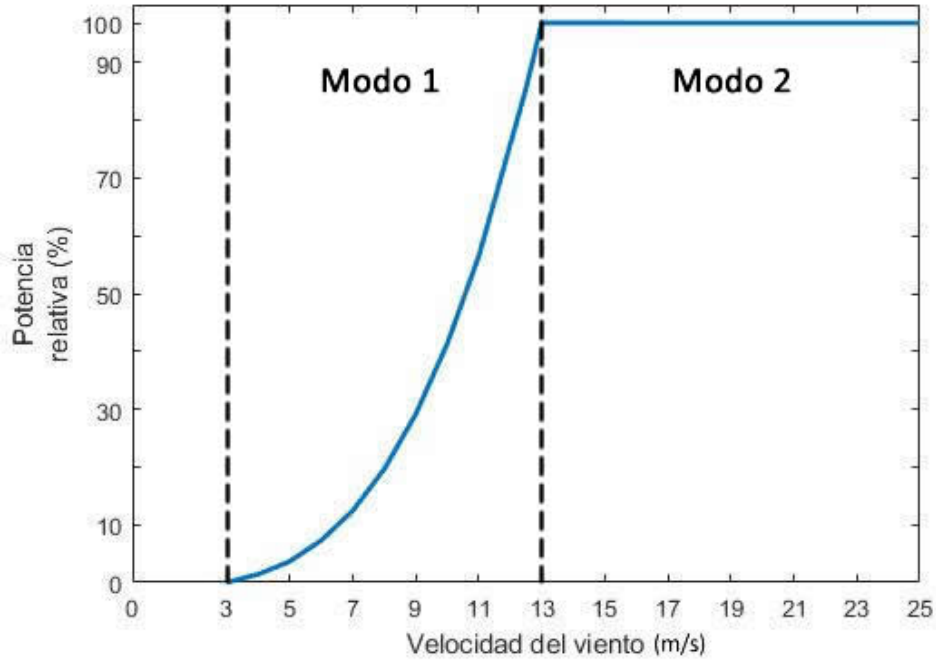


Figura 3.5: Curva de potencia relativa en función de la velocidad del viento.

$$y = [w_r \ P_g]^T = [y_1 \ y_2]^T$$

En la tabla 3.2, se muestra el punto de equilibrio obtenido a partir de las condiciones nominales conocidas del sistema.

Tabla 3.2: Punto de equilibrio del sistema.

$v_w$	$w_r$	$w_g$	$\theta\Delta$	$\beta$	$\mathbf{T}_g$	$\mathbf{P}_g$
$15.08 \frac{m}{s}$	$1.705 \frac{rad}{s}$	$162 \frac{rad}{s}$	$1.4e^{-3} \ rad$	$6.755^\circ$	$30234Nm$	$4.8 \times 10^6 W$

La descripción del espacio de estado del sistema linealizado alrededor del punto de equilibrio es:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= A x_d + B u_d \\ y_d &= C x_d \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde  $x_d = x - x^{eq}$ ;  $u_d = u - u^{eq}$ ;  $y_d = y - y^{eq}$ . Además  $x^{eq}$ ,  $u^{eq}$  y  $y^{eq}$  son los estados, las entradas y las salidas en el punto de equilibrio, respectivamente.

Los elementos de las matrices A,B y C están dadas por matrices jacobianas de las ecuaciones 3.4-3.9, Por lo tanto:

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^3 \cdot v_w^2 C_q(x_4)}{2J_r} - \frac{B_{dt} + B_r}{J_r} & \frac{B_{dt}}{N_g J_r} & -\frac{K_{dt}}{J_r} & \frac{\rho \cdot \pi \cdot R^3 \cdot v_w^2 C_q(x_1)}{2J_r} & 0 \\ \frac{\eta_{dt} B_{dt}}{N_g J_g} & -\left(\frac{\eta_{dt} B_{dt}}{N_g^2} + B_g\right) & \frac{\eta_{dt} K_{dt}}{N_g J_g} & 0 & -\frac{1}{J_g} \\ 1 & -\frac{1}{N_g} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{N_g} & 0 & -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_g} \end{bmatrix} x_d + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \\ \frac{1}{\tau_g} \end{bmatrix} u_d$$

$$y_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_{gc}x_5^{eq} & 0 & 0 & \eta_{gc}x_2^{eq} \end{bmatrix} x_d \quad (3.23)$$

sustituyendo los parámetros de las tablas 3.2 y 3.3 se obtiene el siguiente modelo en espacio de estado.

$$\dot{x}_d = \begin{bmatrix} -0,0594945 & 1,4841914e^{-7} & -49,090909 & -0,011895737 & 0 \\ 0,020303 & -0,1171368 & 7,068826e^4 & 0 & -0,0025641 \\ 1 & -0,01052632 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} x_d + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} u_d$$

$$y_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,962932 \times 10^4 & 0 & 0 & 1,585697 \times 10^2 \end{bmatrix} x_d \quad (3.24)$$

donde, los eigenvalores de la matriz A corresponden a los polos naturales del sistema ubicados en  $[-0,063 \quad -0,0568 + 28,16i \quad -0,0568 - 28,16i \quad -11,11 - 100]$ .

El modelo linealizado se compara con el modelo no lineal en el ambiente de Matlab Simulink con las condiciones de operación que se muestran en la Tabla 3.2 Los resultados del modelo lineal y no lineal para las 2 salidas se muestran en la Figura 3.6. En la Tabla 3.3 se muestran los parámetros del aerogenerador.

Tabla 3.3: Parámetros en el modelo del aerogenerador.

Parámetro	Valor
$\rho$	$1.225 \frac{kg}{m^3}$
$R$	57.5 m
$J_r$	$55e^6 kg m^2$
$K_{dt}$	$2.7e^9 \frac{Nm}{rad}$
$B_{dt}$	$775.49 \frac{Nm s}{rad}$
$B_r$	$7.11 \frac{Nm s}{rad}$
$N_g$	95 -
$J_g$	$390 kg m^2$
$\eta_{dt}$	0.97 -
$B_g$	$45.6 \frac{Nm s}{rad}$
$\tau$	50ms
$\tau_g$	10ms
$\eta_{gc}$	0.98 -

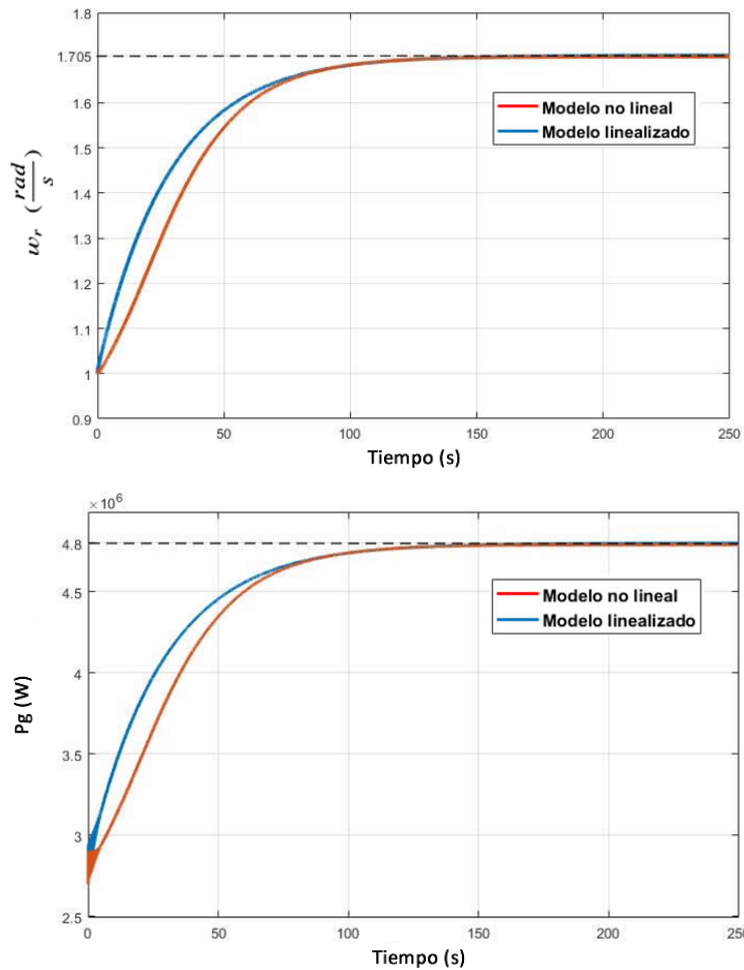


Figura 3.6: Comparación de respuestas de las 2 salidas del sistema para los modelos lineal y no lineal.

### 3.6. Incertidumbres en el modelado

Para considerar incertidumbre de modelado en la representación matemática del aerogenerador, se reconocieron los parámetros dentro del modelo, que en la práctica no se comportarían como constantes y su variación presenta una perturbación importante en las salidas del sistema.

El primer parámetro considerado fue la densidad del viento que puede ser afectada por la temperatura como se muestra en la ecuación 3.25 [39].

$$\rho = \frac{101325 \text{ Pa}}{287,05 \frac{J}{Kg} (\text{°C} + 273,15)} \quad (3.25)$$

En la Figura 3.7 se analiza el efecto que la perturbación produce en las salidas del sistema, es decir, cuando ocurren cambios en la densidad en el viento.

La segunda incertidumbre paramétrica que fue tomada en cuenta, corresponde a la variación del coeficiente de fricción en el eje del generador. Para este parámetro se asumió una variación del  $\pm 10\%$  de su valor nominal. En la Figura 3.8 se observa la alteración de las salidas con la variación del coeficiente de fricción.

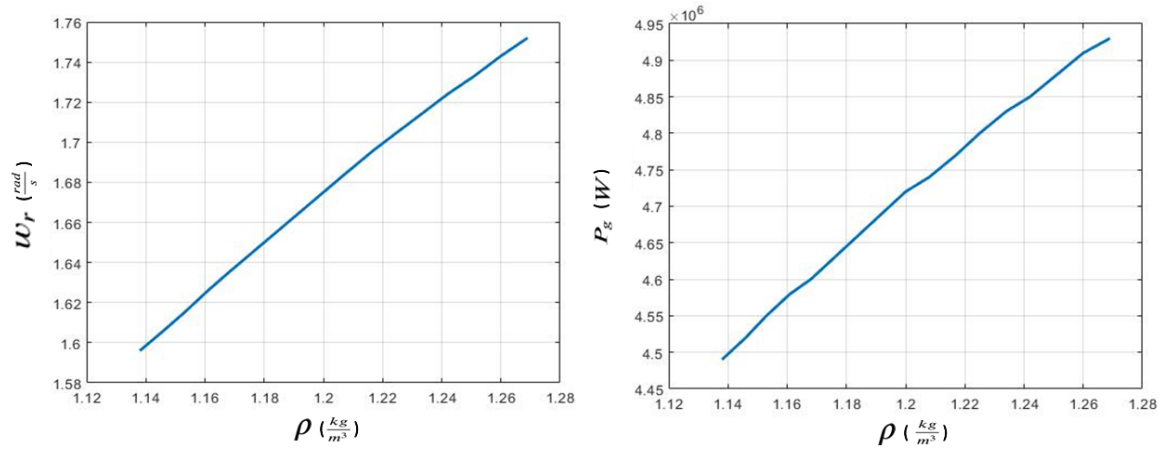


Figura 3.7: Variación de la salidas respecto a la densidad del aire.

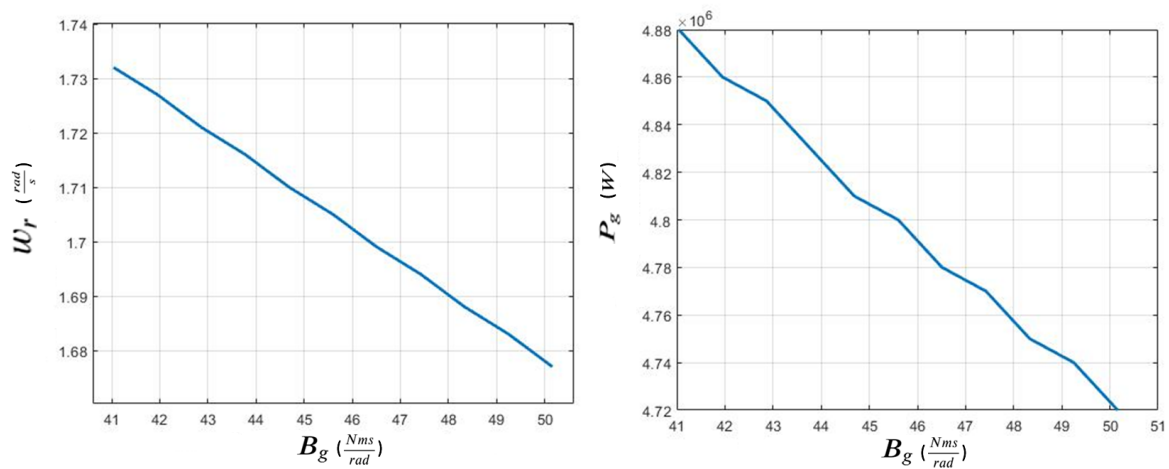


Figura 3.8: Variación de la salidas respecto al coeficiente de fricción.

### 3.6.1. Modelo politópico del sistema

Como resultado de la incorporación de la incertidumbre al modelo, se obtiene un modelo politópico que contiene todas las posibles combinaciones de los parámetros con incertidumbres y sus efectos en el sistema, cada parámetro se compone de dos valores límites que se muestran en la Tabla 3.4, la posible combinación de estos límites da como resultado la representación politópica de la Figura 3.9.

Tabla 3.4: Valores limites en la incertidumbre.

Parámetro	Valor mínimo	Valor máximo
$\rho$	1.138	1.269
$B_g$	41.04	50.16

La linealización para cada sistema vértice del polítopo da como resultado las siguientes matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  y  $D_i$  donde  $i \in 1, 2, 3, 4$ .

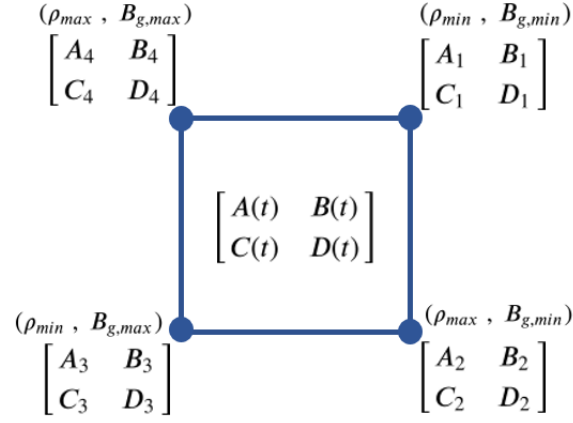


Figura 3.9: Representación politópica del sistema con incertidumbre.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,0549 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0107 & 0 \\ 0,0203 & -0,10544 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0,0621 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,01273 & 0 \\ 0,0203 & -0,10544 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0,0546 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0105 & 0 \\ 0,0203 & -0,1288 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -0,0618 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0125 & 0 \\ 0,0203 & -0,1288 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 153,6068 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 163,8115 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 149,8595 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$C_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 160,2208 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = [0] \quad (3.35)$$

### 3.7. Concepto del sistema de control

En la aplicación de control para la simulación del sistema, de acuerdo a la curva de potencia de la figura 4.4 el objetivo del modo 2 de operación es la regulación de la potencia y para conseguir dicho objetivo, los controladores deben ser capaces de mantener el valor de referencia de las dos variables de salida (velocidad angular del rotor y potencia producida), controlando las dos variables de entrada (ángulo de referencia y torque de referencia). Por lo tanto la acción del controlador comienza cuando el sistema entra en la región de operación del modo 2. En la Figura 3.10 se muestra el diagrama del sistema con el controlador.

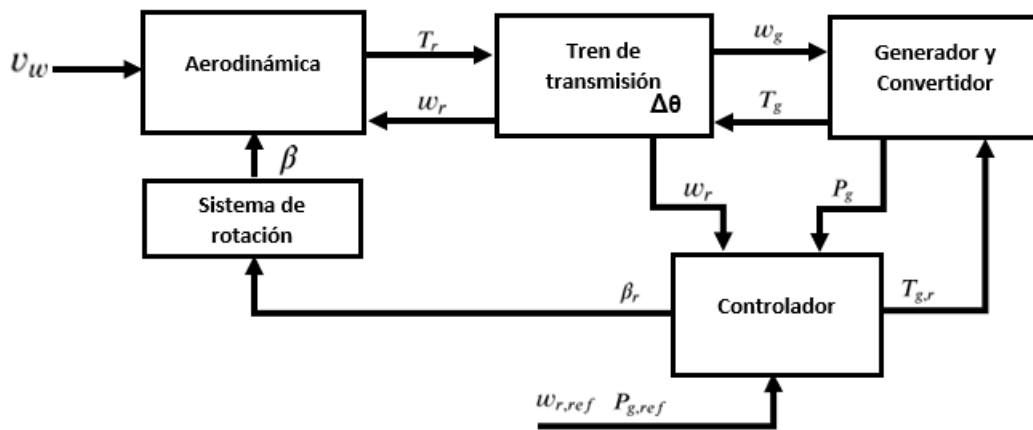


Figura 3.10: Diagrama de bloques del modelo con controlador.



