



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLOGICO
NACIONAL DE MEXICO

Instituto Tecnológico de Tlalnepantla

"2020, Año del Leon Vicario, Benemérita Madre de la patria"

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TLALNEPANTLA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“ESTIMACIÓN DE LOS ESPESORES DE CAPA Fe_3B FORMADOS
EN LA SUPERFICIE DE UNA ACERO BORURADO AISI 9840
EMPLEANDO UNA RED NEURODIFUSA”**

TESIS

**PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA**

PRESENTA:

GEORGINA MORENO GONZÁLEZ

**DIRECTOR: DR. OSCAR ARMANDO GÓMEZ VARGAS
CO-DIRECTOR: DR. MARTÍN ORTÍZ DOMÍNGUEZ**





EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLOGICO
NACIONAL DE MEXICO.

Instituto Tecnológico de Tlalnepantla

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Tlalnepantla de Baz, Estado de México, **05/febrero/2020**

OFICIO DEPI 031/02/2020

ASUNTO: Autorización de impresión de tesis

C. GEORGINA MORENO GONZÁLEZ
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "ESTIMACIÓN DE LOS ESPESORES DE CAPA Fe_2B FORMADOS EN LA SUPERFICIE DE UN ACERO BORURADO AISI 9840 EMPLEANDO UNA RED NEURONAL ARTIFICIAL" ha informado a esta Jefatura que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"Por la Realización Tecnológica de mi Pueblo"

M.C. MIGUELA. PAREDES RUEDA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN



EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLOGICO
NACIONAL DE MEXICO

Instituto Tecnológico de Tlalnepantla

"2020, Año de Leona Vicario, Benemérita Madre de la Patria"

Tlalnepantla de Baz, Edo. De México, 03/febrero/2020

OFICIO N° DEPI 033 /02/2020
Asunto: Aceptación de documentos de tesis

M. EN C. MIGUEL ÁNGEL PAREDES RUEDA
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
E INVESTIGACIÓN
PRESENTE.

Por este conducto, los integrantes del Comité Tutorial de la C. GEORGINA MORENO GONZÁLEZ, con número de control M96250237, de la Maestría en Ciencias de la Ingeniería, le informamos que hemos revisado la tesis profesional que lleva por título "ESTIMACIÓN DE LOS ESPESORES DE CAPA Fe₂B FORMADOS EN LA SUPERFICIE DE UN ACERO BORURADO AISI 9840 EMPLEADO UNA RED NEURONAL ARTIFICIAL", y encontramos que se realizaron todas las correcciones y observaciones indicadas, por lo que acordamos aceptar el manuscrito y le solicitamos la autorización de Impresión definitiva.

ATENTAMENTE

Excelencia en Educación Tecnológica
"Por la Realización Tecnológica de mi Pueblo"

DIRECTOR

DR. OSCAR ARMANDO GÓMEZ VARGAS

CO-DIRECTOR

DR. MARTÍN ORTÍZ DOMÍNGUEZ

REVISOR

DR. JOSÉ SOLÍS ROMERO



INDICE

| | |
|--|-----------|
| Indice de figuras | 7 |
| Indice de Tablas | 9 |
| Dedicatorias | 11 |
| RESUMEN | 12 |
| INTRODUCCION | 13 |
| ANTECEDENTES | 19 |
| Problemática | 26 |
| Justificación | 30 |
| Objetivo general | 32 |
| Objetivos específicos | 32 |
| Metodología | 33 |
| Estructura de la tesis | 34 |
| Aportaciones | 35 |
| Alcance | 35 |
| Limitaciones | 36 |
| | |
| CAPITULO 1 | 37 |
| Estado del arte | 37 |
| 1.1.Generalidades y técnicas del tratamiento termoquímico de borurizacion | 38 |
| 1.2.Borurizacion en polvo e influencia del B ₄ C, KBF ₄ y SiC en las mezclas borurante | 40 |
| 1.2.1.Mezclas borurizantes comerciales | 49 |
| 1.3.Características de las Capas Boruradas, su morfología, propiedades fisicoquímicas y mecánicas | 50 |
| 1.3.1. Morfología de las capas Boruradas | 53 |
| 1.3.2. Propiedades fisicoquímicas y mecánicas de los boruros de hierro | 56 |
| 1.4. Influencia de los elementos de aleación en el crecimiento de los boruros | 57 |



| | |
|--|----|
| 1.5. Aleaciones ferrosas susceptibles al proceso de borurización y algunas de las aplicaciones de los aceros borurizados | 60 |
|--|----|

| | |
|-------------------|----|
| CAPITULO 2 | 63 |
|-------------------|----|

| | |
|----------------------|----|
| Lógica Difusa | 63 |
|----------------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| 2.1. Introducción | 63 |
|-------------------|----|

| | |
|---------------------------------------|----|
| 2.1.1 Tratamiento de la incertidumbre | 66 |
|---------------------------------------|----|

| | |
|----------------------------|----|
| 2.1.2 Métodos no numéricos | 66 |
|----------------------------|----|

| | |
|-------------------------|----|
| 2.1.3 Métodos numéricos | 67 |
|-------------------------|----|

| | |
|-------------------------------|----|
| 2.2 ¿Que es la Lógica Difusa? | 68 |
|-------------------------------|----|

| | |
|----------------------------------|----|
| 2.3 Historia de la Lógica Difusa | 70 |
|----------------------------------|----|

| | |
|----------------------|----|
| 2.4. Características | 72 |
|----------------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| 2.5. Aplicaciones | 74 |
|-------------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| CAPITULO 3 | 76 |
|-------------------|----|

| | |
|--------------------------------|----|
| Razonamiento Aproximado | 76 |
|--------------------------------|----|

| | |
|-------------------|----|
| 3.1. Introducción | 76 |
|-------------------|----|

| | |
|--------------------------------------|----|
| 3.1.1. Definición de conjunto difuso | 80 |
|--------------------------------------|----|

| | |
|---|----|
| 3.1.2. Operaciones de Conjuntos Difusos | 85 |
|---|----|

| | |
|--------------------|----|
| 3.1.3. Propiedades | 87 |
|--------------------|----|

| | |
|--|----|
| 3.1.4. Representación de conjuntos difusos | 88 |
|--|----|

| | |
|-----------------------------|----|
| 3.2. Variables lingüísticas | 89 |
|-----------------------------|----|

| | |
|-----------------------|----|
| 3.2.1. Modificaciones | 90 |
|-----------------------|----|

| | |
|------------------------------|----|
| 3.3. Razonamiento Aproximado | 93 |
|------------------------------|----|

| | |
|-----------------------|----|
| 3.3.1. Reglas Difusas | 94 |
|-----------------------|----|

| | |
|------------------------|----|
| 3.4. Conjuntos Difusos | 99 |
|------------------------|----|

| | |
|------------------------------|----|
| 3.5 Funciones de Pertenencia | 94 |
|------------------------------|----|

| | |
|---------------------|----|
| 3.6. Reglas IF-ELSE | 99 |
|---------------------|----|



| | |
|---|-----|
| 3.7. Inferencia Difusa | 100 |
| 3.8. Mínimos cuadrados recursivos | 103 |
| 3.9. Formulación del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos | 104 |
| 3.9.1. Diseño del sistema difuso por mínimos cuadrados | 105 |
| CAPITULO 4 | 109 |
| Tratamiento termoquímico de borurizacion | 109 |
| 4.1. Procedimiento experimental | 109 |
| 4.1.1. Borurizacion en polvo | 109 |
| 4.2. Preparación metalográfica | 120 |
| 4.2.1. Difracción de rayos X | 123 |
| 4.2.2. Medición de la capa borurada | 130 |
| CAPITULO 5 | 132 |
| Presentación y difusión de resultados | 132 |
| 5.1. Resultados y discusiones | 132 |
| 5.1.1. Microscopia óptica | 132 |
| 5.1.2. Microscopia electrónica de barrido | 136 |
| 5.1.3. Electrones retrodispersados (EDS) | 141 |
| 5.1.4. Análisis de la difracción de rayos X | 144 |
| 5.1.5. Etapas de crecimiento de los boruros de hierro (etapa 1 de crecimiento) | 146 |
| 5.1.6. Crecimiento de los cristales de Fe ₂ B dentro del sustrato (etapa 2 de crecimiento) | 153 |
| 5.1.7. Estimación de capa Fe ₂ B a través de una red difusa | 155 |
| CONCLUSIONES | 166 |
| REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS | 167 |
| ANEXOS | 177 |



| | |
|--------------|-----|
| GLOSARIO | 200 |
| NOMENCLATURA | 202 |

INDICE DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura (a) Cigüeñal Fuente: Autoría propia | 16 |
| Figura (b) Engrane. Fuente: Autoría propia | 16 |
| Figura (c) Eje. Puente: Autoría propia | 17 |
| Figura (d) Árbol de levas Fuente: Bilbao Exhibición centre, (2018) | 17 |
| Figura (e) Piñón-cremallera. Fuente: Autoría propia | 18 |
| Figura I. Cigüeñal de un automóvil | 26 |
| Figura 1.1 Diagrama de fases del sistema binario Fe-B (Massalski, 1990, Okamoto, 2004) | 51 |
| Figura 1.2. Representación esquemática de las celdas unitarias de los boruros de hierro a) Tipo Fe_2B b) tipo FeB | 52 |
| Figura 1.3 Tipos de capas borurizadas que se pueden obtener | 54 |
| Figura 1.4 Efectos de los elementos de aleación en las morfologías de las capas | 59 |
| Figura 2.1. botellas difusa y probabilística etiquetadas | 68 |
| Figura 2.2 Lavadoras, microondas, cámaras de vídeo, televisores | 72 |
| Figura 3.1 Representación de la altura de una población de individuos | 76 |
| Figura 3.2 Descripción gráfica de operaciones estándar con conjuntos difusos | 80 |
| Figura 3.3 Uso del modificador muy en los conjuntos bajo y alto | 85 |
| Figura 3.4. Algunos modificadores y su representación gráfica y matemática | 88 |
| Figura 3.5. Ejemplo de inferencia de selección monotónica | 89 |
| Figura 3.6 Función de pertenencia de tipo trapezoidal. Fuente: Autoría propia | 93 |



| | |
|---|-----|
| Figura 3.7 Función de pertenencia de tipo singleton. Fuente: Autoría propia | 95 |
| Figura 3.8 Función de pertenencia de tipo triangular. Fuente: Autoría propia | 96 |
| Figura 3.9. Función de pertenencia de tipo S. Fuente: Autoría propia | 97 |
| Figura 3.10. Ejemplo de dos conjuntos Difusos | 100 |
| Figura 3.11 Esquema básico del modelo de identificación para un sistema | 102 |
| Figura 4.1 Sección del lingote de acero AISI 9840 | 114 |
| Figura 4.2 Probeta de acero AISI 9840 | 114 |
| Figura 4.3 Dispositivo montador de probetas | 116 |
| Figura 4.4. Pulidora Buehler | 117 |
| Figura 4.5 Contenedor para tratamiento de borurización | 119 |
| Figura 4.6 Mufla con atmósfera controlada para tratamiento termoquímico | 120 |
| Figura 4.7 Pulidora Phoenix Beta | 121 |
| Figura 4.8 Ataque químico | 122 |
| Figura 4.9 Microscopio óptico | 123 |
| Figura 4.10 Los rayos X son radiación electromagnética | 124 |
| Figura 4.11 Difractómetro Inel, modelo EQUINOX 2000 | 125 |
| Figura 4.12 Esquematación del funcionamiento de un difractómetro de rayos X | 127 |
| Figura 4.13 Interferencias de acuerdo al ángulo de desviación | 128 |
| Figura 4.14 Estructura cristalina tetragonal centrada en el cuerpo de la fase Fe ₂ B | 129 |
| Figura 4.15 Medición de capas boruradas | 132 |
| Figura 5.1 Morfología aserrada de la capa Fe ₂ B | 133 |
| Figura 5.2 Morfología aserrada de la capa Fe ₂ B | 134 |
| Figura 5.3 Morfología aserrada de la capa Fe ₂ B | 135 |
| Figura 5.4 Morfología aserrada de la capa Fe ₂ B | 137 |
| Figura 5.5. Fotomicrografías obtenidas con MEB | 138 |
| Figura 5.6 Fotomicrografías obtenidas con MEB | 142 |
| Figura 5.7 Fotomicrografías obtenidas con MEB | 144 |



| | |
|---|-----|
| Figura 5.8. Fotomicrografías obtenidas con MEB | 146 |
| Figura 5.9 Micrografías SEM de las secciones transversales | 148 |
| Figura 5.10. Difractograma del acero borurado AISI 9840 | 149 |
| Figura 5.11 Muestra de hierro con un tiempo de tratamiento de 1 h | 151 |
| Figura 5.12 Direcciones y planos cristalográficos | 152 |
| Figura 5.13 Proyección de los átomos de hierro Fe sobre el plano perpendicular | 154 |
| Figura 5.14 Metalografía de una sección transversal de una muestra de hierro puro | 156 |
| Figura 5.15 Representación esquemática de las etapas del crecimiento termoquímico | 158 |
| Figura 5.16 Micrografías con la técnica de Microscopía Electrónica de Barrido | 159 |
| Figura 5.17 Crecimiento de capa Fe_2B parabólico del modelo de difusión | 160 |
| Figura 5.18 Esquema de identificación de mínimos cuadrados recursivos difusos | 161 |
| Figura 5.19 Funciones de pertenencia Tipo-Gaussianas donde (a) Variable | 161 |
| Figura 5.20 Estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B | 163 |
| Figura 5.21 Error de estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B | 164 |
| Figura 5.22. Índice de desempeño IAE para la estimación de crecimiento | 164 |

INDICE DE TABLAS

| | |
|---|-----|
| Tabla 1.1. Agentes borurizantes y su composición empleados en diferentes procesos que tratan con reacciones químicas (Matuschka,1980) | 30 |
| Tabla 1.2. Propiedades de los agentes borurantes estado sólido | 41 |
| Tabla 1.3. Propiedades químicas y mecánicas de los boruros de hierro | 55 |
| Tabla 1.4. Aplicaciones industriales de diferentes aceros Borurados | 61 |
| Tabla 3.1 Representación de la altura de una población de individuos | 77 |
| Tabla 4.1 Composición química del acero AISI 9840 | 109 |



| | |
|--|-----|
| Tabla 5.1 Potenciales químicos de carburo de boro (B ₄ C) | 145 |
| Tabla 5.2 Coeficientes de difusión a diferentes temperaturas absolutas | 156 |
| Tabla 5.3 Vector de parámetros iniciales $\theta_i(0)$ | 160 |
| Tabla 5.4 Comparación entre los valores experimentales del espesor de capa Fe ₂ B | 165 |



Agradecimientos

Le doy gracias a **Dios** principalmente por haberme acompañado en este camino y brindarme la vida para poder concluir este camino de aprendizaje.

Gracias a mis **Padres** por el apoyo, enseñanzas y darme valores para ser una persona de bien.

Gracias a mis **Hermanos** que siempre me han enseñado lo importante que es el apoyo de familia.

Gracias a mi **Hermana Lucero** por ser mi ejemplo, mi mejor amiga y mi compañera en este camino, por qué juntas concluimos esta meta.

Gracias a mi **Marido y a mis Hijas** por su paciencia, comprensión y solidaridad con este proyecto, por el tiempo que me han concedido, un tiempo robado a la historia familiar. Sin su apoyo este trabajo nunca se habría escrito y por eso, este trabajo es suyo también.

Gracias a mi **sobrina Tiare** por estar y aguantar en la ayuda al progreso y formación de este proyecto emprendido sacrificando tiempo, cuidado a sus primas mientras su mamá y yo concluíamos nuestras clases.

Gracias al **Dr. Gustavo Flores Fernández** por el apoyo y la confianza depositada en mi persona para poder alcanzar mis objetivos profesionales.

Gracias al **Ing. Raúl Hernández Bautista** por el apoyo personal y profesional para llevar a cabo esta meta.

Agradezco al **Instituto Tecnológico de Tlalnepantla**, en especial al **Dr. Oscar Armando Gómez Vargas, Dr. Martin Ortiz Domínguez, Dr. José Solís, M.C. Miguel Ángel Paredes y M.C. Rodolfo Mancilla** por haber compartido sus conocimientos, por todo el apoyo brindado, por su amistad, su tiempo y por haberme motivado a seguir adelante para la realización del término de mi Maestría.



Resumen

En este trabajo se evaluó el espesor de capa de un acero borurado AISI 9840, expuesto al tratamiento de borurización en polvo, mediante la técnica de empaquetamiento en caja. El modelo numérico para estimar los espesores de capa fue propuesto por M. Ortiz-Domínguez a través de las leyes fundamentales de Fick de transferencia de masa. Por otro lado, se implementó un modelo de red neurodifusa artificial, desarrollada bajo el método de mínimos cuadrados con siete funciones de pertenencia para la temperatura y cinco para el tiempo de tratamiento. Asimismo, se empleó como modelo la ley de crecimiento parabólico. Finalmente, la caracterización fisicoquímica se llevó a cabo mediante ensayos de microscopía óptica (MO), microscopía electrónica de barrido (MEB), y difracción de rayos X (DRX).

Palabras clave: red neurodifusa artificial, borurización, coeficiente de difusión, caracterización fisicoquímica.



Introducción

Generalmente, los tratamientos térmicos y termoquímicos superficiales tienen por objeto el endurecimiento de la superficie de los metales y, por consiguiente, en muchas ocasiones, el aumento de la resistencia al desgaste, conservando la ductilidad y tenacidad del núcleo. Existen aplicaciones que demandan piezas o materiales que resistan condiciones que son cada vez más severas como largos ciclos de trabajo, temperaturas de operación cada vez más elevadas, o procesamiento de materiales que generen algún tipo de desgaste. Por ello, es necesario que dichos materiales sean sometidos a procesos que los provean de las propiedades físicas y mecánicas adecuadas para tales fines, a costos razonables.

Aunque ya en la industria metalmecánica existen procesos como la nitruración, carburización (cementación), carbonitruración, entre otros, el borurado de aceros ha tenido un desarrollo importante en los últimos años en muchos sitios del mundo, debido a que su implementación permite que las piezas puedan ser usadas en aplicaciones más exigentes particularmente en lo referente a su resistencia al desgaste y al posible incremento de su vida útil respecto a aquellas a las que se ha aplicado otro tipo de proceso termoquímico.

El tratamiento termoquímico de borurización es un proceso relativamente nuevo que ha encontrado una gran aceptación debido a sus principales ventajas que son su alta resistencia al desgaste y su elevada dureza en la superficie, respecto a los demás tratamientos térmicos superficiales existentes. Además de que es un proceso relativamente fácil de aplicar en la superficie de diferentes aleaciones ferrosas y no ferrosas, es por eso que surge un interés de emplear este proceso en diferentes aplicaciones industriales.



En la boruración se difunden átomos de boro y la subsecuente formación de fases boruradas de tipo $(Fe, M) B$ y $(Fe, M)_2 B_4$ donde M son los elementos de aleación presentes en el substrato y que difunden en las capas de boruro de hierro. Este tratamiento también puede dar solución a numerosos problemas de materiales sometidos a estados de corrosión, desgaste y, lo que es más importante corrosión y desgaste. En el componente sometido a tratamiento de boruración, se pueden formar una (Fe_2B) o dos fases boruradas (FeB/Fe_2B) .

Por ende, el presente trabajo de investigación determina el espesor de la capa Fe_2B formada en la superficie del acero AISI 9840, haciendo uso de la inteligencia artificial, particularmente del modelo de red nuerodifusa. Particularmente, este trabajo es el inicio de la implementación de la inteligencia artificial en la determinación del valor del espesor de la capa borurada, siendo una herramienta poderosa en la optimización y automatización del proceso termoquímico de borurización. Por otro lado, este proyecto valida los resultados experimentales obtenidos del espesor de capa.

El AISI 9840 es un acero de baja aleación y medio carbono, su alta templabilidad permite obtener buenas propiedades en secciones grandes es considerado como una buena opción en donde se requiere de buena dureza y alta tenacidad. Su forjabilidad es muy buena, tiene buena maquinabilidad pero la soldabilidad es pobre, debido a la susceptibilidad de agrietarse.

Aplicaciones en partes que sean sometidas a mucho esfuerzo tal como:

- Engranés



- Flechas
- Piñones
- Pernos de alta resistencia
- Partes de maquinaria
- Cremalleras
- Cigüeñales
- Árboles de levas

Maquinabilidad:

59% tomando el 1212 como el 100%

Soldabilidad:

Aunque es difícil de soldar si se pre-calientan las partes puede usarse cualquier método de soldadura.

Tratamientos Térmicos:

Forja: 1150° – 1250°C enfriar en horno o en cenizas.

Recocido: 780° – 840°C, enfriar en horno.

Normalizado: 870° – 925°C, enfriar en aceite.

Revenido: 200° – 650°C, enfriar en aire.

La selección del acero AISI 9840, es debido al amplio espectro de propiedades útiles en piezas que son sometidas a esfuerzos a un bajo costo. Al templearlo se logra una gran dureza tanto en la superficie como en el núcleo, teniendo además un comportamiento muy homogéneo, de igual manera también tienen una muy buena



resistencia al desgaste. En las Figuras (a), (b), (c), (d) y (e), se presentan las aplicaciones más importantes de este acero.

- Cigüeñales

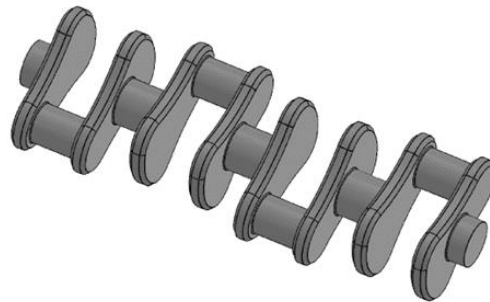


Figura (a) Cigüeñal. **Fuente:** Autoría propia.

- Engranos

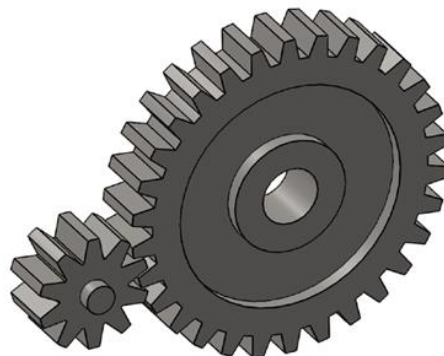


Figura (b) Engrane. **Fuente:** Autoría propia.

- Fechas

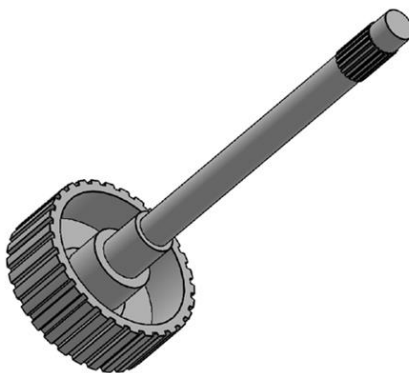


Figura (c) Eje. **Fuente:** Autoría propia.

- Árbol de levas

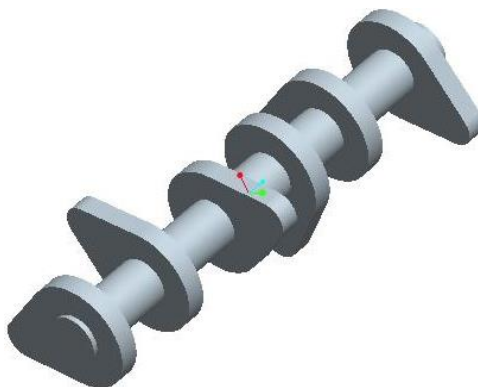


Figura (d) Árbol de levas. **Fuente:** Bilbao Exhibition Centre, (2018).

- Cremalleras

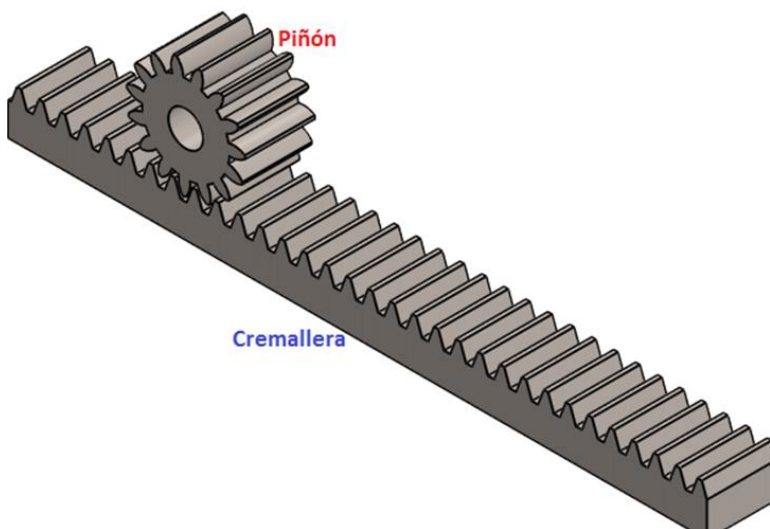


Figura (e) Piñón-cremallera. **Fuente:** Autoría propia.



Antecedentes

El proceso de borurización es un tratamiento termoquímico de endurecimiento superficial, en el cual átomos de boro son difundidos en un sustrato metálico para generar una capa de boruro(s) metálico(s) en la superficie del mismo, lo cual va a proporcionar una variedad de propiedades en la superficie, como alta dureza, elevada resistencia al desgaste y en muchos casos, un aumento de la resistencia a la corrosión, dando como consecuencia directa se obtiene que, en una gran cantidad de oportunidades, se incremente el tiempo de vida del material del sustrato de tres a diez veces (Suwattananont N, 2004; Davis, J. R., 2002).

Por todo lo anterior, el proceso de borurización se ha utilizado para sustituir en muchas aplicaciones a los tratamientos de carburización, nitruración y carbonitruración (Suwattananont N, 2004; Sinha, A. K. 1991). Sin embargo, solo

las técnicas en pasta y en polvo son capaces de ser procesadas en varias aplicaciones, mientras que no se utiliza como líquido y gas debido a su alta toxicidad (Suwattananont N, 2004). El proceso de borurización puede ser aplicado en superficies regulares, así como en un área específica de la superficie. El proceso puede proporcionar un procedimiento de bajo costo y productos de muy alta calidad, lo cual puede redituarse en algo muy benéfico en el área comercial. Además, el proceso de borurización puede ser combinado con otros tratamientos térmicos o termoquímicos para producir capas de boruro de múltiples componentes los que pueden otorgar las mejores características en la superficie del material en cuestión.



En la actualidad, se pueden obtener borurados mediante varias técnicas, las cuales se pueden dividir en tres categorías (Suwattananont N, 2004)

Técnicas avanzadas

Desde hace algunos años, se han logrado grandes avances, para conseguir una capa de boruro eficiente, en la superficie del sustrato, entre las que se pueden destacar:

Modificación de la superficie por láser (Suwattananont N, 2004; Kulka, M. & Pertek, 2003), la cual se utilizó para formar una capa de boruro en aceros de medio carbono. Aunque este método reduce la dureza de la capa de boruros, también disminuye el gradiente de dureza entre la capa de boruro y el sustrato, dando como resultado el aumento de la resistencia al desgaste, en comparación a un método convencional.

El reactor de lecho fluidizado (Suwattananont N, 2004; Anthymidis, K. G., Stergioudis, E., & Tsipas, D. N., 2001), se utilizó para realizar la borurización en aceros con el 0.5% en peso de carbono, aleaciones de níquel (Suwattananont N, 2004; Anthymidis, K. G., Zinoviadis, P., Roussos, D. & Tsipas, D. N., 2002) y otras aleaciones no ferrosas (Suwattananont N, 2004; Anthymidis, K. G., Stergioudis, G., & Tsipas, D. N., 2002). Por este método se pueden conseguir espesores aceptables y también buenas resistencias al desgaste y a la oxidación.

Proceso de plasma de arco transferido. En esta técnica se utilizan boro y polvo de cromo, para formar recubrimientos de combinaciones boro-hierro (Suwattananont



N, 2004; Bourithis, L., Papaefthymiou, S. & Papadimitriou, G. D., 2002), y boro-hierro-cromo (Suwattananont N, 2004; Bourithis, L. & Papadimitriou, G. D., 2003). En estos recubrimientos se logra obtener alta dureza y una excelente resistencia al desgaste.

Sinterización de plasma por chispa (Suwattananont N, 2004; Yu, L. G., Khor, K. A & Sundararajan, G., 2002). Esta técnica ayudó a eliminar los inconvenientes del proceso de borurización asistido por plasma, que presenta un alto grado de porosidad. En el proceso de borurización asistido por plasma de metales, se utiliza una atmósfera controlada de $\text{BCl}_3\text{-H}_2\text{-Ar}$, donde los parámetros del tratamiento permiten eliminar la porosidad en la capa de boruro (Suwattananont N, 2004; Cabeo, E. R., Audien, G., Biemer, S., Rie, K. -T. & Hoppe, S., 1999). Además, la activación mediante plasma de la atmósfera de $\text{Ar-H}_2\text{-BF}_3$ se utilizó para disminuir la corrosión (Suwattananont N, 2004; Löbig, G. & Hunger, H. -J., 1997). En el proceso de borurización asistido por plasma, combinado con deposición física de vapor y deposición química de vapor (PVD, CVD por sus siglas en inglés), se ha alcanzado la deposición de una capa de boruro a una temperatura de 600°C (Suwattananont N, 2004; Yoon, J. H., Jee, Y. K. & Lee, S. Y., 1999; Davis, J. A., Wilbur, P. J., Williamson, D.L., Wei, R. & Vajo, J.J., 1998).

La técnica de implantación de iones fue utilizada sobre fundiciones y acero para herramienta AISI M2, junto con una alta densidad de corriente, de energía baja, y la fuente de iones de haz amplio (Suwattananont N, 2004; Davis, J. A., Wilbur, P. J., Williamson, D.L., Wei, R. & Vajo, J.J., 1998). Este proceso proporciona una capa de boruro, más gruesa, y las temperaturas del borurado se encontraban alrededor de 600°C para las fundiciones, y 700°C para aceros temperaturas más bajas de lo que normalmente se utilizan en el proceso de borurización ($800^\circ\text{C} - 1100^\circ\text{C}$).



Técnicas convencionales de borurización

A pesar que las nuevas técnicas para realizar el proceso de borurización, se han seguido empleando y estudiando las técnicas convencionales, como borurado en pasta, en polvo, y en baño de sales, pues por sus buenos resultados, aun son ampliamente usadas para ser aplicadas en varios materiales ferrosos, como son: Aceros aleados, fundición nodular o dúctil, aceros inoxidable, y aceros de baja aleación base cromo etc. (Suwattananont N, 2004; Kulka, M. & Pertek, 2003).

Técnicas mixtas de borurización

Las técnicas de borurización combinadas con otro tipo de tecnologías de recubrimientos, han sido desarrolladas ampliamente para mejorar sus propiedades, tales como la resistencia al desgaste, y a la corrosión, entre las cuales están (Suwattananont N, 2004; Kulka, M. & Pertek, 2003):

El tratamiento de boro-nitrurado, este método ha sido estudiado por la combinación de dos tratamientos, el borurado en polvo, y el nitrurado en gas, lo cual proporciona boruros y nitruros, formándose una capa de boruro-nitruro de excelente adherencia y libre de poros (Suwattananont N, 2004; Maragoudakis, N. E., Stergioudis, G., Omar, H., Pavlidou, E. & Tsipas, D. N., 2002). El recubrimiento boruro- vanadio en aceros, que consiste en la termodifusión del vanadio seguido del boro (Suwattananont N, 2004; Gidikova, N., 1999).

El boro-carbo-nitrurado, es un proceso de dos etapas de temperatura, en el cual se logró mejorar los posibles problemas de fragilización que pueden acompañar al proceso de borurización (Suwattananont N, 2004; Yan, P. X. & Su, Y. C., 1995). Las capas de difusión se pueden formar en aceros de bajo carbono, aleaciones de base



níquel y cromo (Suwattananont N, 2004; Kulka M. & Pertek, A., 2003). A pesar de que el boro-carbo-nitrurado, reduce la profundidad de la zona formada de boruro de hierro, también logra disminuir el gradiente de microdureza a través de la capa generada, de modo que se consigue disminuir la fragilidad de la capa de boruros. En el tratamiento de carburizado seguido del proceso de borurización, en aceros de medio-carbono, se detectó que hubo un incremento en la resistencia al desgaste, y con ello un decremento en el gradiente de microdureza (Suwattananont N, 2004; Pertek, A. & kulka, M., 2003).

Por lo que, surgió la necesidad de estudiar el crecimiento de las fases boruradas a partir de diversas técnicas de caracterización. Diversos autores, presentan diferentes modelos de difusión para el tratamiento termoquímico de borurización, donde sugieren que las capas boruradas FeB y Fe_2B obedecen a la ley de crecimiento parabólico (Lei, JKiang, Liu 1990), en estos modelos, el principal factor que limita el crecimiento de las capas es la difusión del boro; al graficar el espesor de la capa contra el tiempo de tratamiento, se observa una pendiente asociada a cada temperatura de tratamiento, por lo que se asume un tratamiento tipo Arrhenius. En este tipo de modelos se considera que las capas boruradas, empiezan su crecimiento instantáneamente, sin tomar en cuenta un periodo de incubación de los boruros (Brackman, Sommers, Mittemeijer, 1989). Por tal motivo es de gran importancia establecer los parámetros que intervienen en el proceso de la boruración, con el propósito de automatizar y optimizar el tratamiento termoquímico de boruración, (Keddarn, Domínguez, Silvia, Trinidad, 2010).



Por otro lado, entre las investigaciones que se han implementado para soportar a la investigación se encuentra la implementación y el estudio de la Inteligencia Artificial (IA), las redes neurodifusas y los algoritmos genéticos. En un principio los esfuerzos estuvieron dirigidos a la obtención de máquinas que realizaran, con más o menos éxito, alguna función típica de los seres humanos. A pesar de disponer de herramientas y lenguajes de programación diseñados expresamente para el desarrollo de máquinas inteligentes, existe un enorme problema que limita los resultados que se pueden obtener: estas máquinas se implementan sobre computadoras basadas en la filosofía de Von Neumann, y que se apoyan en una descripción secuencial del proceso de tratamiento de la información.

La otra línea de la investigación ha tratado de aplicar principios físicos que rigen en la naturaleza para obtener máquinas que realicen trabajos pesados en nuestro lugar. De igual manera se puede pensar respecto a la forma y capacidad de razonamiento humano; se puede intentar obtener máquinas con esta capacidad basadas en el mismo principio de funcionamiento. Actualmente son numerosos los trabajos que se realizan y se publican, las aplicaciones nuevas que surgen y las empresas que lanzan al mercado productos nuevos, tanto hardware como software, sobre todo para simulación. Las redes neurodifusas artificiales son una técnica efectiva en problemas de gran complejidad, es por esto que se implementa cada vez más la IA a la resolución de problemas.

El proceso de aprendizaje tiene un gran coste de tiempo. Debido a eso, todavía no se ha estudiado a fondo. Las redes neurodifusas todavía no se han desarrollado mucho. Aún se debe estudiar para qué sirven realmente, conocer en qué tareas pueden resultar realmente útiles, ya que por ejemplo, es difícil saber cuánto tiempo



necesita una red para aprender cierta tarea, etcétera. Se han desarrollado diversos trabajos analizando y buscando la mejor solución a los problemas de desgaste y corrosión en materiales de la industria. Sin embargo la implementación de la inteligencia artificial para estos procesos, específicamente el de Borurización, son pocos, siendo de los primeros el de Kenan Genel a través de redes neuronales en el 2002, el cual analiza la dureza y el espesor de las capas formadas en el proceso. Se establecieron relaciones empíricas entre parámetros del proceso y capa borurizada, así como microdureza. Se utilizan dos estructuras iguales para poder obtener dos variables diferentes. En la primera, con las variables de entrada de tiempo y distancia desde la superficie se obtiene dureza; mientras que en la segunda al introducir el tiempo y temperatura se obtiene espesor de la capa.

En relación a los problemas de desgaste y corrosión en materiales de la industria, la implementación de la IA sólo ha sido abordada por pocos investigadores, siendo Kenan Genel pionero en el año 2000, a través de su trabajo de redes neuronales, mediante el cual analiza la dureza y el espesor de capa formadas en el proceso. Sin embargo, para determinar la tenacidad a la fractura se han realizado determinados trabajos utilizando el software Matlab, en el cual el porcentaje de error obtenido es elevado (9%) utilizando la red interna del software, lo que ocasiona que haya bastantes limitantes y que el tiempo de entrenamiento sea lento, por lo que en este trabajo se propone reducir el error de este parámetro al 5% como máximo, de ahí que se plantee en el objetivo general.

Problemática

En la industria, se requieren componentes mecánicos con mayor durabilidad. El impacto de los tratamientos superficiales y capas duras en nuestro país se refleja en el continuo establecimiento de nuevas industrias, centros tecnológicos y grupos de investigación que tratan de cubrir las necesidades del mercado. Por ejemplo, el cigüeñal, es un eje largo, de acero que transfiere el movimiento hacia arriba y hacia abajo de los pistones y bielas en movimiento de rotación (ver Figura I).

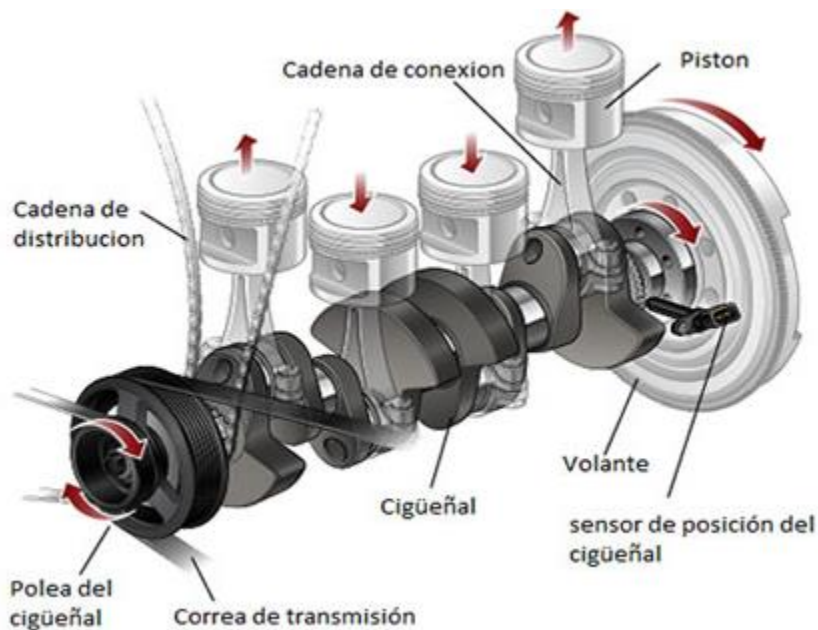


Figura I. Cigüeñal de un automóvil.

Las principales causas de desgaste son:



Sobrecarga

Cuando las condiciones de funcionamiento provocan una carga excesiva sobre los cojinetes, se produce el daño por fatiga del material. La rotura se inicia perpendicular a la superficie del cojinete y progresa en otras direcciones, originando el desprendimiento de pequeños trozos de aleación.

Corrosión

Un aceite en mal estado puede dañar la superficie del cojinete. Este efecto es debido a la dilución del plomo de la aleación por parte de algunos compuestos formados en el aceite deteriorado.

Cavitación

En determinadas condiciones de funcionamiento, la presión de aceite disminuye localmente y se originan burbujas de vapor que dañan la superficie del cojinete. Este daño se presenta en las zonas del cojinete donde el flujo de aceite presenta discontinuidades, como ranuras de engrase o taladros.

Estudio del problema

Diversas industrias manufactureras utilizan los recubrimientos de borurización para prolongar la vida útil de piezas que se encuentran en condiciones de alto desgaste y con esto aumentar su eficiencia de producción y reducir los costos de mantenimiento. Estos recubrimientos pueden ser un medio rentable para proteger



la superficie de una pieza mecánica que esté sufriendo problemas de desgaste, corrosión a alta temperatura y acuosa, regulación térmica y degradación.

La ingeniería de superficies es un área de desarrollo que destaca en la búsqueda de soluciones para el incremento en la vida útil de componentes de máquinas e instalaciones industriales, ya que se disminuiría el cambio de piezas. El desarrollo de estas soluciones es válido tanto para los trabajos que involucran nuevos proyectos, como para los trabajos de mantenimiento, que pretenden maximizar los resultados de confiabilidad y disponibilidad de equipos e instalaciones. En el mundo contemporáneo donde se busca mayor competitividad, hay dos factores de extrema relevancia, la alta productividad, un bajo impacto ambiental que supone el compromiso que se tiene con el medio ambiente y la conservación de los recursos no renovables.

El uso de la tecnología de endurecimiento superficial de borurización se ha incrementado debido a los altos costos de los materiales avanzados y a los crecientes requerimientos de ciclo de vida de los sistemas de alto desempeño, tomando en cuenta esto es posible usar un material económico como sustrato y aplicar un recubrimiento para protegerlo de la condición agresiva. La combinación resultante puede tener mejores propiedades físicas, químicas o costos más económicos que el uso de un solo metal o aleación. Esto ha llevado al rápido desarrollo de la tecnología de recubrimientos para el uso en diversas aplicaciones de ingeniería.



Cabe mencionar que el boro se ha utilizado en diversas aplicaciones y estas reaccionan directamente con diversos metales para la producción de compuestos binarios, boruros metálicos duros y en diversas disposiciones de los átomos de boro. El boro también ha sido de interés ya que forma el compuesto binario nitruro de boro que es isoelectrónico con el carbono y se encuentra en dos estructuras: en capa suave y lubricante similar al grafito y de estructura tetraédrica muy dura y estable como el diamante.

En lo que respecta a la borurización, hay diversos procesos de aplicación de capas boruradas que son objeto de estudios para maximizar el rendimiento de trabajo. Por otro lado se puede decir que el boro se convierte en un eje vector para la formación de compuestos duros.

Propuesta de solución

El presente trabajo de investigación tiene como propósito fortalecer la investigación básica y aplicada en el endurecimiento superficial de materiales metálicos, como es el caso del acero AISI 9840, a través del tratamiento termoquímico de borurización, el cual permitirá incrementar las propiedades superficiales mecánicas, físicas y químicas de este material. Finalmente, se propone la optimización y automatización del tratamiento termoquímico de borurización, a través de una red nuerodifusa artificial que estime el espesor de la capa formada sobre la superficie del componente mecánico, sin necesidad de hacer pruebas experimentales.



Justificación

La optimización y automatización del proceso termoquímico de borurización está orientado en ayudar a las empresas a rediseñar sus procesos de negocio con el objetivo de reducir costos y mejorar la eficiencia, obteniendo así el mayor beneficio posible usando las herramientas de mejora adecuada, cuyo uso es fundamental para lograr resultados efectivos. Un proceso defectuoso genera sobrecostos y resta competitividad y eventualmente afecta la rentabilidad. En la búsqueda de minimizar costos de operación y maximizar el rendimiento de maquinarias y equipos, el desgaste tiene un papel protagónico. El desgaste es un gran enemigo en muchas de las industrias, pues con su acción tiende a retirar recursos prematuramente. Los ingenieros han comenzado una lucha contra él, a través de hacer análisis técnicos económicos, buscando no ser derrotados y evitando alimentar patios con desechos.

El análisis del desgaste es complejo, interviniendo factores como dureza, tenacidad, estructura, composición química, modo y tipo de carga, velocidad, rugosidad de la superficie, distancia recorrida, corrosión presente, etc. Todo evento que incluya fricción tiene dos efectos negativos, el calor y el desgaste, así pues las pérdidas de potencia por fricción, el consumo de lubricantes, y eventualmente el reemplazo de componentes desgastados y posteriormente la obsolescencia de máquinas y equipos causan una reducción en la eficiencia de la operación de las líneas de producción. El tratamiento de borurización, es una opción para el endurecimiento superficial de componentes mecánicos expuestos a desgaste. La pérdida de componentes por bajo rendimiento representa un problema importante en la



industria, por lo que la viabilidad en sustitución de componentes, o mejora de superficies, representa una opción para el tratamiento de borurización.

La borurización de empaquetamiento en caja tiene sus ventajas de simplicidad y economía en comparación con otros procesos de endurecimiento superficial como lo son la carbonización, la sulfinización y la nitruración. Por tal motivo es de gran importancia, controlar a los parámetros que intervienen en el proceso, que afectan crecimiento de las capas boruradas Fe_2B que está directamente relacionado con el desgaste de los componentes mecánicos, con el fin de optimizar y automatizar el proceso. Pese a la importancia del proceso de borurización, no se ha hecho una estimación del espesor de las capas boruradas con una red neurodifusa.



Objetivo general

Estimar el espesor de las capas boruradas Fe_2B formadas en la superficie de un acero AISI 9840, a través de a partir del desarrollo de una red neurodifusa artificial, para optimizar y automatizar el tratamiento termoquímico de borurización de empaquetamiento en caja.

Objetivos específicos

- A) Desarrollar un modelo de Rede Neurodifusa Artificial que más se adapten al sistema, desarrollada bajo el método de mínimos cuadrados con siete funciones de pertenencia para la temperatura y cinco para el tiempo de tratamiento.

- B) Validar los espesores obtenidos por la red neurodifusa, mediante la comparación con los espesores de capa borurada obtenidos experimentalmente, para optimizar y automatizar el proceso termoquímico.



Metodología

La metodología que se utiliza en el presente proyecto, consistió de las siguientes etapas:

- A) Preparación de las muestras de acero AISI 9840.
- B) Aplicación del tratamiento termoquímico de borurización, que consiste en la variación de los parámetros experimentales tales como el tiempo (2, 4, 6, y 8 h) y temperatura de tratamiento (1123, 1173, 1223 y 1273 K).
- C) Preparación metalográfica de las probetas boruradas, las cuales se colocan en dispositivos especiales, estos ayudan a tener mejor manipulación y mayor agarre de la probeta al momento de desbastar.
- D) Efectuar el ataque químico para revelar la microestructura incluyendo defectos y fases presentes.
- E) Con el propósito de verificar la fase presente Fe_2B sobre la capa borurada. Se realizará un análisis por Difracción de Rayos X.
- F) Medición de la profundidad de los frentes de crecimiento de las capas boruradas formadas en la superficie del acero AISI 9840, para diferentes tiempos y temperaturas de tratamiento, empleando el software MSQ Plus 6.5.
- G) Determinación de las pendientes de crecimiento a partir del grafico del espesor al cuadrado de la capa borurada en contra del tiempo de tratamiento (v^2 vs. t).



Estructura de la tesis

El presente trabajo se compone de cinco capítulos los cuales se señalan a continuación brevemente.

En el primer capítulo se describe detalladamente lo que es la borurización como tratamiento termoquímico, los antecedentes del mismo, las características y parámetros que son parte del proceso, además de la morfología de las capas obtenidas, efecto de los elementos aleantes, y las variables que influyen en todo el tratamiento.

En el segundo capítulo se presentan los conceptos de los modelos de redes nuerodifusas artificiales utilizadas en el presente trabajo junto con sus principales características.

En el tercer capítulo se detalla el desarrollo de los modelos de Redes Neurodifusas Artificiales, así como las principales características con las que se diseñaron.

En el cuarto capítulo se presenta la estimación del crecimiento de la capa borurada Fe_2B en el acero AISI 9840, con la red nuerodifusa artificial. Asimismo, se hace una comparación de los resultados obtenidos por la red y los resultados experimentales, con la finalidad de evaluar si el tratamiento es realmente efectivo, para poder ser aplicado a este tipo de aceros, usando el tratamiento de borurización base polvo como medio de aporte, y poder vislumbrar la posibilidad de aplicación que tendrían estos aceros a nivel industrial.



Finalmente en el quinto capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la caracterización que se realizó a las probetas después del tratamiento termoquímico de borurización. Las pruebas de caracterización que se realizaron fueron, microscopia óptica y microscopía electrónica de barrido, para poder visualizar el aspecto de la capa formada en la superficie del sustrato y determinar el espesor de la capa obtenida con base en los parámetros utilizados en el experimento y realizar una estimación del espesor de la capa borurada. Se presentan, asimismo, resultados de difracción de rayos X para la identificación de la fase formada.

Aportaciones

En el presente trabajo de investigación se hicieron las siguientes aportaciones:

- Se propone una red nuerodifusa artificial que estima el espesor de la capa borurada con dependencia en el tiempo y temperatura de tratamiento.

Alcance

La trascendencia de esta investigación radica en presentar una red nuerodifusa artificial que contribuya a la optimización y automatización del proceso de endurecimiento superficial de un acero AISI 9840, de esta forma se puede hacer una estimación del espesor de capa formado sobre la superficie del sustrato, con esto se ahorra tiempo en el momento de que se desee aplicar a un proceso real.

El campo de aplicación en la industria a nivel regional y nacional ha generado una demanda cada vez más grande de soluciones para problemas surgidos en los procesos productivos de las empresas, principalmente del área metal-mecánica,



donde la optimización y automatización de los tratamientos termoquímicos es fundamental para reducir los costos de operación.

Los nacientes retos que enfrenta la industria, vuelve prioritario el empleo de tecnología de punta para mejorar el desempeño de las máquinas y herramientas que intervienen en los procesos de producción con el fin de obtener productos de calidad.

Limitaciones

- No se considera la influencia de los esfuerzos residuales¹ en una red nuerodifusa artificial.
- Las capas boruradas poseen un rango de dureza de 1800 a 2000 HV sin embargo, debido a esta propiedad mecánica, se presenta gran fragilidad. A pesar de esto, también se presenta una alta adherencia de las capas con el sustrato, originado por la morfología aserrada de las fases boruradas.
- Se considera que las concentraciones en la superficie e interface de crecimiento no dependen de la temperatura de tratamiento.



Capítulo I

Estado del arte

Este Capítulo está dividido en cinco secciones, en la primera sección se describen las generalidades y técnicas del tratamiento termoquímico de borurización; en la segunda sección se desarrolla a detalle la técnica de borurización en polvo y la influencia de los componentes de las mezclas comerciales que son el carburo de boro (B_4C), carburo de silicio (SiC) y fluoborato de potasio (KBF_4); en la sección tres se mencionan las características de las capas boruradas, su morfología, propiedades fisicoquímicas y mecánicas de los boruros de hierro; posteriormente en la sección cuatro se describe la influencia de los elementos de aleación en el crecimiento de la capa borurada y finalmente en la sección cinco se describen las aleaciones ferrosas susceptibles al proceso de borurización así como algunas de las aplicaciones de los aceros borurados.



1.1. Generalidades y técnicas del tratamiento termoquímico de borurización

La borurización es un tratamiento termoquímico controlado por la difusión de átomos de boro que modifica las propiedades del material (dureza, resistencia al desgaste, entre otras), el material puede ser ferroso o no ferroso. Dado a que se trata de un proceso difusivo, las variables que se pueden controlar son: tiempos de exposición, temperaturas y potencial del boro el cual está relacionado con el área de contacto efectiva sobre la superficie de la muestra.

Con la borurización se puede dar solución a un gran número de problemas en servicio de materiales sometidos a estados de desgaste adhesivo, abrasivo, corrosivo, y la combinación de estos. El proceso implica el calentamiento del material en un rango de 973 K a 1273 K, durante 1 a 12 horas, en contacto con un medio de borurización adecuado: sólido (polvo o pasta), líquido (baño en sales electrolítico e inmersión), gaseoso, por plasma, por lecho fluidizado, y además de la borurización multicomponencial. La primera propuesta para la difusión de boro en un acero se realizó en 1895 por Moissan H (Matuschka, 1980), sugirió que los aceros podrían ser borurados. Posteriormente, en Rusia se llevó a cabo la primera aplicación de este tratamiento, y fue empleada para la perforación de pozos profundos (Meléndez y cols., 1993). Actualmente, es posible producir boruros apropiados en la superficie de diferentes aleaciones ferrosas y no ferrosas.



Usualmente, para llevar a cabo la borurización se utilizan agentes borurantes. Las mezclas más usadas se componen de boro en estado sólido, líquido y gaseoso. En la Tabla 1.1 se enlistan los agentes borurantes conocidos y procesos, así como también los compuestos borurantes. Los procesos se basan en reacciones químicas o electroquímicas entre los compuestos y el material base que está siendo tratado.

