



DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

## **“Demand estimation in water distribution networks via EKF”.**

**Estimación de demandas en redes de distribución de agua vía EKF.**

Tesis que presenta:

**Ing. Arlette Cano Vázquez**

Como requisito parcial para obtener el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECATRÓNICA**

Directores de Tesis

**Dr. Francisco Ronay López Estrada**

**Dra. Flor Lizeth Torres Ortiz**

Asesores

**Dr. Héctor Hernández de León**

**M. C. Rafael Mota Grajales**

Julio 2020

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. México.

## **DEDICATORIA**

A mis hijos Jair e Izadi con todo mi amor, por la paciencia y cariño incondicional que siempre me han brindado, que han sido la motivación principal de mi constante aprendizaje y me han enseñado mediante la imaginación, a ser un ser humano paciente, creativo y en constante búsqueda de soluciones. A mis padres por el apoyo incondicional que me brindaron a lo largo de mis estudios, por inculcarme la búsqueda de la excelencia académica y el pensamiento fuera de lo común. A Dios, porque aún en mi oscuridad y reniego, siempre hubo consuelo y motivación para seguir luchando, porque no existe mejor maestro que el creador de todas las cosas y el autor intelectual de todos los inventos inspirados en su hermosa creación.

---

## AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a la división de posgrado del ITTG por haberme aceptado y ayudarme a desarrollar mis capacidades intelectuales. De igual forma, doy mi total gratificación a mis directores de tesis el Dr. Francisco Ronay López Estrada y la Dra. Lizeth Torres, por permitirme trabajar bajo sus enseñanzas, que siempre estuvieron presentes, por sus contribuciones al desarrollo de este trabajo y a mi potencial en el área de la ciencia, pero sobretodo, por darme como ejemplo la búsqueda de excelencia en la investigación.

A mis revisores el M.C. Rafael Mota Grajales y el Dr. Héctor Ricardo Hernández de León, por las sugerencias y correcciones a lo largo del proyecto que coadyuvaron a su mejoramiento. Al M.C. Ildeberto de los Santos Ruiz por su ayuda desinteresada en la resolución de algunas dudas que surgieron a lo largo de mi tema.

A mis compañeros Teódulo y Rodrigo por el tiempo de calidad que me dedicaron, por sus puntos de vista y críticas constructivas, además del apoyo emocional que una amistad conlleva. Por último, agradezco al Coordinador de la Maestría Dr. Rubén Grajales Coutiño y al ex-coordinador Dr. Carlos Ríos Rojas, por el apoyo y consejos en cuestiones académicas, además de estar siempre pendientes de nosotros como alumnos.

De igual forma, agradezco enormemente a CONACYT por el financiamiento recibido de su parte, que fue un gran apoyo para mi dedicación completa a la investigación, esto por medio del programa de Becas Nacionales, además de brindarme la oportunidad de realizar una estancia en el Instituto de ingeniería de la UNAM, dándome la la motivación de ampliar mis conocimientos y mi panorama de la ciencia.



## RESUMEN

El trabajo de investigación presente propone una metodología basada en modelo para la estimación de múltiples demandas de caudal nodales, variables de gran interés en un sistema no lineal que dificulta la estimación directa de ellas. Para lograr la estimación de ellas, se desarrolla una metodología con base a múltiples filtros de Kalman extendidos (EKF, por sus siglas en inglés), esta metodología permite estimar las variables de entradas no conocidas del sistema, localizadas en la matriz  $B$  del espacio de estados que rigen al estudio dinámico de la red hidráulica, a su vez, la estimación de dichas entradas es suficiente para el conocimiento de los demás estados no medibles, usando solo los datos de presión y flujo de entrada al sistema de tuberías.

Cada EKF se enfoca en un tramo de la tubería y se relacionan en forma de cascada, la metodología fue pensada para disminuir la dimensión de las matrices de operación, que consecuentemente, generan alto costo computacional, por eso la metodología propuesta es con base al modelo del observador, cuyo modelo matemático es una adaptación del ya conocido modelo de columna de agua rígida. Para demostrar la efectividad del método propuesto. Además de lo anterior, se incluyen los fundamentos matemáticos y teóricos necesarios para el entendimiento y correcto desarrollo del trabajo en cuestión.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Hipótesis	4
1.2. Objetivos	5
1.2.1. Objetivo general	5
1.2.2. Objetivos específicos	5
1.3. Organización de la tesis	5
<b>2. Fundamento de sistemas hidráulicos</b>	<b>7</b>
2.1. Red de distribución de agua (RDA)	7
2.1.1. Configuraciones básicas de redes.	8
2.1.2. Componentes de una RDA	10
2.2. Diseño óptimo de redes de distribución de agua	12
2.2.1. Presiones disponibles	13
2.2.2. Presiones admisibles	13
2.2.3. Optimización por seccionamiento	14
2.3. Análisis de RDA por computadora	15
2.4. Demandas de caudal	16
2.4.1. Distribución de demandas en la red	18

2.4.2. Gestión y proyección de las demandas . . . . .	20
2.4.3. Longitud computacional . . . . .	21
2.5. Filtro de Kalman . . . . .	27
2.6. Filtro de Kalman extendido . . . . .	33
<b>3. Contribución principal</b>	<b>41</b>
3.1. Modelo dinámico de fluidos en tuberías . . . . .	41
3.1.1. Tubería con 2 demandas. . . . .	44
3.2. Tubería con 9 demandas. . . . .	47
3.2.1. Propuesta 1 . . . . .	47
3.2.2. Propuesta 2 . . . . .	49
3.2.3. Propuesta 3. . . . .	50
3.3. Diseño del estimador de demandas basado en EKF . . . . .	52
<b>4. Implementación del algoritmo de estimación de demandas múltiples</b>	<b>59</b>
4.1. Tubería con nueve demandas . . . . .	59
4.1.1. Caso 1: Resultados obtenidos con un coeficiente de $\lambda = 0.0001$ . . . . .	62
4.1.2. Caso 2: Resultados obtenidos con un coeficiente de $\lambda = 0.0002$ . . . . .	69
4.2. Validación experimental . . . . .	77
4.2.1. Caso 1: Primer ramal abierto y segundo ramal cerrado. . . . .	82
4.2.2. Caso 2: Segundo ramal abierto y primer ramal cerrado . . . . .	83
4.2.3. Caso 3: Ambos ramales abiertos . . . . .	85
<b>5. Conclusiones</b>	<b>87</b>
5.1. Artículo de congreso . . . . .	89

**Referencias**

**94**

# Índice de figuras

1.1. Esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable . . . . .	2
2.1. Red cerrada . . . . .	8
2.2. Red abierta . . . . .	9
2.3. Diagrama uniones de tuberías mediante nodos . . . . .	10
2.4. Clasificación de accesorios hidráulicos . . . . .	11
2.5. Clasificación de válvulas . . . . .	12
2.6. Acceso vital al agua. Imagen diseñada por Barbara Castrejón,UNAM . . . . .	17
2.7. Agrupación de demandas por lote o toma . . . . .	18
2.8. Distribución de la demanda por áreas . . . . .	19
2.9. Demanda por unidad de longitud. . . . .	20
2.10. Diagrama con longitud medida de manera física. . . . .	25
2.11. Diagrama con longitud equivalente obtenida . . . . .	27
2.12. La recursión del ciclo del filtro discreto de Kalman . . . . .	31
2.13. Representación del algoritmo de un Filtro de Kalman . . . . .	33
2.14. Representación del comportamiento de un Filtro de Kalman Extendido . . . . .	39
2.15. Diagrama de un EKF . . . . .	40

3.1. Tubería simple . . . . .	42
3.2. Tubería con dos demandas de caudal. . . . .	43
3.3. Tubería con nueve demandas . . . . .	47
3.4. Diagrama de flujo para obtener los siguientes estados . . . . .	52
3.5. Diagrama de flujo para obtener los siguientes estados . . . . .	57
3.6. Diagrama EKF para estimación de múltiples demandas. . . . .	58
4.1. Tubería con nueve demandas de caudal. . . . .	60
4.2. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d1}$ con $H_{in}$ como entrada, $Q_{in}$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	64
4.3. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d2}$ con $\hat{H}_{d2}$ como entrada, $\hat{Q}_2$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	64
4.4. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d3}$ con $H_{d3}$ como entrada, $Q_3$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	65
4.5. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d4}$ con $H_{d4}$ como entrada, $Q_4$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	66
4.6. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d5}$ con $H_{d5}$ como entrada, $Q_5$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	66
4.7. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d6}$ con $H_{d6}$ como entrada, $Q_6$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	67
4.8. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d7}$ con $H_{d7}$ como entrada, $Q_7$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	68
4.9. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d8}$ con $\hat{H}_{d8}$ como entrada, $\hat{Q}_8$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	68
4.10. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d9}$ con $\hat{H}_{d9}$ como entrada, $\hat{Q}_9$ como salida de medición y $\lambda = 0.0001$ . . . . .	69

4.11. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d1}$ con $H_{in}$ como entrada, $Q_{in}$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	71
4.12. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d2}$ con $\hat{H}_{d2}$ como entrada, $Q_{2e}$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	71
4.13. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d3}$ con $H_{d3}$ como entrada, $Q_3$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	72
4.14. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d4}$ con $H_{d4}$ como entrada, $Q_4$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	73
4.15. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d5}$ con $H_{d5}$ como entrada, $Q_5$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	73
4.16. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d6}$ con $H_{d6}$ como entrada, $Q_6$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	74
4.17. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d7}$ con $H_{d7}$ como entrada, $Q_7$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	74
4.18. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d8}$ con $\hat{H}_{d8}$ como entrada, $\hat{Q}_8$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	75
4.19. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d9}$ con $\hat{H}_{d9}$ como entrada, $\hat{Q}_9$ como salida de medición y $\lambda = 0.0002$ . . . . .	75
4.20. RDA experimental del laboratorio de Hidroinformática . . . . .	77
4.21. Diagrama de tuberías e instrumentación. Planta piloto ubicada en el laboratorio de Hidroinformática ITTG . . . . .	79
4.22. Arreglo experimental de validación . . . . .	80
4.23. Diagrama de estimación para validación experimental . . . . .	81
4.24. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d1}$ con respecto a la demanda real . . . . .	83
4.25. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d2}$ con respecto a la demanda real . . . . .	84
4.26. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d1}$ con respecto a la demanda real . . . . .	85

4.27. Convergencia del EKF para estimar $Q_{d2}$ con respecto a la demanda real . . . . .	86
---	----

# Índice de tablas

2.1. Banco de datos para calcular L . . . . .	25
2.2. filtro de Klamán discreto, Ecuaciones de actualización en el tiempo . . . . .	32
2.3. Ecuaciones de actualización de medición . . . . .	32
2.4. EKF, Ecuaciones de actualización en el tiempo . . . . .	37
2.5. EKF, Ecuaciones de actualización de mediciones . . . . .	38
3.1. Parámetros de la tubería . . . . .	45
4.1. Parámetros de la tubería . . . . .	62
4.2. Estimación de caudales con $\lambda = 0.0001$ . . . . .	63
4.3. Estimación de presiones con $\lambda = 0.0001$ . . . . .	63
4.4. Estimación de caudales con $\lambda = 0.0002$ . . . . .	70
4.5. Estimación de presiones con $\lambda = 0.0002$ . . . . .	70
4.6. Parámetros de la tubería experimental . . . . .	81
4.7. Comparación de presiones caso 1 . . . . .	82
4.8. Comparación de caudales caso 1 . . . . .	82
4.9. Comparación de presiones caso 2 . . . . .	83
4.10. Comparación de caudales caso 2 . . . . .	83

---

4.11. Comparación de presiones, caso 3 . . . . .	85
4.12. Comparación de caudales, caso 3 . . . . .	85

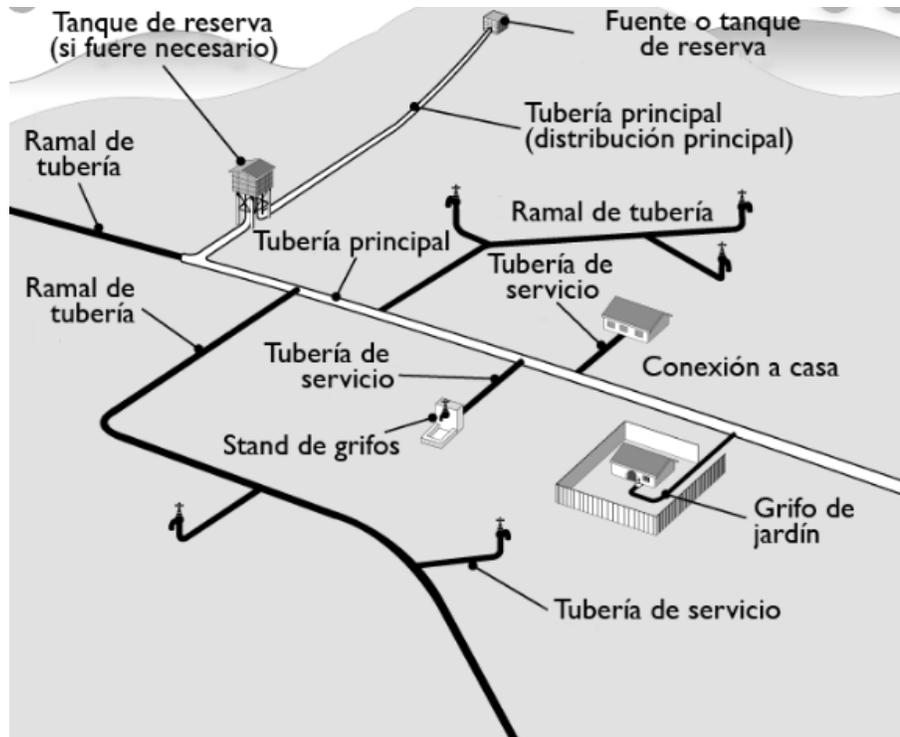


# Capítulo 1

## Introducción

La calidad de vida de una población se relaciona directamente con el acceso al agua potable, por eso es considerado un derecho fundamental de la vida humana para la supervivencia y la salud de la comunidad ([Bermúdez & Padilla 2020](#)); la ONU estima una cantidad entre 20 y 50 [l] de agua en un día para cada individuo, esto genera un compromiso con los encargados de la gestión de una red de distribución de agua (RDA). Una RDA es un conjunto de tuberías que trabajan a determinadas presiones para abastecer de agua potable a los usuarios ([Sankar et al. 2015](#)), un ejemplo de ella está en la Figura 1.1, donde se observa como el agua fluye desde la fuente o reserva a través de una tubería principal y se bifurca por tuberías secundarias conocidas como ramales, estas llevan el agua hasta las tuberías de servicio ubicadas en los domicilios de los usuarios. La complejidad de los sistemas hidrodinámicos, en ocasiones, repercute en el ineficiente manejo por parte de los operadores, esto se debe al desarrollo impredecible de una RDA, que se atiene a la planificación urbana, a la disponibilidad de recursos y al comportamiento no lineal de los elementos hidráulicos. Para el manejo adecuado de las RDAs actualmente se utilizan con mayor frecuencia a los modelos de simulación para justificar las soluciones propuestas o para anticipar aquellos comportamientos anómalos en las redes que el razonamiento no prevé.

El abastecimiento de la demanda de agua en México hace frente a diferentes problemáticas que abarcan desde la sobreexplotación de los mantos acuíferos, los problemas en la red de distribución del agua, la contaminación y la falta de un control sobre las concesiones, incluyendo la parte agrícola. Por esta razón en los últimos años se han desarrollado investigaciones para el me-



**Figura 1.1:** Esquema general de un sistema de abastecimiento de agua potable

joramiento del monitoreo y manejo de las redes hidráulicas (RDAs) esto mediante estimaciones de diversos parámetros que ayudan en la calibración de los modelos con alta resolución espacial y temporal (Santos-Ruiz, Bermúdez, López-Estrada, Puig & Torres 2018a, El-Ghandour & El-beltagi 2018). El conocimiento preciso de las demandas nodales que varían en distintos horarios, es un requisito previo para la predicción de la presión y la calidad del sistema de distribución. En consecuencia, conocer las demandas coadyuva a mejorar la operación del sistema de distribución por parte de los operadores de la red (Letting et al. 2017). Las presiones y los caudales en las redes de distribución varían acorde a las demandas nodales, las cuales por lo general no son medibles, por ello su estimación es un problema de vital importancia en la gestión de una RDA.

La estimación de las demandas se realiza a partir de los estados medidos y se ve como un problema inverso cuya solución depende de cuántas variables de estado son medibles. Ideal y tecnológicamente es posible colocar sensores para disponer de mediciones en toda la red hidráulica, sin embargo, los costos y la complejidad de estos sistemas hacen prohibitivo instrumentar un red hidráulica completa. En la literatura se ha abordado el problema de colocación de senso-

---

res al considerar las restricciones presupuestarias, la calidad de los datos medidos y el tiempo necesario para detectar eventos anormales [Antunes & Dolores \(2016\)](#), [Schal et al. \(2016\)](#). Por otro lado, se ha demostrado que el número de sensores se puede reducir mediante la agrupación de los nodos de demanda ([Jung et al. 2016](#)) según características de calidad del agua ([Qin & Boccelli 2017](#)). En [Ribeiro et al. \(2015\)](#), se utiliza una técnica de clasificación para seleccionar nodos con el fin de ubicar sensores de presión. Debido a las dificultades antes mencionadas, con respecto a la colocación de sensores y de la importancia de ello, la estimación simultánea de las demandas nodales junto con las presiones y los caudales no medidos, a partir de datos obtenidos de un número limitado de sensores, es un problema de investigación latente y abierto a la investigación.

Una forma de atacar este problema es mediante sensores virtuales como los observadores de estados o el Filtro de Kalman extendido (EKF). Estos permiten estimar los estados desconocidos con base a la medición de algunas entradas y salidas disponibles ([Torres, Verde & Rojas 2019](#)). Por ello, tanto las condiciones y métodos para la estimación de demandas son alternativas eficaces para la solución del problema, junto la estimación de las presiones y caudales desconocidos ([Zhao et al. 2017](#), [Verde et al. 2016](#)). Por ejemplo, en [Letting et al. \(2017\)](#), la demanda de agua en cada nodo se determina utilizando un algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO) para identificar el multiplicador de demanda correspondiente. En [Wang et al. \(2018\)](#) desarrollaron tres modelos de estimación en diferentes formas (lineal, exponencial e híbrido) en términos del uso histórico del agua y la estructura económica local. [Zhang et al. \(2018\)](#) propuso el algoritmo Davidon-Fletcher-Powell (DFP) para la estimación de demandas mediante la optimización unidimensional y el cálculo de la matriz de escala, que era más fácil que el cálculo matricial jacobiano. En [Pacchin et al. \(2019\)](#) se presenta una comparación de diferentes modelos de pronóstico de demanda de agua a corto plazo, basados en patrones, probabilidad y técnicas de ventana móvil, resaltando este último por su robustez y facilidad de configuración. Otros autores han propuesto metodologías basados en el filtro de Kalman extendido (EKF). Por ejemplo, [Delgado-Aguiñaga et al. \(2016\)](#) propone un enfoque para detectar y aislar fugas, basado en un modelo no lineal adaptativo y EKFs relacionados. En [Majidi Khalilabad et al. \(2018\)](#) al igual que [Santos-Ruiz, Bermúdez, López-Estrada, Puig, Torres & Delgado-Aguiñaga \(2018\)](#) utilizan el diseño de EKFs basado en el modelo hidráulico para estimar la cantidad de fugas y

su posición.

El EKF se distingue por sobre otros observadores debido a su funcionalidad para predecir el estado desconocido bajo ruido de medición o cuando el comportamiento dinámico preciso del sistema modelado es desconocida (Torres, Jiménez-Cabas, González, Molina & López-Estrada 2019). El modelado de un sistema en cada instante del tiempo es una de las características claves que distingue el método de este observador. La parte fundamental del EKF rige en un conjunto de ecuaciones matemáticas que conforman a un estimador del tipo predictor-corrector, con el mérito de que minimiza la covarianza del error estimado (Santos-Ruiz, Bermúdez, López-Estrada, Puig, Torres & Delgado-Aguiñaga 2018), esto da una gran ventaja frente a otros observadores, sobretodo por su relativa sencillez y robustez, ya que es capaz de trabajar eficientemente en multitud de situaciones.

En este trabajo se propone una técnica de estimación para las demandas de una RDA. Para ello se considera la red hidráulica piloto del laboratorio de hidroeinformática del ITTG; dicho sistema cumple con las condiciones necesarias para aplicar el algoritmo, además es ideal para estimar datos que varían a escalas muy pequeñas. La instrumentación del sistema permite validar los algoritmos de forma experimental. Adicionalmente, se demuestra que el algoritmo propuesto presenta condiciones de robustez a ruido de medición, con lo que se demuestra la aplicabilidad del mismo.

## 1.1. Hipótesis

Los observadores de entradas desconocidas serán capaces de estimar las demandas de caudal, aún sin tener la información de los sensores de presión y caudal en los tramos intermedios.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo general

Estimar las demandas de agua en una red hidráulica mediante el uso de observadores de entradas desconocidas.

### 1.2.2. Objetivos específicos

- Simular y modelar en EPANET y MATLAB una red hidráulica.
- Validar en estado estacionario el modelo dinámico.
- Establecer la condiciones de la observabilidad para estimar las presiones, caudales y demandas.
- Diseñar observadores de entradas desconocidas lineales para estimar los estados desconocidos (demandas)
- Validar los observadores de estado con la red piloto del ITTG.

## 1.3. Organización de la tesis

La tesis se conforma por 5 capítulos brevemente explicados en esta sección para su mejor entendimiento.

- El capítulo 2 contiene los fundamentos sobre redes hidráulicas necesarios para el desarrollo de la metodología propuesta, como el diseño óptimo de RDAs, análisis computacionales, teoría sobre demandas, además se explica lo necesario sobre la teoría y comportamiento de los filtros de Kalman para familiarizar a lector con la metodología para la solución de la problemática planteada.

- En el capítulo 3, se realiza el análisis de diversas técnicas de estimación de demanda y el desarrollo de propuestas para la base de la metodología final.
- En el capítulo 4 se plasma el desarrollo de la aportación principal; se describe a detalle el proceso de obtención del modelo matemático necesario para el algoritmo y las ecuaciones que obtienen de forma indirecta los siguientes estados.
- Los resultados obtenidos se encuentran en el capítulo 5, esto mediante tablas y gráficas que ayudan de forma visual al entendimiento de los resultados de forma resumida, al igual que se discuten dichos resultados y se realiza la comparación con propuestas similares.
- Por último en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de los resultados obtenidos y propuestas que sean realizables a futuro para la optimización de la metodología actual.

# Capítulo 2

## Fundamento de sistemas hidráulicos

En este apartado se exponen los conceptos fundamentales para el correcto desenvolvimiento del tema. Primeramente sobre la importancia del diseño óptimo y monitoreo de una red hidráulica, el segundo explica a detalle sobre los tipos de demandas de caudal, su importancia en el manejo de una RDA y de las técnicas de agrupamiento de nodos para el análisis computacional. Después se presentan las ecuaciones y conceptos para el modelado de RDA y por último, sobre el Filtro de Kalman extendido como observador de entradas desconocidas.

### 2.1. Red de distribución de agua (RDA)

Una red de distribución de agua se conforma por un conjunto de tuberías interconectadas, donde la sección transversal utilizada para extraer el fluido, y la conexión a otra tubería se denomina nodo. Además cuenta con componentes y configuraciones que llevan el agua proveniente de reservorios, hasta el domicilio de los usuarios o las empresas. Con la prioridad de proporcionar el servicio dentro de estándares de calidad de agua potable establecidos en cuanto a la continuidad, la calidad y la presión mínima permisible ([Saldarriaga 2007](#)). Dichos estándares se establecen en la Norma Oficial Mexicana NOM-127-SSA1-2015 vigente.

Además de acuerdo al funcionamiento, las RDAs se jerarquizan para obtener una distribución óptima del recurso hídrico ([Guillén-Campo & Leyva-de la Cruz 2015](#)). Se comienza por

una red primaria o tubería principal que determina la configuración de la red, mientras que la red secundaria (ramales en caso de ser una red abierta) distribuyen el agua por sectores específicos. Para realizar estas divisiones, se toman en cuenta distintas configuraciones que se explican a continuación.

### 2.1.1. Configuraciones básicas de redes.

Cuando se menciona sobre la configuración de una red, se hace referencia al patrón que se sigue en la forma de conectar las tuberías primarias y las secundarias, dependiendo del lugar donde se encuentra la red. Los tipos de redes más conocidos son las redes de configuración cerrada, abierta o combinada; para definir las posibles estructuras de la red conviene definir el concepto de circuito en redes hídricas. Donde un circuito es un conjunto de ductos entrelazados en forma de polígono, para que el agua que parta de un punto, regrese después de atravesar dicho circuito.

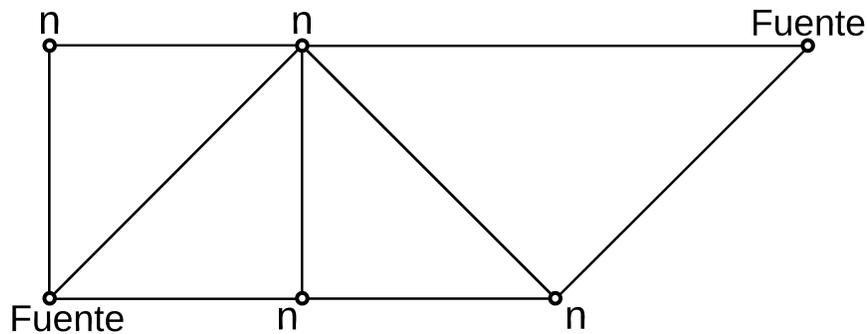
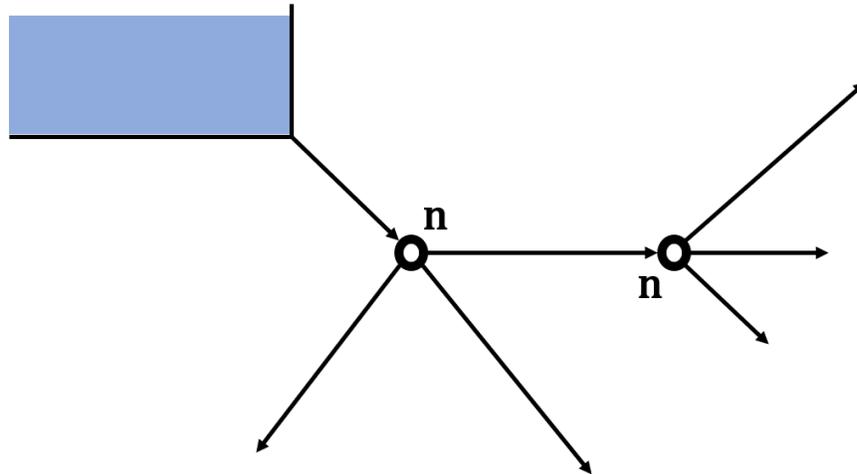


Figura 2.1: Red cerrada

Cuando la configuración de la red es cerrada como se aprecia en la Figura 2.1, el conjunto de tuberías forman por lo menos un circuito. Esta configuración es conveniente en el caso de fallas, como fugas o bloqueos, ya que de esta forma el flujo de agua toma trayectorias alternas para continuar con el abastecimiento de un sector de la población (Huarte Sanz 2016, Lee et al. 2016). No obstante, por la misma razón de la recirculación del agua, se multiplica la problemática de localización de fugas.