# Capítulo 4

## Diseño de controladores

### 4.1. Control PID multi-lazo

Debido a que los controladores PID sólo se aplican a sistemas SISO, la implementación del control PID en el sistema multivariable se realizó con la definición de los lazos de control que se muestran en la figura 4.1. El ángulo de referencia ( $u_1$ ) controla la velocidad angular del rotor ( $y_1$ ), y el torque de referencia ( $u_2$ ) controla la potencia producida ( $y_2$ ).

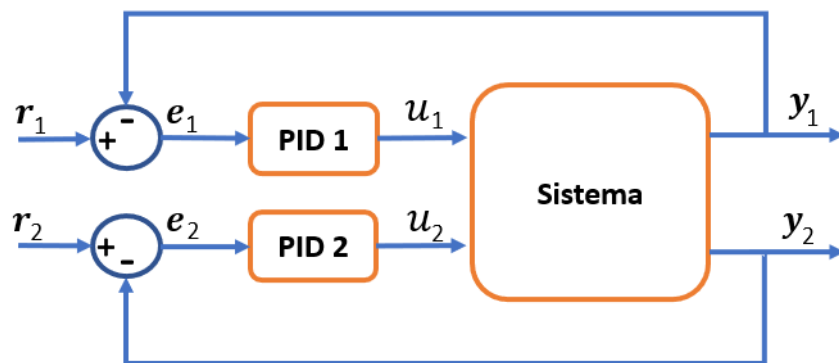


Figura 4.1: Lazos de control PID.

#### Sintonía de los controladores

Para sintonizar los parámetros de los controladores se utilizó el método de Cohen-Coon. Se generó una curva de reacción del sistema no lineal en lazo abierto aplicando un cambio tipo escalón en la entrada, con una variación del 15% con respecto al valor nominal de cada entrada. Enseguida se muestra el procedimiento de los controladores. Se denota PID 1 al lazo de control de la velocidad angular del rotor, y PID 2 al lazo de control de Potencia.

#### 4.1.1. PID 1

Se considera al sistema no lineal en estado estable con una velocidad angular  $w_r = 1,705 \frac{rad}{s}$  y se aplica un cambio de escalón a la variable controlada " $\beta_r$ " de  $6.755^\circ$  a  $7.77^\circ$  para obtener la respuesta del sistema que se muestra en la Figura 4.2 se muestra la curva de reacción obtenida en la salida 1.

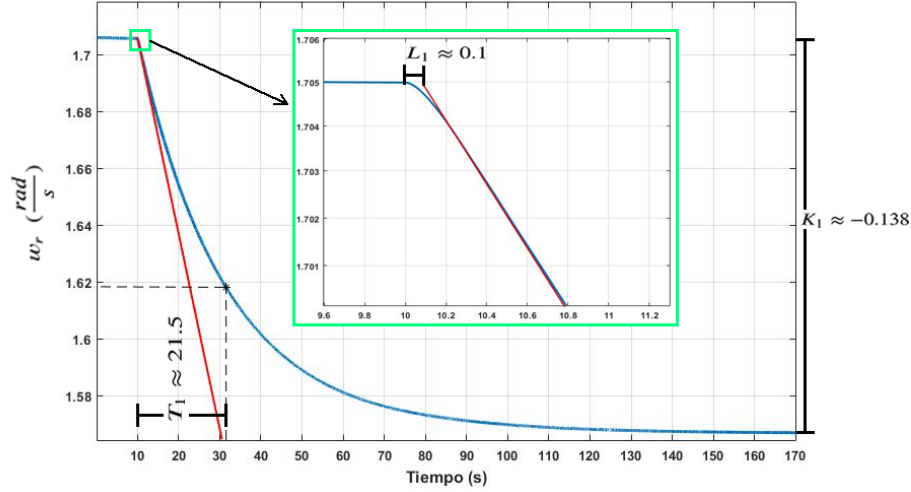


Figura 4.2: Respuesta en lazo abierto de  $y_1$  para una cambio tipo escalón en  $u_1$ .

Con base en la respuesta mostrada en la Figura 4.2 se determinan los valores  $L_1 = 0,1$ ,  $K_1 = -0,138$  y  $T_1 = 21,5$  que se usan para obtener las ganancias del controlador PID 1.

donde,

$$a_1 = \frac{K_1 L_1}{T_1} = \frac{-0,138 \cdot 0,1}{21,5} = -7,2632 \times 10^{-4} \quad (4.1)$$

$$\tau_1 = \frac{L_1}{L_1 + T_1} = \frac{0,1}{0,1 + 21,5} = 0,0052 \quad (4.2)$$

Utilizando los parámetros de las ecuaciones (4.1) y (4.2) se calcularon las ganancias del controlador con las ecuaciones de la Tabla 2.1. Obteniendo una ganancia proporcional  $K_p = -1378$ , un tiempo de integración  $T_i = 0,2495$  y un tiempo derivativo  $T_d = 0,037$ .

Se realizó una prueba del controlador usando las ganancias calculadas y una variación en la ganancia  $K_p$  para ajustar las ganancias finales del controlador PID 1. En la figura 4.3 se muestra la respuesta ante una perturbación de tipo escalón en la velocidad del viento del 10 % (de  $15,08 \frac{m}{s}$  a  $16,58 \frac{m}{s}$ ) con los diferentes valores de  $K_p$ . La ganancia proporcional  $K_p = -5512$  minimiza el error en estado estacionario que se presenta por la interacción de variables del sistema sin embargo se elige la  $K_p = -2756$  debido a que reduce el error sin aun mentar drásticamente las oscilaciones.

#### 4.1.2. PID 2

Para el lazo de control 2 se considera que el sistema se encuentra inicialmente en estado estable, operando a una potencia  $P_g = 4,8 \times 10^6 W$  y se aplica un cambio de escalón a la variable controlada " $T_{g,r}$ " de  $30234 Nm$  a  $34769 Nm$  para obtener la respuesta del sistema en la salida 2 que se muestra en la Figura 4.4.

Con base en la respuesta mostrada en la Figura 4.4 se determinaron los valores  $L_2 = 0,1$ ,  $K_2 = 0,11 \times 10^6$  y  $T_2 = 26,4$ , los cuales se usaron para obtener las ganancias del controlador PID 2.

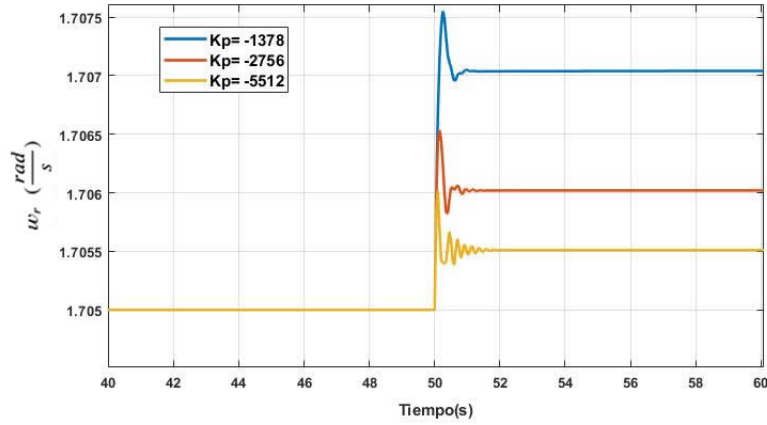


Figura 4.3: Respuesta en la Salida 1 del sistema con diferentes valores de  $K_p$  ante una perturbación.

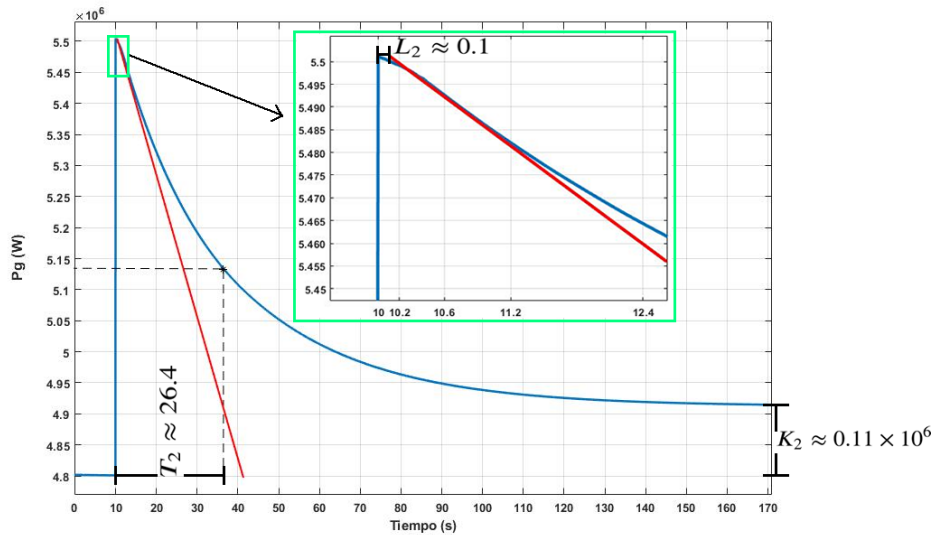


Figura 4.4: Respuesta en lazo abierto de  $y_2$  para una cambio tipo escalón en  $u_2$ .

$$a_2 = \frac{K_1 L_1}{T_1} = \frac{0,11 \times 10^6 \cdot 0,1}{26,4} = 261,90 \quad (4.3)$$

$$\tau_2 = \frac{L_1}{L_1 + T_1} = \frac{0,1}{0,1 + 26,4} = 0,0024 \quad (4.4)$$

Utilizando los parámetros de las ecuaciones (4.3) y (4.4) se calcularon las ganancias del controlador mediante las ecuaciones de la Tabla 2.1. Como resultado se obtuvieron los siguientes parámetros del controlador: una ganancia proporcional  $K_p = 0,0052$ , un tiempo de integración  $T_i = 0,2498$  y un tiempo derivativo  $T_d = 0,037$ .

Para este controlador se realizaron ajustes en dos de las ganancias con el fin de mejorar el desempeño del controlador. El primer ajuste se realizó probando diferentes valores de la ganancia proporcional. En la Figura 4.5 se muestra la respuesta ante una perturbación de la velocidad del viento para diferentes valores de  $K_p$ . Se eligió  $K_p = 0,052$  debido a que la respuesta en lazo cerrado es sub-amortiguada y con un tiempo de establecimiento

similar a la prueba con  $K_p = 0,52$ .

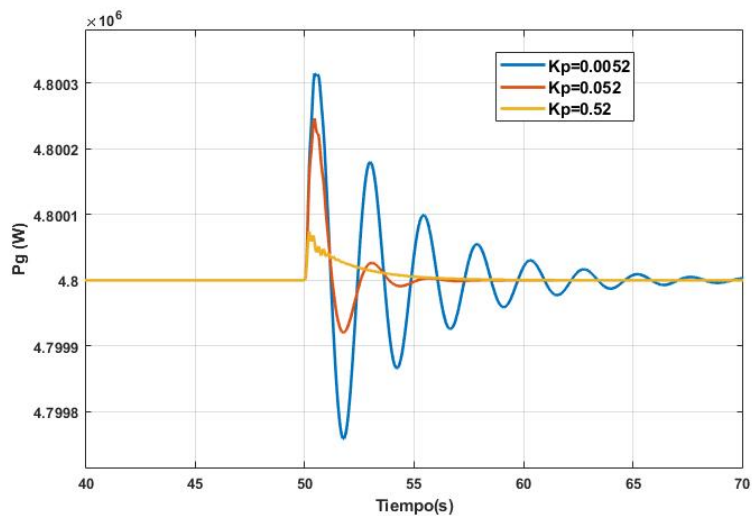


Figura 4.5: Respuesta en la Salida 2 del sistema con diferentes valores de  $K_p$  ante una perturbación.

El segundo ajuste sirvió para determinar la ganancia  $T_i$ . Se realizó una prueba comparando la respuesta que se obtiene con la ganancia calculada y con otros dos valores diferentes de la ganancia integral. En la Figura 4.6 se muestra la respuesta del sistema ante una perturbación de la velocidad del viento con diferentes valores de  $T_i$ . Analizando el desempeño en lazo cerrado, se eligió  $T_i = 0,02498$  debido a que con este valor se reduce el número de oscilaciones, manteniendo aproximadamente el mismo tiempo de establecimiento.

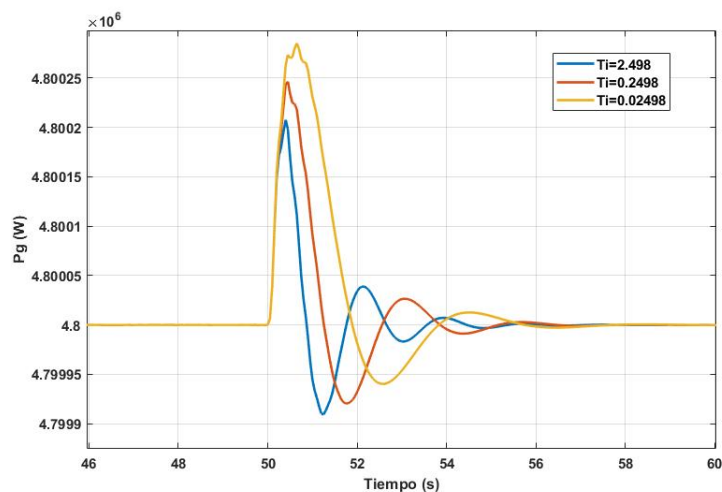


Figura 4.6: Respuesta en la Salida 2 del sistema con diferentes valores de  $T_i$  ante una perturbación.

En resumen, el cálculo de los controladores se hizo inicialmente usando las fórmulas de Cohen-Coon. En una segunda etapa se realizaron ajustes en las ganancias con el fin de mejorar el desempeño de los controladores. Las comparaciones fueron hechas con base en

los resultados de las simulaciones presentadas, considerando diferentes valores de ganancias. Las ganancias finales que definen las leyes de control a implementar se muestran en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Ganancias finales de los controladores PID.

Controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
PID1	-2756	0.2495	0.037
PID2	0.052	0.02498	0.037

## 4.2. Control por retroalimentación de estados con integración en adelante (CREIA)

En la Figura 4.7 se presenta el diagrama para del controlador por retroalimentación de estados con acción integral, que utiliza la representación de los modelos en espacio de estados.

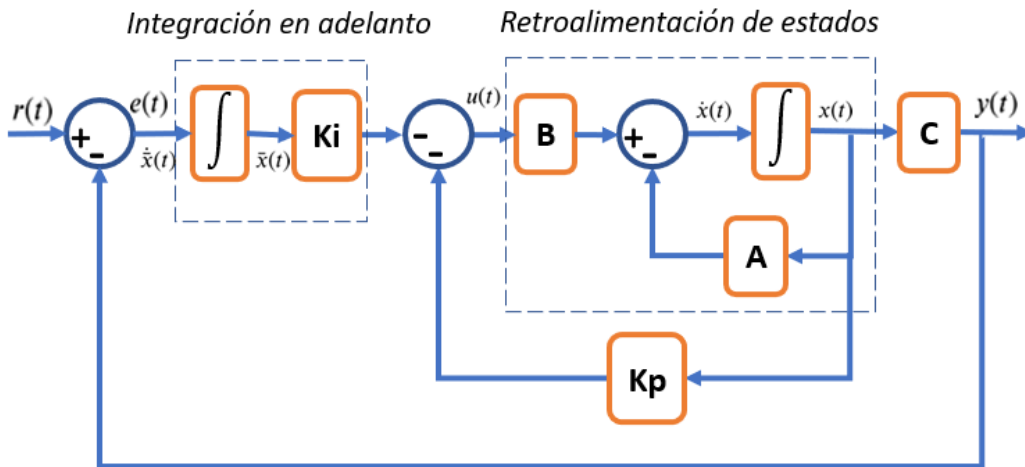


Figura 4.7: Lazo cerrado del controlador de retroalimentación de estados con integración en adelante.

