

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MEXICO
Instituto Tecnológico de la Laguna

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

**“Estudio en Simulación de la Marcha del
Robot Humanoide Bioloid sobre Planos
Inclinados”**

POR

Caleb Delgado Ortiz

TESIS

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL
GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTRICA**

DIRECTOR DE TESIS

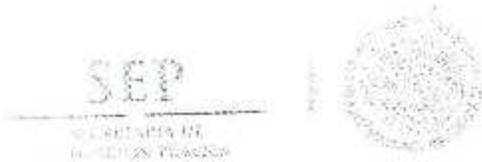
Dr. José Alfonso Pámanes García

ISSN: 0188-9060



RIITEC: (17)-TMCIE-2016

Torreón, Coahuila, México
Diciembre 2016



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Instituto Tecnológico de La Laguna

Torreón, Coah., **19/ Diciembre/ 2016**
Dependencia: DEPI/CPCIE
Oficio: DEPI/CPCIE/220/2016
Asunto: Autorización de impresión de tesis.

C. Caleb Delgado Ortiz
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA.
PRESENTE

Después de haber sometido a revisión su trabajo de tesis titulado:

"Estudio en Simulación de la Marcha del Robot Humanoide Bioloid sobre Planos Inclinados"

Habiendo cumplido con todas las indicaciones que el jurado revisor de tesis hizo, se le comunica que se le concede la autorización con número de registro **RIITEC: (17)-TMCIE-2016**, para que proceda a la impresión del mismo.

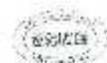
ATENTAMENTE
EDUCACIÓN TECNOLÓGICA FUENTE DE INNOVACIÓN

DR. ARMANDO LONGORIA DE LA TORRE
Jefe de la División de Estudios de Posgrado e Investigación
del Instituto Tecnológico de la Laguna



SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA
INSTITUTO TECNOLÓGICO
de la Laguna
División de Estudios de Posgrado e Investigación

ACT/RHSB



Torreón, Coah., **16/Diciembre/2016**

DR. ARMANDO LONGORIA DE LA TORRE
JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN

Por medio de la presente, hacemos de su conocimiento que después de haber sometido a revisión el trabajo de tesis titulado:

"Estudio en Simulación de la Marcha del Robot Humanoide Bioloid sobre Planos Inclinados"

Desarrollado por el **C. Caleb Delgado Ortiz**, con número de control **M1413032** y habiendo cumplido con todas las correcciones que se le indicaron, estamos de acuerdo que se le conceda la autorización de la fecha de examen de grado para que proceda a la impresión de la misma.

ATENTAMENTE
EDUCACIÓN TECNOLÓGICA FUENTE DE INNOVACION

Dr. Alfonso Pámanes García
Asesor/Director de Tesis

Dr. Miguel A. Liama Leal
Comité Tutorial

Dr. Víctor A. Santibañez Dávila
Comité Tutorial

Dr. Juan Sifuentes Mijares
Comité Tutorial

*"Sabiduría ante todo; adquiere sabiduría y sobre todas las posesiones adquiere Inteligencia.
Engrandécela y ella te engrandecerá; Ella te honrará, cuando la hayas abrazado."*

Proverbio Hebreo

Agradecimientos

Llevar a cabo un objetivo en esta vida requiere trabajo y dedicación, el camino al éxito se encuentra lleno de adversidad y desánimo, pero es ahí donde encontraremos a aquellos que verdaderamente aportan algo significativo durante el viaje. Son esos seres los que nos inspiran a querer llegar hasta donde ellos se encuentran y son los mismos que nos impulsan a conseguir el objetivo deseado. Se convierten en fuentes de inspiración y apoyo en los momentos de oscuridad cuando pareciera no encontrarse una solución. Ellos son los que nunca dejan de creer en que podemos lograrlo.

El agradecimiento más profundo de mi ser está dedicado a Dios, la fuente de amor inagotable y sabiduría por excelencia. Aquel que es Admirable, a quien se puede acercar por consejo, el que brinda fortaleza, que ha sido desde la eternidad.

Sin el apoyo de mis seres queridos no hubiera sido posible superar este desafío. A mis Padres José Cruz Delgado de la Peña y Martha Ortiz Ramírez quienes fueron mis primeros maestros y me enseñaron el camino por excelencia, ejemplos de virtud y valor en quienes puedo confiar. A mis Hermanas Martha Keren y Addis Rubí, por su compañía, amor y solidaridad en la etapa de crecimiento. A mis sobrinos, Zohel Emiliano y Levi Ibrahim, el mejor regalo que un hermano puede dar y quienes en poco tiempo se han convertido en aliciente de la vida.

En el aspecto académico quiero agradecer al Dr. José Alfonso Pámanes García los apoyos, consejos, y principalmente la paciencia con la que me guio a través de uno de los retos más grandes con los que me he enfrentado hasta hoy. A Gabriela Reyes Valdez quien aportó todo su conocimiento y brindó dirección en el desarrollo de las actividades realizadas durante esta etapa. A mis compañeros por compartir la experiencia y conocimientos y a los docentes del Instituto Tecnológico de la Laguna por la instrucción recibida.

Finalmente se extiende un agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado durante el trascurso de tiempo en que se realizó la investigación y a la División General de Educación Superior Tecnológica (DGFST) a la cual pertenece el sistema del posgrado por medio del cual se concluyó la presente tesis.

Índice General	1
Capítulo 1: Introducción	5
Capítulo 2: Conceptos Básicos sobre Marcha Bípeda	5
2.1 Mecánica de la marcha bípeda	5
2.2 Patrones de Marcha	9
2.3 Coordenadas Operacionales del Robot	10
2.3.1 Leyes de Movimiento de la Pelvis	12
2.3.2 Movimiento del Pie Libre	14
Capítulo 3: El Robot Humanoide Bioloid	16
3.1 Sensor Dynamixel AX S1	17
3.2 Servomotor Dynamixel AX-12	18
3.3 Modulo CM-5	21
3.4 Ensamble del Robot Humanoide	23
Capítulo 4: El Paquete de Software Webots	25
4.1 Descripción del Simulador	25
4.2 Antecedentes para el uso del software	26
4.3 GUI de Webots	27
4.4 Instalación de Webots	28
4.5 Actualización del Simulador del Bioloid	30
4.6 Composición de un Mundo 3D	31
4.7 Recursos necesarios del modelo	34
4.8 Creación del Robot Humanoide Bioloid	37
Capítulo 5:	46
5.1 Planos de Movimiento del Robot durante la marcha	46
5.2 Posturas Básicas	47
5.3 Cadena cinemática y parámetros geométricos del robot Bioloid	49
5.4 Modelo cinemático inverso de posición	51
5.5 Coordenadas Operacionales del Robot	56
5.6 Casos de Estudio	56
5.6.1 Caso 1: Marcha sobre un plano horizontal	57
5.6.2 Caso 2: Marcha Ascendente con pendiente de 15°	61
5.6.3 Caso 3: Marcha Descendente con pendiente de 15°	65
5.6.4 Caso 4: Marcha Descendente con pendiente de 22°	69

Capítulo 6: Simulación de la Marcha en Planos Inclinados	74
6.1 Descripción del Software Utilizado.....	74
6.2 Casos no exitosos.....	75
6.2.1 Caso 1: Plano Ascendente.....	75
6.2.2 Caso 2: Plano Descendente.....	77
6.2.3 Caso 3: Plano Ascendente (22°).....	78
6.3 Casos Exitosos.....	79
6.3.1 Caso 1: Marcha Horizontal.....	80
6.3.2 Caso 2: Marcha Ascendente con pendiente de 15°.....	82
6.3.3 Caso 3: Marcha Descendente con pendiente de 15°.....	84
6.3.4 Caso 4: Marcha Descendente con pendiente de 22°.....	86
Capítulo 7: Conclusiones	89
Apéndice A: Modelo Cinemático	91
A.1 Modelo directo de Posición.....	91
A.1.1 Matrices Elementales.....	91
A.1.2 Productos de Matrices Homogéneas.....	94
Referencias Bibliográficas	103

Índice de Tablas

Tabla 2.1 Parámetros Utilizados en la Marcha.....	11
Tabla 3.1 Límites de las variables articulares de las piernas del robot Bioloid.....	24
Tabla 4.1 Características de los diferentes tipos de Licencias del Paquete Webots.....	29
Tabla 5.1 Parámetros Denavit-Hartenberg del robot Bioloid.....	50
Tabla 5.2 Valores de los parámetros d_i y r_i de las piernas del robot.....	51
Tabla 5.3 Tipo de rotación que aplica cada articulación del robot.....	51
Tabla 5.4 Parámetros utilizados en el Caso 1: Marcha del robot sobre un plano horizontal.....	57
Tabla 5.5 Parámetros utilizados en la Marcha Ascendente de 15° del Bioloid.....	61
Tabla 5.6 Parámetros utilizados en la Marcha Descendente de 15° del Bioloid.....	65
Tabla 5.7 Parámetros utilizados en la Marcha Descendente de 22° del Bioloid.....	69

Índice de Figuras

Figura 1.1 Máquina de Vapor desarrollada por Dederick y Grass (1868)	2
Figura 1.2 Robot Bipedo EO, de la compañía Honda	2
Figura 2.1 Pie de apoyo de un caminante durante la SSP al marchar. En el ZMP actúa la resultante de la reacción del piso que produce el equilibrio dinámico del caminante	6
Figura 2.2 Caminante en marcha estable durante la SSP al localizarse el ZMP en la superficie de la suela del pie fijo	7
Figura 2.3 Caminante desequilibrado durante la SSP al encontrarse el ZMP fuera de la superficie de la suela del pie fijo. La reacción del piso es ficticia puesto que no hay un punto físico del pie en el que se pueda aplicar la fuerza reactiva para producir el equilibrio dinámico	7
Figura 2.4 Ruta del ZMP de un robot humanoide al efectuar 4 pasos de marcha. Las huellas de las suelas del robot están delimitadas por líneas negras, y el polígono de sustentación en la DSP, correspondiente a la transición del segundo al tercer paso, está demarcado mediante líneas rojas	8
Figura 2.5 Comportamiento de la velocidad de la pelvis en la dirección de la marcha	9
Figura 3.1 Dimensiones del Robot Humanoide Bioloid (mm).....	16
Figura 3.2 Sensor Dynamixel AX-S1	17
Figura 3.3 Servomotor Dynamixel AX-12	18
Figura 3.4 Rango de posición válido del Dynamixel AX-12	19
Figura 3.5 Ensamble de Carcasa a Motor (arriba). Ensamble de Motor a Motor (abajo).....	20
Figura 3.6 Conexión del CM-5 con los servomotores Dynamixel AX-12.....	20
Figura 3.7 Módulo CM-5. Izquierda Descripción de funcionamiento. Derecha Imagen del Prototipo	21
Figura 3.8 Piezas de Ensamble del Robot Humanoide Bioloid.....	22
Figura 3.9 Ensamble del Robot Humanoide Bioloid. Izquierda Vista Frontal. Derecha Vista Posterior. ...	23
Figura 4.1 Interfaz gráfica de usuario (GUI) de Webots	27
Figura 4.2 Mundo 3D del robot Bioloid editado en Webots.....	31
Figura 4.3 Árbol de Escenarios (Scene Tree)	32
Figura 4.4. Modelo conceptual de un cuerpo rígido en Webots, con una representación gráfica (Shape), una limitación física (boundingObject), y un ambiente dinámico (Physics).	36
Figura 4.5 Representación de sub nodos en un sólido compuesto hecho de varias transformaciones geométricas.....	37
Figura 4.6 Representación a alto nivel del Robot Humanoide Bioloid.....	38
Figura 4.7 Representación gráfica del torso del robot en el mundo.....	40
Figura 4.8 Diagrama de Bajo nivel del Brazo Derecho.	42
Figura 4.9 Ventana para agregar un elemento mediante su nombre DEF.....	43
Figura 4.10 Diagrama de bajo nivel de la pierna derecha.	44