**Figura 2.2:** Red abierta

Por otro lado, una red abierta o ramificada se compone de tuberías que se ramifican sin formar circuitos, como se aprecia en la Figura 2.2, donde la tubería principal se bifurca a través de los nodos  $n$ . Este tipo de redes son aptas cuando la superficie presenta irregulares topográficas o poblaciones dispersas, lo que dificulta la construcción de circuitos. Esta configuración estructural también presenta desventajas debido a que en ella el agua no recircula, lo que repercute en estancamiento en los extremos no utilizados y con ello la proliferación de bacteria y contaminación del agua. Otra desventaja de este tipo de redes es que en caso de reparaciones o bloqueos, el recurso hídrico se verá interrumpido después del punto de reparación y cuando se realizan ampliaciones debido al aumento de la población, la presión en los extremos disminuye; sin embargo este tipo de configuración de redes es el más común en las poblaciones de México que se encuentra en muchas ciudades mexicanas y empresas o centros educativos como la red abierta diseñada en [Ayala Caicedo et al. \(2019\)](#). Por último se encuentran las redes combinadas, ya que en ocasiones es conveniente utilizar ramificaciones dentro de redes cerradas.

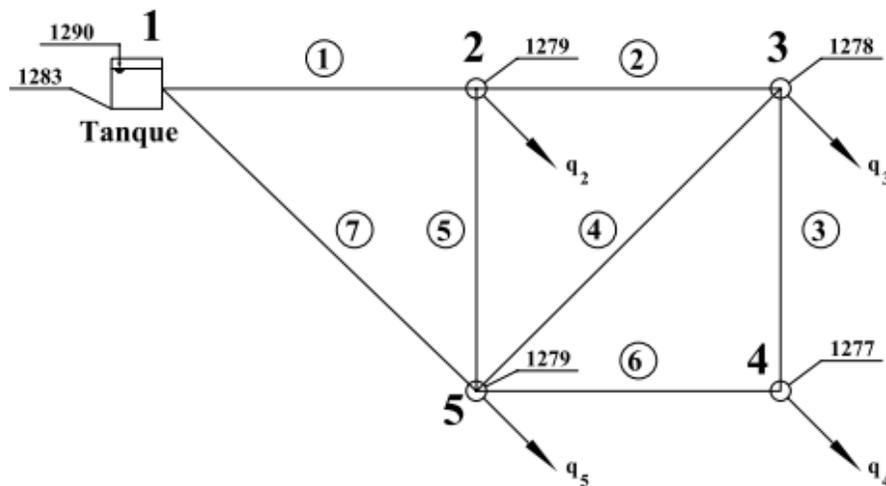
Es necesario hacer énfasis en que al seleccionar la configuración de una RDA, realmente se refiere a la red primaria, ya que esta es la que rige el funcionamiento de la misma. No obstante, en ocasiones las redes con tuberías secundarias forman circuitos, sin embargo la red se sigue considerando abierta. La red del laboratorio de Hidroinformática del ITTG cuenta con la posibilidad de configurarse de las formas antes mencionadas, por ello es ideal para realizar

validaciones experimentales.

### 2.1.2. Componentes de una RDA

Para la distribución eficiente del agua potable en una población, se debe contar con los siguientes componentes principales:

- Tuberías: Es un conducto formado por tubos conectados de cierta forma y longitud predefinida, cuya finalidad es transportar fluidos o gases a través de él.

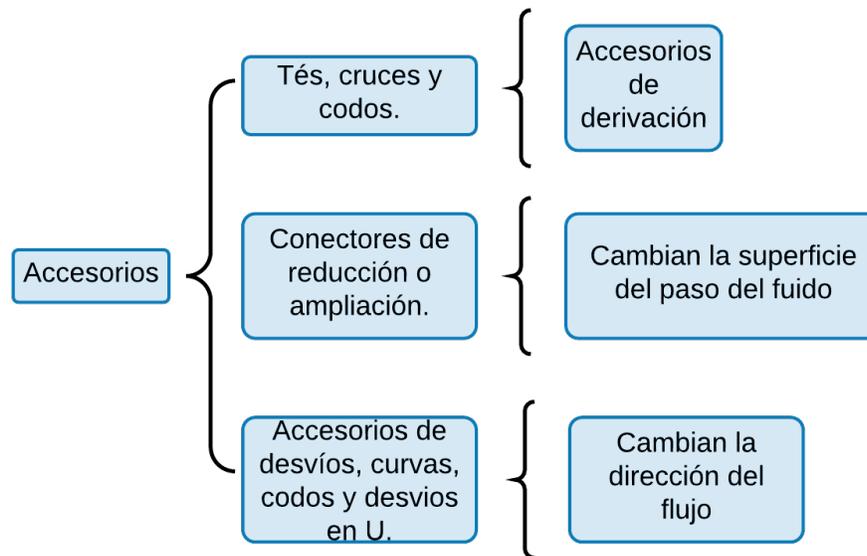


**Figura 2.3:** Diagrama uniones de tuberías mediante nodos

Como ya se ha mencionado una red de distribución está formada por un conjunto de tuberías y para unir las se utilizan accesorios o uniones que se definen como nodos; la configuración de una red se decide con base al área por cubrir y al diámetro de las tuberías (Torres López 2019). De este modo, se constituyen las tuberías de diámetro mayor para la red primaria y las tuberías con el diámetro menor, para la red secundaria; las últimas son las que cubren la mayoría de las demandas de caudal ya que se localizan en las calles.

- Piezas especiales: También conocidas como accesorios, ya que se emplean para conectar tramos de tuberías de diferentes formas, de acuerdo a las necesidades del diseño, ya sean

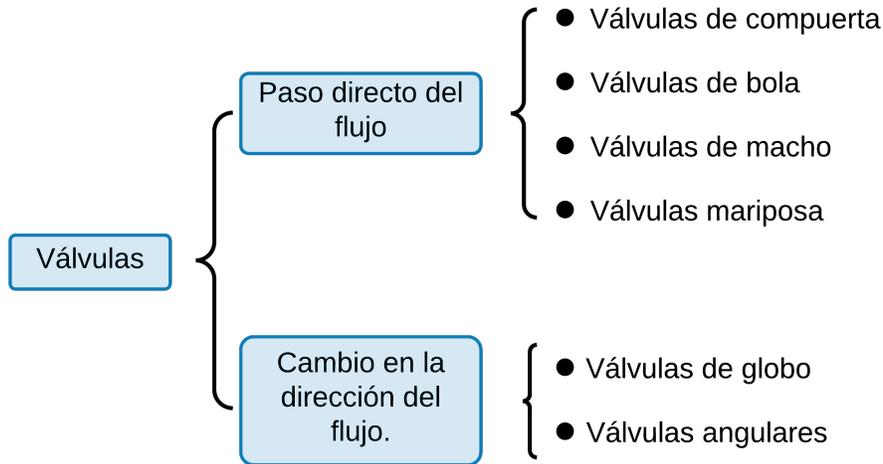
intersecciones, cambios de dirección, modificaciones de diámetro, y ramificaciones con tuberías de menor diámetro que requieren conectores.



**Figura 2.4:** Clasificación de accesorios hidráulicos

A los accesorios definidos en el punto anterior y plasmados en la Figura 2.4 se les denomina cruceros y se clasifican de acuerdo al uso en específico, que va desde curvas cerradas con ayuda de codos, hasta el control de caudales en RDAs mediante la implementación de válvulas.

- **Válvulas:** Se toma en cuenta como un accesorio, sin embargo es necesario definir las, ya que existen diversos tipos, con diferentes finalidades, que van desde disminuir el flujo o sectorizar la población de acuerdo al nivel de demanda calculado o para evitar sobrepresiones mediante el control de flujos.



**Figura 2.5:** Clasificación de válvulas

1) **Aislamiento o seccionamiento.** En ocasiones se presentan fallas en las tuberías, ocasionando pérdidas del recurso hídrico, para eso existen las válvulas que son capaces de aislar dichas fallas hasta su reparación, de desviando el flujo de agua por vías alternas, con la finalidad de garantizar el servicio (McDowell & Noske 2018).

2) **Control.** En este caso, se utilizan las válvulas como actuadores de un sistema de control, con el propósito de optimizar el manejo de la distribución del agua en la red, por lo general en este caso se recurre a electroválvulas por su accionamiento remoto (Nishimura 2016).

- Tomas domiciliarias: Una toma domiciliaria es la instalación de accesorios y ductos derivados de un ramal de la red hasta el domicilio final del usuario, para transportar la demanda de agua con la mayor integridad posible. Es la parte visible de una red que demuestra la eficiencia y calidad del sistema de distribución.

## 2.2. Diseño óptimo de redes de distribución de agua

El análisis y diseño de redes hidráulicas destinadas al abastecimiento de agua tiene como principio a las ecuaciones fundamentales de la hidrodinámica en tuberías a presión y existen diversos métodos para realizarse, ya sean físicos o computacionales.

La revisión hidráulica radica en establecer los caudales nominales de las tuberías junto con las cargas de presión nodales. Para realizar lo anterior es necesaria la información siguiente:

- Características físicas de las tuberías.
- Conexiones entre tuberías.
- Demandas de caudal.
- Elevaciones de los tanques reguladores.

Aunado a esto, se encuentra el diseño hidráulico, proceso encargado de la selección conveniente en cuanto a los diámetros de las tuberías principales y secundarias. Esto con el objetivo de garantizar la demanda de agua por parte de los usuarios en la población, a la par de conservar los estándares máximos y mínimos de presión. Donde la presión en cualquier punto de la red debe ser mayor a una mínima ( $H_{mn}$ ) para que el agua llegue a todos los domicilios y menor a una máxima ( $H_{mx}$ ) para prevenir fugas y disminuir el gasto en las fallas existentes.

### 2.2.1. Presiones disponibles

La presión ejercida en un nodo de la red se define como la diferencia entre la altura piezométrica en un punto y la altura del centro de la tubería. Por lo tanto es usual emplear las presiones con respecto al nivel de la calle y se les denomina presiones disponibles, datos útiles que se relacionan con la información en los nodos de la red.

### 2.2.2. Presiones admisibles

El estándar de presiones en una RDA es directamente proporcional a la necesidad del recurso y a las condiciones geodésicas del sitio de interés. Donde la necesidad del agua compromete a considerar una presión mínima, sin perder la continuidad de la demanda de agua en la población.

Es importante tomar en cuenta el párrafo anterior, ya que la existencia de sobrepresiones en una red repercute en tener que considerar tuberías y accesorios de mayor calidad, que sean

capaces de soportar estas situaciones, sin embargo con ello aumentan los costos y la probabilidad de fugas. Por esta razón es importante no exceder la presión recomendable en ningún punto de la red cuando el sistema se encuentre en el mínimo horario de demanda.

Al igual que es importante no sobrepasar el umbral máximo de presión, también se debe considerar monitorear la presión mínima de la red hidráulica para que nunca sea menor a la recomendada en todos los puntos del sistema cuando se encuentre en la hora de máxima demanda, con esto se garantiza un suministro mínimo ideal. Además de dichas condiciones, se plantea de forma similar al tomar en cuenta la topografía de un poblado, donde de acuerdo a los puntos más elevados, la presión disponible en las horas de máximo consumo no debe ser inferior a la presión mínima requerida; en cambio, en los puntos más bajos, esta presión no debe ser superior a la presión máxima recomendada.

### 2.2.3. Optimización por seccionamiento

Para el correcto manejo de un sistema de distribución de agua potable, de acuerdo a las normas establecidas, es conveniente realizar un seccionamiento de la RDA, la cual se realiza con base a diversos factores, entre ellos, las zonas de presión debido a la topografía, el tamaño de la colonia o el funcionamiento establecido en una localidad. Mediante este procedimiento es posible solucionar un problema muy común en las redes hidráulicas, donde al alcanzar la presión mínima recomendable, se generan picos de presión en otras partes de la red y de forma contraria, al obtener una presión ideal bajo el umbral máximo, se interrumpe el servicio en las zonas de menor presión.

Regularmente es posible que los seccionamientos por presión en un sistema se interconecten con la finalidad de abastecerse en forma usual cuando existe un solo suministro, o de forma extraordinaria cuando existen múltiples fuentes. Este entrelazamiento entre las diferentes secciones se realiza por medio de la gestión de válvulas o el uso de válvulas reductoras como [Quintiliani et al. \(2019\)](#) que establece un flujo bajo los estándares de calidad, mediante el manejo de válvulas; otra forma es por medio de descargas directas a tanques o por rebombeos a zonas con mayor altitud. Señalando nuevamente que los reglamentos establecidos de operación son un

factor esencial en la zonificación, esto debido a los límites políticos, a la gestión de la demanda y su distribución, además del correcto manejo y mantenimiento de la RDA.

### **2.3. Análisis de RDA por computadora**

Como se mencionó en la Sección 2.2., una red hidráulica se rige por las leyes de la hidrodinámica, donde la presión y el abastecimiento de agua adecuado son variables en el tiempo y en el espacio, ya que la demanda de un sector industrial difiere cuantiosamente de un sector residencial. Esta problemática es abordable por medio de procedimientos computacionales que facilitan la resolución de las ecuaciones que rigen al sistema, por ello el análisis computacional es una herramienta útil para prever los cambios necesarios cuando se dan casos de ampliaciones de la red por el crecimiento demográfico e industrial, esto con el objetivo de establecer anticipadamente las resoluciones precisas, garantizando que la demanda quede satisfecha. La obligación de garantizar el suministro adecuado a cada usuario dentro de las condiciones mínimas de presión y calidad, es un factor que impulsa al sector hidroeinformático al estudio y desarrollo de soluciones a cualquiera de las eventualidades que lleguen a sobrevenir.

Con la llegada de los modelos computacionales de los sistemas de distribución de agua, ahora es posible analizar componentes de red más complejos del sistema de distribución de agua, así como investigar problemas más complejos asociados con su diseño y operación. Algunas aplicaciones que se han incluido son los análisis de caudales transitorio, calidad del agua, calibración y diseño de modelo óptimo.

El análisis computacional de una RDA se realiza mediante el desarrollo de modelos matemáticos que sean capaces de simular el comportamiento dinámico de la red hídrica, a partir de ello se establecen las condiciones suficientes de diseño con respecto a los caudales y presiones disponibles. Este método presenta grandes ventajas, por su factibilidad, bajo costo y simplicidad, gracias al uso de equipo de cómputo con alta capacidad de procesamiento, característica esencial para la solución eficaz de cálculos complejos de forma inmediata, mediante métodos numéricos capaces de encontrar un mayor número de soluciones, de forma fácil y asequible, ya que se reduce la cantidad de sensores físicos, generando un diseño de red más económico y competente.

De igual forma, los costos de operación y mantenimiento se minimizan como resultado de una mejor gestión de la red. Además, La simplicidad en el análisis concede una concentración mayor del analista y del operador en el manejo de la RDA, esto genera un conocimiento superior sobre la misma y repercute en el desarrollo de técnicas innovadoras que garanticen el funcionamiento eficiente de la red, frente a los obstáculos que se presenten.

Para lo anterior, se requiere el análisis de la RDA bajo los siguientes preceptos:

1. Para el consumo máximo horario: Las presiones y caudales obtenidos en el cálculo hidráulico se comparan con las requeridas.
2. Para el consumo mínimo: Con esto se analiza si las presiones máximas no exceden de 50 m.c.a., después de asignar cero a todas las demandas simuladas.

El diseño se toma como eficiente si se cumple que en todos los nodos, las presiones sean superiores a la mínima recomendable o que sean menores al umbral máximo de presión establecida. En una red de distribución que opera con demandas variables durante el día, normalmente no es posible mantener en todos los tramos y en todos el tiempo un caudal mínimo, debido a las limitaciones físicas; Por otro lado, los avances matemáticos para el análisis computacional de las RDA han minimizado estas complicaciones mediante el uso de observadores EKF.

## 2.4. Demandas de caudal

Una de las variables de mayor interés en las redes hidráulicas son los gastos de demandas los cuales varían acorde al consumo de los usuarios. De acuerdo a la UNESCO, las demandas se definen como la cantidad de agua o volumen prevista para su distribución a los usuarios en periodos de tiempo determinados para usos específicos y a un precio dado. La demanda no debe confundirse con el consumo, el cual es la cantidad de agua que dispone una persona para sus necesidades diarias; por tanto la demanda es la suma de los consumos de una población o región.



**Figura 2.6:** Acceso vital al agua. Imagen diseñada por Barbara Castrejón, UNAM

Para garantizar la calidad en el suministro de agua a los usuarios, se prevé un caudal nominal calculado para satisfacer la demanda en un sector o región y con base a ello se diseña la estructura de un sistema determinado. Además es conveniente realizar la gestión de demandas de caudal, por ello es importante conocerlas o estimarlas, así se regulan los ciclos de consumo, se adapta la producción a los picos de mayor exigencia para garantizar la calidad del servicio.

Las demandas de caudal son esenciales para el correcto manejo de una RDA, estas se determinan en los siguientes tipos de demanda:

- Por tipo de usuario
- Cobertura del sistema
- Fugas
- Demandas puntuales o industriales
- Oferta-demanda

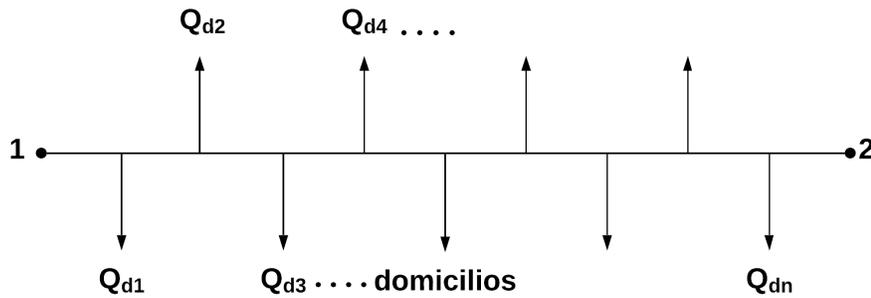
Normalmente las estimaciones de demandas de caudal se realizan tomando en cuenta a los diferentes usuarios existentes (industrial, doméstico y comercial), al mismo tiempo se divide por sectores socioeconómicos a los usuarios domésticos.

### 2.4.1. Distribución de demandas en la red

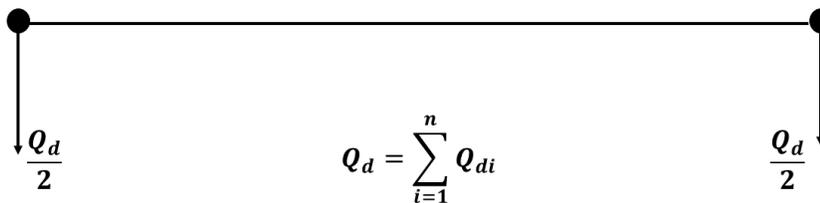
En una RDA convencional, se realizan los cálculos correspondientes para ofrecer la demanda de caudal deseado por parte del usuario, cuando se trata de varias salidas de alimentación, la suma de las demandas debe ser igual al caudal máximo horario.

Con la finalidad de simplificar el cálculo hidráulico, se agrupan las demandas por nodo, para dicha agrupación de nodos existen los siguientes métodos:

- Agrupación por lote o toma: Es cuando el caudal de demanda suministrado en un tramo se suma a los demás caudales atendidos que se encuentren en el mismo espacio. La agrupación de este tipo se realiza al concentrar en partes equidistantes los nodos resultantes, como se muestra en la Figura 2.7 (a) y (b).



(a) Distribución real



(b) Idealización de las demandas en un tramo

**Figura 2.7:** Agrupación de demandas por lote o toma

- Agrupación por unidad de área: Cuando la única información disponible es el área que se planea atender, sin tener la información de los lotes correspondientes, la demanda total se divide entre la superficie neta. Por otro lado, la demanda unitaria resultante se multiplica por la sección que sirve a cada nodo, como se muestra en la Figura 2.8

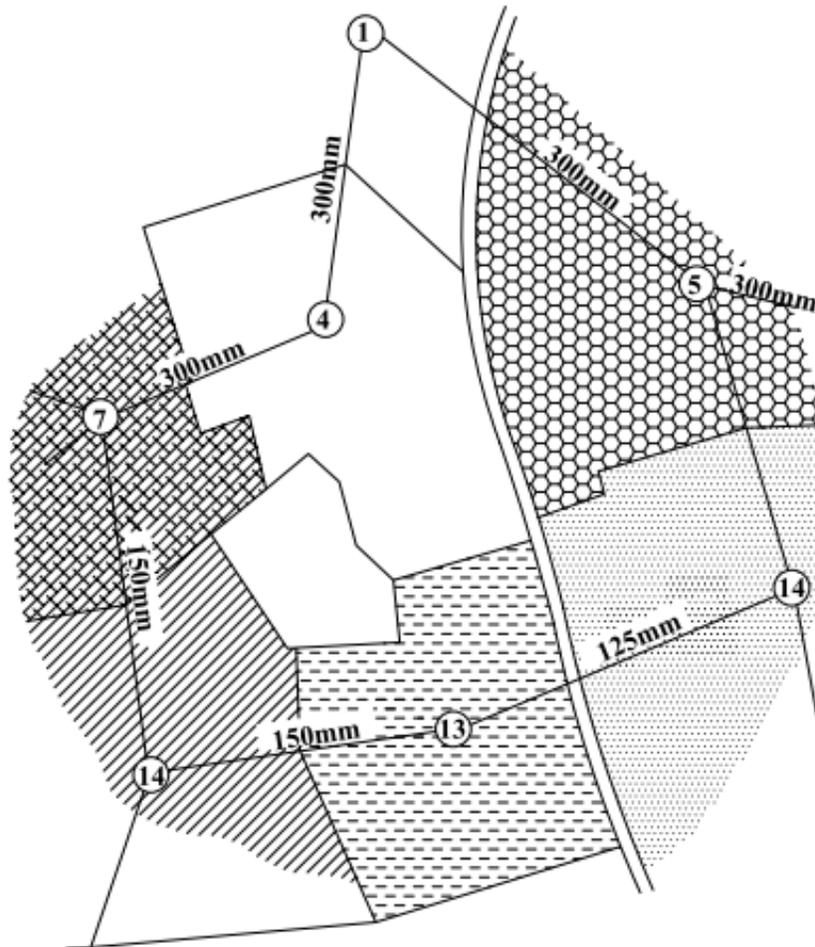
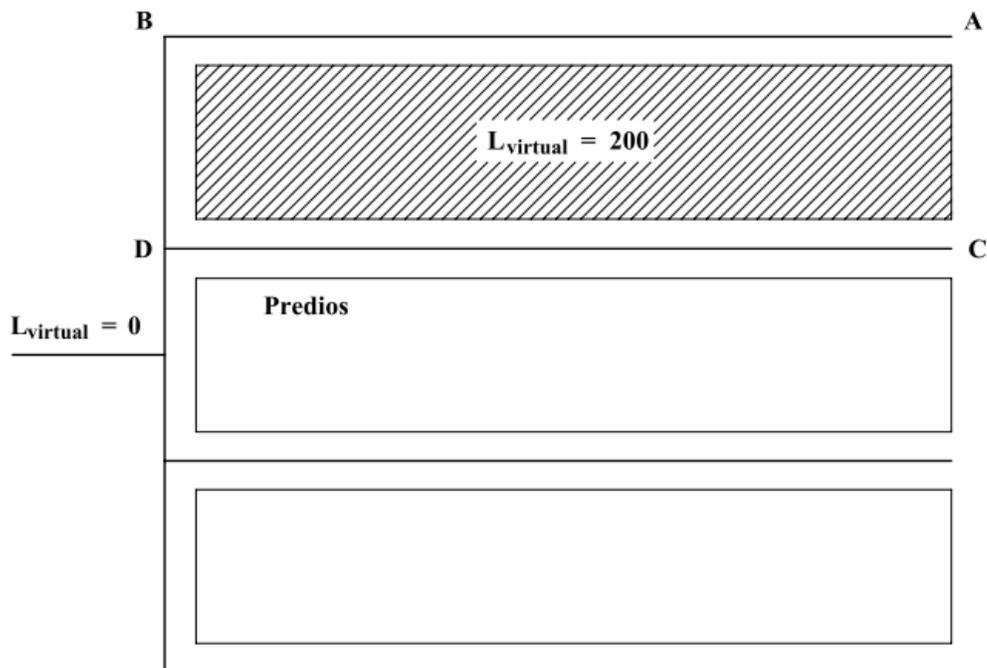


Figura 2.8: Distribución de la demanda por áreas

- Agrupación por unidad de longitud: Para este caso, se plantea una situación donde no se conoce a ciencia cierta las superficies que corresponden a cada tramo, por lo tanto, se divide la demanda de caudal total de la red entre la sumatoria de longitudes de todos los tramos. El caudal de demanda unitario resultante se multiplica por la longitud de cada tramo, por ejemplo en la Figura 2.9 se muestran los tramos A-B y C-D, suponiendo que el segundo tramo sea el que abastece a más predios, su longitud virtual será el doble que

la del tramo A-B que no colinda con más predios a su alrededor.



**Figura 2.9:** Demanda por unidad de longitud.

### 2.4.2. Gestión y proyección de las demandas

La gestión de una red hidráulica es realizable mediante distintos enfoques, anteriormente se ha visto su manejo con base a las presiones; ahora se plantea la gestión de la misma con base a las demandas de caudal. Este enfoque se encarga de pronosticar y ajustar los ciclos de consumo, adaptando la producción a los picos de mayor exigencia, para asegurar que el servicio se siga prestando de acuerdo a los tiempos y niveles de calidad acordados con el cliente. Una gran ventaja de este enfoque es que al garantizar las demandas de caudal necesarias bajo los estándares de calidad, los usuarios quedan satisfechos y generan una demanda mayor del servicio, que a su vez, repercute en la mejora del sistema y en el aumento del costo por el servicio, dando paso a un ciclo de consumo-producción, donde el consumo es un estímulo positivo para la producción y viceversa.

Para efectos del diseño, es imprescindible tener un pronóstico de la demanda. La cual se calcula con base a los consumos de las secciones de la red, diferenciando entre los sectores industriales de los sectores domésticos y de los comerciales, además del crecimiento demográfico y socioeconómico. Para la estimación futura de la demanda es importante tomar en cuenta lo siguiente:

- El pronóstico de la demanda doméstica total se realiza mediante el producto de los pronósticos de cada sección, por sus correspondientes consumos per cápita para cada año.
- De acuerdo a la CONAPO es permisible relacionar el crecimiento poblacional con respecto al número de tomas domiciliarias, sin importar que sea una ciudad o una zona rural.
- Para el pronóstico de la demanda en sectores industriales o comerciales, se analizan los antecedentes de crecimiento en cuanto al número de tomas hídricas de un determinado número de años por cada tipo de usuario, después se compara con el crecimiento demográfico, esto debido a la correlación existente entre ambos.

Un ejemplo de la importancia sobre la gestión y proyecciones de demandas de caudal se aprecia en esta contingencia a causa del brote de COVID-19, ya que la demanda de agua se ha incrementado entre un 20 y un 50%, esto debido al constante lavado de manos y utensilios, además de la cantidad de agua desplazada a los 962 hospitales prioritarios que están identificados en el país.

### 2.4.3. Longitud computacional

La metodología para el cálculo de longitudes equivalentes es famosa en el sector de hidrofórmica, ya que es una herramienta útil para evaluar las pérdidas por accesorios en condiciones de tuberías a presión. Al sumar las longitudes equivalentes a la longitud real del tubo, se obtiene una nueva longitud que permite evaluar las pérdidas totales. Existen tablas que ayudan a la obtención de dichas longitudes, ya que brindan la información necesaria para obtener la longitud equivalente en función del tipo de accesorio y el diámetro del tubo, con la desventaja de que no toman en cuenta la rugosidad de la tubería.

Mediante el análisis dimensional se demuestra que la pérdida secundaria  $h_f$  originada por un accesorio se describe como:

$$h_f' = K \frac{U^2}{2g}, \quad (2.1)$$

donde  $\frac{U^2}{2g}$  es la energía cinética o presión dinámica resultante del transporte del hidrante, donde  $U$  es el promedio de la velocidad y  $K$  es un coeficiente adimensional que está en función de la forma geométrica del accesorio y del número de Reynolds:

$$K = f(\text{forma}, R_e), \quad (2.2)$$

donde

$$R_e = \frac{Ud}{\nu}, \quad (2.3)$$

siendo  $d$  el diámetro del ducto y  $\nu$  la viscosidad cinemática del hidrante; se debe tener en cuenta que existen factores que a veces influyen sobre  $K$ , por ejemplo, el comportamiento del flujo aguas arriba del accesorio.