Tabla 1.1 Agentes borurantes y su composición empleados en diferente procesos que tratan con reacciones químicas (Matuschka, 1980).

| Estado del agente borurante | Composición | Proceso |
|-----------------------------|--|---|
| Gaseoso | BF ₃ , BCl ₃ puro o con hidrógeno | En la temperatura de tratamiento, los agentes borurantes gaseosos se distribuyen sobre las probetas calentadas por inducción o dentro de un horno |
| | B ₂ H ₆ + hidrógeno | |
| | (CH ₃) ₃ B/(C ₂ H ₅) ₃ B | |
| Líquido | Na ₂ B ₄ O ₇ + NaCl/B ₂ O ₃ | Electrolisis, piezas catódicas, ánodo grafito o platino |
| | HBO ₂ + NaF | |
| | Boro o compuestos de boro sólido en fluoruros fundidos | Electrolisis, piezas catódicas, ánodo formado por agentes borurantes en fluoruros fundidos |
| | B ₄ C + NaCl/BaCl ₂ + NaBF ₄ | |



| | | |
|---------------|---|---|
| | $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 + \text{B}_4\text{C}$ | |
| | Soluciones acuosas de $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ | Calentamiento por inducción en la solución acuosa |
| Sólido | $\text{B}_4\text{C} + \text{Na}_3\text{AlF}_6 + \text{silicato de Etilo}$ | En caja, con o sin atmósfera inerte; en mufla convencional |
| | Ferroboro + $\text{Na}_3\text{AlF}_6 + \text{silicato de sodio}$ | Pasta, requiere de atmósfera inerte en la cámara de la mufla. |
| | Boro amorfo + activador | A través del calentamiento dentro de una mufla. |
| | Ferroboro + activador | Empaquetamiento de la pieza en polvo o (parcialmente) en pasta. |
| | $\text{B}_4\text{C} + \text{activador}$ | |

1.2. Borurización en polvo e Influencia del B_4C , KBF_4 y SiC , en las mezclas borurantes

El método de la borurización en polvo es uno de los métodos más comunes para el tratamiento termoquímico de borurización. El método consiste en introducir la pieza a borurar en una caja de acero resistente al calor sellada, que en su interior contenga una mezcla borurante en polvo. Es un procedimiento altamente ventajoso ya que es muy fácil de llevar a cabo y de relativa seguridad,



además el método no requiere la inducción en la cámara del horno de atmósfera inerte (Matuschka, 1980).

El carburo de boro (B_4C), es el agente donador de boro en algunos procesos de borurización en estado líquido (inmersión en sal fundida) y sólido. Kunst y Schaaber (Matuschka, 1980), fueron los primeros en realizar estudios sobre las condiciones de borurización, usando sustancias borurantes en estado sólido. Minkevic A. N. (Matuschka, 1980), había determinado que solo se forman capas delgadas y porosas utilizando agentes borurantes en estado sólido. Kunst y Schaaber pensaban que Minkevic A. N., llegó a esta conclusión debido a que utilizó agentes borurantes inadecuados, por ejemplo, boro amorfo o ferroboro con alta cristalinidad, o alto contenido de aluminio o silicio (Matuschka, 1980). La Tabla 1.2 muestra algunas propiedades de las sustancias borurantes en estado sólido.

Tabla 1.2. Propiedades de los agentes borurantes en estado sólido.

| Nombre | Fórmula | Peso molecular | Contenido atómico de boro (%) | Punto de fusión (K) |
|-----------------|---------|----------------|-------------------------------|---------------------|
| Boro amorfo | B | 10.82 | 95-97 | 2323 |
| Ferroboro | --- | --- | 17-19 | --- |
| Carburo de boro | B_4C | 55.29 | 77-28 | 2723 |

Actualmente el carburo de boro es uno de los donadores de boro que se encuentra disponible en el mercado, con una buena calidad y relativamente a



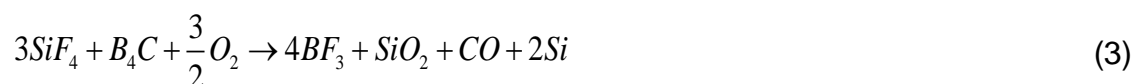
bajo precio. (Martini y cols., 2004) en sus investigaciones realizaron tratamientos de borurización sobre muestras de 99.9% de hierro puro, a 850°C durante 15 h de tiempo de exposición, con tres mezclas con diferentes potenciales de boro, mismos que se muestran en la tabla 4 de los antecedentes de este trabajo, observaron que al emplear la mezcla de bajo potencial de boro compuesta por 10% de B₄C como agente donador de boro y 90% de SiC como diluyente, la considerable disolución del carburo de boro con el carburo de silicio, reduce el potencial de boro y permite las primeras etapas de crecimiento de la fase Fe₂B; La mezcla de potencial intermedio (100% B₄C), permite el crecimiento de una sola fase de mayor espesor que la obtenida con la mezcla de bajo potencial. La mezcla de alto potencial compuesta de 90% B₄C y 10% KBF₄, extiende la investigación a los subsecuentes estados de crecimiento, los cuales están asociados con la formación de capas boruradas polifásicas y más gruesas.

El fluoborato de potasio (KBF₄) se emplea como activador, al igual que el flouborato de sodio (NaBF₄) y el flouborato de amonio (NH₄)₃BF₄, en compañía con otros agentes que cumplen diversas funciones en la mezcla, por ejemplo NH₄Cl, Na₂CO₃, BaF₂, y Na₂B₄O₇ (Matuschka, 1980). Matuschka menciona que los fluoboratos son especialmente aptos y útiles para la formación de capas a bajas temperaturas de borurización y tiempos de ciclo cortos; debido a que la energía de disociación es baja, son un aporte de boro y son sustancias que inducen la reacción de boro en el sustrato para la formación de boruros.

A pesar del éxito del método de borurización en polvo de evitar la capa de dos fases, y no obstante varios esfuerzos de investigación dedicados, el mecanismo



que conduce a la formación de la capa de boruro de hierro de fase única, sigue siendo difícil de demostrar. (Chatterje-Fischer, Ruth; citado por Spencee y Makhlouf, 2005), Mareels y Wetterich sugieren que el proceso ocurre de acuerdo a la secuencia de reacciones presentadas en las Ecuaciones (1) – (4), pero no todos los investigadores están de acuerdo.



Spencee y Makhlouf (2005) proponen un mecanismo alternativo para la formación de una fase sencilla de la capa Fe_2B sobre el substrato de acero; el mecanismo es soportado con un análisis termodinámico, análisis diferencial térmico, difracción de rayos X, microscopia óptica y electrónica, y análisis de energía dispersa por rayos X. Más aun el rol de cada uno de los ingredientes del fluoborato de potasio en el empaquetamiento fue definido y los factores que determinan la química de las capas de boruro de hierro resultantes fueron identificados.

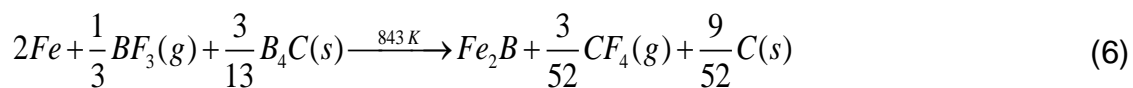


El mecanismo propuesto: Una revisión de la información disponible sobre la borurización por empaquetamiento revela lo siguiente.

1. La capa Fe_2B se forma con un potencial de boro relativamente bajo (Pengxun, 1992) entre la capa FeB (cuando se presenta) y el sustrato de acero. La baja difusividad del boro en FeB limita el flujo del boro en el acero y desencadena el crecimiento preferencial de Fe_2B .

2. La concentración de carburo de boro en la mezcla afecta el tipo de capa de boruro que se forma (Matuschka, 1980; Orrin H y Schaber O, 1962; Chatterjee-Fischer, Ruth; Pengxun Y, 1992; citados por Spencee y Makhlof, 2005); por lo tanto, se puede asumir que el B_4C es un participante activo en el mecanismo de reacción.

Esta información es usada para postular un mecanismo para la activación del fluoborato de potasio en la borurización por empaquetamiento de un acero. El mecanismo consiste de los tres pasos descritos por las Ecuaciones (5) – (7), de acuerdo a (Spencee y Makhlof, 2005).





Liberación del trifluoruro de boro (BF₃) - Ec. (5): El primer paso en el proceso de borurización por empaquetamiento es la liberación del 3 BF gas a baja temperatura (803 K). Una vez liberado, el gas de 3 BF es libre para reaccionar con cualquiera de los otros ingredientes del empaquetamiento así como con el acero. El análisis termodinámico demostrará que una reacción directa con el acero o con el carburo de silicio no es favorecida energéticamente.

Formación de boruro de hierro – Ec. (6): La formación del boruro de hierro sobre la superficie del acero es causada por una reacción entre el trifluoruro de boro, carburo de boro y el hierro. La capa de boruro inicial que se forma es Fe₂B, y una vez formada, se convierte en una barrera que separa al acero de los demás ingredientes del empaquetamiento y arresta la reacción entre el empaquetamiento de polvo y el acero. Ya que, el gas de trifluoruro de boro no puede reaccionar directamente con la capa de boruro de hierro, la capa borurada continua creciendo por diferentes medios.

Crecimiento de la capa de boruro de hierro – Ec. (7): El análisis termodinámico, así como datos teóricos, muestran que la capa de boruro de hierro crece por la reacción entre el boruro de hierro y el carburo de boro. Esta reacción resulta en la formación de carbono y boro. Ambos tipos de boruros de hierro, FeB y Fe₂B, pueden formarse; sin embargo, hay una evidencia experimental que la



concentración de boro libre y la superficie del acero dicta cual compuesto de boruro de hierro crecerá. (Pengxun, 1992).

El boro de la fase Fe_2B , reacción de la Ec. (7), es apto para difundir a través de la capa Fe_2B hasta que llega a la interface Fe_2B /acero. Si la concentración de boro en el exterior de la capa Fe_2B permanece alrededor de 9% másico, la fase Fe_2B continua creciendo. De otra manera, si la concentración de boro en el exterior de la capa Fe_2B alcanza aproximadamente al menos 16% másico, se forma FeB y crece en la parte superior de la capa Fe_2B resultando un sistema constituido por dos fases. El exceso de boro que difunde en el acero forma la zona de difusión directamente debajo de la capa borurada (A.K. Sinha, 1991).

Validación del mecanismo propuesto: El análisis termodinámico junto con los experimentos específicamente diseñados fueron usados para confirmar el mecanismo propuesto por Spencee y Makhlof (2005), el cual se describe a continuación. Análisis termodinámico: La variación neta de entropía asociada a una reacción, ΔS_{Net} , está definida por

$$\Delta S_{Net} = \Delta S_{Sys} + \Delta S_{Surr} \quad (8)$$

En la Ec. (8), ΔS_{Sys} denota el cambio de entropía del sistema y ΔS_{Surr} denota el cambio de entropía de los alrededores. La Ec. (8) se puede emplear para evaluar o no una reacción que actuará de forma espontánea, ΔS_{Net} debe ser positiva. Este criterio es aplicable cuando el sistema y sus alrededores son a presión constante, de manera que



$$dH = \partial Q_p \quad (9)$$

En la Ec. (9), H denota la entalpia del sistema y Q_p denota el calor molar a presión constante. Si los alrededores del sistema se comportan de manera reversible e isotérmica, entonces

$$\partial Q_{Surr} = -\partial Q_{Sys} \quad (10)$$

y

$$dH_{Surr} = -dH_{Sys} \quad (11)$$

Combinando Ec. (9) con $dS = (\Delta Q/T)$ y reconociendo que los rendimientos $T = T_{Surr}$

$$dS_{Surr} = \frac{\partial Q_{Surr}}{T_{Surr}} = -\frac{\partial Q_{Sys}}{T_{Surr}} = \frac{dH_{Sys}}{T_{Surr}} \quad (12)$$



Sustituyendo la Ec. (12) en la Ec. (8) queda

$$dS_{Net} = dS_{Sys} - \frac{dH_{Sys}}{T_{Sys}} > 0 \quad (13)$$

Eliminando el subíndice “Sys”, y reinvertiendo el signo de la desigualdad,

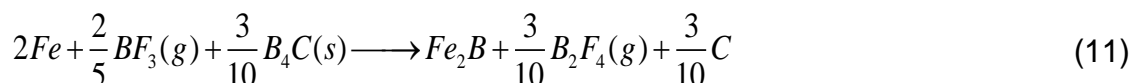
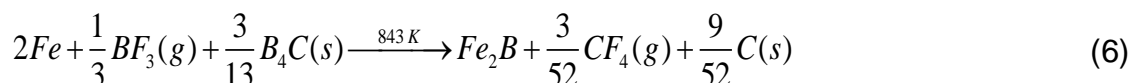
$$dH - TdS < 0 \quad (14)$$

La expresión $dH - TdS$, y por lo tanto, $\Delta H - T \Delta S$ está relacionado con el cambio en la función de la energía libre de Gibbs, ΔG , a temperatura constante por $\Delta G = \Delta H - T \Delta S$ lo que implica que, para que una reacción tenga lugar, la energía libre de Gibbs total del sistema debe reducir su valor por la reacción, es decir, este criterio se utiliza para evaluar la validez de las reacciones que componen el mecanismo propuesto. Sin embargo, con el fin de simplificar el análisis, se supone que los cambios de entalpía y de entropía de los elementos y compuestos en las reacciones son constantes con la temperatura. Aunque esta suposición no es del todo válida, los errores introducidos son pequeños y no afectan el análisis (Spencee y Makhlof, 2005).

Spencee y Makhlof, muestran que a bajas temperaturas la disociación de KB_4 estimula la formación de Fe_2B , y BF_3 producto también de esta disociación reaccionará con los otros agentes de la mezcla. Las reacciones probables que



explican este mecanismo están expresadas en las Ecuaciones (6) y (12), que energéticamente son favorables (Spencee y Makhlof, 2005).



Es importante recordar que también se establece que la formación de FeB ó Fe₂B a elevadas temperaturas depende principalmente del potencial de boro, cuando la concentración de boro en la superficie es menor al 9% másico, se formará Fe₂B; si el contenido en equilibrio es superior a 16 % másico, se formará FeB. Sin embargo, el potencial de boro se puede ver favorecido por otros factores. Por ejemplo, el carburo de silicio (SiC) diluye el carburo de boro, y por lo tanto ayuda a mantener baja la concentración de boro libre. Además, el carburo de silicio previene el apelmazamiento y sinterización de los ingredientes del empaquetamiento. La alúmina (Al₂O₃) también es empleada en algunos procesos de borurización como diluyente. (A.K. Sinha, 1991).

1.2.1. Mezclas borurantes comerciales

Comercialmente es posible encontrar polvos de carburo de boro con las siguientes composiciones (A.K. Sinha, 1991):

- 5% B₄C, 90% SiC, 5% KBF₄



- 50% B₄C, 45% SiC, 5% KBF₄
- 85% B₄C, 15% Na₂CO₃
- 95% B₄C, 5% Na₂B₄O₇
- 84% B₄C, 16% Na₂B₄O₇

Los agentes borurantes de mayor importancia industrial son los basados en carburo de boro activo. Se pueden adquirir en forma de polvo fino, con granos de varios tamaños, así como en pasta. Los agentes borurantes Ekabor™ se enumeran en la Tabla 1 presentada anteriormente.

1.3. Características de las capas boruradas, su morfología, propiedades fisicoquímicas y mecánicas

La estructura de un boruro está determinada por el tamaño relativo de los átomos de boro y los del metal en el que se difunde, así como su fuerte tendencia a combinarse entre ellos. El boro es altamente soluble en metales que tienen un volumen atómico pequeño, tales como materiales aleados con hierro o hierro puro. De acuerdo con el diagrama de fases hierro-boro (Figura 1.1), se presentan dos tipos de boruros: FeB y Fe₂B, con un porcentaje de peso en boro aproximado de 16.23 y 8.83% respectivamente. La estructura cristalina para la fase FeB es ortorrómbica, y el boruro de hierro Fe₂B presenta una estructura tetragonal centrada en el cuerpo (ver Figuras 1.2 a) y b)).

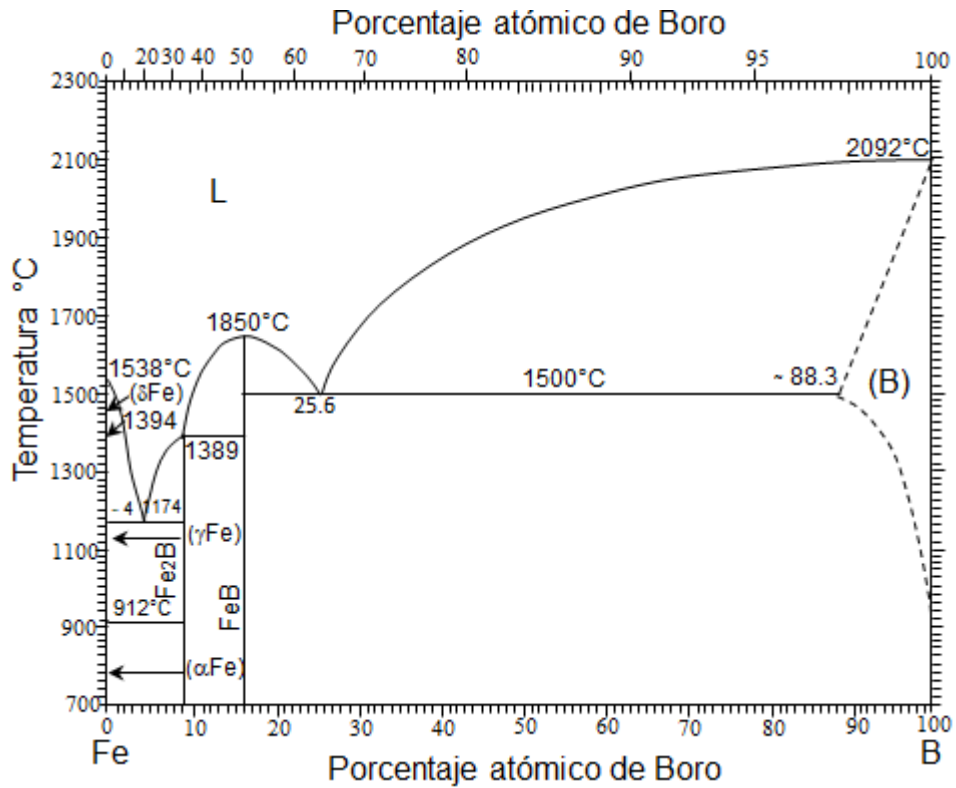
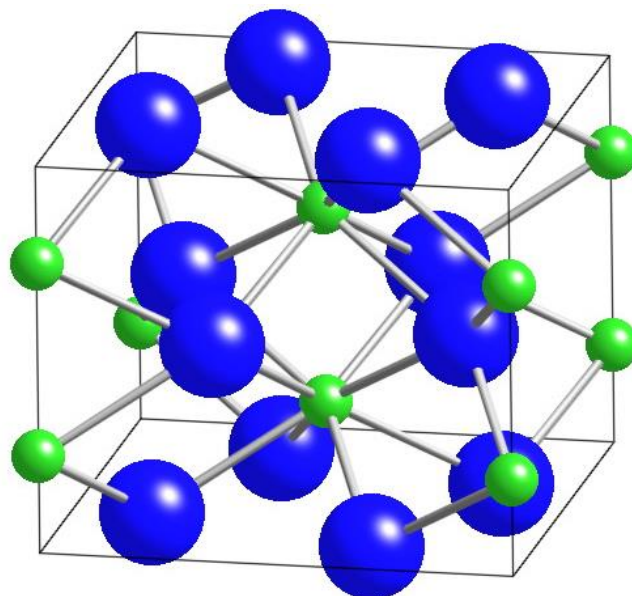
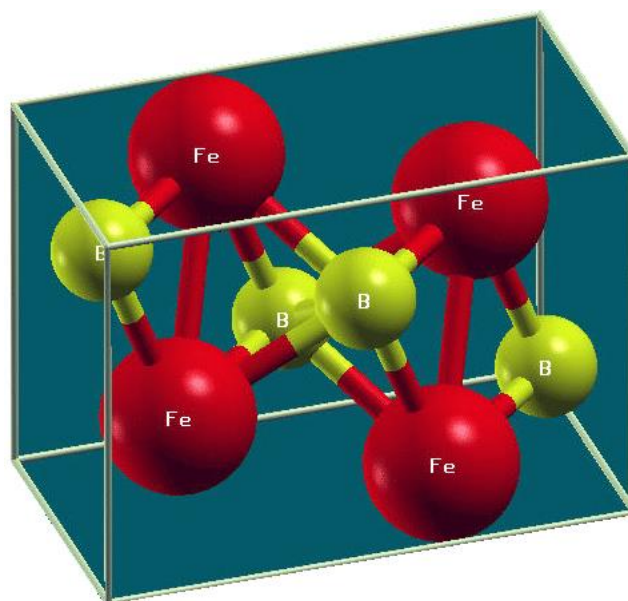


Figura 1.1. Diagrama de fases del sistema binario Fe-B (Massalski, 1990, Okamoto, 2004).



a)



b)



Figura 1.2. Representación esquemática de las celdas unitarias de los boruros de hierro a) tipo Fe_2B , b) tipo FeB .

1.3.1. Morfología de las capas boruradas

Kunst y Schaaber (Matuschka, 1980), desarrollaron un sistema de evaluación, el cual permite identificar el tipo de capa formada en la superficie de materiales ferrosos, haciendo hincapié, igualmente, en la morfología de la interfaz de crecimiento (ver Figura 1.3). Organizaron la formación de las posibles capas en diferentes grupos, de acuerdo con su composición y le asignaron una letra para identificar cada grupo.

Los tipos de capas se caracterizan de la siguiente forma:

- | | |
|------|--|
| Capa | A: Capa única, exclusivamente FeB . |
| A | B: Capa de dos fases FeB y Fe_2B (capa completa). |
| | C: Capa de dos fases, la capa FeB es más delgada que en la capa de dos fases FeB y Fe_2B . |
| | D: Capa de dos fases, pero solo FeB aislada y aserrada. |
| | E: Única capa, exclusivamente Fe_2B , aserración más marcada. |
| | F: Única capa, fase exclusivamente Fe_2B , aserración no tan marcada. |
| | G: Capa de aserración individual de Fe_2B . |
| | H: Capa aserrada de Fe_2B más aislada. |



I: Zona de difusión.

J: Capa degenerada.

K: Capa de dos fases FeB y Fe₂B, uniformemente establecida, sin aserraciones.

L: Única capa de FeB y Fe₂B, uniformemente establecida, sin aserraciones.

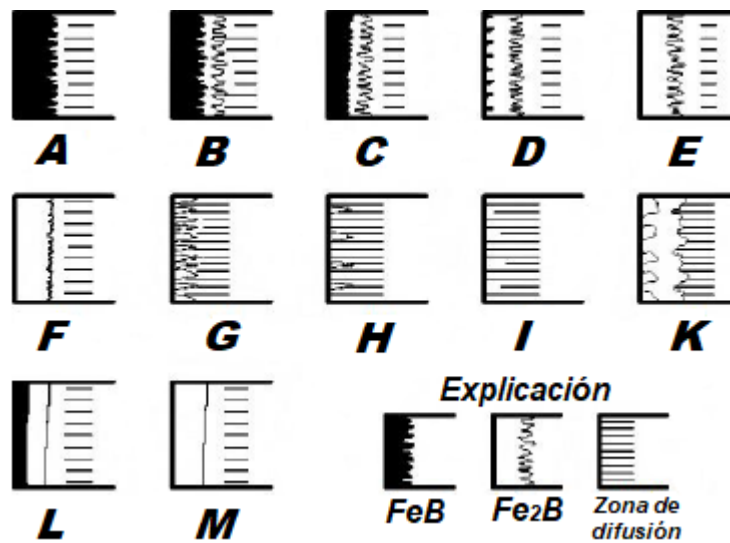


Figura 1.3. Tipos de capas boruradas, que se pueden obtener dependiendo del sustrato empleado, potencial de boro, tiempo y temperatura de tratamiento (Matuschka, 1980).

Con este sistema de evaluación es posible calificar la apariencia de las capas y la aplicación del proceso de borurización.



1.3.2 Propiedades fisicoquímicas y mecánicas de los boruros de hierro

Los boruros de hierro son propensos a generar alta porosidad a elevadas temperaturas de tratamiento. La presencia de oxígeno en la atmósfera de tratamiento, reacciona con el carbono del agente borurante B_4C formando CO y un óxido que obstaculiza el proceso de borurización, consumiendo el boro activo en la forma B_2O_3 (Palombarini y cols., 1993). El alto grado de porosidad en las capas boruradas implica un decremento en sus propiedades mecánicas, porque representan puntos de concentración de esfuerzos. Por ende, es necesario controlar la atmosfera dentro del horno de tratamiento, para evitar la formación de estos óxidos y con ello la porosidad, esta idea se contrapone a lo reportado por (Matuschka, 1980). Sin embargo en base a los trabajos realizados, se afirma el uso de una atmosfera inerte para evitar la formación de óxidos y reducir la porosidad de las capas obtenidas por el tratamiento termoquímico de borurización en caja. En la Tabla 1.3 se presentan algunas propiedades mecánicas y químicas de los boruros de hierro (Matuschka, 1980; Campos, 2007).

Tabla 1.3. Propiedades químicas y mecánicas de los boruros de hierro.

| Propiedades | FeB | Fe ₂ B |
|---|-------------------------------|--|
| Densidad (g/m ³) | 6.75 | 7.43 |
| Coefficiente de expansión térmica (x10 ⁶ /K) | 23 en un rango de 200 a 873 K | 7.65 – 9.2 en un rango de 646 y 1346 K |
| Dureza (HV) | 1900 – 2200 | 1800 – 2000 |



| | | |
|-----------------------------|---|--|
| Módulo de elasticidad (GPa) | ----- | Puede incrementar hasta un 33% para capas con espesores mayores a 40µm (por ejemplo de 185 a 245 N/mm ²) |
| Otros | <p>Incrementan la resistencia a la corrosión en materiales ferrosos sometidos a medios alcalinos y ácidos no oxidantes.</p> <p>Resistencia al desgaste por su baja tendencia para difundirse en frío y a su elevada dureza.</p> | |

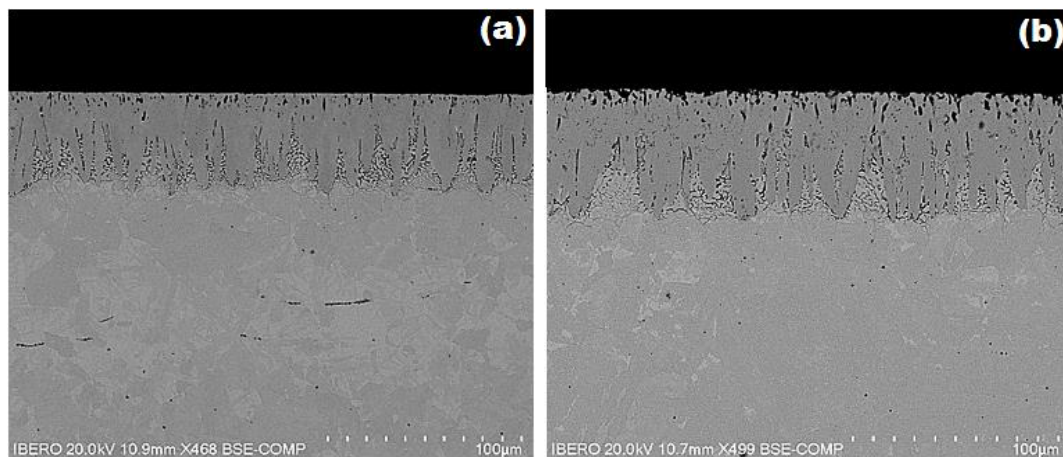
1.4. Influencia de los elementos de aleación en el crecimiento de los boruros

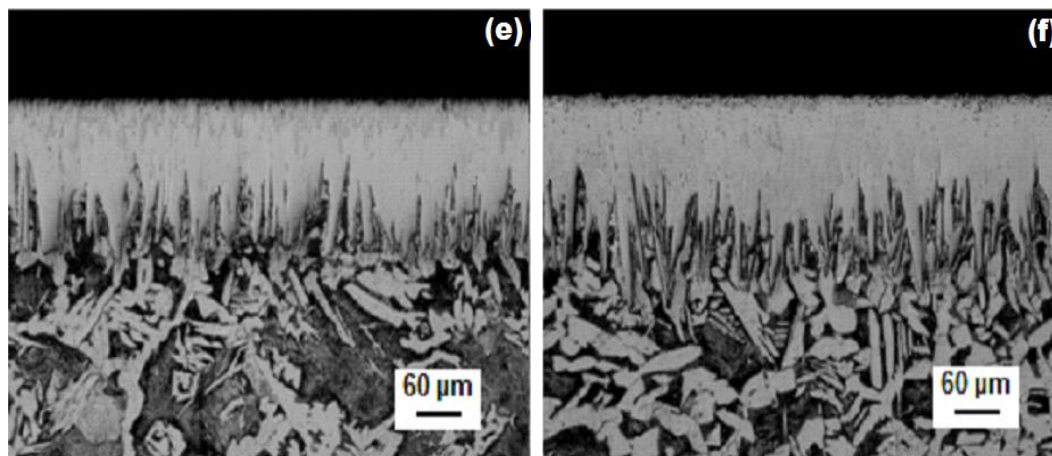
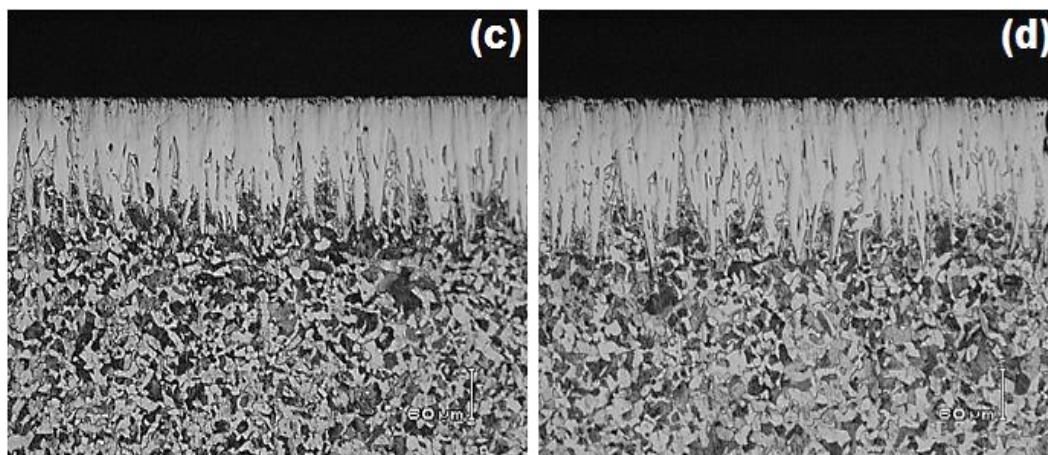
La morfología de las capas de boruro es intrínsecamente aserrada, acentuándose en hierro puro, aceros de bajo y medio carbono (Matuschka, 1980, Fischer and Schaaber, 1976). Por ejemplo el acero empleado para este trabajo de investigación, fue un acero de bajo contenido de carbono AISI 1018, mismo que ha sido empleado en otros trabajos de investigación, al endurecerlo empleando mezclas comerciales como Ekabor II, se han obtenido sistemas de una sola fase Fe₂B, con frentes aserrados. Cuando el contenido de carbono en el sustrato es muy alto, el espesor de las capas tiende a reducirse, debido a que los átomos de carbono no se difunden en las fases boruradas, por lo que tienden a dirigirse hacia la matriz del sustrato, formando así una zona de difusión justo por debajo de la capa. Elementos como el níquel y cromo, en concentraciones mayores al 9 y 6% de peso en masa respectivamente, favorecen la formación de los boruros de hierro con morfología plana en sus frentes de crecimiento.



La segregación de los elementos aleantes se lleva a cabo del sustrato hacia la capa de boruros, formando compuestos intermetálicos con el boro. Los átomos de los elementos aleantes se difunden en la capa sustitucionalmente, y tienden a concentrarse en las puntas de las columnas de los boruros, ocasionando una caída en el flujo de boro activo en esta zona, por ende, las reacciones hierro-boro pierden importancia y las aserraciones decrecen progresivamente hasta formar interfases más planas.

En la Figura 1.4 se muestran micrográficas de capas de boruros de hierro obtenidas sobre seis sustratos ferrosos, donde se puede observar diferentes morfologías de los frentes de crecimiento, en función de los elementos de aleación de cada material.





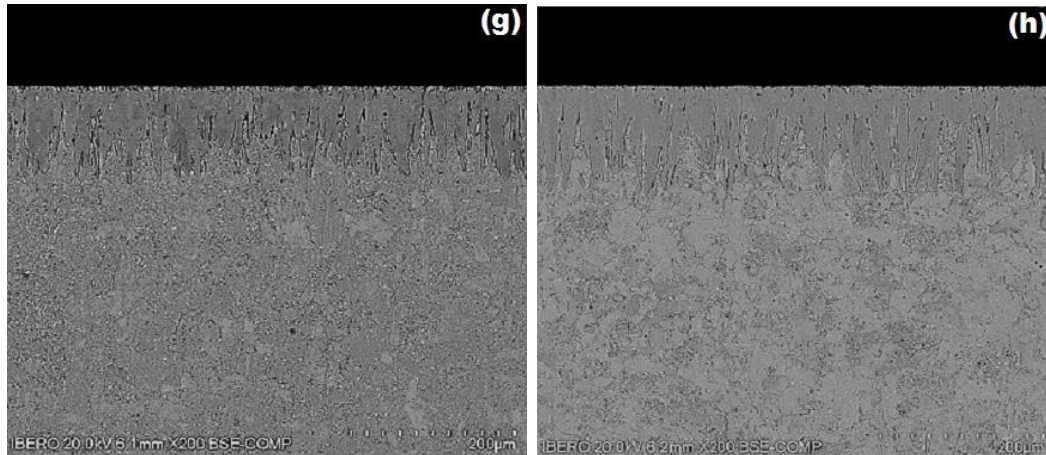


Figura 1.4. Efectos de los elementos de aleación en las morfologías de las capas boruradas, sobre diferentes aceros borurados. a) y b) Acero AISI 4150; c) y d) AISI 1025, e) y f) AISI 1026; g) y h) AISI 1518 (Matuschka, 1980).

1.5. Aleaciones ferrosas susceptibles al proceso de borurización y algunas de las aplicaciones de los aceros borurados

La borurización puede ser aplicada a un amplio rango de materiales. Mejorando considerablemente las propiedades, mecánicas, físicas y químicas de la superficie de los materiales sometidos a este proceso termoquímico, (Matuschka, 1980), y dentro de éstas la resistencia al desgaste es una de ellas. El acero AISI 1018 es un material de bajo costo con una amplia gama de aplicaciones industriales, tales como las que requieran un formado en frío (recalcado, estampado, doblado, etc.), en la fabricación de flechas, pernos, tensores, entre otras. Una vez sometido al tratamiento termoquímico de borurización, se obtiene un material con elevada dureza superficial (1600-2000 HV) y un substrato tenaz, el cual podría ser empleado para fabricar piezas como espárragos, piñones, tornillos, engranes, sinfines, ductos de transporte, entre otros.



Los principales tipos de desgaste son el abrasivo y el adhesivo, siendo característicos de casi todos los tipos de esfuerzos mecánicos. Los aceros borurados son resistentes a la abrasión debido a su extrema dureza en la superficie, siendo aplicables en los sistemas de transporte neumático, dados para estampado, componentes de máquinas para procesar plástico (tornillos de extrusión), rodamientos y cojinetes para bombas de extracción de petróleo, válvulas de bola, émbolos para la industria del vidrio y componentes en la maquinaria textil. Así mismo, por la baja tendencia a presentar soldadura en frío, el tratamiento es empleado para reducir el desgaste por adhesión, en herramientas utilizadas para el proceso de conformado en frío de metales, tales como el cobre y el aluminio. En la Tabla 1.4 se presentan algunas aplicaciones industriales de diferentes aceros borurados (Alwart y Ulrich, 1998).

En la mayoría de las aplicaciones industriales es preferible la presencia de una sola fase Fe_2B , a la bifásica $FeB + Fe_2B$, debido a que en las capas bifásicas se presenta agrietamiento interfacial. El cual es provocado por la diferencia en los coeficientes de dilatación térmica de ambas fases. El coeficiente de dilatación térmica de la fase FeB es aproximadamente 3 veces más alta en comparación con el coeficiente de la fase Fe_2B ($23 \times 10^{-6} / ^\circ C$ contra $7.85 \times 10^{-6} / ^\circ C$), que generan esfuerzos residuales de tensión y compresión durante el crecimiento de los boruros.



Tabla 1.4. Aplicaciones industriales de diferentes aceros borurados.

| Acero | Aplicación |
|----------|---|
| 1015 | Ejes, engranes y diversos elementos de maquinaria |
| 1045 | Pernos y discos abrasivos |
| 4140 | Pistones |
| E52100 | Cojinetes y guías |
| D2, D3 | Bujes y herramientas para estampado |
| H11, H13 | Herramientas para moldes de inyección |
| L6 | Pernos y dados para forja |
| O2, O7 | Rodillos para grabados |
| 302, 316 | Partes para la industria química y textil |
| 410 | Moldes |



Capítulo 2

Lógica difusa

En este capítulo, se establecen las bases de la lógica difusa, la cual proporciona un mecanismo de inferencia que permite simular los procedimientos de razonamiento humano en sistemas basados en el conocimiento. La teoría de la lógica difusa proporciona un marco matemático que permite modelar la incertidumbre de los procesos cognitivos humanos de forma que pueda ser tratable por un computador. En este primer capítulo se describirán los fundamentos y características de este mecanismo de representación de la incertidumbre.

2.1. Introducción

El ser humano posee grandes habilidades para comunicar su experiencia empleando reglas lingüísticas vagas. Por ejemplo, un famoso cocinero de televisión podría dar instrucciones para tostar pan como:

1. Cortar dos rebanadas de pan medianas.
2. Poner el horno a temperatura alta.
3. Tostar el pan hasta que quede de color ligeramente marrón.



El uso de esos términos lingüísticos en cursiva podrían ser seguidos sin problema por un humano, que es capaz de interpretar estas instrucciones rápidamente. La lógica convencional no es adecuada para procesar este tipo de reglas. Por ejemplo, si pasáramos un día con Tiger Woods para aprender a jugar al golf, al final de la jornada podríamos tener un montón de reglas del tipo: Si la bola está lejos del hoyo y el green está ligeramente inclinado hacia la derecha, entonces golpear la bola firmemente empleando un ángulo ligeramente inclinado hacia la izquierda de la bandera. Si la bola está muy cerca del hoyo y el green entre la bola y el hoyo está plano, entonces golpear la bola directamente hacia el hoyo.

Estas reglas son muy descriptivas y pueden ser fácilmente entendibles por un humano, pero difícilmente representables en un idioma que pueda ser entendido por un computador. Palabras como “lejos”, “muy cerca” no tienen fronteras bien definidas, y cuando se quieren trasladar a código pueden resultar descripciones artificiales. Por ejemplo, el término Distancia se podría codificar con este conjunto de intervalos: Cerca: La bola está entre 0 y 2 metros del hoyo. Medio: La bola está entre 2 y 5 metros del hoyo. Lejos: La bola está más allá de 5 metros del hoyo. Con esta representación, ¿qué ocurre con una bola que está en 4.99 metros del hoyo? Empleando estos intervalos, el ordenador lo representaría firmemente en el intervalo “Medio”. Y si incrementamos unos pocos centímetros, lo catalogaría como “Lejos”. Esto se puede mejorar creando intervalos más pequeños, pero el problema base seguiría siendo el mismo por el uso de intervalos discretos. Comparado con el modo de razonar de un humano, estos términos lingüísticos se deben corresponder con fronteras



vagas, donde 4.99 metros debería estar más asociado al término “lejos” que “media distancia”. Queda claro que el conocimiento experto presenta a menudo, características de vaguedad e imprecisión, debido a tres razones principalmente:

- 1. Pereza:** Obtener una lista completa de todas las variables que intervienen en el dominio del problema puede ser demasiado trabajo. Además, como el mundo real es no determinista (aleatoriedad y excepciones), hay veces que no es posible establecer completamente todas las variables del entorno.
- 2. Ignorancia Teórica:** En la que no existe una lista completa de factores a tener en cuenta para el dominio del problema (no se conoce un método teórico para modelar el problema).
- 3. Ignorancia Práctica:** Incluso conociendo todas las variables, puede ser difícil obtener datos concretos asociados para su estudio. Además, esta información puede estar incompleta, e incluso ser errónea (por ejemplo en el ámbito médico, llena de síntomas incorrectos, mentiras deliberadas, falsos positivos...). Esta incertidumbre en el modelado de conocimiento experto existe en multitud de disciplinas (médicas, ciencias, ingeniería, derecho, educación...). En Inteligencia Artificial se aplica en multitud de áreas de trabajo, como visión por computador, procesamiento del lenguaje natural, procesamiento de la información, aprendizaje automático, juegos...



2.1.1. Tratamiento de la Incertidumbre

Existen multitud de enfoques para el tratamiento de la incertidumbre. Las primeras aproximaciones vienen de principios del siglo XIX, con un tratamiento de la información puramente probabilista. Los primeros sistemas expertos de inicio de los 70 modelaron el conocimiento con un enfoque puramente lógico, con las limitaciones que conlleva este tipo de enfoques. La siguiente generación de sistemas expertos emplearon técnicas probabilistas con resultados prometedores. El principal problema de esta aproximación fue el crecimiento exponencial de las probabilidades necesarias para calcular la distribución conjunta de probabilidad cuando el número de variables aumentaba. De esta forma, surgieron otras aproximaciones entre las que cabe destacar:

2.1.2. Métodos no numéricos

Existen algunas aproximaciones no numéricas que utilizan un razonamiento mucho más cercano al humano (cualitativo). Uno de los métodos más ampliamente estudiados en esta categoría es el razonamiento por defecto, que trata las conclusiones de los sistemas de reglas como válidas hasta que se encuentre una razón mejor para creer alguna otra cosa. Las redes cualitativas y los sistemas de mantenimiento de coherencia son otros ejemplos de métodos no numéricos para el tratamiento de la incertidumbre.



2.1.3. Métodos numéricos

De entre los métodos numéricos, cabe destacar la familia de los métodos probabilistas, que asocian un valor numérico (grado de creencia) entre 0 y 1 para resumir la incertidumbre sobre las oraciones. Así, una probabilidad de 0.8 sobre una oración no significa 80 % verdadero, sino un 80 % de grado de creencia sobre la oración (las creencias dependen de las percepciones recibidas por el agente inteligente hasta el momento, que constituyen la evidencia sobre la que se hacen las afirmaciones sobre probabilidades. Las probabilidades pueden cambiar cuando se adquieren más evidencias.

Existen varias familias de técnicas probabilistas entre las que distinguimos los métodos exactos (Redes bayesianas, Diagramas de influencia...) y los aproximados (Método Bayesiano subjetivo, Factores de certeza...). Existen otros métodos numéricos no probabilistas para el tratamiento de la incertidumbre. La teoría de Dempster-Shafer que utiliza grados de creencia dados por intervalos de valores para representar el conocimiento. La lógica difusa es igualmente un método de razonamiento aproximado no probabilista, que puede definirse como una extensión de la lógica multivaluada que facilita enormemente el modelado de información cualitativa de forma aproximada. Su éxito se debe principalmente a la posibilidad de resolver problemas de una gran complejidad y poco definidos que, mediante métodos tradicionales, son difíciles de solucionar.



2.2. ¿Qué es la Lógica Difusa?

Básicamente la Lógica Difusa es una lógica multivaluada que permite representar matemáticamente la incertidumbre y la vaguedad, proporcionando herramientas formales para su tratamiento. Como indica Zadeh (Zadeh, 1973), “Cuando aumenta la complejidad, los enunciados precisos pierden su significado y los enunciados útiles pierden precisión.”, que puede resumirse como que “los árboles no te dejan ver el bosque”. Básicamente, cualquier problema del mundo puede resolverse como dado un conjunto de variables de entrada (espacio de entrada), obtener un valor adecuado de variables de salida (espacio de salida). La lógica difusa permite establecer este mapeo de una forma adecuada, atendiendo a criterios de significado (y no de precisión). Le término Lógica Difusa fue utilizado por primera vez en 1974. Actualmente se utiliza en un amplio sentido, agrupando la teoría de conjunto difusos, reglas si-entonces, aritmética difusa, cuantificadores, etc. En este curso emplearemos este significado extenso el término.

2.2.1. Diferencias con Probabilidad

Los conceptos empleados en Lógica Difusa y Probabilidad están relacionados en cierto modo, pero son totalmente diferentes. De forma resumida, la probabilidad representa información sobre frecuencia de ocurrencias relativas de un evento bien definido sobre el total de eventos posible. Por su parte, el grado de pertenencia difuso representa las similitudes de un evento con respecto a otro evento, donde las propiedades de esos eventos no están definidas de forma precisa. Veamos un ejemplo, un superviviente de un accidente de avión se encuentra en medio del desierto. Hace dos días que está



caminando sin agua en busca de algún poblado cercano donde puedan socorrerle. De repente encuentra dos botellas de líquido, etiquetadas como se muestra en la Figura 2.1. La botella A difusa está etiquetada como que contiene líquido potable con un grado de pertenencia 0.8, mientras que la botella B probabilista está etiquetada como que contiene con probabilidad 0.8 un líquido potable. ¿Cuál debería elegir el superviviente?



Figura 2.1. Botellas difusa y probabilista etiquetadas.

La botella A indica que el líquido que contiene es bastante similar y probabilista etiquetadas a otros que son potables. Naturalmente este valor numérico depende de la función de pertenencia asociada al concepto de “líquido potable”. Supongamos que la función de pertenencia asocia 1 al agua pura, por lo que un valor de 0.8 indicaría que la botella A contiene agua no totalmente pura, pero todavía potable (o al menos no es un veneno, o algún líquido perjudicial para el organismo). La probabilidad asociada a la botella B indica que, tras realizar un



alto número de experimentos, el contenido de la botella B es potable el 80 % de las veces. Pero, ¿qué ocurre el otro 20 % de las veces?. En estas ocasiones, el líquido no era potable y, por tanto, hay un 20 % de probabilidad de que mueras bebiendo el líquido de esa botella porque contenga amoníaco en lugar de agua. ¿Qué debería elegir el superviviente si las botellas estuvieran etiquetadas con valores de 0.5 fuzzy y 0.5 de probabilidad? En este caso debería rechazar A porque un grado de pertenencia de 0.5 indicaría que el contenido de la botella no es muy parecido a los líquidos potables en ese dominio de conocimiento. La botella B tendría 0.5 de probabilidad de ser potable (también es incertidumbre total), pero tendría un 50 % de probabilidad de que el líquido fuera potable, por lo que debería jugársela y elegir la botella B.

2.3.. Historia de la lógica difusa

El concepto de Lógica Difusa fue creado por Lofti A. Zadeh, catedrático de la Universidad de Berkeley (California) (Zadeh, 1965). En su propuesta, la lógica difusa fue presentada como una forma de procesamiento de información en la que los datos podrían tener asociados un grado de pertenencia parcial a conjuntos. Fue a mediados de los 70 cuando esta teoría se aplicó a los sistemas de control (cuando los pequeños ordenadores empotrados tuvieron suficiente potencia como para permitir su ejecución). Desde entonces el número de aplicaciones industriales y su utilización en productos de consumo (como veremos en la sección 1.5) ha crecido exponencialmente.

En una primera etapa (entre 1965 y 1974), Zadeh describió el concepto general de conjunto difuso y su función de pertenencia asociada que toma valores en el intervalo unitario. En esta primera etapa no se describieron en profundidad los



mecanismos de razonamiento y la lógica asociada a esta representación. En la segunda etapa (desde 1972 hasta el 2000) se introducen dos conceptos importantes: la variable lingüística y el concepto de reglas if-then. En la actualidad, la mayoría de aplicaciones de conjuntos difusos utilizan estos conceptos. Gracias al desarrollo de los conceptos de esta segunda etapa evolucionaron rápidamente aplicaciones de control difuso (especialmente en Japón). El término de Soft Computing apareció en 1981 en el BISC (Berkeley Initiative in Soft Computing), y puede ser definido como el uso de metodologías que proporcionan los fundamentos para el diseño, desarrollo y uso de sistemas inteligentes. Las principales metodologías que forman este grupo son la lógica difusa, la computación evolutiva, métodos probabilísticos y aprendizaje máquina. En general estas metodologías y técnicas se combinan ofreciendo mejores resultados. La tercera etapa de desarrollo (desde 1996) se centra en la computación con palabras, empleando procesamiento del lenguaje natural para la búsqueda en internet y el desarrollo de respuesta automáticos. En la actualidad existen multitud de líneas de investigación que emplean intensivamente la teoría de la lógica difusa en diversidad de áreas de aplicación.



2.4. Características

El Principio de Incompatibilidad (Zadeh, 1973) dice que la descripción del comportamiento de un sistema complejo no puede realizarse de forma absolutamente precisa. Para solucionar este problema Zadeh plantea la necesidad de obtener herramientas capaces de manejar de forma rigurosa y fiable información imprecisa, lo cual obliga a desarrollar dos aspectos: Representación de la información imprecisa: Para esto lo que propone es el empleo de la Teoría de conjuntos difusos. Así como describir la experiencia de los sistemas complejos en sus relaciones entrada-salida mediante proposiciones condicionales del tipo Si-Entonces (Ejemplo: Si la presión es muy alta Entonces vaciamos el recipiente) de manera que las variables de entrada y las variables de salida quedan ligadas. Inferencia sobre información imprecisa: Ahora se necesita una forma de combinar esta información para obtener nuevos hechos. Entonces Zadeh establece la necesidad de un método de inferencia generalizado e introduce lo que se conoce como Regla Composicional de Inferencia. A partir de este principio, se pueden describir las principales características esenciales de la lógica difusa y los sistemas difusos:

1. El razonamiento exacto puede verse como un caso particular del razonamiento aproximado. Cualquier sistema lógico puede ser fuzzificado. Mediante lógica difusa se puede formular el conocimiento humano de una forma sistemática, y puede ser fácilmente incluido en sistemas de ingeniería.



Figura 2.2. En la actualidad, multitud de productos de consumo (lavadoras, microondas, cámaras de vídeo, televisores) y sistemas (ascensores, trenes, motores, frenos, control de tráfico) utilizan internamente métodos de lógica difusa.

2. El conocimiento se interpreta como una colección de restricciones difusas sobre una colección de variables. Los sistemas difusos son especialmente interesantes para la definición de sistemas cuyo modelo exacto es difícil de obtener (es necesario introducir una aproximación).

3. La inferencia puede verse como un proceso de propagación de estas restricciones difusas.

4. Se utiliza ampliamente en sistemas de ayuda a la decisión. La lógica difusa permite obtener decisiones con valores incompletos o información incierta. Los sistemas difusos son muy recomendables en aquellos problemas muy



complejos donde no existe un modelo matemático simple asociado. Igualmente en procesos que obedecen a un comportamiento no lineal, la solución difusa plantea grandes ventajas. La solución difusa requiere que el conocimiento experto sea expresado lingüísticamente, requisito que es normalmente fácil de obtener

2.5. Aplicaciones

Desde mediados de los años 70, la lógica difusa se ha utilizado ampliamente debido a varios factores. Uno de ellos es que el uso de conocimiento experto permite la automatización de tareas. En muchas áreas de aplicación se reduce considerablemente la necesidad de operadores que basan su conocimiento en la experiencia (y que difícilmente podría ser expresado con ecuaciones diferenciales). De este modo, si existe un conocimiento del proceso, es posible modelarlo mediante lógica difusa. Los sistemas basados en lógica difusa son fáciles de diseñar, modificar y mantener. Pese a la pérdida de precisión, la reducción de tiempo de desarrollo y mantenimiento es muy relevante para su uso industrial.