Figura 4.11. Modelo del robot Bioloid Comprehensive terminado.....	45
Figura 5.1 Planos de referencia del Robot.....	47
Figura 5.2 Vista frontal del balanceo del robot en doble soporte.....	48
Figura 5.3 Vista Frontal del modelo gráfico del Bioloid en la simulación.....	48
Figura 5.4 Descripción de la cadena cinemática para el Pie Derecho Apoyado.....	49
Figura 5.5 Descripción de la cadena cinemática para el Pie Izquierdo Apoyado.....	50
Figura 5.6 Parámetros de entrada de BioTrayInc para Marcha Horizontal.....	58
Figura 5.7 Patrón de marcha generado para caminado horizontal.....	58
Figura 5.8 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo.....	59
Figura 5.9 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 1.....	60
Figura 5.10 Parámetros de BioTrayInc para Marcha en plano Ascendente de 15°.....	62
Figura 5.11 Patrón generado para marcha Ascendente con pendiente de 15°.....	62
Figura 5.12 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo para el caso 2.....	63
Figura 5.13 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 2.....	64
Figura 5.14 Parámetros de BioTrayInc para Marcha en plano Descendente de 15°.....	65
Figura 5.15 Patrón generado para marcha Descendente con pendiente de 15°.....	66
Figura 5.16 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo para el caso 3.....	67
Figura 5.17 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 3.....	68
Figura 5.18 Parámetros de BioTrayInc para Marcha en plano Descendente de 15°.....	70
Figura 5.19 Patrón generado para marcha Descendente con pendiente de 22°.....	70
Figura 5.20 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo para el caso 3.....	71
Figura 5.21 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 4.....	72
Figura 6.1 Secuencia de caída hacia atrás en un plano con pendiente positiva de 15°.....	75
Figura 6.2 Caída del robot causada por pérdida de equilibrio.....	76
Figura 6.3 Caída hacia el frente en plano descendente.....	77
Figura 6.4 Caída hacia atrás en plano descendente.....	78
Figura 6.5 Secuencia de caída en simulación para una pendiente Ascendente de 22°.....	79
Figura 6.6 Muestras de la simulación para marcha en plano Horizontal.....	81
Figura 6.7 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha horizontal.....	82
Figura 6.8 Muestras de la Simulación para la marcha Ascendente con pendiente de 15°.....	83
Figura 6.9 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha en plano Ascendente con pendiente de 15°.....	84
Figura 6.10 Muestras de la Simulación para la marcha Descendente con pendiente de 15°.....	85

Figura 6.11 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha en plano Descendente con pendiente de 15°	86
Figura 6.12 Muestras de la Simulación para la marcha Descendente con pendiente de 22°	87
Figura 6.13 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha en plano Descendente con pendiente de 22°	88

Capítulo 1

Introducción

Desde la antigüedad los humanos han tenido interés en *dar vida* a objetos inanimados. Aún antes del desarrollo tecnológico con el que contamos actualmente se crearon leyendas sobre seres de materiales diversos y de apariencia humana realizando trabajos o acciones comunes. El "Golem", que es considerado una criatura con base en arcilla o piedra, con figura humanoide y la capacidad de seguir ordenes, es un ejemplo de estas leyendas de la antigüedad.

Actualmente un robot o autómatas con apariencia semejante a la del ser humano se considera humanoide, recibiendo el nombre de Androide si presenta características de hombre, y ginoide si éstas son de Mujer. Con la llegada de la revolución industrial se presentan posibilidades de desarrollar máquinas que faciliten el trabajo del hombre y también la oportunidad de llevar a cabo esos sueños de ofrecer a máquinas el aspecto humano. Algunos de los primeros diseños destinados a estos trabajos son de Zadoc P. Dederick e Isaac Grass (1868) acerca de una máquina de apariencia humana, con motor de vapor, para estirar una carretilla, como se aprecia en la figura 1.1.

Desde ese año y hasta la actualidad se han propuesto diferentes diseños de máquinas de apariencia humana, hasta la llegada de "EO" de Honda el cual es considerado el primer bípedo autónomo. Éste se muestra en la figura 1.2.

El desarrollo de "EO" tenía como objetivo el desarrollo de un robot humanoide Bípedo con la capacidad de caminar de forma independiente y de esta forma ayudar y convivir de forma armónica con los seres humanos. Después del bípedo EO, la compañía Honda continuó con el desarrollo del robot humanoide ASIMO que actualmente es uno de los humanoides con mejores características de funcionamiento.

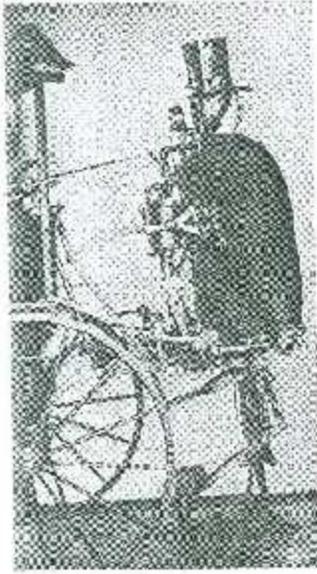


Figura 1.1. Máquina de Vapor desarrollada por Dederick y Grass (1868).

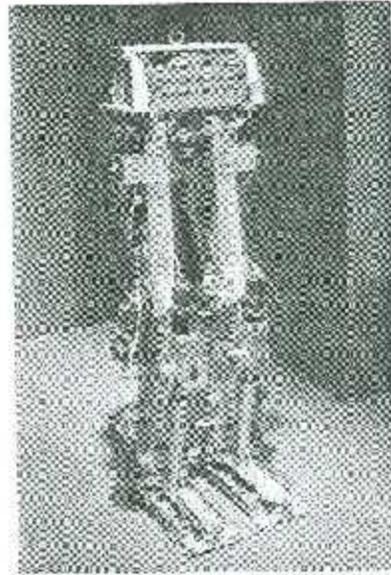


Figura 1.2. Robot bípedo EO, de la compañía Honda

Muchos otros humanoides han venido desarrollándose en diversos centros de investigación alrededor del mundo. Tales desarrollos han implicado la resolución de múltiples problemas relacionados con el diseño, control y planificación de movimientos de humanoides durante la marcha. En particular, se han efectuado algunas contribuciones relacionadas con el estudio de la marcha de humanoides en planos inclinados, como se verá más adelante. No obstante, el comportamiento dinámico de humanoides caminando en planos inclinados con movimientos basados en leyes de tipo cicloidal no ha sido estudiado. Este tipo de movimientos ha sido propuesto previamente por investigadores del ITLag y ha sido aplicado en diversos estudios previos con resultados prometedores, sin que se haya considerado hasta ahora la marcha de humanoides sobre planos inclinados. En el presente trabajo de tesis se propone efectuar los primeros estudios sobre el mencionado tema.

El objetivo general de este trabajo es el de contribuir al conocimiento existente sobre la planificación de movimientos de robots humanoides durante la marcha a través del estudio de su comportamiento dinámico mediante simulación en computadora. El análisis está orientado a la comprobación, mediante simulación, de la marcha equilibrada de un robot humanoide sobre planos inclinados, aplicando leyes de movimiento de tipo cicloidal. Para la realización del estudio se aplica el paquete computacional *Webots*®, que permite efectuar la simulación del movimiento del robot tomando en cuenta las características físicas del robot y de su entorno.

Para alcanzar el objetivo general en este trabajo se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Modelar geoméricamente el robot humanoide Bioloid en el paquete *Webots*® considerando sus propiedades físicas reales.
- Generar los movimientos deseados del robot Bioloid en el paquete *Matlab*®, específicos de los casos de estudio considerados, con base en movimientos cicloidales de la pelvis y del pie libre para una marcha sobre planos inclinados.
- Generar en el paquete *Matlab*® las consignas de movimiento articular del robot Bioloid a partir de la resolución de su modelo cinemático inverso.
- Determinar los parámetros de la marcha del robot Bioloid que permitan una marcha equilibrada en simulación para para diversos casos de estudio de caminado, considerando diferentes pendientes del plano de marcha, positivas y negativas.
- Habilitar en el paquete *Webots*® un ambiente de trabajo específico para el estudio propuesto y validar mediante simulación del comportamiento dinámico del robot humanoide Bioloid la factibilidad de la marcha en los casos estudiados en el objetivo precedente.

Como se mencionó en párrafos precedentes, en el Instituto Tecnológico de la Laguna se han realizado estudios sobre marcha de robots humanoides basada en movimientos de tipo cicloidal, utilizando simuladores similares al considerado en el presente trabajo. En todos los casos estudiados hasta la fecha se ha considerado que el robot camina sobre un plano horizontal. En el trabajo realizado por L. Olvera [8] se aplicaron leyes de movimiento de tipo cicloidal y los parámetros propuestos para esas leyes se determinaron experimentalmente de tal manera que se obtuviera una marcha equilibrada. C. Zúñiga [9] y G. Reyes [3] efectuaron estudios orientados a la optimización de parámetros de marcha cicloidal; en [9] se consideró solamente marcha rectilínea, mientras que en [10] se estudiaron rutas omnidireccionales del robot.

En estudios recientes se han estado investigando diferentes controles sobre marcha de bípedos, los cuales se han propuesto para resolver el caminado en planos inclinados. Algunos de los estudios sugieren que al encontrarse con estas pendientes, el robot bípedo se comporte como un cuadrúpedo hasta superar el obstáculo. En investigaciones un poco más completas ya se cuenta con estudios en simulación de marchas bípedas en planos inclinados. Entre los estudios sobresalientes se encuentra el de Yong-Duk Kim [11] en

el cual se estudia el control de un bípedo en planos inclinados mediante la estabilidad del torso basada en un control de aproximación pasivo pero sin tomar en cuenta la dinámica; este estudio muestra la factibilidad del caminado del bípedo sobre un plano inclinado. En un trabajo más reciente, Kaewlek y Maneewarn [12] plantearon un algoritmo simple para la compensación de la marcha de un humanoide caminando en planos inclinados. En ese trabajo se plantea la compensación del movimiento del tobillo. Los resultados demuestran que el robot utilizado pueda realizar un caminado ascendente o descendente con pendientes de hasta $+10^\circ$ y -10° respectivamente.