La longitud equivalente de un accesorio se define como la longitud de un tramo imaginario de tubo con características geométricas e hidráulicas similares al ducto donde el accesorio está ubicado y que provoca una pérdida primaria igual a la secundaria del sensor.

De acuerdo a la ecuación de Darcy-Weissbach, la pérdida primaria en dicho tubo imaginarios será:

$$h_f = f \frac{L_e}{d} \frac{U^2}{2g}, \quad (2.4)$$

donde  $L_e$  es la longitud equivalente y  $f$  es el factor de fricción. Siendo  $h_f$  igual al  $h_f'$  de la

Ecuación (2.1), por lo tanto se deduce fácilmente que:

$$L_e = \frac{Kd}{f}, \quad (2.5)$$

Sin embargo, en el análisis computacional es muy usual recurrir a la ecuación de Hazen-Williams, adecuada para el cálculo de conducciones de agua en tuberías de 2" en adelante; su expresión para la pérdida primaria es la siguiente:

$$h_f = \frac{10.68}{C_H^{1.85}} \frac{Q^{1.85}}{d^{4.85}} L, \quad (2.6)$$

donde  $C_H$  es el coeficiente de Hazen-William, el cual está en función del material de la tubería y se considera como un coeficiente de descarga, ya que es proporcional al caudal conducido. El siguiente paso es igualar esta ecuación con la Ecuación (2.1), donde se aplica el concepto de longitud equivalente; para ello es conveniente remplazar en ésta la velocidad en función del caudal, lo que resulta en:

$$K \frac{8}{\pi^2 g} \frac{Q^2}{d^4} = \frac{10.68}{C_H^{1.85}} \frac{Q^{1.85}}{d^{4.85}} L_e, \quad (2.7)$$

después, se reemplaza  $g = m/s^2$  y se despeja  $L_e$ , esto da como resultado lo siguiente:

$$L_e = 0.00774 K C_H^{1.85} d^{4.85} Q^{0.15}. \quad (2.8)$$

La ecuación anterior ya es útil para calcular longitudes equivalentes cuando se conozca el caudal nominal, para esto se toma en cuenta a  $L_e$  y  $d$  en  $[m]$ , mientras que el caudal  $Q$  en  $[m^3/s]$ . No obstante, si el caudal se desconoce, si se toma en cuenta una velocidad de 2  $[m/s]$ , se reemplaza en la Ecuación (2.8) el caudal  $Q$ , es decir:

$$si \quad Q = \frac{2\pi d^2}{4} \longrightarrow \frac{K C_H^{1.85} d^{1.15}}{120}, \quad (2.9)$$

esta ecuación tiene sus restricciones para los puntos de operación en las RDAs, debido a que

las presiones y caudales varían de los valores propuestos y es necesaria un ajuste numérico, sin embargo, el arriesgarse a utilizar ecuaciones con un espacio de error considerable, conlleva a modelados dinámicos que difieren de los valores reales.

Por otro lado, existen ocasiones en un sistema hidrodinámico, donde la longitud equivalente calculada mediante fórmulas computacionales, no dan un conocimiento preciso, esto debido a los ruidos de medición o incertidumbres que existan, además de que las ecuaciones solo toman en cuenta los resultados para cierto nivel de caudal. Por esta razón, se plantea una última perspectiva, de forma indirecta, que combina la parte experimental junto a métodos numéricos que calculan la longitud computacional total de la tubería.

Este método computacional fue desarrollado por Santos-Ruiz, Bermúdez, López-Estrada, Puig & Torres (2018b), para resolver la problemática de estimación de los valores de rugosidad y longitud de tubería que mejor satisfacen a la ecuación para el cálculo del factor de fricción  $f$  diseñada por Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}} \right), \quad (2.10)$$

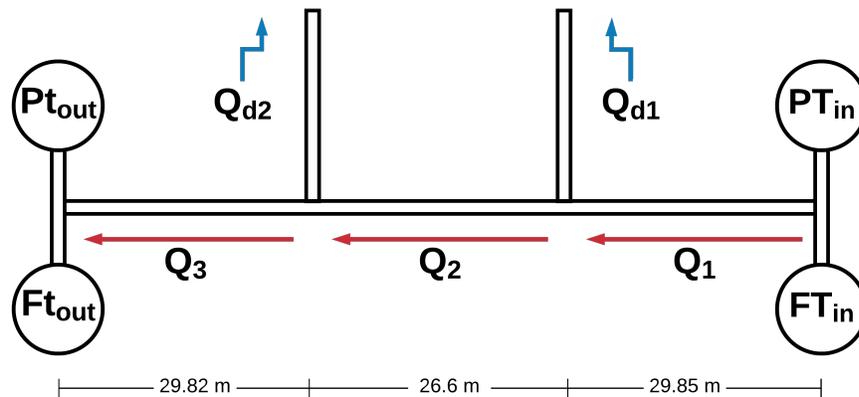
donde

$$f = \frac{(H_{in} - H_{out})g\pi^2 d^5}{8LQ^2}, \quad (2.11)$$

Para la solución de estas ecuaciones es necesaria la implementación de métodos numéricos, que faciliten la resolución de la dependencia implícita no lineal del número de Reynolds ( $Re$ ),  $L$  y de  $\varepsilon$ .

Para esto, es necesario generar un banco de mediciones de caudal y de pérdida de carga, obtenidos a diferentes puntos de operación de la bomba, controlada por un variador de frecuencia. Ya que la solución se realiza mediante un intervalo cerrado, como los métodos de interpolación lineal y mínimos cuadrados encargados de optimizar la ecuación no lineal del factor de fricción.

### Ejemplo



**Figura 2.10:** Diagrama con longitud medida de manera física.

Considere una tubería como se muestra en la Figura 2.10, donde las longitudes físicas de la tubería se definen por tres tramos que conectan dos ramales. La longitud computacional se calcula mediante el número de accesorios que corresponden a cada tramo y ésta se suma a la longitud real de la sección correspondiente. Esta consideración es necesaria puesto que cada accesorio genera pérdidas de presión que en caso de no considerarse afectan el desempeño del modelo hidrodinámico.

El banco de datos necesarios para la estimación de las longitudes se encuentran en la Tabla 2.1, como se observa, se realizaron las mediciones de las variables principales, con respecto a cinco puntos de operación.

**Tabla 2.1:** Banco de datos para calcular L

Frecuencia [Hz]	$H_{in}$ [mca]	$H_{out}$ [mca]	$Q$ [ $m^3/s$ ]
35	4.4380	1.7267	0.0019
40	5.5762	1.9392	0.0022
45	6.8082	2.1678	0.0025
50	8.1544	2.4181	0.0029
55	9.5986	2.6958	0.0032

Es necesario señalar que no se realizó de forma directa para el cálculo de cada tramo, debido a que los sensores no se encuentran al término de cada sección, por consiguiente, se generaban

longitudes erróneas, razón suficiente para implementar el algoritmo con las mediciones de los sensores  $P_t$  y  $F_t$ , esto se encuentran tanto a la entrada como a la salida del sistema.

El resultado obtenido mediante el algoritmo, disponible en el software MATLAB es el siguiente:

$$L_T = 126.2766, \quad (2.12)$$

donde  $L_T$  es la longitud total en metros. Para la longitud equivalente  $L_e$  se midió de forma física el circuito de tuberías, para obtener la diferencia entre la longitud total  $L_T$  y la longitud física  $L_f$

$$L_e = L_T - L_f = 126.2766 \text{ m} - 84.58 \text{ m} = 41.6966 \text{ m}, \quad (2.13)$$

el resultado se dividió entre los 18 codos que se encuentran en el primer nivel, con el objetivo de obtener la longitud equivalente de cada accesorio  $L_{accesorio}$ .

$$L_{accesorio} = \frac{41.6966 \text{ m}}{18} = 2.3 \text{ m}, \quad (2.14)$$

es decir, la longitud equivalente de cada codo es de 2.3 [m]. Por último, se añadió el valor de 6 codos que se encuentran en cada sección, al valor de la longitud física de cada sección, datos disponibles en la Figura 2.10

$$L_{T \text{ sección } 1} = 29.8 + 2.3(6) = 43.3 \text{ m}, \quad (2.15)$$

$$L_{T \text{ sección } 2} = 26.6 + 2.3(6) = 40.4 \text{ m}, \quad (2.16)$$

$$L_{T \text{ sección } 3} = 29.8 + 2.3(6) = 43.3 \text{ m}. \quad (2.17)$$

Ahora, estas son las nuevas longitudes que toman lugar en el diagrama de tubería (Fig. 2.11) y son las  $\Delta z_i$  tomadas para el modelo del sistema y para el modelo del observador.

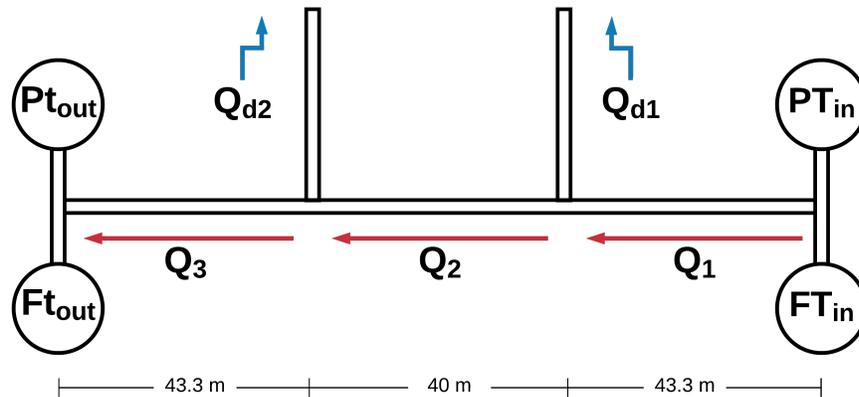


Figura 2.11: Diagrama con longitud equivalente obtenida

## 2.5. Filtro de Kalman

El filtro de Kalman fue propuesto en el año 1960 para resolver la problemática de señales ruidosas en los sistemas mediante el filtrado de ellas. Donde un conjunto de ecuaciones matemáticas brindan un cálculo computacional eficiente, apto para la estimación de los estados pasados, presentes e incluso futuros, gracias al cálculo del promedio del error al cuadrado y a la adición de matrices de covarianza de error.

Donde la covarianza se define como la media ponderada del producto de dos variables aleatorias. A partir de esto, se dice que en la covarianza entre vectores (i.e.  $cov(X,Y)$ ) existe una relación positiva cuando a valores grandes de  $X$ ,  $Y$  incrementa proporcionalmente, al igual que si  $X$  disminuye, por consiguiente  $Y$  también lo hace. Por otro lado se dice que la relación es negativa cuando el comportamiento de los vectores de datos  $X$  disminuyen y causa un aumento en el vector  $Y$  o de la forma contraria,  $X$  aumenta cuando  $Y$  disminuye. Con esto se concluye que el signo en la covarianza es una herramienta útil para conocer la relación entre dos variables que rigen al sistema, con la única limitante de que ambos vectores de datos sean de la misma dimensión. Debido a lo anterior, el filtro de Kalman y el filtro de Kalman Extendido, permiten su aplicación aún en caso de no conocer las condiciones precisas del sistema modelado.

### Proceso de estimación

Dicho filtro, plantea la problemática de la estimación del estado  $x \in \mathfrak{R}^n$  en un sistema de lineal en tiempo discreto, con base a la ecuación de diferencia estocástica:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1}, \quad (2.18)$$

con la medición  $z \in \mathfrak{R}^m$ , es decir

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad (2.19)$$

donde  $w_k$  representa el ruido de proceso y  $v_k$  el ruido de medición. Esto, bajo a suposición de que son ruidos blancos independientes y de carácter gaussiano, es decir

$$p(w) \sim N(0, Q) \quad (2.20)$$

$$p(v) \sim N(0, R) \quad (2.21)$$

En la práctica, las matrices de covarianza de ruido de proceso y de ruido de medición son capaces, en ocasiones, de cambiar en cada iteración, sin embargo, se suponen constantes en la mayoría de las veces. La matriz  $A$  con dimensión  $n \times n$  en la Ecuación de diferencia (2.18) que relaciona el estado en el paso de tiempo anterior  $k - 1$ , con respecto al estado actual  $k$ , en ausencia de ruido de medición, además se asume que no cambia con cada iteración de tiempo. Por otro lado  $B$  es una matriz  $n \times l$  que relaciona las entradas opcionales de control  $u \in \mathfrak{R}^l$  con el estado  $x$ . La matriz  $H$  de  $m \times n$ , ubicada en la Ecuación de medición (2.19) relaciona el estado con la medición  $z_k$  y al igual que las demás matrices, se considera constante en cada iteración del tiempo.

### Los orígenes computacionales del filtro

Si se define  $\hat{x}_k^- \in \mathfrak{R}^n$  como la estimación del estado *a priori* en el paso  $k$  gracias al conocimiento previo del proceso al paso  $k$ , así como  $\hat{x}_k \in \mathfrak{R}^n$  sea la estimación del estado *a posteriori* en el paso  $k$  dada la medición  $z_k$ . Por lo tanto es posible definir la estimación del error *a priori*

y *a posteriori* como:

$$e_k^- = x_k - \hat{x}_k^-, \quad (2.22)$$

y

$$e_k = x_k - \hat{x}_k, \quad (2.23)$$

por lo tanto, la covarianza de error de estimación *apriori* es

$$P_k^- = E [e_k^- e_k^{-T}], \quad (2.24)$$

y la covarianza de error de estimación *a posteriori* es

$$P_k = E [e_k e_k^T]. \quad (2.25)$$

Después se realiza la derivada de las ecuaciones (2.24) y (2.25) para el filtro de Kalman, con la finalidad de encontrar una ecuación que calcule una estimación del estado *a posteriori* como una combinación lineal de una estimación *a priori* y una diferencia ponderada entre una medición real y una predicción de medición, es decir

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K (z_k - H\hat{x}_k^-), \quad (2.26)$$

donde  $(z_k - H\hat{x}_k^-)$  genera un residuo que refleja la divergencia entre la medición *a priori* y la medición *a posteriori*, es decir, entre mayor sea el residuo, mayor la discrepancia y cuando el residuo tienda a cero será sinónimo de concordancia entre ambas mediciones.

La matriz  $K$  de  $n \times m$  que aparece en (2.26) se elige como el *factor de ganancia* o *combinación* que se encarga de minimizar el error de covarianza *a posteriori* expuesto en (2.24). Esto es posible mediante una primer sustitución de (2.26) en la Ecuación (2.22) que describe a  $e_k$  y posteriormente sustituyendo lo obtenido en la Ecuación (2.25), y tomando la derivada de la traza con respecto a  $K$ , donde dicho establecimiento es igual a cero y con ello se llega a una solución de

la matriz de *factor de ganancia*, dada por

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + R)^{-1} = \frac{P_k^- H^T}{H P_k^- H^T + R}. \quad (2.27)$$

De la Ecuación anterior, es posible observar que a medida que la matriz de covarianza  $P_k$  tiende a cero, la ganancia  $K$  obtiene un residuo con "mayor peso", es decir

$$\lim_{P_k \rightarrow 0} K_k = H^{-1}. \quad (2.28)$$

Por otro lado, conforme la covarianza del error de estimación  $P_k^-$  tiende a cero, la ganancia  $K$  obtiene un residual con "menor peso", descrito a continuación

$$\lim_{P_k^- \rightarrow 0} K_k = 0. \quad (2.29)$$

### Los orígenes probabilísticos del filtro de Kalman

Retomando la Ecuación (2.26), es necesario señalar que la obtención de la misma, es con base a la inferencia Bayesiana de las mediciones ( $z_k$ ) previas. Por ahora, basta con establecer que el filtro de Kalman mantiene los dos momentos de distribución de estados.

$$E[x_k] = \hat{x}_k, \quad (2.30)$$

$$E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = P_k. \quad (2.31)$$

La estimación del estado *a posteriori* (2.26), tal como se mencionó con anterioridad, refleja el promedio de la distribución de estados, que sucede cuando se cumplen (2.20) y (2.21). La covarianza del error de estimación *a posteriori* plasmada en la Ecuación (2.25) refleja la varianza de la distribución de estado, en otras palabras,

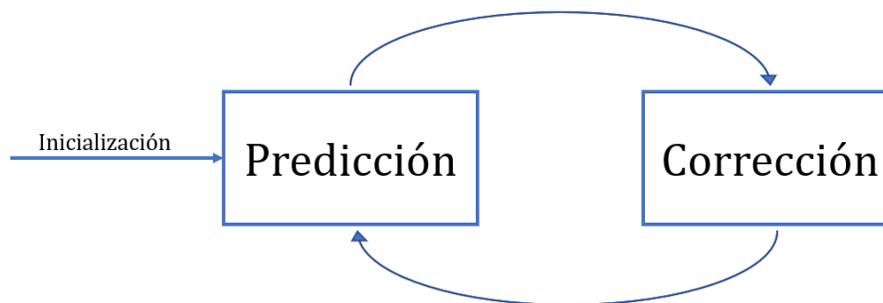
$$p(x_k | z_k) N(E[x_k], E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]) = N(\hat{x}_k, P_k). \quad (2.32)$$

### El algoritmo de filtro discreto de Kalman

Después de explicar los fundamentos de las Ecuaciones que rigen a dicho algoritmo mediante la probabilidad, se ofrece una representación general del modo de operación de esta metodología, dividiendo las ecuaciones obtenidas según el proceso que lleven a cabo.

El tipo de estimación que realiza el filtro de Kalman tiene el patrón de comportamiento de un control retroalimentado, ya que estima el estado del proceso en un tiempo determinado y después obtiene nuevas mediciones por medio de la retroalimentación con ruido añadido; por eso se dice que el grupo de ecuaciones que rigen al algoritmo, se dividen en dos etapas, las ecuaciones de actualización del tiempo y las ecuaciones de actualización de las mediciones.

La primer etapa contiene a las ecuaciones que son las responsables de proyectar el estado actual a un paso adelante en el tiempo, junto con las matrices de estimación del error y de covarianza del error. Después sigue la segunda etapa, que consta del grupo de ecuaciones encargadas de la actualización con base a las mediciones, con la finalidad de de corregir y mejorar los resultados obtenidos en la primer etapa, esto mediante una matriz de ganancia  $K$ , por ello se le da la característica de retroalimentación similar a un sistema de control. Es debido a las características anteriores que se planteó el algoritmo como un proceso de *predicción – corrección*, tal como se muestra en la Figura 2.12, para la resolución de problemáticas con estas características.



**Figura 2.12:** La recursión del ciclo del filtro discreto de Kalman

Donde las ecuaciones que conforman a la etapa de predicción, es decir, las encargadas de proyectar las estimaciones de estado y covarianza hacia adelante en el tiempo, desde el paso  $k - 1$  hasta  $k$ , se encuentran en la Tabla 2.2 plasmada a continuación.

Como se observa, las matrices  $A$  y  $B$  son las matrices que rigen al modelo en espacio de

**Tabla 2.2:** filtro de Klamán discreto, Ecuaciones de actualización en el tiempo

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1} \quad (2.33)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (2.34)$$

estados de la Ecuación (2.18), mientras que  $Q$  es la matriz de ruido del proceso plasmada en la Ecuación (2.20).

Después de la etapa de predicción, corresponde la etapa de corrección o de actualización de mediciones, cuyas ecuaciones se encuentran plasmadas en la Tabla 2.3.

**Tabla 2.3:** Ecuaciones de actualización de medición

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (2.35)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (2.36)$$

$$P_k = (I - K_k H)P_k^- \quad (2.37)$$

En esta etapa, la primer ecuación se encarga de calcular la ganancia de Kalman ( $K$ ) añadiendo el ruido de medición ( $R$ ), la siguiente ecuación se encarga de la medición del proceso, con el objetivo de obtener  $z_k$ , medio por el cual se obtiene un estimado del estado *a posteriori* y como último paso de esta etapa es la obtención de la matriz de covarianza  $P_k$ , estimada *a posteriori*.

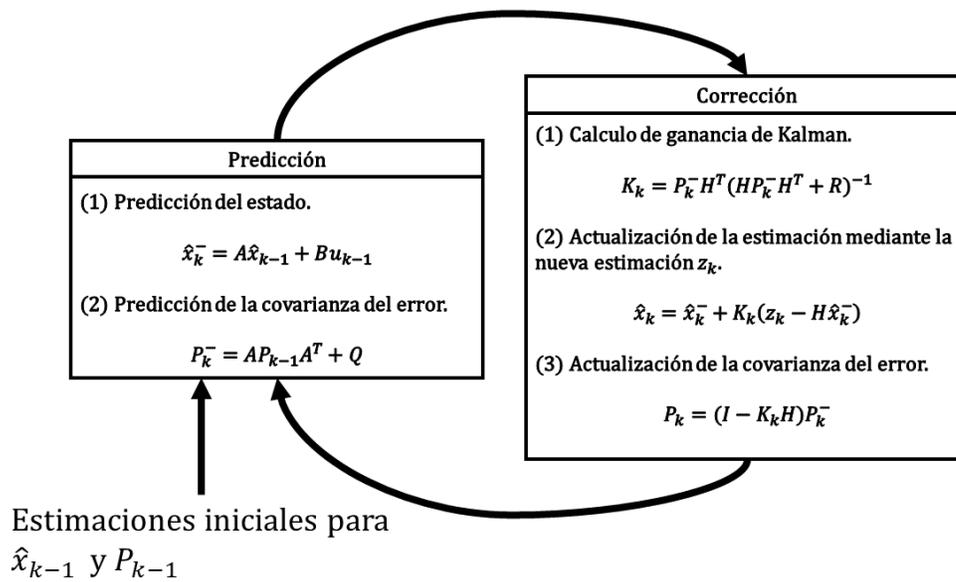


Figura 2.13: Representación del algoritmo de un Filtro de Kalman

Al término de la segunda etapa, comienza de forma inmediata con la primera de forma cíclica, así que, al término de cada par de actualizaciones y mediciones, el resultado estimado *a posteriori* se convierte en la nueva condición de estado necesaria para predecir el nuevo estado *a priori*. En la Figura 2.13 se representan las dos etapas del algoritmo y su recursión en cada instante del tiempo (Evensen 2003, Karmiani et al. 2019).

## 2.6. Filtro de Kalman extendido

Actualmente existen diversas aplicaciones y adaptaciones del filtro de Kalman original. Esto se debe a que ha demostrado gran eficacia en aplicaciones que dependen de la estimación próxima, como la visión artificial, los sistemas de navegación, y el procesamiento de señales, por mencionar algunos (Niu & Hu 2016, Zhang et al. 2019). Cuando el análisis y estimación a realizar son sobre sistemas no-lineales, se necesita implementar un enfoque similar.

El filtro de Kalman Extendido (EKF) es un algoritmo que estima el estado de un sistema a partir de los datos medidos. Esta técnica funciona igual que el filtro de Kalman, excepto que el extendido debe linealizar las ecuaciones de estado alrededor de la estimación del estado más

reciente para cada paso de tiempo. A diferencia del KF que está diseñado solo para sistemas lineales en tiempo discreto, el EKF se aplica a sistemas no lineales. Por esta razón, se adapta la Ecuación (2.18) a una nueva forma de diferencia estocástica no-lineal

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}, w_{k-1}), \quad (2.38)$$

con la medición  $z \in \mathfrak{R}^m$ , que es

$$z_k = h(x_k, v_k), \quad (2.39)$$

donde las variables aleatorias  $w_k$  y  $v_k$ , nuevamente representan el ruido de proceso y el ruido de medición, respectivamente, con la diferencia de que la función no lineal en (2.38) relaciona el estado en el tiempo anterior  $k - 1$  con el estado actual en el paso de tiempo  $k$ , incluyendo la función de entrada  $u_{k-1}$  y el ruido gaussiano como ruido de proceso.

No obstante, en el caso de no contar con la información precisa sobre las matrices de ruido, es posible aproximar el estado y el vector de estados, prescindiendo de ellos, tal que

$$\tilde{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \quad (2.40)$$

y

$$\tilde{z}_k = h(\tilde{x}_k, 0), \quad (2.41)$$

donde existe una estimación *a posteriori*  $x_k$ .

### Origen computacional del EKF

Para estimar un proceso con diferencias no lineales y relaciones de medición, se comienza por escribir nuevas ecuaciones de gobierno que linealicen una estimación sobre las ecuaciones (2.40) y (2.41).

$$x_k \approx \tilde{x}_k + A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1} + W w_{k-1}), \quad (2.42)$$

$$z_k \approx \tilde{z}_k + H(x_k - \tilde{x}_k) + Vv_k. \quad (2.43)$$

donde

- $x_k$  es el estado actual y  $z_k$  es el vector de mediciones.
- $\tilde{x}_k$  y  $\tilde{z}_k$  son el estado aproximado y el vector de mediciones, respectivamente
- $x_k$  es una estimación *a posteriori* del estado en el paso  $k$
- $A$  es la matriz Jacobiana de las derivadas parciales de  $f$  con respecto a  $x$ , o sea

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0),$$

- $W$  es la matriz Jacobiana de las derivadas parciales de  $f$  con respecto a  $w$ ,

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}}(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0),$$

- $H$  es la matriz Jacobiana de las derivadas parciales de  $h$  con respecto a  $x$ ,

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0),$$

- $V$  es la matriz Jacobiana de las derivadas parciales de  $h$  con respecto a  $v$ ,

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\tilde{x}_k, 0).$$

Cabe señalar que para simplificar la notación, se omite el uso del subíndice del paso de tiempo  $k$  con los Jacobianos, sin olvidar que  $A$ ,  $W$ ,  $H$  y  $V$ , realmente son variables en cada instante de tiempo.

Por lo tanto, ahora se define una nueva notación para la predicción del error,

$$\tilde{e}_{x_k} \equiv x_k - \tilde{x}_k, \quad (2.44)$$

y el residuo de medición

$$\tilde{e}_{x_k} \equiv z_k - \tilde{z}_k. \quad (2.45)$$

Debido a que en la vida real no es posible conocer a  $x_k$  en (2.44), ya que, precisamente es la variable desconocida por estimar. No obstante, sí es posible acceder a  $z_k$ , que es la medición actual, dato necesario para estimar  $x_k$ . Por lo tanto, al transformar las ecuaciones (2.44) y (2.45), se obtienen las ecuaciones que gobiernan al proceso de error, tal que

$$\tilde{e}_{x_k} \approx A(x_{k-1} - \hat{x}_{k-1}) + \epsilon_k, \quad (2.46)$$

$$e_{x_k} \approx H\tilde{e}_{x_k} + \eta_k, \quad (2.47)$$

donde  $\epsilon_k$  y  $\eta_k$  representan nuevas variables aleatorias independientes, de media cero y matices de covarianza  $WQW^T$  y  $VRV^T$ , con matrices  $Q$  y  $R$ , mejor descritas en las ecuaciones (2.20) y (2.21) respectivamente.