Para el CREIA la ley de control está dada por la ecuación (4.5).

$$u(t) = -K_p x(t) - K_i \bar{x}(t) \quad (4.5)$$

La introducción de la parte integral añade dos nuevos estados pertenecientes a las integrales de los 2 errores y el controlador que resulta se divide en una parte proporcional ( $K_p$ , ganancia de retroalimentación) y una parte integral ( $K_i$ , ganancia de integración). Por lo tanto, se construye un nuevo sistema aumentado de la forma expresada en la ecuación 4.6.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0_{5 \times 2} \\ -C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde  $x$  son los estados del sistema original y  $\bar{x}$  son los estados introducidos por los integradores o estados aumentados. Sustituyendo los valores de la matriz A, B y C, obtenemos la representación numérica del modelo aumentado.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{\bar{x}}_1(t) \\ \dot{\bar{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0594 & 1,4841 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0118 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,1171 & 70688,25 & 0 & -0,002564 & 0 & 0 \\ 1 & -0,0105 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 29643,83 & 0 & 0 & 158,5696 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 29643,83 & 0 & 0 & 158,5696 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Calculando los eigenvalores de la matriz  $\begin{bmatrix} A & 0_{5 \times 2} \\ -C & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix}$  se obtienen los polos naturales del sistema aumentado que se muestran en la figura 4.8.

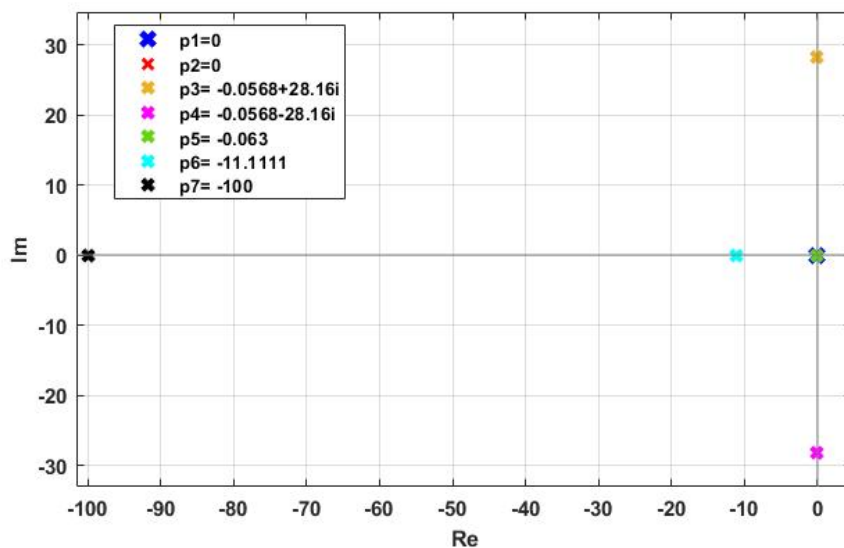


Figura 4.8: Polos naturales del sistema aumentado.

Los polos p1 y p2 corresponden a los polos introducidos por los integradores, además podemos observar que p3, p4 y p5 son los polos del sistema original más cercanos al eje imaginario por lo tanto determinan con mayor efecto la respuesta transitoria del sistema.

Con el uso de la herramienta Matlab se calcularon las ganancias del controlador mediante la función "Place" que devuelve el valor de la matriz  $K = [K_p \ K_i]$ . La reubicación de polos se hizo en  $p=[p1 \ p2 \ p3 \ p4 \ p5 \ p6 \ p7]$ , donde  $p1=-8$ ,  $p2=-8$ ,  $p3=-10$ ,  $p4=-10$ ,  $p5=-12$ ,  $p6=-22$  y  $p7=-100$  respectivamente.

Se realizaron dos propuestas adicionales para la reubicación de polos cambiando los polos dominantes. En las figuras 4.9 y 4.10 se muestran las respuestas de las dos salidas

del sistema ante una perturbación de tipo escalón en la velocidad del viento. Cada curva corresponde a una reubicación de polos diferente.

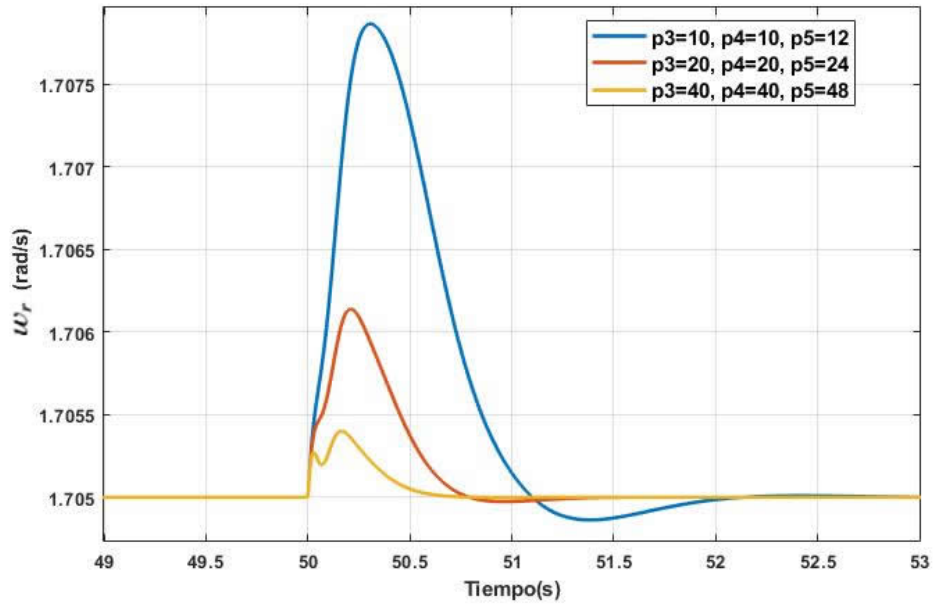


Figura 4.9: Comparativa de la Salida 1 del sistema con diferentes reubicaciones para los polos dominantes del sistema.

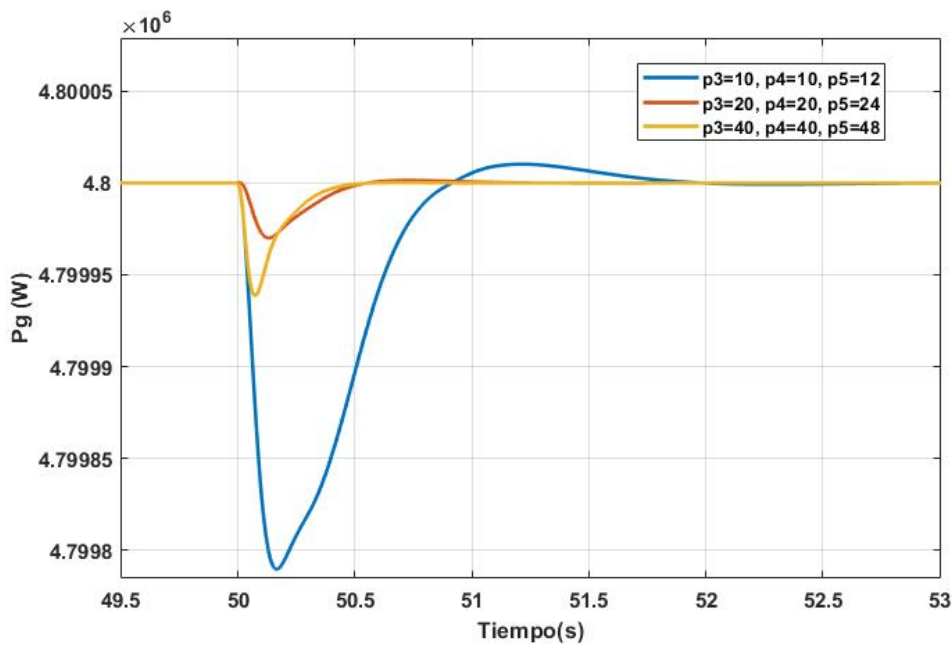


Figura 4.10: Comparativa de la Salida 2 del sistema con diferentes reubicaciones para los polos dominantes del sistema.

Con base en las comparaciones de las respuestas del sistema en lazo cerrado considerando diferentes reubicaciones de polos, se determinó que la ubicación de polos en  $p = [-8 \ -8 \ -20 \ -20 \ -24 \ -22 \ -200]$  es la elección final para el CREIA. La ley de

control está entonces definida mediante las matrices de ganancias siguientes

$$K_p = \begin{bmatrix} -121558,0106 & 785,4398 & -1383749,1528 & 23,6877 & -0,0204 \\ -96,8162 & 53,0251 & 132459,1909 & 0,0260 & -0,7248 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$K_i = \begin{bmatrix} 171,813 \times 10^3 & 25,1269 \times 10^{-4} \\ 17,9772 & -100,889 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

### 4.3. Control por retroalimentación de estados con integración en adelanto y colocación de polos en regiones LMI

Este controlador al ser desarrollado con técnicas vía LMI's tiene la característica de los controladores robustos la cual es cumplir con los requerimientos deseados en el sistema tomando en cuenta la incertidumbre paramétrica.

Su diseño utiliza la ley de realimentación de estados añadiendo el control integral que se presentó en la Figura 4.7, por lo tanto considera el modelo aumentado descrito en la ecuación 4.6. Esta representación se obtuvo a través del modelo politópico, resultando en los 4 modelos vértices aumentados de las ecuaciones 4.10-4.13.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0,0549 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0107 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,10544 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -153,6068 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 153,6068 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0,0621 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,01273 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,10544 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -163,8115 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 163,8115 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$



$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0,0546 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0105 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,1288 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629e \times 10^4 & 0 & 0 & -149,8595 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 149,8595 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\bar{x}}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0,0618 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0125 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,1288 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -160,2208 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & 160,2208 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ x_5(t) \\ \bar{x}_1(t) \\ \bar{x}_2(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

De esta manera obtenemos las matrices aumentadas  $A_{i,e}$  y  $B_{i,e}$  con  $i \in 1, 2, 3, 4$  para cada modelo vértice, por lo tanto:

$$A_{1,e} = \begin{bmatrix} -0,0549 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0107 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,10544 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -153,6068 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

$$A_{2,e} = \begin{bmatrix} -0,0621 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,090 & -0,01273 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,10544 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -163,8115 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

$$A_{3,e} = \begin{bmatrix} -0,0546 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0105 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,1288 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -149,8595 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$A_{4,e} = \begin{bmatrix} -0,0618 & 1,48419 \times 10^{-7} & -49,0909 & -0,0125 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0203 & -0,1288 & 7,068826 \times 10^4 & 0 & -0,00256 & 0 & 0 \\ 1 & -0,01053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -11,1111 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,9629 \times 10^4 & 0 & 0 & -160,2208 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$B_{1,e} = B_{2,e} = B_{3,e} = B_{4,e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 11,1111 & 0 \\ 0 & 100 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

La región LMI en donde se ubicaron los polos del sistema en lazo cerrado es la intersección de dos regiones: el semiplano izquierdo y el sector disco. La intersección forma una región que asegura la rapidez del sistema y permite un limitado pico máximo. Las matrices P y Q formadas a raíz de la intersección de las dos regiones anteriores son las siguientes:

**Región semiplano izquierdo:**  $2\alpha_s + s + \bar{s}$

$$P_1 = [2\alpha_s], \quad Q_1 = [1], \quad Q_1^T = [1]$$

**Sector disco:**  $\begin{pmatrix} -r & \bar{s} + q \\ s + q & -r \end{pmatrix}$

$$P_2 = \begin{bmatrix} -r & q \\ q & -r \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q_2^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

**Intersección:**

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\alpha_s & 0 & 0 \\ 0 & -r & q \\ 0 & q & -r \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En la figura 4.11 se muestra gráficamente la región LMI de intersección utilizada para reubicar los polos del modelo politópico aumentado.

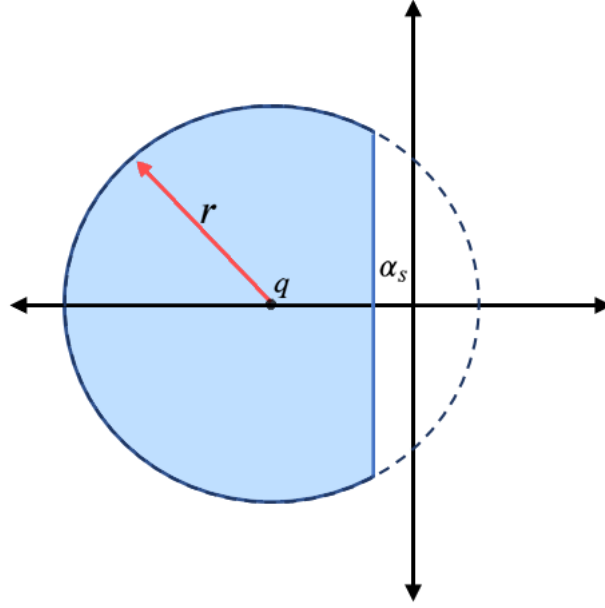


Figura 4.11: Región LMI de intersección.

### Cálculo de ganancias

Se formularon las LMIs de las cuales se obtuvo la matriz de Lyapunov  $X$  que permitió cumplir con el criterio de estabilidad, así como la matriz de retroalimentación  $K$ . Las condiciones LMI son los polos del sistema en lazo cerrado ubicados en la región LMI:

$$\mathbb{D} = \{s \in \mathbb{C} : P + sQ + \bar{s}Q^T < 0\} \quad (4.19)$$

Solo si existe una matriz real simétrica

$$X = X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = X^T$$

con  $Y = Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y_4 = K \cdot X$  que satisfaga:

$$\begin{bmatrix} 2\alpha_s X_1 + A_{1,e} X_1 + B_{1,e} Y_1 + A_{1,e}^T X_1 + B_{1,e}^T Y_1^T & 0 & 0 \\ 0 & -r X_1 & q X_1 + A_{1,e}^T X_1 + B_{1,e}^T Y_1^T \\ 0 & q X_1 + A_{1,e} X_1 + B_{1,e} Y_1 & -r X_1 \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} 2\alpha_s X_2 + A_{2,e} X_2 + B_{2,e} Y_2 + A_{2,e}^T X_2 + B_{2,e}^T Y_2^T & 0 & 0 \\ 0 & -r X_2 & q X_2 + A_{2,e}^T X_2 + B_{2,e}^T Y_2^T \\ 0 & q X_2 + A_{2,e} X_2 + B_{2,e} Y_2 & -r X_2 \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} 2\alpha_s X_3 + A_{3,e} X_3 + B_{3,e} Y_3 + A_{3,e}^T X_3 + B_{3,e}^T Y_3^T & 0 & 0 \\ 0 & -r X_3 & q X_3 + A_{3,e}^T X_3 + B_{3,e}^T Y_3^T \\ 0 & q X_3 + A_{3,e} X_3 + B_{3,e} Y_3 & -r X_3 \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} 2\alpha_s X_4 + A_{4,e} X_4 + B_{4,e} Y_4 + A_{4,e}^T X_4 + B_{4,e}^T Y_4^T & 0 & 0 \\ 0 & -r X_4 & q X_4 + A_{4,e}^T X_4 + B_{4,e}^T Y_4^T \\ 0 & q X_4 + A_{4,e} X_4 + B_{4,e} Y_4 & -r X_4 \end{bmatrix} < 0$$

$$X > 0$$

Para dar solución a estas LMIs se utilizaron los comandos del “LMI Solver” de Matlab;

mediante los cuales se definió la región de intersección dada por el semiplano izquierdo con desplazamiento  $\alpha_s = -9$  y sector disco con centro  $q = -60$  y radio  $r = 90$ , como la más adecuada para cumplir con los requerimientos del sistema deseados (tiempo de establecimiento menor a 1 seg. y sobre pico menor al 0.05 %).

Definiendo entonces todo el sistema de LMIs, la matriz de Lyapunov X y la matriz de ganancias K se obtuvieron con los siguientes valores.

$$X = \begin{bmatrix} 2,161147 & 101,89676 & -0,0492 & 2565,3691 & -19183,0966 & 0,0849 & -530,8145 \\ 101,89676 & 15974,1997 & -2,7485 & -72180,0859 & -2914638,2013 & 8,9318 & 246944,5820 \\ -0,0492 & -2,7485 & 0,0019 & -10,7494 & 513,0285 & -0,0016 & 139,7782 \\ 2565,3691 & -72180,0859 & -10,7494 & 12847564,1727 & 12515830,3738 & -7,9687 & 95590,7732 \\ -19183,0966 & -2914638,2013 & 513,0285 & 12515830,3738 & 556505402,0294 & -1663,3249 & -57389,8940 \\ 0,0849 & 8,9318 & -0,0016 & -7,9687 & -1663,3249 & 0,0076 & 128,0968 \\ -530,8145 & 246944,5820 & 139,7782 & 95590,7732 & -57389,8940 & 128,0968 & 431164094,2599 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$K_p = \begin{bmatrix} 21151,232632 & -54,144512 & 208866,548579 & -5,003486 & 0,003876 \\ -613,252968 & -65,277193 & -148008,457176 & 0,112733 & 0,658301 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$K_i = \begin{bmatrix} -102813,611192 & -0,009934 \\ 2414,593296 & 0,097855 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

En la Figura 4.12 se muestran los polos reubicados en lazo cerrado por la ganancias proporcional e integral,  $K_p$  y  $K_i$ , respectivamente, dentro de la región LMI especificada.