Otro factor a tener en cuenta es que el control difuso permite diseñar soluciones de alta calidad que eviten las patentes existentes en otros sistemas de control. En Japón este tipo de controladores se asocia a modernidad, alta calidad y tecnológicamente potente. En Europa sin embargo se trata de ocultar el término “difuso” por su significado negativo. En la actualidad multitud de productos de electrónica de consumo emplean lógica difusa (ver Figura 1.4). Por citar algunos ejemplos de uso, la empresa Japonesa Matsuhita utiliza en sus lavadoras un sistema de control que determina automáticamente el ciclo de lavado según el



tipo, cantidad de suciedad y tamaño de la colada. Los estabilizadores de imágenes en sus cámaras digitales incorporan reglas que eliminan las vibraciones involuntarias de la mano del operario, comparando la imagen actual con las imágenes anteriores de la memoria. En el ámbito de la automoción, Mitsubishi y General Motors emplean sistemas de transmisión automática y control de temperatura basados en lógica difusa. Otro caso de éxito es el metro de Sendai (Japón), que cuenta con 16 estaciones. El sistema de control difuso está dividido en dos módulos, uno para el control de la velocidad (similar al de (Aurrand, et al., 1991)) y otro para la parada automática. Este controlador difuso ofrece importantes ventajas sobre los controladores convencionales, como el mayor confort en el viaje para los pasajeros y menor consumo de energía.



Capítulo 3

Razonamiento aproximado

En este capítulo, se introduce el concepto del razonamiento aproximado y otros componentes que permitirán formar el cuerpo de la lógica difusa. Asimismo, se propone la utilización de los conjuntos difusos para el manejo cuantitativo de conceptos cualitativos. También se abordaran los fundamentos del razonamiento aproximado empleando la lógica difusa.

3.1. Introducción

Como lógica multi-valuada, en la definición de grados de pertenencia, la lógica difusa emplea valores continuos entre 0 (que representa hechos totalmente falsos) y 1 (totalmente ciertos). Así, la lógica binaria clásica puede verse como un caso particular de la lógica difusa. Zadeh propone en 1965 por primera vez la noción de Conjunto difuso (Zadeh, 1973). Este hecho marca el principio de una nueva teoría denominada Teoría de Conjuntos Difusos. Los conceptos se asocian a conjuntos difusos (asociando los valores de pertenencia) en un proceso llamado fuzzificación. Una vez que tenemos los valores fuzzificados podemos trabajar con reglas lingüísticas y obtener una salida, que podrá seguir siendo difusa o defuzzificada para obtener un valor discreto crisp. De este modo, a diferencia de la teoría clásica de conjuntos que se basa en el principio básico de la lógica de forma que un individuo pertenece o no pertenece a un conjunto, la idea básica de un conjunto difuso es que un elemento forma parte de un conjunto con un determinado grado de pertenencia. De este modo una



proposición no es totalmente (sino parcialmente) cierta o falsa. Este grado se expresa mediante un entero en el intervalo $[0; 1]$.

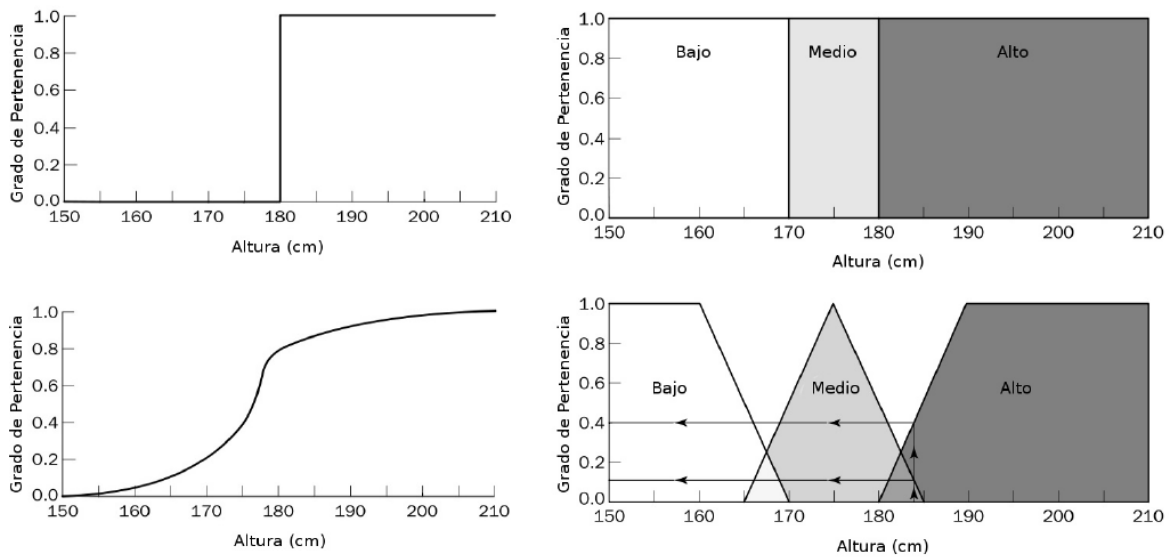


Figura 3.1. Descripción de conjuntos crisp (arriba) y fuzzy (abajo) de “persona alta”.

Un ejemplo claro es la representación de la altura de una población de individuos (ver Tabla 3.1).

Tabla 3.1. Representación de la altura de una población de individuos.



| Nombre | Altura | Crisp | Fuzzy |
|--------|--------|-------|-------|
| Paco | 2.05 | 1 | 1.0 |
| Juan | 1.95 | 1 | 1.0 |
| Tomás | 1.87 | 1 | 0.95 |
| Carlos | 1.80 | 1 | 0.82 |
| Pedro | 1.79 | 0 | 0.71 |
| Andrés | 1.60 | 0 | 0.36 |

En la representación crisp, se dibuja una línea que separa claramente en 1.8m los individuos que son altos de los que no lo son, asociando un valor de pertenencia estricto al conjunto de los altos a aquellos que superan esa altura. Sin embargo, el conjunto difuso permite expresar que Carlos tiene un grado de pertenencia al conjunto de los altos en $\mu_A(\text{Altura}) = 0.82$. Así, un conjunto difuso proporciona una transición suave entre los límites de lo que sería un conjunto crisp. El Universo del discurso se define como todos los posibles valores que puede tomar una determinada variable (en el caso de la imagen anterior se correspondería con el eje horizontal de las gráficas, desde 150 a 210 cm).

3.1.1. Definición de conjunto difuso

La teoría de conjuntos difusos es un intento de desarrollar una serie de conceptos para tratar de un modo sistemático el tipo de imprecisión que aparece cuando los límites de las clases de objetos no están claramente definidos. Un conjunto difuso puede definirse como una clase en la que hay una progresión gradual desde la pertenencia al conjunto hasta la no pertenencia; o visto de otra forma, en la que un objeto puede tener un grado de pertenencia definido entre la pertenencia total (valor uno) o no pertenencia (valor cero). Desde esta perspectiva, los conjuntos convencionales (o conjuntos crisp) pueden verse



como un caso particular de conjuntos difusos; un conjunto difuso que sólo admite dos grados de pertenencia (uno y cero).

Un conjunto difuso puede definirse de forma general como un conjunto con límites difusos. Sea X el universo del discurso, y sus elementos se denotan como x . En la teoría clásica de conjuntos crisp se define un conjunto C se define sobre X mediante la función característica de C como f_C .

$$f_C(x) = \begin{cases} 1 & \text{cuando } x \in C \\ 0 & \text{cuando } x \notin C \end{cases}$$

(3.1)

Este conjunto mapea el universo X en un conjunto de dos elementos, donde la función $f_C(x)$ es 1 si el elemento x pertenece al conjunto C y 0 si el elemento x no pertenece al conjunto C . Si generalizamos esta función para que los valores asignados a los elementos del conjunto caigan en un rango particular y así indicar el grado de pertenencia de los elementos a ese conjunto, tendremos una función de pertenencia de un determinado conjunto difuso. La función de pertenencia μ_A por la que se define un conjunto difuso A , sería:

$$\mu_A = X \rightarrow [0,1]$$

(3.2)



Donde $\mu_A(x) = 1$ si x está totalmente en A , $\mu_A(x) = 0$ si x no está en A y $0 < \mu_A(x) < 1$ si x está parcialmente en A . Este valor entre 0 y 1 representa el grado de pertenencia (también llamado valor de pertenencia de un elemento x a un conjunto A). Así, el intervalo de la ecuación anterior es de números reales e incluye los extremos. Aunque $[0; 1]$ es el rango de valores más utilizado para representar funciones de pertenencia, cualquier conjunto arbitrario con alguna ordenación total o parcial podría ser utilizado.

3.1.2. Operaciones de conjuntos difusos

Las tres operaciones básicas que se definen sobre conjuntos crisp (complemento, unión e intersección), pueden generalizarse de varias formas en conjuntos difusos. No obstante, existe una generalización particular que tiene especial importancia. Cuando se restringe el rango de pertenencia al conjunto $[0; 1]$, estas operaciones “estándar” sobre conjuntos difusos se comportan de igual modo que las operaciones sobre conjuntos crisp. Dichas operaciones se definen del siguiente modo (ver Figura 3.2):

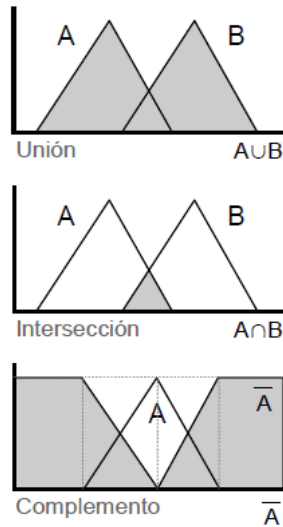


Figura 3.2. Descripción gráfica de operaciones estándar con conjuntos difusos.

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{A}}(x) &= 1 - \mu_A(x) \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \perp [\mu_A(x), \mu_B(x)] \\ \mu_{A \cup B}(x) &= T [\mu_A(x), \mu_B(x)]\end{aligned}$$

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x),$$

(3.3)

$$\mu_{A \cap B}(x) = \perp [\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (3.4)$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = T [\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (3.5)$$



Unión

La forma generalizada de la unión es la T-conorma. Podemos definirla con la siguiente función:

$$\begin{aligned} \perp: [0,1] \times [0,1] &\rightarrow [0,1] \\ \mu_{A \cup B}(x) &= \perp[\mu_A(x), \mu_B(x)] \end{aligned} \tag{3.6}$$

Para que una función se pueda considerar como una unión difusa, debe satisfacer los siguientes axiomas $\forall a; b; c \in [0, 1]$:

U1) Elemento Neutro: $\perp(a, 0) = a$

U2) Conmutatividad: $\perp(a, b) = \perp(b, a)$

U3) Monotonicidad: Si $a \leq c$ y $b \leq d$ entonces $\perp(a, b) = \perp(c, d)$

U4) Asociatividad: $\perp(a, b) = \perp(\perp(c, d), c) = \perp(a, \perp(b, c))$

Algunas T-conormas ampliamente utilizadas son:

Máximo: $\perp(a, b) = \text{máx}(a, b)$

Producto: $\perp(a, b) = (a + b) - (a \times b)$

Suma limitada (o de Lukasiewick): $\perp(a, b) = \text{mín}(a + b, 1)$



Intersección

La forma generalizada de la intersección se denomina T-norma. Es una función de la forma:

$$\begin{aligned} \perp: [0,1] \times [0,1] &\rightarrow [0,1] \\ \mu_{A \cap B}(x) &= \perp[\mu_A(x), \mu_B(x)] \end{aligned} \quad (3.7)$$

Una T-norma satisface los siguientes axiomas $\forall a; b; c \in [0, 1]$

- I1) Elemento unidad: $T(a,1) = a$
- I2) Conmutatividad: $T(a,b) = T(b,a)$
- I3) Monotonicidad: $a \leq c$ y $b \leq d$ entonces $T(a,b) = T(c,d)$
- I4) Asociatividad: $T(T(a,b),c) = T(a,T(b,c))$

Algunas T-normas ampliamente utilizadas son:

Mínimo: $T(a,b) = \min(a,b)$

Producto: $T(a,b) = ab$

Suma limitada (o de Lukasiewick): $T(a,b) = \max(0, a + b - 1)$

Complemento

El complemento \bar{A} de un conjunto difuso A , se denota por cA ; está definido por una función del tipo $c: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$. Tiene que satisfacer los siguientes axiomas:

C1) Condiciones límite o frontera: $c(0) = 1$ y $c(1) = 0$.

C2) Monotonicidad: $\forall a; b \in [0; 1]$ si $a < b$ entonces $c(a) \geq c(b)$.



C3) c es una función continua.

C4) c es involutiva $\forall a \in [0, 1]$ tenemos $c(c(a)) = a$.

Al igual que sucedía con los operadores de unión y de intersección, también para el complemento existen gran variedad de clases. Uno de los más utilizados, además del complemento clásico ($\mu_{\bar{A}}(x) = c(a) = 1 - a$), es el λ -complemento de Sugeno, que viene definido por la siguiente expresión:

$$\mu_{A^\lambda}(x) = \frac{1 - \mu_A(x)}{1 - \lambda \mu_A(x)} \text{ con } \lambda \in (-1, \infty) \quad (3.8)$$

Como se puede observar, si $\lambda = 0$, la función se comporta como el complemento clásico. Además, para cada valor de λ , obtenemos una expresión particular para el complemento. Otro tipo de complemento borroso muy utilizado es el de Yager, que se define con la siguiente expresión:

$$\mu_{A^\omega}(x) = (1 - \mu_A(x)^\omega)^{1/\omega} \text{ con } \omega \in (0, \infty) \quad (3.9)$$

Al igual que con el complemento de Sugeno, cambiando el valor de ω obtenemos distintos tipos de complemento. Si $\omega = 1$ tenemos el complemento clásico.



3.1.3. Propiedades

Los conjuntos Crisp y los difusos tienen las mismas propiedades (en realidad los conjuntos crisp pueden verse como un subconjunto de los conjuntos difusos).

Conmutativa: $A \cap B = B \cap A$

Asociativa: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Distributiva: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Idempotencia: $A \cap A = A$ y $A \cup A = A$

Involución: $\neg(\neg A) = A$

Transitiva: If $(A \subset B) \cap (B \subset C)$ then $A \subset C$

Leyes de Morgan: $\neg(A \cap B) = \neg A \cup \neg B$ y $\neg(A \cup B) = \neg A \cap \neg B$

Empleando estas operaciones, propiedades y modificadores se pueden obtener gran variedad de expresiones. Por ejemplo, siendo A el conjunto alto y B bajo, podemos derivar el conjunto C como no muy alto y no muy bajo como

$$\mu_C(x) = [1 - \mu_A(x)^2] \cap [1 - \mu_B(x)^2].$$

3.1.4. Representación de conjuntos difusos

Los conjuntos crisp son útiles pero presentan problemas en muchas situaciones. Examinando el universo del discurso de la altura, tendríamos la representación gráfica de la Figura 3.3. Para definir un conjunto difuso hay que definir su función de pertenencia. Un método habitual es preguntar a un experto sobre el dominio del problema y representarlo mediante diferentes funciones (típicamente triangulares y trapezoidales).

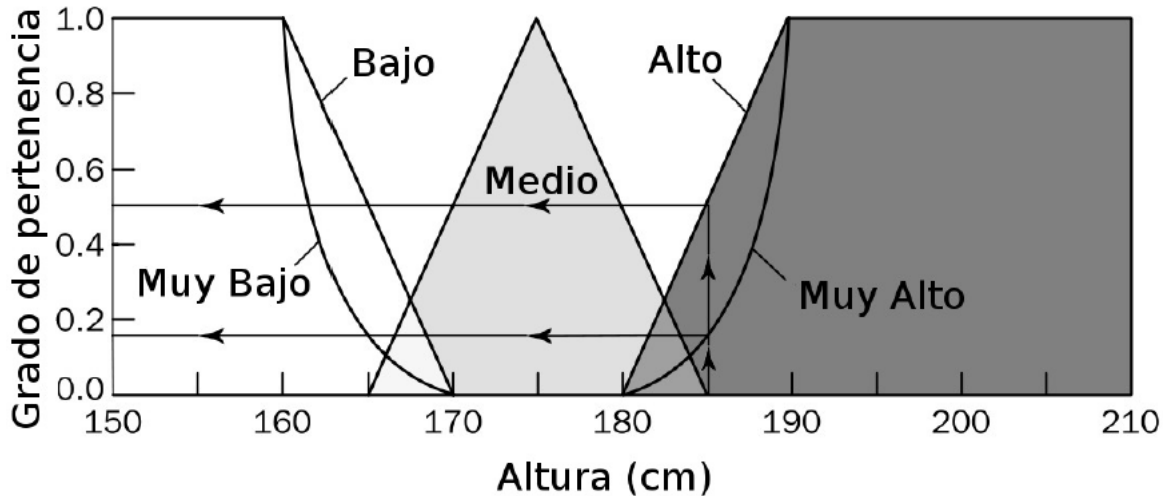


Figura 3.3: Uso del modificador muy en los conjuntos bajo y alto.

También se pueden utilizar, como veremos más adelante, funciones curvas o la función singleton. Para representar un conjunto difuso continuo en un ordenador necesitamos expresar esa función de pertenencia y mapear los elementos del conjunto con su grado de pertenencia. Aunque puede usarse a priori cualquier tipo de función, en la práctica se emplean funciones lineales con una descripción de su vector de ajuste, como:

$$\text{hombre-medio} = (0/165, 1/175, 0/185) \quad (3.10)$$

Esta representación se corresponde con el conjunto difuso Medio de la Figura 3.3, donde para la altura 165 se asocia el grado de pertenencia 0, a la altura 175 el grado de pertenencia 1, y de nuevo a la altura 185 el grado de pertenencia 0.



3.2. Variables lingüísticas

Para representar el conocimiento en razonamiento aproximado tenemos que utilizar variables lingüísticas. Una variable lingüística (Zadeh, L. A, 1975) es aquella cuyos valores son palabras o sentencias en un lenguaje natural o artificial. De esta forma, una variable lingüística sirve para representar cualquier elemento que sea demasiado complejo, o del cual no tengamos una definición concreta; es decir, lo que no podemos describir en términos numéricos. Así, una variable lingüística está caracterizada por una quintupla

$$(X, T(X), U, G, M) \quad (3.11)$$

X es el nombre de la variable.

$T(X)$ es el conjunto de términos de X ; es decir, la colección de sus valores lingüísticos (o etiquetas lingüísticas).

U es el universo del discurso (o dominio subyacente). Por ejemplo, si la hablamos de temperatura “Cálida” o “Aproximadamente 25°”, el dominio subyacente es un dominio numérico (los grados centígrados).

G es una gramática libre de contexto mediante la que se generan los términos en $T(X)$, como podrían ser “muy alto”, “no muy bajo”, ...

M es una regla semántica que asocia a cada valor lingüístico de X su significado $M(X)$ ($M(X)$ denota un subconjunto difuso en U).

Los símbolos terminales de las gramáticas incluyen:

Términos primarios: “bajo”, “alto”, ...

Modificadores: “Muy”, “más”, “menos”, “cerca de”, ...



Conectores lógicos: Normalmente NOT, AND y OR.

Normalmente se definen los conjuntos difusos de los términos primarios y, a partir de éstos, se calculan los conjuntos difusos de los términos compuestos (por ejemplo, con “muy” y “alto” construimos el término compuesto “muy alto”). Una etiqueta lingüística se forma como una sucesión de los símbolos terminales de la gramática: “Muy alto, no muy bajo...”. Un uso habitual de las variables lingüísticas es en reglas difusas. Ejemplo: IF duracion-examen IS larga THEN probabilidad-aprobar IS small. Por ejemplo, la variable lingüística velocidad podrías incluir conjuntos difusos como muy lento, lento, medio, rápido, muy-rápido. Naturalmente cada uno de estos conjuntos representan un valor lingüístico que puede tomar la variable.

3.2.1. Modificadores

Una variable lingüística puede emplear modificadores para cambiar la forma de los conjuntos difusos. Estos modificadores pueden asociarse a adverbios como “muy”, “ligeramente”, “un poco”, etc... Estos modificadores pueden aplicarse a oraciones completas, verbos, adjetivos, etc. La Figura 3.3 muestra un ejemplo de uso de modificadores (en este caso el modificador muy). En el ejemplo de esta Figura, Carlos, un elemento del conjunto “alto” (con un grado de pertenencia de 0.5) es también miembro del conjunto de los “muy altos” (pero con un grado de pertenencia de 0.15, lo cual es razonable). ¿Cómo se implementan estos modificadores? En la práctica, podemos distinguir tres tipos de modificadores; de concentración, de dilatación y de intensificación. En la Figura 3.4 se representan algunos de los más empleados. Por ejemplo, si Pedro



tiene un valor de pertenencia de 0.86 al conjunto de los altos, tendrá un valor de $\sqrt{\mu_A(x)} = 0.92$ al conjunto de los más o menos altos.

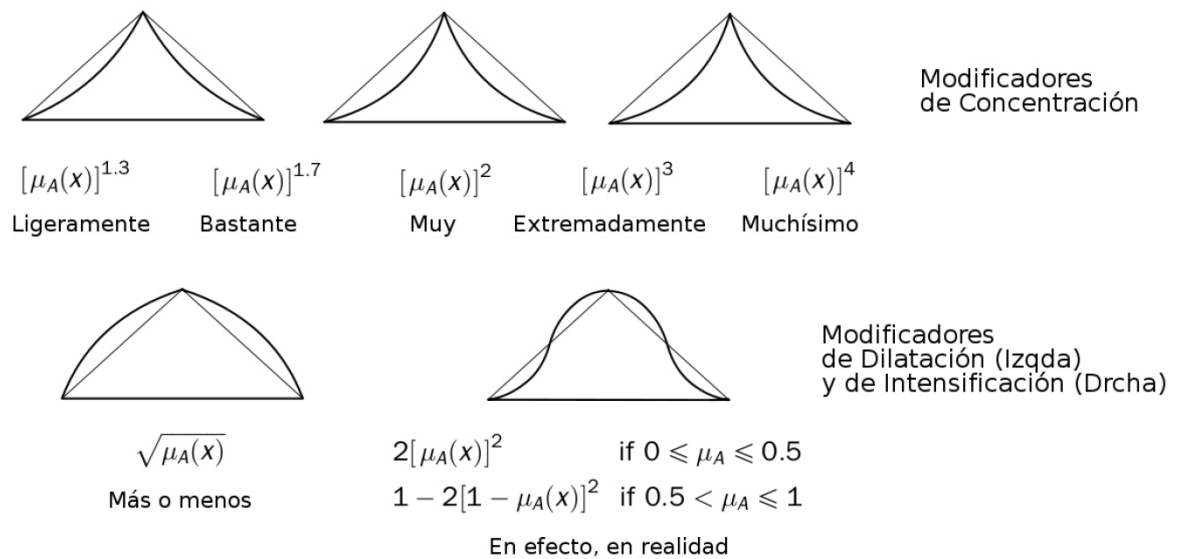


Figura 3.4: Algunos modificadores y su representación gráfica y matemática.

3.3. Razonamiento aproximado

Mediante el uso de conjuntos difusos es posible dotar de significado matemático a proposiciones como “este coche es pequeño”, “Pedro es muy alto” o “el crecimiento es lento” utilizando los modificadores lingüísticos (muy, poco, demasiado, algo, extremadamente, etc.) para adaptar los calificativos a lo que se quiere decir. Así para la representación y utilización del conocimiento impreciso, como hemos visto en la Sección 3.2, aparece el concepto de variable lingüística (Zadeh, L. A, 1975). Muchas veces, la programación clásica no es suficiente para que un sistema realice funciones complejas. Cuando un sistema no ha sido programado explícitamente para realizar una función y se le pide que



la realice, el sistema tiene que razonar. Por ejemplo, si el sistema conoce los siguientes hechos: “Estirada es una jirafa”, “Las jirafas son mamíferos” y le formulamos la pregunta: “¿Es Estirada un mamífero?”, el sistema debe razonar para dar una respuesta. Cuando el número de hechos y reglas aumenta, el sistema tiene que poder verificar gran cantidad de hechos que surgen en las etapas de razonamiento. A continuación estudiaremos el concepto de Regla Difusa empleada en Razonamiento Aproximado.

3.3.1. Reglas Difusas

El razonamiento aproximado se utiliza para representar y razonar con conocimiento expresado en forma de primitivas atómicas, enunciadas en lenguaje natural. Por ejemplo “La velocidad tiene un valor positivo grande”.

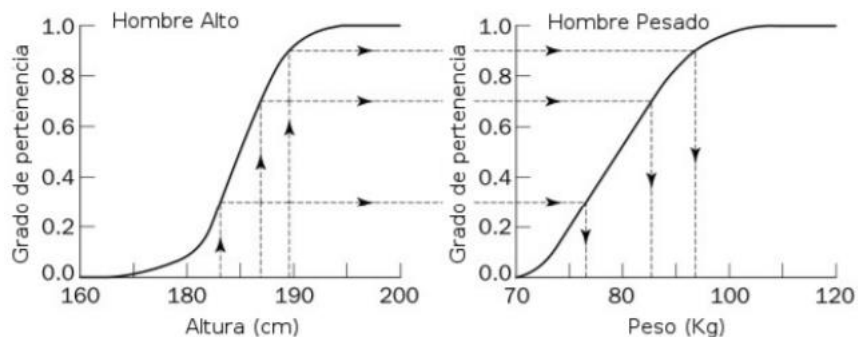


Figura 3.5. Ejemplo de inferencia de selección monotónica.



La transformación de esta expresión en lenguaje natural, en términos de variables lingüísticas se realiza como se indica a continuación:

1. Se selecciona un símbolo V para representar la variable física “velocidad”.
2. Se elige un símbolo PG para representar el valor particular “positivo grande” de la variable física “velocidad”.
3. La expresión en lenguaje natural pasa a ser: V es PG

A este tipo de expresión se le denomina proposición atómica difusa.

La interpretación de la expresión atómica anterior viene dada por la pertenencia de la variable física velocidad V al conjunto difuso PG , es decir $\mu_{PG}(v)$, donde v denota un valor arbitrario del universo del discurso U . Esta interpretación determina el grado en que la expresión es satisfecha dado un valor específico de la variable V . Usando este concepto de proposición difusa y conectores lingüísticos con “y”, “o” y “no” es posible componer proposiciones difusas más complejas “ A es X y B es Y ”, “ A es no X ”, etc... El significado de estas proposiciones difusas compuestas viene dado por la interpretación de los conectores lingüísticos. Esta interpretación se hace en base a las operaciones de intersección, unión y complemento que, como se vio anteriormente, se realiza mediante T-normas, T-conormas y el operador complemento elegido. Hay que tener en cuenta que, el grado de satisfacción de una expresión constituye un conjunto difuso y, por tanto, estos conectores deben interpretarse mediante operadores de conjuntos difusos.



Una regla difusa (regla de producción difusa if-then) es expresada simbólicamente como:

$$\text{IF } \langle \text{proposición difusa} \rangle \text{ THEN } \langle \text{proposición difusa} \rangle \quad (3.12)$$

Podemos definir una proposición sencilla de este tipo mediante:

$$p : \text{IF } X \text{ es } A \text{ THEN } Y \text{ es } B \quad (3.13)$$

El antecedente y consecuente de una regla puede tener múltiples partes. Veremos a continuación cómo se trabaja con estos formatos de reglas. En los sistemas de reglas clásicos, si el antecedente es cierto, el consecuente es también cierto. En sistemas fuzzy donde el antecedente es difuso, todas las reglas se ejecutan parcialmente, y el consecuente es cierto en cierto grado (si el antecedente es cierto con cierto grado de pertenencia, el consecuente es cierto también el cierto grado). Ver ejemplo de la regla "IF altura IS alto THEN peso IS pesado. El valor de la salida (grado de pertenencia) puede ser estimado directamente empleando un método de inferencia de selección monotónica. En la Figura 3.5, se pueden ver cómo varios valores de peso pueden ser derivados de diferentes valores de alturas.

En la lógica difusa (*fuzzy logic*) se permite tratar con información imprecisa, como muy grande, poca velocidad o temperatura baja, en términos de conjuntos



difusos. Los conjuntos difusos se combinan en reglas para definir acciones, por ejemplo *Si* la temperatura es baja *entonces* calienta mucho. De esta forma, los sistemas de control basados en lógica difusa combinan unas variables de entrada (en términos de conjuntos difusos), por medio de grupos de reglas que producen uno o varios valores de salida. Es decir, los sistemas difusos permiten modelar cualquier proceso no lineal, y aprender de los datos haciendo uso de determinados algoritmos de aprendizaje (a veces tomados de otros campos, como las propias redes neuronales o los algoritmos genéticos). No obstante, a diferencia de los sistemas neuronales, los basados en lógica difusa permiten utilizar fácilmente el conocimiento de los expertos en un tema, bien directamente, bien como punto de partida para una optimización automática, al formalizar el conocimiento a veces ambiguo de un experto (o de sentido común) de una forma realizable (Pavlík, S., 2015).

3.4. Conjuntos difusos

En la teoría de conjuntos clásicos una parte está incluida completamente en él o no lo está en absoluto. Esta situación puede describirse asignando un 1 a todos los elementos incluidos en el conjunto y un 0 a los no incluidos. A la función que asigna estos valores se le denomina función de pertenencia (*membership function*). Los conjuntos difusos permiten describir el grado de pertenencia o inclusión de un objeto, asignando un número real entre 0 y 1. Sea U un conjunto de objetos, por ejemplo, $U = \square^n$, que se denomina *universo de discurso*. Un conjunto difuso F en U queda caracterizado por una función de pertenencia μ_F que toma valores en el rango $[0,1]$, es decir, $\mu_F : U \rightarrow [0,1]$; donde $\mu_F(u)$ representa el grado en el que $u \in U$ pertenece al conjunto difuso F .



Esto representa la generalización de un conjunto clásico (abrupto), en el que la función de pertenencia toma solamente los valores 0 y 1, por el contrario para un conjunto difuso, la función puede tomar también valores intermedios.

3.5. Funciones de pertenencia

La función de pertenencia de un conjunto difuso consiste en un conjunto de pares ordenados $F = \{(u, \mu_F(u)) | u \in U\}$ si la variable es discreta, o una función continua si no lo es. Para la definición de estas funciones de pertenencia se utilizan ciertas familias de forma estándar, las más frecuentes son la función de tipo trapezoidal, singleton, triangular, S, exponencial y tipo π , las cuales son descritas a continuación:

Función de tipo trapezoidal. - Se define por cuatro puntos $a, b, c,$ y d (ver Figura 3.6). Esta función es cero para valores menores de a y mayores de d . Se emplea habitualmente en sistemas difusos sencillos, pues permite definir un conjunto difuso con pocos datos, y calcular su valor de pertenencia con pocos cálculos.

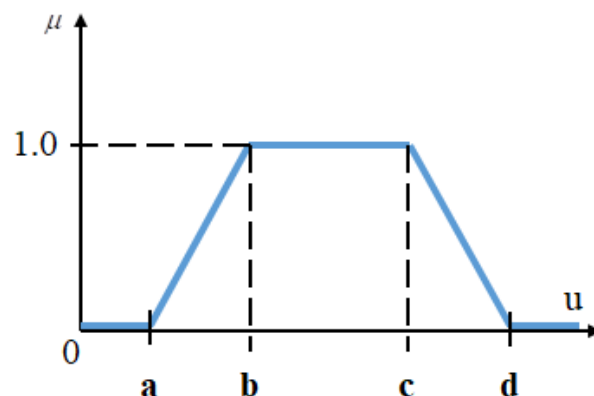




Figura 3.6. Función de pertenencia de tipo trapezoidal. **Fuente:** Autoría propia.

Se emplea primordialmente en sistemas basados en microprocesador, pues con similar formato pueden codificarse también funciones tipo S, función tipo π , triangular y singleton, según se distribuyan los puntos a, b, c , y d de la Figura 3.6 (por ejemplo, juntando b y c tenemos una triangular). La función trapezoidal se define como:

$$S(u; a, b, c, d) = \begin{cases} 0 & u < a \\ \left(\frac{u-a}{b-a}\right) & a \leq u \leq b \\ 1 & b \leq u \leq c \\ \left(\frac{d-u}{d-c}\right) & c \leq u \leq d \\ 0 & u > d \end{cases}$$

(3.14)

Función de tipo singleton.- Esta función tiene valor de 1 sólo para un punto a y 0 para el resto (ver Figura 3.7). Se utiliza normalmente en sistemas difusos simples para definir los conjuntos difusos de las particiones de las variables de salida, por lo que permite simplificar los cálculos y requiere menos memoria para almacenar la base de reglas.

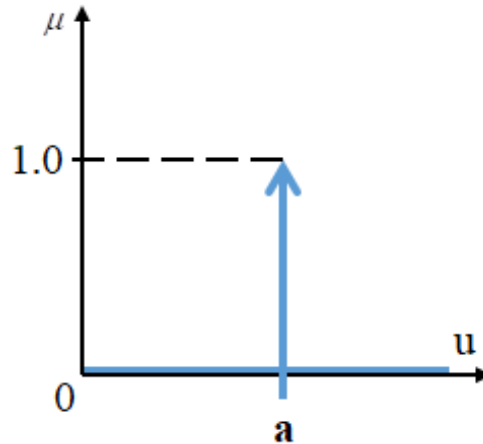


Figura 3.7. Función de pertenencia de tipo singleton. **Fuente:** Autoría propia.

La función tipo singleton matemáticamente se describe como:

$$S(u; a) = \begin{cases} 1 & u = a \\ 0 & u \neq a \end{cases} \quad (3.15)$$

Función de tipo triangular. - Se define como:

$$S(u; a, b, c) = \begin{cases} 0 & u < a \\ \left(\frac{u-a}{b-a} \right) & a \leq u \leq b \\ \left(\frac{c-u}{c-b} \right) & b \leq u \leq c \\ 0 & u > c \end{cases} \quad (3.16)$$



Esta función es adecuada para modelar propiedades con un valor de pertenencia distinto de cero para un rango de valores estrecho en torno a un punto b . Su representación gráfica se muestra en la Figura 3.8.

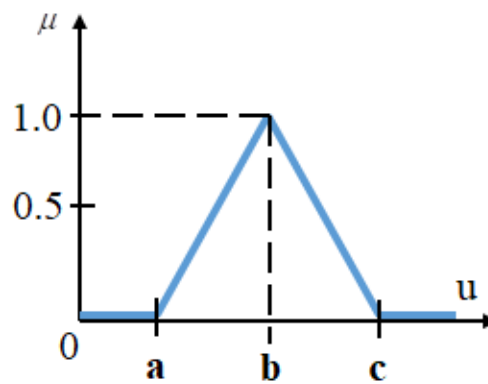


Figura 3.8. Función de pertenencia de tipo triangular. **Fuente:** Autoría propia.

Función de tipo S.- Esta función resulta adecuada para modelar propiedades como *grande, mucho, positivo, etc.* Se caracteriza por tener un valor de pertenencia distinto de 0 para un rango de valores por encima de cierto punto a , siendo 0 por debajo de a y 1 para los valores mayores de c (ver Figura 3.9).

Su punto de cruce (valor 0.5) es $b = \frac{(a+c)}{2}$, entre los puntos a y c es de tipo cuadrático (suave).

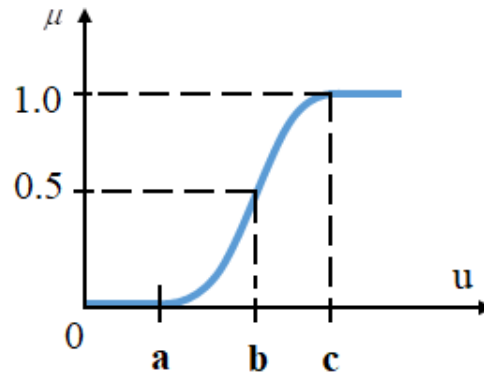


Figura 3.9. Función de pertenencia de tipo S. **Fuente:** Autoría propia.

La función de tipo S se puede definir como:

$$S(u; a, b, c) = \begin{cases} 0 & u < a \\ 2\left(\frac{u-a}{c-a}\right)^2 & a \leq u \leq b \\ 1 - 2\left(\frac{u-a}{c-a}\right)^2 & b \leq u \leq c \\ 1 & u > c \end{cases} \quad (3.17)$$

Por otra parte también se han utilizado funciones exponenciales para definir funciones de tipo S como:

$$S(u; k, b) = \exp(-k(u-b)) \quad (3.18)$$

Donde k es una constante $k > 0$ y cuanto mayor es el valor de k más estrecha es la campana, b define el valor medio de la campana de Gaussiana.



3.6. Reglas IF-ELSE

Las reglas difusas combinan uno o más conjuntos difusos de entrada, llamados *antecedentes o premisas*, y se les asocian un conjunto difuso de salida, llamado *consecuente o consecuencia*. Los conjuntos difusos de la premisa se asocian mediante conjuntivas lógicas como *y*, *o*, etc. Para un sistema bidimensional (2 entradas) del sistema difuso, donde la base de reglas difusas se construye para $M = N_1 \times N_2$ reglas IF-THEN de la siguiente forma:

$$Ru^{i_1 i_2} : \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^{i_1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^{i_2}, \text{ THEN } y \text{ is } B^{i_1 i_2}$$

(3.19)

Donde $i_1 = 1, 2, \dots, N_1, i_2 = 1, 2, \dots, N_2, A$ representado por las funciones de pertenencia es un conjunto difuso normal en el espacio de entrada $U \subset R^2$ y el centro del conjunto difuso $B^{i_1 i_2}$ denotado por $\bar{y}^{i_1 i_2}$ pertenece al espacio de salida $V \subset R$. \bar{y} es un punto en el que una función de pertenencia determinada alcanza su valor máximo. Las reglas difusas permiten expresar el conocimiento que se dispone sobre la relación entre antecedentes y consecuentes. Para expresar este conocimiento de forma completa normalmente se precisa de varias reglas, que se agrupan formando lo que se conoce como una *base de reglas*, es decir, el conjunto de reglas que expresan las relaciones conocidas entre antecedentes y consecuentes.



3.7. Inferencia difusa

Se llama inferencia difusa (*Fuzzy mapping*) a los sistemas que interpretan las reglas de tipo IF-THEN de una base de reglas, con el fin de obtener los valores de salida a partir de los actuales valores de las variables lingüísticas² de entrada al sistema. En un sistema difuso las reglas del tipo de la Ecuación 3.19 se interpretan como una implicación difusa (Martín del Brío, B. & Sanz Molina, A., 2006). De acuerdo con (L. X., Wang, 1997) es posible diseñar un sistema difuso en 3 pasos como se muestra a continuación:

- Paso 1:** Definir $N_i (i=1,2)$ conjuntos difusos $A_i^1, A_i^2, \dots, A_i^{N_i}$ en $[\alpha_i, \beta_i]$ que son normales, consistentes, completas con funciones de membresía pseudo-trapezoidales $\mu_{A_i^1}(x_i; a_i^1, b_i^1, c_i^1, d_i^1), \dots, \mu_{A_i^{N_i}}(x_i; a_i^{N_i}, b_i^{N_i}, c_i^{N_i}, d_i^{N_i})$, y $A_i^1 < A_i^2 < \dots < A_i^{N_i}$ con $a_i^1 = b_i^1 = \alpha_i$ y $c_i^{N_i} = d_i^{N_i} = \beta_i$. Definir $e_1^1 = \alpha_1, e_1^{N_1} = \beta_1$, y $e_1^j = \frac{1}{2}(b_1^j + c_1^j)$ para $j=2,3,\dots,N_1-1$. Del mismo modo, definir $e_2^1 = \alpha_2, e_2^{N_2} = \beta_2$, y $e_2^j = \frac{1}{2}(b_2^j + c_2^j)$ para $j=2,3,\dots,N_2-1$.

En la Figura 3.10, se muestra un ejemplo con $N_1=3, N_2=4, \alpha_1=\alpha_2$ y $\beta_1=\beta_2=1$:

² Se denomina variable lingüística a aquella que puede tomar por valor términos del lenguaje natural, como: *mucho, poco, positivo, negativo, caliente, frío, etc.*

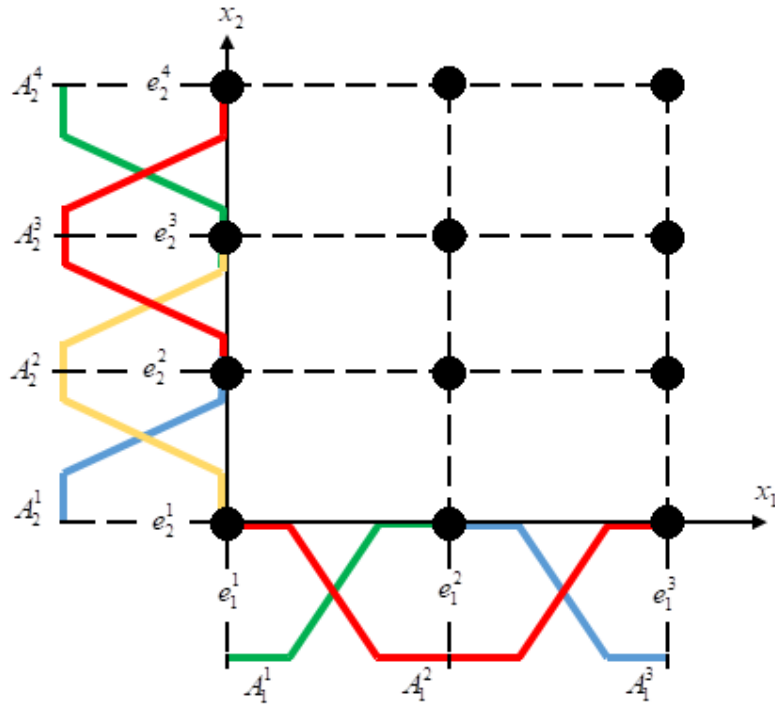


Figura 3.10. Ejemplo de los conjuntos difusos definidos en el Paso 1 del procedimiento de diseño. **Fuente:** Autoría propia.

- **Paso 2:** Construir $M = N_1 \times N_2$ reglas difusas IF-THEN (ver Ecuación (3.19)) y los centros del conjunto difuso B^{hi_2} , denotados por \bar{y}^{hi_2} , se eligen como :

$$\bar{y}^{hi_2} = g(e_1^i, e_2^j) \quad (3.20)$$

Para el ejemplo de la Figura 3.10, se tienen $3 \times 4 = 12$ reglas, y los centros de B^{hi_2} son iguales a la $g(x)$ evaluada en los 12 puntos oscuros que se muestran en la Figura.



- **Paso 3:** Construir un sistema difuso $f(x)$ a partir de las reglas $N_1 \times N_2$ de la Ecuación (3.19) utilizando un máquina de inferencia de producto, fusificador singleton y como defusificador el promedio central como se muestra a continuación:

$$f(x) = \frac{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} \bar{y}^{i_1 i_2} (\mu_{A_1^{i_1}}(x_1) \mu_{A_2^{i_2}}(x_2))}{\sum_{i_1=1}^{N_1} \sum_{i_2=1}^{N_2} (\mu_{A_1^{i_1}}(x_1) \mu_{A_2^{i_2}}(x_2))} \quad (3.21)$$

Dado que los conjuntos difusos $A_1^1, \dots, A_1^{N_1}$ están completos, en cada $x \in U$ existen i_1 y i_2 de tal manera que $\mu_{A_1^{i_1}}(x_1) \mu_{A_2^{i_2}}(x_2) \neq 0$. Por lo tanto, el sistema difuso (3.21) está bien definido, es decir, su denominador siempre es distinto de cero. En el Paso 2, se puede observar que las partes IF de las reglas (ver Ecuación (3.19)) constituyen todas las combinaciones posibles de los conjuntos difusos definidos para cada variable de entrada. Entonces, si generalizamos el procedimiento de diseño a los sistemas difusos de n -entradas y definimos N conjuntos difusos para cada variable de entrada, entonces el número total de reglas es N_n , es decir, al usar este método de diseño, el número de reglas aumenta exponencialmente con la dimensión del espacio de entrada. Además se debe conocer los valores de $g(x)$ en $x = (e_1^{i_1}, e_2^{i_2})$ para $i_1 = 1, 2, \dots, N_1$ y $i_2 = 1, 2, \dots, N_2$. Como $(e_1^{i_1}, e_2^{i_2})$ pueden ser puntos arbitrarios en U , esto es



equivalente a decir que necesitamos saber los valores de $g(x)$ en cualquier $x \in U$.

3.8. Mínimos cuadrados recursivos

Con la estructura del sistema difuso completamente especificada, nuestro siguiente paso es determinar sus parámetros de acuerdo con los pares de entrada-salida. Con el diseño general de los conjuntos difusos y todas las funciones de membresía fijas, los parámetros de nuestro sistema que se pueden cambiar libremente son los valores de los centros \bar{y} . En la Figura 3.11 se muestra un esquema básico de identificación de un sistema no-lineal, dicho sistema puede ser identificado mediante el uso de mínimos cuadrados recursivos como se muestra en la siguiente sección.

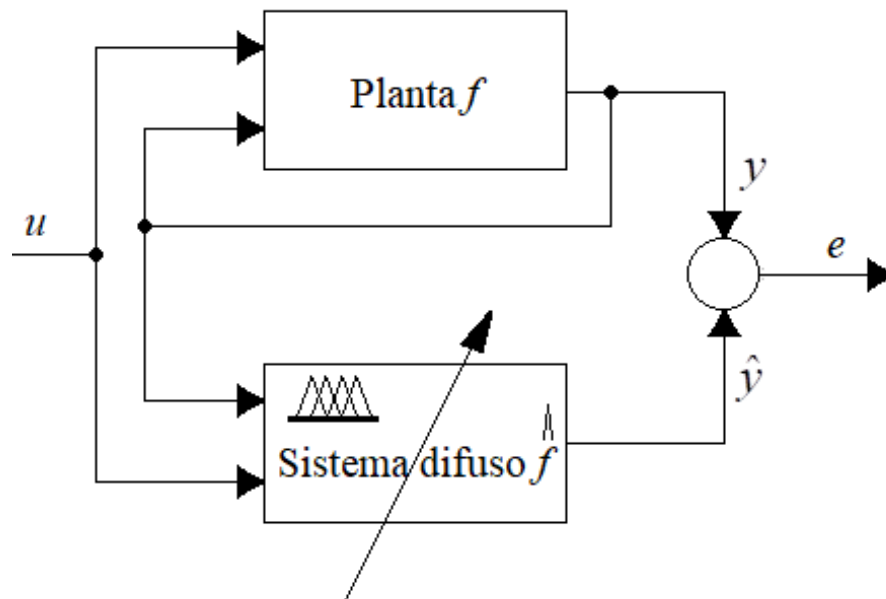




Figura 3.11. Esquema básico del modelo de identificación para un sistema dinámico no-lineal que utiliza el sistema difuso. **Fuente:** Autoría propia.

3.9. Formulación del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos

El algoritmo de descenso de gradiente trata de minimizar el criterio e^p de (Ecuación 3.22), que representa el error coincidente de solo un par de entrada-salida (x_0^p, y_0^p) . Es decir, el algoritmo de entrenamiento actualiza los parámetros para que coincidan con una entrada-salida par a la vez.

$$e^p = \frac{1}{2} [f(x_0^p) - y_0^p]^2 \quad (3.22)$$

En esta sección, se desarrolla un algoritmo de entrenamiento que minimiza la suma de los errores de coincidencia para todos los pares de entrada-salida hasta p , es decir, el objetivo ahora es diseñar un sistema difuso $f(x)$ tal que:

$$J_p = \sum_{j=1}^p [f(x_0^j) - y_0^j]^2 \quad (3.23)$$

Es minimizado. Además, se desea diseñar el sistema difuso de forma recursiva; es decir, si f_p es el sistema difuso diseñado para minimizar J_p , entonces f_p debe representarse como una función de f_{p-1} . Ahora usamos el algoritmo recursivo de mínimos cuadrados para diseñar el sistema difuso.



3.9.1. Diseño del sistema difuso por mínimos cuadrados recursivos

Los siguientes pasos describen como desarrollar un sistema difuso mediante la formulación del algoritmo de mínimos cuadrados recursivos:

- Paso 1:** Suponga que $U = [\alpha_1, \beta_1] \times \dots \times [\alpha_n, \beta_n] \subset \square^n$. Para cada $[\alpha_i, \beta_i]$ con $(i=1, 2, \dots, n)$, defina N_i conjuntos difusos $A_i^{l_i}$ con $(l_i=1, 2, \dots, N_i)$, los cuales están completamente en $[\alpha_i, \beta_i]$. Por ejemplo, podríamos elegir $A_i^{l_i}$ para conjuntos difusos pseudo-trapezoidales: $\mu_{A_i^{l_i}}(x_i) = \mu_{A_i^{l_i}}(x_i; a_i^{l_i}, b_i^{l_i}, c_i^{l_i}, d_i^{l_i})$, donde $a_i^1 = b_i^1 = \alpha_i, c_i^j \leq a_i^{j+1} < d_i^j \leq b_i^{j+1}$ para $j=1, 2, \dots, N_i-1$ y $c_i^{N_i} = d_i^{N_i} = \beta_i$.
- Paso 2:** construya el sistema difuso de las siguientes productos de reglas difusas IF-THEN $\prod_{i=1}^n N_i$:

$$IF \ x_1 \text{ is } A_1^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^{l_n}, \text{ THEN } y \text{ is } B^{l_1 \dots l_n} \quad (3.24)$$

Donde $l_i=1, 2, \dots, N_i$, con $i=1, 2, \dots, n$ y $B^{l_1 \dots l_n}$ es cualquier conjunto difuso con centro en $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}$ que se puede cambiar libremente. Específicamente, elegimos el sistema difuso con motor de inferencia de producto, fusificador singleton y defusificador de promedio central; es decir, el sistema difuso diseñado es:



$$f(x) = \frac{\sum_{l_1=1}^{N_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{N_n} \bar{y}^{l_1 \cdots l_n} \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right]}{\sum_{l_1=1}^{N_1} \cdots \sum_{l_n=1}^{N_n} \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right]} \quad (3.25)$$

donde $\bar{y}^{l_1 \cdots l_n}$ son los parámetros libres que deben diseñarse, y $A_i^{l_i}$ se diseñan en el

Paso 1. Recopile los parámetros libres $\bar{y}^{l_1 \cdots l_n}$ en el vector dimensional $\prod_{i=1}^n N_i$, esto es:

$$\theta = \left(\bar{y}^{1 \cdots 1}, \dots, \bar{y}^{N_1 1 \cdots 1}, \bar{y}^{1 2 1 \cdots 1}, \dots, \bar{y}^{N_1 2 1 \cdots 1}, \dots, \bar{y}^{1 N_2 \cdots N_n}, \dots, \bar{y}^{N_1 N_2 \cdots N_n} \right)^T \quad (3.26)$$

De esta forma podemos reescribir la Ecuación (3.27) como:

$$f(x) = b^T(x) \theta \quad (3.27)$$

donde

$$b(x) = \left(b^{1 \cdots 1}(x), \dots, b^{N_1 1 \cdots 1}(x), b^{1 2 1 \cdots 1}(x), \dots, b^{N_1 2 1 \cdots 1}(x), \dots, \right. \\ \left. b^{1 N_2 \cdots N_n}(x), \dots, b^{N_1 N_2 \cdots N_n}(x) \right)^T \quad (3.28)$$



$$b^{l_1 \dots l_n}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{N_1} \dots \sum_{l_n=1}^{N_n} \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^{l_i}}(x_i) \right]}$$

(3.29)

- **Paso 3:** Elija los parámetros iniciales $\theta(0)$ de la siguiente manera: si hay reglas lingüísticas de expertos humanos (conocimiento consciente) cuyas partes de IF concuerdan con las partes de IF de la Ecuación (3.24), entonces elija $\bar{y}^{l_1 \dots l_n}(0)$ para ser los centros de la parte de THEN conjuntos difusos en estas reglas lingüísticas; de lo contrario, elija $\theta(0)$ arbitrariamente en el espacio de salida $V \subset \mathbb{R}^m$ (por ejemplo, elija $\theta(0) = 0$ o los elementos de $\theta(0)$ distribuidos uniformemente sobre V). De esta manera, podemos decir que el sistema difuso inicial se construye a partir del conocimiento humano consciente.
- **Paso 4:** Para $p = 1, 2, \dots$, calcular los parámetros θ usando el siguiente algoritmo de mínimos cuadrados recursivo:

$$\theta(p) = \theta(p-1) + K(p) \left[y_0^p - b^T(x_0^p) \theta(p-1) \right]$$

(3.30)

$$K(p) = P(p-1) b(x_0^p) \left[b^T(x_0^p) P(p-1) b(x_0^p) + 1 \right]^{-1}$$

(3.31)



$$P(p) = P(p-1) - P(p-1)b(x_0^p) \left[b^T(x_0^p)P(p-1)b(x_0^p) + 1 \right]^{-1} b^T(x_0^p)P(p-1)$$

(3.32)

donde $\theta(0)$ es elegido en el paso 3, y $P(0) = \sigma I$ donde σ es una constante grande.