Seven [13] propone un control difuso para el caminado de un bípedo de 12 *gdl* en planos inclinados y, a pesar de que el control de las marchas sobre planos inclinados es complicado, prueba mediante simulaciones que éstas son factibles. En otro trabajo [14] se estudió la cinemática de la marcha del Robot Bioid en planos inclinados basada en leyes de tipo cicloidal, y se propusieron parámetros para ese tipo de marcha en planos inclinados tanto ascendentes como descendentes. En este último trabajo, sin embargo, no se analizó el equilibrio dinámico. A nuestro conocimiento no se han publicado trabajos que consideren la planificación de la marcha de humanoides en planos inclinados que incluyan la simulación de la dinámica del robot.

En el presente trabajo de tesis se aplica el patrón de marcha de [14] y se proponen parámetros que permitan una marcha factible del robot Bioid, esta marcha se valida mediante estudios de simulación de la dinámica del robot aplicando el paquete Webots®.

Capítulo 2

Conceptos Básicos sobre Marcha Bípeda

Los robots humanoides utilizan dos piernas como instrumentos de locomoción, de manera semejante a los seres humanos. Así, al tipo de marcha de tales máquinas se le denomina marcha bípeda. Cada pierna de un humanoide está conformada por una cadena cinemática con un número de grados suficiente que le permita, cuando es soportada por un pie fijo, desplazar la pelvis del robot con movimiento general en el espacio 3D durante una marcha equilibrada. Por otro lado, la pierna debe hacer posible la traslación y el movimiento oscilatorio típico de la pierna cuando, suspendida desde la pelvis, al dar un paso hace avanzar un pie también con movimiento general en el espacio 3D. Para lograr esta mecánica de movimientos en un robot bípedo son suficientes 6 grados de libertad en la cadena cinemática de cada pierna. Desde luego, es posible reducir el número de grados de libertad de las piernas si se restringen los movimientos de la pelvis y del pie oscilante. En tal caso el robot perdería movilidad y se reduciría su capacidad de autoequilibrio. En este capítulo se revisan algunos conceptos elementales existentes en la literatura acerca de la marcha bípeda y las condiciones de equilibrio de un humanoide durante la marcha bípeda.

2.1 Mecánica de la marcha bípeda

En la mecánica de la marcha de un humanoide se distinguen dos fases del movimiento del robot: la fase de simple soporte (SSP) y la fase de doble soporte (DSP). En la SSP el peso del robot es soportado solamente por el pie de apoyo, mientras que en la DSP el peso del robot es soportado por los dos pies. En una marcha normal de un humano el periodo de la DSP generalmente es menor que el de la SSP. La suma de los dos periodos es igual al tiempo que se requiere para completar un ciclo de la marcha.

Para decretar el equilibrio de un humanoide durante la marcha bípeda, se utilizan generalmente dos criterios. El primero se basa en la posición del **centro de gravedad** (COG por sus siglas en inglés) del robot; este punto debe mantenerse dentro de la superficie de sustentación del pie fijo durante la SSP. En el segundo criterio intervienen las cargas inerciales de los cuerpos del robot y se basa en el concepto del punto de momento cero (**ZMP** por sus siglas en inglés), el cual debe permanecer en la superficie de sustentación del pie fijo durante el desplazamiento del pie oscilante.

El concepto del **ZMP** fue introducido por *M. Vukobratovic* et al [2] en un estudio acerca de la mecánica de la marcha humana. El ZMP es el punto del suelo en el que actúa la fuerza resultante de reacción del piso que se requiere aplicar al pie para mantener en equilibrio dinámico al robot. Evidentemente, para que ocurra este equilibrio durante la SSP el ZMP debe estar en un punto de la suela del pie en contacto con el piso. De lo contrario el robot podría perder el equilibrio. En la Figura 2.1 se ilustra gráficamente el concepto del ZMP. En la Figura 2.2 se aprecia a un ser humano en marcha estable cuando el ZMP se encuentra en un punto de la suela correspondiente al pie de apoyo en la SSP, y en la Figura 2.3 se observa el desequilibrio del caminante cuando el ZMP, por virtud de la dinámica del humano, abandona la superficie de la suela.

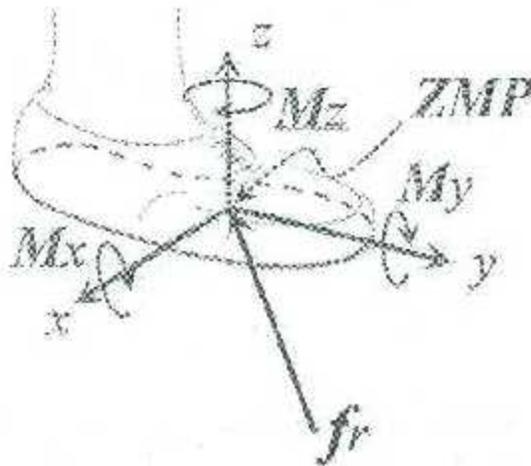


Figura 2.1 Pie de apoyo de un caminante durante la SSP al marchar. En el ZMP actúa la resultante de la reacción del piso que produce el equilibrio dinámico del caminante [XX]

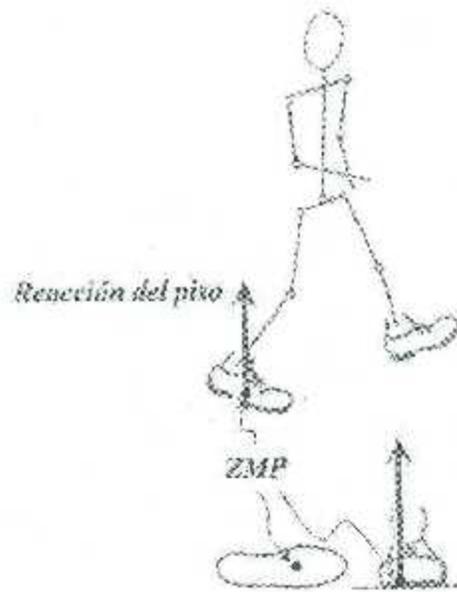


Figura 2.2 Caminante en marcha estable durante la SSP al localizarse el ZMP en la superficie de la suela del pie fijo [XX]

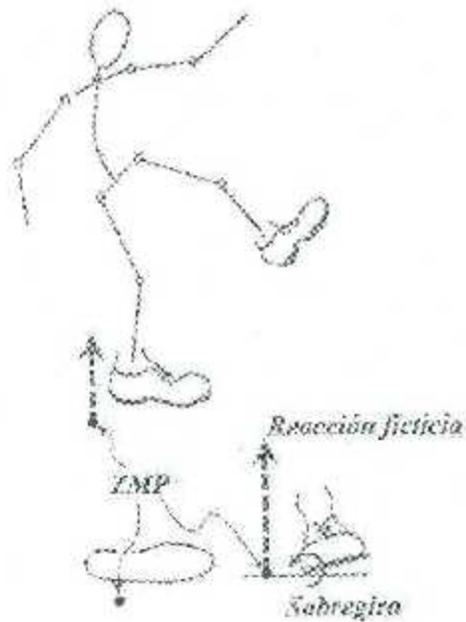


Figura 2.3 Caminante desequilibrado durante la SSP al encontrarse el ZMP fuera de la superficie de la suela del pie fijo. La reacción del piso es ficticia puesto que no hay un punto físico del pie en el que se pueda aplicar la fuerza reactiva para producir el equilibrio dinámico [XX].

Ahora bien, para mantener el equilibrio del humanoide durante la DSP el ZMP debe encontrarse dentro del polígono de sustentación, que se consiste en el área convexa que incluye los polígonos de las suelas de los dos pies del robot en contacto con el piso durante la DSP. En la Figura 3.1 se muestra la ruta que sigue el ZMP durante 4 pasos de marcha de un robot humanoide. Los polígonos de las suelas de los pies al estar en contacto con el piso en la SSP se representan con líneas de color negro. El polígono de sustentación de la DSP correspondiente a la transición del segundo al tercer paso se representa de color rojo.

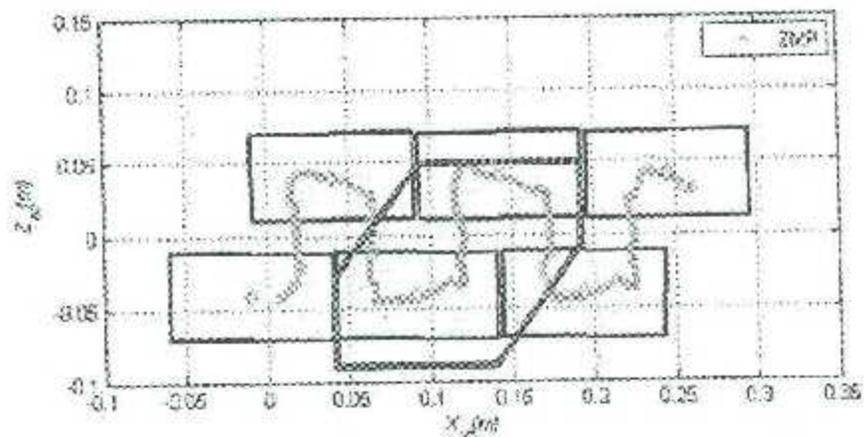


Figura 2.4 Ruta del ZMP de un robot humanoide al efectuar 4 pasos de marcha. Las huellas de las suelas del robot están delimitadas por líneas negras, y el polígono de sustentación en la DSP, correspondiente a la transición del segundo al tercer paso, está demarcado mediante líneas rojas [3].

En el presente trabajo se considera que durante un ciclo de marcha de un robot su pelvis parte del reposo y acelera en una primera etapa, llamada de arranque, durante un paso y un periodo T_1 hasta alcanzar una velocidad de crucero en la dirección de desplazamiento (dirección x). Esta velocidad se mantiene constante durante los siguientes n_p pasos, completando una segunda etapa, llamada de crucero. Cada uno de los pasos de la etapa de crucero se efectúa en un periodo T_2 , por lo que el tiempo correspondiente a la etapa de crucero es $n_p T_2$. Finalmente la pelvis desacelera, durante una tercera etapa llamada de frenado, desde la velocidad de crucero hasta llegar al reposo en el último paso y un periodo T_3 . Así, el número total de pasos de un ciclo de marcha es $n_p + 2$, y el tiempo total del ciclo es $T_1 + n_p T_2 + T_3$. En la figura 2.5 se representa el comportamiento típico de la velocidad de la pelvis en las tres etapas mencionadas.