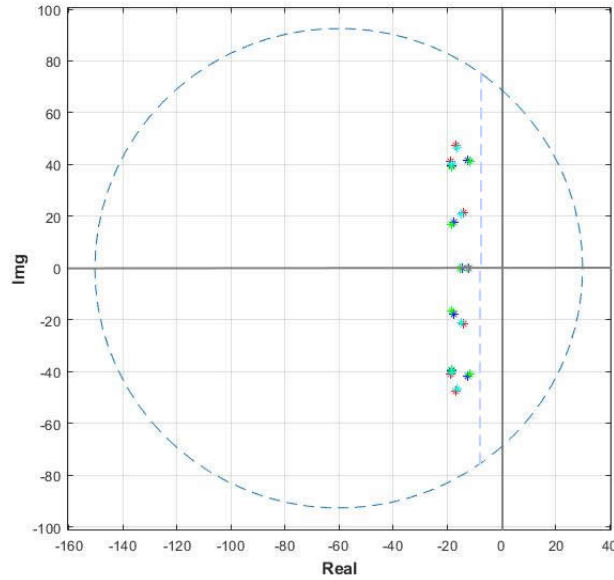


Figura 4.12: Polos reubicados de los modelos vértices en el plano complejo.

# Capítulo 5

## Resultados y pruebas de simulación

A continuación se presentan las diferentes pruebas realizadas a los esquemas de control y los resultados obtenidos. Las pruebas fueron efectuadas usando el modelo no lineal como planta y se dividieron en 3 ; las primeras dos fueron pensadas para comparar las características de desempeño de los controladores y la última se realizó para poner a prueba los controladores en un escenario de operación realista con variaciones rápidas de la velocidad del viento.

### 5.1. Prueba de estabilidad de los controladores sin incertidumbre

En esta prueba, el tiempo de simulación fue de 100 segundos y se consideraron condiciones iniciales en el punto de equilibrio. En la presente simulación se supone un cambio de tipo escalón en la velocidad del viento del 10 % con respecto a su valor nominal, como se muestra en la figura 5.1. Las simulaciones del sistema en lazo cerrado se hacen para comparar el desempeño del esquema de control desacoplado aplicando la técnica PID, el esquema de control multivariable por retroalimentación de estados con integración en adelante, primero con colocación de polos y después con colocación de polos en regiones LMI. Para esta primera prueba no se considera la incertidumbre paramétrica.

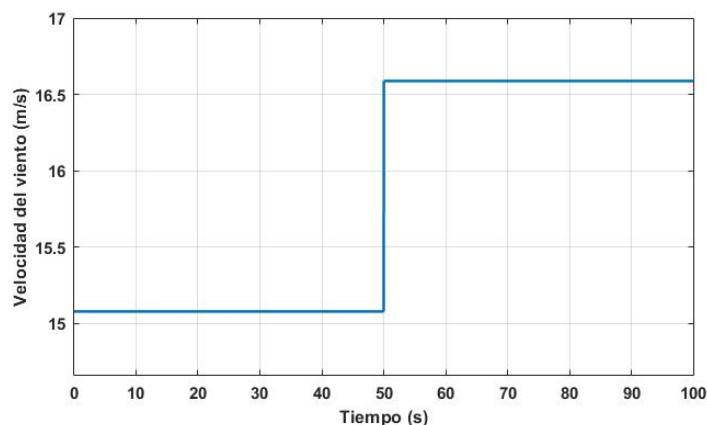
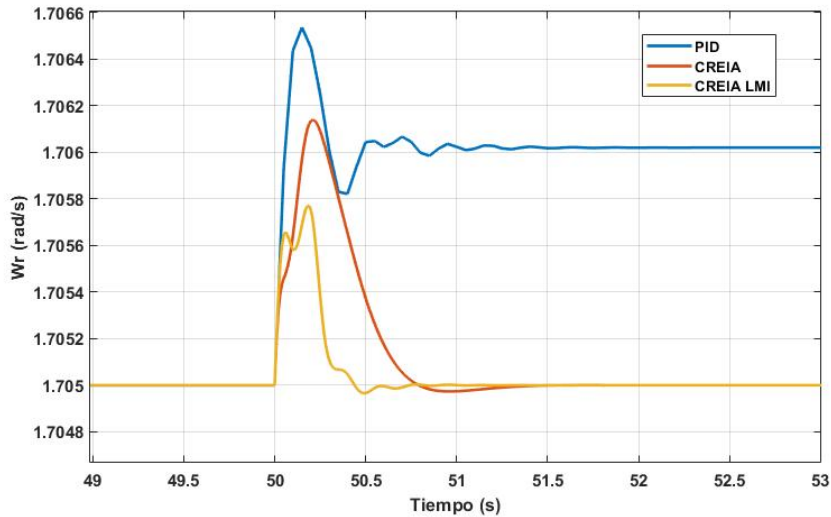


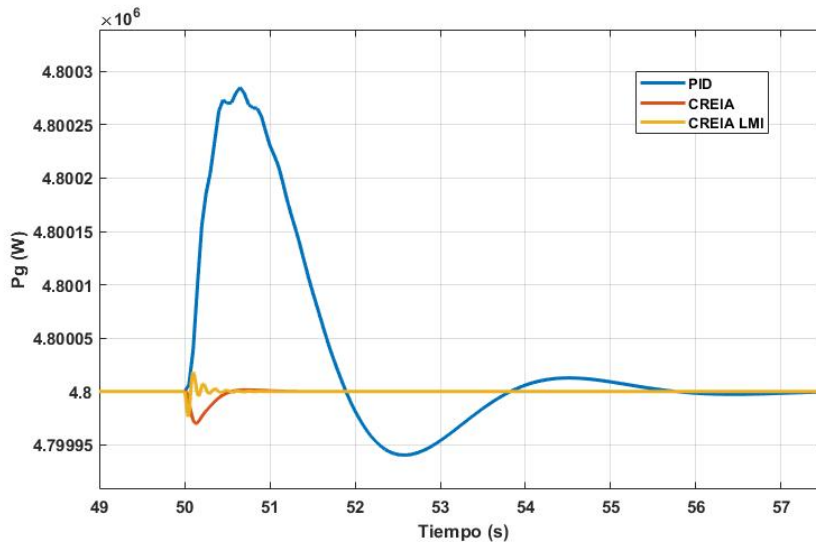
Figura 5.1: Perfil de viento utilizado en las pruebas de estabilidad del control sin incertidumbre.

La comparación de las respuestas de ambas salidas del sistema se muestran en la figura 5.2.

En la gráfica (a) de la Figura 5.2 podemos observar que en la salida 1, el controlador PID presenta un error en estado estacionario, a pesar de tener un tiempo de establecimiento similar al CREIA. Además, podemos resaltar que el CREIA LMI presenta mejor desempeño en el tiempo de establecimiento así como en el valor de sobre pico.



(a) Salida 1.



(b) Salida 2.

Figura 5.2: Respuesta de las salidas con controladores ante un incremento de la velocidad del viento del 10 % sobre su valor nominal (Sin incertidumbre de parámetros en el sistema).

Para la salida 2, ninguno de los 3 controladores presenta un error en estado estacionario. Sin embargo, existe gran diferencia en el desempeño, siendo el CREIA y CREIA LMI los más eficientes, nuevamente destacando al CREIA LMI como el controlador más rápido y con menor sobre pico, pero con algunas oscilaciones más que el controlador CREIA.

En la tabla 5.1 se muestran numéricamente las características de desempeño aproximadas obtenidas en esta prueba para los tres controladores.

Tabla 5.1: Características de desempeño de controladores ante un incremento de la velocidad del viento del 10 %.

Desempeño		Controlador		
		PID	CREIA	CREIA LMI
Máximo pico (%)	Salida 1	0.09	0.065	0.046
	Salida 2	0.006	0.0006	0.0005
Tiempo establecimiento (s)	Salida 1	1.8	1.41	0.8
	Salida 2	7	1	0.7

## 5.2. Prueba de estabilidad de los modelos vértices

En esta simulación nuevamente se consideran condiciones iniciales iguales al punto de equilibrio y se supone un cambio de tipo escalón en la velocidad del viento del 10 % respecto a su valor nominal, como se muestra en la Figura 5.3.

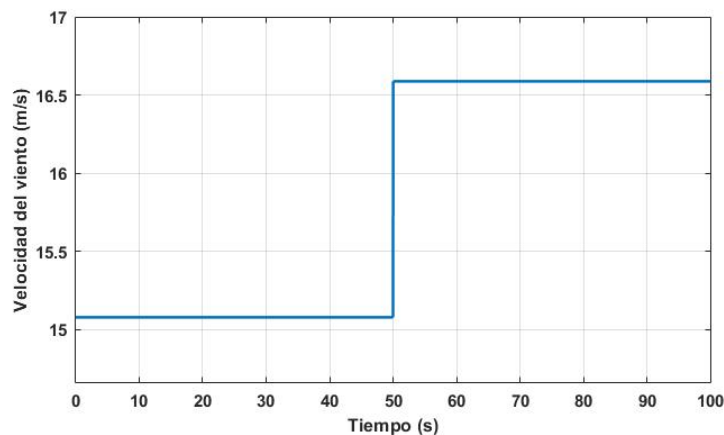


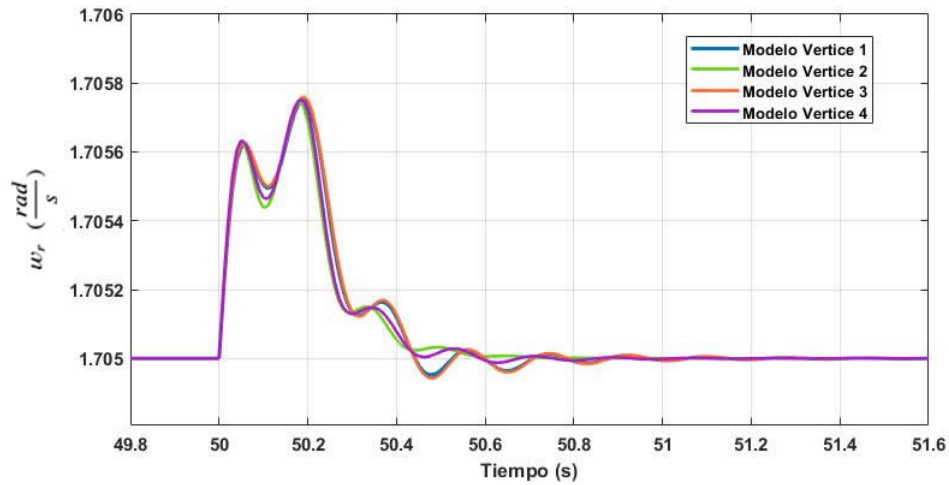
Figura 5.3: Aumento tipo escalón en la velocidad del viento en simulación de modelos vértices con control.

Esta prueba se realizó sobre los modelos vértices del modelo politópico, controlados por el CREIA con reubicación de polos en regiones LMI, con el fin de probar la robustez de este controlador para soportar todas las posibles variaciones en los parámetros con incertidumbre.

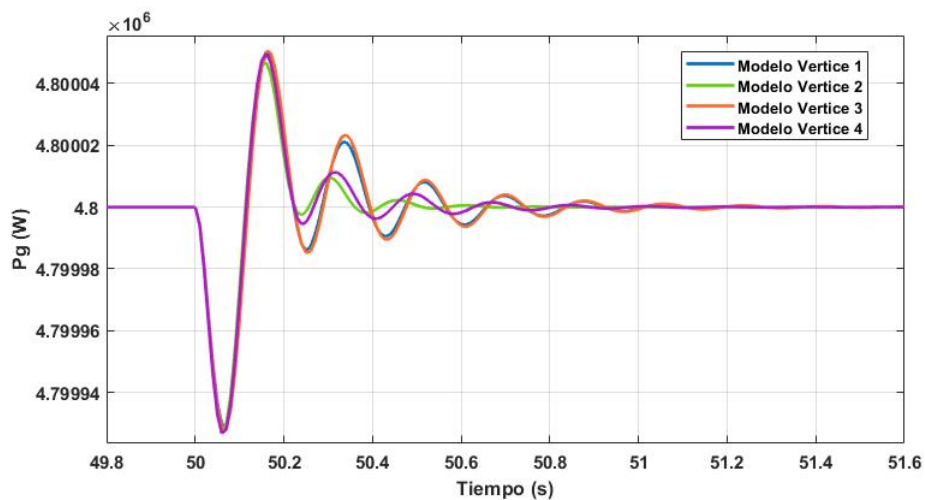
La comparación de las respuestas de ambas salidas de los sistemas vértices se muestran en la Figura 5.4.

De las gráficas (a y b) de la Figura 5.4 podemos destacar que en ambas salidas el tiempo de establecimiento no supera los 1.6 segundos, y las oscilaciones subamortiguadas no rebasan un pico máximo del 0.05 % para la salida 1 y 0.002 % para la salida 2, respectivamente.

En la Tabla 5.2 se caracteriza numéricamente el desempeño de la ley de control, reportando valores aproximadas de algunas propiedades que presentan las respuestas obtenidas en esta prueba para los cuatro modelos vértices.



(a) Salida 1.



(b) Salida 2.

Figura 5.4: Respuestas de las 2 salidas con controlador de los modelos vértices ante un incremento de la velocidad del viento del 10 % sobre su valor nominal.

Tabla 5.2: Características de desempeño del controlador LMI en los modelos vértices ante un incremento de la velocidad del viento del 10 %.

Desempeño		Modelos vértices			
		1	2	3	4
Máximo pico (%)	Salida 1	0.0445	0.044	0.0449	0.0441
	Salida 2	0.00146	0.00149	0.0015	0.00155
Tiempo establecimiento (s)	Salida 1	1.2	0.8	1.3	0.9
	Salida 2	1.3	0.8	1.4	1



### 5.3. Prueba de estabilidad de los controladores con incertidumbre paramétrica

En esta prueba, se utilizó un perfil de viento generado a través de la simulación de su modelo matemático, el cual se muestra en la Figura 5.5 que tiene una duración de 4400 segundos donde se observa

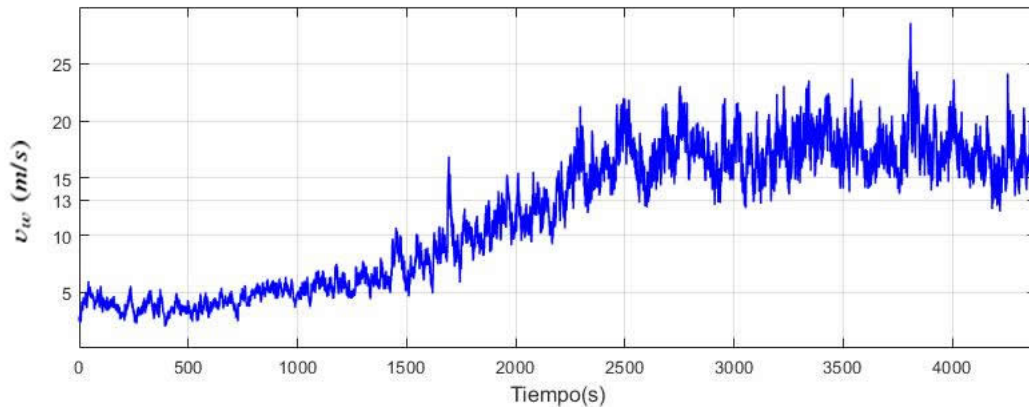


Figura 5.5: Perfil de viento utilizado en las simulaciones.

En esta simulación se contemplan los 2 modos de operación del aerogenerador descritos en la sección 3.3 para mostrar la transición a la regulación de las salidas del sistema en operación, la conmutación entre estos modos de operación se hizo tomando como condición  $v_w > 13m/s$  para conmutar al modo de operación 2, por lo tanto, para evitar las conmutaciones abruptas, en esta condición se tomo el calculo de la media de la velocidad del viento en cada instante de tiempo del perfil generado en ciclos de 60 segundos, cuyos datos registrados se observan en la Figura 5.6. De este modo podemos analizar que la conmutación al modo 2 en donde se implementaron las leyes de los controladores para este perfil de viento, ocurre en el segundo 2250 aproximadamente de acuerdo a la línea punteada en la Figura 5.6.