El sistema difuso diseñado tiene la forma de (ver Ecuación (3.25)) con los parámetros $\bar{y}^{h \dots l_n}$ iguales a los elementos correspondientes en $\theta(p)$. El algoritmo de mínimos cuadrados recursivos Ecuaciones (3.30)-(3.32) es obtenido para minimizar J_p de la Ecuación (3.23) con $f(x_0^j)$ en forma de (ver Ecuación (3.25)).



CAPITULO IV

Tratamiento termoquímico de borurización

En este capítulo, se describe el tratamiento termoquímico de borurización, así como la caracterización de las probetas del acero AISI 9840, la preparación de la mezcla empleada Ekabor™ (tetrafluoroborato de potasio (KBF_4) como catalizador, carburo de silicio (SiC) como diluyente, carburo de boro (B_4C) como agente donante de boro y oxígeno (O_2) el cual se encuentra presente en la atmósfera donde se aplique el tratamiento), y los parámetros empleados en el tratamiento termoquímico de borurización.

4.1. Procedimiento experimental

4.1.1. Borurización en polvo

Se empleó un acero AISI 9840, con una composición química nominal (ver Tabla 4.1). El acero comercial AISI 9840, también se vende bajo el nombre AISI-SAE 9840, es una aleación de alto contenido de carbono que incluye cromo, manganeso y molibdeno. Esta aleación de acero ofrece resistencia al desgaste y gran dureza. Es importante notar que el acero 9840 debe ser tratada térmicamente para su adecuado desenvolvimiento en el mecanizado. La soldabilidad del acero 9840 es alta y se puede conseguir a través de la mayoría de los métodos comerciales. Tiene excelente templabilidad, resistencia, ductibilidad y tenacidad. Aplicaciones: En partes sometida a mucho esfuerzo, engranes, flechas, piñones, pernos de alta resistencia, partes de maquinaria, etc. (<http://www.hemeva.com/site/moldes/hojas%20tecnicas/HolderBlock>). También es adecuado para aplicaciones como bases de moldes y cavidades de moldes que no



requieran alto pulimento (<http://www.hemeva.com>), además para soportes de acero para moldes de plástico, caucho, troqueles, bases de moldes, placas, freno (<http://www.hemeva.com/site/moldes/hojas%20tecnicas/HolderBlock>).

Tabla 4.1. Composición química del acero AISI 9840 (<https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6770>).

| Elemento | Contenido (%) |
|----------------------|----------------------|
| Cromo, Cr | 0.700 - 0.90 |
| Manganeso, Mn | 0.700 - 0.90 |
| Carbono, C | 0.380 - 0.43 |
| Níquel, Ni | 0.850 - 1.15 |
| Molibdeno, Mo | 0.200 - 0.30 |
| Azufre, S | 0.0400 |
| Fosforo, P | 0.0350 |

Los elementos de aleación específicos y sus cantidades determinan el tipo de acero de aleación y sus propiedades particulares. Los aceros contienen elementos de aleación que mejoran algunas de sus características fundamentales. Los aceros al carbono, como norma general, contienen: carbono, silicio, manganeso, fósforo y azufre., por eso, llamamos aceros aleados, a los aceros que además de los cinco elementos anteriores, contienen aleantes como: níquel, manganeso, cromo, vanadio, wolframio, molibdeno, cobalto, silicio, cobre, titanio, zirconio, plomo, selenio, niobio, aluminio y boro. La influencia de estos elementos es muy distinta, y,



utilizando el porcentaje conveniente, obtenemos aceros con características muy diferentes.

Podemos fabricar piezas de gran espesor, con resistencias muy elevadas en el interior de las mismas, herramientas que resisten perfectamente a la acción de los agentes corrosivos, componentes mecánicos que alcanzan grandes durezas con gran tenacidad, mecanismos que mantengan elevadas resistencias, aún a altas temperaturas, moldes de formas muy complicadas que no se deformen ni agrieten en el temple, etc. Estos aleantes pueden disolverse en la ferrita o formar soluciones sólidas con el hierro alfa, o bien, pueden tener tendencia a formar carburos. Algunos aleantes elevan o disminuyen las temperaturas críticas de los diagramas de equilibrio, Ac y Ar, diagrama hierro-carbono. Ensachar o disminuir el campo austenítico o ferrítico del diagrama de equilibrio, y otras influencias, también relacionadas con el diagrama hierro-carbono, como la tendencia a grafitizar el carbono, a modificar el tamaño del grano, etc.

A continuación se presenta una breve descripción de los elementos de aleación del acero AISI 9840:

Cromo (Cr): aumenta la templabilidad, la resistencia a la corrosión y la oxidación de los aceros, mejora la resistencia a altas temperaturas y mejora la resistencia a la abrasión en aceros con alto contenido de carbono. Los carburos de cromo son duros y resistentes al desgaste. Los carburos complejos de hierro y cromo van lentamente a la solución en austenita; por lo tanto, es necesario un tiempo más largo a la



temperatura para permitir que la solución tenga lugar antes de que se complete el enfriamiento. El cromo es el elemento de aleación más importante en los aceros (Tottten George E., 2007).

Manganeso (Mn): está presente en prácticamente todos los aceros en cantidades de 0,30% o más. Es esencialmente un desoxidante y un desulfurizador. El manganeso es beneficioso para la calidad de la superficie en todos los rangos de carbono (con la excepción de los aceros con contenido de carbono extremadamente bajo). El manganeso afecta favorablemente la forjabilidad y la soldabilidad. En grandes cantidades ($> 2\%$ Mn) dan como resultado una mayor tendencia al agrietamiento y la distorsión durante el enfriamiento (Tottten George E., 2007).

Carbono (C): a medida que aumenta el contenido de C de los aceros, la calidad de la superficie se deteriora. El carbono es el principal elemento de endurecimiento en todos los aceros, excepto el acero inoxidable austenítico de endurecimiento por precipitación (PH). Tiene una fuerte tendencia a segregar los defectos en los aceros (como los límites de los granos y las dislocaciones). Los elementos de formación de carburo pueden interactuar con el carbono y formar carburos de aleación. El efecto fortalecedor de C en los aceros consiste en el fortalecimiento de la solución sólida y el fortalecimiento de la dispersión del carburo. A medida que aumenta el contenido de C en el acero, la resistencia aumenta, pero la ductilidad y la soldabilidad disminuyen (Tottten George E., 2007).

Níquel (Ni): Mejora las propiedades del tratamiento térmico reduciendo la temperatura de endurecimiento y distorsión al ser templado. La aleación con níquel amplía el nivel crítico de temperatura, no forma carburos u óxidos. Esto aumenta la



resistencia sin disminuir la ductilidad. El cromo se utiliza con frecuencia junto con el níquel para obtener la tenacidad y ductilidad proporcionadas por el níquel, y la resistencia al desgaste y la dureza que aporta el cromo (Tottten George E., 2007).

Molibdeno (Mo): se disuelve ligeramente en cementita, mientras que los carburos de molibdeno se forman cuando el contenido de Mo en acero es lo suficientemente alto. El molibdeno puede inducir un endurecimiento durante el temple y mejora la resistencia a la fluencia de los aceros de baja aleación a temperaturas elevadas. La adición de Mo produce aceros de grano fino, aumenta la templeabilidad y mejora la resistencia a la fatiga. Además aumenta la resistencia a la corrosión y se utiliza en gran medida en aceros inoxidables ferríticos Cr de alta aleación y con aceros inoxidables austeníticos Cr-Ni. Los contenidos altos de Mo reducen la susceptibilidad del acero inoxidable a las picaduras. El molibdeno es un elemento de aleación muy importante para los aceros aleados (Tottten George E., 2007).

Azufre (S): El azufre tiene una tendencia muy fuerte a segregarse en los límites del grano y causa la reducción de la ductilidad en caliente en los aceros aleados. Sin embargo, el azufre en el rango de 0.08-0.33% se agrega intencionalmente a los aceros de mecanizado libre para una mayor maquinabilidad. El azufre mejora la vida de fatiga de los aceros, porque (1) el coeficiente térmico en la inclusión es mayor que el de la matriz, pero el coeficiente térmico de las inclusiones de óxido es menor que el de la matriz, (2) capa de inclusiones u óxidos de cubierta (tal como alúmina, silicato y espinela), reduciendo de ese modo las tensiones de tracción en la matriz circundante (Tottten George E., 2007).



Fósforo (P): se segrega durante la solidificación, pero en menor medida que C y S. El fósforo se disuelve en la ferrita y aumenta la resistencia de los aceros. A medida que aumenta la cantidad de P, disminuyen la ductilidad y la resistencia al impacto de los aceros. El fósforo tiene una fuerte tendencia a segregarse en los límites de los granos y causa la fragilización del temple de los aceros aleados, especialmente en los aceros Mn, Cr, Mn-Si, Cr-Ni y Cr-Mn. El fósforo también aumenta la templabilidad y retarda la descomposición de Si martensítico en aceros. El contenido alto de P a menudo se especifica en aceros de mecanizado libre de bajo carbono para mejorar la maquinabilidad. En aceros estructurales de baja aleación que contienen ~ 0.1% C, P aumenta la resistencia y la resistencia a la corrosión atmosférica. En aceros austeníticos Cr-Ni, la adición de P puede causar efectos de precipitación y un aumento en los puntos de rendimiento. En el agente oxidante fuerte, P causa la corrosión del límite del grano en aceros inoxidable austeníticos después del tratamiento con solución sólida como resultado de la segregación de P en los límites del grano (Totten George E., 2007).

Continuando con la preparación de las muestras del acero AISI 9840, se cortó una pequeña sección de un lingote de acero AISI 9840 (ver Figura 4.1) con una cortadora de la marca DoALL modelo C-916^a.

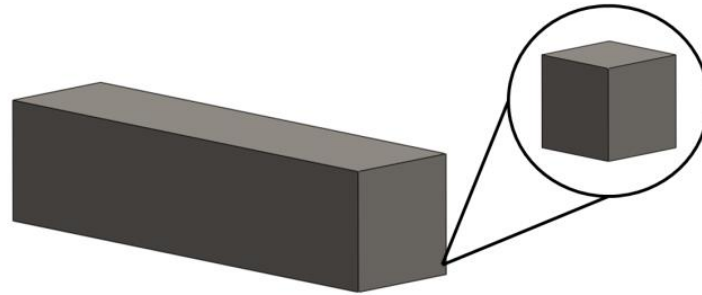


Figura 4.1. Sección del lingote de acero AISI 9840.

Posteriormente, se cortaron veinte probetas de forma cúbica con dimensiones de un centímetro por lado, como se muestra en la Figura 4.2.

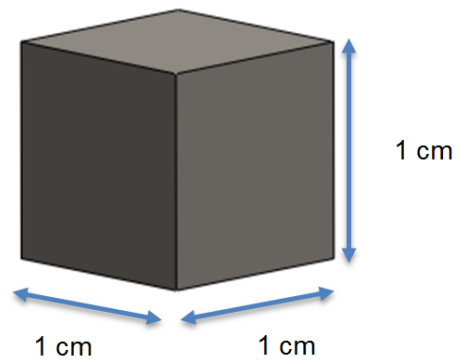


Figura 4.2. Probeta de acero AISI 9840

Posteriormente las probetas se montaron en dispositivos especiales para obtener una mejor sujeción y manipulación de éstas (ver Figura 4.3). Al finalizar el montaje, se inició el proceso de desbaste grueso aplicado a lo largo de las secciones donde



se evaluará el tratamiento, utilizando una lijadora de banda de la marca Buehler (ver Figura 4.4).

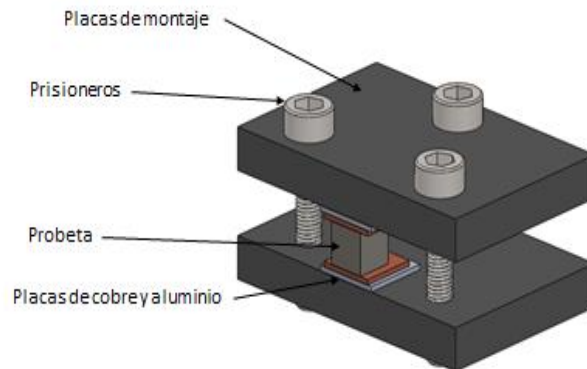


Figura 4.3. Dispositivo montador de probetas.

Al término del desbaste grueso, se inició el proceso de desbaste delgado utilizando lijas de carburo de silicio con diferentes granulometrías (80-2000) (Guzmán Ornelas F., 2013), esto se hizo con el fin de garantizar una sección de la muestra limpia y con pocas imperfecciones debido al maquinado de las probetas.

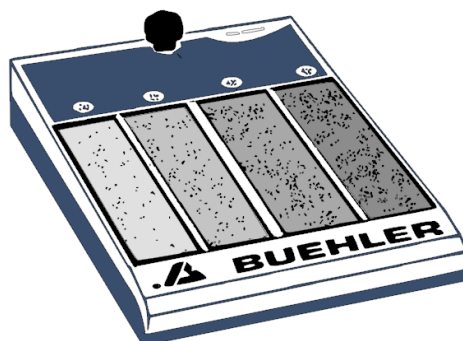


Figura 4.4. Pulidora Buehler.

Una vez terminado el proceso de desbaste delgado, las probetas se lavan con agua para limpiar la superficie y se introducen en alcohol etílico para ser secadas rápidamente y evitar indicios de corrosión. Finalmente, las muestras se desmontan teniendo cuidado de evitar cualquier contacto, disminuyendo así la probabilidad de rayado. El tratamiento termoquímico de borurización en polvo está compuesto por: tetrafluoroborato de potasio (KBF_4), que funciona como catalizador, carburo de silicio (SiC), su función es diluir la composición química, carburo de boro (B_4C), es el agente donante de boro y oxígeno (O_2) el cual se encuentra presente en la atmósfera donde se aplique el tratamiento.

Las probetas mencionadas anteriormente, se introducen en pequeños contenedores fabricados de acero AISI 316L³ y con dimensiones superiores de acuerdo al tamaño de las probetas. El siguiente paso para el tratamiento de borurización, es colocar una base de polvo del agente químico⁴ aproximadamente

³ Acero utilizado para el manejo de productos químicos y equipos de manejo de alimentos.

⁴ $\text{B}_4\text{C} + \text{KBF}_4 + \text{SiC}$. Compuestos químicos contenidos en el medio borurante.



de un centímetro de espesor dentro del contenedor, posteriormente se coloca la probeta sobre del polvo, se embebe totalmente y se coloca su tapa de tal modo que ajuste correctamente (ver Figura 4.5).

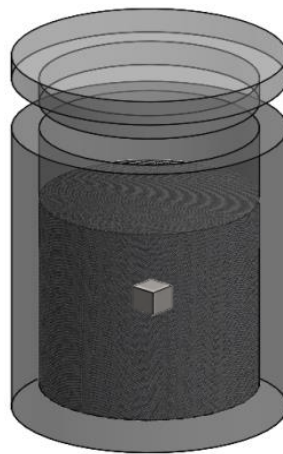
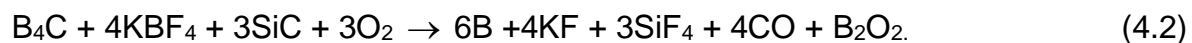
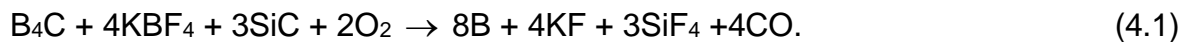


Figura 4.5. Contenedor para tratamiento de borurización.

Dentro de los contenedores se pueden llevar a cabo dos reacciones de acuerdo a la cantidad de oxígeno presente en la atmósfera:



Las ecuaciones químicas anteriores muestran como varia la concentración de boro dependiendo de la cantidad presente de oxígeno en la atmósfera, en la Ecuación



(4.1) se observa, el contenido de cuatro átomos de oxígeno en forma gaseosa y se liberan ocho átomos de boro en forma gaseosa, mientras que en la Ecuación (4.2) se tienen seis átomos de oxígeno y se liberan seis átomos de boro. Esto significa, a mayor presencia de oxígeno en la atmósfera, la oxidación ocurre más fácilmente y disminuye la concentración de boro en forma gaseosa. Debido a lo anterior, es recomendable que la tapa del contenedor ajuste perfectamente para evitar el exceso de oxígeno en el interior del contenedor. El modo más adecuado para obtener la máxima efectividad del tratamiento, es utilizar una atmósfera controlada de argón para evitar la oxidación.

Continuando con el proceso de borurización, las probetas se introducen en los contenedores y se preparan para ser introducidas en una mufla de la marca Carbolite modelo RFW1200 con atmósfera controlada de argón, considerando un tiempo de incubación (t_0) aproximado de treinta minutos (Brakman C. M., Gommers A. W. J., and Mittemeijer E. J., 1989). El horno se mantiene en un rango de temperatura de (1123 – 1273 K) con una corriente continua de gas (argón) y únicamente se toman en cuenta los tiempos de borurización (2, 4, 6 y 8 h) (ver Figura 4.6).

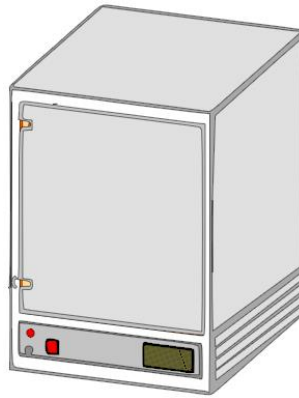


Figura 4.6. Mufla con atmósfera controlada para tratamiento termoquímico.

Posteriormente, al término del tiempo de tratamiento, los contenedores son retirados de la mufla y se dejan enfriar al aire libre sin utilizar algún otro método de enfriado, esto se hace con el fin de evitar desprendimientos de capa debido a choques térmicos (Vandér Voort G., 1999). Finalmente, las muestras se extraen de los contenedores y se inicia la preparación metalográfica de las probetas.

4.2. Preparación metalográfica

Las probetas de acero AISI 9840 se montaron en dispositivos especiales (ver Figura 4.3), los cuales poseen varios objetivos; mejor manipulación, mayor agarre y evitar la formación de caras en la probeta al momento del desbaste, la dureza que presentan las placas de montaje es mayor en comparación a la baquelita, ya que éste es otro material comúnmente usado para el montaje de muestras metalográficas, por lo tanto, se evita la formación de caras. Otro aspecto importante es la colocación de la probeta dentro del dispositivo de montaje, primeramente, se



utilizan unas placas de cobre y aluminio que se insertan entre la probeta y las placas de montaje con el fin de evitar deformaciones en la probeta por la presión ejercida al cerrar los prisioneros del dispositivo.

Al término del montaje de las probetas, se lleva a cabo una selección de lijas de carburo de silicio llevando una secuencia de acuerdo al tamaño de grano, iniciando con el número 80, 120, 180, 220, 240, 280, 320, 360, 400, 600, 800, 1000, 1500 y 2000. Posteriormente, se inicia el proceso de desbaste en el que se utilizó una pulidora automática de la marca Buehler modelo Phoenix Beta (ver Figura 4.7).

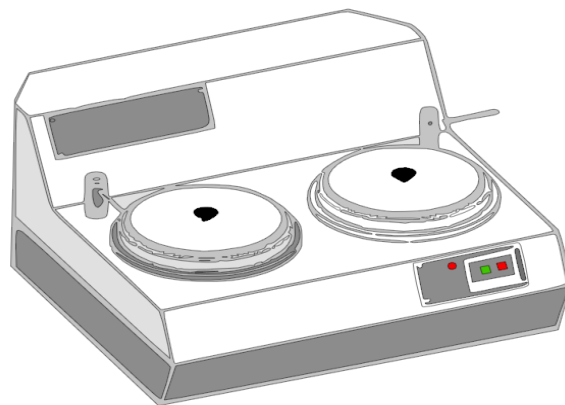


Figura 4.7. Pulidora Phoenix Beta.

Al finalizar el proceso de desbaste, se inicia el proceso de pulido, utilizando paño para pulir y alúmina de diferentes tamaños de partícula (5.0, 1.0, 0.3 μm) durante un tiempo aproximado de sesenta minutos con el fin de eliminar cualquier ralladura y obtener un acabado espejo. Posteriormente, las probetas se desmontan de los



dispositivos y se realizó un ataque químico para la revelación de la fase Fe_2B (ver Figura 4.8).



Figura 4.8. Ataque químico.

El objetivo del ataque químico es revelar la microestructura incluyendo defectos y fases. El ataque químico utilizado fue nital, el cual contiene ácido nítrico 2% y etanol 98%, este tipo de ataque es comúnmente utilizado en la revelación de hierros, aceros al carbón y aceros aleados (Vandér Voort G., 1999). Una vez desmontadas las probetas, se les coloca unas gotas de nital en la superficie que se desea revelar durante cinco segundos, posteriormente se lava rápidamente con abundante agua para evitar un sobre ataque (Vandér Voort G., 1999), seguido a esto, la misma probeta se enjuaga con alcohol etílico y se seca con una corriente de aire caliente para evitar indicios de corrosión.



Finalmente, el crecimiento de la capa Fe_2B , se observa en un microscopio metalográfico de la marca Olympus modelo GX51, en el que cuenta con cámara fotográfica para la captura de imágenes.



Figura 4.9. Microscopio metalográfico marca Olympus GX51 (www.apokromat.hu/_iserv/dlfiles/dl.php%3Fddl%3Dgx71-gx51-en.ver3.pdf).

4.2.1. Difracción de rayos X

Los Rayos X se descubrieron en 1895 por el físico alemán Röntgen y recibieron ese nombre porque se desconocía su naturaleza en ese momento. En 1912 se estableció de manera precisa la naturaleza de los rayos X (radiación electromagnética) (ver Figura 4.10). En ese mismo año se descubrió la difracción de rayos x en cristales y proporcionó un nuevo método para investigar la estructura de la materia (https://www.upct.es/~minaees/difraccion_rayosx.pdf).

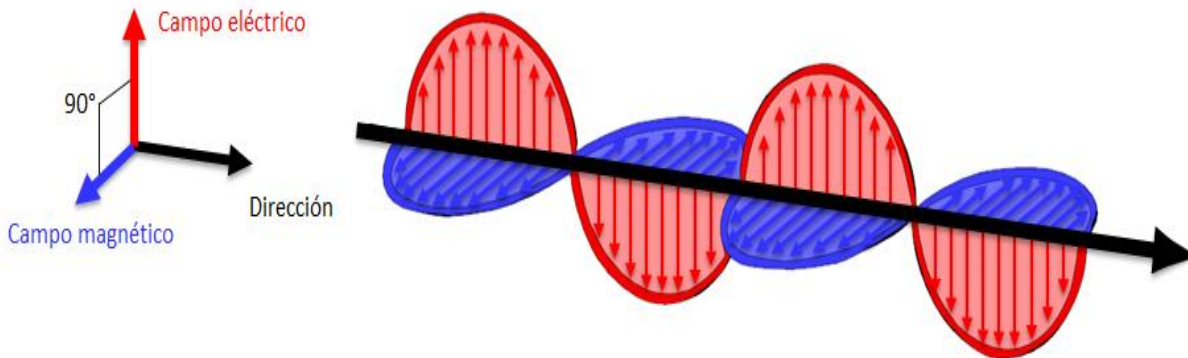


Figura 4.10. Los rayos X son radiación electromagnética de la misma naturaleza que la luz pero de longitud de onda mucho más corta (https://www.upct.es/~minaeees/difraccion_rayosx.pdf).

La unidad de medida en la región de los rayos X es el angstrom (\AA), igual a 10^{-10} m y los rayos x usados en difracción tienen longitudes de onda en el rango $0.5 - 2.5 \text{\AA}$ que corresponde a la distancia entre planos de átomos de sólidos cristalinos (https://www.upct.es/~minaeees/difraccion_rayosx.pdf). Una fase cristalina dada siempre produce un patrón de difracción característico, bien esté en estado puro o como constituyente de una mezcla. Este hecho es la base para el uso de la difracción como método de análisis químico. El análisis cualitativo se realiza mediante la identificación del patrón de esa fase. Con el propósito de verificar la fase presente (Fe_2B) formada sobre la superficie del acero borurado AISI 9840, se realizó un análisis por Difracción de rayos X aplicado sobre la probeta borurada de acero AISI 9840.

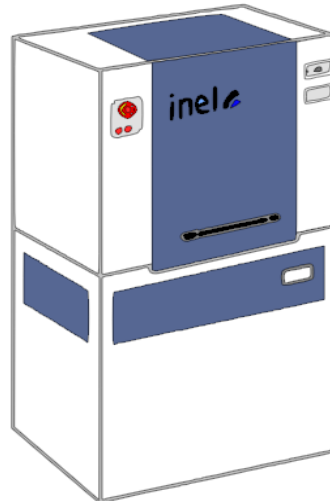


Figura 4.11. Difractómetro Inel, modelo EQUINOX 2000.

Se empleó una radiación con una lámpara de cobalto (CoK_α) con una longitud de onda 1.78 \AA , utilizando un difractómetro de la marca Inel modelo EQUINOX 2000 (ver Figura 4.11). En la Figura 4.12, se muestra un esquema para ilustrar la forma en que los rayos X inciden sobre una muestra. Los rayos X viajan desde el tubo de rayos X hasta la muestra, estos rayos chocan con los átomos superiores de la probeta y reemiten una radiación formando un ángulo. Existen ángulos privilegiados formados entre el haz incidente y el difractado en el que la emisión de radiación se encuentra en fase y satisface la Ley de Bragg (Kittel C., 1997).

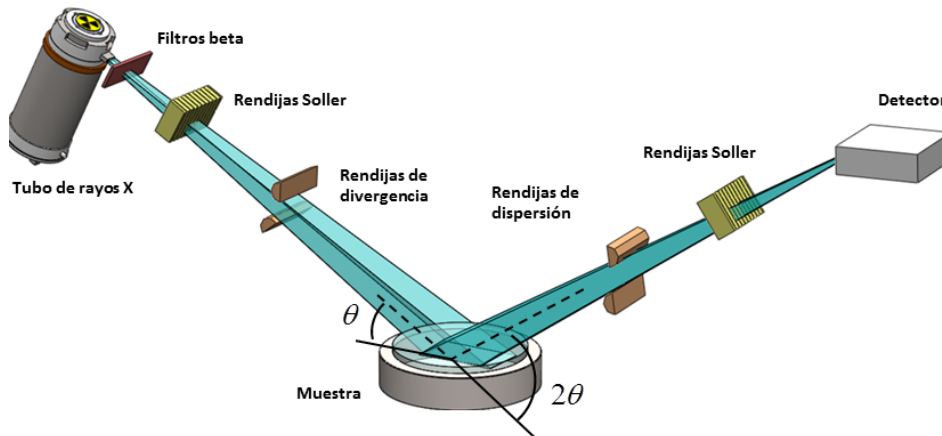


Figura 4.12. Esquematación del funcionamiento de un difractómetro de rayos X.

El proceso de determinación de una estructura mediante difracción de rayos X comienza con la toma de datos con suficiente precisión en un intervalo amplio de 2θ . La siguiente etapa es el indexado, los programas más habituales para llevar a cabo el indexado son ITO, TREOR, MATCH y DICVOL entre otros. La siguiente etapa, ajuste de perfil, permite asignar intensidades, forma y anchura de picos, background; existen dos técnicas diferentes: el método de Le Bail y el método de Pawley. Una vez obtenidas las intensidades de las reflexiones es necesario obtener una aproximación inicial de la estructura, para ello se pueden emplear métodos tradicionales como los de Patterson o directos así como métodos basados en el espacio directo. Por último se realiza el refinamiento de la estructura utilizando el método de Rietveld en el que se minimiza la diferencia entre la intensidad calculada y la medida experimentalmente.

Asimismo, en el estudio de texturas, cada grano en un agregado policristalino normalmente tiene una orientación cristalográfica diferente de la de sus vecinos. Considerado como un todo las orientaciones de todos los granos pueden estar



aleatoriamente distribuidas o pueden tender a agruparse, en mayor o menor grado alrededor de una o varias orientaciones particulares. Cualquier agregado caracterizado por esta condición se dice que posee orientación preferente o textura. La orientación preferente puede tener una gran influencia sobre las intensidades de los picos de difracción. En la Ecuación (4.3) representa la ley de Bragg la cual presenta validez cuando la interferencia de fases entre la radiación emitida por diferentes átomos que fueron colapsados por un haz es proporcional a 2π :

$$(4.3) \quad n\lambda = 2d_{hkl} \sin \theta.$$

En la ecuación anterior n representa un número entero, λ es la longitud de onda de los rayos X, d_{hkl} es la distancia interplanar⁵ y θ es el ángulo entre el rayo incidente y el dispersado. La emisión de ondas debida a la interacción entre un haz emitido y el haz difractado, produce interferencia la cual puede ser constructiva o destructiva (ver Figura 4.13). El valor del ángulo adecuado de 2θ para satisfacer la Ley de Bragg en los cristales de la capa Fe₂B es entre 30° y 90° (Villa Velázquez Mendoza C. I., 2009).

⁵ Distancia entre dos planos de átomos paralelos adyacentes.

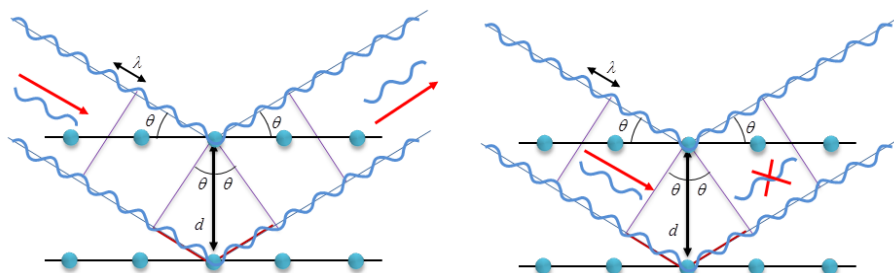


Figura 4.13. Interferencias de acuerdo al ángulo de desviación (2θ).

La estructura cristalina para la fase Fe_2B es tetragonal centrada en el cuerpo como se representa en la Figura 4.14.

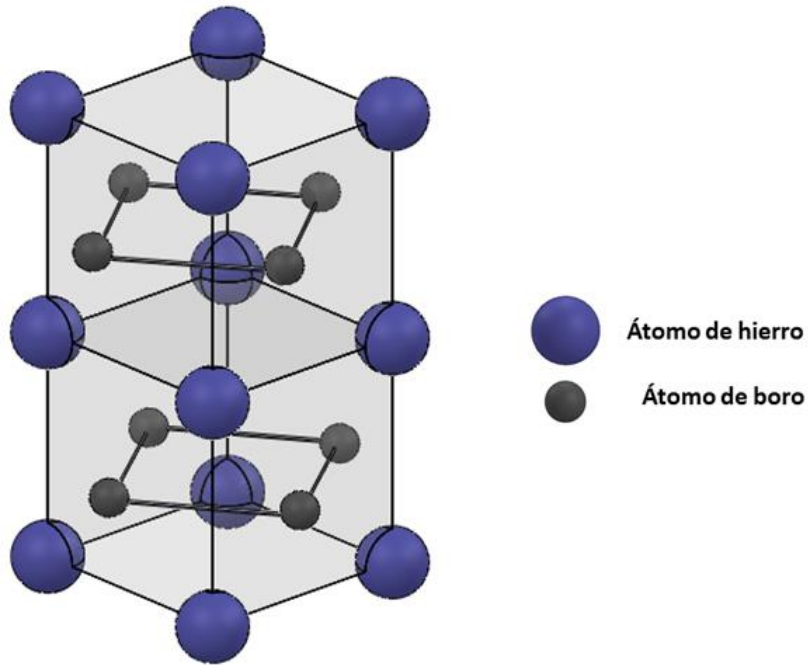


Figura 4.14. Estructura cristalina tetragonal centrada en el cuerpo de la fase Fe_2B , donde $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ y $\alpha = b (\neq c)$, con $\alpha = 0.5109 \text{ nm}$ y $c = 0.4249 \text{ nm}$.

Para una estructura tetragonal centrada en el cuerpo la distancia entre planos de la red se representa como:

$$d_{hkl} = \left[\frac{h^2 + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2} \right]^{1/2}. \quad (4.4)$$

4.2.2. Medición de la capa borurada

Las capas boruradas obtenidas en el acero AISI 9840, presentan una morfología acerrada debido a los elementos de aleación encontrados en este (González Fernández de Castro M., 1999). La medición de los espesores de las capas se realiza estadísticamente, considerando un promedio de las longitudes de cada diente como se muestra en la Figura 4.15 (Villa Velázquez Mendoza C. I., 2009; Ortiz Domínguez M., 2013; Ramírez Sandoval G., 2006; Tapia Quintero C., 2010).

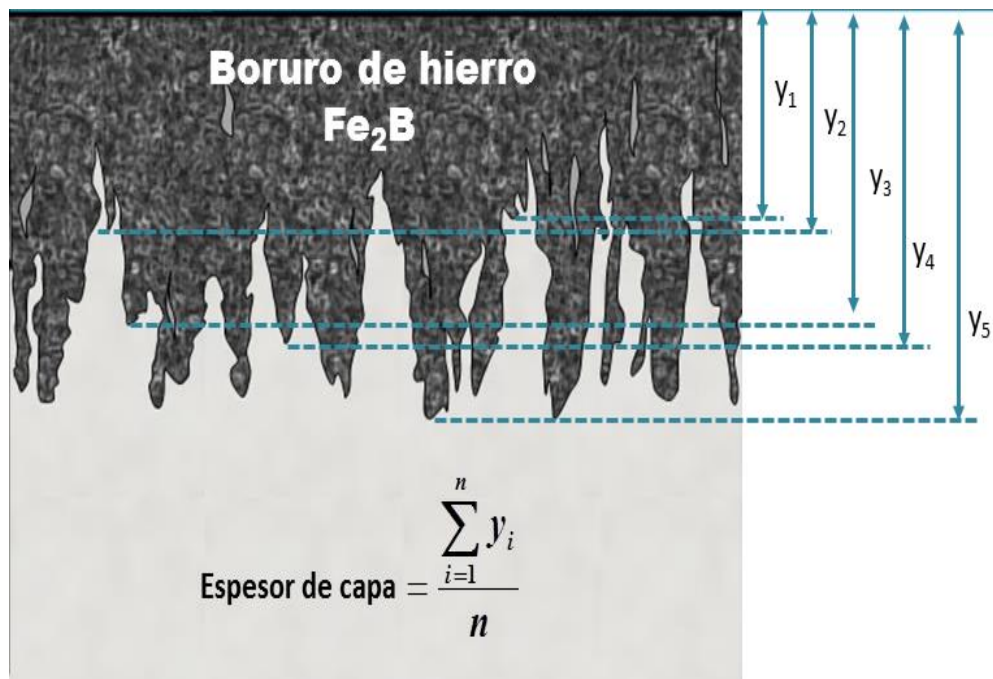


Figura 4.15. Medición de capas boruradas.

Primeramente, la medición de los espesores se realizó haciendo uso del software MSQ Plus 6.5, donde fue necesario digitalizar las microfotografías obtenidas de las



probetas boruradas, posteriormente, se obtuvo un promedio de 50 mediciones a partir de la distancia entre dos líneas paralelas colocadas entre la superficie y la punta de cada diente.



CAPITULO V

Presentación y discusión de resultados

Se presentan los resultados obtenidos a partir de la caracterización que se realizó a las probetas después del tratamiento termoquímico de borurización. Las pruebas de caracterización que se realizaron fueron, microscopía óptica y microscopía electrónica de barrido, para poder visualizar el aspecto de la capa formada en la superficie del sustrato y determinar el espesor de la capa obtenida con base en los parámetros utilizados en el experimento y realizar una estimación del espesor de la capa borurada a través de una red difusa. Se presentan, asimismo, resultados de difracción de rayos X para la identificación de la fase formada y una comparación de los espesores de capa obtenidos experimentalmente con los estimados por la red difusa.

5.1. Resultados y discusiones

5.1.1. Microscopía óptica

Se prepararon metalográficamente los sustratos revestidos, para poder obtener microfotografías, para poder evaluar si hubo formación de una capa difusiva, y en caso de haber presencia de esta capa, poder determinar su espesor. Después se procedió a observar las probetas en un microscopio metalográfico marca Olympus GX51 (ver Figura 4.9). En el acero borurado AISI 9840 (ver Figuras 5.1, 5.2, 5.3, y

5.4). Destaca la morfología columnar de la capa borurada, muy característica de aceros de bajo o medio carbono borurados (Hernández A., 2010). La apariencia permite intuir la presencia de una capa de boruros, posiblemente Fe_2B (Hernández A., 2010; Bravo D., 2010; Bravo O., 2010).

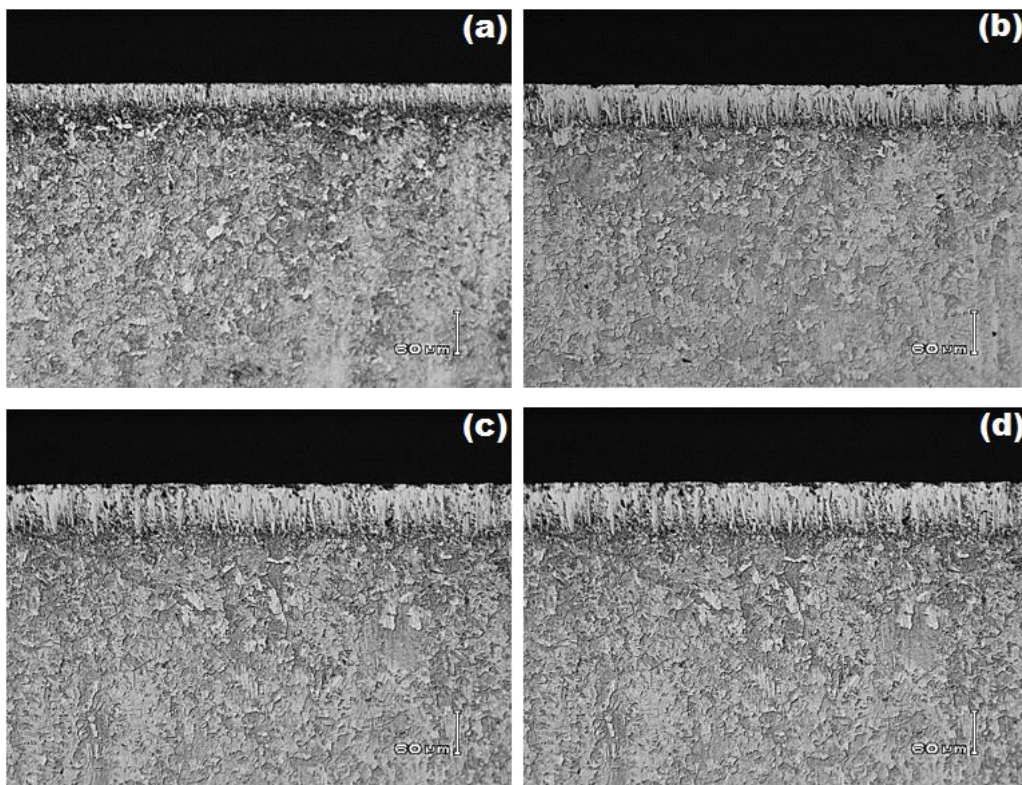


Figura 5.1. Morfología aserrada de la capa Fe_2B formada en la superficie del acero AISI 9840 a una temperatura de 1123 K, para: a) 2 h; b) 4 h; c) 6 h y d) 8 h de tiempo de tratamiento.

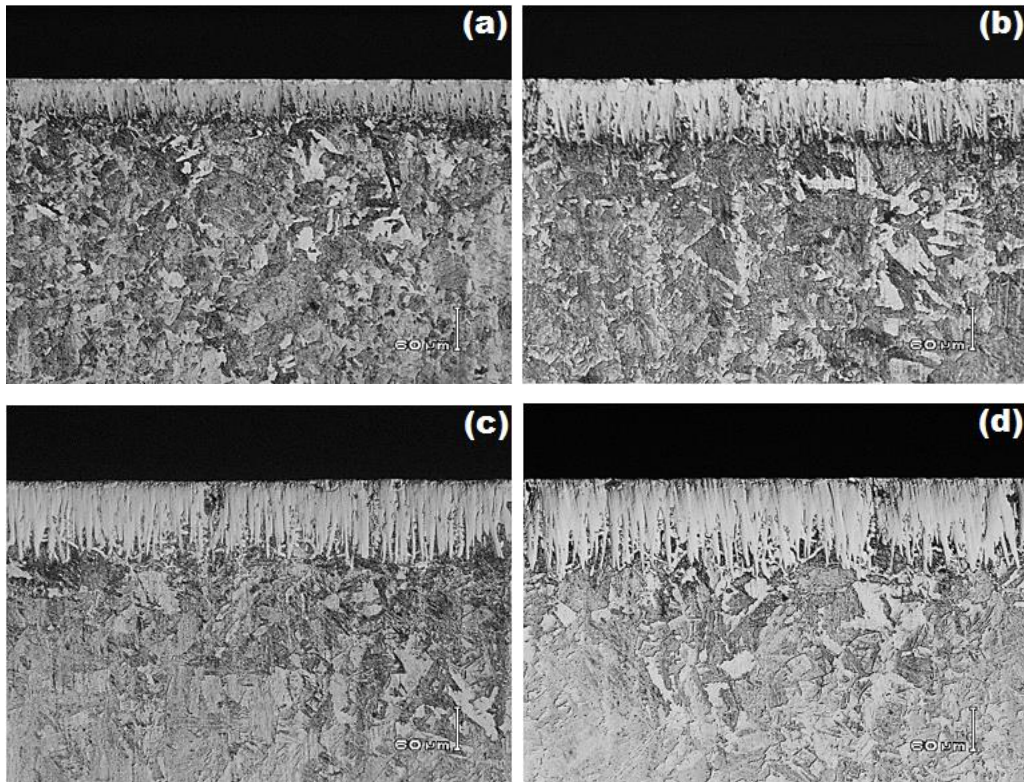
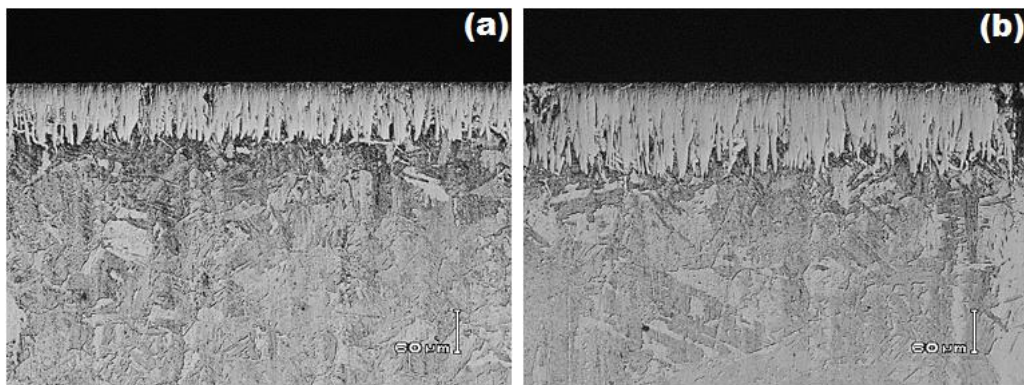


Figura 5.2. Morfología aserrada de la capa Fe_2B formada en la superficie del acero AISI 9840 a una temperatura de 1173 K, para: a) 2 h; b) 4 h; c) 6 h y d) 8 h de tiempo de tratamiento.



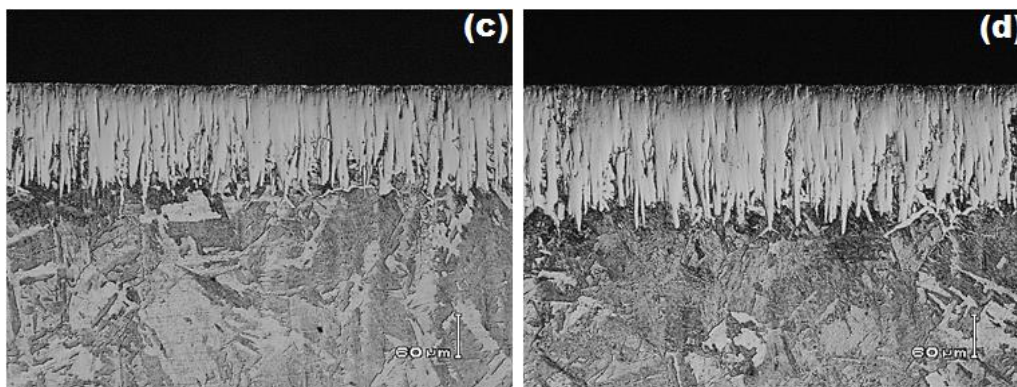
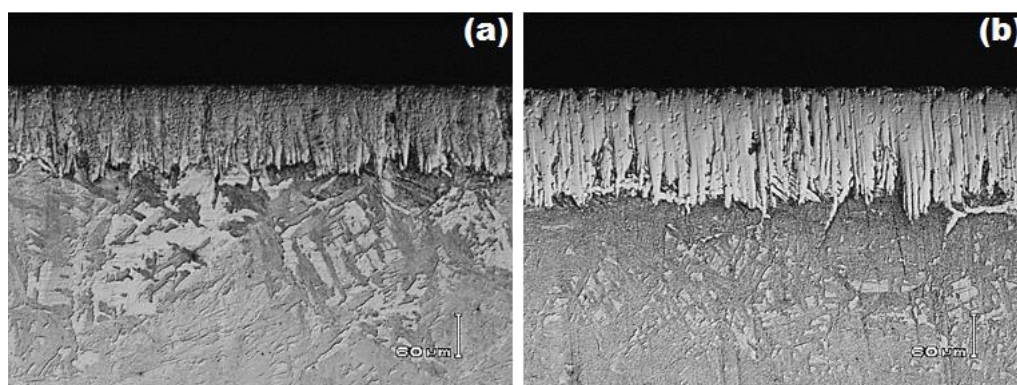


Figura 5.3. Morfología aserrada de la capa Fe_2B formada en la superficie del acero AISI 9840 a una temperatura de 1223 K, para: a) 2 h; b) 4 h; c) 6 h y d) 8 h de tiempo de tratamiento.



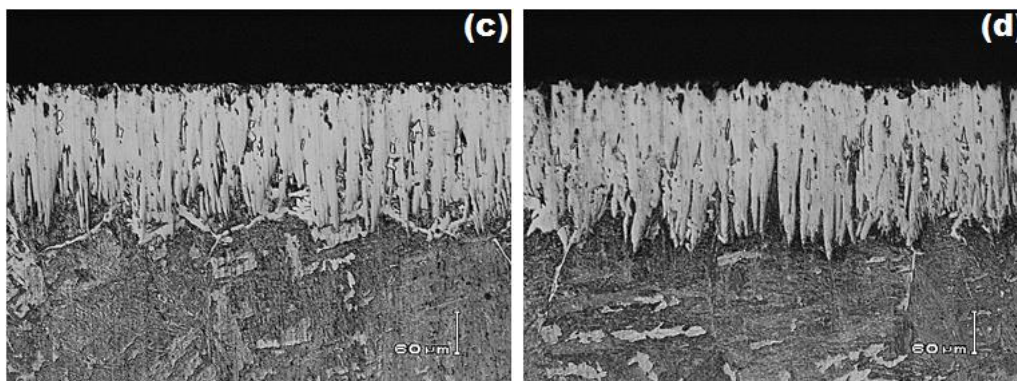


Figura 5.4. Morfología aserrada de la capa Fe_2B formada en la superficie del acero AISI 9840 a una temperatura de 1273 K, para: a) 2 h; b) 4 h; c) 6 h y d) 8 h de tiempo de tratamiento.

5.1.2. Microscopía electrónica de barrido

El microscopio electrónico de barrido (SEM) es un instrumento capaz de ofrecer un variado rango de informaciones procedentes de la superficie de la muestra. Su funcionamiento se basa en barrer un haz de electrones sobre un área del tamaño que deseemos (aumentos) mientras en un monitor se visualiza la información que hayamos seleccionado en función de los detectores que hayan disponibles.

Detector de electrones secundarios (SE): es el que ofrece la típica imagen en blanco y negro de la topografía de la superficie examinada. Es la señal más adecuada para la observación de la muestra por ser la de mayor resolución.

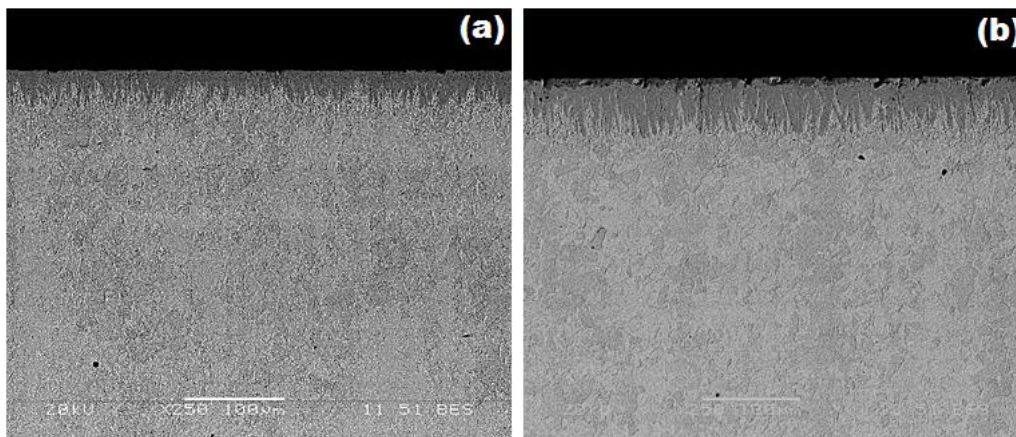
Detector de electrones retrodispersados (BSE): también ofrece una imagen de superficie aunque de menor resolución. Su ventaja consiste en que es sensible a las variaciones en el número atómico de los elementos presentes en la superficie.



Si tenemos una superficie totalmente lisa observaremos distintos tonos de gris en función de que existan varias fases con distintos elementos.

Detector de rayos X (EDS): es el que recibe los rayos X procedentes de cada uno de los puntos de la superficie sobre los que pasa el haz de electrones. Como la energía de cada rayo X es característica de cada elemento, podemos obtener información analítica cualitativa y cuantitativa de áreas del tamaño que deseemos de la superficie. Por ello se conoce esta técnica como Microanálisis por EDS.

Asimismo, en la Figura 5.5, se presenta fotomicrografías obtenidas con la técnica de microscopía electrónica de barrido de la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K, para diferentes tiempos de tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h y (d) 8 h.