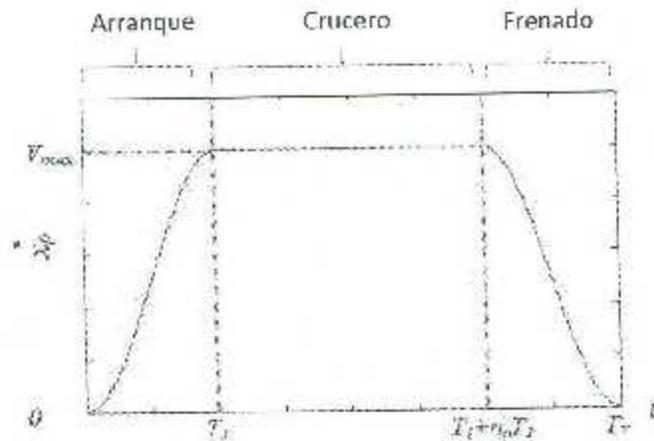


Figura 2.5 Comportamiento de la velocidad de la pelvis en la dirección de la marcha.

2.2 Patrones de Marcha.

En diversos trabajos relativos al caminado de humanoides se utilizan varios enfoques para definir los patrones de marcha de los robots humanoides. Algunos estudios se basan en el comportamiento de la dinámica humana [6], [7]. En este último trabajo se identifican las características de una persona, se captura la información básica relativa a las acciones que se desea reproducir mediante el humanoide y, a partir de la información capturada se sintetizan los movimientos que el humanoide debe realizar.

Los patrones de marcha utilizados en el presente trabajo están basados en movimientos de tipo cicloidal, los cuales se aplican al pie libre y a la pelvis, tanto para desplazamientos traslacionales como rotacionales. Estos patrones de marcha fueron propuestos en un trabajo previo [10] con resultados interesantes. En todas las componentes de desplazamiento, los parámetros de los movimientos definen valores iniciales y amplitudes de desplazamiento. A través de dichos parámetros se modulan fácilmente las oscilaciones del pie libre y de la pelvis para producir marchas con diversos atributos. En las siguientes secciones se detallan las ecuaciones que describen las componentes de los mencionados patrones de marcha.

2.3 Coordenadas Operacionales del Robot.

Se asume que al inicio y al final de un ciclo de marcha el humanoide se encuentra con los pies juntos. El periodo T_i correspondiente a un paso de la marcha está dividido en dos tiempos, como ya se ha mencionado: uno correspondiente a la fase de simple soporte (SSP) y otro correspondiente a la fase de doble soporte (DSP). El tiempo correspondiente al paso i está definido como $T_i = T_D + T_S$.

El tiempo del movimiento del robot correspondiente a cada etapa se establece de la siguiente manera: a la *etapa 1* (arranque) le corresponde el rango $0 \leq t \leq T_1$. A la *etapa 2* (cruce) $T_1 \leq t \leq (T_1 + n \cdot T_2)$ y a la *etapa 3* (frenado) si $(T_1 + n \cdot T_2) \leq t \leq T_T$. Siendo n el número de pasos de la etapa de cruce. El tiempo total de la marcha es $T_T = T_1 + n \cdot T_2 + T_3$.

En la Tabla 2.1 se listan los parámetros que intervienen en las ecuaciones del patrón de marcha utilizado en este trabajo, y en las ecuaciones 2.1 a 2.13 se definen las leyes de movimiento propuestas para la pelvis y el pie libre.

Tabla 2.1 Parámetros Utilizados en la Marcha

Parámetros	Descripción
T	Tiempo por paso
ΔT	Incremento de Tiempo
n	Número de pasos
α	Ángulo de Marcha respecto al plano horizontal
X_{p_i}	Posición inicial de la Pelvis en X
Y_{p_i}	Posición Inicial de la Pelvis en Y
Z_{p_i}	Posición inicial de la Pelvis en Z
δX_p	Incremento sobre el eje X de la pelvis durante cada paso
δY_p	Incremento sobre el eje Y de la pelvis durante cada paso
δZ_p	Incremento sobre el eje Z de la pelvis durante cada paso
λ_p	Orientación Inicial de balanceo de la pelvis con respecto al Mundo
μ_p	Orientación Inicial de cabeceo de la pelvis con respecto al Mundo
ν_p	Orientación Inicial de guiñada de la pelvis con respecto al Mundo
$\delta \lambda_p$	Desplazamiento de orientación de balanceo de la pelvis
$\delta \mu_p$	Desplazamiento de orientación de cabeceo de la pelvis
$\delta \nu_p$	Desplazamiento de orientación de guiñada de la pelvis
X_f	Posición inicial del Pie Libre en X al inicio de la marcha
Y_f	Posición inicial del Pie Libre en Y al inicio de la marcha
Z_f	Posición inicial del Pie Libre en Z al inicio de la marcha
δX_f	Incremento sobre el eje X del pie libre durante cada paso
δY_f	Incremento sobre el eje Y del pie libre durante cada paso
δZ_f	Incremento sobre el eje Z del pie libre durante cada paso
λ_f	Orientación Inicial de balanceo del pie libre con respecto al Mundo
μ_f	Orientación Inicial de cabeceo del pie libre con respecto al Mundo
ν_f	Orientación Inicial de guiñada del pie libre con respecto al Mundo
$\delta \lambda_f$	Desplazamiento de orientación de balanceo del pie libre
$\delta \mu_f$	Desplazamiento de orientación de cabeceo del pie libre
$\delta \nu_f$	Desplazamiento de orientación de guiñada del pie libre

2.3.1 Leyes de Movimiento de la Pelvis.

$$x_p(t) = \begin{cases} \frac{S_x}{2} \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t}{T_1} \right) \right) & , 0 \leq t \leq T_1 \\ S_x \left(j - \frac{1}{2} - \frac{t'}{T_2} \right) & , j=1, \dots, n_p \quad , 0 \leq t' \leq T_2 \\ n S_n + \frac{S_x}{2} \left(1 + \frac{t''}{T_3} + \frac{1}{\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{\pi t''}{T_3} \right) \right) & , 0 \leq t'' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$y_p(t) = \begin{cases} y_{0x} + \delta y_p \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi t}{T_1} \right) \right) & , 0 \leq t \leq T_1 \\ y_{0x} + 2\delta y_p \left(\frac{t'}{T_2} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t'\pi}{T_2} \right) \right) & , 0 \leq t' \leq (T_2/2) \\ y_{0x} + 2\delta y_p \left(1 - \frac{t'}{T_2} + \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t'\pi}{T_2} \right) \right) & , (T_2/2) < t' \leq T_2 \\ y_{0x} + \delta y_p \left(\frac{t''}{T_3} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t''\pi}{T_3} \right) \right) & , 0 \leq t'' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$z_p(t) = \begin{cases} z_{0z} + \varepsilon_p \delta z_p \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi t}{T_1} \right) \right) & , 0 \leq t \leq T_1 \\ z_{0z} + 2\varepsilon_p \delta z_p \left(\frac{t'}{T_2} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t'\pi}{T_2} \right) \right) & , 0 \leq t' \leq T_2 \\ z_{0z} + \varepsilon_p \delta z_p \left(\frac{t''}{T_3} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t''\pi}{T_3} \right) \right) & , 0 \leq t'' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\lambda_p(t) = \begin{cases} \lambda_{p0} - \varepsilon_p \delta \lambda_p \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t\pi}{T_1} \right) \right) & , 0 \leq t \leq T_1 \\ \lambda_{p0} + \varepsilon_p \delta \lambda_p \left\{ 1 - 2 \left(\frac{t'}{T_2} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t'\pi}{T_2} \right) \right) \right\} & , 0 \leq t' \leq T_2 \\ \lambda_{p0} + \varepsilon_p \delta \lambda_p \left\{ 1 - \left(\frac{t''}{T_3} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t''\pi}{T_3} \right) \right) \right\} & , 0 \leq t'' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\mu_p(t) = \begin{cases} \mu_{p0} + \varepsilon_p \delta \mu_p \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t\pi}{T_1} \right) \right) & , 0 \leq t \leq T_1 \\ \mu_{p0} + \varepsilon_p \delta \mu_p \left\{ 1 + 2 \left(\frac{t'}{T_2} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t'\pi}{T_2} \right) \right) \right\} & , 0 \leq t' \leq T_2 \\ \mu_{p0} - \varepsilon_p \delta \mu_p \left(\frac{t''}{T_3} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2t''\pi}{T_3} \right) \right) & , 0 \leq t'' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$v_p(t) = \begin{cases} v_{p0} + \varepsilon_p \delta v_p \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t\pi}{T_1} \right) \right) & , 0 \leq t \leq (T_1/2) \\ v_{p0} - \varepsilon_p \delta v_p \left(\frac{t}{2} \right) \left\{ 1 - 2 \left(\frac{t}{T_1} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t\pi}{T_1} \right) \right) \right\} & , (T_1/2) \leq t \leq T_1 \\ v_{p0} - \varepsilon_p \delta v_p \left\{ 2 \left(\frac{t'}{T_2} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t'\pi}{T_2} \right) \right) \right\} & , 0 \leq t' \leq (T_2/2) \end{cases} \quad (4.6)$$

$$v_p(t) = \begin{cases} v_{p0} + \varepsilon_p \delta v_p \left\{ 2 \left(1 - \frac{t'}{T_2} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t'\pi}{T_2} \right) \right) \right\} & , (T_2/2) \leq t' \leq T_2 \\ v_{p0} + \varepsilon_p \delta v_p \left\{ 2 \left(\frac{t''}{T_3} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t''\pi}{T_3} \right) \right) \right\} & , 0 \leq t'' \leq (T_3/2) \\ v_{p0} - \varepsilon_p \delta v_p \left(1 - \frac{t''}{T_3} - \frac{1}{4\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t''\pi}{T_3} \right) \right) & , (T_3/2) \leq t'' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.7)$$

2.3.2 Movimiento del Pie Libre.

Las siguientes ecuaciones determinan la posición y orientación del pie libre. La posición del eslabón final terminal corresponde al centro del tobillo izquierdo si el pie derecho es el apoyado y viceversa. En la ecuación (4.8) $j = 1, 2, 3, \dots, n$. A continuación se describen las ecuaciones.

$$x_f(t) = j\delta x_f + \delta x_f \left[\frac{t}{T_{Si}} - \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left(\frac{2t\pi}{T_{Si}} \right) \right] \quad (4.8)$$

$$y_f(t) = \begin{cases} \delta y_f(\sin(\pi x_f(t))) & , 0 \leq t < T_1 \\ \delta y_f \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{x_f(t')}{S_x} \right) \right) \right) & , 0 \leq t' < T_2 \\ \delta y_f(\sin(\pi x_f(t'))) & , 0 \leq t' \leq T_3 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$z_f(t) = \begin{cases} \delta z_f \left[\frac{2t}{T_{Si}} - \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left(\frac{4t\pi}{T_{Si}} \right) \right] & \text{si } t \leq (T_{Si}/2) \\ \delta z_f - \delta z_f \left[\frac{(2t - T_{Si})}{T_{Si}} - \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left(\frac{2\pi(2t - T_{Si})}{T_{Si}} \right) \right] & \text{si } t > (T_{Si}/2) \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\lambda_f(t) = \begin{cases} \lambda_{f0} + \delta \lambda_f \left[\frac{2t}{T_{Si}} - \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left(\frac{4t\pi}{T_{Si}} \right) \right] & \text{si } t \leq (T_{Si}/2) \\ \lambda_{f0} + \delta \lambda_f \left[1 - \left[\frac{(2t - T_{Si})}{T_{Si}} - \frac{1}{2\pi} \text{sen} \left(\frac{2\pi(2t - T_{Si})}{T_{Si}} \right) \right] \right] & \text{si } t > (T_{Si}/2) \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\mu_f(t) = \begin{cases} \mu_{f_0} + \delta\mu_f \left[\frac{2t}{T_{st}} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t\pi}{T_{st}} \right) \right] & \text{si } t \leq (T_{st}/2) \\ \mu_{f_0} + \delta\mu_f \left[1 - \left[\frac{(2t - T_{st})}{T_{st}} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi(2t - T_{st})}{T_{st}} \right) \right] \right] & \text{si } t > (T_{st}/2) \end{cases} \quad (4.12)$$

$$v_f(t) = \begin{cases} v_{f_0} + \delta v_f \left[\frac{2t}{T_{st}} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{4t\pi}{T_{st}} \right) \right] & \text{si } t \leq (T_{st}/2) \\ v_{f_0} + \delta v_f \left[1 - \left[\frac{(2t - T_{st})}{T_{st}} - \frac{1}{2\pi} \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi(2t - T_{st})}{T_{st}} \right) \right] \right] & \text{si } t > (T_{st}/2) \end{cases} \quad (4.13)$$

El manual "Quick Start" proporcionado por la empresa Robotis muestra a detalle el ensamblado de las piezas para construir el humanoide. El estudio de este manual se utilizará en la primer parte del desarrollo de un modelo 3D para la simulación gráfica del robot. A continuación se describen las piezas básicas y necesarias de las cuales se dará una descripción detallada para conocer dichos elementos.