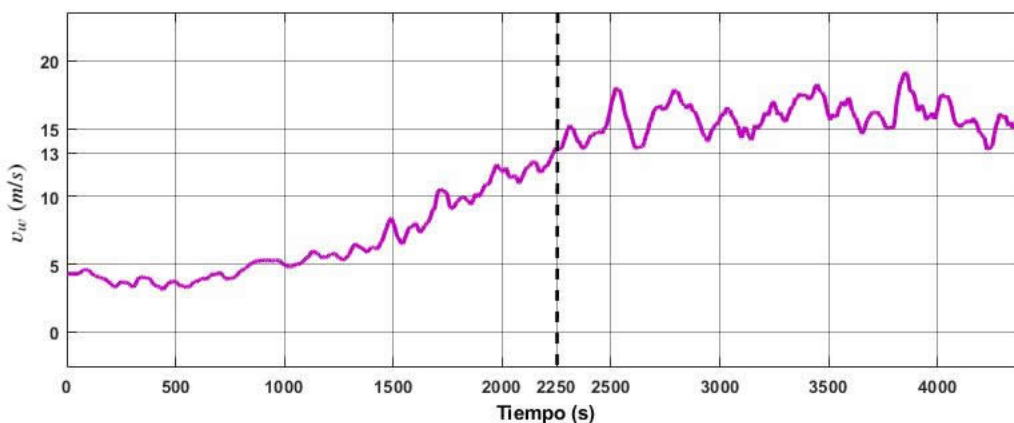


Figura 5.6: Perfil de la media de la velocidad del viento utilizado como condición en la conmutación de modos de operación.

De igual forma, para considerar la misma variación de las incertidumbres en todas las simulaciones, se generaron 2 perfiles de datos con variaciones dentro de sus respectivos

rangos, utilizados a partir del segundo 2250 dentro de la simulación. El primero fue la densidad del viento, debido a que este parámetro varía en función de la temperatura se generó un perfil utilizando la medición de temperatura ambiental en un periodo de 24 horas, como se observa en la Figura 5.7.

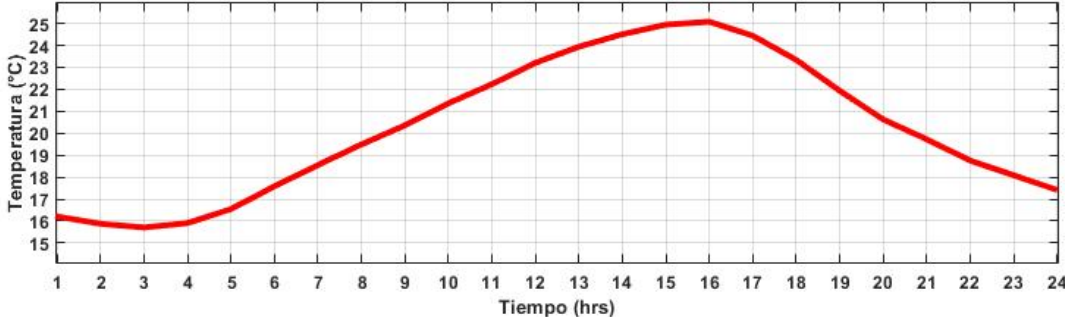
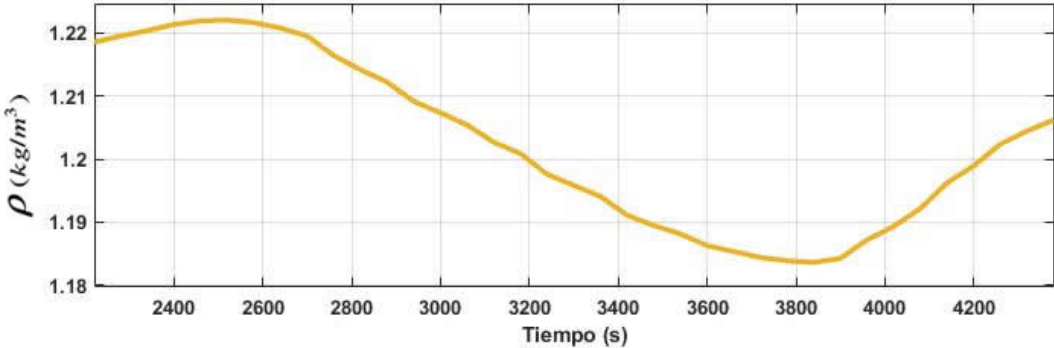
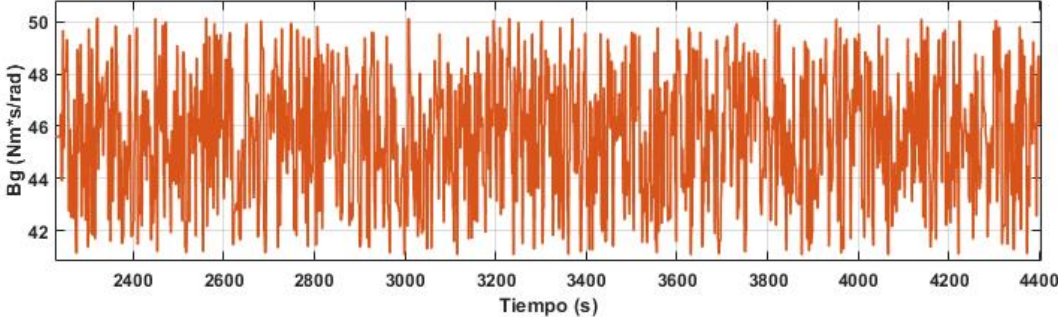


Figura 5.7: Muestreo de variación de temperatura de 24hrs.

Con esta evolución de temperatura y la ecuación 3.25 se generó un perfil de variación para  $\rho$ . El segundo perfil corresponde a  $B_g$ , mismo que fue generado con una variación aleatoria en cada segundo. Los perfiles de parámetros con incertidumbre se muestran en la Figura 5.8.



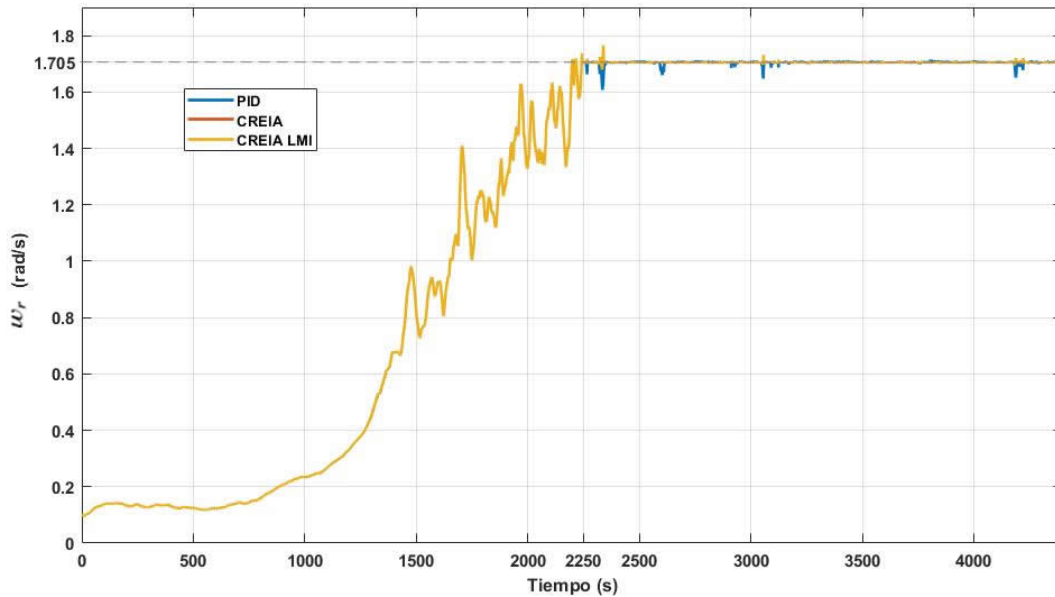
(a) Perfil de densidad en el viento



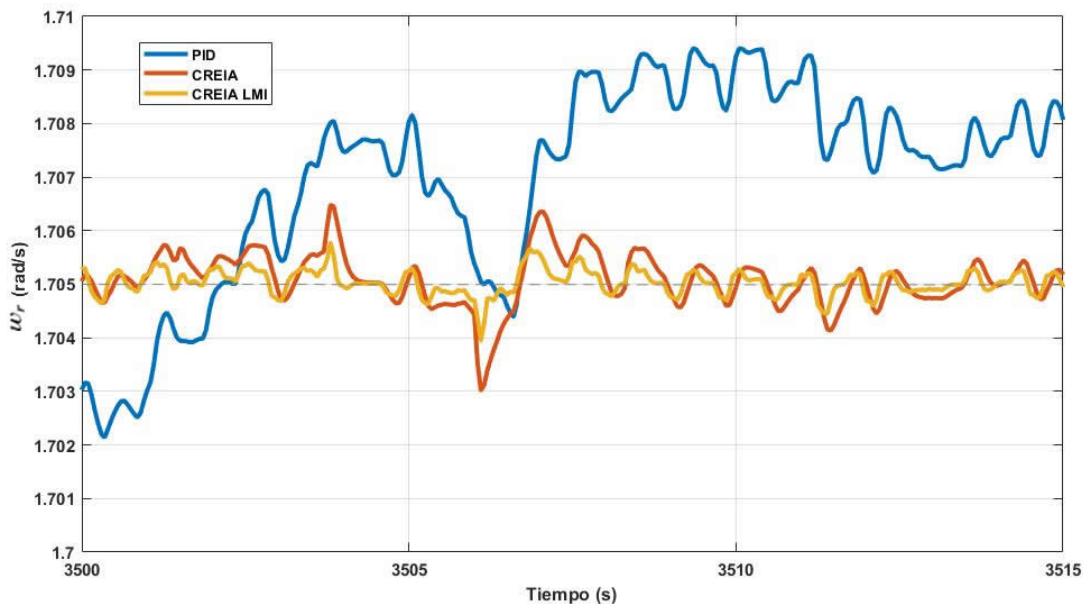
(b) Perfil de coeficiente de fricción en el eje del generador

Figura 5.8: Perfiles de variación en parámetros con incertidumbres.

Como resultado de estas simulaciones se obtienen las respuestas del sistema graficadas en las Figuras 5.9 y 5.10. En la Figura 5.9 se observa el comportamiento de la salida 1 para los tres controladores. Se aprecia claramente que el controlador PID es el que presenta el peor desempeño de los 3, seguido del CREIA y finalmente con el mejor desempeño el CREIA LMI, manteniendo  $w_r$  más cerca de la referencia.



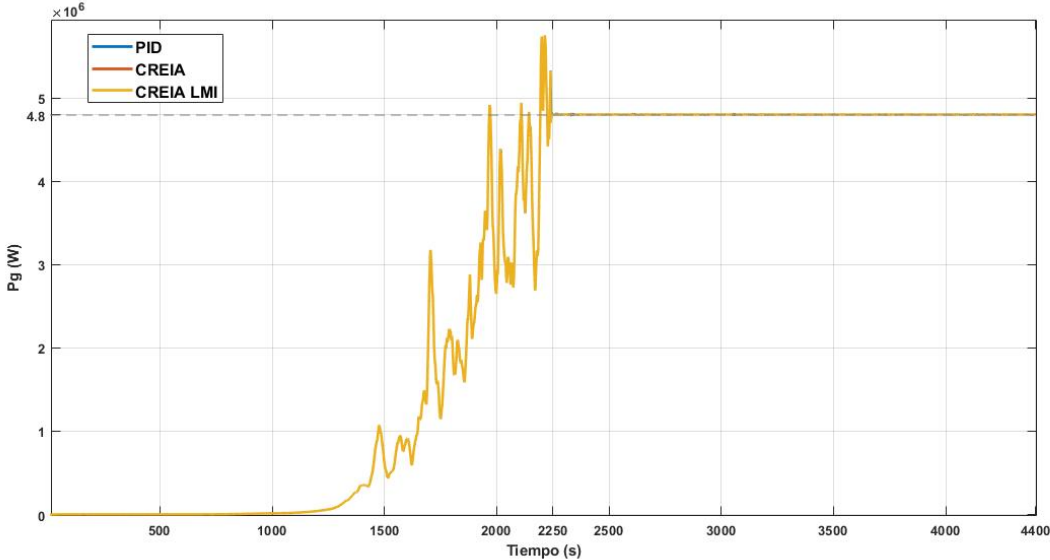
(a) Comparativa de los controladores en todo el tiempo de simulación.



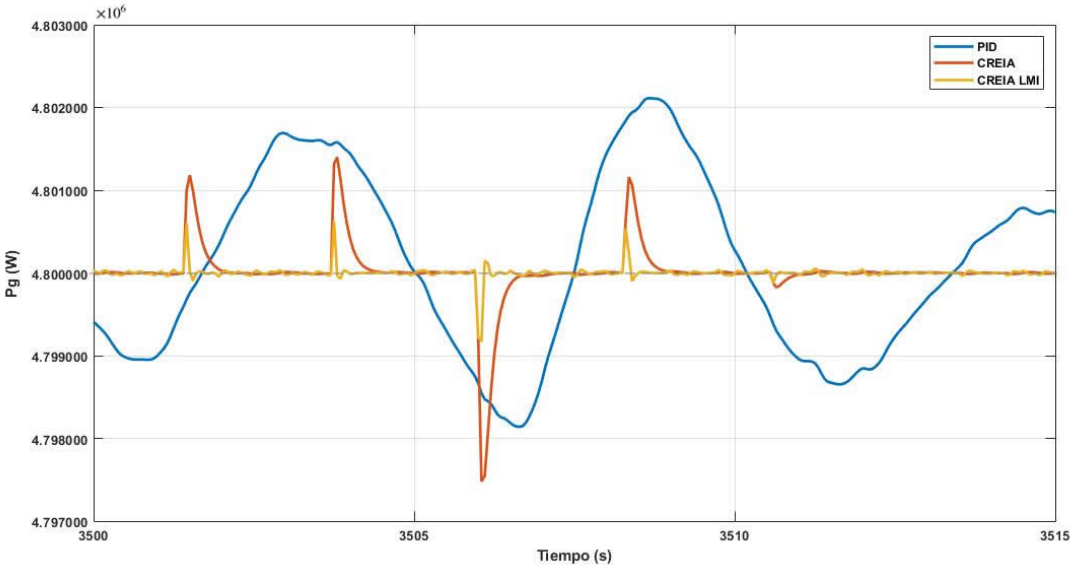
(b) Comparativa de los controladores con acercamiento en el segundo 3500 al 3515.

Figura 5.9: Valor de la velocidad del rotor con aplicación de los controladores como resultado de la simulación.

Para la salida 2, en la Figura 5.10 se compara el comportamiento de los tres controladores probados. En donde nuevamente es posible observar que el controlador PID en comparación con los otros controladores oscila sobre la referencia presentando el peor desempeño. A pesar de que el CREIA tiene un desempeño bastante favorable, el CREIA LMI sigue siendo mejor en rapidez y con sobre picos mas pequeños.



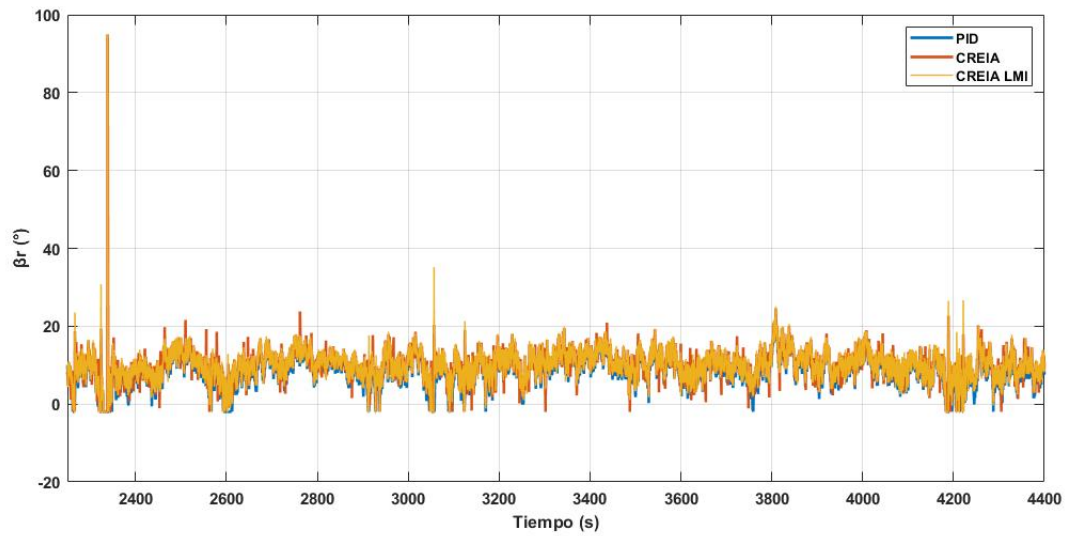
(a) Comparativa de los controladores en todo el tiempo de simulación.