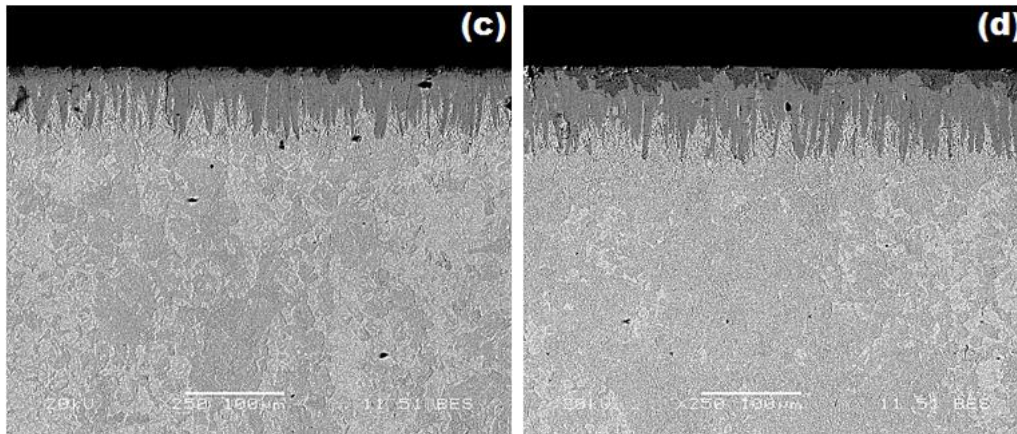
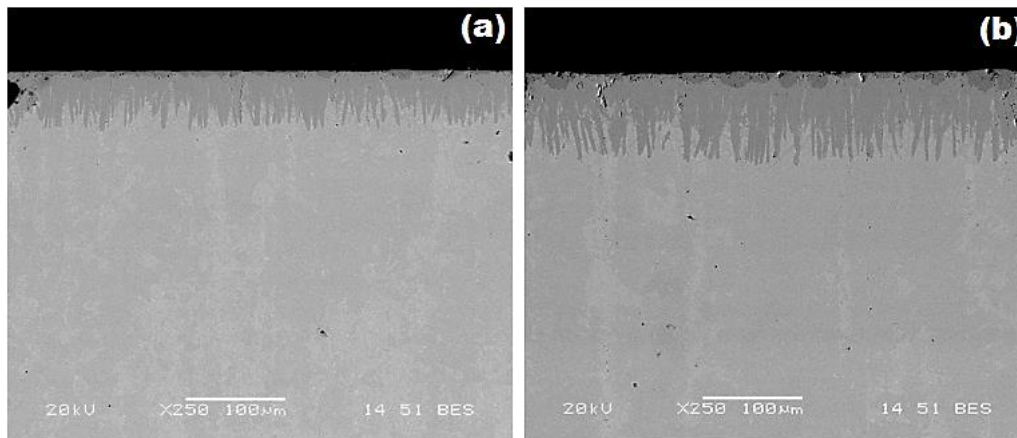


Figura 5.5. Fotomicrografías obtenidas con Microscopía Electrónica de Barrido en la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K durante diferentes tiempos de tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h, and (d) 8 h.



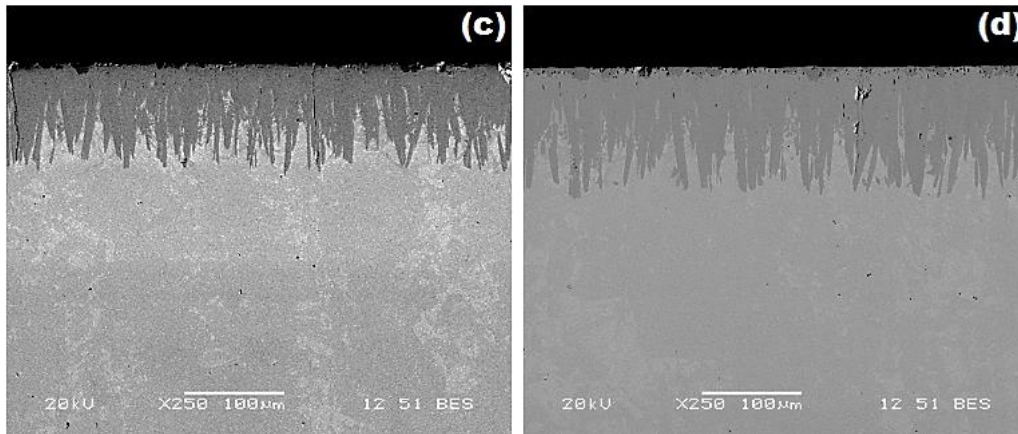
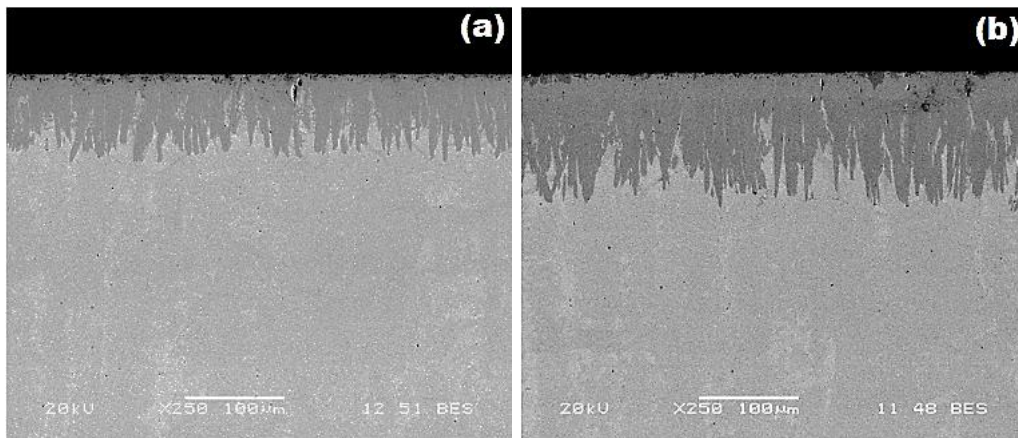


Figura 5.6. Fotomicrografías obtenidas con Microscopía Electrónica de Barrido en la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K durante diferentes tiempos de tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h, and (d) 8 h.



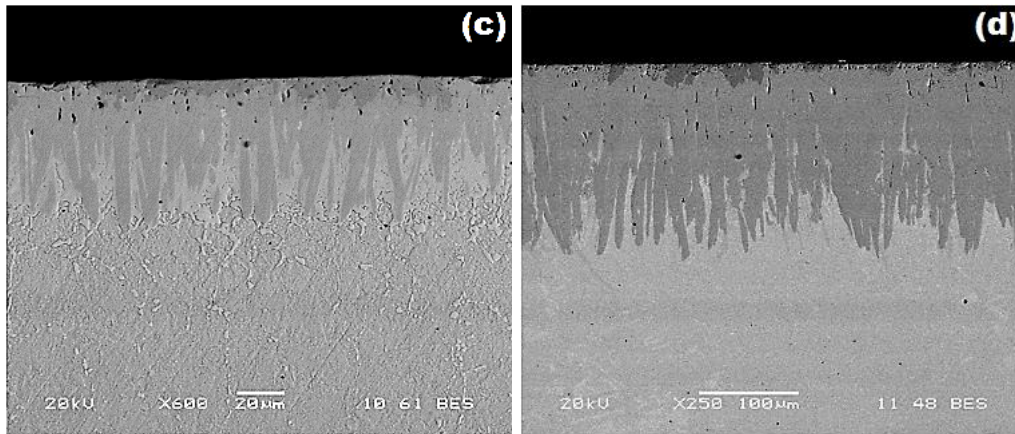
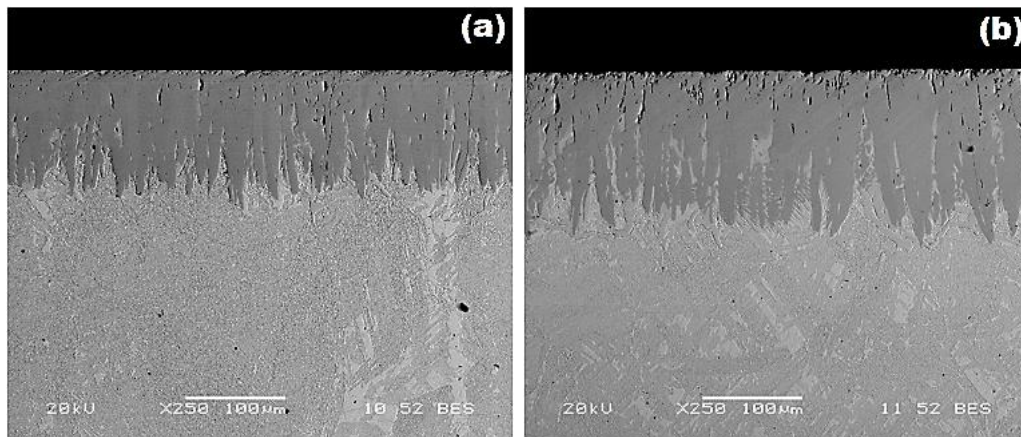


Figura 5.7. Fotomicrografías obtenidas con Microscopía Electrónica de Barrido en la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K durante diferentes tiempos de tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h, and (d) 8 h.



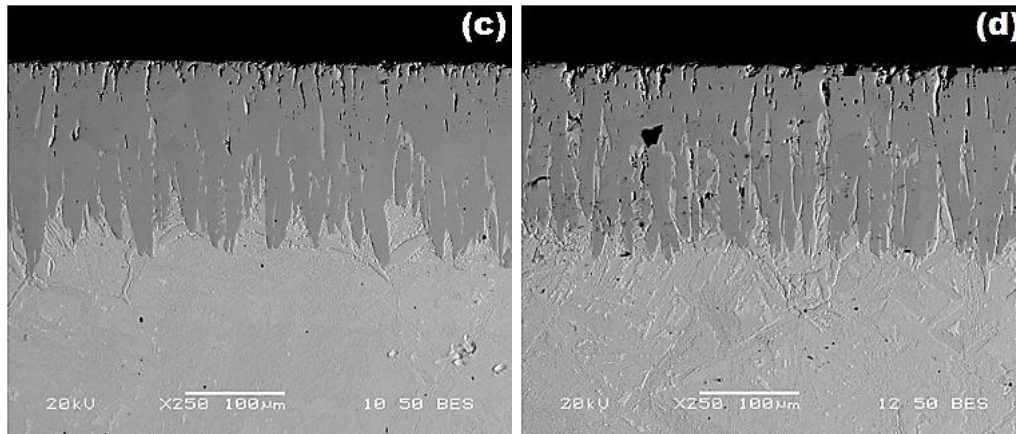
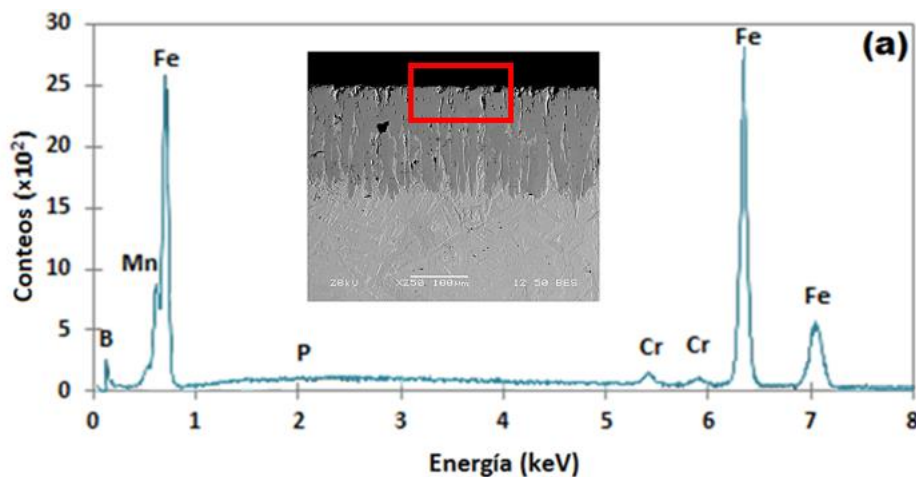


Figura 5.8. Fotomicrografías obtenidas con Microscopía Electrónica de Barrido en la sección transversal de las muestras boruradas del acero AISI 9840 a la temperatura de 1173 K durante diferentes tiempos de tratamiento: (a) 2 h, (b) 4 h, (c) 6 h, and (d) 8 h.

5.1.3. Electrones retrodispersados (EDS)

Para poder tener imágenes diferentes de un microscopio óptico y que puedan proporcionar información de la morfología de muestras tratadas termoquímicamente es posible utilizar un microscopio electrónico de barrido utilizando la técnica de electrones secundarios y retrodispersados. Los electrones secundarios se utilizan para obtener imágenes de la muestra dentro de la cámara del microscopio, los electrones secundarios son aquellos que rebotan de la superficie con una energía inferior a las 50 eV (electron-Volts). La intensidad de los electrones retrodispersados dependen del número atómico de las fases presentes en el material (a mayor número atómico mayor intensidad) y esto es lo que permite distinguir un área determinada ([ASTM Metals Handbook, 1986](#)). A través del microscopio electrónico de barrido es posible realizar un análisis por EDS (Espectrómetro de Dispersión de

Energía) en diferentes zonas en la interface de crecimiento. La adquisición de un espesor por EDS consiste en recoger durante un intervalo de tiempo los fotones de rayos-X que emanan de la superficie de la muestra, producto del choque del haz de electrones y que se clasifican según su energía. Las fotomicrografías mostradas en la Figura 5.5 con una temperatura de tratamiento de 1173 K para diferentes tiempos de exposición (2, 4, 6 y 8 h), es muy común que se presenten algunos poros o grietas como se puede apreciar, independientemente del tiempo de exposición ([Ortiz-Domínguez, M., Gómez-Vargas, O. A., Keddam, M., Arenas-Flores, A., García-Serrano, 2017](#)). La Figura 5.7 (a) y (b), presenta el espectro con dispersión de energías en donde el eje horizontal son unidades de energía de kiloelectrón-Volts (keV) y sobre el eje vertical se presenta el número de cuentas o intensidad y que se va auto ajustado a medida que crece el número de cuentas de la energía del pico más alto.



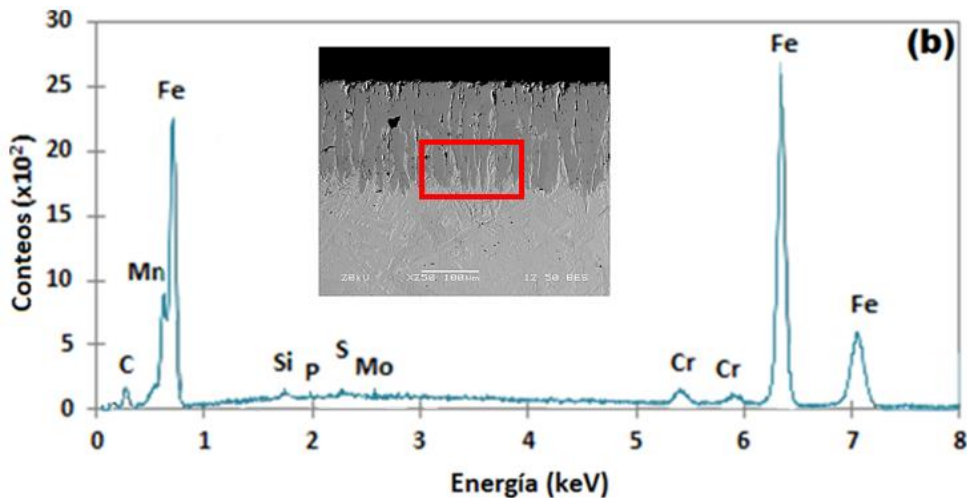


Figura 5.7. Micrografías SEM de las secciones transversales de la imagen de microestructura de microestructura de la capa de boruro AISI 9840 obtenida a 1273 K con un tiempo de exposición de 2 h, (a) y (b) espectro EDS de la muestra borurada.

Los resultados que se muestran en la Figura 5.7(a) se observa que el cromo se disuelve en la fase Fe_2B , de hecho, el radio atómico del Cr (= 0.166 nm) es aproximadamente igual al Fe (= 0.156 nm), y entonces se puede esperar que Cr se disuelva en la subpartícula de Fe de los boruros. En la Figura 5.7(b), los espectros de análisis EDS resultantes revelaron que el manganeso, el carbono y el silicio no se disuelven significativamente en la fase Fe_2B y no se difunden a través de la capa de boruro, se desplazan a la zona de difusión y forman junto con boro, soluciones sólidas (Brakman C. M., Gommers A. W. J., Mittemeijer E. J., 1989; Eyre T. S., 1975; Dukarevich I. S., Mozharov M.V. Shigarev A. S., 1973). En el proceso de borurización, el carbono es desplazado a la interface de crecimiento (Fe_2B /subdstrato) y, junto con el boro, forma borocementita, $Fe_3(B, C)$ como una capa separada entre Fe_2B y la matriz con aproximadamente 4% en masa B correspondiente a $Fe_3(B_{0.67}C_{0.33})$ (Brakman C. M., Gommers A. W. J., Mittemeijer



E. J., 1989). Por lo tanto, parte del boro suministrado se utiliza para la formación de borocementita. Del mismo modo, el silicio junto con boro forman soluciones sólidas, conocidos como boruros de silicio ($\text{FeSi}_{0.4}\text{B}_{0.6}$ y Fe_5SiB_2) (Dukarevich I. S., Mozharov M.V. Shigarev A. S., 1973).

5.1.4. Análisis de la difracción de rayos X

La Figura 5.8 se presenta el patrón de XRD realizado en la superficie del acero borurado AISI 9840 a una temperatura de 1273 K para un tiempo de tratamiento de 8 h. Los patrones de difracción de rayos X (ver Figura 5.8) muestran la presencia de la fase Fe_2B que está bien compactada. El crecimiento de la capa de Fe_2B tiene una naturaleza altamente anisotrópica. La dirección cristalográfica [001] es el camino más fácil para la difusión de los átomos boro para la formación de la fase Fe_2B , debido a la tendencia de los cristales de boruro a crecer a lo largo de una dirección de resistencia mínima, perpendicular a la superficie externa.

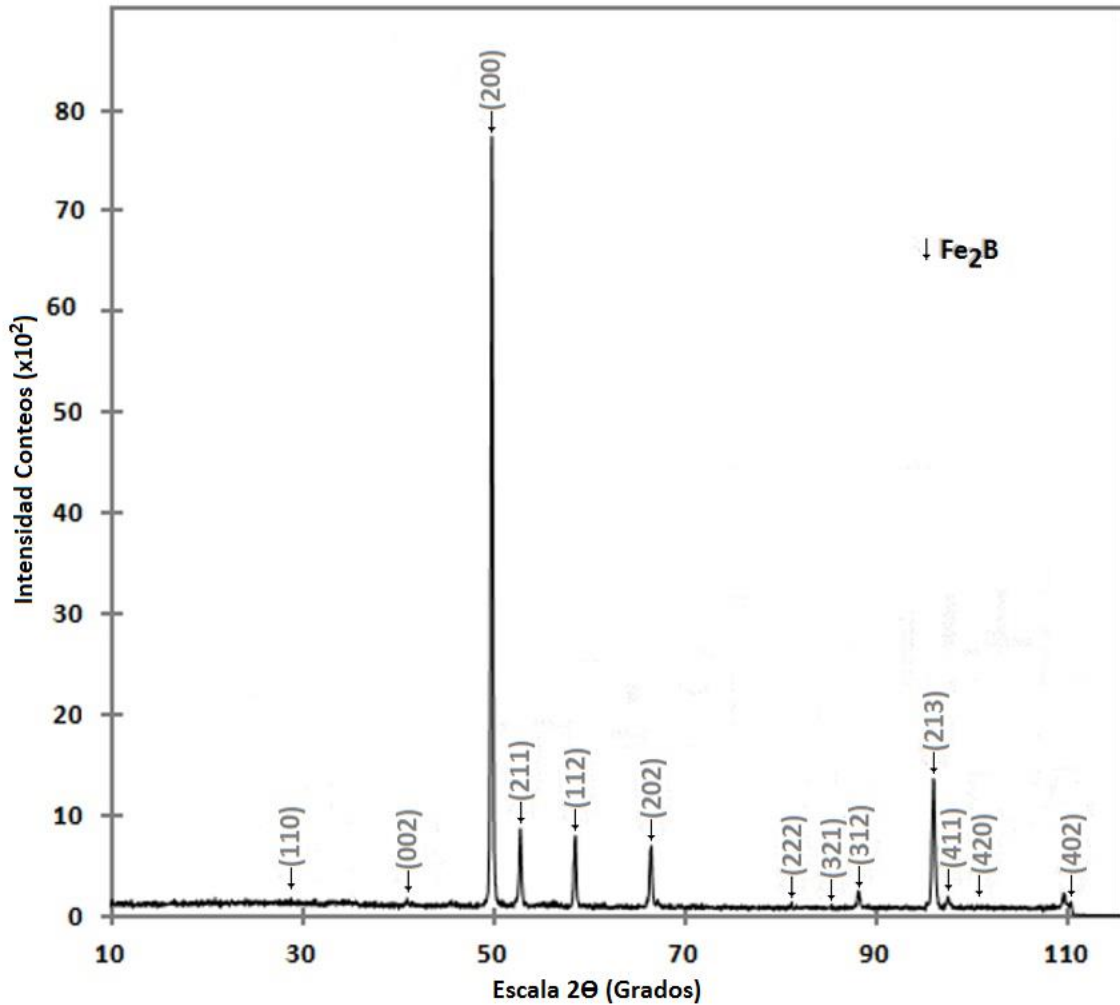


Figura 5.8. Difractograma del acero borurado AISI 9840.

A medida que se cubre la superficie metálica, un número creciente de cristales de Fe_2B entran en contacto con cristales adyacentes y se les obliga a crecer en la dirección del sustrato del material, manteniendo una forma acicular (Palombarini G. and Carbucicchio M., 1987).



5.1.5. Etapas de crecimiento de los boruros de hierro (etapa 1 de crecimiento)

A continuación se presenta un resumen del mecanismo de crecimiento de las capas boruradas con el tratamiento de borurización de polvo (empaquetamiento en caja) a un hierro puro ARMCO con un 99% de pureza usando diferentes mezclas de polvo con un control de potencial químico de boro (Ortiz Domínguez M., 2013). Las muestras de hierro puro fueron boruradas a la temperatura de 1123 K y un tiempo de tratamiento de 15 h usando diferentes potenciales de polvo B_4C , los potenciales utilizados fueron: bajo, intermedio y alto respectivamente. Las mezclas utilizadas de carburo de boro se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Potenciales químicos de carburo de boro (B_4C).

| Potencial químico de boro | B_4C | SiC | KBF_4 |
|---------------------------|--------|-----|---------|
| Bajo | 10 | 90 | - |
| Intermedio | 100 | - | - |
| Alto | 90 | - | 10 |

La considerable dilución de B_4C con carburo de silicio (SiC) disminuye la tasa del potencial químico de carburo de boro y permite que las primeras etapas de crecimiento de la fase (Fe_2B) se puedan estudiar a detalle. Con el potencial intermedio se pueden obtener capas gruesas de Fe_2B . Por otra parte, para el potencial alto, el carburo de boro se mezcla con activador (KBF_4) para estudiar las

etapas posteriores de crecimiento, que se relacionan con la formación de bicapas ($\text{FeB-Fe}_2\text{B}$). Durante el proceso mantienen una atmósfera controlada, sin la presencia de oxígeno ya que este reacciona con el medio borurante. Como ya se ha demostrado, el oxígeno reduce considerablemente la reactividad del hierro-boro.

Etapa 1: Cuando el sustrato se mantiene en contacto con un potencial de boro bajo (ver Tabla 5.1), la reacción de las partículas de carburo de boro y el sustrato reaccionan a un ritmo muy bajo, lo que permite observarlos con cuidado. En las Figuras 5.9 (a) y (b) se presenta la morfología de los boruros de hierro sobre el sustrato tratado a la temperatura de 1123 K en un tiempo corto de tratamiento de 1 h. en las primeras etapas de crecimiento, cristales acirculares Fe_2B crecen en direcciones radiales a partir de las zonas de contacto entre la superficie del metal y las partículas B_4C (ver Figura 5.9 (a)).

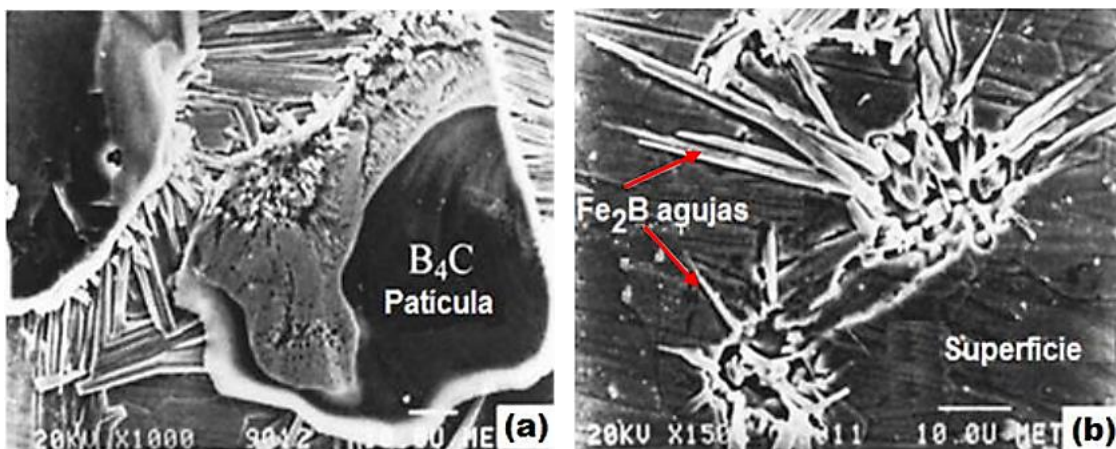


Figura 5.9. Muestra de hierro con un tiempo de tratamiento de 1 h a la temperatura de 1123 K en contacto con potencial químico de boro bajo (ver Tabla 5.1): (a) imagen tomada con un microscopio electrónico de barrido de cristales de B_4C (áreas oscuras) en la superficie del sustrato y cristales acirculares de Fe_2B creciendo sobre la superficie del metal en las



zonas de contacto B_4C -metal; (b) detalles del crecimiento de los cristales Fe_2B en (a), después de la remoción de las partículas de carburo de boro.

Estas características que se presentan en la etapa 1 se pueden explicar teniendo en cuenta que:

(i) Sólo se produjeron reacciones en estado sólido y, en consecuencia átomos de boro activado fueron suministrados sólo en las zonas de contacto entre la superficie del metal y las partículas de B_4C .

(ii) Los cristales Fe_2B preferentemente crecen a lo largo de la dirección cristalográfica [001] (ver Figura 5.10), es decir, la dirección que tiene la distancia más corta entre los átomos vecinos de boro y, por lo tanto constituye el camino más fácil para la difusión del boro en la red tetragonal centrada en el cuerpo de la fase Fe_2B .

(iii) El crecimiento de las agujas Fe_2B sobre la superficie del material encuentran cada vez menos resistencia mecánica del material base, debido a un aumento considerable en el volumen ($\approx 16\%$) asociado con la transformación de Fe en Fe_2B .

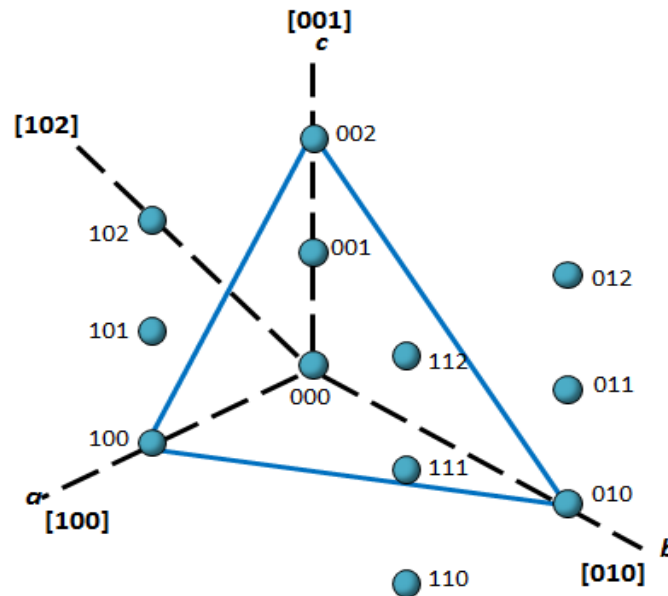


Figura 5.10. Direcciones y planos cristalográficos.

Utilizando los datos cristalográficos de la estructura cristalina tetragonal centrada en el cuerpo para la fase Fe_2B ($a = 0.5109 \text{ nm}$) y ($c = 0.4249 \text{ nm}$), la distancia más corta entre un átomo de Fe y un átomo de B difundido en la fase Fe_2B a lo largo de su trayectoria perpendicular a (001) es aproximadamente igual a 0.1902 nm (en este momento el átomo de boro B está rodeado por cuatro átomos de Fe a esta distancia; (ver Figura 5.11 (a), (b) y (c)).

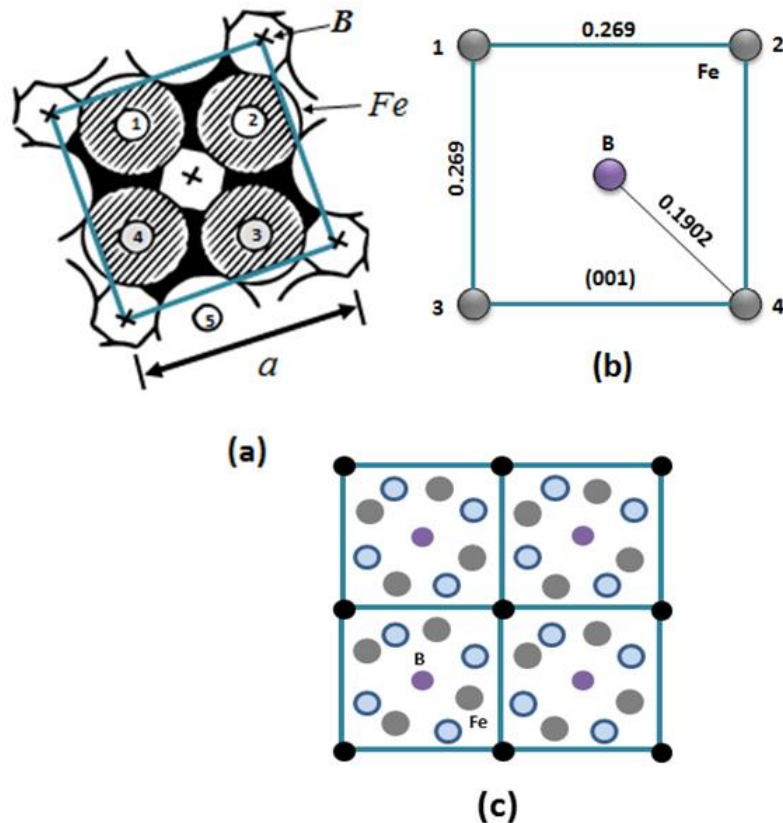


Figura 5.11. Proyección de los átomos de hierro Fe sobre el plano perpendicular (001) en el cual un salto atómico de B lleva a cabo en la fase Fe_2B . Los puntos centrales de los átomos eclosionados están en un plano a una distancia de $3c/4$ por encima del plano de proyección; los puntos centrales de los átomos oscuros están en un plano a una distancia de $c/4$ por encima del plano de proyección. Los radios atómicos de Fe han sido tomados igual a la mitad de la distancia más corta en la estructura Fe-Fe: 0.120 nm (por ejemplo el par de átomos 4-5 en (a)). Los átomos de B no han sido dibujados, pero las proyecciones de los átomos de B coinciden con las cruces que se indican en (a). En (b) se representa la configuración del átomo de Fe alrededor del átomo de B para la fase Fe_2B en el momento de máximo acercamiento durante un salto atómico de B perpendicular a (001): y finalmente en (c) representa la misma estructura de la fase Fe_2B proyectada sobre el plano (001) con



la colocación de los átomos en la estructura cristalina tetragonal. ● = átomo de Fe en $1/4c$;

● = átomo de Fe $3/4c$; ● = 3 átomos de B en $0, 1/2, 1c$.

Cuando un átomo de B salta a la fase Fe_2B a lo largo de la dirección cristalográfica $[001]$ cubre una distancia de $c/2 = 0.212$ nm. Este tipo de crecimiento conduce a la formación de una primera capa de cristales orientados de manera diferente. Durante la primera etapa de crecimiento, algunas agujas de Fe_2B también pueden crecer en el interior del substrato a lo largo de diferentes direcciones, como se muestra en la Figura 5.12. Estos cristales inducen en el substrato esfuerzos y distorsiones de la red cristalina los cuales son particularmente altos en las regiones del material localizadas enfrente de las puntas de las agujas. El crecimiento de los boruros está limitado por la baja cantidad de boro activo difundido a través de la capa hasta la punta de la aguja. En esta etapa, la parte principal de boro es consumida por los cristales que crecen más rápidamente en la superficie del material.

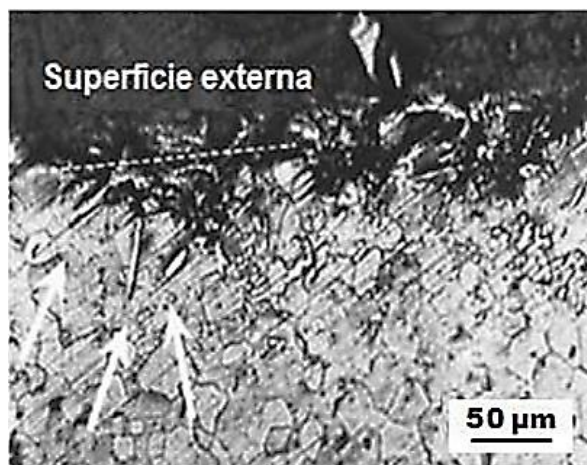


Figura 5.12. Metalografía de una sección transversal de una muestra de hierro puro donde se puede apreciar cavidades en la superficie debido al crecimiento de cristales Fe_2B dentro del substrato.

En los patrones de difracción de rayos X obtenidos para una muestra de hierro a la temperatura de 1123 K con 15 h de tratamiento lo siguiente: (i) la única fase presente es la Fe_2B , (ii) el mapeo del análisis de rayos X en la superficie muestra la presencia en la capa de zonas ricas en boro con las orientaciones cristalográficas (110) ó (200). Para ejemplificar el crecimiento de los boruros de hierro tipo Fe_2B , en la Figura 5.13 se presenta la representación esquemática de las diferentes etapas de crecimiento de los cristales Fe_2B : en la etapa 1, los cristales tipo Fe_2B pueden crecer en diferentes zonas de la misma capa con sus ejes paralelos [001] a la superficie externa, asumiendo orientaciones las cuales pueden cambiar como consecuencia de diferencias locales en el procesos de acomodación en el metal subyacente.

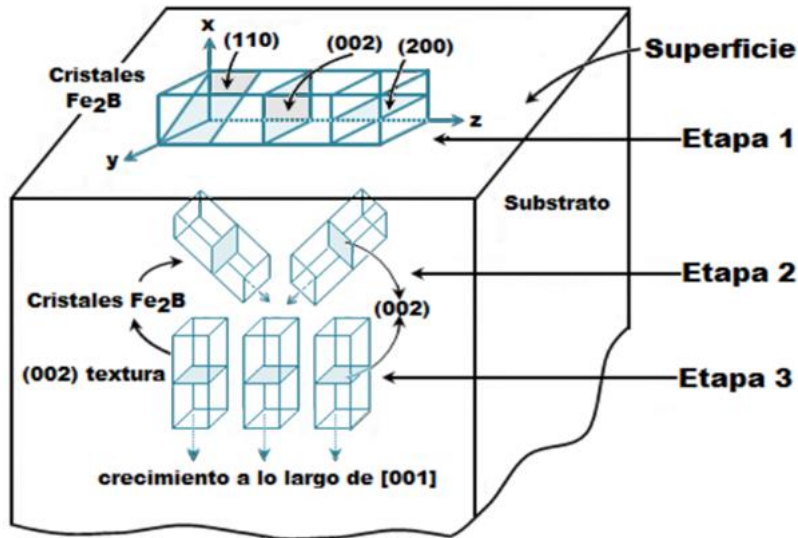


Figura 5.13. Representación esquemática de las etapas del crecimiento termoquímico de los cristales Fe_2B : etapa 1, crecimiento sobre la superficie del material; etapa 2, crecimiento en el interior del material; etapa 3, el crecimiento profundo conduce a una fuerte orientación preferencial (002).

5.1.6. Crecimiento de los cristales Fe_2B dentro del sustrato (etapa 2 de crecimiento)

El crecimiento de los cristales Fe_2B dentro del sustrato es predominante en esta etapa, como la demuestran los análisis de difracción de rayos X, en capas de 15 a 50 μm , la única fase presente a la misma temperatura utilizando un potencial químico intermedio es la fase Fe_2B . Los patrones reportados muestran que existe una orientación preferencial (002) cuya fuerza aumenta a medida que la profundidad del análisis se incrementa. En particular, el crecimiento de los boruros cerca de la interfase Fe_2B /sustrato sólo muestra el pico de difracción (002) de Fe_2B .



La segunda etapa de crecimiento Fe_2B se caracteriza por la transición de una capa delgada externa con regiones de cristales orientados al azar o de carácter local (110) ó (200), a una región interna gruesa y compacta con orientaciones cristalográficas (002). Debido a que la superficie del sustrato está cubierta por las partículas de B_4C , hay un incremento en el número de cristales (creciendo sobre la superficie del material a lo largo de la dirección [001]), que entran en contacto con, cristales no paralelos adyacentes, además se someten a fuertes esfuerzos mecánicos.

Debido a estos obstáculos, algunos cristales detienen su crecimiento (ver Figura 5.14 (a)), mientras que otros cristales sólo pueden crecer después de cambiar de dirección en la superficie del sustrato (ver Figura 5.14 (b)). En esta etapa, esquematizado en la Figura 5.14, (etapa 2), un número cada vez mayor de cristales se ven obligados a crecer dentro del material, es decir, a la dirección [001], eje de fácil crecimiento no paralelo a la superficie del material. Por otra parte, el crecimiento de las agujas de los boruros dentro del sustrato se ven favorecidos por el hecho de que la cantidad de boro consumido por el crecimiento de los cristales en la superficie del sustrato disminuye y, en consecuencia, más boro puede difundirse hacia las puntas de las agujas de crecimiento.

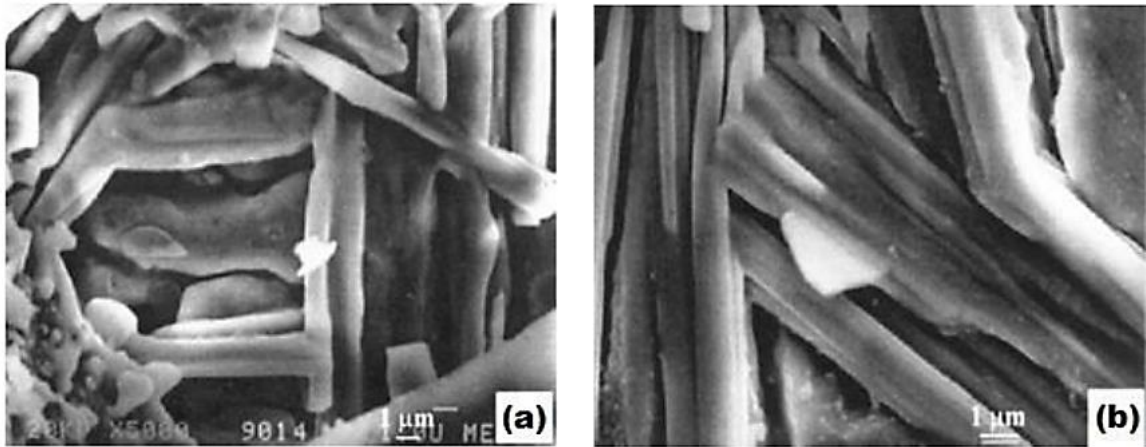


Figura 5.14. Micrografías con la técnica de Microscopía Electrónica de Barrido (SEM) de cristales Fe_2B creciendo en la superficie del metal, donde (a) detenido, o (b) forzado a cambiar de dirección como consecuencia de estar en contacto con cristales adyacentes.

5.1.7. Estimación del espesor de capa Fe_2B a través de una red difusa

El presente modelo de difusión fue verificado experimentalmente, haciendo una comparación entre los valores del espesor de capa Fe_2B y los valores estimados por el sistema difuso.

$$v = \sqrt{4D_{Fe_2B} \left(\frac{C_{up}^{Fe_2B} - C_{low}^{Fe_2B}}{C_{up}^{Fe_2B} + C_{low}^{Fe_2B} - 2C_0} \right) t}, \quad (5.1)$$



donde $C_{up}^{Fe_2B} = 60 \times 10^3 \text{ molm}^{-3}$, $C_{low}^{Fe_2B} = 59.8 \times 10^3 \text{ molm}^{-3}$ y D_{Fe_2B} es el coeficiente de difusión del boro en la fase Fe_2B . C_0 representa la solubilidad del boro en la matriz y puede no tomarse en cuenta debido a que su valor es aproximadamente cero. t_v es el tiempo efectivo de formación de capa, que no es más que la diferencia del tiempo transcurrido de tratamiento y el tiempo de incubación esto es:

$$t_v = t - t_0^{Fe_2B}, \quad (5.2)$$

con $t_0^{Fe_2B} = 1974 \text{ s}$.

Por otra parte la dependencia de la temperatura del coeficiente de difusión del boro de la Ecuación (5.1) en la capa Fe_2B , puede ser expresada por la ecuación tipo-Arrhenius en un rango de temperaturas de 1123 a 1273 K como se muestra a continuación:

$$D_{Fe_2B} = 0.0218206 \exp\left(\frac{-193084 \text{ Jmol}^{-1}}{RT}\right), \quad (5.3)$$

donde $R = 8.314 \text{ Jmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ y T es la temperatura absoluta en Kelvin.

En la Tabla 5.2 se muestran los coeficientes de difusión obtenidos a partir de la Ecuación (5.3), para diferentes temperaturas.



Tabla 5.2. Coeficientes de difusión a diferentes temperaturas absolutas.

| Temperatura absoluta (K) | Coeficiente de difusión D_{Fe_2B} |
|-----------------------------|--|
| 1123 | 2.27789×10^{-11} |
| 1173 | 5.50008×10^{-11} |
| 1223 | 1.23567×10^{-11} |
| 1273 | 2.60508×10^{-11} |

Los datos obtenidos de la Tabla 5.2 se pueden sustituir en el modelo de difusión (ecuación (5.1)) para obtener un crecimiento de capa. En la Figura 5.15 se muestra el crecimiento de capa Fe_2B a partir del modelo de difusión en el cual se muestran diferentes crecimientos de capa para los valores de temperatura de 1123, 1173, 1223, 1273 K, con un tiempo efectivo de formación de capa variable t_v de 2, 4, 6, 8 hrs (7200, 14400, 21600, 28800 s) respectivamente.

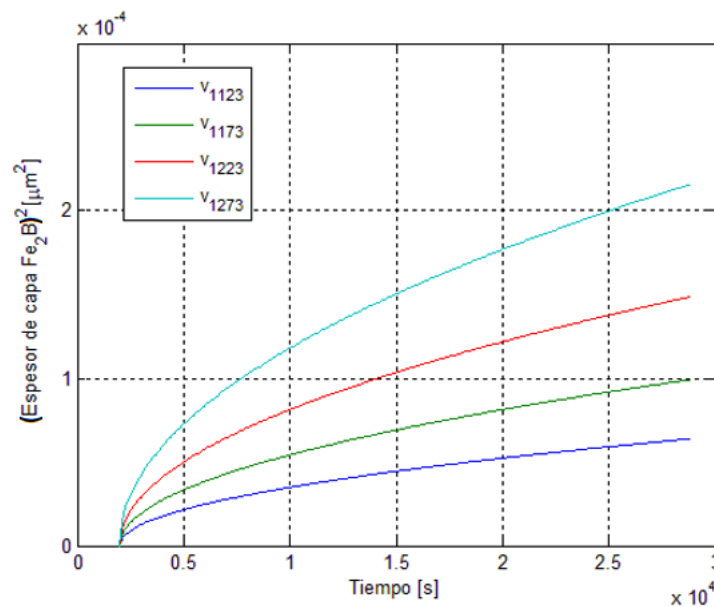




Figura 5.15. Crecimiento de capa Fe_2B parabólico del modelo de difusión con temperatura de tratamiento constante (1123, 1173, 1223 y 1273 K) y tiempo de tratamiento variable.

En la Figura 5.16 se muestra el esquema de identificación para el crecimiento de capa Fe_2B de un acero AISI 9840 por mínimos cuadrados difusos, el cual es un sistema de múltiple entrada-simple salida (*MISO por sus siglas en inglés*). El sistema cuenta con 2 variables de entrada como son el tiempo y la temperatura de tratamiento. Se proponen funciones de pertenencia Tipo-Gaussianas para dichas entradas, con centros en 0, 2, 4, 6 y 8hrs equivalentes en segundos para la variable de tiempo (ver Figura 5.17 (a)) y 1123, 1173, 1223, 1273 K para la variable de temperatura respectivamente (ver Figura 5.17 (b)). Así mismo el sistema de base de reglas if-Then está formada por el producto de las particiones de las entradas difusas formando un total de 20 reglas difusas, por otra parte, el módulo de defusificador es por medio de la sumatoria del promedio central (ver Ecuación (3.21)). Sin embargo cabe resaltar que los módulos en color verde del esquema de la Figura 5.16 como son la fusificación, base de reglas (If...Then) y el defusificador representan el motor de inferencia de producto del sistema difuso, de igual manera el módulo en color rojo representa el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos donde tiene como entrada los valores de pertenencia (valores difusos) de cada una de la base de reglas difusas y también un vector de parámetros iniciales $\theta(0)$ (conocimiento consistente) para realizar el cálculo de identificación.

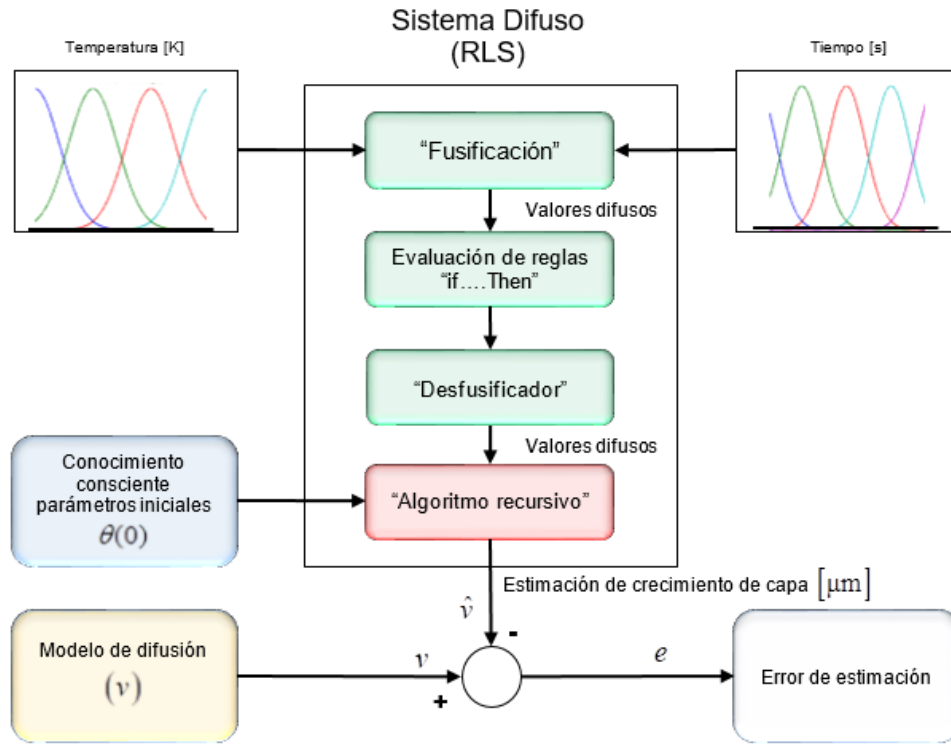


Figura 5.16. Esquema de identificación de mínimos cuadrados recursivos difusos para el proceso de borurización base polvo. **Fuente:** Autoría propia.

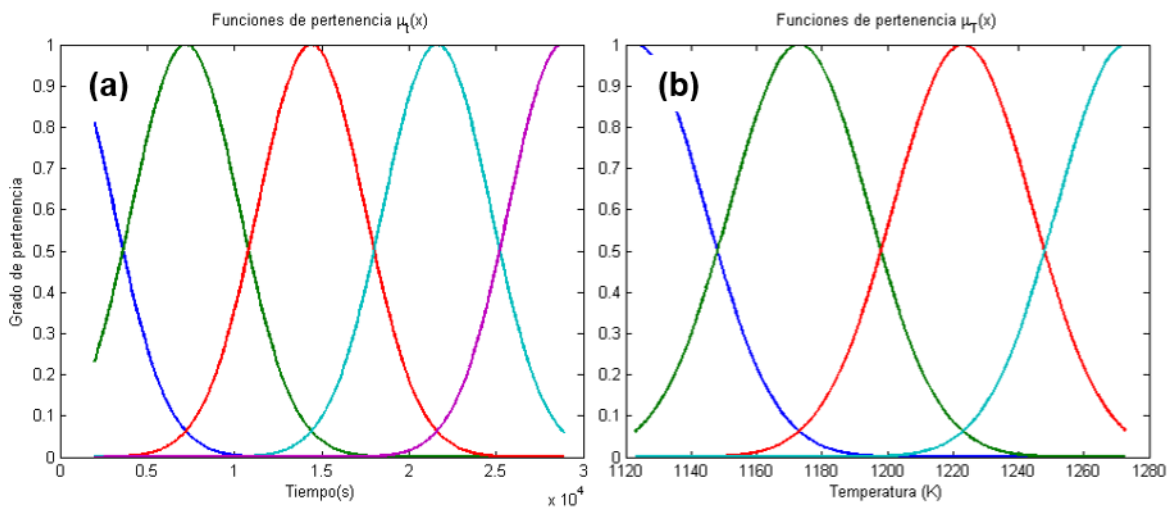




Figura 5.17. Funciones de pertenencia Tipo-Gaussianas donde (a) Variable de tiempo de tratamiento en segundos con centros equivalentes en 0, 2, 4, 6 y 8 hrs., (b) Variable de temperatura de tratamiento con centros en 1123, 1173, 1223 y 1273 K.

Por último la estimación de crecimiento de capa Fe₂B del acero AISI 9840 a través del algoritmo de mínimos cuadrados difusos, se compararon con los valores experimentales del proceso de borurización, obteniendo el error promedio generado por el sistema difuso.

El esquema de identificación de mínimos cuadrados recursivos difusos (ver Figura 5.16) fue programado con ayuda de MATLAB 13.0, mostrando los siguientes resultados. En la Figura 5.18 se muestra la estimación del crecimiento de capa Fe₂B para una temperatura constante de 1123 K, los parámetros iniciales $\theta_i(0)$ del sistema difuso se construyó a partir del conocimiento humano consciente que se muestra en la Tabla 5.3 (donde $i=1,2,3,\dots,20$), de igual manera el valor inicial de la matriz de covarianza $P(0) = \sigma I$ se eligió de forma experimental para tener una mejor estimación con $\sigma = 12.902$ (donde I es una matriz identidad de dimensión de $[20 \times 20]$).

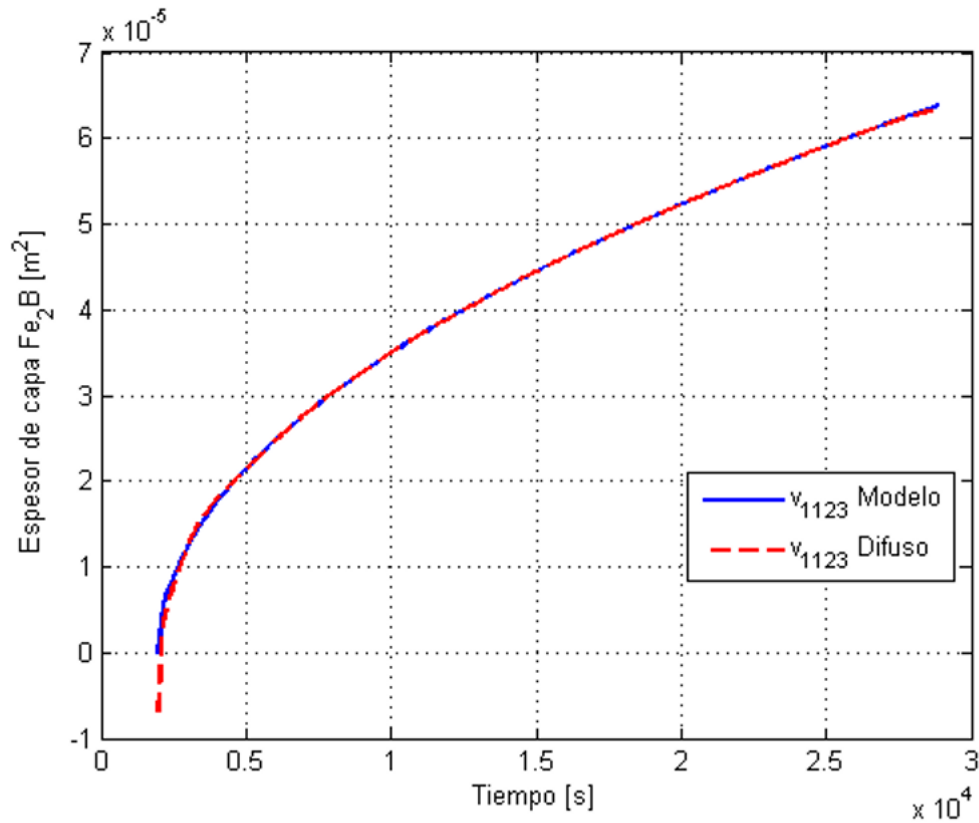


Figura 5.18. Estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B para una temperatura constante de 1123 K.