Figura 3.2 Sensor Dynamixel AX-S1

3.1 Sensor Dynamixel AX-S1.

El módulo Dynamixel AX-S1 es un sensor inteligente el cual integra las funciones de Sensor de Sonido, Receptor de Control Remoto Infrarrojo, Sensor infrarrojo de Distancia, Sensor de Luz, Buzzer, Control de Unidad y Red. El AX-S1 es compacto en tamaño, sin embargo está diseñado para soportar incluso fuerzas externas extremas. Puede reconocer cambios internos como los de voltaje o temperatura. Entre otras características se encuentran:

Control de Precisión: Capacidad de leer un sensor que ha sido detectado mediante una resolución de 1024 pasos.

FeedBack: Capacidad de realimentación de los valores del sensor infrarrojo de distancia, sensor de luz y sensor de sonido.

Sistema de Alarma: Este sistema detecta valores fuera de rango de temperatura, torque o voltaje si estos fueron limitados por el usuario.

Comunicación: La conexión serial es sencilla y soporta una comunicación de hasta 1 Mbps.

Sensor Infrarrojo: Contienen tres sensores infrarrojos, lo cual hace posible detectar distancias a la izquierda/centro/derecha con ángulos y así mismo la luz.

Sensor Remocon: Permite enviar/recibir señales infrarrojas entre dispositivos.

En la figura 3.2 se muestra el Sensor utilizado en el ensamble.



Figura 3.3 Servomotor Dynamixel AX-12.

3.2 Servomotor Dynamixel AX-12

El módulo Dynamixel AX-12 es un inteligente y modular actuador que incorpora un reductor de engranaje, un motor de precisión de DC y un control de circuitería con funcionalidad en red. La posición fija del servo puede ser establecida mediante el control de posición. En comparación con su tamaño puede producir un torque alto y está hecho con materiales para resistir fuerzas externas de alto grado. Otras de sus características principales son:

Control de Precisión: Capacidad de leer un sensor que ha sido detectado mediante una resolución de 1024 pasos.

FeedBack: Capacidad de realimentación de los valores del sensor infrarrojo de distancia, sensor de luz y sensor de sonido.

Sistema de Alarma: Este sistema detecta valores fuera de rango de temperatura, torque o voltaje si estos fueron limitados por el usuario.

Comunicación: La conexión serial es sencilla y soporta una comunicación de hasta 1 Mbps.

Control Distribuido: Posición, velocidad y torque pueden ser fácilmente establecidos por paquetes de información mediante la comunicación con el procesador.

La figura 3.3 muestra el servomotor dynamixel AX-12.

La posición deseada puede establecerse dentro del rango de movimiento con el que cuenta el dynamixel que es de 300° . Es posible determinar el rango mediante la configuración para establecer el *rango limitado*, el caso actual, o *giro sin fin* el cual puede ser editado por el usuario dependiendo del caso requerido. La figura 3.4 muestra el rango de posición en el caso de *rango limitado*.

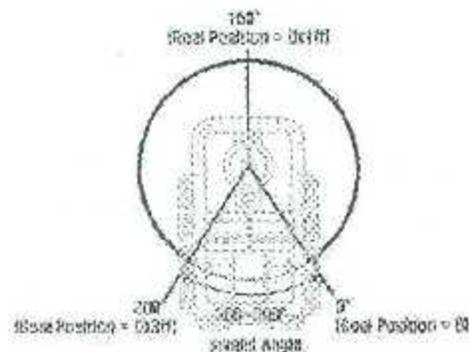


Figura 3.4 Rango de posición válido del Dynamixel AX-12.

Las piezas de ensamblaje del AX-12 mediante las cuales se logran armar los diferentes modelos con los que cuenta el kit se pueden observar en la figura 3.5 la unión de carcasa a motor y de motor a motor. Además en la figura 3.6 se muestra la forma mediante la cual son conectados de forma serial los servomotores a la unidad de procesamiento.

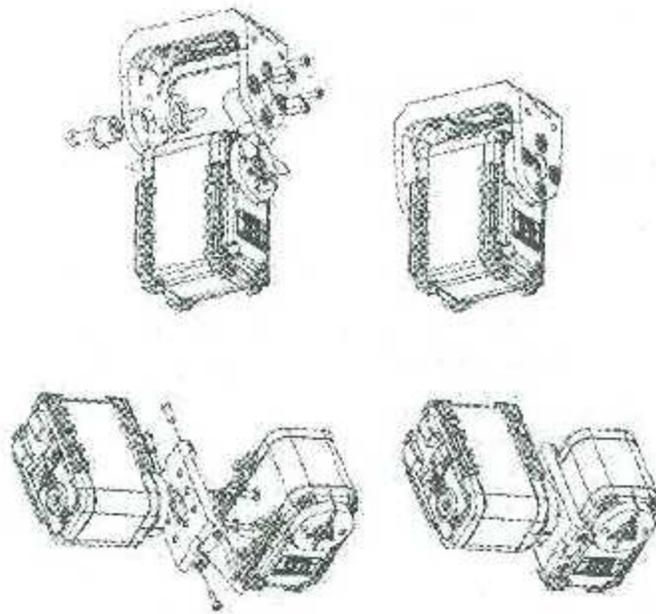


Figura 3.5 Ensamble de Carcasa a Motor (arriba). Ensamble de Motor a Motor (abajo).

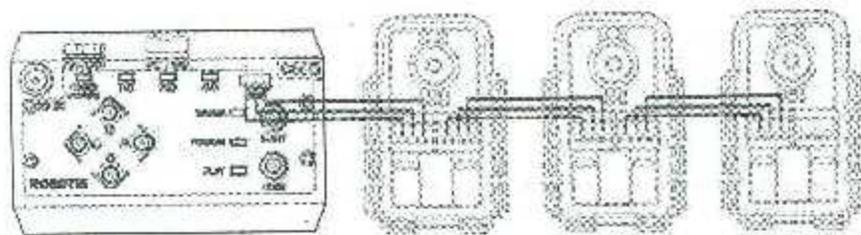


Figura 3.6 Conexión del CM-5 con los servomotores Dynamixel AX-12.

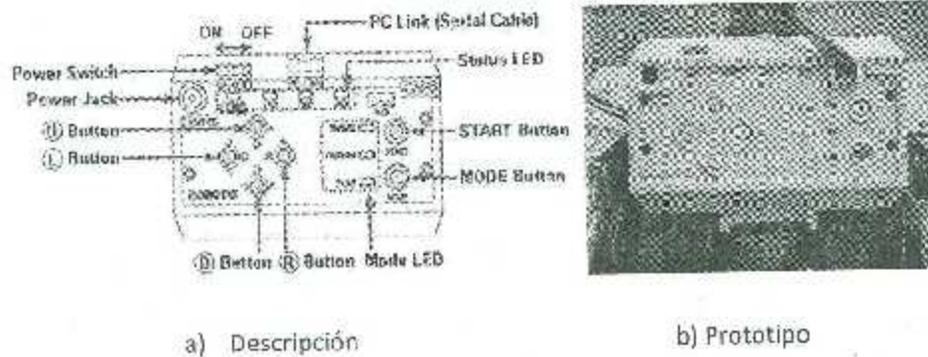


Figura 3.7 Módulo CM-5. Izquierda Descripción de funcionamiento. Derecha Imagen del Prototipo

3.3 Modulo CM-5

Esta es la unidad central de control del Bioloid, el cual es un Atmega128 de la serie AVR de Atmel. El principal compilador del Atmega128 es C, sin embargo este también es compatible con versiones libres lo cual demuestra su gran desempeño. Se alimenta mediante un adaptador de corriente de 120 volts. Este módulo cuenta con los siguientes modos de trabajo:

Modo de Manejo: Se puede conocer el estado del Módulo, los servomotores o las conexiones del Robot.

Modo Programación: Usado para almacenar la rutina deseada del Bioloid mediante el software del fabricante.

Modo de Reproducción: Mediante el cual se ejecuta la rutina proporcionada en el Modo Programación.

Modo Stand by: Es el estado inicial del CM-5.

Modo de Lanzamiento: Permite la conexión entre la PC y el módulo para adquirir o enviar datos a los servomotores.

Los botones que aparecen en la figura 3.7 (a) permiten al usuario seleccionar el modo en el que trabajará el CM-5. Los indicadores (Status led) muestran el estado del procesador, estos se detallan a continuación:

Led power: se mantiene iluminado mientras el CM-5 permanezca encendido y parpadea mientras la batería se está cargando.

Led TXD: Indicador de transferencia de información desde el CM-5.

Led RXD: Se ilumina si el CM-5 recibe información.

Led AUX: Su funcionamiento es determinado por el usuario.

En la figura 3.7 se presenta el Módulo CM 5 con la descripción del manual y una muestra del prototipo.