A partir de esto, es perceptible que las ecuaciones (2.46) y (2.47) son lineales y más parecidas a las ecuaciones (2.18) y (2.19) del filtro de Kalman, dando pauta a usar el residual de medición real en (2.45) y un segundo filtro de Kalman hipotético, que se encargue de estimar el error de predicción  $\tilde{e}_{x_k}$  expresado en (2.46). Al obtener  $\hat{e}_k$  es posible sustituir en la Ecuación (2.44) con la finalidad de obtener las estimaciones del estado *a posteriori* para el proceso no lineal es decir

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + \hat{e}_k. \quad (2.48)$$

Retomando las ecuaciones (2.46) y (2.47), se plantea la siguiente distribución probabilística para las variables aleatorias, contenidas en dichas Ecuaciones.

$$p(\tilde{e}_{x_k}) \sim N(0, E[\tilde{e}_{x_k} \tilde{e}_{x_k}^T])$$

$$p(\epsilon_k) \sim N(0, WQ_kW^T)$$

$$p(\eta_k) \sim N(0, VR_k V^T)$$

Dadas las aproximaciones anteriores, con un valor predicho de  $\hat{e}_k = 0$ , la ecuación del EKF para estimar  $\hat{e}_k$  es

$$\hat{e}_k = K_k \tilde{e}_{z_k} \quad (2.49)$$

Después, al sustituir (2.49) en (2.48) e implementar en (2.44), se concluye que realmente no es necesario incluir un segundo filtro de Kalman:

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \tilde{x}_k + K_k \tilde{e}_{z_k} \\ &= \tilde{x}_k + K_k (z_k - \tilde{z}_k) \end{aligned} \quad (2.50)$$

donde ahora es posible usar dicha ecuación para la actualización de la medición dentro del EKF, con  $\tilde{x}_k$  y  $\tilde{z}_k$  provenientes de (2.40) y (2.41) y la ganancia de Kalman  $K$ , con la sustitución adecuada para la medición del error de covarianza.

Nuevamente, se presenta el conjunto de ecuaciones para cada etapa del EKF, se comienza por la etapa de predicción *a priori*, dichas ecuaciones se encuentran en la Tabla 2.4

**Tabla 2.4:** EKF, Ecuaciones de actualización en el tiempo

---


$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}, u_{k-1}, 0) \quad (2.51)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + W_k Q_{k-1} W_k^T \quad (2.52)$$

Al igual que con el filtro de Kalman discreto básico, las ecuaciones de actualización de tiempo en la Tabla 2.4 proyectan el estado y estimaciones de covarianza del paso de tiempo anterior  $k - 1$  al paso de tiempo actual  $k$ . Donde  $f$  proviene de la Ecuación (2.38) que describe al sistema no lineal, después en la segunda ecuación,  $A_k$  y  $W_k$  son las matrices Jacobianas en el paso  $k$  y  $Q$  es la matriz de covarianza relacionada con el ruido de proceso en el instante de

tiempo  $k$ .

**Tabla 2.5:** EKF, Ecuaciones de actualización de mediciones

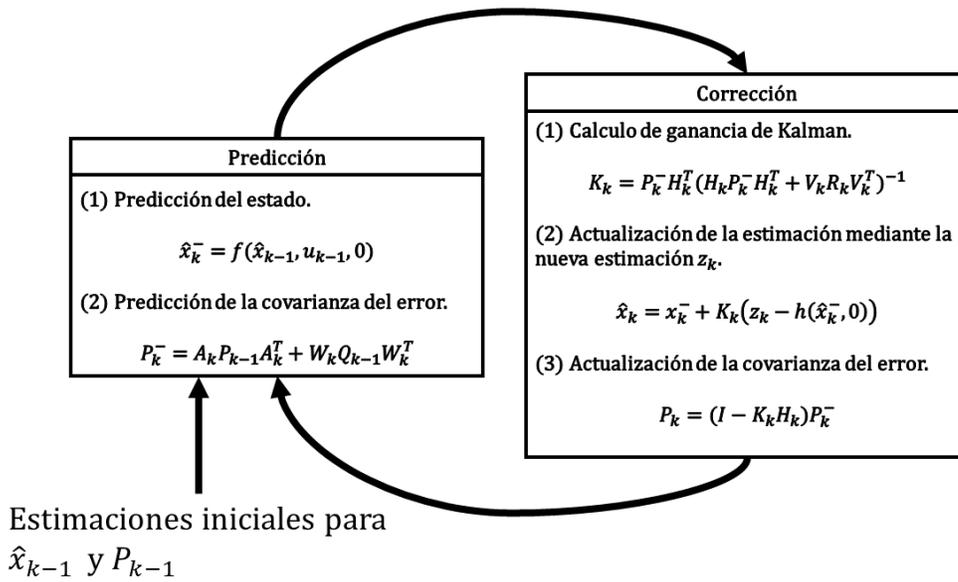
$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + V_k R_k V_k^T)^{-1} \quad (2.53)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \quad (2.54)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (2.55)$$

Ahora, en la Tabla 2.5, de nuevo la primer ecuación se encarga de calcular la ganancia de Kalman ( $K$ ) añadiendo el ruido de medición ( $R_k$ ), además se relaciona con las matrices Jacobianas  $H_k$  y  $V$  de medición en el paso  $k$ . La siguiente ecuación se encarga de la actualización de medición del proceso, con el objetivo de obtener  $z_k$ , medio por el cual se obtiene un estimado del estado *a posteriori* y como último paso de esta etapa es la obtención de la matriz de covarianza  $P_k$ , estimada *a posteriori*.

Una característica importante del EKF es que el Jacobiano  $H_k$  en la ecuación para la ganancia de Kalman, es una herramienta útil para ampliar de forma correcta, únicamente el componente relevante de la medición. Por ejemplo, si no existe una relación en cada paso del tiempo, entre la medición  $z_k$  y el estado a través de  $h$ , el Jacobiano  $H_k$  afectará la ganancia de Kalman para que solo aumente la porción del residuo generado por  $z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)$  que afecta al estado. Aclarando que existe una limitante, cuando no exista relación alguna entre todas las mediciones  $z_k$  y los estados a través de  $h$ , entonces indudablemente el EKF no convergerá y perderá toda relación de estimación, por lo que se concluiría que en dicho caso, el proceso es inobservable.

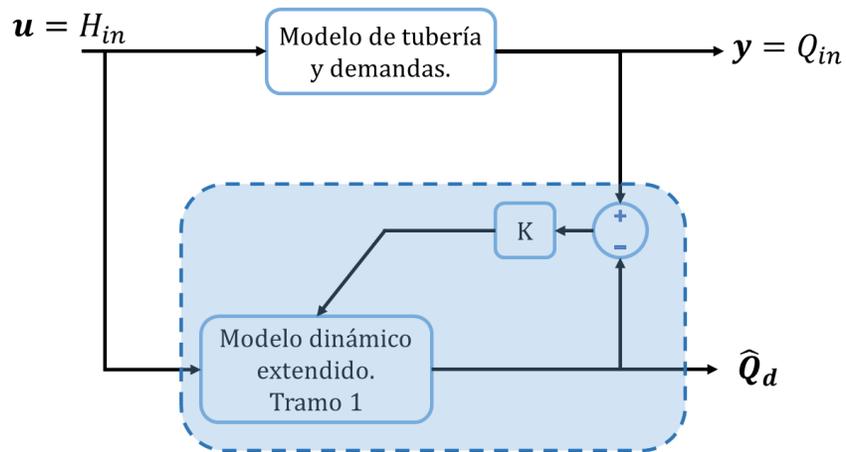


**Figura 2.14:** Representación del comportamiento de un Filtro de Kalman Extendido

La Figura 2.14 visibiliza a las ecuaciones de actualización de tiempo que se linealizan alrededor de las estimaciones del estado a posteriori  $x_k$ , y las mediciones que se linealizan alrededor de las estimaciones del estado a priori  $x_k^-$ . Como se mencionó con anterioridad, el EKF tiene un comportamiento cíclico que es utilizado ampliamente en la ingeniería de sistemas de control para estimar estados que no son medibles en un proceso. Gracias a esto se convierte en una herramienta ideal para mantener las variables deseadas dentro de los rangos específicos de control.

Debido a las problemáticas que se mencionan en las secciones anteriores, se cree conveniente la aplicación del filtro de Kalman extendido (EKF) para la estimación de las entradas de demanda y filtrado del ruido de medición en las señales de presión y flujo. El EKF es un enfoque para sistemas no lineales que presentan no linealidades pequeñas o moderadas, como los modelos de RDAs.

Donde la no linealidad del sistema (3.3) - (3.7) justifica el uso de un EKF como observador de estados para estimar las demandas a lo largo de la RDA. Para hacer eso, las entradas ( $Q_d$ ) se consideran nuevas variables de estado con dinámica:  $\dot{Q}_d = 0$  que se incluyen en el vector de estados original.



**Figura 2.15:** Diagrama de un EKF

El algoritmo descrito es la base del método de estimación propuesto en esta tesis, ya que gracias a su capacidad de predicción de estados mediante modelo, se facilita la estimación de múltiples demandas. Para el desarrollo del algoritmo, se realizó una adaptación del modelo de columna de agua rígida (RWC) de tal forma que sea posible usarlo para cada tramo de tubería, con una estructura como la expuesta en la Figura 2.15 para cada sección, que es la idea planteada.

# Capítulo 3

## Contribución principal

En esta sección se presenta a detalle el desarrollo del algoritmo propuesto, desde la concepción del modelo base del EKF, siguiendo con el método analítico para obtener las demás variables indirectamente y la explicación de la estructura basada en observadores secuenciales para la estimación de múltiples demandas.

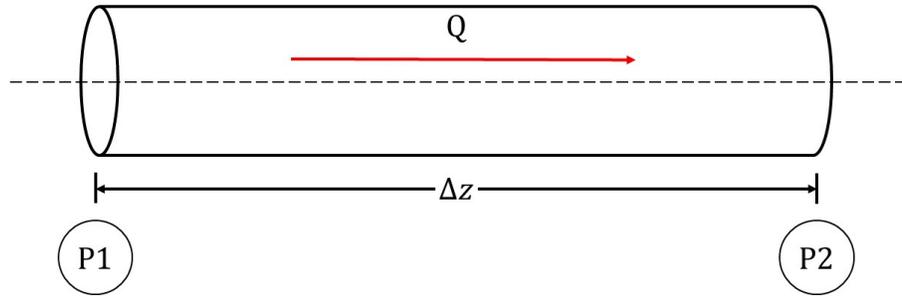
### 3.1. Modelo dinámico de fluidos en tuberías

Los métodos de análisis con base a modelos se rigen por las ecuaciones no lineales que describen el flujo de fluido en una tubería, estas ecuaciones han sido obtenidas mediante la hidrodinámica, parte de la hidráulica que estudia el comportamiento de los líquidos en movimiento a través del teorema de Bernoulli. Este teorema trata de la ley de conservación de la energía donde se establecen las propiedades físicas o las magnitudes de un determinado sistema de forma constante. Por ejemplo, en los sistemas hidráulicos es necesario caracterizar el caudal mediante una expresión matemática que permita conocer el comportamiento de los parámetros del sistema con respecto al tiempo, para ello se considera entre otras cosas la velocidad, la presión, el flujo y la demanda.

En el análisis de RDAs, se considera que una tubería es un conducto cerrado de cierta longitud. Para evaluar el funcionamiento hidráulico de una red de tuberías en la que se conocen

los diámetros, longitudes y coeficientes de fricción, se requiere determinar las cargas de presión nodales y los caudales que fluyen en las tuberías que la componen.

Una RDA está conformada básicamente de tramos de tuberías equipada con algunas estaciones de servicio agrupadas que proporcionan las mediciones. Las dinámicas corresponden principalmente a las del flujo de fluido en la tubería y deben ajustarse a la situación del sistema a monitorear. Existen diversos procedimientos para el análisis y modelado de tuberías con flujos dinámicos, cada uno se enfoca a diferentes velocidades de transitorios hidráulicos. Para el modelado de la RDA se utiliza la teoría de golpe de ariete que corresponde a los transitorios rápidos.



**Figura 3.1:** Tubería simple

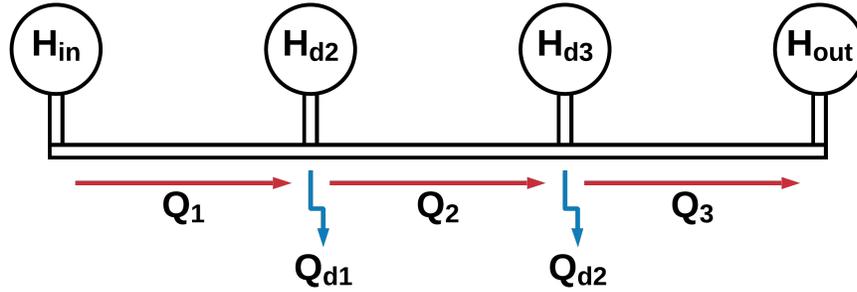
Suponiendo que los cambios convectivos en la velocidad sean insignificantes y que la densidad del líquido sea constante, las ecuaciones de impulso y continuidad que rigen la dinámica de fluidos en una sección de tubería como la presente en la Figura 3.1 donde un caudal  $Q$  pasa a través de dicha sección  $\Delta z$ , se expresan en las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$\dot{H}_{i+1} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_i - Q_{i+1}}{\Delta z_i}, \quad (3.1)$$

$$\dot{Q}_i = gA \frac{H_i - H_{i+1}}{\Delta z_i} - \frac{f(Q_i)}{2dA_r} Q_i |Q_i|, \quad \forall i \in 1, \dots, n, \quad (3.2)$$

donde  $z$  [m] es la variable de posición dirigida axialmente en toda la tubería,  $b$  [m/s] es la velocidad de onda de presión,  $g$  [ $m/s^2$ ] es la aceleración debida a la gravedad,  $f(Q)$  es una variable adimensional que representa al factor de fricción como parámetro variable del caudal  $Q$  [ $m^3/s$ ],  $A$  [ $m^2$ ] es el área transversal de la tubería,  $d$  [m] es el diámetro de la tubería y  $H$  [m.c.a]

es la carga de presión.



**Figura 3.2:** Tubería con dos demandas de caudal.

La mayoría de los modelos de una RDA se basan en las ecuaciones (3.1) y (3.2), con algunas variantes, dependiendo el enfoque a tomar, ya sea para simular fugas, demandas o bloqueos. Un ejemplo se observa en la Figura 3.2 que cuenta con dos demandas y cuyo modelo matemático para dicho sistema es el siguiente:

$$\dot{Q}_1 = gA \frac{H_{d1} - H_{d2}}{\Delta z_1} - \frac{f(Q_1)}{2dA_r} Q_1 |Q_1|, \quad (3.3)$$

$$\dot{H}_{d2} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_1 - Q_2 - Q_{d1}}{\Delta z_1}, \quad (3.4)$$

$$\dot{Q}_2 = gA \frac{H_{d2} - H_{d3}}{\Delta z_2} - \frac{f(Q_2)}{2dA_r} Q_2 |Q_2|, \quad (3.5)$$

$$\dot{H}_{d3} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_2 - Q_3 - Q_{d2}}{\Delta z_2}, \quad (3.6)$$

$$\dot{Q}_3 = gA \frac{H_{d3} - H_{out}}{\Delta z_3} - \frac{f(Q_3)}{2dA_r} Q_3 |Q_3|, \quad (3.7)$$

donde  $Q_d = \lambda \sqrt{|H_{di+1}|}$  que es el caudal de la demanda y  $\lambda = 1/(C_d^2 A_d^2 2g)$  es un coeficiente que depende del área transversal del nodo de demanda y del coeficiente de apertura que tenga el material.

Las demandas se consideran como entradas variables al sistema y son de gran importancia para la correcta distribución del agua a lo largo de la red, sin embargo, debido a la problemática citada anteriormente con respecto al número limitado de sensores, no es posible medir las demandas nodales directamente, a menos que se conozcan las presiones o caudales que interactúan con los nodos de interés, de lo contrario se asumen desconocidas. El reto de este trabajo consiste en estimar dichas demandas únicamente con la información proporcionada por los dos sensores que se tienen en la entrada y salida de la tubería. Para ello se considerará un estimador basado en el EKF.

Para obtener el modelo ideal para estimar la variable desconocida, se plantearon algunos casos de estudio, plasmados en las siguientes secciones.

### 3.1.1. Tubería con 2 demandas.

Como parte del aprendizaje, se plantea el siguiente procedimiento capaz de calcular las demandas desconocidas mediante diferentes enfoques de análisis.

#### Consideraciones:

- Se asume que el caudal es unidimensional.
- El área de la sección transversal es constante a lo largo de la tubería.
- Las paredes del conducto son rígidas y el fluido líquido es incompresible, esto significa que el comportamiento del flujo en la tubería está en estado casi estacionario, es decir, el caudal varía lentamente.
- Los cambios convectivos en la velocidad son insignificantes.
- La pérdida de energía para una velocidad de flujo dada casi constante, así que el estado es el mismo que para los flujos constantes a esa velocidad.
- Corresponde a los transitorios medios a rápidos.

Se considera una tubería con dos demandas a lo largo de ella. Además, se toma en cuenta que las presiones  $H_{in}$ ,  $H_{out}$  y los caudales  $Q_1$  y  $Q_3$ , que se muestran en la Figura 3.2 son conocidos.

Tabla 3.1: Parámetros de la tubería

Parámetro	Valor
Longitud total, $L$	163.72 [m]
Área transversal, $A_r$	0.0045 [m]
$\gamma$	0.8794
$\alpha$	19.43
Aceleración gravitacional, $g$	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]
$\Delta z_1$	42.7 [m]
$\Delta z_2$	64.6 [m]

Un enfoque según la teoría de columna de agua rígida, para modelar la pérdida de carga de presión a lo largo de una tubería es el siguiente:

$$\Delta H_d = \Omega Q_i^{\gamma+1}, \quad (3.8)$$

donde  $\Omega = \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $\beta = \frac{gA_r}{\Delta z_i}$  y  $Q_i$  es el caudal en la sección  $i$  de la tubería.  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $A_r$  es el área de la sección transversal que es constante a lo largo de la tubería.  $\alpha$  y  $\gamma \leq 1$  son parámetros relacionados con las pérdidas por fricción y se asocian a los parámetros físicos de la tubería y el fluido, también es posible calcularlos experimentalmente.

A continuación se presenta un procedimiento para estimar las demandas de forma algebraica. Para esto se definen tres pérdidas de carga:

$$\Delta H_{d1} = H_{in} - H_{d2}, \quad (3.9)$$

$$\Delta H_{d2} = H_{d2} - H_{d3}, \quad (3.10)$$

$$\Delta H_{d3} = H_{d3} - H_{out}. \quad (3.11)$$

A partir de la Ecuación (3.8) que describe la pérdida de carga en un tramo, se sustituye en la

Ecuación (3.9) y se obtiene una nueva expresión para  $\Delta H_{d1}$

$$H_{in} - H_{d2} = \frac{\alpha}{\beta} Q_1^{\gamma+1}. \quad (3.12)$$

Ahora, si se toma en cuenta que  $H_{in}$  y  $Q_1$  son datos conocidos, al despejar la Ecuación (3.12) se obtiene  $H_{d2}$

$$H_{d2} = H_{in} - \frac{\alpha}{\frac{gA_r}{\Delta z_1}} Q_1^{\gamma+1}, \quad (3.13)$$

después se sustituyen los parámetros de la Tabla 3.1 en  $H_{d2}$ , para comprender el desarrollo posterior del modelo final se expresa el cálculo de forma explícita de la forma siguiente:

$$H_{d2} = H_{in} - \frac{19.43}{\frac{(9.8)(0.0045)}{42.7}} Q_1^{1.8794}. \quad (3.14)$$

Ahora se realiza el mismo procedimiento para encontrar  $H_{d3}$  por medio de  $Q_3$  y  $H_{out}$  de la forma:

$$H_{d3} - H_{out} = \frac{\alpha}{\beta} Q_3^{\gamma+1}, \quad (3.15)$$

$$\therefore H_{d3} = H_{out} + \frac{19.43}{\frac{(9.8)(0.0045)}{64.6}} Q_3^{1.8794}. \quad (3.16)$$

De las ecuaciones (3.10) y (3.11) se obtienen a  $H_{d2}$  y  $H_{d3}$ , que se utilizan para encontrar a  $Q_2$  por medio de  $\Delta H_{d3}$ :

$$H_{d2} - H_{d3} = \frac{\alpha}{\beta} Q_2^{\gamma+1}, \quad (3.17)$$

$$\therefore Q_2 = \left( \frac{H_{d2} - H_{d3}}{\frac{\alpha}{\beta}} \right)^{\frac{1}{\gamma+1}}. \quad (3.18)$$

A partir de la Ecuación (3.13), es posible calcular el resultado de las demandas:

$$Q_{d1} = Q_1 - Q_2, \quad (3.19)$$

$$Q_{d2} = Q_2 - Q_3. \quad (3.20)$$

## 3.2. Tubería con 9 demandas.

Como tercer caso de estudio se presenta una tubería con diez tramos y 9 demandas a lo largo de ella como se muestra en la Figura 3.3. Para estimar las demandas se propone los siguientes métodos:

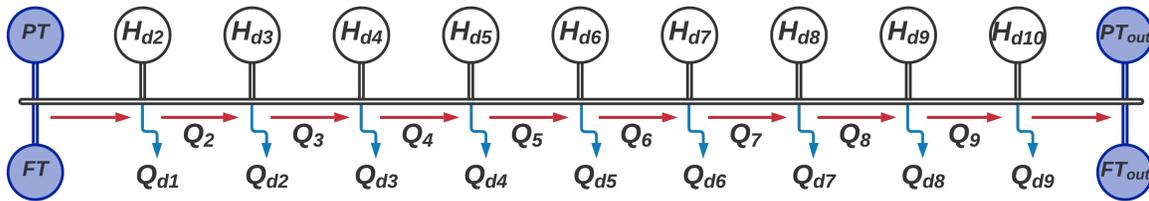


Figura 3.3: Tubería con nueve demandas

### 3.2.1. Propuesta 1

Para la estimación de una demanda, se parte del análisis del sistema que se muestra en la Figura 3.3, con el objetivo de estimar las demandas de caudal ( $Q_{di} \forall i = 1, \dots, n$ ) que se encuentran en los nodos que unen a los tramos. Se considera que  $H_{in}$  y  $Q_{in}$  son datos conocidos, además se propone el valor de  $\gamma = 1$  por lo que la ecuación que describe la dinámica en la tubería queda como:

$$\dot{Q}_{in} = -\alpha Q_{in}^2 + \frac{gA_r}{\delta z_1} (H_{in} - H_d). \quad (3.21)$$

$H_D$  se obtiene a partir de la suposición de que una demanda se describe de la siguiente ma-

nera:

$$Q_d = C_D A_D \sqrt{2gH_d} \therefore \quad (3.22)$$

$$H_d = \left( \frac{Q_d}{C_D A_D} \right)^2 \left( \frac{1}{2g} \right), \quad (3.23)$$

donde  $g$  es la aceleración gravitatoria y  $C_D$  y  $A_D$  son parámetros conocidos por el usuario, por lo tanto se guardan en un nuevo parámetro conocido  $\lambda$ .

Ahora de la Ecuación (3.23) se transforma en:

$$H_d = \lambda Q_d^2. \quad (3.24)$$

Después se sustituye la Ecuación (3.24) en la Ecuación (3.21), que da paso a la siguiente, donde la única incógnita es la variable de interés  $Q_d$

$$\dot{Q}_{in} = -\alpha Q_{in}^2 + \frac{gA_r}{\delta z_1} H_{in} - \frac{gA_r}{\delta z_1} \lambda Q_d^2. \quad (3.25)$$

Para estimar dicha variable desconocida en la Ecuación (3.25), se le considera como un nuevo estado, esto da paso a un modelo para el observador que, mediante la ecuación de  $\dot{Q}_{in}$  y el estado aumentado es posible el objetivo principal. El modelo aumentado para el observador queda de la forma:

$$\dot{Q}_{in} = x_1 = -\alpha Q_{in}^2 + \frac{gA_r}{\delta z_1} H_{in} - \frac{gA_r}{\delta z_1} \lambda x_2^2, \quad (3.26)$$

$$\dot{x}_2 = 0. \quad (3.27)$$

### 3.2.2. Propuesta 2

Partiendo de la Ecuación (3.22) con el mismo objetivo de estimar las demandas nodales, pero ahora con un enfoque diferente.

Las demandas nodales, son estimables algebraicamente, mediante la diferencia de caudales:

$$Q_d = Q_{in} - Q_2 \quad (3.28)$$

o en términos de derivada de la velocidad con respecto al tiempo, se tiene que:

$$\frac{dV_D}{dt} = Q_{in} - Q_2, \quad (3.29)$$

donde

$$V_D = H_d A_D, \quad (3.30)$$

por lo tanto, al sustituir (3.28) en la ecuación de velocidad del flujo, se aparta  $A_r$  debido a que es un parámetro constante y se obtiene la siguiente ecuación

$$A_D \frac{dH_d}{dt} = Q_{in} - Q_2; \quad (3.31)$$

nuestra variable de interés  $H_d$  se despeja de la ecuación y se obtiene que:

$$\frac{dH_d}{dt} = \frac{1}{A_D} (Q_{in} - Q_2). \quad (3.32)$$

Ahora existe una ecuación para obtener  $\dot{H}_2$ , entonces, si se deriva la Ecuación (3.25), es posible sustituir la Ecuación (3.32) en  $\ddot{Q}_{in}$ :

$$\ddot{Q}_{in} = -2\alpha Q_{in} \dot{Q}_{in} + \frac{gAr}{\Delta z_1} \dot{H}_{in} - \frac{1}{A_D} (Q_{in} - Q_2), \quad (3.33)$$

ahora es posible construir un sistema de ecuaciones, mediante un cambio de variables, en términos de variables de estado.

Por lo tanto, si:

$$\begin{aligned} Q_{in} &= x_1, \\ \dot{Q}_{in} &= \dot{x}_1 = x_2, \\ \ddot{Q}_{in} &= \dot{x}_2. \end{aligned} \tag{3.34}$$

Se sustituyen las ecuaciones en las nuevas variables, para conformar el siguiente sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -2\alpha x_1 x_2 + \frac{gAr}{\Delta z_1} \dot{H}_{in} - \frac{1}{A_D} (Q_{in} - Q_2) & Q_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 &= 0. \end{aligned} \tag{3.35}$$

Este sistema es otro enfoque, mediante el cual se cree posible estimar  $Q_2$  y con ello obtener el valor de  $Q_d$  que se desea conocer.