Tabla 5.3. Vector de parámetros iniciales $\theta_i(0)$ para estimar el crecimiento de capa Fe_2B con una temperatura de proceso de 1123 K.

| Índice de Parámetro i | Valor | Índice de Parámetro i | Valor |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|
| θ_1 | 1.1966×10^{-6} | θ_{11} | -1.5123×10^{-6} |
| θ_2 | 3.6866×10^{-6} | θ_{12} | -0.0003 |
| θ_3 | 0.0002 | θ_{13} | 1.1672×10^{-5} |
| θ_4 | 6.3298×10^{-6} | θ_{14} | 3.7592×10^{-5} |
| θ_5 | 1.0272×10^{-7} | θ_{15} | 7.1942×10^{-5} |



| | | | |
|---------------|-------------------------|---------------|-------------------------|
| θ_6 | 0.0002 | θ_{16} | 9.9899×10^{-8} |
| θ_7 | 2.2513×10^{-5} | θ_{17} | 8.2959×10^{-7} |
| θ_8 | 4.7936×10^{-5} | θ_{18} | -0.0002 |
| θ_9 | 0.0002 | θ_{19} | 7.6902×10^{-5} |
| θ_{10} | 7.9545×10^{-5} | θ_{20} | 4.6957×10^{-5} |

En la Figura 5.19 se muestra el error de estimación de la capa a una temperatura constante de tratamiento de 1123 K correspondiente a la Figura 5.18, donde el algoritmo recursivo diseñado trata de minimizar el error de predicción, teniendo como resultado un máximo error de 3.051 micras, y un error mínimo de -0.4706 micras.

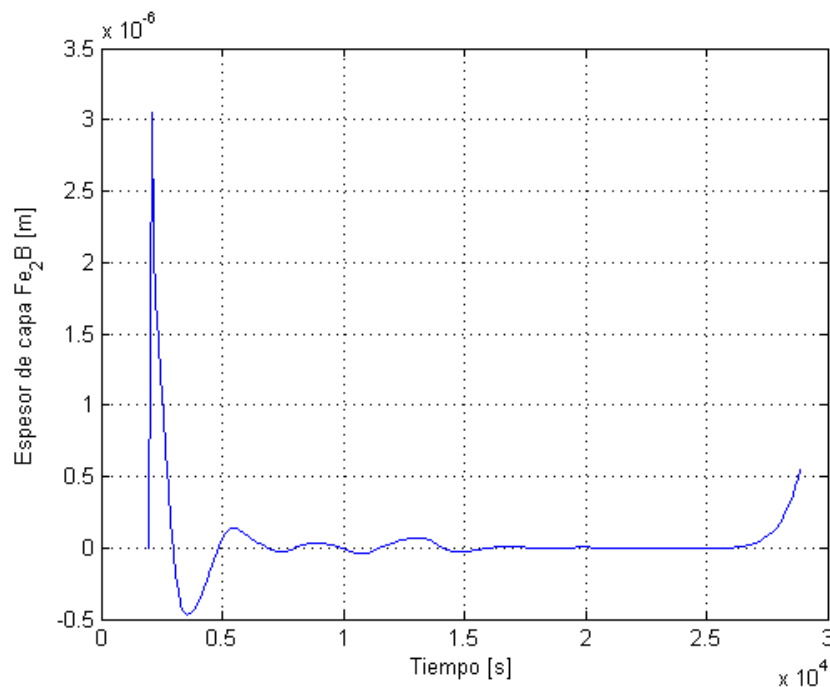


Figura 5.19. Error de estimación difusa de crecimiento de capa Fe_2B para una temperatura constante de 1123 K.



Así mismo el error en estado transitorio fue de 25.38 nanómetros disminuyendo hasta ± 1.361 nanómetros en estado estacionario. Adicionalmente para evaluar el desempeño del sistema difuso se implementó el índice de desempeño IAE (*Integral Absolute Error por sus siglas en inglés*). Los índices de desempeño nos muestran una medida sobre el error presente en el sistema. Así índice de la Integral del Error Absoluto remueve las componentes negativas del error, es bueno para estudios de simulación. La ecuación que define al IAE es:

$$IAE = \int_0^t |e(t)| dt \quad (5.4)$$

En la Figura 5.20 se muestra la evolución del índice de desempeño IAE del sistema difuso propuesto.

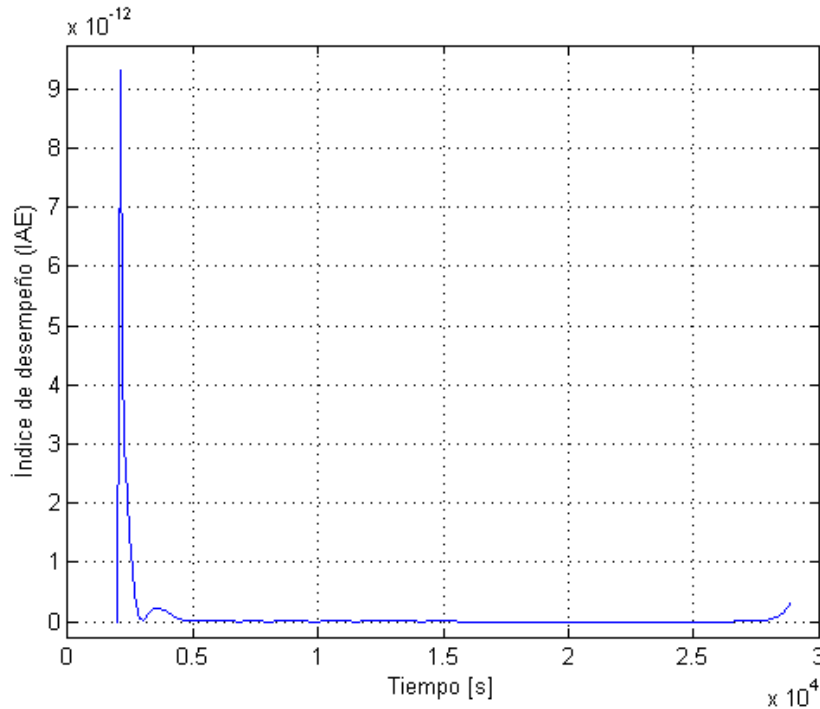


Figura 5.20. Índice de desempeño IAE para la estimación de crecimiento de la capa a una temperatura de 1123 K.

En la Tabla 5.4 se comparan los valores experimentales del modelo de espesor de capa Fe_2B (obtenidas a 1123, 1173, 1223 y 1273 K para 2, 4, 6 y 8 horas cada temperatura) y los valores estimados por el sistema difuso. Por último cabe mencionar que el algoritmo del sistema difuso propuesto puede adaptarse para generar la estimación de forma paralela para las cuatro temperaturas de tratamiento al mismo tiempo, teniendo las mismas particiones de las variables de entrada pero generando 4 vectores de regresión (parámetros iniciales) diferentes para cada una de las temperaturas. En el anexo se muestra la estimación de cada una de las capas, así como una tabla que contiene los datos estimados por el sistema difuso.



Tabla 5.4 Comparación entre los valores experimentales del espesor de capa Fe_2B (obtenidas para 4 temperaturas de tratamiento y 4 tiempos de tratamiento) y los valores estimados por el sistema difuso propuesto.

| Tiempo de tratamiento (h) | Modelo | RLS Difuso | Modelo | RLS Difuso | Modelo | RLS Difuso | Modelo | RLS Difuso |
|---------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | 1123 K | | 1173 K | | 1223 K | | 1273 K | |
| 2 | 2.8354E-05 | 2.8379E-05 | 4.4059E-05 | 4.4147E-05 | 6.6039E-05 | 6.6091E-05 | 9.5887E-05 | 9.5797E-05 |
| 4 | 4.3544E-05 | 4.3567E-05 | 6.7663E-05 | 6.7694E-05 | 1.0141E-04 | 1.0146E-04 | 1.4725E-04 | 1.4732E-04 |
| 6 | 5.4665E-05 | 5.4667E-05 | 8.4943E-05 | 8.4946E-05 | 1.2732E-04 | 1.2732E-04 | 1.8486E-04 | 1.8487E-04 |
| 8 | 6.3878E-05 | 6.3327E-05 | 9.9260E-05 | 9.8403E-05 | 1.4877E-04 | 1.4749E-04 | 2.1602E-04 | 2.1416E-04 |



Conclusiones

En este trabajo, el acero AISI 9840 se endureció a través del tratamiento termoquímico de borurización en el rango de temperatura de 1123-1273 K durante un tiempo de exposición variable que oscila entre 2 y 8 h. Los puntos finales derivados del presente trabajo son los siguientes:

- Las capas de Fe_2B se formaron en acero AISI 9840. Este resultado fue confirmado por el análisis de XRD.
- La lógica difusa representa un método confiable para el modelado del crecimiento de capa Fe_2B para el del tratamiento termoquímico de borurización en polvo.
- El sistema difuso propuesto por el algoritmo de mínimos cuadrados recursivos presenta una aproximación pertinente para estimar el crecimiento de capa Fe_2B para diferentes temperaturas, lo cual permite que este esquema de control pueda ser utilizado para modelar el crecimiento de capa para otro tipo de aceros que sean sometidos al tratamiento termoquímico de borurización.



Referencias

- Aficionados a la mecánica. (24). Elementos móviles. Recuperado de <http://www.aficionadosalamecanica.net/motor-distribucion.htm>
- Anthymidis, K. G., Stergioudis, E., & Tsiapas, D. N. (20). Boriding in a fluidized bed reactor. *Materials Letters*, 67(3), 303-311.
- Anthymidis, K. G., Stergioudis, G., & Tsiapas, D. N. (2002). Boride coatings on nonferrous materials in a fluidized bed reactor and their properties. *Surface Science and Technology*, 200, 203-218.
- Anthymidis, K. G., Zinoviadis, P., Roussos, D. & Tsiapas, D. N. (2002). Boriding of Nickel in a fluidized bed reactor. *Materials Research Bulletin*, 37, 512-522.
- Alwart, S. and Ulrich, C., (1998). Abrasive Resistant Hard Steel Surfaces Produced by boriding, *Industrial Heating; Career and Technical Education*, 65 47.
- Askeland, Donald, Phulé, Pradeep. Ciencia e ingeniería de los materiales. Thomson. Cuarta Edición. México 2004.
- Aurrand-Lions, J.P., Fournier, L., Jarri, P., de Saint-Blancard, M. and Sánchez, E., (1991). Application of fuzzy control for ISIS vehicule braking traffic signal control using Fuzzy Logic, *In Proceedings of Fuzzy and Neuronal Systems, and Vehicule applications'91*, University of Aix-Marseille II & IMT, Peugeot S.A., Franc.
- A. Finkl & Sons Co, (2011), Holder Die Steel, Data Sheet. Finkl HB Holder Block, Recuperado de <http://www.hemeva.com/site/moldes/hojas%20tecnicas/HolderBlock>
- Azo Materials, (2012), *AISI 4150 Alloy Steel (UNS G41500)*, Recuperado de <https://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6770>



ASTM Metals Handbook, 1986, Vol. 10

https://www.asminternational.org/search/journal_content/56/10192/06358G/PUBLICATION

ASTM C 1327-99, Standard Test Method for Fracture Toughness at Room Temperature of Advanced Ceramics, Annual Book of ASTM Standards, 1999, 14-02.

Batsch, K. & Leonhardt, A. (1999). Formation of iron boride layers on steel by D.C.-plasma boriding and deposition processes. *Surface and Coatings Technology*, 116-119, 386-390.

Bilbao Exhibition Centre. (28). Mesas rotativas perfeccionadas TC/NC. Recuperado de <http://biemh.bilbaoexhibitioncentre.com/en/exhibitor/WEISS-ESPAA-SL/new/MESAS-ROTATIVAS-PERFECCIONADAS-TCNC/2134/?idioma=US>

Bourithis, L. & Papadimitriou, G. D. (2003). Boriding a plain carbon steel with the plasma transferred arc process using boron and chromium diboride powders: microstructure and wear properties. *Materials Letters*, 157, 1835-1839.

Bourithis, L., Papaefthymiou, S. & Papadimitriou, G. D. (2002). Plasma transferred arc boriding of a low carbon steel: microstructure and wear properties. *Applied Surface Science*, 200, 203-218.

Brakman, C. M., Gommers, A. W. J., & Mittemeijer, E. J. (1989). Bonding of Fe and Fe-C, Fe-Cr, and Fe-Ni alloys; Boride-layer growth kinetics. *Journal of Materials Research*, 4, 1354-1370.

BorTec THE EXPERTS FOR WEAR PROTECTION, *BorTec GmbH & Co. KG*, [en línea], Alemania, disponible en:



<http://www.bortec.de/images/bortec/ekabor_boronizing_e.pdf> [consultado el 23 de marzo de 2011]

Bravo-Barcenas, D. I., (2010). *Formación y caracterización de capas duras en aceros AISI 1045*, Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica, SEPI-ESIME Zacatenco, México.

Bravo O. Tesis: “Endurecimiento superficial de una aleacion base Fe-Cr-Ni cinetica de crecimiento y caracterizacion mecánica de las capas boruradas”. IPN. Mexico, D.F. 2010

Campos, I., Islas, M., Ramírez, G., Villa-Velázquez, C. and Mota, C., (2007). Growth kinetics of borided layers: artificial neural network and least square approaches, *Appl Surf Sci*, 253; 6226-6231.

Cabeo, E. R., Laudien, G., Biemer, S., Rie, K. T. & Hoppe, S. (1999). Plasmaassisted boriding of industrial components in a pulsed D.C. glow discharge. *Surface and Coatings Technology*, 116-119, 229-233.

Campos, I., Oseguera, J., Figueroa, U., García, J. A., Bautista, O. & Kelemenis, G. (2003). Kinetic study of boron diffusion on the paste-boriding process. *Materials Science and Engineering: A*, 352, 261-265.

Campos-Silva, I., (2007). *Tratamientos térmicos de la A a la Z*, Ed. Trillas, 204–209.

Chatterjee-Fischer, R., Boriding and Difussion Metallizing, *Institut fur Harterei Technik*, Bremen, Germany.

Continental Steel & Tube Company, (2018), *Alloy Steel 4150*, Fort Lauderdale, FL, Recuperado de <http://www.hemeva.com/site/moldes/hojas%20tecnicas/HolderBlock>

Davis, J. A., Wilbur, P. J., Williamson, D. L., Wei, R. & Vajo, J. J. (1998). Ion implantation boriding of iron and AISI M2 steel using a high-current density,



low energy, broad-beam ion source. *Surface and Coatings Technology*, 103-104, 52-57.

Davis, J. R. (2002). Boriding. En *Surface hardening of Steels- Understanding the basics*. (pp. 213 – 226). Ohio: ASM International.

Dukarevich I. S., Mozharov M.V. Shigarev AS. Redistribution of Elements In Boride Coatings. *Metallovedenie Termicheskaya i Obrabotka Metallov* 1973; 2: 64-66.

Educativa aragonesa. (24). Elementos mecánicos transformadores de movimiento. Recuperado de http://educativa.catedu.es/447065/aula/archivos/repositorio/1000/1102/html/1_pincremallera.html

Eyre T. S. Effect of boronising on friction and wear of ferrous metals. *Wear* 1975; 34(3): 383-397.

Elias Espinosa, M., Ortiz Domínguez, M., Keddám, M., Flores Rentería, M. A., Damián Mejía O., Zuno Silva J., Hernández Ávila J., Cardoso Legorreta E. & Arenas Flores, A. (2014). Growth Kinetics of the Fe₂B Layers and Adhesion on Armco Iron Substrate. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 23, 2943-2952.

Ferraro, G. (2008) The Rise and Development of the Theory of Series up to the Early 1820s. *Denmark: Springer*, 147-149.

Fischer, C. and Schaaber, R., (1976). Proceedings of Heat Treatment, *The Metals Society*, 27-30.

Gidikova, N. (1999). Vanadium boride coatings on steel. *Materials Science and Engineering: A*, 278, 181-186.

Guzmán, F., (2013), *Análisis de Aceros por Microscopía Óptica*. Tesis de Ingeniería, Instituto Politécnico Nacional, México.



- Hernández-Sánchez, E., (2011). *Propiedades mecánicas de aceros borurados AISI 1018 evaluadas por indentación a escala micro y nanométrica*, Tesis de Doctorado en Ingeniería Mecánica, SEPIESIME Zacatenco, México.
- Hernández A. Tesis: “Análisis fractal, simulación y predicción del crecimiento de interfases complejas obtenidas por borurado”. IPN. México, D.F. 2010.
- Jain, V., and Sundararajan, G., (2002). Influence of the pack thickness of the boronizing mixture on the boriding, *Surf Coat Tech*, 149; 21-26.
- Keddam, M., Ortiz Domínguez, M., Campos Silva, I. & Martínez Trinidad, J. (20). A simple model for the growth kinetics of Fe₂B iron boride on pure substrate. *Applied Surface Science* 256, 3128-3132.
- Kulka M. & Pertek, A. (2003). Characterization of complex (B+C+N) diffusion layers formed on chromium and nickel-based low-carbon steel. *Applied Surface Science*, 218, 114-123.
- Kulka, M. & Pertek, A. (2003). Microstructure and properties of boride 41Cr4 steel after surface modification with re-melting. *Applied Surface Science*, 214, 278-288.
- Kittel, C., (1997), *Introducción a la física del estado sólido*. Barcelona, España, Reverté.
- Kulka, M., Makuch, N., Pertek, A. & Maldzinski, L. (2013). Simulation of the growth kinetics of boride layers formed on Fe during gas boriding in H₂-BCl₃ atmosphere. *Journal of Solid State Chemistry*, 199, 196-203.



- Lee, S. Y., Kim, G. S. & Kim, B. S. (2004). Mechanical properties of duplex layer formed on AISI 403 stainless steel by chromizing and boronizing treatment. *Surface and Coatings Technology*, 177-178, 178-184.
- Lei, T. C., Jiang, B. L. & Liu, W. (1990). Effect of cold deformation on boronizing processes and wear behavior of low carbon Steel AISI 1020. *Material Chemistry and Physics*, 26, 445-454.
- Li-Xin, W. (1997). *A COURSE IN FUZZY SYSTEMS AND CONTROL* (International ed.). Prentice-Hall International, Inc.
- Martín del Brío, B., & Sanz Molina, A. (2006). Logica Borrosa. En *Redes Neuronales y Sistemas Borrosos* (3ra. ed.). Alfaomega Ra-Ma.
- Pavlík, S. (2015). (Bachelor's Thesis). *Steady State of Fuzzy Dynamical System*. Prague: Czech Technical University in Prague Faculty of Electrical Engineering.
- Ortiz-Domínguez, M., Gómez-Vargas, O. A., Keddám, M., Arenas-Flores, A., García-Serrano, J. Kinetics of boron diffusion and characterization of Fe₂B layers on AISI 9840 steel. *Prot Met Phys Chem Surf* 2017; 53: 534-547.
- Ortiz Domínguez M. Contribución de la Modelación Matemática en el Tratamiento Termoquímico de Borurización. PhD thesis. México: SEPI-ESIME from the Instituto Politécnico Nacional; 2013.
- Ortiz Domínguez, M., Flores Rentería, M. A., Keddám, M., Elias Espinosa, M., Damián Mejía, O., Aldana González, J. I., Zuno Silva, J., Medina Moreno, S. A., González Reyes, J. G. (2014). Simulation of growth kinetics of Fe₂B layers formed on gray cast iron during the powder-pack boriding. *Materiali in Tehnologije/Materials and Technology*, 48, 905-916.



Ortiz Domínguez, M., Gómez Vargas, O. A., Keddám, M., Arenas Flores, A. & García Serrano, J. (2017) Kinetics of boron diffusion and characterization of Fe₂B layers on AISI 9840 steel. *Prot Met Phys Chem Surf*, 53, 534-547.

Ortiz Domínguez, M., Keddám, M., Elias Espinosa, M., Damián Mejía, O., Flores Rentería, M. A., Arenas Flores, A. & Hernández Ávila J. (2014). Investigation of boriding kinetics of AISI D2 steel. *Surface Engineering*, 30, 490-497.

Palombarini G. and Carbucicchio M. Growth of boride coatings on iron. *Journal of Materials Science Letter* 1987; 6: 415-416.

Löbíg, G. & Hunger, H. J. (1997). Generation of boride layers on steel and nickel alloys by plasma activation of boron trifluoride. *Thin Solid Films*, 310, 244-250.

Maragoudakis, N. E., Stergioudis, G., Omar, H., Pavlidou, E. & Tsipas, D. N. (2002). Boro-Nitriding of steel US 37-1. *Materials Letters*, 57, 949-952.

Meléndez, E., Campos, I., Rocha, E. and Barrón, M. A., (1997). Structural and strength characterization of steels subjected to boriding thermochemical process, *Mater Sci Eng A*, 234-236; 900-903.

Matuschka A. Graf Von, (1980). *Boronizing*, Carl Hanser Verlag, Munich, FRG.

Martini, C., Palombarini, G. and Carbucicchio, M. (2004). Mechanism of thermochemical growth of iron borides on iron, *J Mater Sci*, 39; 933-937.

Massalski, T. B., (1990). *Binary Alloys Phase diagrams*, 2nd ed., USA, ASM International.

M. Hernández Silverio, *Caracterización de tres aceros especiales de bajo carbono tipo TEP bajo la norma ASTM A-424 tipo 1 empleados para el proceso de porcelanizado*. Tesis de Maestría, SEPI.ESIME, Zacatenco, Instituto Politécnico Nacional, México, 2009.



Martínez Martínez L. E., *Aplicación de tratamiento termoquímico de borurización en válvulas de admisión*. Tesis de Maestría, Instituto Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México, 2017.

Oliveira, C. K. N., Casteletti, L. C., Lombardi-Neto, A., Totten, G. E. & Hecks, S. C. (20). Productions and characterization of borided layers on AISI D2 tool steel. *Vacuum*, 84, 792-796.

Olympus, (2013), *Inverted Metallurgical Microscopes. GX Series*, Recuperado de www.apokromat.hu/iserv/dlfiles/dl.php%3Fddl%3Dgx71-gx51-en.ver3.pdf

Pertek, A. & Kulka, M. (2003). Two-step treatment carburizing followed by boriding on medium-carbon steel. *Surface and Coatings Technology*, 173, 309-314.

Palombarini, G., Sambogna, G. and Carbucicchio, M., (1993). Role of oxygen in iron boriding using boron carbide, *J Mater Sci*, 12; 741-742.

Pengxun, Y., (1992). Gaseous boronizing with solid boron-yielding agents, *Thin solid Films*, 214; 44-47

Ramírez-Sandoval, G., (2006). *Caracterización de grietas auto afines en capas boruradas para aceros estructurales AISI 1045*, Tesis en Ingeniería Mecánica SEPI-ESIME Zacatenco, México.

Rubin, W. (1987). *Real and complex analysis*. USA: McGraw-Hill.

Sinha, A. K. (1991). Boriding (Boronizing). En *ASM Handbook (Vol. 4)*. (pp. 437 – 447). Ohio: ASM International.

Sista, V., Kahvecioglu, O., Eryilmaz, O. L., Erdermir, A. & Timur, S. (21). Electrochemical boriding and characterization of AISI D2 steel. *Thin Solid Films*, 520, 1582-1588.



- Spence, T. W. and Makhlouf, M. M., (2005). Characterization of the operative mechanism in potassium fluoborate activated pack boriding of steels, *J Mater Process Technol*, 168; 127–136.
- Sinha, A. K., (1991). *Boronizing ASM Handbook*, Ohio, USA, J Heat Treatment, 4; 437.
- Stewart, K. (1997). Boronizing Protect Metals Against Wear. *Advanced Materials Processing*, 155(3), 23-25.
- Suwattananont, N. (2004). *Surface treatment of ferrous alloys with boron*. (Tesis de Maestría). Faculty of New Jersey Institute of Technology. New Jersey EE.UU.
- Totten, G. E., (2007), *Steel Heat Treatment Handbook*. Taylor & Francis Group. USA.
- Villa Velázquez-Mendoza, C. I., (2009). *Estudio del agrietamiento tipo Palmqvist y evaluación de esfuerzos residuales en aceros borurados AISI 1018*, Tesis de Doctorado en Ingeniería Mecánica, SEPI-ESIME Zacatenco, México.
- Vandér Voort, G., (1999), *Metallography Principles and Practice*, Ohio, EU, ASTM International Materials.
- Wahl, G. (S.F.) Boronizing, A Method for the Production of Hard Surfaces for Extreme
- Wear, Durferrit-Technical Information. (1975), Germany: Reprint from VDI-Z117. 785-789.
- Yan, P. X. & Su, Y. C. (1995). Metal surface modification by B-C-N in a two temperature- stage process. *Materials Chemistry Physics*, 39, 304-308.
- Yoon, J. H., Jee, Y. K. & Lee, S. Y. (1999). Plasma paste boronizing treatment of the stainless steel AISI 304. *Surface and Coatings Technology*, 112, 71-75.



- Yu, L. G., Khor, K. A. & Sundararajan, G. (2002). Boriding of mild steel using the spark plasma sintering (SPS) technique. *Surface and Coatings Technology*, 157, 226- 230.
- Zadeh, L.A., (1965), Fuzzy set. *Information and Control*, 8; 338–353.
- Zadeh, L.A., (1973). Outline of a new approach to the analysis of complex system. *IEEE Transaction on System Man and Cybernetics*, 1; 28– 44.
- Zadeh, L.A, (1975). The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. *part i, ii, iii. Information Science*, 8-9:199–249, 301–357, 43–80, 1975.



ANEXOS

En la Tabla A.1 se muestran los datos generados por el modelo de difusión (ver ecuación (5.1)) para cada una de las cuatro temperaturas. Los incrementos del tiempo de tratamiento son de 100 segundos.