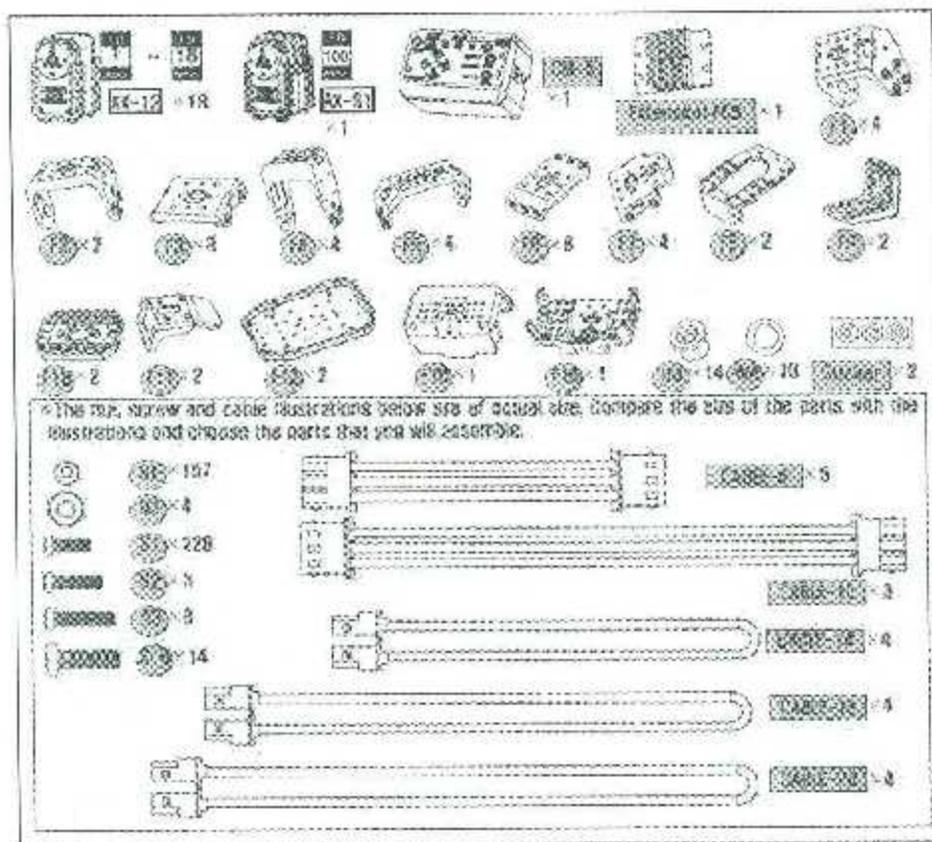


Figura 3.8 Piezas de Ensamble del Robot Humanoide Bioloid.

3.4 Ensamble del Robot Humanoide.

Para el ensamble del Modelo Humanoide que es posible realizar con el Kit Comprehensive se volverá a tomar como referencia el Manual "Quick Start" que contiene paso a paso las piezas y ensambles necesarios para su armado. Primeramente se toma en cuenta las piezas que en la figura 3.8 se pueden apreciar las piezas con sus respectivos nombres de identificación.

En este apartado no se presenciara paso a paso la construcción del humanoide, simplemente se hace referencia al manual. En la figura 3.9 se aprecia la estructura del robot completo así como la identificación de cada uno de los servomotores. Para posteriores capítulos este aporte facilita la creación del ambiente gráfico para la simulación en Webots.

Capacidad de movimiento de la estructura bípoda.

La estructura bípoda de este humanoide cuenta con 12 servomotores que proporcionan los 12 grados de libertad con los que cuentan las piernas del Bioloid. Entre las características del servomotor AX-12 se encuentra la posibilidad de rotar el motor dentro de un rango de 300°. Debido a la estructura con la que se ensambla el humanoide, no es posible disponer de esta capacidad de rotación completa, esto sin que ocurran colisiones entre las extremidades. Para evitar esto último se establecen límites para cada articulación.

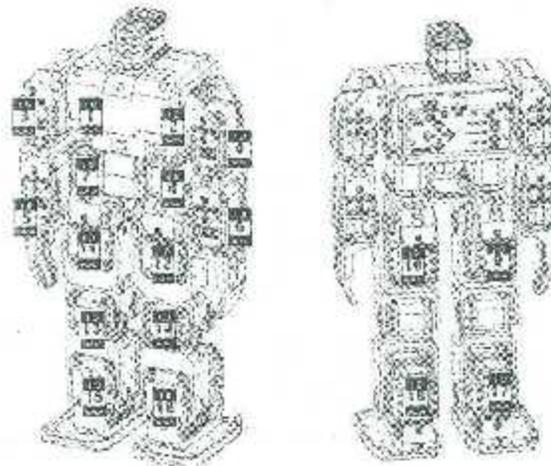


Figura 3.9 Ensamble del Robot Humanoide Bioloid. Izquierda Vista Frontal. Derecha Vista Posterior.

En la siguiente tabla se especifica cada servomotor con su respectivo límite, esto con el fin de mantener el impacto entre piezas al margen. Estos datos están basados en la anatomía del robot.

Tabla 3.1 Límites de las variables articulares de las piernas del robot Bioloid

Límites Articulares	Número de Articulación											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
q(i) min	45	0	80	0	100	15	-165	-60	-90	15	45	45
q(i) max	-45	45	-15	-90	60	-15	-195	-100	-180	-80	0	-45

Con las características anteriormente citadas se llevará a cabo la elaboración del simulador. Basándose en el manual de ensamble y en una versión anterior existente se podrá construir el ambiente gráfico dedicado a la simulación dinámica. En el capítulo posterior se explicarán detalles a profundidad a cerca del paquete y sus características.

Capítulo 4

El paquete de software *Webots*®

En el presente capítulo se presentan las características del paquete de simulación *Webots*® utilizado en las pruebas de caminado de este trabajo. Se incluye un compendio de conceptos básicos del software, la descripción de los elementos utilizados para el modelado geométrico del robot, y finalmente se presenta el modelo geométrico obtenido del robot en el paquete.

4.1 Descripción del simulador

Webots es un ambiente de desarrollo usado para modelar, programar y simular robots móviles. Con esta herramienta se pueden simular robots complejos, pueden simularse uno o varios robots, ya sea con las mismas características físicas o con diferentes características. El usuario tiene la posibilidad de editar cada objeto de un robot según sus características específicas de fricción, masas, texturas, formas, etc. Cuenta con una librería formada por una gran cantidad de actuadores y sensores disponibles para el uso de cada robot. El Controlador del robot puede ser programado en el *Entorno de Desarrollo Integrado* (IDE por las siglas iniciales en inglés de "*Integrated Development Environment*") o por medio de software de desarrollo de terceros (en lenguajes C, C++, Python, Matlab). Los robots se simulan en un entorno (o *mundo*) con características físicas reales.

Las investigaciones en robots móviles por sí solas implican un volumen amplio de conocimientos tanto de tecnologías de dispositivos mecatrónicos como de hardware y software. Con la ayuda de un paquete de simulación física, con la capacidad de usar herramientas accesibles al usuario, es posible mejorar y optimizar el diseño y el desempeño de robots.

4.2 Antecedentes para el uso del software.

Para la programación de Webots se necesita un conocimiento básico de lenguaje C, C++, Java, Python o Matlab. En lo referente al modelado geométrico de un robot en 3D, si no se dispone de un modelo predefinido en Webots, se pueden crear modelos de robots específicos mediante paquetes de modelado computacional gráfico en 3D y VRML97 (*Virtual Reality Modelling Language*), para posteriormente importarlos en Webots®.

Para realizar una simulación y tener acceso a las funciones con mayor grado de complejidad de Webots® es necesario contar con una licencia del paquete. *Webots PRO* es la licencia esencial para la creación de robots.

Una simulación en Webots cuenta con los siguientes componentes:

Mundo. Es una descripción 3D de las propiedades del robot y de su ambiente. Contiene la descripción de los atributos de cada objeto tales como: orientación, posición, geometría, apariencia, propiedades físicas, tipo de objeto, etc. El *mundo* no contiene el controlador del robot, pero sí se debe especificar el nombre asignado al archivo del mundo que es requerido para cada robot. La extensión asignada al archivo es ".wbt".

Controlador. Es un programa que controla a cada robot ubicado en el archivo del *mundo*. El controlador puede programarse en alguno de los lenguajes soportados por Webots®. Cuando la simulación inicia cada robot puede tener su correspondiente controlador por separado, o bien un mismo controlador puede ser compartido por varios robots y también realizar diferentes tareas.

Supervisor. Es un tipo especial de robot el cual puede realizar acciones normalmente hechas por un humano. Está asociado a un programa realizado en los lenguajes soportados y puede realizar tareas como el control de la simulación, mover un robot o medir.

4.3 GUI de Webots

La interfaz gráfica de usuario (GUI) de Webots, como se aprecia en la Figura 4.1, está compuesta por una barra del menú principal (con 9 opciones: *File*, *Edit*, *View*, *Simulation*, *Build*, *Robot*, *Tools*, *Wizard* y *Help*) y 4 ventanas principales:

- La barra de herramientas de la opción *Simulation*.
- La ventana que muestra las escenas de una simulación 3D (que incluye una sub-ventana de estado), con la cual es posible interactuar.
- El *Árbol de Escenarios*, que hace una representación jerárquica del mundo que se simula.
- El *Editor de Texto* que permite la edición del código fuente de un programa.
- La *Consola* que muestra la compilación y las salidas del controlador.

La opción de más utilidad para el usuario es la de *Simulation*. Desde su barra de herramientas se controlan las acciones sobre el ambiente gráfico, la edición de nodos en el árbol del escenario y la misma simulación.

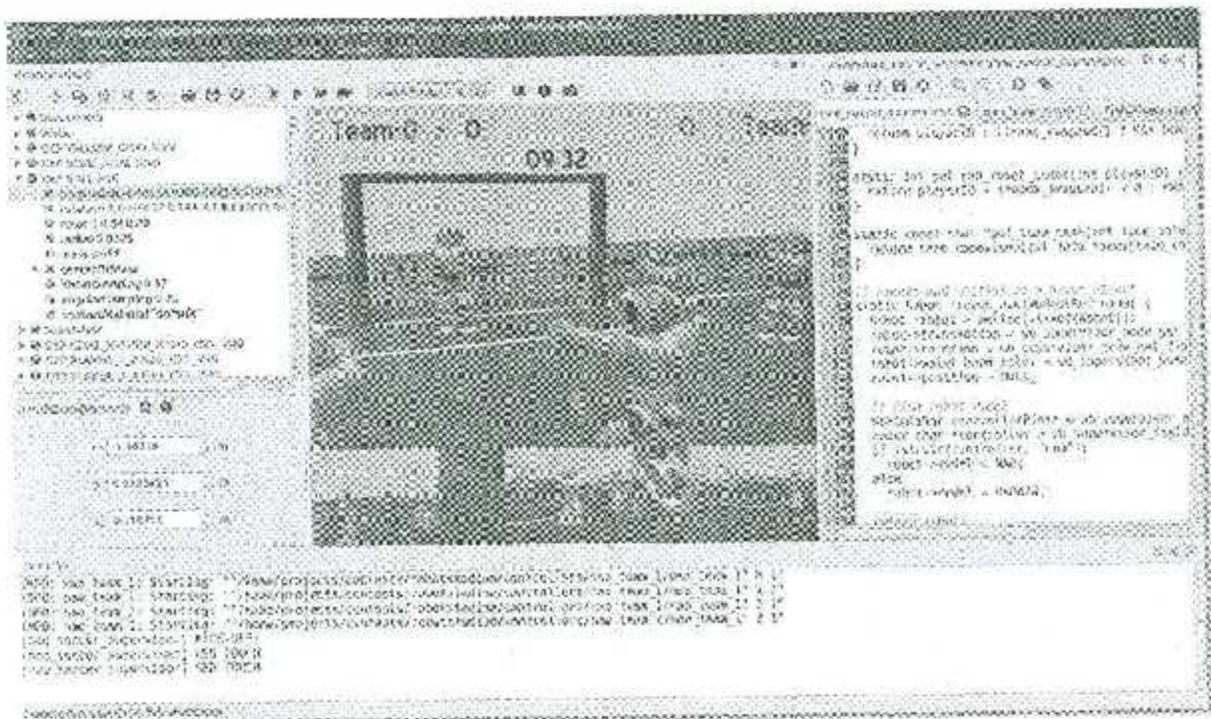


Figura 4.1 Interfaz gráfica de usuario (GUI) de Webots.