### 3.2.3. Propuesta 3.

Como tercer propuesta, se tiene un enfoque similar a la propuesta 1 y se parte de la misma Ecuación (3.21), de igual forma se considera que  $H_{in}$  y  $Q_{in}$  son entradas conocidas al igual que  $A_D$  y  $C_D$  son parámetros conocidos:

$$\dot{Q}_{in} = -\alpha Q_{in}^2 + \frac{gAr}{\Delta z} (H_{in} - H_{d1}), \tag{3.36}$$

considerando que  $Q_{d1} = C_D A_D \sqrt{2gH_d}$ , se despeja  $H_d$  y se tiene que:

$$H_d = \frac{Q_{d1}^2}{C_D^2 A_D^2 2g}. \quad (3.37)$$

Ahora, para simplificar la Ecuación (3.37) se crea una nueva variable que guarde a los parámetros conocidos

$$D_1 = C_D A_D \sqrt{2g}, \quad (3.38)$$

después se realiza un despeje para eliminar la raíz cuadrada

$$D_1^2 = C_D^2 A_D^2 2g. \quad (3.39)$$

Ahora, al relacionar la Ecuación (3.39) con respecto a (3.37), se obtiene una nueva variable

$$\lambda = \frac{1}{D_1^2}, \quad (3.40)$$

considerando que  $\dot{Q}_{in} = 0$ :

$$0 = -xQ_{in}^2 + \frac{gAr}{\Delta z} H_{in} - \frac{gAr}{\Delta z} \lambda Q_{di}^2. \quad (3.41)$$

Con el objetivo de despejar  $Q_d$  de la Ecuación (3.41) se realiza una separación de términos

$$\frac{gAr}{\Delta z} \lambda Q_{di}^2 = -xQ_{in}^2 + \frac{gAr}{\Delta z} H_{in}, \quad (3.42)$$

donde  $\frac{gAr}{\Delta z} = \beta$ , por tanto la Ecuación (3.42) queda simplificada de la siguiente forma:

$$Q_{di}^2 = -\frac{x}{\lambda\beta} Q_{in}^2 + \frac{\beta}{\beta\lambda} H_{in}, \quad (3.43)$$

por lo tanto, al elevar ambos términos al cuadrado, se obtiene a la Ecuación que describe a  $Q_d$  como:

$$Q_{di} = \sqrt{-\frac{x}{\lambda\beta} Q_{in}^2 + \frac{1}{\lambda} H_{in}}. \quad (3.44)$$

Retomando las consideraciones mencionadas al principio, es posible calcular  $Q_{di}$  que es la demanda del nodo al final del primer tramo, además, este enfoque permite calcular las presiones, caudales y demandas de forma progresiva, como se muestra en la Figura 3.4

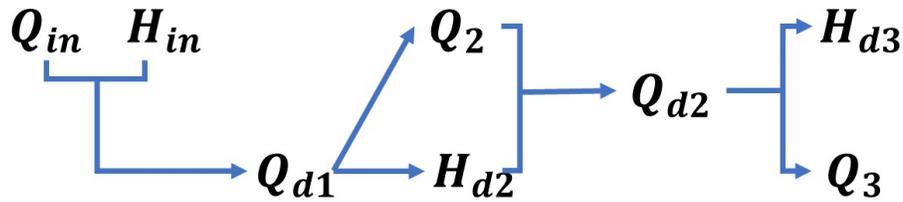


Figura 3.4: Diagrama de flujo para obtener los siguientes estados

### 3.3. Diseño del estimador de demandas basado en EKF

Para el diseño del estimador de demandas se utiliza una ecuación basada en las condiciones del modelo de columna de agua rígida (RWC) que describe la dinámica del flujo en un ducto, ya que se ignora la compresibilidad del fluido y la elasticidad de la tubería, por lo tanto se asume que toda la columna de fluido se mueve como un cuerpo rígido. Para derivar el modelo se toman en cuenta los siguientes supuestos.

- Se supone que el caudal es unidimensional.
- El área de la sección transversal es constante a lo largo de la tubería.
- Las paredes del ducto son rígidas y el fluido líquido es incompresible, esto significa que el comportamiento del flujo en la tubería está en estado casi estacionario, es decir, el caudal varía lentamente.
- Los cambios convectivos en la velocidad son insignificantes.
- La pérdida de energía para una velocidad de flujo dada casi constante, así que el estado es el mismo que para los flujos constantes a esa velocidad.

Se parte de la ecuación del modelo RWC que describe la dinámica del flujo en un tramo de

tubería  $\Delta z$ .

$$\dot{Q} = gA_r \frac{\Delta H_d}{\Delta z} - \alpha |Q| Q^\gamma, \quad (3.45)$$

donde  $Q$  es la tasa de flujo en la sección de tubería [ $m^3/s$ ],  $\Delta H_d$  es es la pérdida de cabezal de presión a lo largo de la sección [ $m.c.a$ ],  $\Delta z$ , donde  $z \in [0, L]$  es la longitud del tramo de tubería de nodo a nodo hasta llegar a  $L$  que es la longitud total equivalente [ $m$ ],  $g$  es la aceleración gravitatoria [ $m/s^2$ ] y  $A_r$  es el área de la sección transversal [ $m^2$ ].  $\alpha$  y  $\gamma \leq 1$  son parámetros adimensionales relacionados con las pérdidas de fricción asociadas a los parámetros físicos de la tubería y el fluido, estos se pueden obtener de forma matemática mediante la ecuación de Hazen-Willian o de forma experimental.

Al asumir que la tasa de flujo es unidireccional, (3.45) se convierte en:

$$\dot{Q} = gA_r \frac{\Delta H_d}{\Delta z} - \alpha Q^{\gamma+1}; \quad (3.46)$$

dicha ecuación es la base del modelo para el observador que se plantea en este artículo.

Para la estimación de una demanda, se parte del análisis del sistema que se muestra en la Figura 2.15, con el objetivo de estimar las demandas de caudal ( $Q_{di} \forall i = 1, \dots, n$ ) que se encuentran en los nodos que unen a los tramos. Se considera que  $H_{in}$  y  $Q_{in}$  son datos conocidos, además se propone el valor de  $\gamma = 1$  por lo que la ecuación que describe la dinámica en la tubería queda como:

$$\dot{Q}_{in} = -\alpha Q_{in}^2 + \frac{gA_r}{\Delta z_1} (H_{in} - H_d), \quad (3.47)$$

donde  $H_d$  es la presión demandada en cualquier nodo, el cual se obtiene a partir de establecer que el comportamiento de una demanda de caudal es similar a la ecuación definida para el cálculo de una fuga (Torres, Jiménez-Cabas, González, Molina & López-Estrada 2019), de

forma que  $Q_d$  se define como:

$$Q_d = C_d A_d \sqrt{2gH_d}, \quad (3.48)$$

por lo tanto:

$$H_d = \left( \frac{Q_d}{C_d A_d} \right)^2 \left( \frac{1}{2g} \right), \quad (3.49)$$

donde  $C_d$  es el coeficiente de descarga y  $A_d$  es el área de sección transversal, que son parámetros conocidos.

Para simplificar la Ecuación (3.49) y separar la variable principal de los parámetros conocidos se crea una nueva variable llamada  $\lambda$ , tal que se obtiene:

$$H_d = \lambda Q_d^2. \quad (3.50)$$

Después se sustituye la Ecuación (3.50) en la Ecuación (3.47), resultado:

$$\dot{Q}_{in} = -\alpha Q_{in}^2 + \frac{gA_r}{\Delta z_1} H_{in} - \frac{gA_r}{\Delta z_1} \lambda Q_d^2, \quad (3.51)$$

donde la entrada desconocida es la variable de interés  $Q_d$ . Para estimar dicha entrada, se le considera como un nuevo estado. Esto da paso a un modelo ideal para aplicar el algoritmo EKF que, mediante la ecuación de  $\dot{Q}_{in}$  y el estado aumentado es posible el objetivo principal. Además considerado las variables de estado  $[x_1, x_2] = [Q_{in}, Q_d]$ , el modelo dinámico extendido queda expresado como:

$$\dot{x}_1 = -\alpha x_1^2 + \frac{gA_r}{\Delta z_1} H_{in} - \frac{gA_r}{\Delta z_1} \lambda x_2^2, \quad (3.52)$$

$$\dot{x}_2 = 0. \quad (3.53)$$

El modelo obtenido debe pasarse a una forma matricial, como se presenta a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha x_1 & -gAr\lambda x_2/z \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} gAr/z \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.54)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.55)$$

En (3.54) se presentan las matrices que describen al sistema en (3.52) y (3.53), y (3.55) representa la salida de medición disponible para el algoritmo.

Para el correcto desarrollo del EKF es fundamental pasar el sistema de (3.54) a un modelo de tiempo discreto explícito adecuado para aplicar EKF, esto se obtuvo aplicando el método mejorado de Euler (también conocido como método de Heun) al modelo de tiempo continuo que tiene la forma  $\dot{x} = \phi(x, u)$ :

$$x_{k+1} = x_k + \frac{T_s}{2} (\phi(x_k, u_k) + \phi(x_k + T_s \phi(x_k, u_k), u_k)) \quad (3.56)$$

Después se diseña el EKF para que se base en el modelo obtenido y estime el caudal desconocido, tal como se plantea a continuación.

### Algoritmo EKF para estimación de una demanda

1. Inicialice el EKF con los valores iniciales de estado,  $\hat{x}_0^-$ , y error de covarianza de estimación de estados  $P_0^-$ :

$$\hat{x}_0^- = E(x_0), \quad (3.57)$$

$$P_0^- = E(x_0 - \hat{x}_0^-)(x_0 - \hat{x}_0^-)^T, \quad (3.58)$$

$\hat{x}_0^-$  es el estado estimado a priori, por lo tanto los datos se tomaron a partir de las condiciones nominales de la red:

$$\hat{x}_0^- = [Q_{nom}, Q_d]^T, \quad (3.59)$$

donde el primer estado comprende de un caudal nominal en la red y el segundo estado es un caudal de demanda propuesto.

2. Para  $k = 0, 1, 2, \dots$  (todos los pasos de tiempo discreto durante la operación), realice los siguientes cálculos:

- a) Subrutina de corrección: Calcule la ganancia de Kalman  $K_k$  y actualice el estado y la covarianza de error de estimación de estado utilizando los datos medidos, la matriz de observación  $C$  y las estimaciones anteriores  $\hat{x}_k^-$  y  $P_k^-$ :

$$K_k = P_k^- C^T (C P_k^- C^T + R)^{-1}, \quad (3.60)$$

$$\hat{x}_k = x_k^- + K_k (y_k - C \hat{x}_k^-), \quad (3.61)$$

$$P_k = (I - K_k C) P_k^-, \quad (3.62)$$

- b) Subrutina de predicción: Calcule la matriz jacobiana  $A_k$  de la función de transición de estados  $\Phi$  para actualizar la covarianza de error de estimación de estado y proyecte el estado hacia adelante en el tiempo:

$$A_k = \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_{x=\hat{x}_k}, \quad (3.63)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \Phi(\hat{x}_k, u_k), \quad (3.64)$$

$$P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + Q, \quad (3.65)$$

En cada iteración de tiempo discreto, la estimación de la demanda está representada por la siguiente variable:

$$\hat{Q}_d := \hat{x}_k[2], \quad (3.66)$$

...

donde la Ecuación (3.66) será el resultado de la variable estimada en cada iteración de tiempo para el EKF de cada tramo.

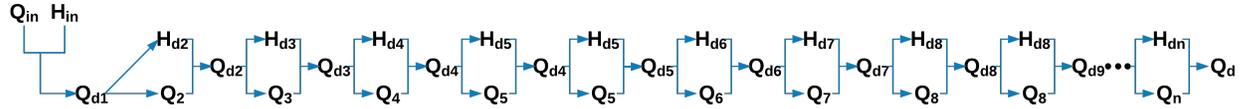


Figura 3.5: Diagrama de flujo para obtener los siguientes estados

Este enfoque permite calcular las presiones, caudales y demandas de forma progresiva como se muestra en la Figura 3.5. Esto se debe a que al obtener el valor estimado de  $Q_d$  es posible calcular la presión en ese nodo mediante la Ecuación (3.49). El caudal siguiente ( $Q_{i+1}$ ) se obtiene por medio de la ecuación de continuidad, es decir:

$$\sum Q_i = 0 \quad \forall i \in [1, \dots, n], \quad (3.67)$$

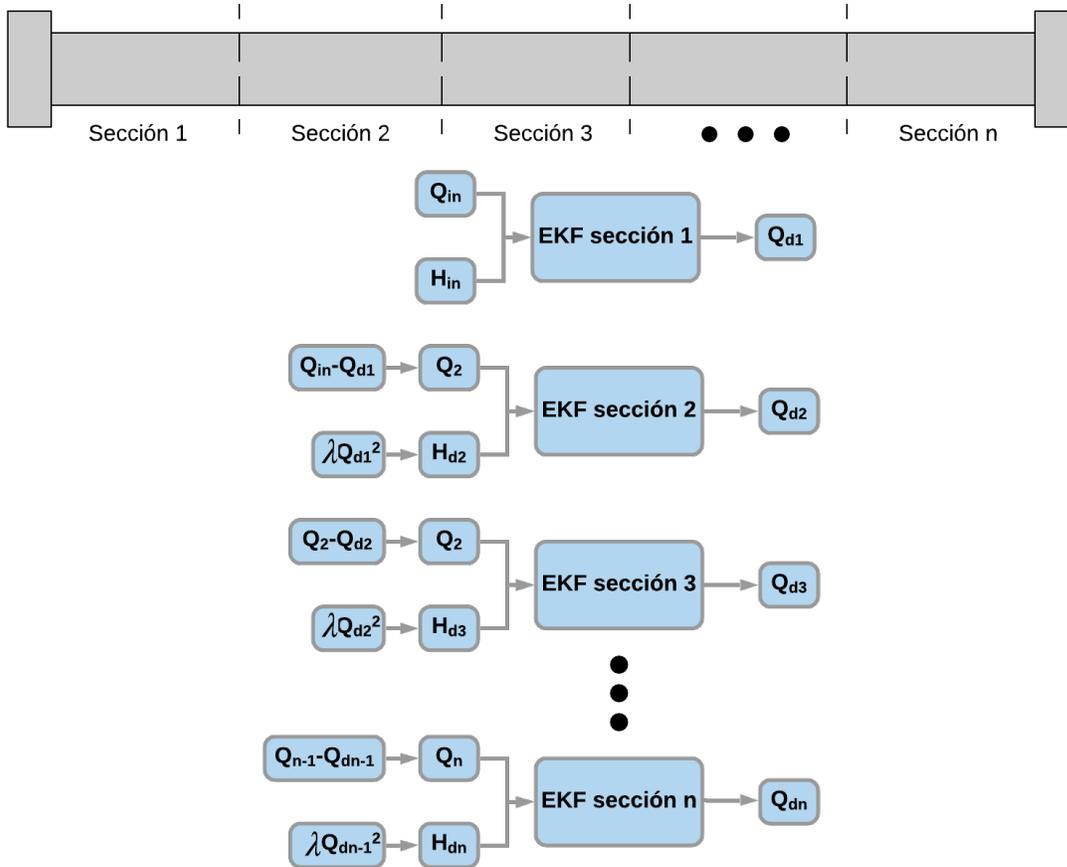
entonces

$$Q_d = Q_i - Q_{i+1} \quad \forall i \in [1, \dots, n], \quad (3.68)$$

por tanto,

$$Q_{i+1} = Q_i - Q_{di}. \quad (3.69)$$

Dicho algoritmo es aplicado para cada tramo de la tubería en forma secuencial, así que al obtener la presión del nodo de demanda ( $H_d$ ), este se utiliza como entrada al sistema y el caudal siguiente ( $Q_{i+1}$ ) como salida de medición ( $y_k$ ), tal como se muestra en el diagrama de la Figura 3.6.



**Figura 3.6:** Diagrama EKF para estimación de múltiples demandas.

Este diseño de observadores secuenciales presenta grandes ventajas, ya que permite la estimación de todas las demandas que se encuentren en la red, sin importar si se activan o desactivan, gracias a que cada observador se enfoca a un tramo específico de la tubería, así que no es necesario cambiar el modelo matemático, este procedimiento minimiza el costo computacional.

Nótese que en este esquema se conocen únicamente las mediciones de presión y caudales en los extremos, pero no en todos los ramales de la tubería. Por ello las mediciones de presión y caudal de entrada son considerados para estimar la demanda  $Q_{d1}$ , después, en una segunda etapa  $Q_2$  y  $H_{d2}$ , que son obtenidos a partir de  $Q_{d1}$ , considerados como las entradas del siguiente observador. Esto se aprecia en la Figura 3.6.

# Capítulo 4

## Implementación del algoritmo de estimación de demandas múltiples

En este último capítulo se exponen los resultados de simulación para evaluar el rendimiento del algoritmo propuesto para la estimación de demandas de forma progresiva. Implementado primeramente en una tubería que simula nueve demandas y después de comprobar su eficiencia se presenta la validación experimental, realizada con datos obtenidos de la planta piloto del laboratorio de Hidroinformática.

### 4.1. Tubería con nueve demandas

El modelo dinámico del flujo en tuberías se realizó con base a la resolución de las ecuaciones diferenciales de continuidad y conservación de masa de acuerdo a la teoría hidráulica prevista en el capítulo 2, donde las tuberías funcionan bajo presión. Para dicha solución se emplean métodos numéricos de diferencias finitas, con ayuda del software MATLAB.

Debido a que lo que se propone es un algoritmo para estimar múltiples demandas, se plantea como caso de estudio una configuración de una tubería con diez tramos equidistantes, como se muestra en la Figura 4.1, donde los transmisores de presión y flujo ( $PT$  y  $FT$ ), brindan la información necesaria para la estimación de las salidas de caudal ( $Q_d$ ) ubicadas en cada nodo

de la tubería e indirectamente los caudales siguientes y los cabezales de presión ( $H_i = H_{di}, \forall i = 1, \dots, n$ ).

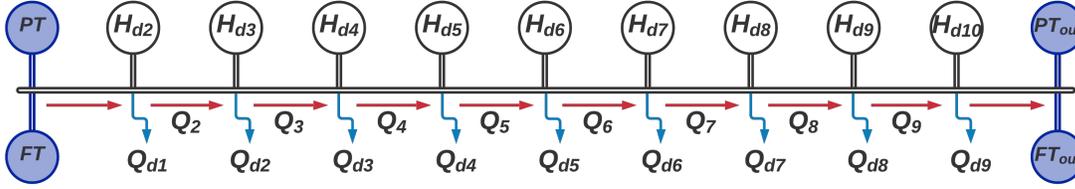


Figura 4.1: Tubería con nueve demandas de caudal.

El modelo matemático para dicho sistema es el siguiente:

$$\dot{Q}_1 = gA \frac{H_{d1} - H_{d2}}{\Delta z_1} - \frac{f(Q_1)}{2dA_r} Q_1 |Q_1|, \quad (4.1)$$

$$\dot{H}_{d2} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_1 - Q_2 - Q_{d1}}{\Delta z_1}, \quad (4.2)$$

$$\dot{Q}_2 = gA \frac{H_{d2} - H_{d3}}{\Delta z_2} - \frac{f(Q_2)}{2dA_r} Q_2 |Q_2|, \quad (4.3)$$

$$\dot{H}_{d3} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_2 - Q_3 - Q_{d2}}{\Delta z_2}, \quad (4.4)$$

$$\dot{Q}_3 = gA \frac{H_{d3} - H_{d4}}{\Delta z_3} - \frac{f(Q_3)}{2dA_r} Q_3 |Q_3|, \quad (4.5)$$

$$\dot{H}_{d4} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_3 - Q_4 - Q_{d3}}{\Delta z_3}, \quad (4.6)$$

$$\dot{Q}_4 = gA \frac{H_{d4} - H_{d5}}{\Delta z_4} - \frac{f(Q_4)}{2dA_r} Q_4 |Q_4|, \quad (4.7)$$

$$\dot{H}_{d5} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_4 - Q_5 - Q_{d4}}{\Delta z_4}, \quad (4.8)$$

$$\dot{Q}_5 = gA \frac{H_{d5} - H_{d6}}{\Delta z_5} - \frac{f(Q_5)}{2dA_r} Q_5 |Q_5|, \quad (4.9)$$

$$\dot{H}_{d6} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_5 - Q_6 - Q_{d5}}{\Delta z_5}, \quad (4.10)$$

$$\dot{Q}_6 = gA \frac{H_{d6} - H_{d7}}{\Delta z_6} - \frac{f(Q_6)}{2dA_r} Q_6 |Q_6|, \quad (4.11)$$

$$\dot{H}_{d7} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_6 - Q_7 - Q_{d6}}{\Delta z_6}, \quad (4.12)$$

$$\dot{Q}_7 = gA \frac{H_{d7} - H_{d8}}{\Delta z_7} - \frac{f(Q_7)}{2dA_r} Q_7 |Q_7|, \quad (4.13)$$

$$\dot{H}_{d8} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_7 - Q_8 - Q_{d7}}{\Delta z_7}, \quad (4.14)$$

$$\dot{Q}_8 = gA \frac{H_{d8} - H_{d9}}{\Delta z_8} - \frac{f(Q_8)}{2dA_r} Q_8 |Q_8|, \quad (4.15)$$

$$\dot{H}_{d9} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_8 - Q_9 - Q_{d8}}{\Delta z_8}, \quad (4.16)$$

$$\dot{Q}_9 = gA \frac{H_{d9} - H_{d10}}{\Delta z_9} - \frac{f(Q_9)}{2dA_r} Q_9 |Q_9|, \quad (4.17)$$

$$\dot{H}_{d10} = \frac{b^2}{gA} \frac{Q_9 - Q_{10} - Q_{d9}}{\Delta z_9}, \quad (4.18)$$

$$\dot{Q}_{10} = gA \frac{H_{d10} - H_{out}}{\Delta z_{10}} - \frac{f(Q_{10})}{2dA_r} Q_{10} |Q_{10}|, \quad (4.19)$$

donde  $Q_d = \lambda \sqrt{|H_{d_{i+1}}|}$  que es el caudal de la demanda,  $\lambda = 1/(C_d^2 A_d^2 2g)$  es un coeficiente que depende del área transversal del nodo de demanda y del coeficiente de apertura que tenga el material.

Cada EKF se enfoca a una sección de la tubería, delimitada por los nodos de conexión (Figura 3.6). Si la tubería se divide en  $N$  secciones, tan pequeñas como se desee, se deben diseñar  $N$  filtros, considerando una demanda en cada sección, esto es posible mediante las ecuaciones (3.52) y (3.53).

Para evaluar el desempeño del algoritmo de estimación, se consideraron los siguientes parámetros de simulación en MATLAB (Tabla 4.1), con presiones de entrada y salida  $H_{in} = 21.1286[m]$  y  $H_{out} = 5.6401[m]$ , además de dos casos con coeficientes de  $\lambda = 0.0001$  y  $\lambda = 0.0002$ .

**Tabla 4.1:** Parámetros de la tubería

Parámetro	Valor
Longitud total, $L$	163.72 [m]
Área transversal, $A_r$	0.0045 [m]
Aceleración gravitacional, $g$	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha$	19.43
$\Delta z_i \quad \forall i = 1, \dots, n$	16.372 [m]

Se realizó la simulación del algoritmo completo con un tiempo de 2000 [s] y un periodo de muestreo de  $t_s = 0.001$  [s] en MATLAB, para garantizar la convergencia del sistema y obtener las estimaciones deseadas con el mínimo margen de error.

#### 4.1.1. Caso 1: Resultados obtenidos con un coeficiente de $\lambda = 0.0001$

En el primer caso, se considera que los parámetros guardados en  $\lambda$  son para características de una tubería secundaria con diámetro menor, por consiguiente cuenta con un determinado coeficiente de descarga ( $C_D$ ) y un área transversal que se verá relacionado directamente con el comportamiento del caudal de demanda ( $Q_{di}$ ).

**Tabla 4.2:** Estimación de caudales con  $\lambda = 0.0001$ 

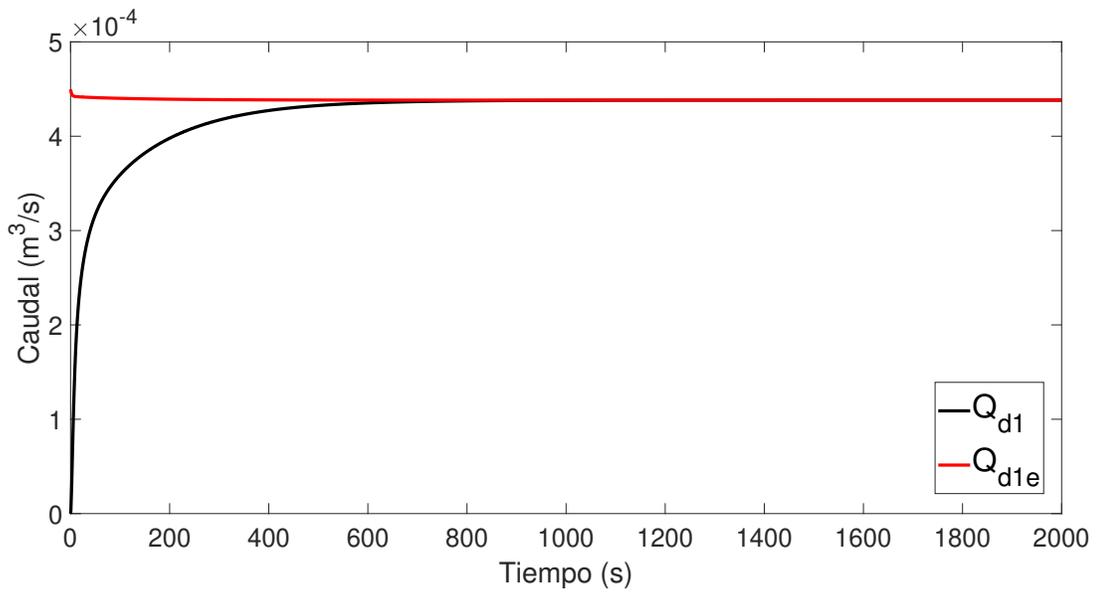
Caudales [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]		Caudales estimados [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]	
$Q_1$	0.0163	$\hat{Q}_1$	0.0163
$Q_2$	0.0159	$\hat{Q}_2$	0.0159
$Q_3$	0.0155	$\hat{Q}_3$	0.0155
$Q_4$	0.0151	$\hat{Q}_4$	0.0151
$Q_5$	0.0147	$\hat{Q}_5$	0.0147
$Q_6$	0.0144	$\hat{Q}_6$	0.0143
$Q_7$	0.0140	$\hat{Q}_7$	0.0140
$Q_8$	0.0137	$\hat{Q}_8$	0.0137
$Q_9$	0.0134	$\hat{Q}_9$	0.0134

Los caudales calculados a lo largo de la tubería y los caudales estimados se plasman en la Tabla 4.2, del mismo modo en la Tabla 4.3 se encuentran las presiones nodales simuladas y las estimadas, los valores de ambas tablas se obtuvieron de forma indirecta, calculados a partir del caudal de demanda estimado.

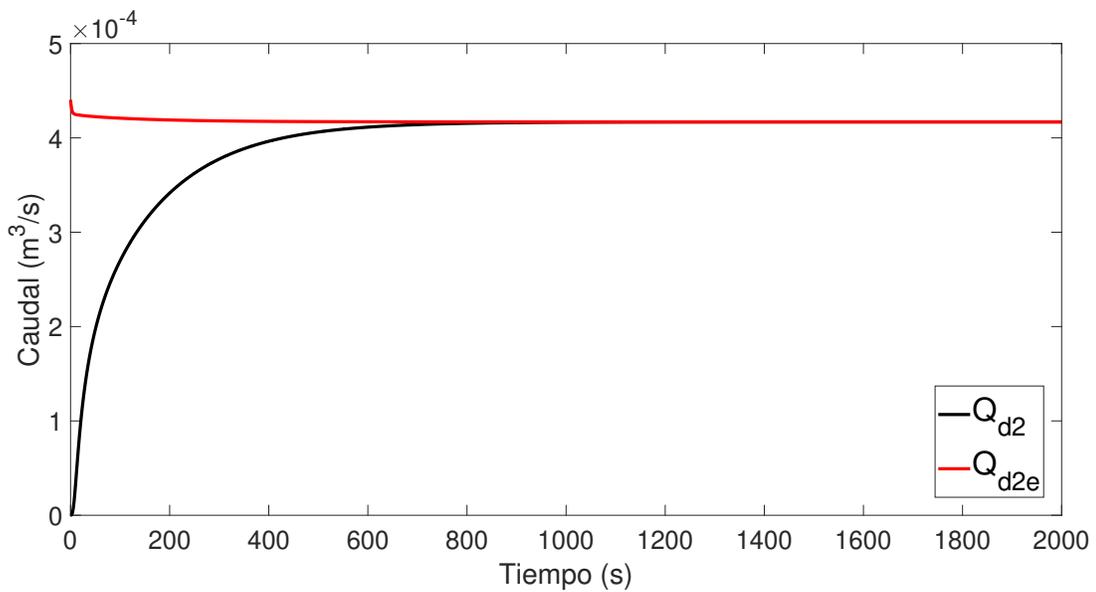
**Tabla 4.3:** Estimación de presiones con  $\lambda = 0.0001$ 

Presiones [m.c.a.]		Presiones estimadas [m.c.a.]	
$H_{d2}$	19.2542	$\hat{H}_{d2}$	19.2543
$H_{d3}$	17.4744	$\hat{H}_{d3}$	17.4744
$H_{d4}$	15.7780	$\hat{H}_{d4}$	15.7781
$H_{d5}$	14.1554	$\hat{H}_{d5}$	14.1554
$H_{d6}$	12.5992	$\hat{H}_{d6}$	12.5991
$H_{d7}$	11.1031	$\hat{H}_{d7}$	11.1031
$H_{d8}$	9.6624	$\hat{H}_{d8}$	9.6624
$H_{d9}$	8.2733	$\hat{H}_{d9}$	8.2732
$H_{d10}$	6.9333	$\hat{H}_{d10}$	6.9331

En las figuras (4.2 - 4.10) se observan los resultados obtenidos por medio del conjunto de EKF's interconectados en cascada.