| Tiempo de incubación $t_0 = 1974$ s | Espesor de capa Fe ₂ B a diferente temperatura [m] | | | | | | | |
|--|---|-------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|
| | 1123 K | | 1173 K | | 1223 K | | 1273 K | |
| | Modelo de difusión | RLS difuso | Modelo de difusión | RLS difuso | Modelo de difusión | RLS difuso | Modelo de difusión | RLS difuso |
| 1974 | 0 | -7.8717E-06 | 0 | -7.8717E-06 | 0 | -7.8717E-06 | 0 | -7.8717E-06 |
| 2074 | 3.8947E-06 | 8.4426E-07 | 6.052E-06 | 1.2461E-05 | 9.0712E-06 | 1.2143E-05 | 1.3171E-05 | 7.2870E-07 |
| 2174 | 5.5080E-06 | 3.3792E-06 | 8.5588E-06 | 1.1105E-05 | 1.2829E-05 | 1.3008E-05 | 1.8627E-05 | 1.0409E-05 |
| 2274 | 6.7459E-06 | 5.0129E-06 | 1.0482E-05 | 1.1444E-05 | 1.5712E-05 | 1.4621E-05 | 2.2813E-05 | 1.6440E-05 |
| 2374 | 7.7895E-06 | 6.3331E-06 | 1.2104E-05 | 1.2242E-05 | 1.8142E-05 | 1.6382E-05 | 2.6342E-05 | 2.1225E-05 |
| 2474 | 8.7090E-06 | 7.5067E-06 | 1.3533E-05 | 1.3212E-05 | 2.0284E-05 | 1.8190E-05 | 2.9452E-05 | 2.5427E-05 |
| 2574 | 9.5402E-06 | 8.5970E-06 | 1.4824E-05 | 1.4265E-05 | 2.2220E-05 | 2.0031E-05 | 3.2263E-05 | 2.9293E-05 |
| 2674 | 1.0305E-05 | 9.6267E-06 | 1.6012E-05 | 1.5363E-05 | 2.4000E-05 | 2.1900E-05 | 3.4848E-05 | 3.2906E-05 |
| 2774 | 1.1016E-05 | 1.0598E-05 | 1.7118E-05 | 1.6483E-05 | 2.5657E-05 | 2.3786E-05 | 3.7254E-05 | 3.6279E-05 |
| 2874 | 1.1684E-05 | 1.1505E-05 | 1.8156E-05 | 1.7607E-05 | 2.7214E-05 | 2.5662E-05 | 3.9514E-05 | 3.9392E-05 |
| 2974 | 1.2316E-05 | 1.2341E-05 | 1.9138E-05 | 1.8712E-05 | 2.8686E-05 | 2.7493E-05 | 4.1651E-05 | 4.2230E-05 |
| 3074 | 1.2917E-05 | 1.3104E-05 | 2.0072E-05 | 1.9782E-05 | 3.0086E-05 | 2.9250E-05 | 4.3684E-05 | 4.4796E-05 |
| 3174 | 1.3492E-05 | 1.3798E-05 | 2.0965E-05 | 2.0805E-05 | 3.1424E-05 | 3.0912E-05 | 4.5626E-05 | 4.7110E-05 |
| 3274 | 1.4043E-05 | 1.4431E-05 | 2.1821E-05 | 2.1776E-05 | 3.2707E-05 | 3.2471E-05 | 4.7489E-05 | 4.9208E-05 |
| 3374 | 1.4573E-05 | 1.5011E-05 | 2.2645E-05 | 2.2695E-05 | 3.3941E-05 | 3.3931E-05 | 4.9282E-05 | 5.1126E-05 |
| 3474 | 1.5084E-05 | 1.5548E-05 | 2.3439E-05 | 2.3564E-05 | 3.5133E-05 | 3.5298E-05 | 5.1012E-05 | 5.2899E-05 |
| 3574 | 1.5579E-05 | 1.6050E-05 | 2.4208E-05 | 2.4389E-05 | 3.6285E-05 | 3.6582E-05 | 5.2685E-05 | 5.4557E-05 |
| 3674 | 1.6059E-05 | 1.6523E-05 | 2.4953E-05 | 2.5173E-05 | 3.7402E-05 | 3.7794E-05 | 5.4306E-05 | 5.6121E-05 |
| 3774 | 1.6524E-05 | 1.6972E-05 | 2.5676E-05 | 2.5921E-05 | 3.8486E-05 | 3.8944E-05 | 5.5881E-05 | 5.7607E-05 |
| 3874 | 1.6977E-05 | 1.7400E-05 | 2.6380E-05 | 2.6637E-05 | 3.9540E-05 | 4.0038E-05 | 5.7412E-05 | 5.9028E-05 |
| 3974 | 1.7418E-05 | 1.7810E-05 | 2.7065E-05 | 2.7325E-05 | 4.0568E-05 | 4.1085E-05 | 5.8903E-05 | 6.0391E-05 |
| 4074 | 1.7848E-05 | 1.8205E-05 | 2.7734E-05 | 2.7986E-05 | 4.1570E-05 | 4.2090E-05 | 6.0358E-05 | 6.1703E-05 |
| 4174 | 1.8268E-05 | 1.8584E-05 | 2.8386E-05 | 2.8624E-05 | 4.2548E-05 | 4.3055E-05 | 6.1778E-05 | 6.2967E-05 |
| 4274 | 1.8679E-05 | 1.8951E-05 | 2.9024E-05 | 2.9241E-05 | 4.3504E-05 | 4.3986E-05 | 6.3167E-05 | 6.4189E-05 |
| 4374 | 1.9080E-05 | 1.9305E-05 | 2.9649E-05 | 2.9838E-05 | 4.4440E-05 | 4.4884E-05 | 6.4525E-05 | 6.5371E-05 |
| 4474 | 1.9474E-05 | 1.9649E-05 | 3.0260E-05 | 3.0418E-05 | 4.5356E-05 | 4.5752E-05 | 6.5856E-05 | 6.6517E-05 |
| 4574 | 1.9859E-05 | 1.9983E-05 | 3.0859E-05 | 3.0982E-05 | 4.6254E-05 | 4.6594E-05 | 6.7160E-05 | 6.7634E-05 |
| 4674 | 2.0238E-05 | 2.0310E-05 | 3.1447E-05 | 3.1533E-05 | 4.7135E-05 | 4.7413E-05 | 6.8439E-05 | 6.8728E-05 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 4774 | 2.0609E-05 | 2.0633E-05 | 3.2024E-05 | 3.2074E-05 | 4.8000E-05 | 4.8212E-05 | 6.9695E-05 | 6.9806E-05 |
| 4874 | 2.0974E-05 | 2.0953E-05 | 3.2591E-05 | 3.2606E-05 | 4.8850E-05 | 4.8996E-05 | 7.0929E-05 | 7.0878E-05 |
| 4974 | 2.1332E-05 | 2.1273E-05 | 3.3148E-05 | 3.3132E-05 | 4.9685E-05 | 4.9768E-05 | 7.2142E-05 | 7.1951E-05 |
| 5074 | 2.1685E-05 | 2.1595E-05 | 3.3696E-05 | 3.3654E-05 | 5.0506E-05 | 5.0534E-05 | 7.3334E-05 | 7.3031E-05 |
| 5174 | 2.2032E-05 | 2.1919E-05 | 3.4235E-05 | 3.4174E-05 | 5.1315E-05 | 5.1294E-05 | 7.4507E-05 | 7.4121E-05 |
| 5274 | 2.2374E-05 | 2.2246E-05 | 3.4766E-05 | 3.4693E-05 | 5.2110E-05 | 5.2053E-05 | 7.5663E-05 | 7.5221E-05 |
| 5374 | 2.2710E-05 | 2.2575E-05 | 3.5289E-05 | 3.5209E-05 | 5.2894E-05 | 5.2810E-05 | 7.6800E-05 | 7.6330E-05 |
| 5474 | 2.3042E-05 | 2.2905E-05 | 3.5804E-05 | 3.5723E-05 | 5.3666E-05 | 5.3565E-05 | 7.7922E-05 | 7.7443E-05 |
| 5574 | 2.3369E-05 | 2.3235E-05 | 3.6312E-05 | 3.6233E-05 | 5.4427E-05 | 5.4317E-05 | 7.9027E-05 | 7.8557E-05 |
| 5674 | 2.3691E-05 | 2.3564E-05 | 3.6813E-05 | 3.6740E-05 | 5.5178E-05 | 5.5066E-05 | 8.0117E-05 | 7.9667E-05 |
| 5774 | 2.4009E-05 | 2.3891E-05 | 3.7307E-05 | 3.7243E-05 | 5.5919E-05 | 5.5810E-05 | 8.1193E-05 | 8.0771E-05 |
| 5874 | 2.4323E-05 | 2.4215E-05 | 3.7795E-05 | 3.7742E-05 | 5.6650E-05 | 5.6548E-05 | 8.2254E-05 | 8.1866E-05 |
| 5974 | 2.4633E-05 | 2.4536E-05 | 3.8276E-05 | 3.8235E-05 | 5.7371E-05 | 5.7280E-05 | 8.3302E-05 | 8.2950E-05 |
| 6074 | 2.4939E-05 | 2.4854E-05 | 3.8752E-05 | 3.8723E-05 | 5.8084E-05 | 5.8005E-05 | 8.4337E-05 | 8.4021E-05 |
| 6174 | 2.5241E-05 | 2.5168E-05 | 3.9221E-05 | 3.9206E-05 | 5.8788E-05 | 5.8723E-05 | 8.5359E-05 | 8.5080E-05 |
| 6274 | 2.5540E-05 | 2.5479E-05 | 3.9686E-05 | 3.9683E-05 | 5.9484E-05 | 5.9434E-05 | 8.6369E-05 | 8.6126E-05 |
| 6374 | 2.5835E-05 | 2.5786E-05 | 4.0144E-05 | 4.0155E-05 | 6.0172E-05 | 6.0137E-05 | 8.7368E-05 | 8.7158E-05 |
| 6474 | 2.6127E-05 | 2.6089E-05 | 4.0598E-05 | 4.0622E-05 | 6.0852E-05 | 6.0832E-05 | 8.8355E-05 | 8.8176E-05 |
| 6574 | 2.6416E-05 | 2.6389E-05 | 4.1047E-05 | 4.1083E-05 | 6.1524E-05 | 6.1519E-05 | 8.9331E-05 | 8.9179E-05 |
| 6674 | 2.6701E-05 | 2.6684E-05 | 4.1490E-05 | 4.1538E-05 | 6.2189E-05 | 6.2198E-05 | 9.0297E-05 | 9.0169E-05 |
| 6774 | 2.6984E-05 | 2.6976E-05 | 4.1929E-05 | 4.1988E-05 | 6.2847E-05 | 6.2869E-05 | 9.1253E-05 | 9.1144E-05 |
| 6874 | 2.7263E-05 | 2.7265E-05 | 4.2364E-05 | 4.2433E-05 | 6.3498E-05 | 6.3531E-05 | 9.2198E-05 | 9.2104E-05 |
| 6974 | 2.7540E-05 | 2.7549E-05 | 4.2794E-05 | 4.2871E-05 | 6.4143E-05 | 6.4185E-05 | 9.3134E-05 | 9.3050E-05 |
| 7074 | 2.7814E-05 | 2.7830E-05 | 4.3220E-05 | 4.3303E-05 | 6.4781E-05 | 6.4829E-05 | 9.4061E-05 | 9.3981E-05 |
| 7174 | 2.8086E-05 | 2.8106E-05 | 4.3642E-05 | 4.3728E-05 | 6.5413E-05 | 6.5465E-05 | 9.4979E-05 | 9.4896E-05 |
| 7274 | 2.8354E-05 | 2.8379E-05 | 4.4059E-05 | 4.4147E-05 | 6.6039E-05 | 6.6091E-05 | 9.5888E-05 | 9.5797E-05 |
| 7374 | 2.8621E-05 | 2.8647E-05 | 4.4473E-05 | 4.4558E-05 | 6.6660E-05 | 6.6707E-05 | 9.6788E-05 | 9.6684E-05 |
| 7474 | 2.8884E-05 | 2.8911E-05 | 4.4883E-05 | 4.4962E-05 | 6.7274E-05 | 6.7314E-05 | 9.7680E-05 | 9.7557E-05 |
| 7574 | 2.9146E-05 | 2.9170E-05 | 4.5289E-05 | 4.5359E-05 | 6.7883E-05 | 6.7912E-05 | 9.8564E-05 | 9.8419E-05 |
| 7674 | 2.9405E-05 | 2.9426E-05 | 4.5692E-05 | 4.5749E-05 | 6.8486E-05 | 6.8501E-05 | 9.9440E-05 | 9.9272E-05 |
| 7774 | 2.9662E-05 | 2.9677E-05 | 4.6091E-05 | 4.6132E-05 | 6.9084E-05 | 6.9082E-05 | 1.0031E-04 | 1.0012E-04 |
| 7874 | 2.9916E-05 | 2.9925E-05 | 4.6486E-05 | 4.6510E-05 | 6.9677E-05 | 6.9658E-05 | 1.0117E-04 | 1.0096E-04 |
| 7974 | 3.0169E-05 | 3.0170E-05 | 4.6879E-05 | 4.6885E-05 | 7.0265E-05 | 7.0228E-05 | 1.0202E-04 | 1.0180E-04 |
| 8074 | 3.0419E-05 | 3.0414E-05 | 4.7268E-05 | 4.7257E-05 | 7.0848E-05 | 7.0796E-05 | 1.0287E-04 | 1.0263E-04 |
| 8174 | 3.0667E-05 | 3.0656E-05 | 4.7653E-05 | 4.7628E-05 | 7.1427E-05 | 7.1360E-05 | 1.0371E-04 | 1.0347E-04 |
| 8274 | 3.0914E-05 | 3.0896E-05 | 4.8036E-05 | 4.7997E-05 | 7.2001E-05 | 7.1923E-05 | 1.0454E-04 | 1.0430E-04 |
| 8374 | 3.1158E-05 | 3.1136E-05 | 4.8416E-05 | 4.8367E-05 | 7.2570E-05 | 7.2484E-05 | 1.0537E-04 | 1.0513E-04 |
| 8474 | 3.1401E-05 | 3.1375E-05 | 4.8793E-05 | 4.8736E-05 | 7.3134E-05 | 7.3043E-05 | 1.0619E-04 | 1.0595E-04 |
| 8574 | 3.1641E-05 | 3.1613E-05 | 4.9167E-05 | 4.9103E-05 | 7.3695E-05 | 7.3599E-05 | 1.0700E-04 | 1.0677E-04 |
| 8674 | 3.1880E-05 | 3.1850E-05 | 4.9538E-05 | 4.9470E-05 | 7.4251E-05 | 7.4153E-05 | 1.0781E-04 | 1.0759E-04 |
| 8774 | 3.2117E-05 | 3.2085E-05 | 4.9906E-05 | 4.9836E-05 | 7.4803E-05 | 7.4704E-05 | 1.0861E-04 | 1.0839E-04 |
| 8874 | 3.2352E-05 | 3.2320E-05 | 5.0272E-05 | 5.0200E-05 | 7.5351E-05 | 7.5252E-05 | 1.0941E-04 | 1.0920E-04 |
| 8974 | 3.2586E-05 | 3.2554E-05 | 5.0635E-05 | 5.0562E-05 | 7.5895E-05 | 7.5797E-05 | 1.1020E-04 | 1.0999E-04 |
| 9074 | 3.2818E-05 | 3.2787E-05 | 5.0995E-05 | 5.0923E-05 | 7.6435E-05 | 7.6340E-05 | 1.1098E-04 | 1.1079E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 9174 | 3.3048E-05 | 3.3018E-05 | 5.1353E-05 | 5.1283E-05 | 7.6972E-05 | 7.6880E-05 | 1.1176E-04 | 1.1158E-04 |
| 9274 | 3.3277E-05 | 3.3249E-05 | 5.1708E-05 | 5.1641E-05 | 7.7504E-05 | 7.7417E-05 | 1.1253E-04 | 1.1236E-04 |
| 9374 | 3.3504E-05 | 3.3479E-05 | 5.2061E-05 | 5.1998E-05 | 7.8034E-05 | 7.7952E-05 | 1.1330E-04 | 1.1314E-04 |
| 9474 | 3.3730E-05 | 3.3708E-05 | 5.2412E-05 | 5.2353E-05 | 7.8559E-05 | 7.8485E-05 | 1.1407E-04 | 1.1392E-04 |
| 9574 | 3.3954E-05 | 3.3936E-05 | 5.2760E-05 | 5.2707E-05 | 7.9081E-05 | 7.9015E-05 | 1.1482E-04 | 1.1469E-04 |
| 9674 | 3.4176E-05 | 3.4163E-05 | 5.3106E-05 | 5.3060E-05 | 7.9600E-05 | 7.9544E-05 | 1.1558E-04 | 1.1546E-04 |
| 9774 | 3.4398E-05 | 3.4389E-05 | 5.3450E-05 | 5.3412E-05 | 8.0115E-05 | 8.0070E-05 | 1.1632E-04 | 1.1623E-04 |
| 9874 | 3.4617E-05 | 3.4615E-05 | 5.3791E-05 | 5.3762E-05 | 8.0627E-05 | 8.0595E-05 | 1.1707E-04 | 1.1699E-04 |
| 9974 | 3.4836E-05 | 3.4839E-05 | 5.4131E-05 | 5.4111E-05 | 8.1135E-05 | 8.1117E-05 | 1.1781E-04 | 1.1775E-04 |
| 10074 | 3.5053E-05 | 3.5062E-05 | 5.4468E-05 | 5.4459E-05 | 8.1641E-05 | 8.1638E-05 | 1.1854E-04 | 1.1851E-04 |
| 10174 | 3.5269E-05 | 3.5285E-05 | 5.4803E-05 | 5.4805E-05 | 8.2143E-05 | 8.2156E-05 | 1.1927E-04 | 1.1927E-04 |
| 10274 | 3.5483E-05 | 3.5506E-05 | 5.5136E-05 | 5.5150E-05 | 8.2643E-05 | 8.2671E-05 | 1.2000E-04 | 1.2002E-04 |
| 10374 | 3.5696E-05 | 3.5725E-05 | 5.5467E-05 | 5.5493E-05 | 8.3139E-05 | 8.3183E-05 | 1.2072E-04 | 1.2077E-04 |
| 10474 | 3.5908E-05 | 3.5943E-05 | 5.5797E-05 | 5.5833E-05 | 8.3632E-05 | 8.3692E-05 | 1.2143E-04 | 1.2151E-04 |
| 10574 | 3.6119E-05 | 3.6158E-05 | 5.6124E-05 | 5.6171E-05 | 8.4123E-05 | 8.4195E-05 | 1.2214E-04 | 1.2224E-04 |
| 10674 | 3.6328E-05 | 3.6370E-05 | 5.6449E-05 | 5.6504E-05 | 8.4611E-05 | 8.4693E-05 | 1.2285E-04 | 1.2297E-04 |
| 10774 | 3.6536E-05 | 3.6579E-05 | 5.6773E-05 | 5.6833E-05 | 8.5096E-05 | 8.5184E-05 | 1.2356E-04 | 1.2369E-04 |
| 10874 | 3.6743E-05 | 3.6785E-05 | 5.7094E-05 | 5.7157E-05 | 8.5578E-05 | 8.5668E-05 | 1.2426E-04 | 1.2439E-04 |
| 10974 | 3.6949E-05 | 3.6988E-05 | 5.7414E-05 | 5.7475E-05 | 8.6057E-05 | 8.6144E-05 | 1.2495E-04 | 1.2509E-04 |
| 11074 | 3.7154E-05 | 3.7187E-05 | 5.7732E-05 | 5.7789E-05 | 8.6534E-05 | 8.6613E-05 | 1.2565E-04 | 1.2577E-04 |
| 11174 | 3.7357E-05 | 3.7384E-05 | 5.8049E-05 | 5.8098E-05 | 8.7008E-05 | 8.7076E-05 | 1.2633E-04 | 1.2644E-04 |
| 11274 | 3.7560E-05 | 3.7579E-05 | 5.8363E-05 | 5.8403E-05 | 8.7480E-05 | 8.7534E-05 | 1.2702E-04 | 1.2711E-04 |
| 11374 | 3.7761E-05 | 3.7772E-05 | 5.8676E-05 | 5.8706E-05 | 8.7949E-05 | 8.7988E-05 | 1.2770E-04 | 1.2777E-04 |
| 11474 | 3.7961E-05 | 3.7965E-05 | 5.8988E-05 | 5.9007E-05 | 8.8415E-05 | 8.8439E-05 | 1.2838E-04 | 1.2842E-04 |
| 11574 | 3.8161E-05 | 3.8157E-05 | 5.9297E-05 | 5.9307E-05 | 8.8879E-05 | 8.8888E-05 | 1.2905E-04 | 1.2907E-04 |
| 11674 | 3.8359E-05 | 3.8348E-05 | 5.9605E-05 | 5.9605E-05 | 8.9341E-05 | 8.9336E-05 | 1.2972E-04 | 1.2972E-04 |
| 11774 | 3.8556E-05 | 3.8539E-05 | 5.9912E-05 | 5.9902E-05 | 8.9800E-05 | 8.9782E-05 | 1.3039E-04 | 1.3037E-04 |
| 11874 | 3.8752E-05 | 3.8729E-05 | 6.0217E-05 | 6.0198E-05 | 9.0257E-05 | 9.0226E-05 | 1.3105E-04 | 1.3101E-04 |
| 11974 | 3.8948E-05 | 3.8918E-05 | 6.0520E-05 | 6.0493E-05 | 9.0712E-05 | 9.0669E-05 | 1.3171E-04 | 1.3166E-04 |
| 12074 | 3.9142E-05 | 3.9107E-05 | 6.0822E-05 | 6.0786E-05 | 9.1165E-05 | 9.1109E-05 | 1.3237E-04 | 1.3230E-04 |
| 12174 | 3.9335E-05 | 3.9295E-05 | 6.1122E-05 | 6.1079E-05 | 9.1615E-05 | 9.1549E-05 | 1.3302E-04 | 1.3293E-04 |
| 12274 | 3.9528E-05 | 3.9482E-05 | 6.1421E-05 | 6.1370E-05 | 9.2063E-05 | 9.1986E-05 | 1.3367E-04 | 1.3357E-04 |
| 12374 | 3.9719E-05 | 3.9669E-05 | 6.1719E-05 | 6.1661E-05 | 9.2509E-05 | 9.2422E-05 | 1.3432E-04 | 1.3420E-04 |
| 12474 | 3.9909E-05 | 3.9855E-05 | 6.2015E-05 | 6.1950E-05 | 9.2952E-05 | 9.2857E-05 | 1.3496E-04 | 1.3483E-04 |
| 12574 | 4.0099E-05 | 4.0041E-05 | 6.2309E-05 | 6.2239E-05 | 9.3394E-05 | 9.3290E-05 | 1.3561E-04 | 1.3546E-04 |
| 12674 | 4.0288E-05 | 4.0226E-05 | 6.2602E-05 | 6.2527E-05 | 9.3833E-05 | 9.3722E-05 | 1.3624E-04 | 1.3608E-04 |
| 12774 | 4.0476E-05 | 4.0411E-05 | 6.2894E-05 | 6.2814E-05 | 9.4271E-05 | 9.4154E-05 | 1.3688E-04 | 1.3671E-04 |
| 12874 | 4.0662E-05 | 4.0596E-05 | 6.3185E-05 | 6.3101E-05 | 9.4706E-05 | 9.4585E-05 | 1.3751E-04 | 1.3733E-04 |
| 12974 | 4.0849E-05 | 4.0780E-05 | 6.3474E-05 | 6.3388E-05 | 9.5140E-05 | 9.5015E-05 | 1.3814E-04 | 1.3796E-04 |
| 13074 | 4.1034E-05 | 4.0965E-05 | 6.3762E-05 | 6.3675E-05 | 9.5571E-05 | 9.5446E-05 | 1.3877E-04 | 1.3858E-04 |
| 13174 | 4.1218E-05 | 4.1150E-05 | 6.4048E-05 | 6.3962E-05 | 9.6001E-05 | 9.5876E-05 | 1.3939E-04 | 1.3921E-04 |
| 13274 | 4.1402E-05 | 4.1336E-05 | 6.4334E-05 | 6.4249E-05 | 9.6428E-05 | 9.6308E-05 | 1.4001E-04 | 1.3983E-04 |
| 13374 | 4.1585E-05 | 4.1522E-05 | 6.4618E-05 | 6.4538E-05 | 9.6854E-05 | 9.6740E-05 | 1.4063E-04 | 1.4046E-04 |
| 13474 | 4.1767E-05 | 4.1709E-05 | 6.4900E-05 | 6.4827E-05 | 9.7278E-05 | 9.7174E-05 | 1.4125E-04 | 1.4109E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 13574 | 4.1948E-05 | 4.1897E-05 | 6.5182E-05 | 6.5118E-05 | 9.7700E-05 | 9.7609E-05 | 1.4186E-04 | 1.4172E-04 |
| 13674 | 4.2128E-05 | 4.2086E-05 | 6.5462E-05 | 6.5409E-05 | 9.8120E-05 | 9.8046E-05 | 1.4247E-04 | 1.4235E-04 |
| 13774 | 4.2308E-05 | 4.2275E-05 | 6.5742E-05 | 6.5701E-05 | 9.8539E-05 | 9.8483E-05 | 1.4308E-04 | 1.4299E-04 |
| 13874 | 4.2487E-05 | 4.2464E-05 | 6.6020E-05 | 6.5993E-05 | 9.8955E-05 | 9.8920E-05 | 1.4368E-04 | 1.4362E-04 |
| 13974 | 4.2665E-05 | 4.2653E-05 | 6.6296E-05 | 6.6284E-05 | 9.9370E-05 | 9.9355E-05 | 1.4428E-04 | 1.4425E-04 |
| 14074 | 4.2842E-05 | 4.2840E-05 | 6.6572E-05 | 6.6573E-05 | 9.9783E-05 | 9.9786E-05 | 1.4488E-04 | 1.4488E-04 |
| 14174 | 4.3019E-05 | 4.3026E-05 | 6.6847E-05 | 6.6858E-05 | 1.0019E-04 | 1.0021E-04 | 1.4548E-04 | 1.4550E-04 |
| 14274 | 4.3195E-05 | 4.3208E-05 | 6.7120E-05 | 6.7140E-05 | 1.0060E-04 | 1.0064E-04 | 1.4608E-04 | 1.4611E-04 |
| 14374 | 4.3370E-05 | 4.3389E-05 | 6.7392E-05 | 6.7419E-05 | 1.0101E-04 | 1.0105E-04 | 1.4667E-04 | 1.4672E-04 |
| 14474 | 4.3545E-05 | 4.3567E-05 | 6.7663E-05 | 6.7694E-05 | 1.0142E-04 | 1.0146E-04 | 1.4726E-04 | 1.4732E-04 |
| 14574 | 4.3719E-05 | 4.3743E-05 | 6.7934E-05 | 6.7967E-05 | 1.0182E-04 | 1.0187E-04 | 1.4785E-04 | 1.4791E-04 |
| 14674 | 4.3892E-05 | 4.3917E-05 | 6.8203E-05 | 6.8237E-05 | 1.0223E-04 | 1.0228E-04 | 1.4843E-04 | 1.4850E-04 |
| 14774 | 4.4064E-05 | 4.4090E-05 | 6.8471E-05 | 6.8505E-05 | 1.0263E-04 | 1.0268E-04 | 1.4901E-04 | 1.4908E-04 |
| 14874 | 4.4236E-05 | 4.4262E-05 | 6.8737E-05 | 6.8772E-05 | 1.0303E-04 | 1.0308E-04 | 1.4960E-04 | 1.4966E-04 |
| 14974 | 4.4407E-05 | 4.4432E-05 | 6.9003E-05 | 6.9036E-05 | 1.0343E-04 | 1.0347E-04 | 1.5017E-04 | 1.5024E-04 |
| 15074 | 4.4578E-05 | 4.4602E-05 | 6.9268E-05 | 6.9299E-05 | 1.0382E-04 | 1.0387E-04 | 1.5075E-04 | 1.5081E-04 |
| 15174 | 4.4747E-05 | 4.4770E-05 | 6.9532E-05 | 6.9560E-05 | 1.0422E-04 | 1.0426E-04 | 1.5133E-04 | 1.5138E-04 |
| 15274 | 4.4917E-05 | 4.4937E-05 | 6.9795E-05 | 6.9820E-05 | 1.0461E-04 | 1.0465E-04 | 1.5190E-04 | 1.5195E-04 |
| 15374 | 4.5085E-05 | 4.5104E-05 | 7.0057E-05 | 7.0079E-05 | 1.0501E-04 | 1.0504E-04 | 1.5247E-04 | 1.5251E-04 |
| 15474 | 4.5253E-05 | 4.5269E-05 | 7.0318E-05 | 7.0336E-05 | 1.0540E-04 | 1.0542E-04 | 1.5304E-04 | 1.5307E-04 |
| 15574 | 4.5420E-05 | 4.5434E-05 | 7.0578E-05 | 7.0592E-05 | 1.0579E-04 | 1.0581E-04 | 1.5360E-04 | 1.5363E-04 |
| 15674 | 4.5587E-05 | 4.5598E-05 | 7.0837E-05 | 7.0847E-05 | 1.0618E-04 | 1.0619E-04 | 1.5416E-04 | 1.5418E-04 |
| 15774 | 4.5753E-05 | 4.5761E-05 | 7.1095E-05 | 7.1101E-05 | 1.0656E-04 | 1.0657E-04 | 1.5473E-04 | 1.5473E-04 |
| 15874 | 4.5919E-05 | 4.5924E-05 | 7.1352E-05 | 7.1354E-05 | 1.0695E-04 | 1.0695E-04 | 1.5529E-04 | 1.5528E-04 |
| 15974 | 4.6083E-05 | 4.6086E-05 | 7.1608E-05 | 7.1606E-05 | 1.0733E-04 | 1.0733E-04 | 1.5584E-04 | 1.5583E-04 |
| 16074 | 4.6248E-05 | 4.6248E-05 | 7.1864E-05 | 7.1858E-05 | 1.0771E-04 | 1.0770E-04 | 1.5640E-04 | 1.5638E-04 |
| 16174 | 4.6411E-05 | 4.6410E-05 | 7.2118E-05 | 7.2109E-05 | 1.0810E-04 | 1.0808E-04 | 1.5695E-04 | 1.5693E-04 |
| 16274 | 4.6575E-05 | 4.6571E-05 | 7.2371E-05 | 7.2360E-05 | 1.0848E-04 | 1.0846E-04 | 1.5750E-04 | 1.5747E-04 |
| 16374 | 4.6737E-05 | 4.6732E-05 | 7.2624E-05 | 7.2610E-05 | 1.0885E-04 | 1.0883E-04 | 1.5805E-04 | 1.5802E-04 |
| 16474 | 4.6899E-05 | 4.6892E-05 | 7.2876E-05 | 7.2860E-05 | 1.0923E-04 | 1.0921E-04 | 1.5860E-04 | 1.5856E-04 |
| 16574 | 4.7061E-05 | 4.7053E-05 | 7.3127E-05 | 7.3110E-05 | 1.0961E-04 | 1.0958E-04 | 1.5915E-04 | 1.5911E-04 |
| 16674 | 4.7221E-05 | 4.7213E-05 | 7.3377E-05 | 7.3359E-05 | 1.0998E-04 | 1.0996E-04 | 1.5969E-04 | 1.5965E-04 |
| 16774 | 4.7382E-05 | 4.7373E-05 | 7.3626E-05 | 7.3608E-05 | 1.1036E-04 | 1.1033E-04 | 1.6023E-04 | 1.6019E-04 |
| 16874 | 4.7542E-05 | 4.7533E-05 | 7.3874E-05 | 7.3857E-05 | 1.1073E-04 | 1.1070E-04 | 1.6077E-04 | 1.6073E-04 |
| 16974 | 4.7701E-05 | 4.7692E-05 | 7.4122E-05 | 7.4105E-05 | 1.1110E-04 | 1.1107E-04 | 1.6131E-04 | 1.6128E-04 |
| 17074 | 4.7860E-05 | 4.7851E-05 | 7.4368E-05 | 7.4352E-05 | 1.1147E-04 | 1.1144E-04 | 1.6185E-04 | 1.6181E-04 |
| 17174 | 4.8018E-05 | 4.8010E-05 | 7.4614E-05 | 7.4600E-05 | 1.1184E-04 | 1.1181E-04 | 1.6239E-04 | 1.6235E-04 |
| 17274 | 4.8176E-05 | 4.8169E-05 | 7.4859E-05 | 7.4846E-05 | 1.1220E-04 | 1.1218E-04 | 1.6292E-04 | 1.6289E-04 |
| 17374 | 4.8333E-05 | 4.8327E-05 | 7.5103E-05 | 7.5093E-05 | 1.1257E-04 | 1.1255E-04 | 1.6345E-04 | 1.6343E-04 |
| 17474 | 4.8489E-05 | 4.8485E-05 | 7.5347E-05 | 7.5338E-05 | 1.1294E-04 | 1.1292E-04 | 1.6398E-04 | 1.6396E-04 |
| 17574 | 4.8646E-05 | 4.8643E-05 | 7.5589E-05 | 7.5584E-05 | 1.1330E-04 | 1.1329E-04 | 1.6451E-04 | 1.6449E-04 |
| 17674 | 4.8801E-05 | 4.8800E-05 | 7.5831E-05 | 7.5828E-05 | 1.1366E-04 | 1.1365E-04 | 1.6503E-04 | 1.6503E-04 |
| 17774 | 4.8956E-05 | 4.8957E-05 | 7.6072E-05 | 7.6071E-05 | 1.1402E-04 | 1.1402E-04 | 1.6556E-04 | 1.6556E-04 |
| 17874 | 4.9111E-05 | 4.9112E-05 | 7.6313E-05 | 7.6314E-05 | 1.1438E-04 | 1.1438E-04 | 1.6608E-04 | 1.6608E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 17974 | 4.9265E-05 | 4.9268E-05 | 7.6552E-05 | 7.6555E-05 | 1.1474E-04 | 1.1475E-04 | 1.6660E-04 | 1.6661E-04 |
| 18074 | 4.9419E-05 | 4.9422E-05 | 7.6791E-05 | 7.6796E-05 | 1.1510E-04 | 1.1511E-04 | 1.6712E-04 | 1.6713E-04 |
| 18174 | 4.9572E-05 | 4.9576E-05 | 7.7029E-05 | 7.7034E-05 | 1.1546E-04 | 1.1546E-04 | 1.6764E-04 | 1.6765E-04 |
| 18274 | 4.9725E-05 | 4.9728E-05 | 7.7267E-05 | 7.7272E-05 | 1.1581E-04 | 1.1582E-04 | 1.6816E-04 | 1.6817E-04 |
| 18374 | 4.9877E-05 | 4.9881E-05 | 7.7503E-05 | 7.7509E-05 | 1.1617E-04 | 1.1617E-04 | 1.6867E-04 | 1.6868E-04 |
| 18474 | 5.0029E-05 | 5.0032E-05 | 7.7739E-05 | 7.7744E-05 | 1.1652E-04 | 1.1653E-04 | 1.6919E-04 | 1.6920E-04 |
| 18574 | 5.0180E-05 | 5.0183E-05 | 7.7975E-05 | 7.7979E-05 | 1.1687E-04 | 1.1688E-04 | 1.6970E-04 | 1.6971E-04 |
| 18674 | 5.0331E-05 | 5.0333E-05 | 7.8209E-05 | 7.8212E-05 | 1.1723E-04 | 1.1723E-04 | 1.7021E-04 | 1.7022E-04 |
| 18774 | 5.0482E-05 | 5.0483E-05 | 7.8443E-05 | 7.8446E-05 | 1.1758E-04 | 1.1758E-04 | 1.7072E-04 | 1.7072E-04 |
| 18874 | 5.0632E-05 | 5.0633E-05 | 7.8676E-05 | 7.8678E-05 | 1.1793E-04 | 1.1793E-04 | 1.7123E-04 | 1.7123E-04 |
| 18974 | 5.0781E-05 | 5.0782E-05 | 7.8908E-05 | 7.8909E-05 | 1.1827E-04 | 1.1827E-04 | 1.7173E-04 | 1.7173E-04 |
| 19074 | 5.0931E-05 | 5.0931E-05 | 7.9140E-05 | 7.9140E-05 | 1.1862E-04 | 1.1862E-04 | 1.7224E-04 | 1.7223E-04 |
| 19174 | 5.1079E-05 | 5.1079E-05 | 7.9371E-05 | 7.9371E-05 | 1.1897E-04 | 1.1897E-04 | 1.7274E-04 | 1.7274E-04 |
| 19274 | 5.1228E-05 | 5.1226E-05 | 7.9602E-05 | 7.9600E-05 | 1.1931E-04 | 1.1931E-04 | 1.7324E-04 | 1.7324E-04 |
| 19374 | 5.1375E-05 | 5.1374E-05 | 7.9831E-05 | 7.9829E-05 | 1.1966E-04 | 1.1965E-04 | 1.7374E-04 | 1.7373E-04 |
| 19474 | 5.1523E-05 | 5.1521E-05 | 8.0060E-05 | 8.0057E-05 | 1.2000E-04 | 1.1999E-04 | 1.7424E-04 | 1.7423E-04 |
| 19574 | 5.1670E-05 | 5.1667E-05 | 8.0289E-05 | 8.0285E-05 | 1.2034E-04 | 1.2034E-04 | 1.7474E-04 | 1.7472E-04 |
| 19674 | 5.1816E-05 | 5.1813E-05 | 8.0517E-05 | 8.0512E-05 | 1.2068E-04 | 1.2068E-04 | 1.7523E-04 | 1.7522E-04 |
| 19774 | 5.1963E-05 | 5.1959E-05 | 8.0744E-05 | 8.0738E-05 | 1.2103E-04 | 1.2102E-04 | 1.7573E-04 | 1.7571E-04 |
| 19874 | 5.2108E-05 | 5.2105E-05 | 8.0970E-05 | 8.0964E-05 | 1.2136E-04 | 1.2136E-04 | 1.7622E-04 | 1.7620E-04 |
| 19974 | 5.2254E-05 | 5.2250E-05 | 8.1196E-05 | 8.1190E-05 | 1.2170E-04 | 1.2169E-04 | 1.7671E-04 | 1.7670E-04 |
| 20074 | 5.2399E-05 | 5.2395E-05 | 8.1421E-05 | 8.1415E-05 | 1.2204E-04 | 1.2203E-04 | 1.7720E-04 | 1.7719E-04 |
| 20174 | 5.2543E-05 | 5.2540E-05 | 8.1646E-05 | 8.1640E-05 | 1.2238E-04 | 1.2237E-04 | 1.7769E-04 | 1.7768E-04 |
| 20274 | 5.2687E-05 | 5.2684E-05 | 8.1870E-05 | 8.1865E-05 | 1.2271E-04 | 1.2271E-04 | 1.7818E-04 | 1.7817E-04 |
| 20374 | 5.2831E-05 | 5.2829E-05 | 8.2093E-05 | 8.2090E-05 | 1.2305E-04 | 1.2304E-04 | 1.7866E-04 | 1.7865E-04 |
| 20474 | 5.2974E-05 | 5.2973E-05 | 8.2316E-05 | 8.2314E-05 | 1.2338E-04 | 1.2338E-04 | 1.7915E-04 | 1.7914E-04 |
| 20574 | 5.3117E-05 | 5.3117E-05 | 8.2538E-05 | 8.2537E-05 | 1.2371E-04 | 1.2371E-04 | 1.7963E-04 | 1.7963E-04 |
| 20674 | 5.3260E-05 | 5.3260E-05 | 8.2760E-05 | 8.2760E-05 | 1.2405E-04 | 1.2405E-04 | 1.8011E-04 | 1.8011E-04 |
| 20774 | 5.3402E-05 | 5.3403E-05 | 8.2981E-05 | 8.2982E-05 | 1.2438E-04 | 1.2438E-04 | 1.8059E-04 | 1.8060E-04 |
| 20874 | 5.3544E-05 | 5.3545E-05 | 8.3201E-05 | 8.3203E-05 | 1.2471E-04 | 1.2471E-04 | 1.8107E-04 | 1.8108E-04 |
| 20974 | 5.3686E-05 | 5.3687E-05 | 8.3421E-05 | 8.3423E-05 | 1.2504E-04 | 1.2504E-04 | 1.8155E-04 | 1.8156E-04 |
| 21074 | 5.3827E-05 | 5.3828E-05 | 8.3640E-05 | 8.3643E-05 | 1.2537E-04 | 1.2537E-04 | 1.8203E-04 | 1.8203E-04 |
| 21174 | 5.3967E-05 | 5.3969E-05 | 8.3859E-05 | 8.3862E-05 | 1.2569E-04 | 1.2570E-04 | 1.8251E-04 | 1.8251E-04 |
| 21274 | 5.4108E-05 | 5.4109E-05 | 8.4077E-05 | 8.4080E-05 | 1.2602E-04 | 1.2603E-04 | 1.8298E-04 | 1.8299E-04 |
| 21374 | 5.4248E-05 | 5.4249E-05 | 8.4295E-05 | 8.4297E-05 | 1.2635E-04 | 1.2635E-04 | 1.8345E-04 | 1.8346E-04 |
| 21474 | 5.4387E-05 | 5.4389E-05 | 8.4512E-05 | 8.4514E-05 | 1.2667E-04 | 1.2668E-04 | 1.8393E-04 | 1.8393E-04 |
| 21574 | 5.4527E-05 | 5.4528E-05 | 8.4728E-05 | 8.4730E-05 | 1.2700E-04 | 1.2700E-04 | 1.8440E-04 | 1.8440E-04 |
| 21674 | 5.4666E-05 | 5.4667E-05 | 8.4944E-05 | 8.4946E-05 | 1.2732E-04 | 1.2732E-04 | 1.8487E-04 | 1.8487E-04 |
| 21774 | 5.4804E-05 | 5.4805E-05 | 8.5159E-05 | 8.5160E-05 | 1.2764E-04 | 1.2765E-04 | 1.8533E-04 | 1.8534E-04 |
| 21874 | 5.4942E-05 | 5.4943E-05 | 8.5374E-05 | 8.5375E-05 | 1.2797E-04 | 1.2797E-04 | 1.8580E-04 | 1.8580E-04 |
| 21974 | 5.5080E-05 | 5.5080E-05 | 8.5588E-05 | 8.5588E-05 | 1.2829E-04 | 1.2829E-04 | 1.8627E-04 | 1.8627E-04 |
| 22074 | 5.5218E-05 | 5.5218E-05 | 8.5802E-05 | 8.5802E-05 | 1.2861E-04 | 1.2861E-04 | 1.8673E-04 | 1.8673E-04 |
| 22174 | 5.5355E-05 | 5.5355E-05 | 8.6015E-05 | 8.6015E-05 | 1.2893E-04 | 1.2893E-04 | 1.8720E-04 | 1.8720E-04 |
| 22274 | 5.5492E-05 | 5.5491E-05 | 8.6228E-05 | 8.6227E-05 | 1.2924E-04 | 1.2924E-04 | 1.8766E-04 | 1.8766E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 22374 | 5.5628E-05 | 5.5628E-05 | 8.6440E-05 | 8.6439E-05 | 1.2956E-04 | 1.2956E-04 | 1.8812E-04 | 1.8812E-04 |
| 22474 | 5.5764E-05 | 5.5764E-05 | 8.6651E-05 | 8.6650E-05 | 1.2988E-04 | 1.2988E-04 | 1.8858E-04 | 1.8858E-04 |
| 22574 | 5.5900E-05 | 5.5899E-05 | 8.6863E-05 | 8.6861E-05 | 1.3020E-04 | 1.3019E-04 | 1.8904E-04 | 1.8904E-04 |
| 22674 | 5.6036E-05 | 5.6035E-05 | 8.7073E-05 | 8.7072E-05 | 1.3051E-04 | 1.3051E-04 | 1.8950E-04 | 1.8950E-04 |
| 22774 | 5.6171E-05 | 5.6170E-05 | 8.7283E-05 | 8.7281E-05 | 1.3083E-04 | 1.3082E-04 | 1.8996E-04 | 1.8995E-04 |
| 22874 | 5.6306E-05 | 5.6305E-05 | 8.7493E-05 | 8.7491E-05 | 1.3114E-04 | 1.3114E-04 | 1.9041E-04 | 1.9041E-04 |
| 22974 | 5.6440E-05 | 5.6439E-05 | 8.7702E-05 | 8.7700E-05 | 1.3145E-04 | 1.3145E-04 | 1.9087E-04 | 1.9086E-04 |
| 23074 | 5.6575E-05 | 5.6573E-05 | 8.7910E-05 | 8.7908E-05 | 1.3177E-04 | 1.3176E-04 | 1.9132E-04 | 1.9132E-04 |
| 23174 | 5.6709E-05 | 5.6707E-05 | 8.8118E-05 | 8.8116E-05 | 1.3208E-04 | 1.3208E-04 | 1.9178E-04 | 1.9177E-04 |
| 23274 | 5.6842E-05 | 5.6841E-05 | 8.8326E-05 | 8.8324E-05 | 1.3239E-04 | 1.3239E-04 | 1.9223E-04 | 1.9222E-04 |
| 23374 | 5.6975E-05 | 5.6974E-05 | 8.8533E-05 | 8.8531E-05 | 1.3270E-04 | 1.3270E-04 | 1.9268E-04 | 1.9267E-04 |
| 23474 | 5.7108E-05 | 5.7107E-05 | 8.8740E-05 | 8.8738E-05 | 1.3301E-04 | 1.3301E-04 | 1.9313E-04 | 1.9312E-04 |
| 23574 | 5.7241E-05 | 5.7240E-05 | 8.8946E-05 | 8.8944E-05 | 1.3332E-04 | 1.3332E-04 | 1.9358E-04 | 1.9357E-04 |
| 23674 | 5.7373E-05 | 5.7372E-05 | 8.9152E-05 | 8.9150E-05 | 1.3363E-04 | 1.3362E-04 | 1.9402E-04 | 1.9402E-04 |
| 23774 | 5.7505E-05 | 5.7505E-05 | 8.9357E-05 | 8.9355E-05 | 1.3393E-04 | 1.3393E-04 | 1.9447E-04 | 1.9447E-04 |
| 23874 | 5.7637E-05 | 5.7636E-05 | 8.9561E-05 | 8.9560E-05 | 1.3424E-04 | 1.3424E-04 | 1.9492E-04 | 1.9491E-04 |
| 23974 | 5.7769E-05 | 5.7768E-05 | 8.9766E-05 | 8.9765E-05 | 1.3455E-04 | 1.3455E-04 | 1.9536E-04 | 1.9536E-04 |
| 24074 | 5.7900E-05 | 5.7899E-05 | 8.9969E-05 | 8.9969E-05 | 1.3485E-04 | 1.3485E-04 | 1.9580E-04 | 1.9580E-04 |
| 24174 | 5.8031E-05 | 5.8031E-05 | 9.0173E-05 | 9.0172E-05 | 1.3516E-04 | 1.3516E-04 | 1.9625E-04 | 1.9625E-04 |
| 24274 | 5.8161E-05 | 5.8161E-05 | 9.0376E-05 | 9.0376E-05 | 1.3546E-04 | 1.3546E-04 | 1.9669E-04 | 1.9669E-04 |
| 24374 | 5.8291E-05 | 5.8292E-05 | 9.0578E-05 | 9.0578E-05 | 1.3577E-04 | 1.3577E-04 | 1.9713E-04 | 1.9713E-04 |
| 24474 | 5.8421E-05 | 5.8422E-05 | 9.0780E-05 | 9.0781E-05 | 1.3607E-04 | 1.3607E-04 | 1.9757E-04 | 1.9757E-04 |
| 24574 | 5.8551E-05 | 5.8552E-05 | 9.0981E-05 | 9.0983E-05 | 1.3637E-04 | 1.3637E-04 | 1.9801E-04 | 1.9801E-04 |
| 24674 | 5.8680E-05 | 5.8682E-05 | 9.1183E-05 | 9.1184E-05 | 1.3667E-04 | 1.3667E-04 | 1.9844E-04 | 1.9845E-04 |
| 24774 | 5.8810E-05 | 5.8811E-05 | 9.1383E-05 | 9.1385E-05 | 1.3697E-04 | 1.3698E-04 | 1.9888E-04 | 1.9888E-04 |
| 24874 | 5.8938E-05 | 5.8940E-05 | 9.1583E-05 | 9.1586E-05 | 1.3727E-04 | 1.3728E-04 | 1.9932E-04 | 1.9932E-04 |
| 24974 | 5.9067E-05 | 5.9069E-05 | 9.1783E-05 | 9.1785E-05 | 1.3757E-04 | 1.3758E-04 | 1.9975E-04 | 1.9976E-04 |
| 25074 | 5.9195E-05 | 5.9197E-05 | 9.1982E-05 | 9.1985E-05 | 1.3787E-04 | 1.3787E-04 | 2.0018E-04 | 2.0019E-04 |
| 25174 | 5.9323E-05 | 5.9325E-05 | 9.2181E-05 | 9.2184E-05 | 1.3817E-04 | 1.3817E-04 | 2.0062E-04 | 2.0062E-04 |
| 25274 | 5.9451E-05 | 5.9453E-05 | 9.2380E-05 | 9.2382E-05 | 1.3847E-04 | 1.3847E-04 | 2.0105E-04 | 2.0105E-04 |
| 25374 | 5.9578E-05 | 5.9580E-05 | 9.2578E-05 | 9.2580E-05 | 1.3876E-04 | 1.3877E-04 | 2.0148E-04 | 2.0149E-04 |
| 25474 | 5.9706E-05 | 5.9707E-05 | 9.2775E-05 | 9.2778E-05 | 1.3906E-04 | 1.3906E-04 | 2.0191E-04 | 2.0191E-04 |
| 25574 | 5.9832E-05 | 5.9834E-05 | 9.2973E-05 | 9.2974E-05 | 1.3935E-04 | 1.3936E-04 | 2.0234E-04 | 2.0234E-04 |
| 25674 | 5.9959E-05 | 5.9960E-05 | 9.3169E-05 | 9.3170E-05 | 1.3965E-04 | 1.3965E-04 | 2.0277E-04 | 2.0277E-04 |
| 25774 | 6.0085E-05 | 6.0086E-05 | 9.3366E-05 | 9.3366E-05 | 1.3994E-04 | 1.3994E-04 | 2.0320E-04 | 2.0320E-04 |
| 25874 | 6.0212E-05 | 6.0211E-05 | 9.3562E-05 | 9.3561E-05 | 1.4024E-04 | 1.4024E-04 | 2.0362E-04 | 2.0362E-04 |
| 25974 | 6.0337E-05 | 6.0336E-05 | 9.3757E-05 | 9.3755E-05 | 1.4053E-04 | 1.4053E-04 | 2.0405E-04 | 2.0404E-04 |
| 26074 | 6.0463E-05 | 6.0461E-05 | 9.3952E-05 | 9.3949E-05 | 1.4082E-04 | 1.4082E-04 | 2.0447E-04 | 2.0446E-04 |
| 26174 | 6.0588E-05 | 6.0585E-05 | 9.4147E-05 | 9.4141E-05 | 1.4111E-04 | 1.4111E-04 | 2.0490E-04 | 2.0488E-04 |
| 26274 | 6.0713E-05 | 6.0708E-05 | 9.4341E-05 | 9.4333E-05 | 1.4141E-04 | 1.4139E-04 | 2.0532E-04 | 2.0530E-04 |
| 26374 | 6.0838E-05 | 6.0831E-05 | 9.4535E-05 | 9.4524E-05 | 1.4170E-04 | 1.4168E-04 | 2.0574E-04 | 2.0572E-04 |
| 26474 | 6.0963E-05 | 6.0953E-05 | 9.4729E-05 | 9.4714E-05 | 1.4199E-04 | 1.4196E-04 | 2.0616E-04 | 2.0613E-04 |
| 26574 | 6.1087E-05 | 6.1075E-05 | 9.4922E-05 | 9.4903E-05 | 1.4228E-04 | 1.4225E-04 | 2.0658E-04 | 2.0654E-04 |
| 26674 | 6.1211E-05 | 6.1195E-05 | 9.5115E-05 | 9.5090E-05 | 1.4257E-04 | 1.4253E-04 | 2.0700E-04 | 2.0695E-04 |



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 26774 | 6.1335E-05 | 6.1315E-05 | 9.5307E-05 | 9.5276E-05 | 1.4285E-04 | 1.4281E-04 | 2.0742E-04 | 2.0735E-04 |
| 26874 | 6.1458E-05 | 6.1434E-05 | 9.5499E-05 | 9.5461E-05 | 1.4314E-04 | 1.4308E-04 | 2.0784E-04 | 2.0776E-04 |
| 26974 | 6.1582E-05 | 6.1552E-05 | 9.5690E-05 | 9.5644E-05 | 1.4343E-04 | 1.4336E-04 | 2.0825E-04 | 2.0815E-04 |
| 27074 | 6.1705E-05 | 6.1669E-05 | 9.5882E-05 | 9.5826E-05 | 1.4372E-04 | 1.4363E-04 | 2.0867E-04 | 2.0855E-04 |
| 27174 | 6.1827E-05 | 6.1784E-05 | 9.6072E-05 | 9.6005E-05 | 1.4400E-04 | 1.4390E-04 | 2.0909E-04 | 2.0894E-04 |
| 27274 | 6.1950E-05 | 6.1898E-05 | 9.6263E-05 | 9.6182E-05 | 1.4429E-04 | 1.4416E-04 | 2.0950E-04 | 2.0932E-04 |
| 27374 | 6.2072E-05 | 6.2010E-05 | 9.6453E-05 | 9.6357E-05 | 1.4457E-04 | 1.4443E-04 | 2.0991E-04 | 2.0970E-04 |
| 27474 | 6.2194E-05 | 6.2121E-05 | 9.6643E-05 | 9.6529E-05 | 1.4486E-04 | 1.4468E-04 | 2.1033E-04 | 2.1008E-04 |
| 27574 | 6.2316E-05 | 6.2230E-05 | 9.6832E-05 | 9.6697E-05 | 1.4514E-04 | 1.4494E-04 | 2.1074E-04 | 2.1045E-04 |
| 27674 | 6.2438E-05 | 6.2336E-05 | 9.7021E-05 | 9.6863E-05 | 1.4542E-04 | 1.4519E-04 | 2.1115E-04 | 2.1081E-04 |
| 27774 | 6.2559E-05 | 6.2440E-05 | 9.7209E-05 | 9.7024E-05 | 1.4571E-04 | 1.4543E-04 | 2.1156E-04 | 2.1116E-04 |
| 27874 | 6.2680E-05 | 6.2541E-05 | 9.7398E-05 | 9.7182E-05 | 1.4599E-04 | 1.4566E-04 | 2.1197E-04 | 2.1150E-04 |
| 27974 | 6.2801E-05 | 6.2640E-05 | 9.7586E-05 | 9.7335E-05 | 1.4627E-04 | 1.4589E-04 | 2.1238E-04 | 2.1183E-04 |
| 28074 | 6.2922E-05 | 6.2735E-05 | 9.7773E-05 | 9.7482E-05 | 1.4655E-04 | 1.4611E-04 | 2.1279E-04 | 2.1215E-04 |
| 28174 | 6.3042E-05 | 6.2826E-05 | 9.7960E-05 | 9.7625E-05 | 1.4683E-04 | 1.4633E-04 | 2.1319E-04 | 2.1246E-04 |
| 28274 | 6.3162E-05 | 6.2914E-05 | 9.8147E-05 | 9.7760E-05 | 1.4711E-04 | 1.4653E-04 | 2.1360E-04 | 2.1276E-04 |
| 28374 | 6.3282E-05 | 6.2997E-05 | 9.8333E-05 | 9.7889E-05 | 1.4739E-04 | 1.4672E-04 | 2.1401E-04 | 2.1304E-04 |
| 28474 | 6.3402E-05 | 6.3075E-05 | 9.8519E-05 | 9.8010E-05 | 1.4767E-04 | 1.4691E-04 | 2.1441E-04 | 2.1330E-04 |
| 28574 | 6.3522E-05 | 6.3147E-05 | 9.8705E-05 | 9.8123E-05 | 1.4795E-04 | 1.4708E-04 | 2.1482E-04 | 2.1355E-04 |
| 28674 | 6.3641E-05 | 6.3214E-05 | 9.8890E-05 | 9.8227E-05 | 1.4822E-04 | 1.4723E-04 | 2.1522E-04 | 2.1377E-04 |
| 28774 | 6.3760E-05 | 6.3274E-05 | 9.9075E-05 | 9.8321E-05 | 1.4850E-04 | 1.4737E-04 | 2.1562E-04 | 2.1398E-04 |
| 28874 | 6.3879E-05 | 6.3327E-05 | 9.9260E-05 | 9.8403E-05 | 1.4878E-04 | 1.4749E-04 | 2.1602E-04 | 2.1416E-04 |

En la Figura A.1 se muestran las estimaciones para cada una de las capas generadas experimentalmente a temperaturas de 1123, 1173, 1223 y 1273 K respectivamente. De igual manera en la Figura A.2 se muestran los errores de estimación de cada una de las estimaciones generadas.

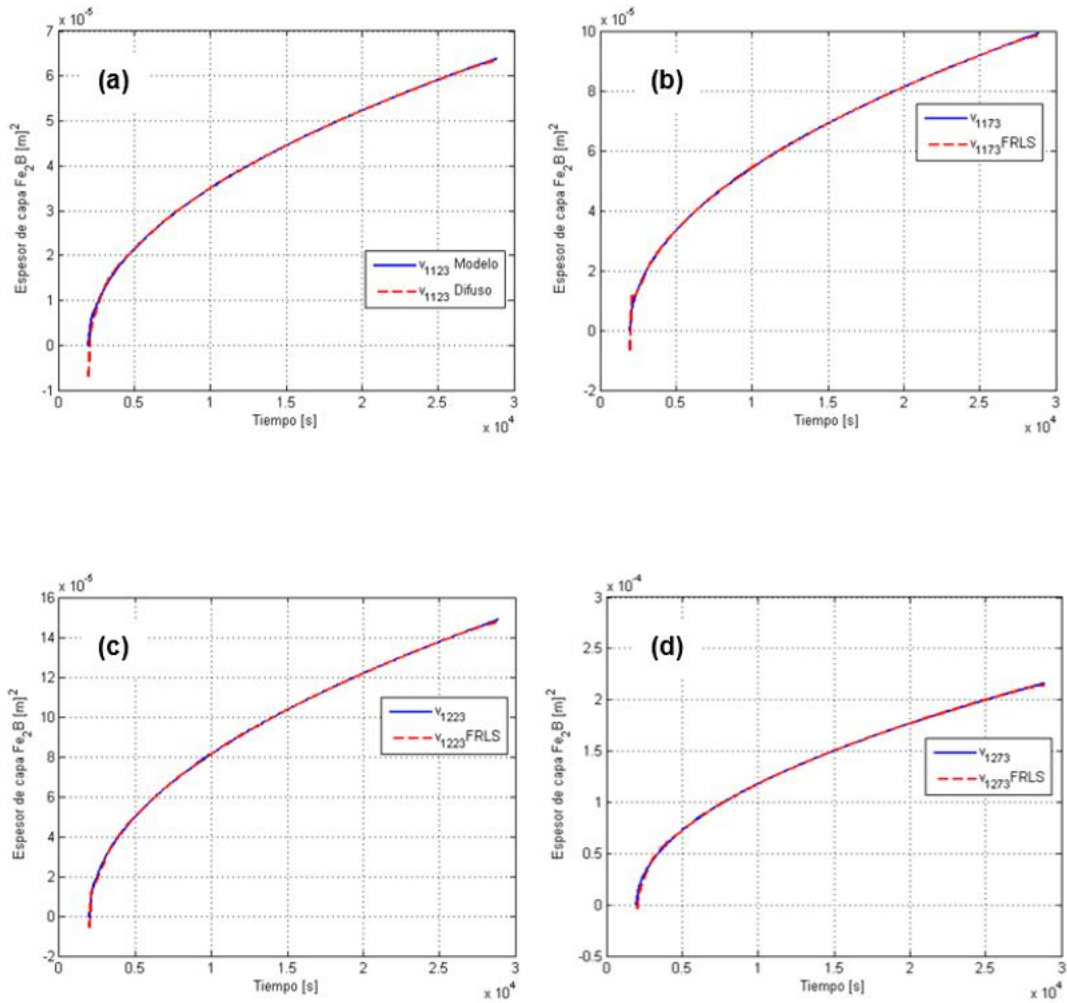


Figura A.1. Respuesta de estimación del sistema difuso a diferentes temperaturas de tratamiento donde (a) 1123 K, (b) 1173 K, (c) 1223 K y (d) 1273 K.

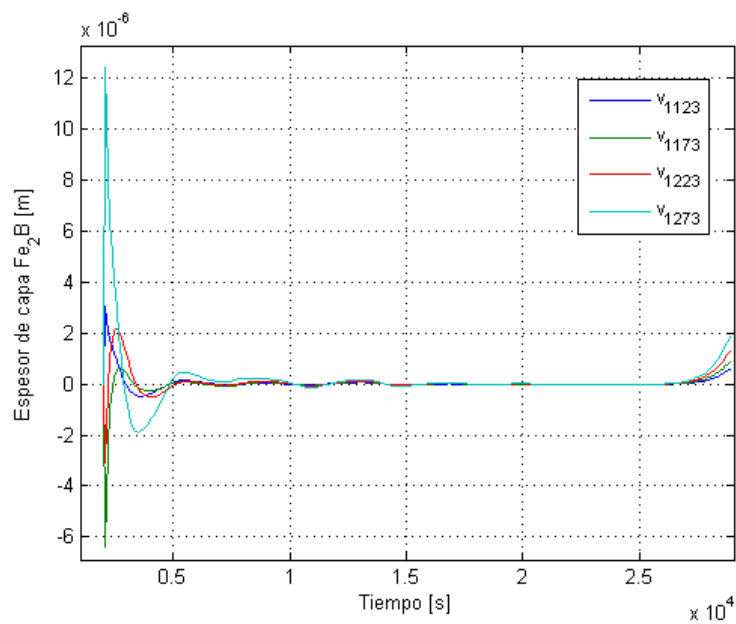


Figura A.2. Errores de estimación del sistema difuso a temperaturas de tratamiento de 1123, 1173, 1223 y 1273 K.



ANEXOS

En la Tabla A.1 se muestran los datos generados por el modelo de difusión (ver ecuación (5.1)) para cada una de las cuatro temperaturas. Los incrementos del tiempo de tratamiento son de 100 segundos.