Las principales herramientas de la barra *Simulation* son las siguientes:

-  **Add/Delete.** Estas opciones permiten agregar o eliminar elementos al árbol de escenarios, ya sea objetos externos u objetos dentro del mismo ambiente gráfico de Webots.
-  **Save World.** Permite guardar un mundo creado en *Webots* con sus respectivas modificaciones. Es recomendable realizar copias manuales para evitar guardar configuraciones no deseadas en el mundo.
-  **Revert World.** Regresa el mundo actual a la última versión guardada del mundo. Antes de realizar algún cambio o después de una simulación se debe usar este botón para volver a lo que se considera el origen de la simulación.
-  **Take ScreenShot.** Almacena una imagen del ambiente gráfico en formato JPG o PNG.
-  **Make Movie.** Realiza un video tipo MPEG o AVI desde el punto de vista de la simulación. Cuando comienza a grabar cambia a **stop movie...** con lo cual se puede finalizar a grabación y almacenarse en la ruta deseada.

4.4 Instalación de Webots.

Para la instalación del paquete es indispensable contar con la licencia para su uso. La licencia con mayor capacidad y alcance de trabajo es la versión PRO. Se pueden solicitar versiones de uso estudiantil, sin embargo, éstas solo cumplen un cierto número de cualidades para modelar robots y trabajar con su programación, pero no con el *plug-in* de las características físicas. Por lo anterior se usará la versión PRO. Es posible conseguir una licencia con 30 días de soporte y se puede solicitar en la página de CYBERBOTICS. En la Tabla 4.1 se resumen las diferencias principales entre los diferentes tipos de licencias.

Tabla 4.1 Características de los diferentes tipos de Licencias del paquete *Webots*®

<i>Característica</i>	<i>V e r s i ó n</i>		
	PRO	EDU	MOD
Capacidad del Supervisor	Sí	No	No
Programación de la Física (<i>Physics plug-in</i>)	Sí	No	No
Modo de Simulación rápida	Sí	No	No
Modelado de Robots y ambiente	Sí	Sí	No
Programación del Robot	Sí	Sí	Sí / No
Transferencia a Robots Reales	Sí	Sí	Sí / No
Multiplataforma	Sí	Sí	Sí
Licencias	Sí	Sí	Sí
Servicio Premier incluido por un año	Sí	Sí	Sí

Los requerimientos mínimos de hardware para el uso de *Webots* son los siguientes:

- Procesador de al menos 2 Ghz de procesamiento en CPU dual core, 2 GB de memoria RAM. Es recomendable trabajar con un procesador quad core.
- Adaptador gráfico nVidia o AMD de al menos 512 MB de RAM. No es recomendable por el distribuidor usar especificaciones diferentes.
- En relación al *Sistema Operativo*, es preferible instalar el paquete en Windows 10 a 64-bits, Windows 8.1 a 64-bits, Windows 8 a 64-bits o Windows 7 a 64-bits. Las versiones más recientes de *Webots* no son soportadas por ambientes de 32-bits ni por versiones anteriores de Windows tales como Windows Vista, 64, XP, etc.

Para instalar el paquete en ambiente Windows sólo se requiere descargar el programa, *webots-8.3.2_setup.exe* a partir del sitio de Internet de CYBERBOTICS y seguir las instrucciones mostradas al usuario. De esta manera se podrá instalar la versión 8.3 de *Webots*®, la cual es compatible con la versión 2015b de Matlab®, la cual contiene un compilador que funciona con *Webots*, lo que permite la conexión entre ambos para la ejecución del controlador sobre el ambiente gráfico.

Para iniciar *Webots* se ejecuta el programa desde la lista de programas instalados de *Windows*, en primera instancia solicitará la cuenta (dirección de correo electrónico) registrada en la página del proveedor y su respectiva contraseña. Al proporcionar estos datos, el programa solicitará una actualización la cual es completamente recomendable dado que contiene los más recientes plug-in para las simulaciones. Finalmente el programa ofrecerá un *tour* por los diferentes modelos contenidos en *Webots*, lo que permite al usuario familiarizarse con la interfaz.

4.5 Actualización del Simulador del Bioloid.

En trabajos previos realizados con el Bioloid en el ITLag se efectuaron simulaciones en *Webots*. Sin embargo, esos trabajos se basaron en la versión 6.0 de *Webots*, la cual trabajaba con elementos que han cambiado o han quedado obsoletos en la versión más reciente que ha liberado *Cyberbotics Ltd*. Enseguida se presenta una descripción de los cambios efectuados.

La programación utilizada en el software controlador y supervisor del simulador del Bioloid está desarrollada en *Motlab*, que es uno de los lenguajes compatibles con *Webots*. El controlador llamado *Bioloid_mlab_zmp* es el que se utilizó en estudios anteriores y es en el que se efectuaron las primeras modificaciones. Anteriormente se trabajaba con una representación de Servo Motores, pero a medida que aparecen nuevos tipos se han realizado ajustes, de tal manera que la definición *Servo* en *Webots* ha sido sustituida por *RotationalMotor*.

Un *Motor* es considerado como un nodo cuyas clases derivadas contienen atributos que en la simulación de un mecanismo produce un movimiento. *RotationalMotor* produce el movimiento rotacional en una articulación alrededor de los ejes seleccionados. Sus principales características son: *Control de posición*, *Control de velocidad*, *Control de Torque* y *Límites del motor*.

Las funciones modificadas para actualizar el uso de Motores en la simulación son las siguientes:

wb_motor_set_position(). Esta función especifica una nueva posición de destino en la cual interviene el controlador PID interno para determinar los parámetros de velocidad, aceleración y torque del motor.

wb_motor_get_target_position(). Esta función permite obtener la posición actual del motor.

wb_motor_set_velocity(). Determina la velocidad que puede ser obtenida en el periodo de alcance de la posición destino.

Por otra parte el software supervisor, programado en Matlab, que está encargado de las mediciones por medio de los sensores se conservó tal cual.

4.6 Composición de un Mundo 3D

Una de las características que posee *Webots* es la de importar archivos VRML97. Un archivo VRML97 es un lenguaje de texto sencillo para describir formas en 3D e interactuar con ellas en un ambiente. Las características que *Webots* puede aprovechar de estos objetos son la Forma (*Shape*), Color, Apariencia (*Appearance*) y Geometría (*Geometry*). Los archivos VRML97 pueden editarse, como es el caso, en *SolidWorks* que es un software para modelado dinámico en 3D. En la Figura 4.2 se muestra el mundo del robot *Bioloid*, editado en *Webots*.

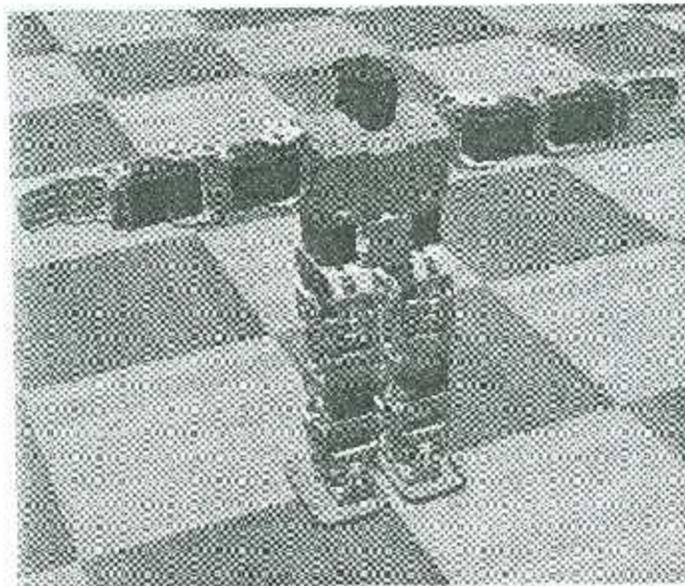


Figura 4.2. Mundo 3D del robot *Bioloid* editado en *Webots*.

Para la elaboración del Modelo 3D de un robot también se usará la ventana del *Árbol de Escenarios*, o *Scene Tree*. En el *Scene Tree* es donde se agregan los elementos del mundo como son la iluminación, piso, objetos, fondo, piso, etc. Que son elementos básicos y elementos combinados y de mayor complejidad como lo es el Supervisor a un Robot en forma jerárquica. Es también aquí donde se definen las características del ambiente o mundo que rodea al robot. *WorldInfo* contiene elementos como *Gravedad*, *Propiedades de Contacto* entre elementos, como el *Coefficiente de Fricción*, y el tiempo de caminado en simulación, entre otros elementos. Cada elemento puede ser agregado o eliminado desde la barra de simulación.

Continuando con la creación y propiedades del mundo, se detallarán algunos elementos que conforman el Robot Bioloid simulado.

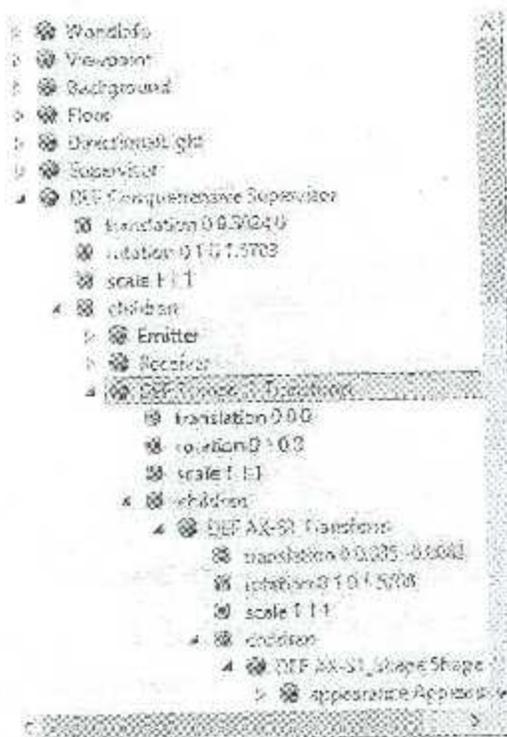


Figura 4.3 *Árbol de Escenarios (Scene Tree)*

Nodo Supervisor. Este nodo contiene las características principales necesarias para determinar la física del robot. Se pueden determinar algunos de sus elementos necesarios como:

- **Translation.** Ubicación del elemento en el mundo en planos X, Y y Z.
- **Rotation.** Características de la orientación del objeto en los planos X, Y y Z con unidad de medida en radianes.
- **Name.** Determina el nombre con el que se identificará el objeto.
- **ContactMaterial.** Nombre de identificación para las propiedades de contacto determinada entre objetos.
- **BoundingObject.** Con el cual se determinan los límites del elemento o articulación, es aquí donde se delimita la diferencia entre cada eslabón o actuador perteneciente al robot.
- **Physics.** Contiene las características físicas el eslabón o articulación tales como Masa, centro de masa y Matriz de inercias.
- **Controller.** Especifica el programa controlador con el que se llevará a cabo la simulación.