**Figura 4.2:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d1}$  con  $H_{in}$  como entrada,  $Q_{in}$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$ .

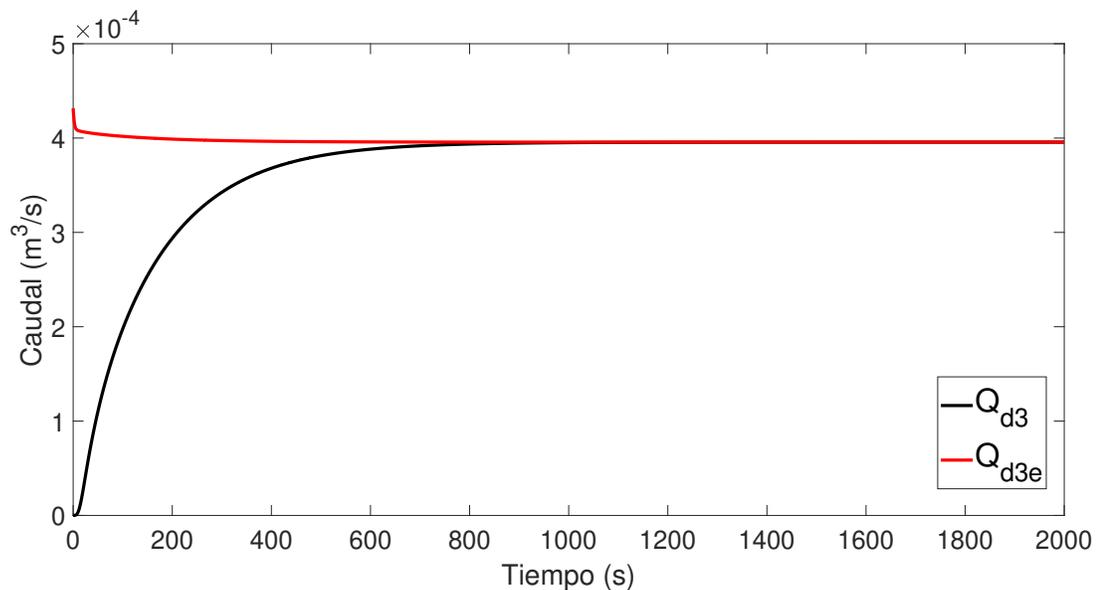


**Figura 4.3:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d2}$  con  $\hat{H}_{d2}$  como entrada,  $\hat{Q}_2$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$

Como se observa en la Figura 4.2, donde la demanda simulada (i.e.  $Q_{d1}$ ) comprende a la línea negra y la línea roja es la demanda (i.e.  $Q_{d1e}$ ) estimada en ese tramo de tubería, existe

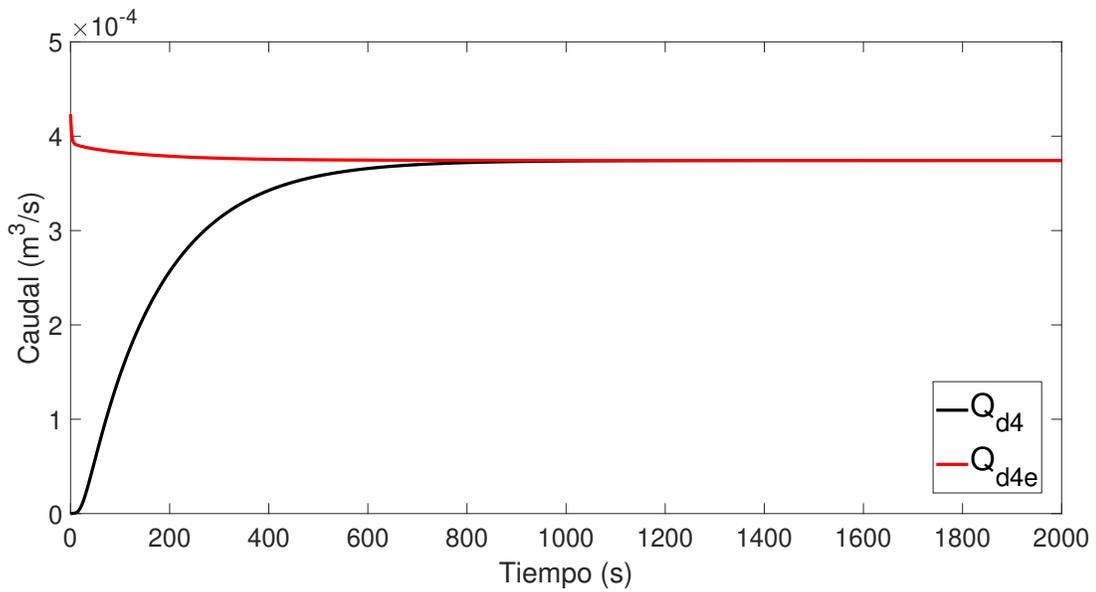
una convergencia entre ambos valores, tal como se previó en el fundamento teórico. Además es necesario recalcar que sólo para este caso, los datos de entrada y salida de medición son conocidos.

Después, en Fig. 4.3 se aprecia la estimación del segundo caudal de demanda  $Q_{d2}$ , con un tiempo de convergencia similar al obtenido en el caudal de demanda anterior, pero conservando la convergencia esperada por parte del EKF.

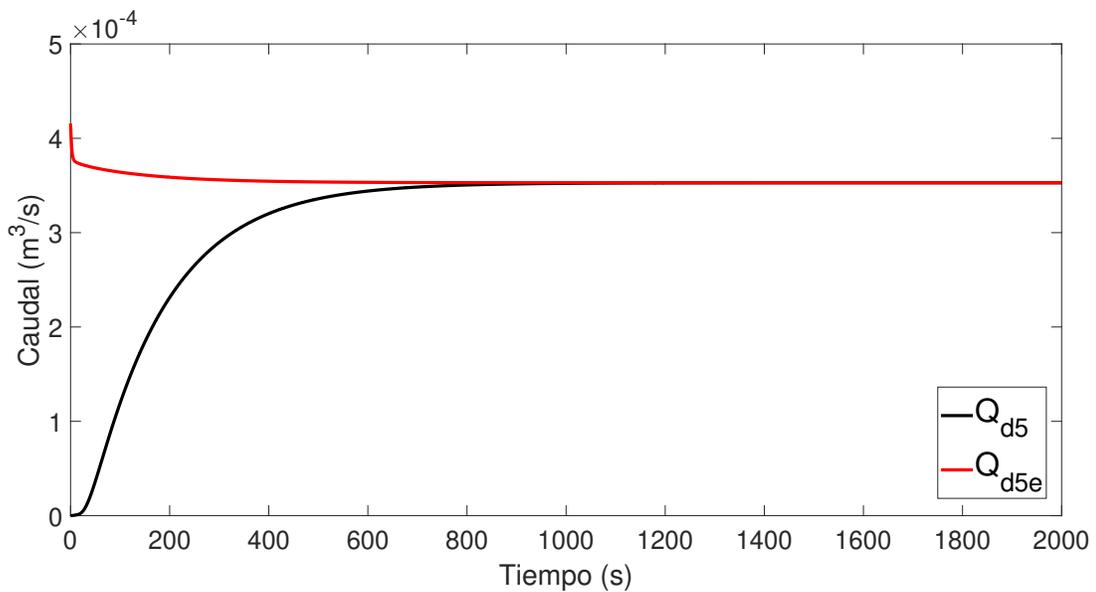


**Figura 4.4:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d3}$  con  $H_{d3}$  como entrada,  $Q_3$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$

Ahora en la Figura 4.4, es más perceptible un cambio en el tiempo de convergencia, es decir, conforme aumenta el número de caudal de demanda a estimar, surge un ligero retraso en la estimación. Esto se debe a que en el método iterativo del EKF, depende de las mediciones hasta el instante  $t$ , es decir, depende del conjunto de las entradas, salidas y estados del sistema pasados, por lo tanto, al tratarse de una solución secuencial, no es posible realizar la estimación del caudal presente, sin haber estimado el anterior disponible.



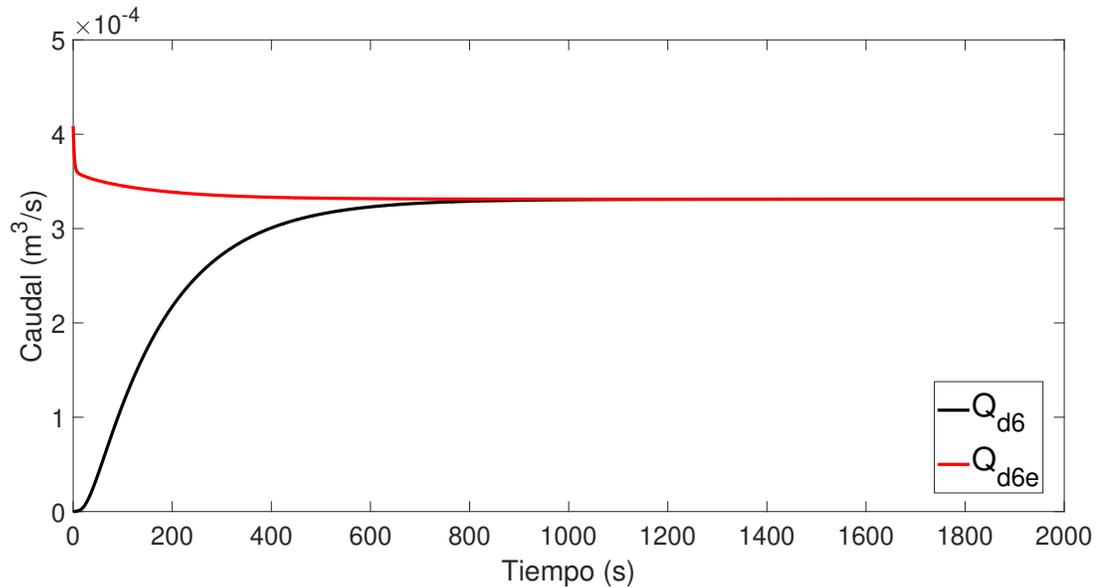
**Figura 4.5:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d4}$  con  $H_{d4}$  como entrada,  $Q_4$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$



**Figura 4.6:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d5}$  con  $H_{d5}$  como entrada,  $Q_5$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$

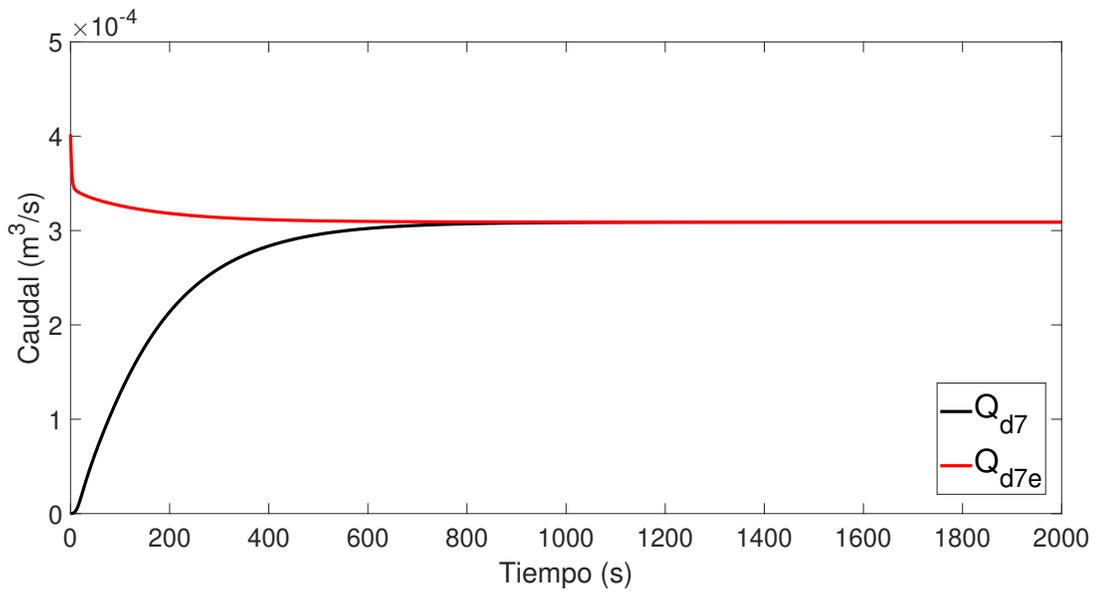
A comparación del cambio notable entre los tiempos de convergencia de los primeros caudales, en las gráficas de las figuras 4.5 y 4.6 se observa que la convergencia de las entradas

simuladas con respecto a las estimadas es el mismo, por lo que se infiere que, para el sistema en cuestión, el promedio de tiempo de convergencia máximo es de 800 [s]. Además se connota que debido a esto, el tiempo de simulación para la estimación de demandas debió ser de al menos el doble del tiempo máximo de simulación, a que a un tiempo de simulación menor, el sistema se indeterminada.

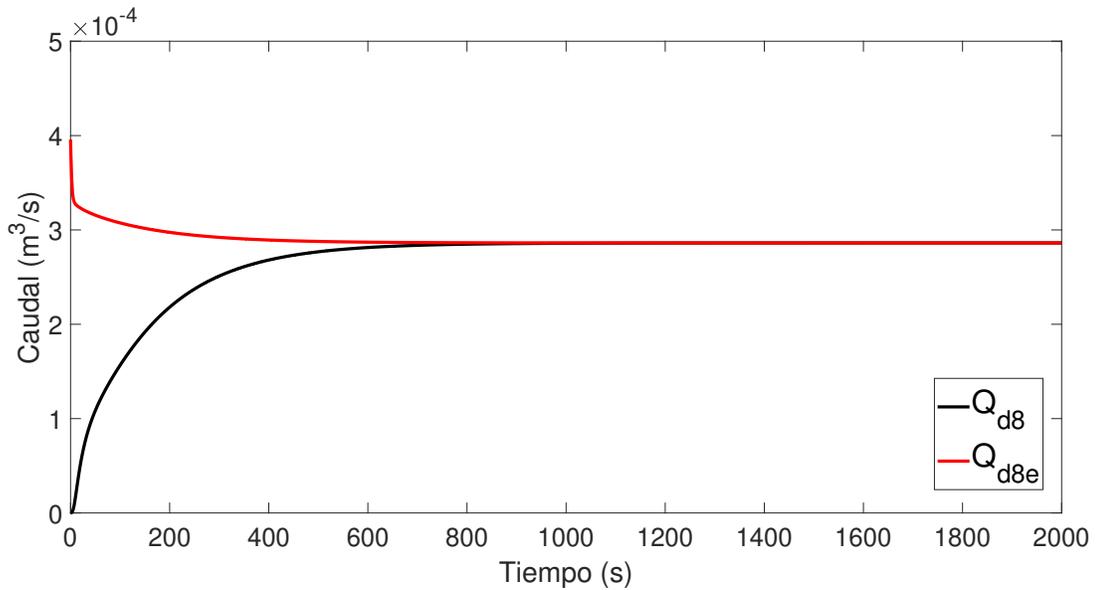


**Figura 4.7:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d6}$  con  $H_{d6}$  como entrada,  $Q_6$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$

Dejando un momento el tema del tiempo que tarda el algoritmo en estimar, es resaltable decir que la convergencia entre lo simulado y lo estimado aún es existente. Esta es una de las ventajas sobresalientes del EKF, la adaptabilidad del proceso aún sin conocer la naturaleza precisa del modelo. Ya que, como se mencionó al inicio de la sección, los únicos datos realmente conocidos son  $H_{in}$  y  $Q_{in}$ , así que, si se toma de ejemplo a la Figura 4.7 donde se aprecia la estimación de  $Q_{d6}$ ; en la descripción se lee que utiliza a  $H_{d6}$  como entrada y a  $Q_6$  como salida de medición, donde dichos datos ya no se consideran conocidos, sino estimados indirectamente por medio de la estimación del caudal de demanda anterior ( $Q_{d5}$ ), así que es altamente comprobable la eficiencia del Kalman Extendido para la estimación de entradas y estados, a partir de un limitado conocimiento de mediciones.



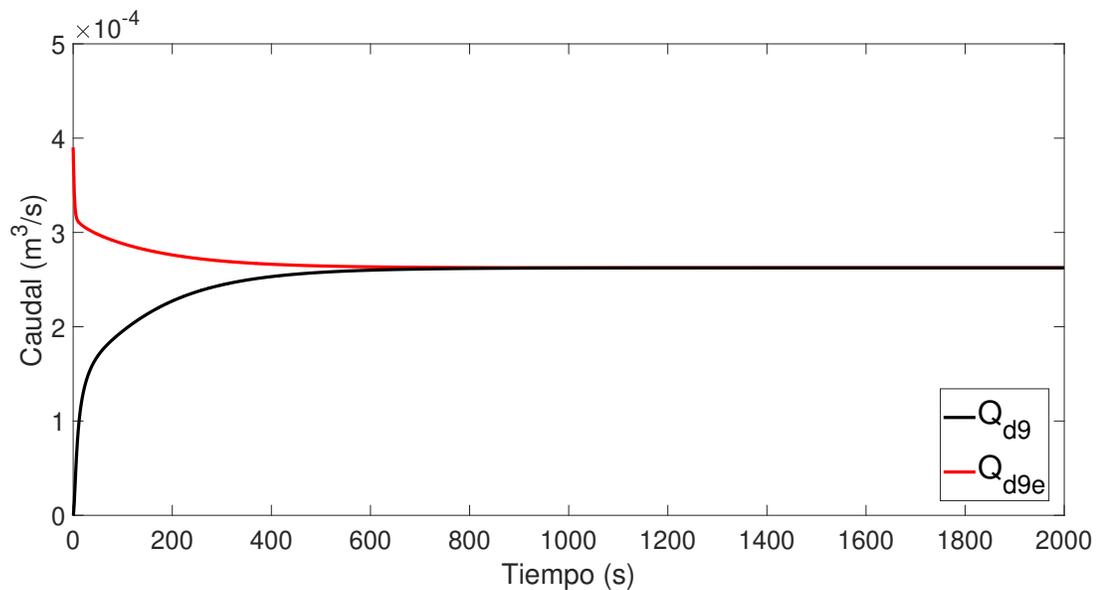
**Figura 4.8:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d7}$  con  $H_{d7}$  como entrada,  $Q_7$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$



**Figura 4.9:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d8}$  con  $\hat{H}_{d8}$  como entrada,  $\hat{Q}_8$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$

Para culminar con los resultados obtenidos en este caso, queda resaltar que al igual que los caudales de demanda pasados, las estimaciones realizadas por el algoritmo en cascada son fehacientes y como dato curioso, se observa que el tiempo de convergencia disminuyó ligeramente

(Fig 4.10) al de las estimaciones anteriores, esto se alude al hecho de encontrarse mas cerca de la condición inicial propuesta.



**Figura 4.10:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d9}$  con  $\hat{H}_{d9}$  como entrada,  $\hat{Q}_9$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0001$

#### 4.1.2. Caso 2: Resultados obtenidos con un coeficiente de $\lambda = 0.0002$

Con la finalidad de obtener una plena verificación del algoritmo, se realizaron dos escenarios con coeficientes distintos, para este caso, se propone una  $\lambda$  mayor al del caso 1, esto simula una tubería de diámetro mayor y con mayor capacidad de descarga de caudal, para efecto de visualización, se presentan los resultados del segundo caso en las figuras 4.11– 4.19.

**Tabla 4.4:** Estimación de caudales con  $\lambda = 0.0002$

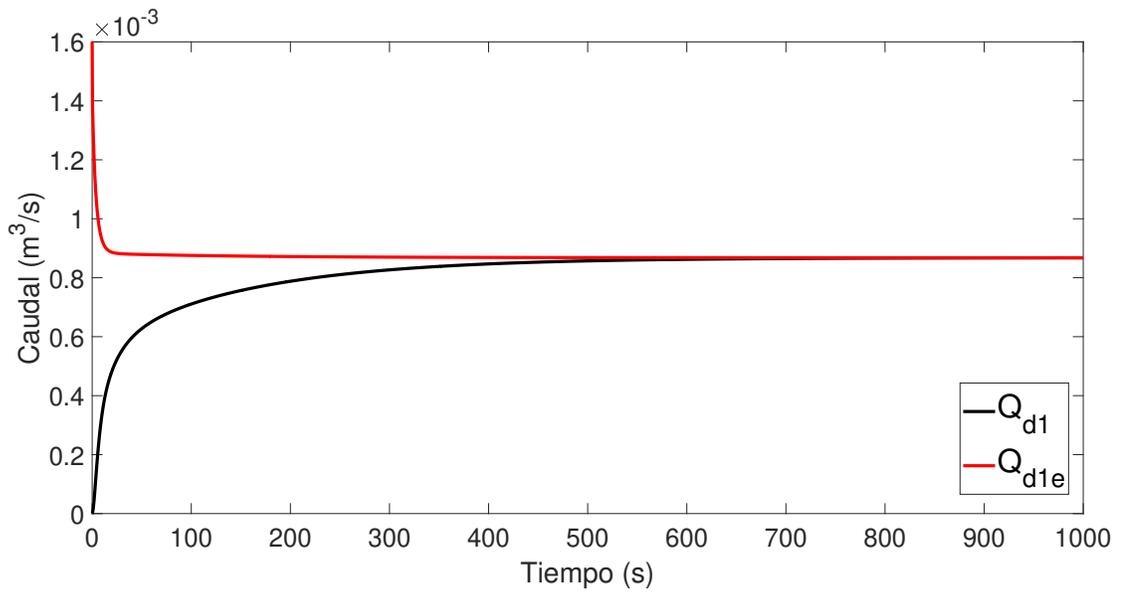
Caudales [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]		Caudales estimados [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]	
$Q_1$	0.0179	$\hat{Q}_1$	0.0179
$Q_2$	0.0170	$\hat{Q}_2$	0.0170
$Q_3$	0.0162	$\hat{Q}_3$	0.0162
$Q_4$	0.0154	$\hat{Q}_4$	0.0154
$Q_5$	0.0147	$\hat{Q}_5$	0.0146
$Q_6$	0.0140	$\hat{Q}_6$	0.0140
$Q_7$	0.0134	$\hat{Q}_7$	0.0133
$Q_8$	0.0128	$\hat{Q}_8$	0.0127
$Q_9$	0.0122	$\hat{Q}_9$	0.0122

Los caudales calculados de forma indirecta, mediante la estimación de las demandas nodales y la ecuación de continuidad descrita en (3.69), se presentan en la Tabla 4.4. Al igual que se plasman las presiones calculadas en la Tabla 4.5, esto con la finalidad de ofrecer un resumen detallado de los resultados obtenidos.

**Tabla 4.5:** Estimación de presiones con  $\lambda = 0.0002$

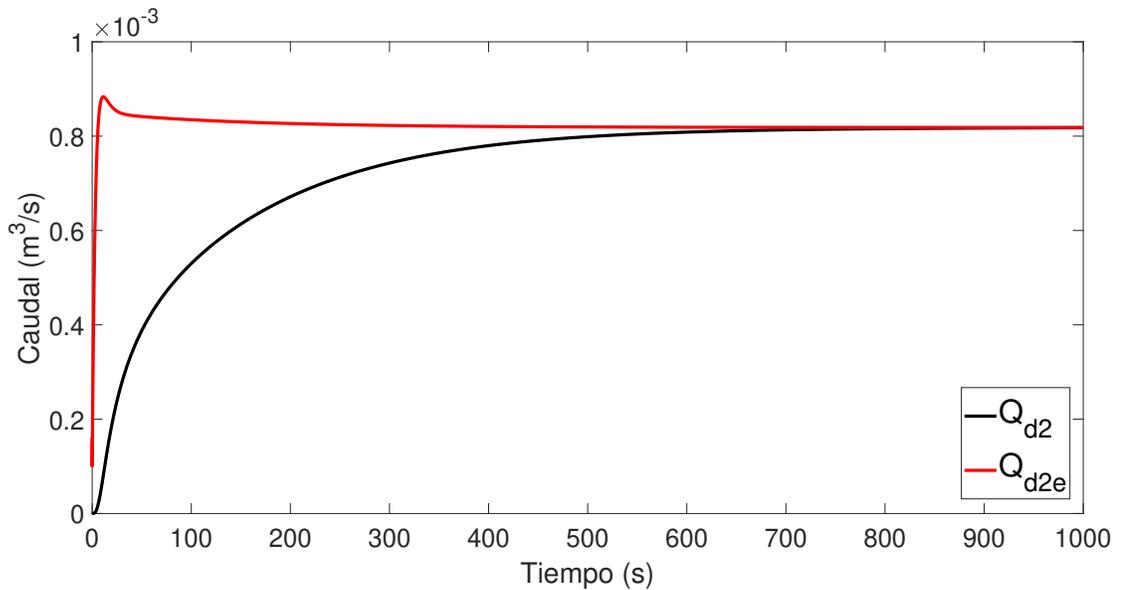
Presiones [m.c.a.]		Presiones estimadas [m.c.a.]	
$H_{d2}$	18.9241	$\hat{H}_{d2}$	18.9242
$H_{d3}$	16.9211	$\hat{H}_{d3}$	16.9210
$H_{d4}$	15.0903	$\hat{H}_{d4}$	15.0903
$H_{d5}$	13.4084	$\hat{H}_{d5}$	13.4084
$H_{d6}$	11.8566	$\hat{H}_{d6}$	11.8566
$H_{d7}$	10.4203	$\hat{H}_{d7}$	10.4203
$H_{d8}$	9.0880	$\hat{H}_{d8}$	9.0880
$H_{d9}$	7.8512	$\hat{H}_{d9}$	7.8512
$H_{d10}$	6.7034	$\hat{H}_{d10}$	6.7033

De entrada, se observa que el caudal de demanda se elevó de forma exponencial para todos los nodos, tal como se esperaba a causa del factor de  $\lambda$ .