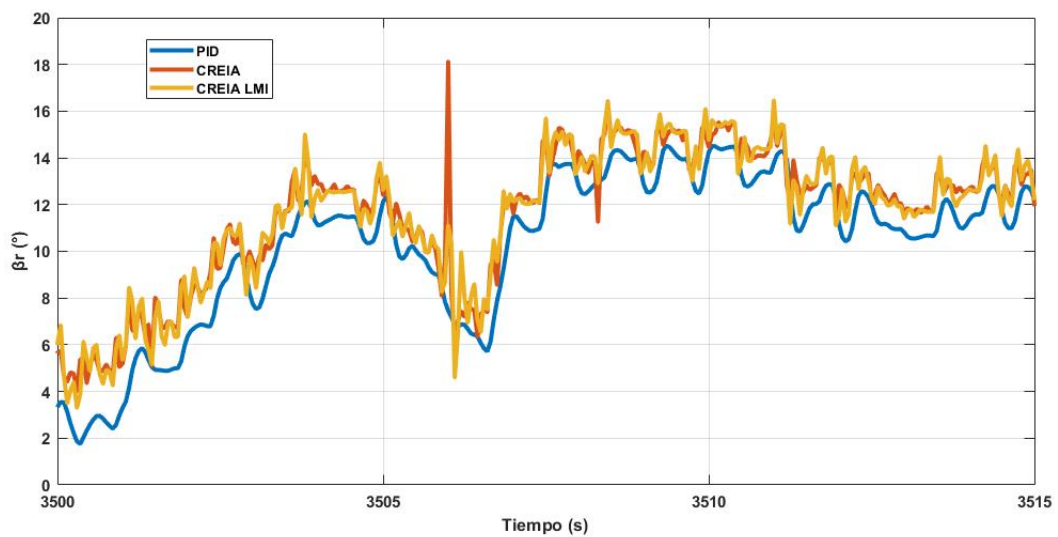
(b) Comparativa de los controladores con acercamiento en el segundo 3500 al 3515.

Figura 5.10: Valor de la potencia producida del generador con aplicación de los controladores como resultado de la simulación.

En la Figura 5.11 se muestra la comparación las leyes de control  $u_1$  de los tres controladores y en la Figura 5.12 la ley de control  $u_2$  de los tres controladores.

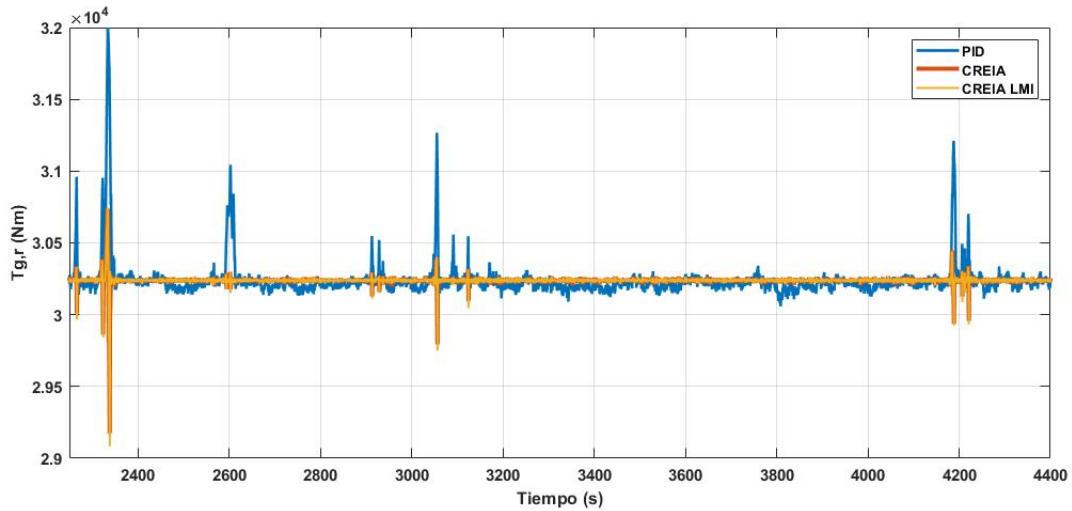


(a) Comparativa de las leyes de control  $u_1$  a partir del segundo 2250 hasta el final de la simulación.

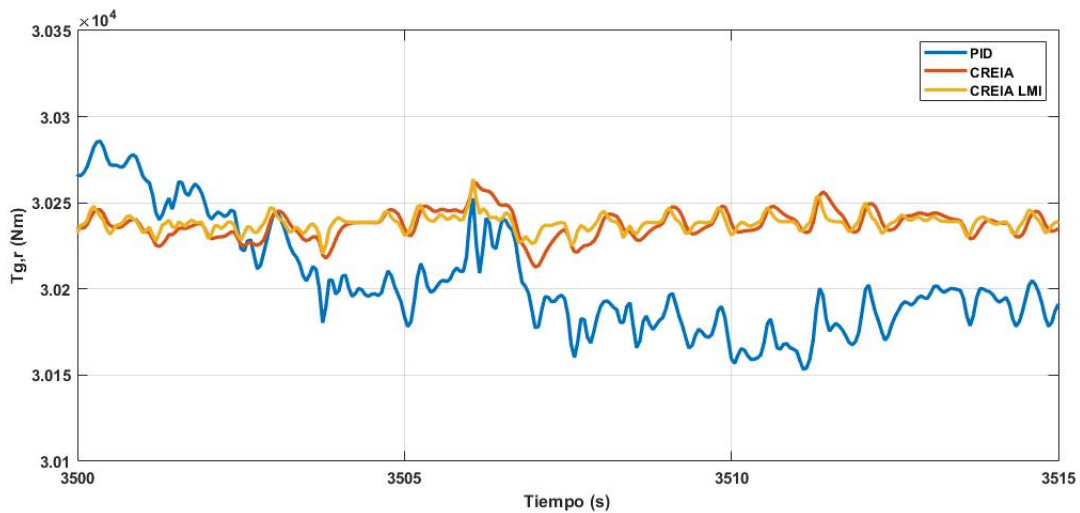


(b) Comparativa de las leyes de control  $u_1$  con acercamiento en el segundo 3500 al 3515.

Figura 5.11: Comparativa en los valores de la entrada  $u_1$  de los controladores.



(a) Comparativa de las leyes de control  $u_2$  a partir del segundo 2250 hasta el final de la simulación.



(b) Comparativa de las leyes de control  $u_2$  con acercamiento en el segundo 3500 al 3515.

Figura 5.12: Comparativa en los valores de la entrada  $u_2$  de los controladores.

Como adicional a estas comparativas, se registró la variación de valores del coeficiente de torque que ocurrieron durante la simulación del lazo cerrado para diferentes controladores. Las trayectorias que siguió el sistema dados el perfil de carga (Figura 5.5) y la incertidumbre (Figura 5.7 y Figura 5.8) fueron graficadas sobre el mapa de coeficiente de torque que caracteriza el régimen permanente del aerogenerador. En esta combinación de gráficas se comparan las trayectorias producidas por los tres controladores y se muestran en la Figura 5.13. El mapeo del coeficiente de torque se mostró por primera vez en la sección 3.2.1 del modelado del sistema.

De la Figura 5.13 se puede apreciar que la trayectoria en los valores del coeficiente está limitada sobre un corto rango de  $\beta$  debido al rango de valores que ejercen los controladores en la  $u_1(\beta_r)$  de control. Sin embargo es posible mostrar valores del coeficiente de torque fuera del área de operación anterior mencionada si se modifica la referencia del controlador, provocando un breve cambio en el coeficiente para que el controlador logre satisfacer un seguimiento de trayectoria.

En la Figura 5.14 se muestran los resultados obtenidos en la evolución del coeficiente



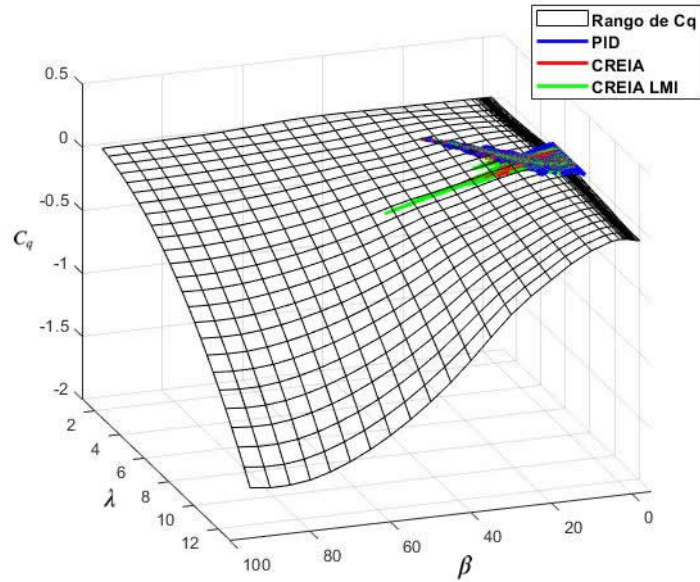


Figura 5.13: Evolución del Coeficiente de torque con acción de control.

de torque ante un cambio de referencia en  $w_{r,ref}$  utilizando el controlador PID multi-lazo. En esta prueba se considera una variación en  $w_{r,ref}$  de  $1,705 \frac{rad}{s}$  a  $1,4 \frac{rad}{s}$  y el efecto en la salida 1 del sistema se muestra en la Figura 5.15.

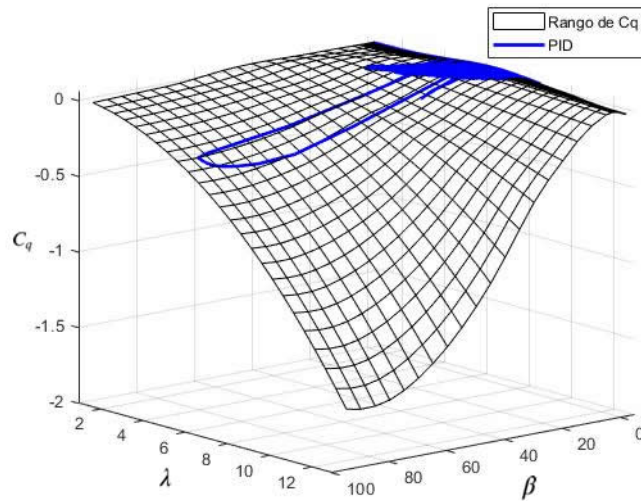
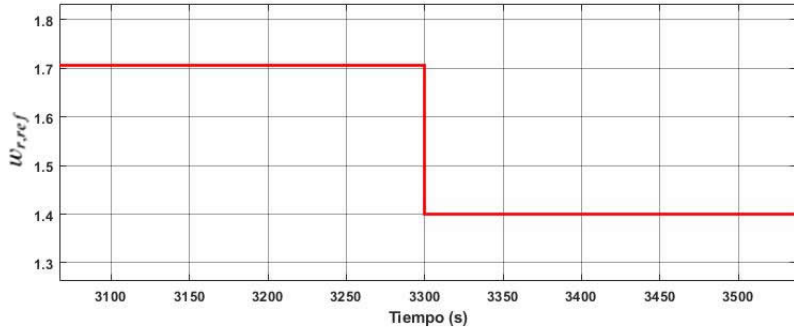
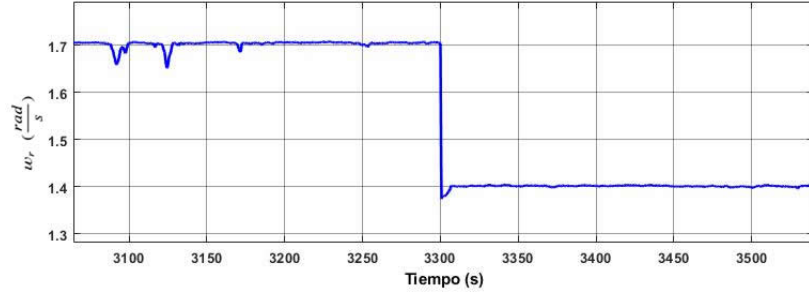


Figura 5.14: Evolución del Coeficiente de torque con acción de control ante un cambio de referencia.



(a) Cambio de referencia para el control PID.



(b) Salida 1 del sistema con controlador PID.

Figura 5.15: Cambio de referencia en el controlador PID para la salida 1 en el segundo 3300 de la simulación.

### 5.3.1. Índices de desempeño

Para analizar el desempeño de los controladores de una forma cuantitativa, se compararon algunos índices de desempeño (IAE,ISE y ITAE) que fueron obtenidos a partir del error de la salida con respecto a la referencia del sistema. La definición de estos índices está dada en la sección 2.13. Se consideró el error a partir del segundo 2250 (cuando comienza la acción de los controladores) hasta el final de la simulación en las pruebas de estabilidad de la sección 5.3.

En las Tablas 5.3 y 5.4 se muestran los valores de la integral del error absoluto para las dos salidas. Este índice nos revela los pequeños errores persistentes en las salidas. Con estos resultados se verifican las conclusiones derivadas de las simulaciones presentadas en el Capítulo 4. El desempeño del CREIA LMI es claramente superior. El control PID tiene un IAE 8.1 veces superior al del CREIA LMI para la salida 1 (velocidad angular del rotor) y 21.6 veces superior para la salida 2 (Potencia del generador). El CREIA, con desempeño intermedio, es 1.5 y 2.8 veces superior que el CREIA LMI para las salidas 1 y 2, respectivamente. La mejora del CREIA LMI es más significativa para la potencia del generador.

Tabla 5.3: Valores de la integral del error absoluto en la salida 1.

<b>IAE - <math>w_r</math></b>		
<b>PID</b>	<b>CREIA</b>	<b>CREIA LMI</b>
6.1431	1.1298	0.7588



Tabla 5.4: Valores de la integral del error absoluto en la salida 2.

<b>IAE - <math>P_g</math></b>		
<b>PID</b>	<b>CREIA</b>	<b>CREIA LMI</b>
1.9998	0.2631	0.0925

En las Tablas 5.5 y 5.6 se muestran los valores de la integral del error al cuadrado de ambas salidas, el valor de este índice crece significativamente a medida que el error es mayor. Por lo tanto, podemos destacar que los errores más significativos los presenta el controlador PID, seguido del CREIA. Sin embargo, en este sentido, la mejora más significativa es para el control de velocidad angular (salida 1), ya que el ISE del PID es 2.7 y 15.3 veces superior al ISE del CREIA LMI para las salidas 1 y 2, respectivamente.

Tabla 5.5: Valores de la integral del error al cuadrado en la salida 1.

<b>ISE - <math>w_r</math></b>		
<b>PID</b>	<b>CREIA</b>	<b>CREIA LMI</b>
0.1197	0.008	0.0078

Tabla 5.6: Valores de la integral del error al cuadrado en la salida 2.

<b>ISE - <math>P_g</math></b>		
<b>PID</b>	<b>CREIA</b>	<b>CREIA LMI</b>
0.0199	0.0071	0.0074

Por otro lado, en las Tablas 5.3.1 y 5.8 se muestran los valores de la integral del error absoluto multiplicado por el tiempo de simulación; como resultado, los valores del ITAE en ambas salidas son más elevados y pueden atribuirse a una oscilación persistente en el sistema debido a las perturbaciones constantes en el cambio en la velocidad del viento. Como se trata de un error persistente, la información que proporciona el ITAE es la misma que el IAE, en este caso, el ITAE del PID es 9.4 y 25.2 veces superior al ITAE para el CREIA LMI en las salidas 1 y 2, respectivamente.

Tabla 5.7: Valores de la integral del error absoluto por el tiempo en la salida 1.

<b>ITAE - <math>w_r</math></b>		
<b>PID</b>	<b>CREIA</b>	<b>CREIA LMI</b>
5485.1	985.57	582.35

Tabla 5.8: Valores de la integral del error absoluto por el tiempo en la salida 2.