| Tiempo de incubación $t_0 = 1974$ s | Espesor de capa Fe ₂ B a diferente temperatura [m] | | | | | | | |
|--|---|-------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|--------------------|-------------|
| | 1123 K | | 1173 K | | 1223 K | | 1273 K | |
| | Modelo de difusión | RLS difuso | Modelo de difusión | RLS difuso | Modelo de difusión | RLS difuso | Modelo de difusión | RLS difuso |
| 1974 | 0 | -7.8717E-06 | 0 | -7.8717E-06 | 0 | -7.8717E-06 | 0 | -7.8717E-06 |
| 2074 | 3.8947E-06 | 8.4426E-07 | 6.052E-06 | 1.2461E-05 | 9.0712E-06 | 1.2143E-05 | 1.3171E-05 | 7.2870E-07 |
| 2174 | 5.5080E-06 | 3.3792E-06 | 8.5588E-06 | 1.1105E-05 | 1.2829E-05 | 1.3008E-05 | 1.8627E-05 | 1.0409E-05 |
| 2274 | 6.7459E-06 | 5.0129E-06 | 1.0482E-05 | 1.1444E-05 | 1.5712E-05 | 1.4621E-05 | 2.2813E-05 | 1.6440E-05 |
| 2374 | 7.7895E-06 | 6.3331E-06 | 1.2104E-05 | 1.2242E-05 | 1.8142E-05 | 1.6382E-05 | 2.6342E-05 | 2.1225E-05 |
| 2474 | 8.7090E-06 | 7.5067E-06 | 1.3533E-05 | 1.3212E-05 | 2.0284E-05 | 1.8190E-05 | 2.9452E-05 | 2.5427E-05 |
| 2574 | 9.5402E-06 | 8.5970E-06 | 1.4824E-05 | 1.4265E-05 | 2.2220E-05 | 2.0031E-05 | 3.2263E-05 | 2.9293E-05 |
| 2674 | 1.0305E-05 | 9.6267E-06 | 1.6012E-05 | 1.5363E-05 | 2.4000E-05 | 2.1900E-05 | 3.4848E-05 | 3.2906E-05 |
| 2774 | 1.1016E-05 | 1.0598E-05 | 1.7118E-05 | 1.6483E-05 | 2.5657E-05 | 2.3786E-05 | 3.7254E-05 | 3.6279E-05 |
| 2874 | 1.1684E-05 | 1.1505E-05 | 1.8156E-05 | 1.7607E-05 | 2.7214E-05 | 2.5662E-05 | 3.9514E-05 | 3.9392E-05 |
| 2974 | 1.2316E-05 | 1.2341E-05 | 1.9138E-05 | 1.8712E-05 | 2.8686E-05 | 2.7493E-05 | 4.1651E-05 | 4.2230E-05 |
| 3074 | 1.2917E-05 | 1.3104E-05 | 2.0072E-05 | 1.9782E-05 | 3.0086E-05 | 2.9250E-05 | 4.3684E-05 | 4.4796E-05 |
| 3174 | 1.3492E-05 | 1.3798E-05 | 2.0965E-05 | 2.0805E-05 | 3.1424E-05 | 3.0912E-05 | 4.5626E-05 | 4.7110E-05 |
| 3274 | 1.4043E-05 | 1.4431E-05 | 2.1821E-05 | 2.1776E-05 | 3.2707E-05 | 3.2471E-05 | 4.7489E-05 | 4.9208E-05 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 3374 | 1.4573E-05 | 1.5011E-05 | 2.2645E-05 | 2.2695E-05 | 3.3941E-05 | 3.3931E-05 | 4.9282E-05 | 5.1126E-05 |
| 3474 | 1.5084E-05 | 1.5548E-05 | 2.3439E-05 | 2.3564E-05 | 3.5133E-05 | 3.5298E-05 | 5.1012E-05 | 5.2899E-05 |
| 3574 | 1.5579E-05 | 1.6050E-05 | 2.4208E-05 | 2.4389E-05 | 3.6285E-05 | 3.6582E-05 | 5.2685E-05 | 5.4557E-05 |
| 3674 | 1.6059E-05 | 1.6523E-05 | 2.4953E-05 | 2.5173E-05 | 3.7402E-05 | 3.7794E-05 | 5.4306E-05 | 5.6121E-05 |
| 3774 | 1.6524E-05 | 1.6972E-05 | 2.5676E-05 | 2.5921E-05 | 3.8486E-05 | 3.8944E-05 | 5.5881E-05 | 5.7607E-05 |
| 3874 | 1.6977E-05 | 1.7400E-05 | 2.6380E-05 | 2.6637E-05 | 3.9540E-05 | 4.0038E-05 | 5.7412E-05 | 5.9028E-05 |
| 3974 | 1.7418E-05 | 1.7810E-05 | 2.7065E-05 | 2.7325E-05 | 4.0568E-05 | 4.1085E-05 | 5.8903E-05 | 6.0391E-05 |
| 4074 | 1.7848E-05 | 1.8205E-05 | 2.7734E-05 | 2.7986E-05 | 4.1570E-05 | 4.2090E-05 | 6.0358E-05 | 6.1703E-05 |
| 4174 | 1.8268E-05 | 1.8584E-05 | 2.8386E-05 | 2.8624E-05 | 4.2548E-05 | 4.3055E-05 | 6.1778E-05 | 6.2967E-05 |
| 4274 | 1.8679E-05 | 1.8951E-05 | 2.9024E-05 | 2.9241E-05 | 4.3504E-05 | 4.3986E-05 | 6.3167E-05 | 6.4189E-05 |
| 4374 | 1.9080E-05 | 1.9305E-05 | 2.9649E-05 | 2.9838E-05 | 4.4440E-05 | 4.4884E-05 | 6.4525E-05 | 6.5371E-05 |
| 4474 | 1.9474E-05 | 1.9649E-05 | 3.0260E-05 | 3.0418E-05 | 4.5356E-05 | 4.5752E-05 | 6.5856E-05 | 6.6517E-05 |
| 4574 | 1.9859E-05 | 1.9983E-05 | 3.0859E-05 | 3.0982E-05 | 4.6254E-05 | 4.6594E-05 | 6.7160E-05 | 6.7634E-05 |
| 4674 | 2.0238E-05 | 2.0310E-05 | 3.1447E-05 | 3.1533E-05 | 4.7135E-05 | 4.7413E-05 | 6.8439E-05 | 6.8728E-05 |
| 4774 | 2.0609E-05 | 2.0633E-05 | 3.2024E-05 | 3.2074E-05 | 4.8000E-05 | 4.8212E-05 | 6.9695E-05 | 6.9806E-05 |
| 4874 | 2.0974E-05 | 2.0953E-05 | 3.2591E-05 | 3.2606E-05 | 4.8850E-05 | 4.8996E-05 | 7.0929E-05 | 7.0878E-05 |
| 4974 | 2.1332E-05 | 2.1273E-05 | 3.3148E-05 | 3.3132E-05 | 4.9685E-05 | 4.9768E-05 | 7.2142E-05 | 7.1951E-05 |
| 5074 | 2.1685E-05 | 2.1595E-05 | 3.3696E-05 | 3.3654E-05 | 5.0506E-05 | 5.0534E-05 | 7.3334E-05 | 7.3031E-05 |
| 5174 | 2.2032E-05 | 2.1919E-05 | 3.4235E-05 | 3.4174E-05 | 5.1315E-05 | 5.1294E-05 | 7.4507E-05 | 7.4121E-05 |
| 5274 | 2.2374E-05 | 2.2246E-05 | 3.4766E-05 | 3.4693E-05 | 5.2110E-05 | 5.2053E-05 | 7.5663E-05 | 7.5221E-05 |
| 5374 | 2.2710E-05 | 2.2575E-05 | 3.5289E-05 | 3.5209E-05 | 5.2894E-05 | 5.2810E-05 | 7.6800E-05 | 7.6330E-05 |
| 5474 | 2.3042E-05 | 2.2905E-05 | 3.5804E-05 | 3.5723E-05 | 5.3666E-05 | 5.3565E-05 | 7.7922E-05 | 7.7443E-05 |
| 5574 | 2.3369E-05 | 2.3235E-05 | 3.6312E-05 | 3.6233E-05 | 5.4427E-05 | 5.4317E-05 | 7.9027E-05 | 7.8557E-05 |
| 5674 | 2.3691E-05 | 2.3564E-05 | 3.6813E-05 | 3.6740E-05 | 5.5178E-05 | 5.5066E-05 | 8.0117E-05 | 7.9667E-05 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 5774 | 2.4009E-05 | 2.3891E-05 | 3.7307E-05 | 3.7243E-05 | 5.5919E-05 | 5.5810E-05 | 8.1193E-05 | 8.0771E-05 |
| 5874 | 2.4323E-05 | 2.4215E-05 | 3.7795E-05 | 3.7742E-05 | 5.6650E-05 | 5.6548E-05 | 8.2254E-05 | 8.1866E-05 |
| 5974 | 2.4633E-05 | 2.4536E-05 | 3.8276E-05 | 3.8235E-05 | 5.7371E-05 | 5.7280E-05 | 8.3302E-05 | 8.2950E-05 |
| 6074 | 2.4939E-05 | 2.4854E-05 | 3.8752E-05 | 3.8723E-05 | 5.8084E-05 | 5.8005E-05 | 8.4337E-05 | 8.4021E-05 |
| 6174 | 2.5241E-05 | 2.5168E-05 | 3.9221E-05 | 3.9206E-05 | 5.8788E-05 | 5.8723E-05 | 8.5359E-05 | 8.5080E-05 |
| 6274 | 2.5540E-05 | 2.5479E-05 | 3.9686E-05 | 3.9683E-05 | 5.9484E-05 | 5.9434E-05 | 8.6369E-05 | 8.6126E-05 |
| 6374 | 2.5835E-05 | 2.5786E-05 | 4.0144E-05 | 4.0155E-05 | 6.0172E-05 | 6.0137E-05 | 8.7368E-05 | 8.7158E-05 |
| 6474 | 2.6127E-05 | 2.6089E-05 | 4.0598E-05 | 4.0622E-05 | 6.0852E-05 | 6.0832E-05 | 8.8355E-05 | 8.8176E-05 |
| 6574 | 2.6416E-05 | 2.6389E-05 | 4.1047E-05 | 4.1083E-05 | 6.1524E-05 | 6.1519E-05 | 8.9331E-05 | 8.9179E-05 |
| 6674 | 2.6701E-05 | 2.6684E-05 | 4.1490E-05 | 4.1538E-05 | 6.2189E-05 | 6.2198E-05 | 9.0297E-05 | 9.0169E-05 |
| 6774 | 2.6984E-05 | 2.6976E-05 | 4.1929E-05 | 4.1988E-05 | 6.2847E-05 | 6.2869E-05 | 9.1253E-05 | 9.1144E-05 |
| 6874 | 2.7263E-05 | 2.7265E-05 | 4.2364E-05 | 4.2433E-05 | 6.3498E-05 | 6.3531E-05 | 9.2198E-05 | 9.2104E-05 |
| 6974 | 2.7540E-05 | 2.7549E-05 | 4.2794E-05 | 4.2871E-05 | 6.4143E-05 | 6.4185E-05 | 9.3134E-05 | 9.3050E-05 |
| 7074 | 2.7814E-05 | 2.7830E-05 | 4.3220E-05 | 4.3303E-05 | 6.4781E-05 | 6.4829E-05 | 9.4061E-05 | 9.3981E-05 |
| 7174 | 2.8086E-05 | 2.8106E-05 | 4.3642E-05 | 4.3728E-05 | 6.5413E-05 | 6.5465E-05 | 9.4979E-05 | 9.4896E-05 |
| 7274 | 2.8354E-05 | 2.8379E-05 | 4.4059E-05 | 4.4147E-05 | 6.6039E-05 | 6.6091E-05 | 9.5888E-05 | 9.5797E-05 |
| 7374 | 2.8621E-05 | 2.8647E-05 | 4.4473E-05 | 4.4558E-05 | 6.6660E-05 | 6.6707E-05 | 9.6788E-05 | 9.6684E-05 |
| 7474 | 2.8884E-05 | 2.8911E-05 | 4.4883E-05 | 4.4962E-05 | 6.7274E-05 | 6.7314E-05 | 9.7680E-05 | 9.7557E-05 |
| 7574 | 2.9146E-05 | 2.9170E-05 | 4.5289E-05 | 4.5359E-05 | 6.7883E-05 | 6.7912E-05 | 9.8564E-05 | 9.8419E-05 |
| 7674 | 2.9405E-05 | 2.9426E-05 | 4.5692E-05 | 4.5749E-05 | 6.8486E-05 | 6.8501E-05 | 9.9440E-05 | 9.9272E-05 |
| 7774 | 2.9662E-05 | 2.9677E-05 | 4.6091E-05 | 4.6132E-05 | 6.9084E-05 | 6.9082E-05 | 1.0031E-04 | 1.0012E-04 |
| 7874 | 2.9916E-05 | 2.9925E-05 | 4.6486E-05 | 4.6510E-05 | 6.9677E-05 | 6.9658E-05 | 1.0117E-04 | 1.0096E-04 |
| 7974 | 3.0169E-05 | 3.0170E-05 | 4.6879E-05 | 4.6885E-05 | 7.0265E-05 | 7.0228E-05 | 1.0202E-04 | 1.0180E-04 |
| 8074 | 3.0419E-05 | 3.0414E-05 | 4.7268E-05 | 4.7257E-05 | 7.0848E-05 | 7.0796E-05 | 1.0287E-04 | 1.0263E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 8174 | 3.0667E-05 | 3.0656E-05 | 4.7653E-05 | 4.7628E-05 | 7.1427E-05 | 7.1360E-05 | 1.0371E-04 | 1.0347E-04 |
| 8274 | 3.0914E-05 | 3.0896E-05 | 4.8036E-05 | 4.7997E-05 | 7.2001E-05 | 7.1923E-05 | 1.0454E-04 | 1.0430E-04 |
| 8374 | 3.1158E-05 | 3.1136E-05 | 4.8416E-05 | 4.8367E-05 | 7.2570E-05 | 7.2484E-05 | 1.0537E-04 | 1.0513E-04 |
| 8474 | 3.1401E-05 | 3.1375E-05 | 4.8793E-05 | 4.8736E-05 | 7.3134E-05 | 7.3043E-05 | 1.0619E-04 | 1.0595E-04 |
| 8574 | 3.1641E-05 | 3.1613E-05 | 4.9167E-05 | 4.9103E-05 | 7.3695E-05 | 7.3599E-05 | 1.0700E-04 | 1.0677E-04 |
| 8674 | 3.1880E-05 | 3.1850E-05 | 4.9538E-05 | 4.9470E-05 | 7.4251E-05 | 7.4153E-05 | 1.0781E-04 | 1.0759E-04 |
| 8774 | 3.2117E-05 | 3.2085E-05 | 4.9906E-05 | 4.9836E-05 | 7.4803E-05 | 7.4704E-05 | 1.0861E-04 | 1.0839E-04 |
| 8874 | 3.2352E-05 | 3.2320E-05 | 5.0272E-05 | 5.0200E-05 | 7.5351E-05 | 7.5252E-05 | 1.0941E-04 | 1.0920E-04 |
| 8974 | 3.2586E-05 | 3.2554E-05 | 5.0635E-05 | 5.0562E-05 | 7.5895E-05 | 7.5797E-05 | 1.1020E-04 | 1.0999E-04 |
| 9074 | 3.2818E-05 | 3.2787E-05 | 5.0995E-05 | 5.0923E-05 | 7.6435E-05 | 7.6340E-05 | 1.1098E-04 | 1.1079E-04 |
| 9174 | 3.3048E-05 | 3.3018E-05 | 5.1353E-05 | 5.1283E-05 | 7.6972E-05 | 7.6880E-05 | 1.1176E-04 | 1.1158E-04 |
| 9274 | 3.3277E-05 | 3.3249E-05 | 5.1708E-05 | 5.1641E-05 | 7.7504E-05 | 7.7417E-05 | 1.1253E-04 | 1.1236E-04 |
| 9374 | 3.3504E-05 | 3.3479E-05 | 5.2061E-05 | 5.1998E-05 | 7.8034E-05 | 7.7952E-05 | 1.1330E-04 | 1.1314E-04 |
| 9474 | 3.3730E-05 | 3.3708E-05 | 5.2412E-05 | 5.2353E-05 | 7.8559E-05 | 7.8485E-05 | 1.1407E-04 | 1.1392E-04 |
| 9574 | 3.3954E-05 | 3.3936E-05 | 5.2760E-05 | 5.2707E-05 | 7.9081E-05 | 7.9015E-05 | 1.1482E-04 | 1.1469E-04 |
| 9674 | 3.4176E-05 | 3.4163E-05 | 5.3106E-05 | 5.3060E-05 | 7.9600E-05 | 7.9544E-05 | 1.1558E-04 | 1.1546E-04 |
| 9774 | 3.4398E-05 | 3.4389E-05 | 5.3450E-05 | 5.3412E-05 | 8.0115E-05 | 8.0070E-05 | 1.1632E-04 | 1.1623E-04 |
| 9874 | 3.4617E-05 | 3.4615E-05 | 5.3791E-05 | 5.3762E-05 | 8.0627E-05 | 8.0595E-05 | 1.1707E-04 | 1.1699E-04 |
| 9974 | 3.4836E-05 | 3.4839E-05 | 5.4131E-05 | 5.4111E-05 | 8.1135E-05 | 8.1117E-05 | 1.1781E-04 | 1.1775E-04 |
| 10074 | 3.5053E-05 | 3.5062E-05 | 5.4468E-05 | 5.4459E-05 | 8.1641E-05 | 8.1638E-05 | 1.1854E-04 | 1.1851E-04 |
| 10174 | 3.5269E-05 | 3.5285E-05 | 5.4803E-05 | 5.4805E-05 | 8.2143E-05 | 8.2156E-05 | 1.1927E-04 | 1.1927E-04 |
| 10274 | 3.5483E-05 | 3.5506E-05 | 5.5136E-05 | 5.5150E-05 | 8.2643E-05 | 8.2671E-05 | 1.2000E-04 | 1.2002E-04 |
| 10374 | 3.5696E-05 | 3.5725E-05 | 5.5467E-05 | 5.5493E-05 | 8.3139E-05 | 8.3183E-05 | 1.2072E-04 | 1.2077E-04 |
| 10474 | 3.5908E-05 | 3.5943E-05 | 5.5797E-05 | 5.5833E-05 | 8.3632E-05 | 8.3692E-05 | 1.2143E-04 | 1.2151E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 10574 | 3.6119E-05 | 3.6158E-05 | 5.6124E-05 | 5.6171E-05 | 8.4123E-05 | 8.4195E-05 | 1.2214E-04 | 1.2224E-04 |
| 10674 | 3.6328E-05 | 3.6370E-05 | 5.6449E-05 | 5.6504E-05 | 8.4611E-05 | 8.4693E-05 | 1.2285E-04 | 1.2297E-04 |
| 10774 | 3.6536E-05 | 3.6579E-05 | 5.6773E-05 | 5.6833E-05 | 8.5096E-05 | 8.5184E-05 | 1.2356E-04 | 1.2369E-04 |
| 10874 | 3.6743E-05 | 3.6785E-05 | 5.7094E-05 | 5.7157E-05 | 8.5578E-05 | 8.5668E-05 | 1.2426E-04 | 1.2439E-04 |
| 10974 | 3.6949E-05 | 3.6988E-05 | 5.7414E-05 | 5.7475E-05 | 8.6057E-05 | 8.6144E-05 | 1.2495E-04 | 1.2509E-04 |
| 11074 | 3.7154E-05 | 3.7187E-05 | 5.7732E-05 | 5.7789E-05 | 8.6534E-05 | 8.6613E-05 | 1.2565E-04 | 1.2577E-04 |
| 11174 | 3.7357E-05 | 3.7384E-05 | 5.8049E-05 | 5.8098E-05 | 8.7008E-05 | 8.7076E-05 | 1.2633E-04 | 1.2644E-04 |
| 11274 | 3.7560E-05 | 3.7579E-05 | 5.8363E-05 | 5.8403E-05 | 8.7480E-05 | 8.7534E-05 | 1.2702E-04 | 1.2711E-04 |
| 11374 | 3.7761E-05 | 3.7772E-05 | 5.8676E-05 | 5.8706E-05 | 8.7949E-05 | 8.7988E-05 | 1.2770E-04 | 1.2777E-04 |
| 11474 | 3.7961E-05 | 3.7965E-05 | 5.8988E-05 | 5.9007E-05 | 8.8415E-05 | 8.8439E-05 | 1.2838E-04 | 1.2842E-04 |
| 11574 | 3.8161E-05 | 3.8157E-05 | 5.9297E-05 | 5.9307E-05 | 8.8879E-05 | 8.8888E-05 | 1.2905E-04 | 1.2907E-04 |
| 11674 | 3.8359E-05 | 3.8348E-05 | 5.9605E-05 | 5.9605E-05 | 8.9341E-05 | 8.9336E-05 | 1.2972E-04 | 1.2972E-04 |
| 11774 | 3.8556E-05 | 3.8539E-05 | 5.9912E-05 | 5.9902E-05 | 8.9800E-05 | 8.9782E-05 | 1.3039E-04 | 1.3037E-04 |
| 11874 | 3.8752E-05 | 3.8729E-05 | 6.0217E-05 | 6.0198E-05 | 9.0257E-05 | 9.0226E-05 | 1.3105E-04 | 1.3101E-04 |
| 11974 | 3.8948E-05 | 3.8918E-05 | 6.0520E-05 | 6.0493E-05 | 9.0712E-05 | 9.0669E-05 | 1.3171E-04 | 1.3166E-04 |
| 12074 | 3.9142E-05 | 3.9107E-05 | 6.0822E-05 | 6.0786E-05 | 9.1165E-05 | 9.1109E-05 | 1.3237E-04 | 1.3230E-04 |
| 12174 | 3.9335E-05 | 3.9295E-05 | 6.1122E-05 | 6.1079E-05 | 9.1615E-05 | 9.1549E-05 | 1.3302E-04 | 1.3293E-04 |
| 12274 | 3.9528E-05 | 3.9482E-05 | 6.1421E-05 | 6.1370E-05 | 9.2063E-05 | 9.1986E-05 | 1.3367E-04 | 1.3357E-04 |
| 12374 | 3.9719E-05 | 3.9669E-05 | 6.1719E-05 | 6.1661E-05 | 9.2509E-05 | 9.2422E-05 | 1.3432E-04 | 1.3420E-04 |
| 12474 | 3.9909E-05 | 3.9855E-05 | 6.2015E-05 | 6.1950E-05 | 9.2952E-05 | 9.2857E-05 | 1.3496E-04 | 1.3483E-04 |
| 12574 | 4.0099E-05 | 4.0041E-05 | 6.2309E-05 | 6.2239E-05 | 9.3394E-05 | 9.3290E-05 | 1.3561E-04 | 1.3546E-04 |
| 12674 | 4.0288E-05 | 4.0226E-05 | 6.2602E-05 | 6.2527E-05 | 9.3833E-05 | 9.3722E-05 | 1.3624E-04 | 1.3608E-04 |
| 12774 | 4.0476E-05 | 4.0411E-05 | 6.2894E-05 | 6.2814E-05 | 9.4271E-05 | 9.4154E-05 | 1.3688E-04 | 1.3671E-04 |
| 12874 | 4.0662E-05 | 4.0596E-05 | 6.3185E-05 | 6.3101E-05 | 9.4706E-05 | 9.4585E-05 | 1.3751E-04 | 1.3733E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 12974 | 4.0849E-05 | 4.0780E-05 | 6.3474E-05 | 6.3388E-05 | 9.5140E-05 | 9.5015E-05 | 1.3814E-04 | 1.3796E-04 |
| 13074 | 4.1034E-05 | 4.0965E-05 | 6.3762E-05 | 6.3675E-05 | 9.5571E-05 | 9.5446E-05 | 1.3877E-04 | 1.3858E-04 |
| 13174 | 4.1218E-05 | 4.1150E-05 | 6.4048E-05 | 6.3962E-05 | 9.6001E-05 | 9.5876E-05 | 1.3939E-04 | 1.3921E-04 |
| 13274 | 4.1402E-05 | 4.1336E-05 | 6.4334E-05 | 6.4249E-05 | 9.6428E-05 | 9.6308E-05 | 1.4001E-04 | 1.3983E-04 |
| 13374 | 4.1585E-05 | 4.1522E-05 | 6.4618E-05 | 6.4538E-05 | 9.6854E-05 | 9.6740E-05 | 1.4063E-04 | 1.4046E-04 |
| 13474 | 4.1767E-05 | 4.1709E-05 | 6.4900E-05 | 6.4827E-05 | 9.7278E-05 | 9.7174E-05 | 1.4125E-04 | 1.4109E-04 |
| 13574 | 4.1948E-05 | 4.1897E-05 | 6.5182E-05 | 6.5118E-05 | 9.7700E-05 | 9.7609E-05 | 1.4186E-04 | 1.4172E-04 |
| 13674 | 4.2128E-05 | 4.2086E-05 | 6.5462E-05 | 6.5409E-05 | 9.8120E-05 | 9.8046E-05 | 1.4247E-04 | 1.4235E-04 |
| 13774 | 4.2308E-05 | 4.2275E-05 | 6.5742E-05 | 6.5701E-05 | 9.8539E-05 | 9.8483E-05 | 1.4308E-04 | 1.4299E-04 |
| 13874 | 4.2487E-05 | 4.2464E-05 | 6.6020E-05 | 6.5993E-05 | 9.8955E-05 | 9.8920E-05 | 1.4368E-04 | 1.4362E-04 |
| 13974 | 4.2665E-05 | 4.2653E-05 | 6.6296E-05 | 6.6284E-05 | 9.9370E-05 | 9.9355E-05 | 1.4428E-04 | 1.4425E-04 |
| 14074 | 4.2842E-05 | 4.2840E-05 | 6.6572E-05 | 6.6573E-05 | 9.9783E-05 | 9.9786E-05 | 1.4488E-04 | 1.4488E-04 |
| 14174 | 4.3019E-05 | 4.3026E-05 | 6.6847E-05 | 6.6858E-05 | 1.0019E-04 | 1.0021E-04 | 1.4548E-04 | 1.4550E-04 |
| 14274 | 4.3195E-05 | 4.3208E-05 | 6.7120E-05 | 6.7140E-05 | 1.0060E-04 | 1.0064E-04 | 1.4608E-04 | 1.4611E-04 |
| 14374 | 4.3370E-05 | 4.3389E-05 | 6.7392E-05 | 6.7419E-05 | 1.0101E-04 | 1.0105E-04 | 1.4667E-04 | 1.4672E-04 |
| 14474 | 4.3545E-05 | 4.3567E-05 | 6.7663E-05 | 6.7694E-05 | 1.0142E-04 | 1.0146E-04 | 1.4726E-04 | 1.4732E-04 |
| 14574 | 4.3719E-05 | 4.3743E-05 | 6.7934E-05 | 6.7967E-05 | 1.0182E-04 | 1.0187E-04 | 1.4785E-04 | 1.4791E-04 |
| 14674 | 4.3892E-05 | 4.3917E-05 | 6.8203E-05 | 6.8237E-05 | 1.0223E-04 | 1.0228E-04 | 1.4843E-04 | 1.4850E-04 |
| 14774 | 4.4064E-05 | 4.4090E-05 | 6.8471E-05 | 6.8505E-05 | 1.0263E-04 | 1.0268E-04 | 1.4901E-04 | 1.4908E-04 |
| 14874 | 4.4236E-05 | 4.4262E-05 | 6.8737E-05 | 6.8772E-05 | 1.0303E-04 | 1.0308E-04 | 1.4960E-04 | 1.4966E-04 |
| 14974 | 4.4407E-05 | 4.4432E-05 | 6.9003E-05 | 6.9036E-05 | 1.0343E-04 | 1.0347E-04 | 1.5017E-04 | 1.5024E-04 |
| 15074 | 4.4578E-05 | 4.4602E-05 | 6.9268E-05 | 6.9299E-05 | 1.0382E-04 | 1.0387E-04 | 1.5075E-04 | 1.5081E-04 |
| 15174 | 4.4747E-05 | 4.4770E-05 | 6.9532E-05 | 6.9560E-05 | 1.0422E-04 | 1.0426E-04 | 1.5133E-04 | 1.5138E-04 |
| 15274 | 4.4917E-05 | 4.4937E-05 | 6.9795E-05 | 6.9820E-05 | 1.0461E-04 | 1.0465E-04 | 1.5190E-04 | 1.5195E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 15374 | 4.5085E-05 | 4.5104E-05 | 7.0057E-05 | 7.0079E-05 | 1.0501E-04 | 1.0504E-04 | 1.5247E-04 | 1.5251E-04 |
| 15474 | 4.5253E-05 | 4.5269E-05 | 7.0318E-05 | 7.0336E-05 | 1.0540E-04 | 1.0542E-04 | 1.5304E-04 | 1.5307E-04 |
| 15574 | 4.5420E-05 | 4.5434E-05 | 7.0578E-05 | 7.0592E-05 | 1.0579E-04 | 1.0581E-04 | 1.5360E-04 | 1.5363E-04 |
| 15674 | 4.5587E-05 | 4.5598E-05 | 7.0837E-05 | 7.0847E-05 | 1.0618E-04 | 1.0619E-04 | 1.5416E-04 | 1.5418E-04 |
| 15774 | 4.5753E-05 | 4.5761E-05 | 7.1095E-05 | 7.1101E-05 | 1.0656E-04 | 1.0657E-04 | 1.5473E-04 | 1.5473E-04 |
| 15874 | 4.5919E-05 | 4.5924E-05 | 7.1352E-05 | 7.1354E-05 | 1.0695E-04 | 1.0695E-04 | 1.5529E-04 | 1.5528E-04 |
| 15974 | 4.6083E-05 | 4.6086E-05 | 7.1608E-05 | 7.1606E-05 | 1.0733E-04 | 1.0733E-04 | 1.5584E-04 | 1.5583E-04 |
| 16074 | 4.6248E-05 | 4.6248E-05 | 7.1864E-05 | 7.1858E-05 | 1.0771E-04 | 1.0770E-04 | 1.5640E-04 | 1.5638E-04 |
| 16174 | 4.6411E-05 | 4.6410E-05 | 7.2118E-05 | 7.2109E-05 | 1.0810E-04 | 1.0808E-04 | 1.5695E-04 | 1.5693E-04 |
| 16274 | 4.6575E-05 | 4.6571E-05 | 7.2371E-05 | 7.2360E-05 | 1.0848E-04 | 1.0846E-04 | 1.5750E-04 | 1.5747E-04 |
| 16374 | 4.6737E-05 | 4.6732E-05 | 7.2624E-05 | 7.2610E-05 | 1.0885E-04 | 1.0883E-04 | 1.5805E-04 | 1.5802E-04 |
| 16474 | 4.6899E-05 | 4.6892E-05 | 7.2876E-05 | 7.2860E-05 | 1.0923E-04 | 1.0921E-04 | 1.5860E-04 | 1.5856E-04 |
| 16574 | 4.7061E-05 | 4.7053E-05 | 7.3127E-05 | 7.3110E-05 | 1.0961E-04 | 1.0958E-04 | 1.5915E-04 | 1.5911E-04 |
| 16674 | 4.7221E-05 | 4.7213E-05 | 7.3377E-05 | 7.3359E-05 | 1.0998E-04 | 1.0996E-04 | 1.5969E-04 | 1.5965E-04 |
| 16774 | 4.7382E-05 | 4.7373E-05 | 7.3626E-05 | 7.3608E-05 | 1.1036E-04 | 1.1033E-04 | 1.6023E-04 | 1.6019E-04 |
| 16874 | 4.7542E-05 | 4.7533E-05 | 7.3874E-05 | 7.3857E-05 | 1.1073E-04 | 1.1070E-04 | 1.6077E-04 | 1.6073E-04 |
| 16974 | 4.7701E-05 | 4.7692E-05 | 7.4122E-05 | 7.4105E-05 | 1.1110E-04 | 1.1107E-04 | 1.6131E-04 | 1.6128E-04 |
| 17074 | 4.7860E-05 | 4.7851E-05 | 7.4368E-05 | 7.4352E-05 | 1.1147E-04 | 1.1144E-04 | 1.6185E-04 | 1.6181E-04 |
| 17174 | 4.8018E-05 | 4.8010E-05 | 7.4614E-05 | 7.4600E-05 | 1.1184E-04 | 1.1181E-04 | 1.6239E-04 | 1.6235E-04 |
| 17274 | 4.8176E-05 | 4.8169E-05 | 7.4859E-05 | 7.4846E-05 | 1.1220E-04 | 1.1218E-04 | 1.6292E-04 | 1.6289E-04 |
| 17374 | 4.8333E-05 | 4.8327E-05 | 7.5103E-05 | 7.5093E-05 | 1.1257E-04 | 1.1255E-04 | 1.6345E-04 | 1.6343E-04 |
| 17474 | 4.8489E-05 | 4.8485E-05 | 7.5347E-05 | 7.5338E-05 | 1.1294E-04 | 1.1292E-04 | 1.6398E-04 | 1.6396E-04 |
| 17574 | 4.8646E-05 | 4.8643E-05 | 7.5589E-05 | 7.5584E-05 | 1.1330E-04 | 1.1329E-04 | 1.6451E-04 | 1.6449E-04 |
| 17674 | 4.8801E-05 | 4.8800E-05 | 7.5831E-05 | 7.5828E-05 | 1.1366E-04 | 1.1365E-04 | 1.6503E-04 | 1.6503E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 17774 | 4.8956E-05 | 4.8957E-05 | 7.6072E-05 | 7.6071E-05 | 1.1402E-04 | 1.1402E-04 | 1.6556E-04 | 1.6556E-04 |
| 17874 | 4.9111E-05 | 4.9112E-05 | 7.6313E-05 | 7.6314E-05 | 1.1438E-04 | 1.1438E-04 | 1.6608E-04 | 1.6608E-04 |
| 17974 | 4.9265E-05 | 4.9268E-05 | 7.6552E-05 | 7.6555E-05 | 1.1474E-04 | 1.1475E-04 | 1.6660E-04 | 1.6661E-04 |
| 18074 | 4.9419E-05 | 4.9422E-05 | 7.6791E-05 | 7.6796E-05 | 1.1510E-04 | 1.1511E-04 | 1.6712E-04 | 1.6713E-04 |
| 18174 | 4.9572E-05 | 4.9576E-05 | 7.7029E-05 | 7.7034E-05 | 1.1546E-04 | 1.1546E-04 | 1.6764E-04 | 1.6765E-04 |
| 18274 | 4.9725E-05 | 4.9728E-05 | 7.7267E-05 | 7.7272E-05 | 1.1581E-04 | 1.1582E-04 | 1.6816E-04 | 1.6817E-04 |
| 18374 | 4.9877E-05 | 4.9881E-05 | 7.7503E-05 | 7.7509E-05 | 1.1617E-04 | 1.1617E-04 | 1.6867E-04 | 1.6868E-04 |
| 18474 | 5.0029E-05 | 5.0032E-05 | 7.7739E-05 | 7.7744E-05 | 1.1652E-04 | 1.1653E-04 | 1.6919E-04 | 1.6920E-04 |
| 18574 | 5.0180E-05 | 5.0183E-05 | 7.7975E-05 | 7.7979E-05 | 1.1687E-04 | 1.1688E-04 | 1.6970E-04 | 1.6971E-04 |
| 18674 | 5.0331E-05 | 5.0333E-05 | 7.8209E-05 | 7.8212E-05 | 1.1723E-04 | 1.1723E-04 | 1.7021E-04 | 1.7022E-04 |
| 18774 | 5.0482E-05 | 5.0483E-05 | 7.8443E-05 | 7.8446E-05 | 1.1758E-04 | 1.1758E-04 | 1.7072E-04 | 1.7072E-04 |
| 18874 | 5.0632E-05 | 5.0633E-05 | 7.8676E-05 | 7.8678E-05 | 1.1793E-04 | 1.1793E-04 | 1.7123E-04 | 1.7123E-04 |
| 18974 | 5.0781E-05 | 5.0782E-05 | 7.8908E-05 | 7.8909E-05 | 1.1827E-04 | 1.1827E-04 | 1.7173E-04 | 1.7173E-04 |
| 19074 | 5.0931E-05 | 5.0931E-05 | 7.9140E-05 | 7.9140E-05 | 1.1862E-04 | 1.1862E-04 | 1.7224E-04 | 1.7223E-04 |
| 19174 | 5.1079E-05 | 5.1079E-05 | 7.9371E-05 | 7.9371E-05 | 1.1897E-04 | 1.1897E-04 | 1.7274E-04 | 1.7274E-04 |
| 19274 | 5.1228E-05 | 5.1226E-05 | 7.9602E-05 | 7.9600E-05 | 1.1931E-04 | 1.1931E-04 | 1.7324E-04 | 1.7324E-04 |
| 19374 | 5.1375E-05 | 5.1374E-05 | 7.9831E-05 | 7.9829E-05 | 1.1966E-04 | 1.1965E-04 | 1.7374E-04 | 1.7373E-04 |
| 19474 | 5.1523E-05 | 5.1521E-05 | 8.0060E-05 | 8.0057E-05 | 1.2000E-04 | 1.1999E-04 | 1.7424E-04 | 1.7423E-04 |
| 19574 | 5.1670E-05 | 5.1667E-05 | 8.0289E-05 | 8.0285E-05 | 1.2034E-04 | 1.2034E-04 | 1.7474E-04 | 1.7472E-04 |
| 19674 | 5.1816E-05 | 5.1813E-05 | 8.0517E-05 | 8.0512E-05 | 1.2068E-04 | 1.2068E-04 | 1.7523E-04 | 1.7522E-04 |
| 19774 | 5.1963E-05 | 5.1959E-05 | 8.0744E-05 | 8.0738E-05 | 1.2103E-04 | 1.2102E-04 | 1.7573E-04 | 1.7571E-04 |
| 19874 | 5.2108E-05 | 5.2105E-05 | 8.0970E-05 | 8.0964E-05 | 1.2136E-04 | 1.2136E-04 | 1.7622E-04 | 1.7620E-04 |
| 19974 | 5.2254E-05 | 5.2250E-05 | 8.1196E-05 | 8.1190E-05 | 1.2170E-04 | 1.2169E-04 | 1.7671E-04 | 1.7670E-04 |
| 20074 | 5.2399E-05 | 5.2395E-05 | 8.1421E-05 | 8.1415E-05 | 1.2204E-04 | 1.2203E-04 | 1.7720E-04 | 1.7719E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 20174 | 5.2543E-05 | 5.2540E-05 | 8.1646E-05 | 8.1640E-05 | 1.2238E-04 | 1.2237E-04 | 1.7769E-04 | 1.7768E-04 |
| 20274 | 5.2687E-05 | 5.2684E-05 | 8.1870E-05 | 8.1865E-05 | 1.2271E-04 | 1.2271E-04 | 1.7818E-04 | 1.7817E-04 |
| 20374 | 5.2831E-05 | 5.2829E-05 | 8.2093E-05 | 8.2090E-05 | 1.2305E-04 | 1.2304E-04 | 1.7866E-04 | 1.7865E-04 |
| 20474 | 5.2974E-05 | 5.2973E-05 | 8.2316E-05 | 8.2314E-05 | 1.2338E-04 | 1.2338E-04 | 1.7915E-04 | 1.7914E-04 |
| 20574 | 5.3117E-05 | 5.3117E-05 | 8.2538E-05 | 8.2537E-05 | 1.2371E-04 | 1.2371E-04 | 1.7963E-04 | 1.7963E-04 |
| 20674 | 5.3260E-05 | 5.3260E-05 | 8.2760E-05 | 8.2760E-05 | 1.2405E-04 | 1.2405E-04 | 1.8011E-04 | 1.8011E-04 |
| 20774 | 5.3402E-05 | 5.3403E-05 | 8.2981E-05 | 8.2982E-05 | 1.2438E-04 | 1.2438E-04 | 1.8059E-04 | 1.8060E-04 |
| 20874 | 5.3544E-05 | 5.3545E-05 | 8.3201E-05 | 8.3203E-05 | 1.2471E-04 | 1.2471E-04 | 1.8107E-04 | 1.8108E-04 |
| 20974 | 5.3686E-05 | 5.3687E-05 | 8.3421E-05 | 8.3423E-05 | 1.2504E-04 | 1.2504E-04 | 1.8155E-04 | 1.8156E-04 |
| 21074 | 5.3827E-05 | 5.3828E-05 | 8.3640E-05 | 8.3643E-05 | 1.2537E-04 | 1.2537E-04 | 1.8203E-04 | 1.8203E-04 |
| 21174 | 5.3967E-05 | 5.3969E-05 | 8.3859E-05 | 8.3862E-05 | 1.2569E-04 | 1.2570E-04 | 1.8251E-04 | 1.8251E-04 |
| 21274 | 5.4108E-05 | 5.4109E-05 | 8.4077E-05 | 8.4080E-05 | 1.2602E-04 | 1.2603E-04 | 1.8298E-04 | 1.8299E-04 |
| 21374 | 5.4248E-05 | 5.4249E-05 | 8.4295E-05 | 8.4297E-05 | 1.2635E-04 | 1.2635E-04 | 1.8345E-04 | 1.8346E-04 |
| 21474 | 5.4387E-05 | 5.4389E-05 | 8.4512E-05 | 8.4514E-05 | 1.2667E-04 | 1.2668E-04 | 1.8393E-04 | 1.8393E-04 |
| 21574 | 5.4527E-05 | 5.4528E-05 | 8.4728E-05 | 8.4730E-05 | 1.2700E-04 | 1.2700E-04 | 1.8440E-04 | 1.8440E-04 |
| 21674 | 5.4666E-05 | 5.4667E-05 | 8.4944E-05 | 8.4946E-05 | 1.2732E-04 | 1.2732E-04 | 1.8487E-04 | 1.8487E-04 |
| 21774 | 5.4804E-05 | 5.4805E-05 | 8.5159E-05 | 8.5160E-05 | 1.2764E-04 | 1.2765E-04 | 1.8533E-04 | 1.8534E-04 |
| 21874 | 5.4942E-05 | 5.4943E-05 | 8.5374E-05 | 8.5375E-05 | 1.2797E-04 | 1.2797E-04 | 1.8580E-04 | 1.8580E-04 |
| 21974 | 5.5080E-05 | 5.5080E-05 | 8.5588E-05 | 8.5588E-05 | 1.2829E-04 | 1.2829E-04 | 1.8627E-04 | 1.8627E-04 |
| 22074 | 5.5218E-05 | 5.5218E-05 | 8.5802E-05 | 8.5802E-05 | 1.2861E-04 | 1.2861E-04 | 1.8673E-04 | 1.8673E-04 |
| 22174 | 5.5355E-05 | 5.5355E-05 | 8.6015E-05 | 8.6015E-05 | 1.2893E-04 | 1.2893E-04 | 1.8720E-04 | 1.8720E-04 |
| 22274 | 5.5492E-05 | 5.5491E-05 | 8.6228E-05 | 8.6227E-05 | 1.2924E-04 | 1.2924E-04 | 1.8766E-04 | 1.8766E-04 |
| 22374 | 5.5628E-05 | 5.5628E-05 | 8.6440E-05 | 8.6439E-05 | 1.2956E-04 | 1.2956E-04 | 1.8812E-04 | 1.8812E-04 |
| 22474 | 5.5764E-05 | 5.5764E-05 | 8.6651E-05 | 8.6650E-05 | 1.2988E-04 | 1.2988E-04 | 1.8858E-04 | 1.8858E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 22574 | 5.5900E-05 | 5.5899E-05 | 8.6863E-05 | 8.6861E-05 | 1.3020E-04 | 1.3019E-04 | 1.8904E-04 | 1.8904E-04 |
| 22674 | 5.6036E-05 | 5.6035E-05 | 8.7073E-05 | 8.7072E-05 | 1.3051E-04 | 1.3051E-04 | 1.8950E-04 | 1.8950E-04 |
| 22774 | 5.6171E-05 | 5.6170E-05 | 8.7283E-05 | 8.7281E-05 | 1.3083E-04 | 1.3082E-04 | 1.8996E-04 | 1.8995E-04 |
| 22874 | 5.6306E-05 | 5.6305E-05 | 8.7493E-05 | 8.7491E-05 | 1.3114E-04 | 1.3114E-04 | 1.9041E-04 | 1.9041E-04 |
| 22974 | 5.6440E-05 | 5.6439E-05 | 8.7702E-05 | 8.7700E-05 | 1.3145E-04 | 1.3145E-04 | 1.9087E-04 | 1.9086E-04 |
| 23074 | 5.6575E-05 | 5.6573E-05 | 8.7910E-05 | 8.7908E-05 | 1.3177E-04 | 1.3176E-04 | 1.9132E-04 | 1.9132E-04 |
| 23174 | 5.6709E-05 | 5.6707E-05 | 8.8118E-05 | 8.8116E-05 | 1.3208E-04 | 1.3208E-04 | 1.9178E-04 | 1.9177E-04 |
| 23274 | 5.6842E-05 | 5.6841E-05 | 8.8326E-05 | 8.8324E-05 | 1.3239E-04 | 1.3239E-04 | 1.9223E-04 | 1.9222E-04 |
| 23374 | 5.6975E-05 | 5.6974E-05 | 8.8533E-05 | 8.8531E-05 | 1.3270E-04 | 1.3270E-04 | 1.9268E-04 | 1.9267E-04 |
| 23474 | 5.7108E-05 | 5.7107E-05 | 8.8740E-05 | 8.8738E-05 | 1.3301E-04 | 1.3301E-04 | 1.9313E-04 | 1.9312E-04 |
| 23574 | 5.7241E-05 | 5.7240E-05 | 8.8946E-05 | 8.8944E-05 | 1.3332E-04 | 1.3332E-04 | 1.9358E-04 | 1.9357E-04 |
| 23674 | 5.7373E-05 | 5.7372E-05 | 8.9152E-05 | 8.9150E-05 | 1.3363E-04 | 1.3362E-04 | 1.9402E-04 | 1.9402E-04 |
| 23774 | 5.7505E-05 | 5.7505E-05 | 8.9357E-05 | 8.9355E-05 | 1.3393E-04 | 1.3393E-04 | 1.9447E-04 | 1.9447E-04 |
| 23874 | 5.7637E-05 | 5.7636E-05 | 8.9561E-05 | 8.9560E-05 | 1.3424E-04 | 1.3424E-04 | 1.9492E-04 | 1.9491E-04 |
| 23974 | 5.7769E-05 | 5.7768E-05 | 8.9766E-05 | 8.9765E-05 | 1.3455E-04 | 1.3455E-04 | 1.9536E-04 | 1.9536E-04 |
| 24074 | 5.7900E-05 | 5.7899E-05 | 8.9969E-05 | 8.9969E-05 | 1.3485E-04 | 1.3485E-04 | 1.9580E-04 | 1.9580E-04 |
| 24174 | 5.8031E-05 | 5.8031E-05 | 9.0173E-05 | 9.0172E-05 | 1.3516E-04 | 1.3516E-04 | 1.9625E-04 | 1.9625E-04 |
| 24274 | 5.8161E-05 | 5.8161E-05 | 9.0376E-05 | 9.0376E-05 | 1.3546E-04 | 1.3546E-04 | 1.9669E-04 | 1.9669E-04 |
| 24374 | 5.8291E-05 | 5.8292E-05 | 9.0578E-05 | 9.0578E-05 | 1.3577E-04 | 1.3577E-04 | 1.9713E-04 | 1.9713E-04 |
| 24474 | 5.8421E-05 | 5.8422E-05 | 9.0780E-05 | 9.0781E-05 | 1.3607E-04 | 1.3607E-04 | 1.9757E-04 | 1.9757E-04 |
| 24574 | 5.8551E-05 | 5.8552E-05 | 9.0981E-05 | 9.0983E-05 | 1.3637E-04 | 1.3637E-04 | 1.9801E-04 | 1.9801E-04 |
| 24674 | 5.8680E-05 | 5.8682E-05 | 9.1183E-05 | 9.1184E-05 | 1.3667E-04 | 1.3667E-04 | 1.9844E-04 | 1.9845E-04 |
| 24774 | 5.8810E-05 | 5.8811E-05 | 9.1383E-05 | 9.1385E-05 | 1.3697E-04 | 1.3698E-04 | 1.9888E-04 | 1.9888E-04 |
| 24874 | 5.8938E-05 | 5.8940E-05 | 9.1583E-05 | 9.1586E-05 | 1.3727E-04 | 1.3728E-04 | 1.9932E-04 | 1.9932E-04 |

**TECNOLOGICO NACIONAL DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLOGICO DE TLALNEPANTLA**



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 24974 | 5.9067E-05 | 5.9069E-05 | 9.1783E-05 | 9.1785E-05 | 1.3757E-04 | 1.3758E-04 | 1.9975E-04 | 1.9976E-04 |
| 25074 | 5.9195E-05 | 5.9197E-05 | 9.1982E-05 | 9.1985E-05 | 1.3787E-04 | 1.3787E-04 | 2.0018E-04 | 2.0019E-04 |
| 25174 | 5.9323E-05 | 5.9325E-05 | 9.2181E-05 | 9.2184E-05 | 1.3817E-04 | 1.3817E-04 | 2.0062E-04 | 2.0062E-04 |
| 25274 | 5.9451E-05 | 5.9453E-05 | 9.2380E-05 | 9.2382E-05 | 1.3847E-04 | 1.3847E-04 | 2.0105E-04 | 2.0105E-04 |
| 25374 | 5.9578E-05 | 5.9580E-05 | 9.2578E-05 | 9.2580E-05 | 1.3876E-04 | 1.3877E-04 | 2.0148E-04 | 2.0149E-04 |
| 25474 | 5.9706E-05 | 5.9707E-05 | 9.2775E-05 | 9.2778E-05 | 1.3906E-04 | 1.3906E-04 | 2.0191E-04 | 2.0191E-04 |
| 25574 | 5.9832E-05 | 5.9834E-05 | 9.2973E-05 | 9.2974E-05 | 1.3935E-04 | 1.3936E-04 | 2.0234E-04 | 2.0234E-04 |
| 25674 | 5.9959E-05 | 5.9960E-05 | 9.3169E-05 | 9.3170E-05 | 1.3965E-04 | 1.3965E-04 | 2.0277E-04 | 2.0277E-04 |
| 25774 | 6.0085E-05 | 6.0086E-05 | 9.3366E-05 | 9.3366E-05 | 1.3994E-04 | 1.3994E-04 | 2.0320E-04 | 2.0320E-04 |
| 25874 | 6.0212E-05 | 6.0211E-05 | 9.3562E-05 | 9.3561E-05 | 1.4024E-04 | 1.4024E-04 | 2.0362E-04 | 2.0362E-04 |
| 25974 | 6.0337E-05 | 6.0336E-05 | 9.3757E-05 | 9.3755E-05 | 1.4053E-04 | 1.4053E-04 | 2.0405E-04 | 2.0404E-04 |
| 26074 | 6.0463E-05 | 6.0461E-05 | 9.3952E-05 | 9.3949E-05 | 1.4082E-04 | 1.4082E-04 | 2.0447E-04 | 2.0446E-04 |
| 26174 | 6.0588E-05 | 6.0585E-05 | 9.4147E-05 | 9.4141E-05 | 1.4111E-04 | 1.4111E-04 | 2.0490E-04 | 2.0488E-04 |
| 26274 | 6.0713E-05 | 6.0708E-05 | 9.4341E-05 | 9.4333E-05 | 1.4141E-04 | 1.4139E-04 | 2.0532E-04 | 2.0530E-04 |
| 26374 | 6.0838E-05 | 6.0831E-05 | 9.4535E-05 | 9.4524E-05 | 1.4170E-04 | 1.4168E-04 | 2.0574E-04 | 2.0572E-04 |
| 26474 | 6.0963E-05 | 6.0953E-05 | 9.4729E-05 | 9.4714E-05 | 1.4199E-04 | 1.4196E-04 | 2.0616E-04 | 2.0613E-04 |
| 26574 | 6.1087E-05 | 6.1075E-05 | 9.4922E-05 | 9.4903E-05 | 1.4228E-04 | 1.4225E-04 | 2.0658E-04 | 2.0654E-04 |
| 26674 | 6.1211E-05 | 6.1195E-05 | 9.5115E-05 | 9.5090E-05 | 1.4257E-04 | 1.4253E-04 | 2.0700E-04 | 2.0695E-04 |
| 26774 | 6.1335E-05 | 6.1315E-05 | 9.5307E-05 | 9.5276E-05 | 1.4285E-04 | 1.4281E-04 | 2.0742E-04 | 2.0735E-04 |
| 26874 | 6.1458E-05 | 6.1434E-05 | 9.5499E-05 | 9.5461E-05 | 1.4314E-04 | 1.4308E-04 | 2.0784E-04 | 2.0776E-04 |
| 26974 | 6.1582E-05 | 6.1552E-05 | 9.5690E-05 | 9.5644E-05 | 1.4343E-04 | 1.4336E-04 | 2.0825E-04 | 2.0815E-04 |
| 27074 | 6.1705E-05 | 6.1669E-05 | 9.5882E-05 | 9.5826E-05 | 1.4372E-04 | 1.4363E-04 | 2.0867E-04 | 2.0855E-04 |
| 27174 | 6.1827E-05 | 6.1784E-05 | 9.6072E-05 | 9.6005E-05 | 1.4400E-04 | 1.4390E-04 | 2.0909E-04 | 2.0894E-04 |
| 27274 | 6.1950E-05 | 6.1898E-05 | 9.6263E-05 | 9.6182E-05 | 1.4429E-04 | 1.4416E-04 | 2.0950E-04 | 2.0932E-04 |



| | | | | | | | | |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 27374 | 6.2072E-05 | 6.2010E-05 | 9.6453E-05 | 9.6357E-05 | 1.4457E-04 | 1.4443E-04 | 2.0991E-04 | 2.0970E-04 |
| 27474 | 6.2194E-05 | 6.2121E-05 | 9.6643E-05 | 9.6529E-05 | 1.4486E-04 | 1.4468E-04 | 2.1033E-04 | 2.1008E-04 |
| 27574 | 6.2316E-05 | 6.2230E-05 | 9.6832E-05 | 9.6697E-05 | 1.4514E-04 | 1.4494E-04 | 2.1074E-04 | 2.1045E-04 |
| 27674 | 6.2438E-05 | 6.2336E-05 | 9.7021E-05 | 9.6863E-05 | 1.4542E-04 | 1.4519E-04 | 2.1115E-04 | 2.1081E-04 |
| 27774 | 6.2559E-05 | 6.2440E-05 | 9.7209E-05 | 9.7024E-05 | 1.4571E-04 | 1.4543E-04 | 2.1156E-04 | 2.1116E-04 |
| 27874 | 6.2680E-05 | 6.2541E-05 | 9.7398E-05 | 9.7182E-05 | 1.4599E-04 | 1.4566E-04 | 2.1197E-04 | 2.1150E-04 |
| 27974 | 6.2801E-05 | 6.2640E-05 | 9.7586E-05 | 9.7335E-05 | 1.4627E-04 | 1.4589E-04 | 2.1238E-04 | 2.1183E-04 |
| 28074 | 6.2922E-05 | 6.2735E-05 | 9.7773E-05 | 9.7482E-05 | 1.4655E-04 | 1.4611E-04 | 2.1279E-04 | 2.1215E-04 |
| 28174 | 6.3042E-05 | 6.2826E-05 | 9.7960E-05 | 9.7625E-05 | 1.4683E-04 | 1.4633E-04 | 2.1319E-04 | 2.1246E-04 |
| 28274 | 6.3162E-05 | 6.2914E-05 | 9.8147E-05 | 9.7760E-05 | 1.4711E-04 | 1.4653E-04 | 2.1360E-04 | 2.1276E-04 |
| 28374 | 6.3282E-05 | 6.2997E-05 | 9.8333E-05 | 9.7889E-05 | 1.4739E-04 | 1.4672E-04 | 2.1401E-04 | 2.1304E-04 |
| 28474 | 6.3402E-05 | 6.3075E-05 | 9.8519E-05 | 9.8010E-05 | 1.4767E-04 | 1.4691E-04 | 2.1441E-04 | 2.1330E-04 |
| 28574 | 6.3522E-05 | 6.3147E-05 | 9.8705E-05 | 9.8123E-05 | 1.4795E-04 | 1.4708E-04 | 2.1482E-04 | 2.1355E-04 |
| 28674 | 6.3641E-05 | 6.3214E-05 | 9.8890E-05 | 9.8227E-05 | 1.4822E-04 | 1.4723E-04 | 2.1522E-04 | 2.1377E-04 |
| 28774 | 6.3760E-05 | 6.3274E-05 | 9.9075E-05 | 9.8321E-05 | 1.4850E-04 | 1.4737E-04 | 2.1562E-04 | 2.1398E-04 |
| 28874 | 6.3879E-05 | 6.3327E-05 | 9.9260E-05 | 9.8403E-05 | 1.4878E-04 | 1.4749E-04 | 2.1602E-04 | 2.1416E-04 |

En la Figura A.1 se muestran las estimaciones para cada una de las capas generadas experimentalmente a temperaturas de 1123, 1173, 1223 y 1273 K respectivamente. De igual manera en la Figura A.2 se muestran los errores de estimación de cada una de las estimaciones generadas.

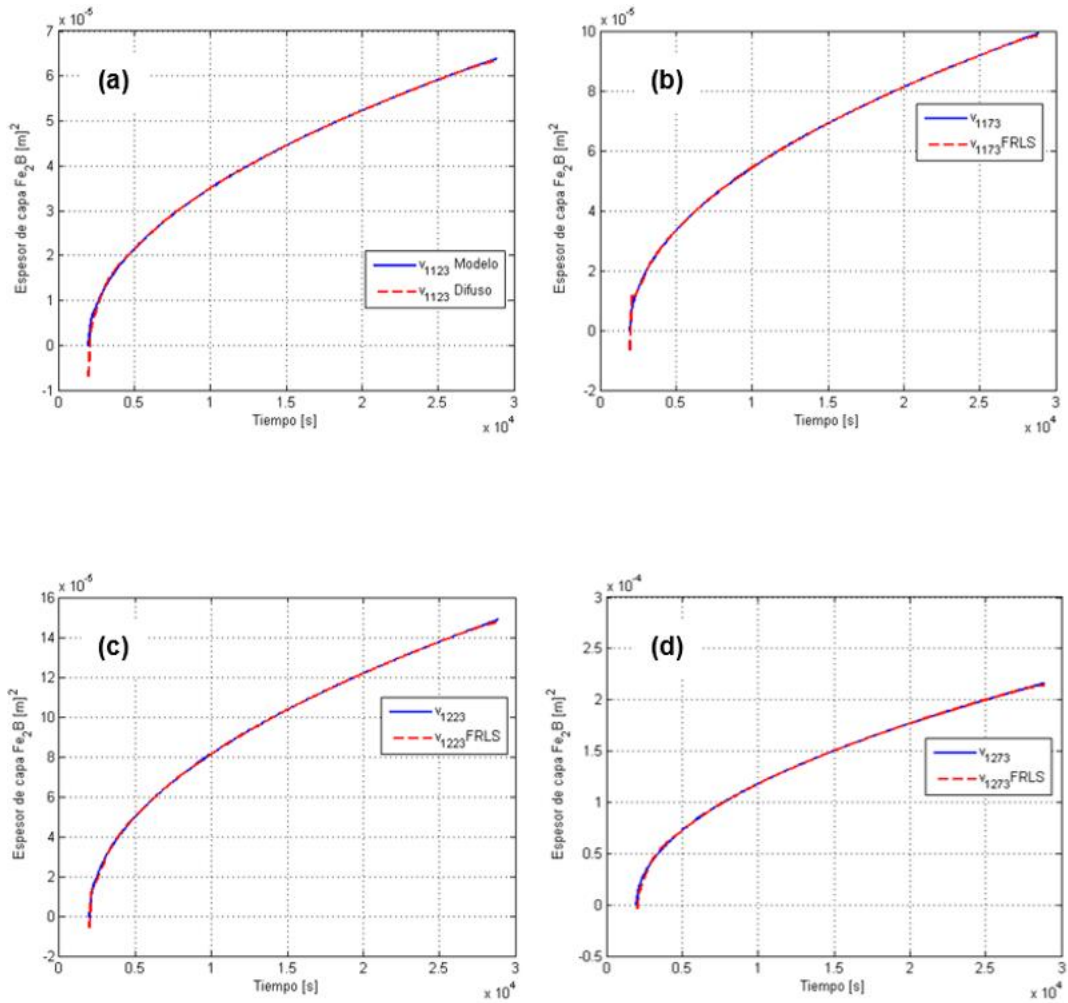


Figura A.1. Respuesta de estimación del sistema difuso a diferentes temperaturas de tratamiento donde (a) 1123 K, (b) 1173 K, (c) 1223 K y (d) 1273 K.

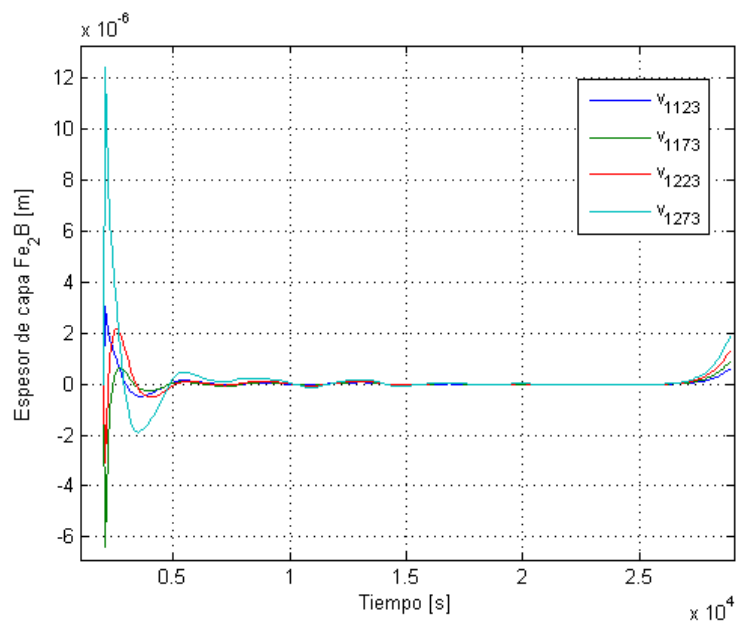


Figura A.2. Errores de estimación del sistema difuso a temperaturas de tratamiento de 1123, 1173, 1223 y 1273 K.



GLOSARIO

Algoritmo. Representación simbólica de instrucciones consistentes y lógicas que buscan dar solución a un problema. Conjunto de pasos lógicos para solucionar un problema.

Análisis. Estudio de los requerimientos dados por el usuario de la información de los procesos que tienen como fin desarrollar un software.

Aprendizaje. Adquisición de conocimiento por medio de estudio o experiencias. Cambio adaptativo que permite, al repetir una tarea sobre la misma población, realizarla más efectivamente. Proceso de las RNA's de modificar los pesos entre elementos de procesamiento según el error. Proceso (en seres humanos) de adquirir conocimiento y utilizarlo para solucionar problemas.

Artificial. Algo no natural hecho por el ser humano.

Borurización. Es uno de los mejores tratamientos termoquímicos para la obtención de superficies extremadamente duras, resistentes al desgaste, a la abrasión y a la corrosión en medios ácidos o alcalinos.

Borurización en pasta. Proceso empleado para endurecer superficialmente secciones específicas de una pieza.

Capa o nivel. Conjunto de neuronas cuyas entradas provienen de la misma fuente y cuyas salidas son dirigidas a otras neuronas.

Conexión. Elemento que un dos neuronas en una red neuronal; permite el paso de la salida de la neurona origen a la neurona destino.

Criterio. Característica que permite reconocer la veracidad material o formal de una proposición.

Dato. Es lo fundamental u objeto indivisible en una aplicación de computador.

Error Cuadrático Medio (MSE). Se define el error cuadrático medio como el valor esperado del cuadrado de la diferencia entre el estimador T y el parámetro q que trata de estimar.

Error Cuadrático Medio Normalizado (NMSE). Relación entre el exceso de error cuadrático medio en el estado estacionario y el mínimo error cuadrático medio.

Fractura. Es la separación bajo presión en dos o más piezas de un cuerpo sólido.

Función de Activación. Función aplicada por la neurona a la suma ponderada de sus entradas para producir un valor de salida.



Información. Es la organización metódica y sistemática de conocimiento expresado por símbolos o caracteres perfectamente cuantificables y transmisibles. Colección de símbolos o signos que poseen un significado.

Inteligencia. Facultad de comprender y conocer.

Inteligencia Artificial. Rama de las ciencias de la computación que busca con métodos heurísticos de procesamiento de información, diseñar y construir máquinas que exhiban características asociadas con la inteligencia humana.

Modelo. Representación esquemática y simplificada de la realidad.

Momentum. Parámetro del algoritmo de aprendizaje de propagación inversa.

Neurona. Célula nerviosa especializada en conducir impulsos electroquímicos.

Neurona Artificial. Modelo matemático de una neurona biológica.

Red. Conjunto de elementos interconectados para cumplir un objetivo.

Red neuronal artificial. Red de neuronas artificiales compuesta de un gran número interconectado de elementos de procesamiento que trabajan en cooperación para resolver problemas específicos.

Regla. Enunciado que indica cómo hay que proceder en un ambiente real y lógico.

Sinergia. Acción conjunta de dos o más órganos, elementos o sistemas hacia un fin común.

Sistema. Conjunto de objetos interrelacionados que buscan cumplir un objetivo.

Procesos termoquímicos. Reacción química mediante la cual se libera energía directamente o se convierte.

Porcentaje de error. Porcentaje de inexactitud o equivocación al realizar una operación matemática.

Substrato. Es una especie química que se considera, de forma explícita, objeto de la acción de otros reactivos.



NOMENCLATURA

| | |
|---------------|--|
| z_j | Estímulos externos |
| y_j | Actividad de salida |
| $f(z_j)$ | Función de activación |
| w_{ij} | Peso de interconexión |
| C | Capas |
| n_c | Neuronas en la capa c |
| W^c | Matriz de pesos asociada a las conexiones de la capa c |
| U^c | Vector de umbrales de las neuronas de la capa c |
| a_i^c | Activación de la neurona i de la capa c |
| X | Vector o patrón de entrada a la red. |
| Y | Valor de la red. |
| R^{n^1} | Espacio de los patrones de entrada |
| R^{n^c} | Espacio de los patrones de salida |
| Y | Vector formado por las salidas de la red |
| X | Vector de entrada a la red |
| W | Conjunto de todos los parámetros de la red |
| E | Función error |
| N | Número de patrones o muestras |
| $e(n)$ | Error cometido por la red para el patrón n |
| ϕ_i | Funciones de base radial |
| ε | Número real positivo que marca la finalización del algoritmo. |
| d_i | Amplitudes |
| a_b | Longitud de la diagonal del indentador Vickers |
| c | Tamaño de la grieta desde la mitad de la diagonal del indentador Vickers hasta la punta de la grieta |
| E | Modulo de Young |
| FeB | Boruro de Hierro |
| Fe_2B | Biboruro de Hierro |
| HV | Dureza Vickers |
| K_{IC} | Tenacidad a la fractura |
| l | Longitud de la mitad de la diagonal de la indentación |
| P | Carga |
| t | tiempo |
| T | Temperatura |
| δ | Espesor de la capa Fe_2B . |