**Figura 4.11:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d1}$  con  $H_{in}$  como entrada,  $Q_{in}$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

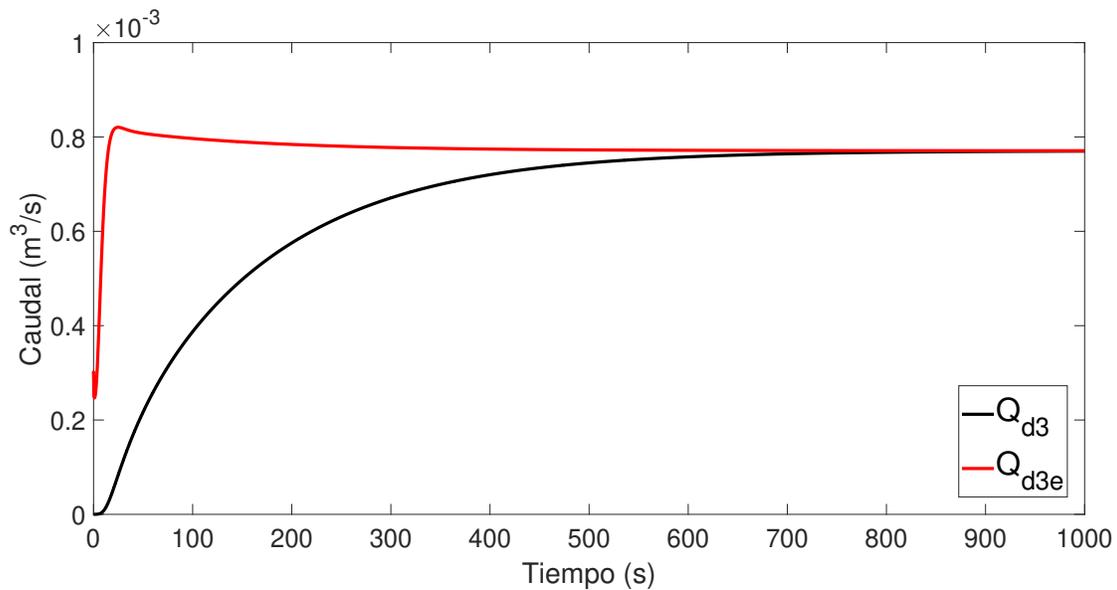
Para la estimación del primer caudal ( $Q_{d1}$ ) plasmado en la Figura 4.11, cuya entrada y salida de medición son conocidas, la convergencia del EKF tiene un comportamiento uniforme y se



**Figura 4.12:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d2}$  con  $\hat{H}_{d2}$  como entrada,  $Q_{2e}$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

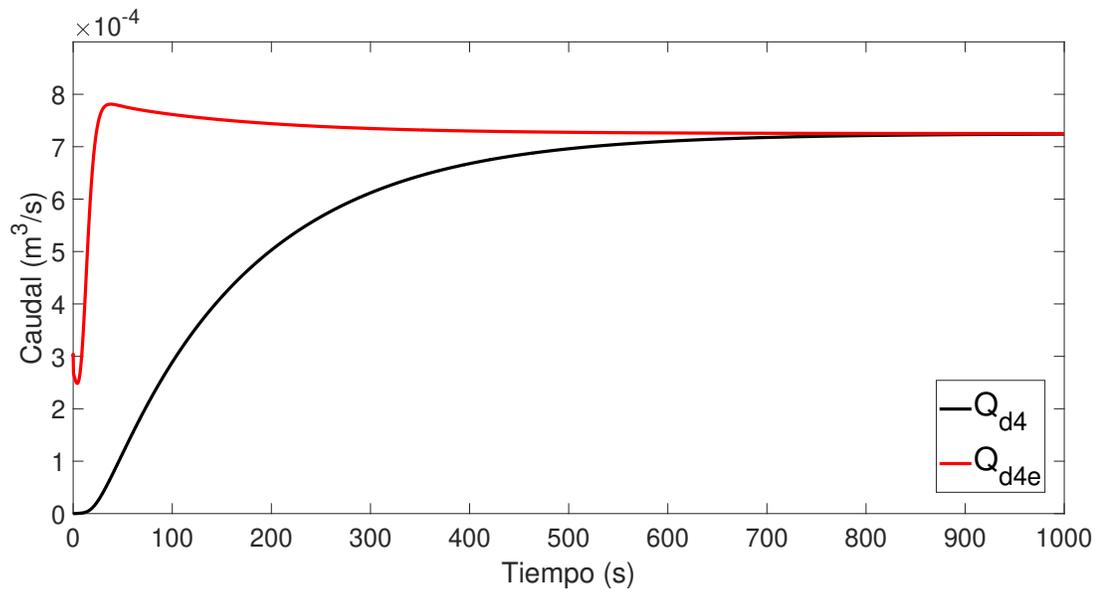
observa una rápida convergencia por parte del observador hacia el valor promedio de la demanda estimada, sin embargo, la convergencia real del observador a la línea negra correspondiente al caudal simulado sucede hasta los 500 [s].

De igual forma, en la Figura 4.12, es notable la convergencia del EKF con respecto al caudal correspondiente  $Q_{d2}$ , en esta ocasión se observa un ligero sobresalto al inicio, por parte del observador, si embargo comienza a converger inmediatamente, alcanza el valor promedio del caudal de demanda a los 400 [s], y la convergencia con respecto al estado simulado, sucede aproximadamente a los 600 [s], ese resultado en ambas gráficas es debido a que el observador se encarga de encontrar el valor final del caudal de demanda, mientras que el comportamiento del caudal simulado es propio de una respuesta transitoria de primer orden.

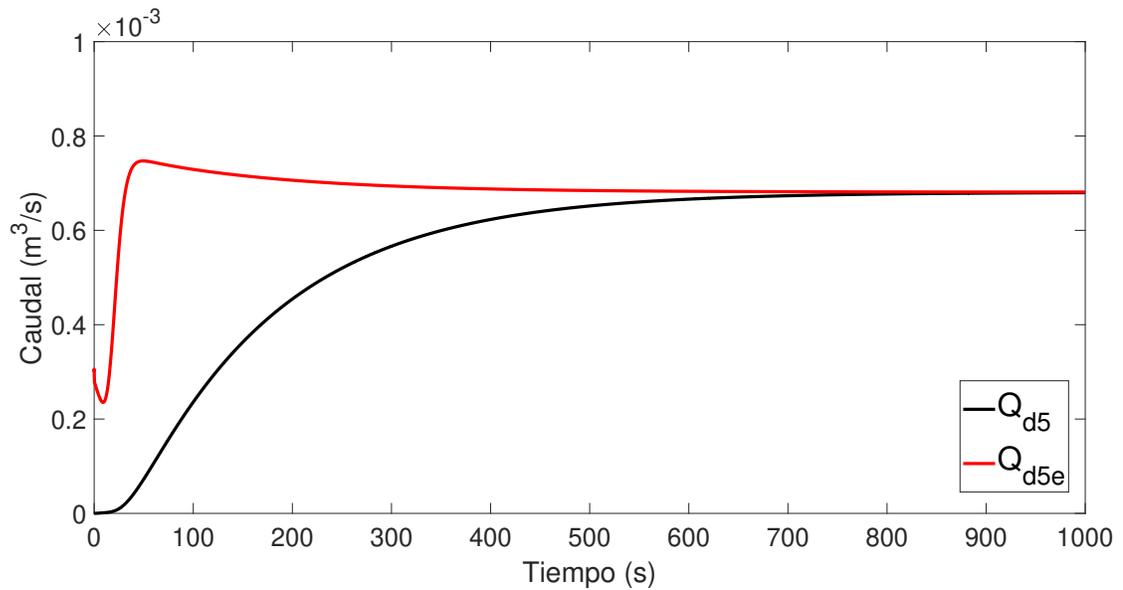


**Figura 4.13:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d3}$  con  $H_{d3}$  como entrada,  $Q_3$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

Al igual que en el caso 1 de estudio, como es de esperarse, se logra obtener los estados de forma indirecta, que se convierten en las nuevas entradas y salidas de medición, relacionados con el error de estimación, es decir, que en caso de calcular erróneamente algunos de los estados del modelo, se vería reflejado en la estimación de los caudales de demanda siguientes. Así que, es perceptible que hasta el momento de estimación de  $Q_{d4}$ , se han logrado de forma satisfactoria los resultados del algoritmo.

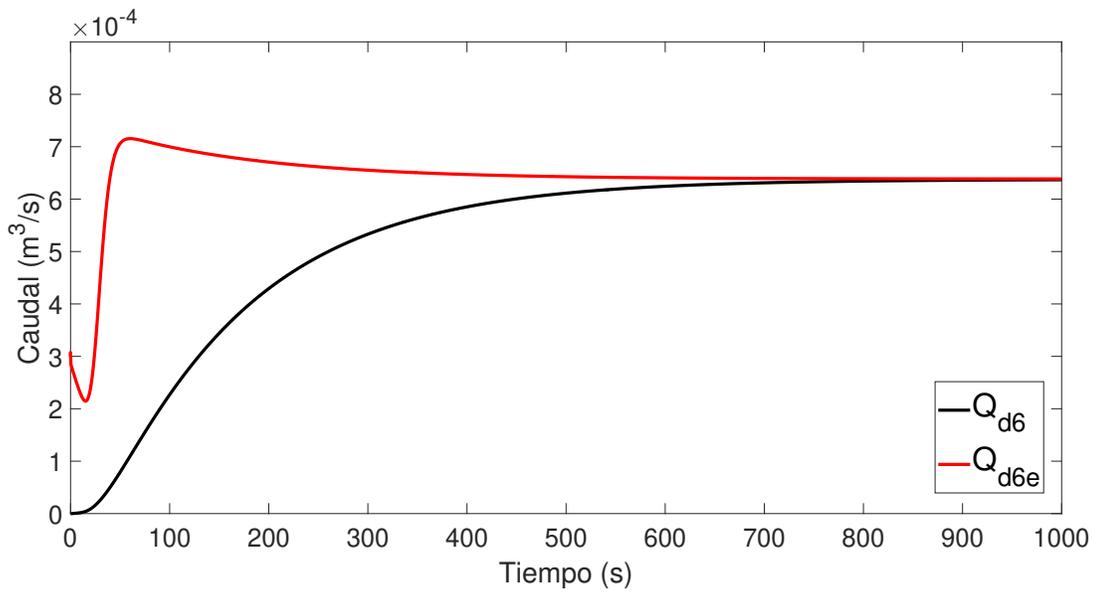


**Figura 4.14:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d4}$  con  $H_{d4}$  como entrada,  $Q_4$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

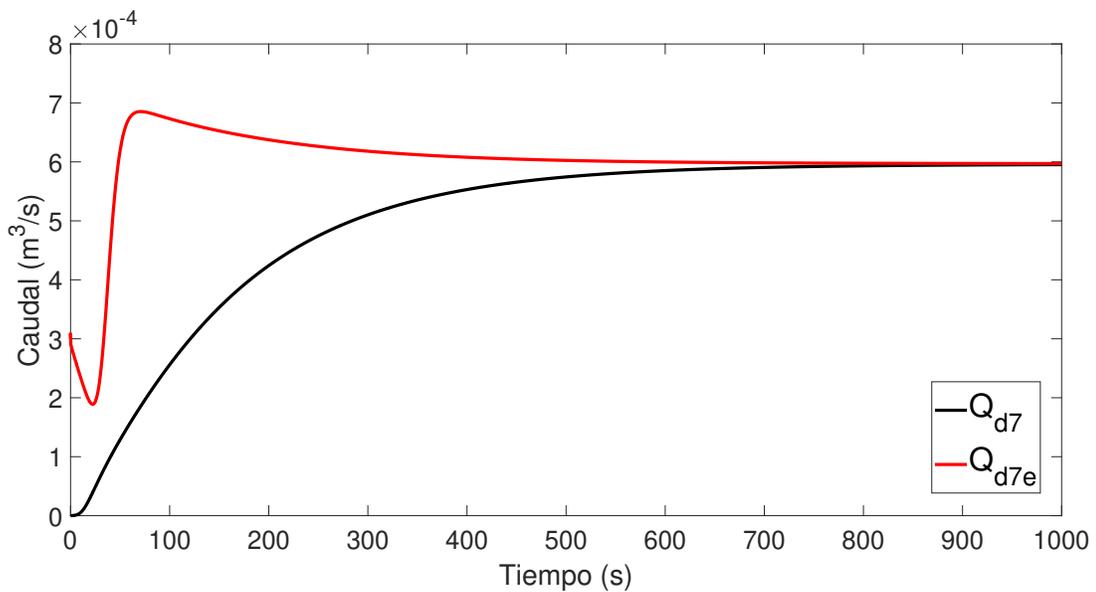


**Figura 4.15:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d5}$  con  $H_{d5}$  como entrada,  $Q_5$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

Para este caso, la estimación no varió en el tiempo de convergencia, a excepción de las estimación de  $Q_{d1}$ , pero en su caso, es un resultado esperado debido a que las entradas necesarias para la estimación de su variable, ya se encuentran disponibles.



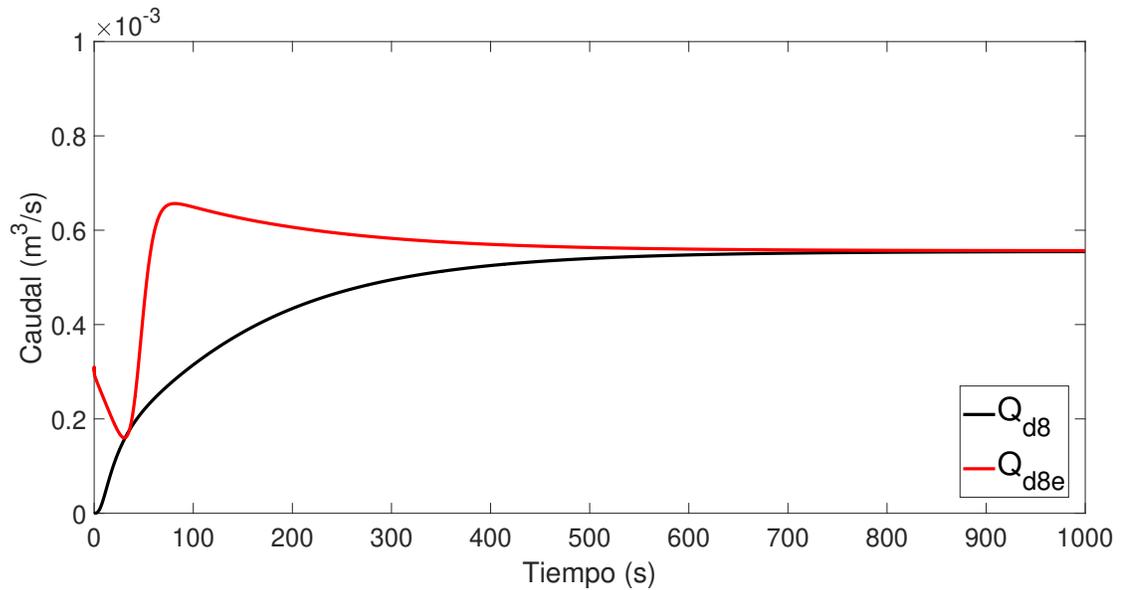
**Figura 4.16:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d6}$  con  $H_{d6}$  como entrada,  $Q_6$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$



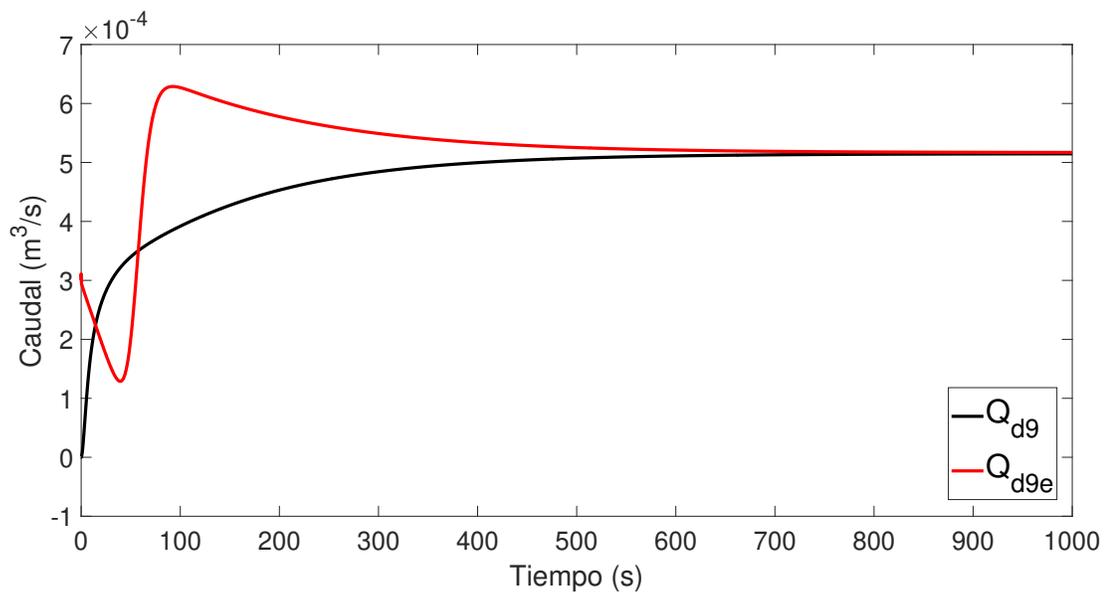
**Figura 4.17:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d7}$  con  $H_{d7}$  como entrada,  $Q_7$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

La estimación de los demás caudales estimados, diferentes a  $Q_{d1}$ , deben esperar la nueva proyección del estado *a priori* que a su vez depende de la estimación actualizada. Sin embargo,

el tiempo de convergencia no es intrínsecamente necesario de disminuir, puesto que en la mayoría de sistemas de monitoreo hidráulico, este se realiza durante un tiempo determinado, bastante amplio.



**Figura 4.18:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d8}$  con  $\hat{H}_{d8}$  como entrada,  $\hat{Q}_8$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$



**Figura 4.19:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d9}$  con  $\hat{H}_{d9}$  como entrada,  $\hat{Q}_9$  como salida de medición y  $\lambda = 0.0002$

En cuanto a la estimación del observador, es notable la variación al inicio, esto sucedió para cada estimación, sin embargo el esquema de EKFs secuenciales converge al mismo promedio de tiempo, no pierde la eficacia en las estimaciones, ni en el cálculo indirecto de los demás parámetros, esto demuestra resultados favorables que confirma la eficacia del algoritmo para el sistema hidrodinámico.

Además, los resultados obtenidos en las simulaciones para ambos casos, dan una idea de la robustez y de la capacidad de entrelazamiento entre diferentes EKFs, puesto que la mayoría de redes hidráulicas cuentan con un número de tuberías secundarias o ramales, por esta razón es necesario validar la metodología, bajo escenarios parecidos.

## 4.2. Validación experimental



**Figura 4.20:** RDA experimental del laboratorio de Hidroinformática

La validación experimental del método propuesto para la estimación de demandas nodales que se presenta en este trabajo, fue realizada en una planta piloto de tuberías del Laboratorio de Hidroinformática, ubicado en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez.

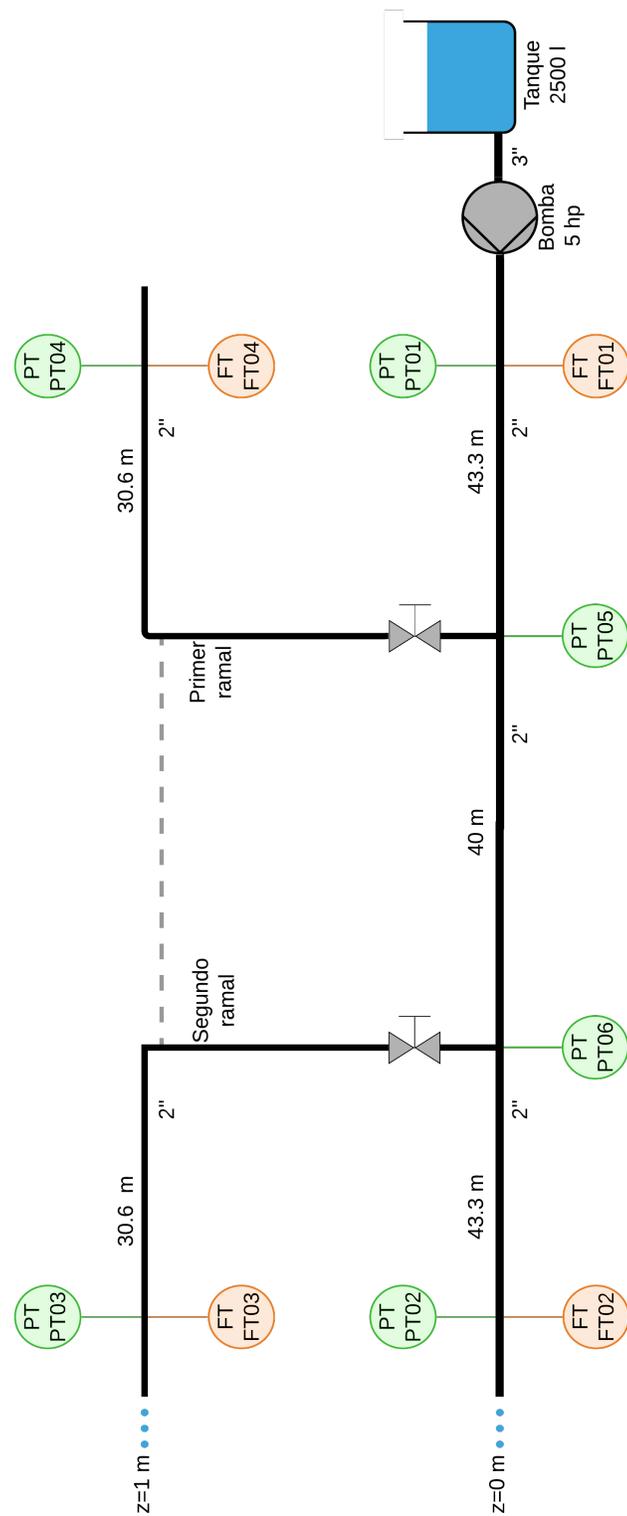
En la Figura 4.20 se aprecia la planta piloto de dos niveles con forma de serpentina, esto con la finalidad de optimizar el espacio; para el caso de estudio se toma en cuenta la longitud equivalente ( $L_e$ ) del primer nivel, que es igual a 126.27 [m], la distancia de la segunda planta se desprecia debido a que las tuberías son consideradas como ramales, cuyo diagrama esquemático para una mejor interpretación se encuentra en la Figura 4.21, que es el objeto de estudio. Además

cuenta con una tubería de retorno al reservorio, evitando el desperdicio de agua en la ejecución de cada experimento, también cuenta con sensores industriales de presión y caudal descritos con más detalle en el párrafo siguiente, estos proporcionan la información necesaria como entradas y salidas para el estimador EKF, mediante el sistema SCADA que transfiere los datos experimentales a MATLAB. La RDA experimental se conforma por los elementos siguientes:

- Reservorio con una capacidad de 2500 [l].
- Bomba hidráulica centrífuga con una potencia de 5[Hp].
- Variador de frecuencia Siemens Micromaster 420 para el control de la Bomba.
- Cuatro válvulas manuales de compuerta, diseñadas para la simulación de fugas.
- Dos medidores de flujo másico coriolis ROTAMASS Total Insight, colocados a la entrada y salida de la tubería del primer nivel, con un 0.5 % de precisión en la toma de datos.
- Dos medidores de flujo magnético YOKOGAWA ADMAG AXR, ubicados en la planta alta de la red, realizan mediciones con una resolución de 0.5 %
- Ocho sensores-transmisores industriales de presión Yokogawa EJA530, estratégicamente ubicados en ambos niveles, con una precisión de 0.55 %.
- Sistema SCADA para la interfaz de monitoreo, mediante tarjetas de adquisición NI USB-6001.
- PC de 8 GB de memoria RAM, con sistema operativo Windows 10.

El primer nivel de la tubería se comunica por dos tubos verticales (ramales) con el segundo nivel, que mediante válvulas esféricas manuales, pueden ser abiertas o cerradas con la finalidad de cambiar la configuración de la red, en este caso se utilizan los ramales para simular los gastos de demanda nodales.

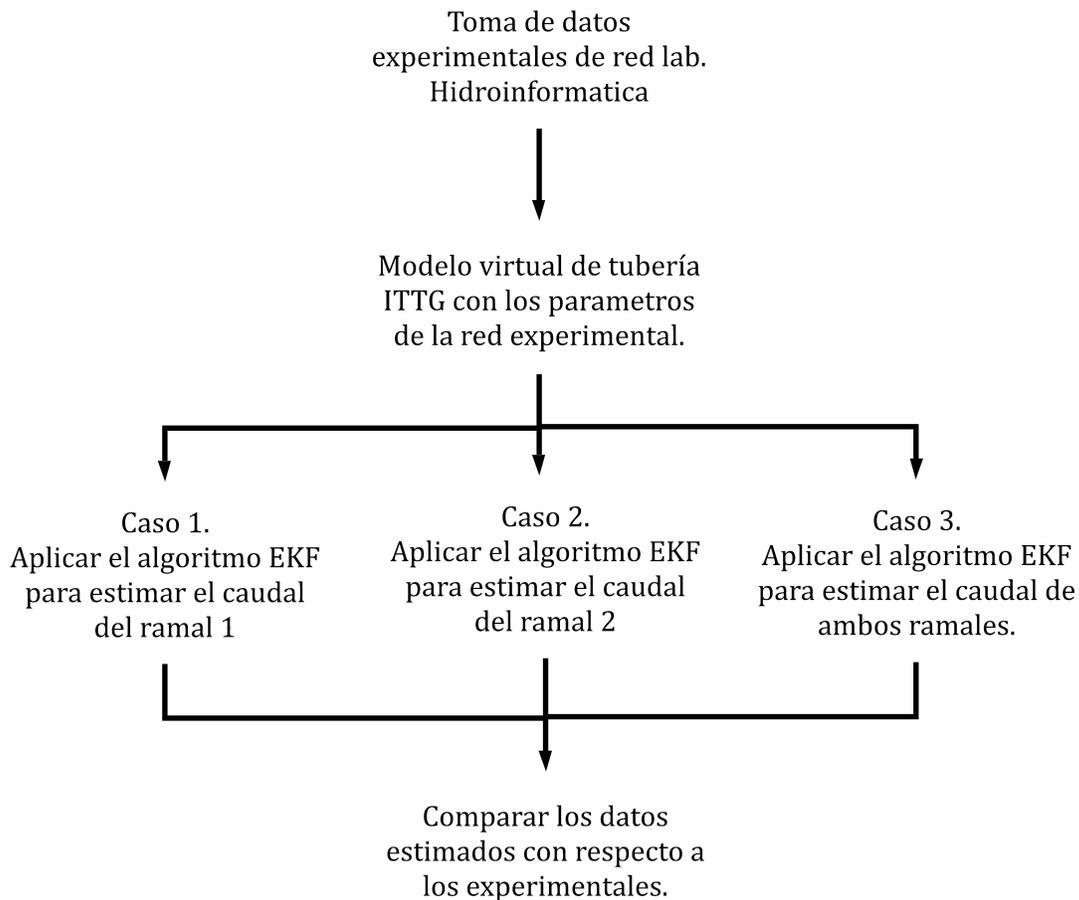
En la Figura 4.21 se observa el diagrama de la red, donde el caudal entra del lado derecho, impulsado por la bomba a una frecuencia de 40 [Hz], pasa por el sensor de caudal ( $FT_{01}$ ) y presión ( $PT_{01}$ ), después se reparte por los ramales que simulan a las demandas de caudal  $Q_{d1}$  y  $Q_{d2}$ ,



**Figura 4.21:** Diagrama de tuberías e instrumentación. Planta piloto ubicada en el laboratorio de Hidroinformática ITTG

los sensores ubicados en la planta alta de la red son los encargados de validar las estimaciones del algoritmo.  $FT_{04}$  se encuentra físicamente en la planta alta del lado del primer ramal, por lo que se encarga de sensar el caudal que fluye a través de el ( $Q_{d1}$ ), mientras que  $FT_{03}$  se encuentra físicamente del lado del segundo ramal por donde fluye  $Q_{d2}$ .

A continuación se presenta en la Figura 4.22 el arreglo experimental que se llevó a cabo para la validación del algoritmo.



**Figura 4.22:** Arreglo experimental de validación

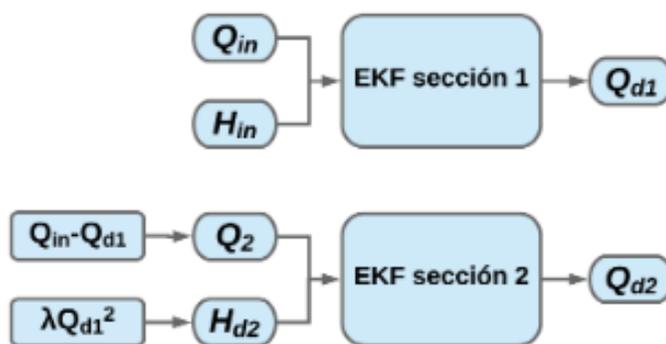
Cabe mencionar que debido al modelo, es necesario conocer las longitudes equivalentes (computacional) de cada tramo, esto presentó un desafío debido a que de forma computacional no fue posible obtener la proporción exacta de las longitudes. La solución de esta problemática se abordó en la sección 2.4.3. al sacar la diferencia entre la longitud física y la longitud

computacional, las longitudes equivalentes de cada tramo y los demás parámetros físicos que se utilizan para el modelo del algoritmo están en la Tabla 4.6 .