<b>ITAE - <math>P_g</math></b>		
<b>PID</b>	<b>CREIA</b>	<b>CREIA LMI</b>
1677	255.99	66.66

# Capítulo 6

## Conclusiones

### 6.1. Conclusiones generales

En este trabajo se abordaron diferentes metodologías de control para sistemas MIMO, como caso de estudio se presentó el modelo de referencia de un aerogenerador de tipo horizontal, el cual es una integración de los subsistemas aerodinámico, mecánico y eléctrico. En el trabajo se utilizó el sistema global debido a que es considerado como un sistema MIMO, mismo que presenta interacción entre sus variables. Durante el desarrollo de este trabajo se abordó la teoría de controladores clásicos como son los PID, así como teorías de control con representación de espacio de estados que son capaces de crear controladores centralizados.

Se profundizó sobre el funcionamiento del aerogenerador analizando el coeficiente de torque de la parte aerodinámica, añadiendo una función aproximada para esta variable que se obtuvo a partir de los datos experimentales del modelo, con la finalidad de generar un modelo lineal para todo el sistema. Este modelo lineal se comparó con el modelo no lineal y se comprobó que representa su dinámica dentro de los parámetros establecidos. Se diseñó un control PID multi-lazo usando como base el método de sintonización de Cohen-Coon para la obtención de sus ganancias. Posteriormente se diseñó un controlador por retroalimentación de estados con acción integral y se utilizó el método de reubicación de polos para obtención de sus ganancias. Por último, también se consideró añadir incertidumbre paramétrica en el modelo con el fin de probar las mejoras que un controlador robusto puede tener para hacer más eficiente este sistema controlado. Este último, fue un controlador por retroalimentación de estados con acción integral y reubicación de polos en regiones LMI. Este controlador utiliza la teoría de estabilidad cuadrática de Lyapunov, la representación politópica de modelos con incertidumbre y las desigualdades matriciales lineales para encontrar las ganancias del controlador que sean capaces de soportar la incertidumbre de parámetros.

Los resultados obtenidos en simulación prueban que los controladores centralizados tienen mayor efectividad sobre los controladores multi-lazo. Sin embargo añadir robustez a los controladores centralizados pueden incrementar la eficiencia de control en los aerogeneradores. Lo que se traduce en una mejor generación de energía eléctrica siendo el principal objetivo de estos sistemas.

Algunas observaciones sobre los resultados de las pruebas de los controladores son las siguientes:

- Con relación al modelo del sistema, se asumen algunas dinámicas simplificadas de

primer orden, sin embargo, el control del sistema tiene un reto porque el modelo incluye otras dinámicas más complejas; relaciones y comportamientos no lineales; es multivariable, lo que implica interacción entre variables y entre lazos de control; además, se considera incertidumbre paramétrica (politópica). Por otro lado, el control debe lidiar con variaciones aleatorias y persistentes en la entrada (incluyendo en el sistema también el modelo estocástico de la velocidad del viento). Estas características suman a la complejidad del modelo y al reto del control del sistema. Las consideraciones que han sido descritas con respecto al sistema justifican la aplicación de técnicas de control avanzadas.

- Se utilizó el método de Cohen-Coon para sintonizar los controladores del esquema multi-lazo, sin embargo, por las consideraciones descritas en el punto anterior, no fue suficientemente efectiva esta ley de control. En primer lugar, fue necesario hacer un ajuste de las ganancias. Este ajuste se realizó analizando la influencia de las ganancias en el error en estado estable, el tiempo de establecimiento y las oscilaciones del sistema. Como resultado, el PID no logró la eliminación de un pequeño error de estado estable en la velocidad angular del rotor (salida 1). Aun cuando el controlador PID fue sintonizado obteniendo la curva de reacción a partir del modelo no lineal, la interacción entre variables, las perturbaciones de entrada y la incertidumbre en los parámetros provocaron un menor desempeño de este control. Los índices de desempeño muestran esta diferencia en la eficacia del PID con relación a los esquemas multivariables.
- La ganancia en efectividad del CREIA LMI sobre el CREIA es aun considerable. La comparación de estos dos esquemas se hizo simulando la planta no lineal con el perfil de velocidad variable y con parámetros variables. La conclusión es que el diseño multivariable robusto mejora significativamente el desempeño de la ley de control.
- La región de operación depende de la referencia de la velocidad angular del rotor. Esto determina alrededor de que valor se mueve el ángulo de inclinación de las palas  $\beta$  y a su vez, en qué zona del mapa del coeficiente de torque funciona el sistema.

## 6.2. Aportaciones

Las aportaciones científicas en este trabajo son: Primero, la adecuación de un modelo de referencia para fines de control multivariable; tomado de un modelo de aerogenerador presentado en la literatura con fines de control diferentes a los establecidos en este trabajo. Segundo, la aplicación de técnicas de control moderno a un sistema multivariable que ha sido comúnmente controlado por metodologías de control clásico; con el fin de tener una comparativa de los esquemas a diseñar. Y tercero, como contribución a la divulgación científica se publicó un artículo en la 8va Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada (Anexo A). Donde se describe el modelado del sistema, el diseño y comparativa de dos controladores para el sistema multivariable.

## 6.3. Trabajos futuros

### **Adición al modelo de referencia:**

En la sección 3.2 el modelo se validó para caracterizar un aerogenerador de 4.8MW con 3 palas, sin embargo existen simplificaciones de modelado en la dinámica del generador y en

el sistema de orientación angular. Se plantea la posibilidad de incluir modelos matemáticos más completos para aumentar la dinámica entre variables y conseguir una caracterización mas completa del aerogenerador.

#### **Diseño de sistemas de control para aerogeneradores:**

El modelo descrito en el capítulo 3 ofrece la oportunidad de acceder a estados del sistema que representan a las variables físicas del aerogenerador. En este trabajo se presentó una comparativa de sistemas de control para la operación de un aerogenerador desde el enfoque de sistemas multivariables, con una arquitectura de controlador clásico PID que no es puramente multivariable. Sin embargo, es viable usar este modelo para diseñar controladores con arquitecturas de retroalimentación de salida para extender la aplicación PID en controladores que si sean de naturaleza multivariable y/o con objetivos de control diferentes a los desarrollados en este trabajo.

#### **Desarrollo de un emulador de aerogenerador de 4.8Mw:**

Un emulador de aerogenerador que integre los sub-modelos del sistema y sea capaz de replicar las respuestas físicas del sistema, podría ser un elemento importante en el rediseño de componentes y/o sistemas de control dirigidos a aerogeneradores. Con un emulador es posible sustituir al aerogenerador en pruebas experimentales que involucren datos medidos del viento específicas de una región.

# Bibliografía

- [1] B. P. Ganthia, S. K. Barik, and B. Nayak. Comparative analysis of various types of control techniques for wind energy conversion system. in *Modeling and Control of Static Converters for Hybrid Storage Systems*: IGI Global, pp. 143-174, 2022.
- [2] M. Lopez, J.-C. Vannier, and D. Sadarnac. Sistemas de conversión de energía eólica control y diseño. in *Asociation Chilienne de Contrôle Automatique*, 2007.
- [3] M. E. González, F. Vázquez, and F. Morilla. Control multivariable centralizado con desacoplo para aerogeneradores de velocidad variable. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 7, no. 4, pp. 53-64, 2010.
- [4] A. Hwas and R. Katebi. Wind turbine control using PI pitch angle controller. *IFAC proceedings volumes*, vol. 45, no. 3, pp. 241-246, 2012.
- [5] S. Soued, M. A. Ebrahim, H. S. Ramadan, and M. Becherif. Optimal blade pitch control for enhancing the dynamic performance of wind power plants via metaheuristic optimisers. *IET Electric Power Applications*, vol. 11, no. 8, pp. 1432-1440, 2017.
- [6] H. Ren, H. Zhang, G. Deng, and B. Hou. Feedforward feedback pitch control for wind turbine based on feedback linearization with sliding mode and fuzzy PID algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, 2018.
- [7] A. Iqbal, D. Ying, A. Saleem, M. A. Hayat, M. Mateen, and M. S. Javed. Proposed FLS-PID wind turbine pitch control for efficacious output. *International Symposium on Recent Advances in Electrical Engineering (RAEE)*, vol. 4, pp. 1-5, 2019.
- [8] A. Asgharnia, A. Jamali, R. Shahnazi, and A. Maheri. Load mitigation of a class of 5-MW wind turbine with RBF neural network based fractional-order PID controller. *ISA transactions*, vol. 96, pp. 272-286, 2020.
- [9] S. Frago, J. Garrido, F. Vázquez, and F. Morilla. Comparative analysis of decoupling control methodologies and  $H_\infty$  multivariable robust control for variable-speed, variable-pitch wind turbines: Application to a lab-scale wind turbine. *Sustainability*, vol. 9, no. 5, p. 713, 2017.
- [10] F. Lafont, J.-F. Balmat, C. Join, and M. Fliess. First steps toward a simple but efficient model-free control synthesis for variable-speed wind turbines. *arXiv preprint arXiv:06415*, 2020.
- [11] J. Liu, Q. Yao, and Y. Hu. Model predictive control for load frequency of hybrid power system with wind power and thermal power. *Energy*, vol. 172, pp. 555-565, 2019.
- [12] X. Yang and J. M. Maciejowski. Fault-tolerant model predictive control of a wind turbine benchmark. *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 45, no. 20, pp. 337-342, 2012.

- [13] P. F. Odgaard, J. Stoustrup, and M. Kinnaert. Fault-tolerant control of wind turbines: A benchmark model. *IEEE Transactions on control systems Technology*, vol. 21, no. 4, pp. 1168-1182, 2013.
- [14] M. O. Niss, T. Esbensen, C. Sloth, J. Stoustrup, and P. F. Odgaard. A Youla-Kucera approach to gain-scheduling with application to wind turbine control. in *2009 IEEE Control Applications,(CCA) and Intelligent Control,(ISIC)*, pp. 1489-1494, 2009.
- [15] S. R. Álvarez and J. J. Espinosa. Control de potencia y velocidad de rotación de un aerogenerador usando controladores predictivos. *Revista CINTEX*, vol. 23, no. 1, pp. 60-76, 2018.
- [16] A. González and S. Morales. Control de Velocidad de Aerogenerador mediante Re-alimentación de Variables de Estado. *Ciencia e Ingeniería*, vol. 38, no. 2, pp. 123-130, 2017.
- [17] M. S. Shaker and R. J. Patton. Active sensor fault tolerant output feedback tracking control for wind turbine systems via T-S model. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 34, pp. 1-12, 2014.
- [18] E. Giraldo Suárez and D. L. Albarracín Ávila. Identificación y control multivariable en espacio de estados de un generador eólico de imanes permanentes. *épsilon*, vol. 1, no. 22, pp. 169-188, 2014.
- [19] W. Engels, D. Van der Hoek, W. Yu, and R. R. Baez. Scheduled state feedback control of a wind turbine. *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1618, no.2, p.022064: IOP Publishing, 2020.
- [20] E. A. C. Rodriguez. Diseño de un controlador digital, para la velocidad de una turbina eólica. Universidad de El Salvador, 2018.
- [21] J. C. Calderón Osorio. Control de procesos multivariables mediante un sistema de control distribuido modificado. *Escuela de Procesos y Energía*, 2009.
- [22] F. Shinskey. *Process Control, Application, Design, and Tuning*. New York: McGraw-Hill Professionals, 1996.
- [23] Marlin, T. E. *Process control*. Chemical Engineering Series, McGraw-Hill International Editions: New York, 1995.
- [24] Ángel V. Fernández. *Modelado y control en el espacio de estados*. Universidad Politécnica de Valencia, 2016.
- [25] E. Aguilar Jaramillo and V. Proaño Rosero. Aplicación de las LMI al diseño de controladores robustos. *Ingenius. Revista de Ciencia y Tecnología*, no. 18, pp. 93-105, 2017.
- [26] O. A. Esquivel Flores. Análisis de observabilidad y controlabilidad para sistemas diferencialmente planos: Aplicación a un sistema de oscilaciones de calcio. Universidad Autónoma Metropolitana (México). Unidad Azcapotzalco, 2007.
- [27] C. E. Guerrero and J. D. Perez. Implementación de Matlab para el diseño de control péndulo invertido, sobre plataforma Lego MINDSTORMS NXT. Presentado en Conferencia IberoAmericana en Complejidad, Informática y Cibernética, pp. 10-13, 2012.

- [28] S. Zhang, S. Zhang, and G. Zhang, "Design of Tracking Control System by Closed-Loop Pole Placement, in 3rd International Conference on Mechatronics and Industrial Informatics (ICMII), pp. 79-84, 2015.
- [29] D. Rosinová, P. Balko, and T. Puleva. Teaching multiloop control of nonlinear system: three tanks case study. IFAC, vol. 49, no. 6, pp. 360-365, 2016.
- [30] V. Mazzone. Controladores pid. Universidad Nacional de Quilmes, 2002.
- [31] Isdaryani, Feriyonika, Ferdiansyah. Comparison of Ziegler-Nichols and Cohen Coon tuning method for magnetic levitation control system. J. Phys.: Conf. Ser. 1450 012033. 2020.
- [32] K.J. Astrom and T. Hagglund, PID Controllers: Theory, Design and Tuning, 1995.
- [33] A. A. Rodriguez. Optimización convexa. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, 2014.
- [34] R. C. Nazaralá. Análisis y desarrollo de observador empleando LMI aplicado a bio-procesos. Universidad Politécnica de Valencia, 2009.
- [35] C. Scherer and S. Weiland, Linear matrix inequalities in control, Dutch Institute for Systems and Control, 2000.
- [36] Y. A. Davizón Castillo. Diseño del control mixto H<sub>2</sub>/H<sub>∞</sub> para estructuras de suspensiones activas, utilizando desigualdades lineales matriciales (LMI). Tecnológico de Monterrey, 2003.
- [37] M. Chilali, P. Gahinet, and P. J. I. t. o. A. C. Apkarian. Robust pole placement in LMI regions. vol. 44, no. 12, pp. 2257-2270, 1999.
- [38] M. H. Marzaki, M. Tajjudin, M. H. F. Rahiman, and R. Adnan. Performance of FOPI with error filter based on controllers performance criterion (ISE, IAE and ITAE). in 2015 10th Asian Control Conference (ASCC), pp. 1-6, 2015.
- [39] I. M. Uribe. Valoración del viento como fuente de energía eólica en el estado de Guerrero. Ingeniería, vol. 22, no. 3, pp. 30-46, 2018.
- [40] G. Zeferino, G. Alcorta, G. Elizondo. Controlabilidad de sistemas lineales mediante el análisis de raíces. Congreso Nacional de Control Automático, pp. 50-54, 2017.



# Anexos

## Anexo A: Artículo publicado en la 8va Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada

Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada  
Vol.5, Num.1, Enero-Junio 2022.

### Comparación de metodologías de control multivariable para un aerogenerador

Randy Guzmán\* Guadalupe López López \*\* Victor M. Alvarado\*\*\*

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca, Morelos, México.  
e-mail: m20ce076@cenidet.tecnm.mx \*, guadalupe.ll@cenidet.tecnm.mx \*\*  
victor.am@cenidet.tecnm.mx \*\*\*

#### Resumen

En este trabajo se describe el diseño y comparativa de dos esquemas de control diferentes, pertenecientes a la teoría de control clásica y moderna, que tienen como objetivo regular la velocidad angular en el rotor y la potencia generada de un aerogenerador. Se exponen algunos conocimientos teóricos tanto del control como del modelado del sistema que permiten comprender de manera clara el desarrollo y la aplicación de los esquemas de control seleccionados. El fin es presentar un análisis comparativo del desempeño de los controladores y mostrar las ventajas que pueda tener uno sobre el otro.

**Palabras clave:** Aerogenerador, Control multivariable, Modelado.

## 1. Introducción

En la actualidad, el sector de producción de energía eólica está experimentando un crecimiento en todo el mundo. Sin embargo, como en la mayoría de los procesos en la industria, los sistemas de generación de energías renovables, entre ellos los aerogeneradores, tienen múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO). Una de las principales características de este tipo de sistemas es que presentan fuertes interacciones entre sus variables y por lo tanto, las estructuras de control clásico no siempre son efectivas para tareas de regulación o seguimiento en los mismos, lo que representa una desventaja a tomar en cuenta de estas estructuras de control. Actualmente las metodologías de control para aerogeneradores se centran en técnicas de control clásicas llevadas a sistemas MIMO mediante estructuras desacopladas, como en (Yin y col., 2014). También se han propuesto otras metodologías que buscan mejorar el desempeño de los controladores cuando son importantes las interacciones entre variables, como ejemplo se cita el trabajo en (Herrera, 2016). Sin embargo, como alternativas, las metodologías de control moderno pueden ser efectivas para sintetizar controladores MIMO que sean viables para este sistema. En resumen, el trabajo de este artículo se enfoca en el control de la velocidad angular del rotor y la potencia producida de los aerogeneradores mediante técnicas de

control multivariable, cuyas ventajas se identifican mediante un análisis comparativo.