**Tabla 4.6:** Parámetros de la tubería experimental

Parámetro	Valor
Longitud total, $L$	126.2766 [m]
Área transversal, $A_r$	0.0019 [m]
Aceleración gravitacional, $g$	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]
$\alpha$	100
$\Delta z_1$	43.3 [m]
$\Delta z_2$	40.1 [m]
$\Delta z_3$	43.3 [m]

El modelo resultante del sistema de tubería experimental consta de dos demandas de caudal, al igual que el expuesto en el Capítulo 2 como ejemplo, así que el modelo se encuentra plasmado en las ecuaciones (3.3) - (3.7), el diagrama de los EKF por tramo se encuentra en la Figura 4.23, donde el filtro de Kalman de cada sección contiene el modelo basado en la teoría de columna de agua rígida que se expresó de forma matricial en las ecuaciones (3.54) y (3.55).



**Figura 4.23:** Diagrama de estimación para validación experimental

La validación se realizó en el programa SIMULINK, con un tiempo de 600 [s] y un periodo de muestreo de  $t_s = 0.001$  [s], de esta forma se obtuvieron las estimaciones de las demandas, además del cálculo de presiones y caudales. Después se compararon con respecto a los datos obtenidos de forma experimental.

Para obtener resultados en diferentes escenarios, se tomaron en cuenta 3 diferentes casos que se exponen a continuación.

#### 4.2.1. Caso 1: Primer ramal abierto y segundo ramal cerrado.

Como se mencionó, se realizaron 3 diferentes casos, para este, se cerró la válvula que permite el flujo a través del segundo ramal, por lo que la demanda a estimar es  $Q_{d1}$ . Los resultados de las presiones y caudales calculados se aprecian en las tablas 4.7 y 4.8.

**Tabla 4.7:** Comparación de presiones caso 1

Presión real [m.c.a.]		Presión estimada [m.c.a.]		Índice de error
$H_{d2}$	28.8984	$\hat{H}_{d2}$	29.3978	1.7663 %
$H_{d3}$	20.1272	$\hat{H}_{d3}$	20.6066	2.4247 %

**Tabla 4.8:** Comparación de caudales caso 1

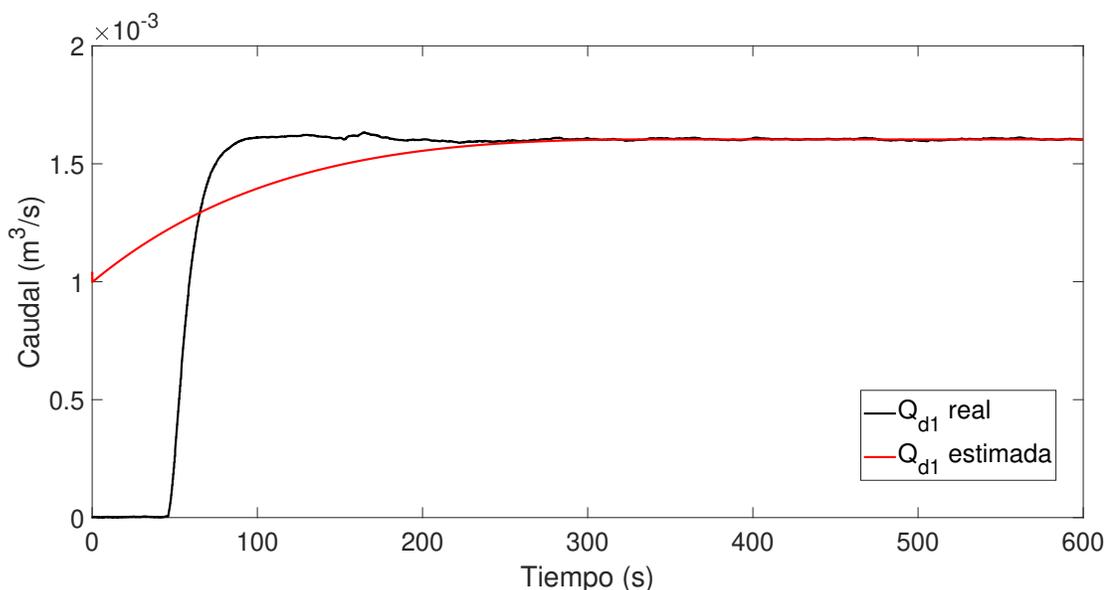
Caudal real [ $m^3/s$ ]		Caudal estimado [ $m^3/s$ ]		Índice de error
$Q_1$	0.002834	$\hat{Q}_1$	0.002884	1.7725 %
$Q_2$	0.001350	$\hat{Q}_2$	0.001375	1.8989 %

El índice de error medido a través del Error Porcentual Absoluto Medio (EPAM) entre los datos medidos y los estimados por el observador se calcula como:

$$EPAM = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{|A_t - F_t|}{|A_t|}}{n} \quad (4.20)$$

Los resultados del EPAM están en todas las Tablas de la 4.7 a la 4.12, estos porcentajes permiten conocer un factor de validación del algoritmo propuesto.

En la Figura 4.24, se observa la estimación de la demanda del primer ramal con respecto a los datos reales, donde la demanda es activada a los 75 [s] de toma de muestras. La convergencia del valor real con el estimado ocurre a los 280 [s], en este caso la respuesta del observador es más rápido debido a que son menos demandas a estimar y el costo computacional disminuye. Nótese que 75 [s] se considera a una respuesta rápida debido a que la dinámica del sistema es lento, además de que en una red hidráulica el sistema funcionaría por meses, con lo que la respuesta del sistema es muy rápida.



**Figura 4.24:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d1}$  con respecto a la demanda real

#### 4.2.2. Caso 2: Segundo ramal abierto y primer ramal cerrado

Para este caso, la demanda a estimar es  $Q_{d2}$ , el procedimiento es igual, con la diferencia que ahora será  $Q_1$  para el tramo uno al dos y  $Q_2$  comprenderá al tercer tramo, los resultados de presiones y caudales para este caso están expuestos en las tablas 4.9 y 4.10.

**Tabla 4.9:** Comparación de presiones caso 2

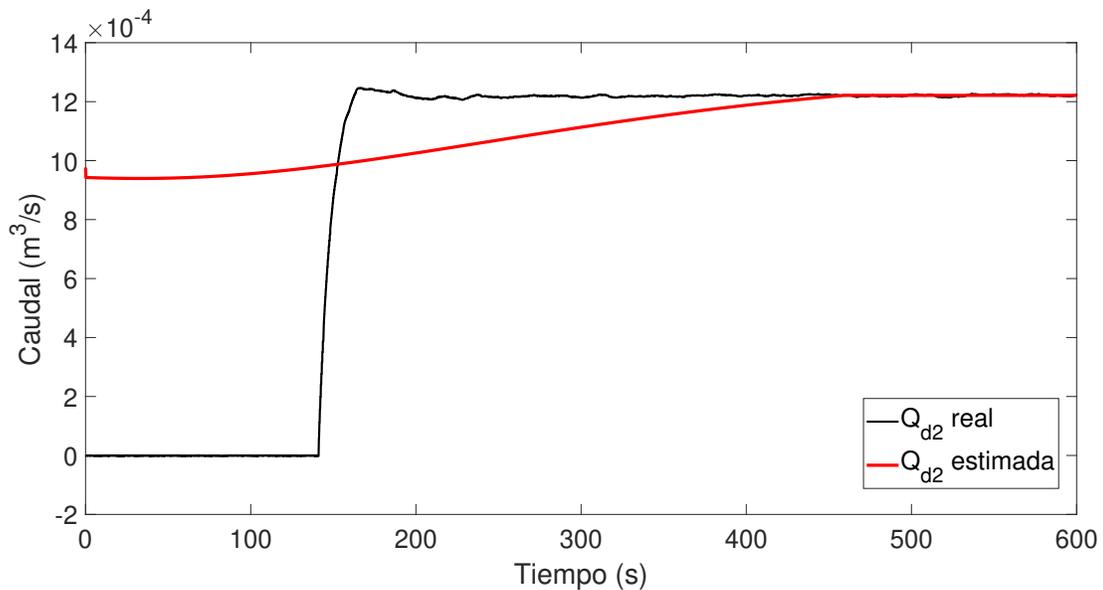
Presión real [m.c.a.]		Presión estimada [m.c.a.]		Índice de error
$H_{d2}$	37.1227	$\hat{H}_{d2}$	37.6023	1.2988 %
$H_{d3}$	20.0040	$\hat{H}_{d3}$	20.4594	2.3347 %

**Tabla 4.10:** Comparación de caudales caso 2

Caudal real [ $m^3/s$ ]		Caudales estimado [ $m^3/s$ ]		Índice de error
$Q_1$	0.002532	$\hat{Q}_1$	0.002557	0.9941 %
$Q_2$	0.001331	$\hat{Q}_2$	0.001348	1.3642 %

En la Tabla 4.9 se observa que las presiones estimadas con respecto a las reales difieren un poco, esto se debe a que los sensores toman los datos en [kPa] y al pasarlos a [m.c.a.] se pierde cierta información, a comparación de las estimadas que se rigen bajo el modelo y las estimaciones de los caudales.

En la Figura 4.25, se aprecia la estimación de  $Q_{d2}$  con respecto a la demanda real, en esta ocasión el observador converge a los 420 [s], esto se debe posiblemente a dos razones, primero que la demanda real es activada a los 180 [s] a comparación del caso anterior que se activó a los 75 [s], además de que el sensor de caudal  $FT_3$  tiene cierta discrepancia con respecto al sensor  $FT_4$  que se considera como un mayor ruido de medición, no obstante sigue siendo eficaz en el tiempo de estimación con respecto al que se obtuvo en la simulación de la sección 4.1.2.. Es resaltable que el tiempo de estimación sigue siendo “rápido” si se considera la dinámica lenta del sistema real.



**Figura 4.25:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d2}$  con respecto a la demanda real

### 4.2.3. Caso 3: Ambos ramales abiertos

Por último se abrieron las válvulas en ambos ramales, así que el caudal se repartió en toda la red ramificada, tal como se muestra en la Figura 4.21, los resultados obtenidos para los caudales y presiones calculados en este caso, están expuestos en las tablas 4.11 y 4.12.

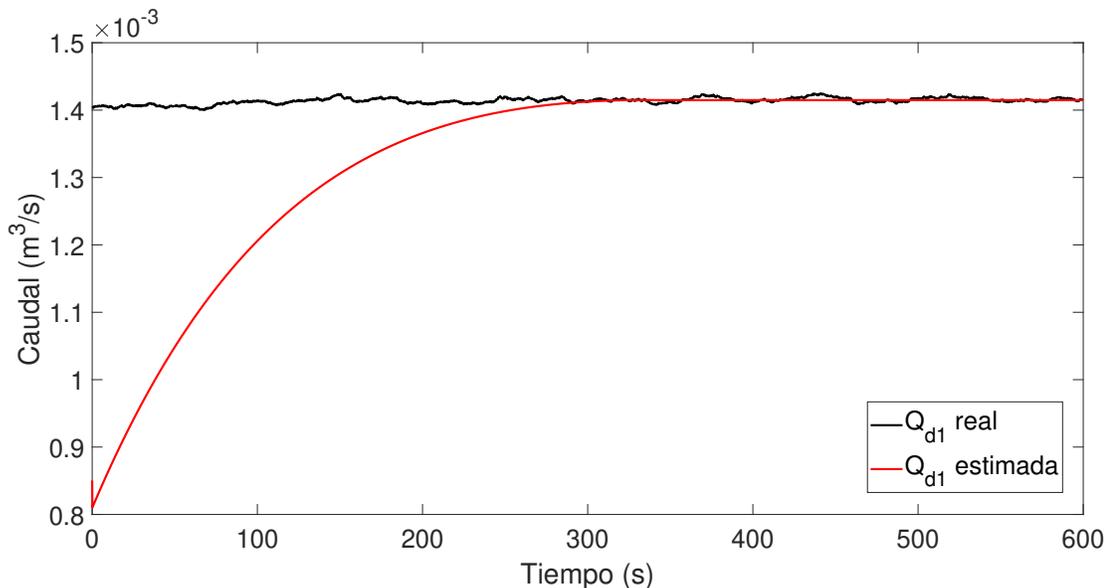
**Tabla 4.11:** Comparación de presiones, caso 3

Presiones [m.c.a.]		Presiones estimadas [m.c.a.]		Índice de error
$H_{d2}$	23.6616	$\hat{H}_{d2}$	24.1174	1.9263 %
$H_{d3}$	15.6766	$\hat{H}_{d3}$	16.00203	2.0758 %

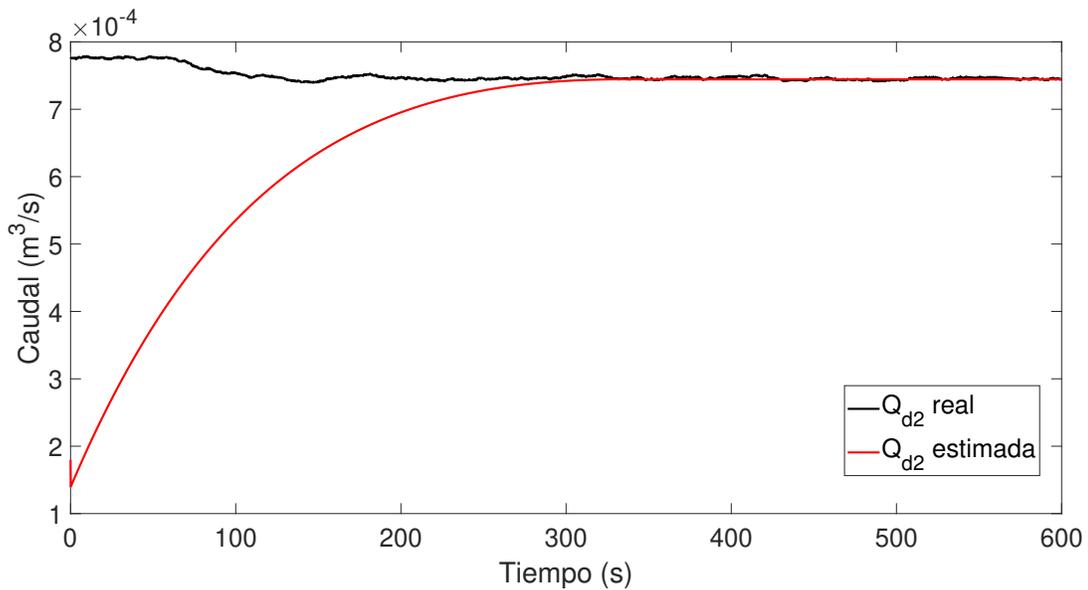
**Tabla 4.12:** Comparación de caudales, caso 3

Caudales [ $m^3/s$ ]		Caudales estimados [ $m^3/s$ ]		Índice de error
$Q_1$	0.002936	$\hat{Q}_1$	0.002966	1.0203 %
$Q_2$	0.001866	$\hat{Q}_2$	0.001881	0.8027 %
$Q_3$	0.000796	$\hat{Q}_3$	0.000806	1.2593 %

Las gráficas 4.26 y 4.27 representan las demandas reales de caudal en cada ramal, el resultado de la estimación obtenido mediante el algoritmo presentado, donde se aprecia la convergencia del observador para ambos, demostrando la fiabilidad del estimador, tanto en simulación como de forma experimental.



**Figura 4.26:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d1}$  con respecto a la demanda real



**Figura 4.27:** Convergencia del EKF para estimar  $Q_{d2}$  con respecto a la demanda real

Como se observaron en los casos de simulación y validación experimental, una de las desventajas que presenta este método es la velocidad de convergencia de la estimación de la demanda, esto debido a que el método propuesto es muy sensible a cambios en el tiempo de muestreo, a la consideración de ruido acotado y la linealización del modelo.

El principal problema de este esquema es que se arrastra un error de convergencia tal que el observador 2 no es más rápido que el observador 1, puesto que para estimar  $Q_{d2}$  es necesario tener una estimación adecuada de  $Q_{d1}$ . Trabajos previos han demostrado que no es posible reducir los tiempos de convergencia con filtros de Kalman (Santos-Ruiz, Bermúdez, López-Estrada, Puig, Torres & Delgado-Aguñaga 2018), debido a su naturaleza estocástica y discreta, es por eso que se toman como resultados aceptables. Otra razón por la cual los métodos basados en EKF son lentos se debe a que en cada instante de muestreo es necesario calcular los jacobianos, esto conlleva a un alto número de iteraciones que al final reducen la aplicabilidad experimental del método.

# Capítulo 5

## Conclusiones

En este trabajo se presentó un enfoque para la estimación de demandas desconocidas en un sistema de distribución de agua. Dicho enfoque resuelve una problemática de vital importancia, pues desde un punto de vista práctico y económico no es posible medir todas las demandas en un sistema de distribución debido al elevado costo de los sensores. El enfoque propuesto considera múltiples filtros de Kalman extendido en cascada y logra la estimación de múltiples demandas con buen desempeño considerando únicamente sensores de presión y caudal a la entrada y salida de la tubería simulada.

No obstante, como se mencionó en el capítulo 3, la estimación se realiza de forma consecutiva, es decir, para estimar la demanda  $Qd_n$ , es necesario estimar la demanda  $Qd_{n-1}$ , por tanto si la demanda  $Q_{n-1}$  es errónea, las siguientes también lo serán. Esto genera posibles limitantes al llevarlo a la parte experimental debido a que es un algoritmo basado en un modelo linealizado. La convergencia de los datos estimados con los datos experimentales dependerá de las condiciones físicas y de la precisión de dicho modelo; es decir si no se estima correctamente la demanda anterior, esto acarrea un error en el siguiente estimador y así consecutivamente.

Uno de los puntos críticos del método es la estimación de la longitud equivalente de la tubería: esto debido a que cada codo o accesorio ocasiona pérdidas de energía. Por lo tanto, la longitud computacional es diferente a la longitud física. Para el cálculo, se emplearon fundamentos de hidráulica considerando los accesorios utilizados en el ducto de la planta piloto del

ITTG, con la finalidad de obtener las distancias computacionales en cada tramo existente entre los ramales de la tubería. Como resultado se mejoró la calibración del modelo, lo que finalmente se refleja en la convergencia del filtro en cada tramo.

Para validar el método se propusieron diferentes escenarios que simulan diferentes configuraciones de una red hidráulica. Los resultados obtenidos demuestran la efectividad del algoritmo desarrollado y la factibilidad que ofrece para la estimación de  $n$  demandas, así como de caudales y presiones desconocidas. Se analizó el efecto de una demanda de caudal en el modelo matemático RWC, después se discretizó usando el método de discretización de Euler mejorado al proceso iterativo del filtro de Kalman extendido. Los resultados del estimador para las demandas de caudal en la red experimental tuvieron una aproximación con respecto al valor real con un error promedio menor al 2% cumpliendo con la propuesta inicial, sin embargo las estimaciones resultantes en las presiones presentan un error entre el 2% y 3%, esto se atribuye a la incertidumbre generada por los sensores físicos. En general el conjunto de resultados obtiene un error de estimación promedio menor al 3%, esto significa que el algoritmo diseñado para la estimación de múltiples demandas nodales tiene una aproximación del 97%, por lo que la hipótesis planteada al inicio de este proyecto de tesis es aceptada.

En cuanto a la implementación del estimador de demandas múltiples, la metodología empleada entrega resultados eficientes al implementarse en una red experimental que asemeja a las RDA de la vida real. Con esto se concluye que el filtro de Kalman extendido como observador de entradas, junto a la configuración secuencial, es una alternativa que cumple con las expectativas, gracias a su versatilidad y adaptabilidad en cuestiones de ruidos de mediciones y procesos. Sin embargo, debido a los señalamientos realizados en el capítulo anterior, con respecto al tiempo de convergencia, la propuesta actual deja espacio para la optimización de la metodología desarrollada, esto motiva a la búsqueda de nuevos enfoques que logren solucionar el detalle de tiempo. Los tiempos de convergencia podrían mejorarse considerando observadores no lineales, los cuales no requieran de discretizar el modelo a cada instante de tiempo como sucede con los filtros de Kalman; este trabajo se llevara a cabo en futuras investigaciones.

## 5.1. Artículo de congreso

- Cano, A., López-Estrada, F., Torres, L., Santos-Ruiz, I., Diseño de un algoritmo basado en el EKF para la estimación de demandas desconocidas en ductos de agua. 4JCyTA 2020.



# Bibliografía

- Antunes, C. H. & Dolores, M. (2016), Sensor location in water distribution networks to detect contamination events—a multiobjective approach based on nsga-ii, *in* ‘2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)’, IEEE, pp. 1093–1099.
- Ayala Caicedo, M. S., Barrera Jiménez, M. A. & Lombo Bacca, P. T. (2019), ‘Diseño y montaje prototipo de tubería ramificada para el laboratorio de hidráulica de la universidad cooperativa de colombia sede villavicencio’.
- Bermúdez, G. M. & Padilla, M. G. S. (2020), ‘El agua potable como derecho fundamental para la vida’, *Misión Jurídica, Revista de Derecho y Ciencias Sociales* .
- Delgado-Aguiñaga, J., Besancon, G., Begovich, O. & Carvajal, J. (2016), ‘Multi-leak diagnosis in pipelines based on extended kalman filter’, *Control Engineering Practice* **49**, 139–148.
- El-Ghandour, H. A. & Elbeltagi, E. (2018), ‘Comparison of five evolutionary algorithms for optimization of water distribution networks’, *Journal of Computing in Civil Engineering* **32**(1), 04017066.
- Evensen, G. (2003), ‘The ensemble kalman filter: Theoretical formulation and practical implementation’, *Ocean dynamics* **53**(4), 343–367.
- Guillén-Campo, Y. & Leyva-de la Cruz, B. (2015), ‘Caracterización de redes hidráulicas en un circuito hidrométrico en una zona urbana’, *Ciencias Holguín* **21**(2), 1–13.
- Huarte Sanz, Á. (2016), ‘Gestión inteligente de recursos hidráulicos en smartcities: Integración de scada y epanet en un servicio web sos-52°north’.

- Jung, D., Choi, Y. & Kim, J. (2016), 'Optimal node grouping for water distribution system demand estimation', *Water* **8**(4), 160.
- Karmiani, D., Kazi, R., Nambisan, A., Shah, A. & Kamble, V. (2019), Comparison of predictive algorithms: Backpropagation, svm, lstm and kalman filter for stock market, in '2019 Amity International Conference on Artificial Intelligence (AICAI)', IEEE, pp. 228–234.
- Lee, H. M., Yoo, D. G., Kang, D., Jun, H. & Kim, J. H. (2016), 'Uncertainty quantification of pressure-driven analysis for water distribution network modeling', *Water Science and Technology: Water Supply* **16**(3), 599–610.
- Letting, L., Hamam, Y. & Abu-Mahfouz, A. (2017), 'Estimation of water demand in water distribution systems using particle swarm optimization', *Water* **9**(8), 593.
- Majidi Khalilabad, N., Mollazadeh, M., Akbarpour, A. & Khorashadizadeh, S. (2018), 'Leak detection in water distribution system using non-linear kalman filter', *Iran University of Science & Technology* **8**(2), 169–180.
- McDowell, C. L. & Noske, J. (2018), 'Leak detection for downhole isolation valve'. US Patent App. 15/425,868.
- Nishimura, A. (2016), 'Flow-rate control valve'. US Patent App. 29/515,260.
- Niu, Y. & Hu, L. (2016), An extended kalman filter application on moving object tracking, in 'Proceedings of the 5th International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control', Springer, pp. 1261–1268.
- Pacchin, E., Gagliardi, F., Alvisi, S. & Franchini, M. (2019), 'A comparison of short-term water demand forecasting models', *Water resources management* **33**(4), 1481–1497.
- Qin, T. & Boccelli, D. L. (2017), 'Grouping water-demand nodes by similarity among flow paths in water-distribution systems', *Journal of Water Resources Planning and Management* **143**(8), 04017033.

- Quintiliani, C., Marquez-Calvo, O., Alfonso, L., Di Cristo, C., Leopardi, A., Solomatine, D. P. & De Marinis, G. (2019), 'Multiobjective valve management optimization formulations for water quality enhancement in water distribution networks', *Journal of Water Resources Planning and Management* **145**(12), 04019061.
- Ribeiro, L., Sousa, J., Marques, A. & Simões, N. (2015), 'Locating leaks with trustrank algorithm support', *Water* **7**(4), 1378–1401.
- Saldarriaga, J. (2007), *Hidráulica de tuberías: abastecimiento de agua, redes, riegos*, number 627 S3 2007., Alfaomega Bogotá eD. CDC.
- Sankar, G. S., Kumar, S. M., Narasimhan, S., Narasimhan, S. & Bhallamudi, S. M. (2015), 'Optimal control of water distribution networks with storage facilities', *Journal of Process Control* **32**, 127–137.
- Santos-Ruiz, I., Bermúdez, J., López-Estrada, F., Puig, V. & Torres, L. (2018a), 'Estimación experimental de la rugosidad y del factor de fricción en una tubería'. Congreso Nacional de Control Automático, CNCA 2018. AMCA.
- Santos-Ruiz, I., Bermúdez, J., López-Estrada, F., Puig, V. & Torres, L. (2018b), Estimación experimental de la rugosidad y del factor de fricción en una tubería, *in* 'Memorias Del Congreso Nacional De Control Automático, San Luis Potosí, San Luis Potosí, México', pp. 10–12.
- Santos-Ruiz, I. d. I., Bermúdez, J. R., López-Estrada, F. R., Puig, V., Torres, L. & Delgado-Aguñaga, J. (2018), 'Online leak diagnosis in pipelines using an ekf-based and steady-state mixed approach', *Control Engineering Practice* **81**, 55–64.
- Schal, S., Bryson, L. S., Ormsbee, L. E. et al. (2016), 'A simplified procedure for sensor placement guidance for small utilities.', *IJCIS* **12**(3), 195–212.
- Torres, L., Jiménez-Cabas, J., González, O., Molina, L. & López-Estrada, F.-R. (2019), 'Kalman filter for leak diagnosis in pipelines: Brief history and future research'.
- Torres, L., Verde, C. & Rojas, J. (2019), 'Minimal-order observers for locating leaks in a pipeline with a branch', *IFAC-PapersOnLine* **52**(23), 67–72.

- Torres López, E. (2019), 'Diseño y simulación hidráulica del sistema de abastecimiento de agua potable de la urbanización las brisas de la ciudad de moyobamba-2018'.
- Verde, C., Torres, L. & González, O. (2016), 'Decentralized scheme for leaks' location in a branched pipeline', *Journal of loss prevention in the process industries* **43**, 18–28.
- Wang, H., Wang, W., Cui, Z., Zhou, X., Zhao, J. & Li, Y. (2018), 'A new dynamic firefly algorithm for demand estimation of water resources', *Information Sciences* **438**, 95 – 106.
- Zhang, H., Wang, K., Zhou, X. & Wang, W. (2018), 'Using dfp algorithm for nodal demand estimation of water distribution networks', *KSCE Journal of Civil Engineering* **22**(8), 2747–2754.
- Zhang, X., Mu, X., Liu, H., He, B. & Yan, T. (2019), Application of modified ekf based on intelligent data fusion in auv navigation, in '2019 IEEE Underwater Technology (UT)', IEEE, pp. 1–4.
- Zhao, W., Li, H., Zou, L. & Huang, W. (2017), 'Nonlinear unknown input observer based on singular value decomposition aided reduced dimension cubature kalman filter', *Mathematical Problems in Engineering* **2017**.