## 2. Descripción del aerogenerador

El funcionamiento general del aerogenerador empieza con la fuerza del viento ejerciendo presión sobre las palas, lo que induce un movimiento giratorio en el rotor, es decir, transforman la energía cinética del viento en energía mecánica. A su vez, esta energía es distribuida por una caja de transmisión hacia el eje del generador, transformando la energía mecánica en energía eléctrica que después es adecuada por el convertidor.

El aerogenerador considerado como sistema trabaja en 2 modos operacionales que dependen de la velocidad del viento (Odgaard y col., 2013). En la Fig. 1 se traza la curva de potencia relativa del aerogenerador, donde se muestra que para velocidades del viento entre  $3-13 \frac{m}{s}$  se busca obtener una producción de energía óptima, lo cual se logra cuando el ángulo de inclinación de las palas  $\beta = 0$  grados. En la curva de potencia, la referencia del torque ( $T_{g,r}$ ) se mantiene en su valor óptimo mientras se conserva el máximo coeficiente de torque ( $C_{q,max}$ ) y se calcula mediante

## Anexo B: Programa del modelo de referencia multivariable de un aerogenerador de 4.8MW

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Modelo dinamico multivariable de un Aerogenerador%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% Aerogenerador Generico de eje horizontal y velocidad variable de 4.8KW
%% Programa para "S-funcion" en matlab Simulink

function [sys,x0,str,ts]=AG(t,x,u,flag,x0)

switch flag
case 0 %% Inicializacion de la funcion-S
    sizes=simsizes; % funcion que regresa una estructura de inicializacion
    sizes.NumContStates=5; % n mero de estados continuos
    sizes.NumDiscStates=0; % n mero de estados discretos
    sizes.NumOutputs=6; % N mero de salidas
    sizes.NumInputs=3; % N mero de entradas
    sizes.DirFeedthrough=1; % 1 cuando las salidas dependen algebraicamente de las entradas
    sizes.NumSampleTimes=1; % N mero de muestras de tiempo
    sys=simsizes(sizes); % Crea una estructura con datos para inicializar la funcion-S
    str=[];
    ts=[0 0];

case 1 %Derivadas
    %%% Estados %%%
    Wr=x(1); %velocidad angular(eje primario)
    Wg=x(2); %velocidad angular(eje del generador)
    ThetaA=x(3); %Angulo de torsion de la transmision
    Beta=x(4); %Angulo de orientacion de las palas
    Tg=x(5); %Torque del generador

    %%% Entradas %%%
    Beta_r=u(1); %Torque en eje primario
    Tg_r=u(2); %torque del generador
    Vw=u(3); %velocidad del viento

    %%% Parametros constantes del modelo %%%
    R=57.5; %diametro de las palas
    ro=1.225; %densidad del viento
    B=775.49; %Coeficiente de amortiguacion de la torsion de la transmision
    Br=7.11; %Friccion en el eje primario
    Bg=45.6; %Friccion en el eje del generador
    pi=3.1416; %pi
    Ng=95; %Relacion de la transmision
    K=2.7e9; %Rigidez a la torsion de la transmision
    eta=0.97; %Eficiencia de la transmision
    Jg=390; %Inercia en el eje del generador
    Jr=55e6; %Inercia en el eje primario
    t_d=0.09; %Par metro del sistema pitch
    t_g=0.01; %Par metro del generador y convertidor

    %%% Mapeo experimenta del Cq en funcion de Angulo de orientacion de las palas y la relacion
    %%% de la velocidad en la punta %%%
    Lamb=[1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5,5,5.5,6,6.5,7,7.5,8,8.5,9,9.5,10,10.5,11,...
    11.5,12,12.5,13]; %Relacion de velocidad en la punta
    Angle=[-2,-1.5,-1,-0.75,-0.5,-0.25,0,0.25,0.5,0.75,1,1.5,2,3,5,10,15,20,...
    25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90,95]; %Angulo de orientacion de las palas

    %Coeficiente de torque
    Cq=[0.0117,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0135,0.0135,...
    0.0135,0.0135,0.0135,0.0144,0.0144,0.0162,0.0171,0.018,0.0198,0.0225,...
    0.0252,0.0252,0.0225,0.0171,0.0072,-0.0036,-0.0126,-0.018,-0.0198,...
    -0.0225,-0.0252,-0.0279,-0.0306;
    0.0117,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0126,0.0135,0.0135,0.0135,...
    0.0135,0.0135,0.0135,0.0144,0.0153,0.018,0.0207,0.0243,0.0279,0.0279,...
    0.0243,0.0171,0.0063,-0.0054,-0.0153,-0.0216,-0.0252,-0.0297,-0.0342,...
    -0.0378,-0.0405,-0.0432,-0.045;
    0.0126,0.0126,0.0135,0.0135,0.0135,0.0135,0.0144,0.0144,0.0144,0.0144,...
    0.0144,0.0153,0.0153,0.0162,0.018,0.0234,0.0288,0.0315,0.0297,0.0234,...
    0.0126,-0.0009,-0.0144,-0.0234,-0.0297,-0.0351,-0.0414,-0.0477,-0.0522,...
    -0.0567,-0.0594,-0.0621,-0.063;
    0.0144,0.0153,0.0153,0.0162,0.0162,0.0162,0.0171,0.0171,0.018,0.018,...
    0.018,0.0189,0.0198,0.0216,0.0243,0.0315,0.036,0.0333,0.0243,0.0117,...
    -0.0045,-0.0198,-0.0306,-0.0378,-0.045,-0.054,-0.0621,-0.0693,-0.0747,...
    -0.0792,-0.0828,-0.0846,-0.0864;
    0.018,0.0189,0.0198,0.0207,0.0207,0.0216,0.0225,0.0225,0.0234,0.0234,...
    0.0243,0.0252,0.0261,0.0279,0.0315,0.0396,0.0387,0.0297,0.0153,-0.0027,...
    -0.0216,-0.036,-0.045,-0.054,-0.0657,-0.0765,-0.0864,-0.0945,-0.1008,...
    -0.1062,-0.1098,-0.1125,-0.1134;
    0.0234,0.0243,0.0261,0.027,0.027,0.0279,0.0288,0.0288,0.0297,0.0306,...
    0.0306,0.0324,0.0333,0.036,0.0405,0.045,0.0378,0.0225,0.0027,-0.0189,...
    -0.0378,-0.0504,-0.0612,-0.0747,-0.0891,-0.1026,-0.1143,-0.1233,-0.1314,...
    -0.1368,-0.1413,-0.1449,-0.1458;
    0.0297,0.0315,0.0324,0.0333,0.0342,0.0351,0.036,0.0369,0.0378,0.0387,...
    0.0396,0.0414,0.0423,0.045,0.0495,0.0468,0.0333,0.0135,-0.0099,-0.0342,...
    -0.0531,-0.0666,-0.081,-0.099,-0.117,-0.1323,-0.1458,-0.1575,-0.1656,...
    -0.1728,-0.1782,-0.1809,-0.1818;
    0.0369,0.0387,0.0414,0.0423,0.0432,0.0441,0.045,0.0459,0.0468,0.0477,...
    0.0486,0.0504,0.0513,0.0531,0.054,0.0459,0.027,0.0027,-0.0243,-0.0504,...
    -0.0684,-0.0837,-0.1044,-0.1269,-0.1476,-0.1665,-0.1818,-0.1944,-0.2052,...
    -0.2133,-0.2187,-0.2223,-0.2223;
    0.045,0.0477,0.0495,0.0513,0.0522,0.0531,0.0531,0.054,0.0549,0.0558,...
    0.0558,0.0567,0.0576,0.0576,0.0567,0.0423,0.0198,-0.0072,-0.0378,...
    -0.0657,-0.0846,-0.1044,-0.1305,-0.1575,-0.1818,-0.2034,-0.2214,...
    -0.2358,-0.2484,-0.2574,-0.2646,-0.2682,-0.2664;
    0.0531,0.0558,0.0567,0.0576,0.0585,0.0594,0.0594,0.0603,0.0603,0.0603,...
    0.0612,0.0612,0.0612,0.0603,0.0567,0.0378,0.0126,-0.018,-0.0513,-0.081,...
    -0.1026,-0.1278,-0.1602,-0.1917,-0.2196,-0.2439,-0.2646,-0.2817,-0.2961,...
    -0.3069,-0.3141,-0.3177,-0.3159;

```

```

0.0594,0.0612,0.0621,0.063,0.063,0.063,0.063,0.063,0.063,0.063,0.063,0.063,...
0.063,0.0621,0.0612,0.0549,0.0342,0.0045,-0.0297,-0.0657,-0.0972,-0.1224,...
-0.1539,-0.1926,-0.2295,-0.261,-0.2889,-0.3123,-0.3321,-0.3483,-0.3609,...
-0.369,-0.3726,-0.3699;
0.063,0.0639,0.0648,0.0648,0.0648,0.0648,0.0639,0.0639,0.0639,...
0.063,0.063,0.0612,0.0594,0.0522,0.0297,-0.0027,-0.0405,-0.0801,-0.1143,...
-0.144,-0.1836,-0.2286,-0.2691,-0.306,-0.3375,-0.3645,-0.387,-0.405,...
-0.4194,-0.4284,-0.4311,-0.4284;
0.0639,0.0639,0.063,0.063,0.063,0.063,0.063,0.0621,0.0621,0.0621,0.0612,...
0.0603,0.0594,0.0567,0.0495,0.0243,-0.0099,-0.0522,-0.0954,-0.1323,...
-0.1674,-0.216,-0.2664,-0.3132,-0.3537,-0.3897,-0.4203,-0.4455,-0.4662,...
-0.4815,-0.4923,-0.495,-0.4905;
0.0603,0.0603,0.0603,0.0603,0.0603,0.0603,0.0603,0.0594,0.0594,0.0594,...
0.0585,0.0576,0.0567,0.054,0.0468,0.0198,-0.018,-0.0639,-0.1116,-0.1512,...
-0.1935,-0.2511,-0.3078,-0.36,-0.405,-0.4455,-0.4797,-0.5085,-0.5319,...
-0.549,-0.5607,-0.5634,-0.558;
0.0549,0.0558,0.0567,0.0567,0.0567,0.0567,0.0567,0.0567,0.0567,0.0567,...
0.0558,0.0549,0.054,0.0513,0.0441,0.0153,-0.0261,-0.0756,-0.1287,-0.1719,...
-0.2223,-0.288,-0.3519,-0.4095,-0.4608,-0.5049,-0.5436,-0.5751,-0.6012,...
-0.621,-0.6336,-0.6354,-0.63;
0.0486,0.0513,0.0522,0.0531,0.0531,0.0531,0.0531,0.0531,0.0531,0.0531,...
0.0531,0.0522,0.0513,0.0486,0.0414,0.0099,-0.0342,-0.0882,-0.1458,-0.1944,...
-0.2529,-0.3276,-0.3978,-0.4626,-0.5193,-0.5688,-0.6111,-0.6471,-0.6759,...
-0.6975,-0.711,-0.7128,-0.7065;
0.0405,0.0441,0.0468,0.0477,0.0486,0.0495,0.0495,0.0495,0.0504,0.0504,...
0.0504,0.0495,0.0486,0.0459,0.0387,0.0054,-0.0432,-0.1017,-0.1638,-0.2178,...
-0.2862,-0.369,-0.4473,-0.5184,-0.5814,-0.6363,-0.6831,-0.7227,-0.7551,...
-0.7785,-0.7929,-0.7947,-0.7866;
0.0351,0.0369,0.0387,0.0414,0.0432,0.0441,0.045,0.0459,0.0468,0.0468,...
0.0468,0.0468,0.0459,0.0441,0.036,0,-0.0522,-0.1152,-0.1827,-0.2439,...
-0.3222,-0.414,-0.4995,-0.5769,-0.6462,-0.7074,-0.7596,-0.8028,-0.8379,...
-0.864,-0.8793,-0.8811,-0.8721;
0.0288,0.0324,0.0342,0.0342,0.0369,0.0387,0.0405,0.0414,0.0423,0.0432,...
0.0432,0.0432,0.0432,0.0414,0.0342,-0.0045,-0.0612,-0.1296,-0.2016,...
-0.2709,-0.36,-0.4608,-0.5544,-0.6399,-0.7155,-0.7821,-0.8397,-0.8874,...
-0.9261,-0.9549,-0.9702,-0.972,-0.9621;
0.0243,0.0261,0.0279,0.0306,0.0315,0.0333,0.0351,0.0369,0.0378,0.0387,...
0.0396,0.0405,0.0405,0.0387,0.0315,-0.0099,-0.0702,-0.1458,-0.2223,...
-0.2997,-0.3996,-0.5094,-0.612,-0.7056,-0.7884,-0.8613,-0.9234,-0.9756,...
-1.0179,-1.0494,-1.0665,-1.0674,-1.0566;
0.0144,0.0189,0.0225,0.0261,0.027,0.0288,0.0306,0.0315,0.0333,0.0351,...
0.036,0.0378,0.0378,0.0369,0.0288,-0.0144,-0.0792,-0.162,-0.243,-0.3303,...
-0.441,-0.5616,-0.6732,-0.774,-0.8649,-0.9432,-1.0116,-1.0692,-1.1151,...
-1.1484,-1.1664,-1.1682,-1.1556;
0.0063,0.0099,0.0162,0.0207,0.0225,0.0261,0.0261,0.0279,0.0288,0.0306,...
0.0315,0.0342,0.0351,0.0342,0.0261,-0.0198,-0.0891,-0.1791,-0.2655,...
-0.3627,-0.4851,-0.6156,-0.7362,-0.846,-0.9441,-1.0296,-1.1043,-1.1664,...
-1.2159,-1.2519,-1.2717,-1.2726,-1.2591;
0.0018,0.0072,0.0117,0.0144,0.0171,0.0198,0.0225,0.0252,0.0252,0.027,...
0.0279,0.0297,0.0315,0.0315,0.0243,-0.0252,-0.099,-0.1953,-0.2889,-0.396,...
-0.531,-0.6714,-0.8037,-0.9216,-1.0269,-1.1205,-1.2006,-1.2672,-1.3212,...
-1.3608,-1.3806,-1.3824,-1.3671;
0.0027,0.0072,0.009,0.0126,0.0153,0.0207,0.0225,0.0225,0.0243,...
0.0261,0.0279,0.0288,0.0216,-0.0306,-0.1098,-0.2124,-0.3132,-0.432,...
-0.5787,-0.7326,-0.8721,-0.999,-1.1142,-1.2141,-1.3005,-1.3734,-1.4319,...
-1.4733,-1.4949,-1.4967,-1.4796;
-0.0009,0,0.0027,0.0054,0.009,0.0099,0.0117,0.0153,0.018,0.018,0.0207,...
0.0225,0.0243,0.027,0.0189,-0.036,-0.1206,-0.2295,-0.3393,-0.4689,...
-0.6282,-0.7938,-0.9486,-1.0836,-1.2051,-1.3122,-1.4049,-1.4832,-1.5462,...
-1.5912,-1.6128,-1.6155,-1.5966];

%%Ecuaciones estaticas
TSR=(R*x(1))/Vw; %Relacion de velocidad en la punta
cq = (interp2 (Angle,Lamb,Cq,Beta,TSR,'linear')); %Calculo del Cq futuras
Tr=((ro*pi*R^3)/2)*Vw^2*cq; %Par aerodinamico

%%Ecuaciones diferenciales
dWrdt=(1/Jr)*(Tr-(K*x(3))-((B+Br)*x(1))+((B*x(2))/Ng));
dWgdt=(1/Jg)*(((eta*K*x(3))/Ng)+((eta*B*x(1))/Ng)-(((eta*B/Ng^2)+Bg)*x(2))-Tg);
dThetaAdt=x(1)-x(2)/Ng;
dBetadt=-(1/t_d)*x(4)+(1/t_d)*u(1);
dTgdt=-(1/t_g)*x(5)+(1/t_g)*u(2);

sys=[dWrdt;dWgdt;dThetaAdt;dBetadt;dTgdt];

case 3 % salidas
%% Estados
Wr=x(1);
Wg=x(2);
ThetaA=x(3);
Tg=x(4);

etag=0.98; %Eficiencia del generador
Pg=etag*Wg*Tg; %Potencia producida

sys=[Wr;Wg;ThetaA;Beta;Tg;Pg]; %salidas de la funcion

case {2, 4, 9} % Actualizaci n de estados, pr ximo hit, finalizaci n
sys=[];
otherwise
error(['unhanled flag=',num2str(flag)]);
end

```