Dentro del árbol se puede ubicar como un nodo el elemento **children**. Mientras que el *Supervisor* se considera el robot completo en sí, los elementos dentro de *children* son los actuadores, sensores, articulaciones y objetos que componen al robot. Los elementos necesarios para el ensamble usados en este modelo se presentan a continuación.

DEF Transform. El nodo *Transform* es un nodo grupal que define el sistema de coordenadas que es relativo a al sistema de coordenadas del nodo "Padre". La escala de la transformación solo es manipulada gráficamente, y no en los límites de la articulación, dichos son establecidos en *BoundingObject*. Dentro, en el siguiente nivel jerárquico se puede establecer un nodo *Shape* el cual puede adquirir sus características de los, mencionados anteriormente, archivos VRML97. El nodo *Shape* contiene nodos hijos *Appearance* y *Geometri* los cuales heredan sus propiedades del archivo VRML97 importado desde un Software de modelado 3D.

DEF HingeJoint. El nodo *HingeJoint* es usado para simular un movimiento rotacional. Dentro se encuentran las propiedades del motor que se va a usar y se pueden especificar características como:

- **maxVelocity.** Velocidad máxima alcanzada por el motor.
- **minPosition.** Límite inferior de posición del motor.
- **maxPosition.** Límite superior de posición del motor.
- **maxTorque.** Toque Máximo soportado por el motor.

En el apartado **EndPoint Solid** se especificarán las características necesarias para la articulación tales como *Translation*, *Rotation*, *BoundingObject*, y *Physics*. Las cuales como se mencionaron anteriormente son necesarias para el funcionamiento simulado del robot. Contiene igualmente un nodo *children* el cual contendrá, según sea necesario, elementos *Transform*, *HingeJoint* o cualquier otro necesario.

Cada nodo *Transform* agregado se usará para agregar elementos gráficos que constituyan una pieza para representar en el mundo, no importa la cantidad de piezas, ya que sus propiedades físicas se especifican en el nodo padre en su apartado *Physics*. De igual manera el nodo *HingeJoint* que representará el actuador contendrá sus respectivas propiedades. En cada *HingeJoint* creado se debe tener en cuenta el agregar las propiedades de *Physics*, ya que contienen las masas y matriz de inercia necesarias para el óptimo desempeño de la simulación, así como determinar los límites en el nodo *BoundingObject* el cual delimitará la articulación para su rotación o respectivo movimiento.

Todos los elementos tienen un orden Jerárquico el cual se respetará en orden descendente. Por ejemplo, las rotaciones o traslaciones de un nodo hijo no afectarán directamente a un nodo padre, pero por el contrario, las de un padre afectarán a los nodos hijos.

Siguiendo estas bases se realizó el Modelo 3D en el mundo de Webots para la representación del robot Bioloid. En la siguiente parte del capítulo se presentarán los resultados obtenidos en las marchas para planos inclinados tanto ascendentes como descendentes, así como las gráficas del ZMP.

4.7 Recursos necesarios del Modelo.

Para dar inicio a la creación se debe instalar primeramente una versión actual de Webots. La versión en la que se llevó a cabo el trabajo es Webots 8.3. Como complemento se debe tener la versión actual pero del compilador o programa interprete, para poder llevar a cabo las simulaciones y desarrollar los controladores.

Al empezar es necesario crear un directorio que contendrá el proyecto a realizar. Una vez abierto el ambiente, Webots se debe crear el proyecto a realizar. Un *Proyecto* es un directorio que contiene todos los archivos relacionados a la simulación. Un mismo proyecto puede contener varias simulaciones y diferentes controladores en el mismo directorio y compartir contenido (Controladores, Código, Figuras, etc.). Se puede crear directamente presionando en el Menú "Wizard>New Project Directory..." de esta manera ya se tiene preparado el ambiente de trabajo.

Mundo. Se deben conocer los elementos y ventanas básicas para poder comprender el trabajo a realizar. Un mundo está definido por un árbol de *nodes* donde, a su vez, cada nodo contiene características personalizables llamadas "*fields*" o "Campos". El mundo se almacena en un archivo ".wbt" en formato VRML y se almacena en el subdirectorio "Worlds". Creando un nuevo mundo "File>New World..." proporciona un árbol con los nodos fundamentales de "WorldInfo" (conteniendo parámetros globales), "ViewPoint" (define los parámetros de la cámara) y "BackGround" (Color de fondo); modificando este último en su campo "skyColor" se distingue el fondo del mundo.

Iluminación. Presionando el botón "Add"  se pueden agregar elementos nuevos. Primeramente se agregará un elemento (después de presionar el botón Add) "New node> DirectionalLight" *DirectionalLight* proporciona las características de iluminación como sombras, intensidad de luz y dirección, estos campos pueden ser modificados en este respectivo nodo.

Piso. Otro elemento básico necesario es el "floor" que se agrega como se acaba de hacer con *DirectionalLight*, pero seleccionando en la ventana "PROTO (Webots)>Objects>Floors>Floor(Solid)..." igualmente contiene campos que pueden ser cambiados, entre ellos uno importante es "*contactMaterial*" es un nombre para identificar en el mundo dos objetos que interactuarán, en este caso el robot con el piso y aportar así su coeficiente de "Fricción" simulada deseada.

Hasta este punto se tiene creado un mundo con un ambiente básico con características físicas reales, iluminación, un piso y un fondo. Es aquí donde es recomendable realizar un guardado del mundo. Para posteriores cambios se cuenta con un comando "File>Revert World" que, como su nombre lo indica, tiene la capacidad de restaurar los cambios hasta su último punto guardado, permitiendo que no se lleven a cabo modificaciones no deseadas al modelo; es recomendable siempre guardar antes de que se realicen cambios considerables al modelo para así no tener posiciones, orientaciones o elementos no deseados.

Robot. En los siguientes párrafos se describe la secuencia y propiedades de un modelo de simulación para el Bioloid, el cual contará con ciertas propiedades especiales y características propias de un robot. Se especificarán también algunas propiedades y características relativas al funcionamiento de sus elementos en el mundo creado.

Un *cuerpo rígido* es, como su nombre lo indica, un cuerpo que no sufre deformaciones. Las distancias entre cualquier par de puntos dados de un cuerpo rígido permanecen constantes sin importar las fuerzas externas que trabajen sobre él. Cuerpos blandos u objetos articulados no se considerarán cuerpos rígidos.

Sin embargo una entidad articulada puede ser sub seccionada en varios indivisibles cuerpos rígidos. Para la presente representación se hablaría de brazos y piernas del robot.

En Webots existe una relación directa entre un cuerpo rígido y un nodo *Solid* el cuál puede ser representado conceptualmente como se muestra en la Figura 4.4. Para definir un cuerpo rígido se tiene que crear primeramente un nodo Físico. Dentro de un nodo éste contendrá subnodos correspondientes a las características del cuerpo rígido, como se indica en la Figura 4.4. La representación gráfica está contenida en el nodo hijo *Shape* de la lista. El límite de colisión se establece en el nodo *boundingObject*. Es importante aclarar que la representación gráfica y la figura o límites de colisión no son necesariamente iguales. Finalmente el nodo *Physics* define si el objeto pertenece a la dinámica o la estática del ambiente.

Gráficos. Los gráficos pueden ser modificados mediante el uso de ciertos nodos o sub nodos de un nodo padre *Shape*. *Appearance* es un nodo cuya finalidad es determinar el aspecto físico del objeto gráfico. *Texture* tiene la capacidad de integrar un archivo imagen para representar la textura de un objeto. Es posible crear nodos sólidos con un alto grado de complejidad. De hecho, las propiedades físicas y gráficas de un sólido pueden estar formadas de varios nodos *Shape*. Y estos nodos pueden ser puestos en un nodo *Transformation* que permite al objeto cambiar de posición y orientación de forma independiente al Sólido u otras de las formas que comprenden a dicho gráfico. El nodo *Group* puede ser usado para crear un grupo grande de sub nodos.

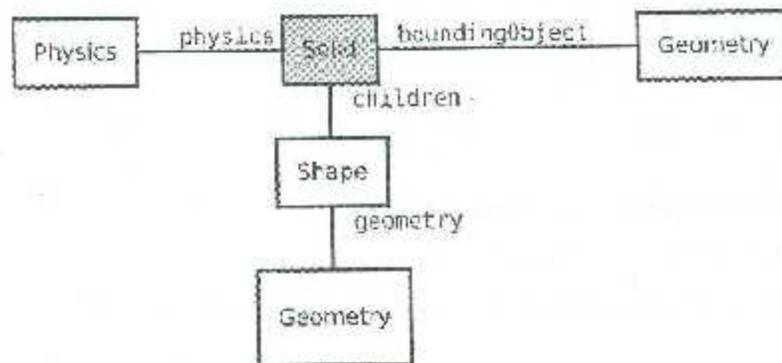


Figura 4.4. Modelo conceptual de un cuerpo rígido en Webots, con una representación gráfica (*Shape*), una limitación física (*boundingObject*), y un ambiente dinámico (*Physics*).

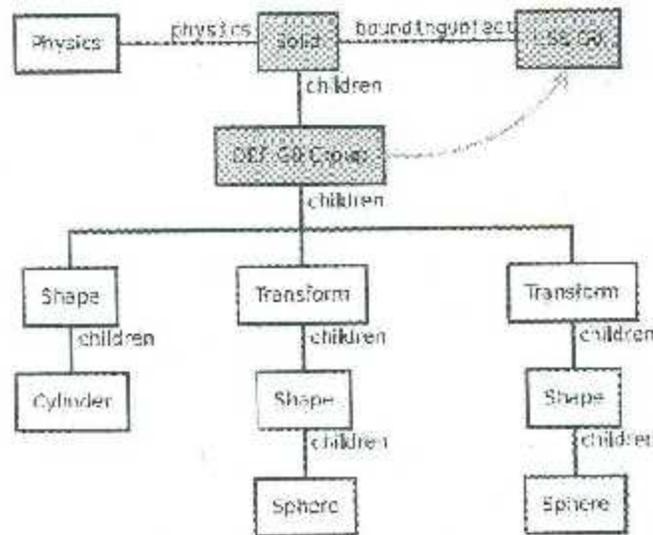


Figura 4.5 Representación de sub nodos en un sólido compuesto hecho de varias transformaciones geométricas.

Atributos físicos. El nodo *Physics* contiene campos relacionados a la física del mismo cuerpo rígido (Sólido). La masa de un sólido está dada por los nodos *density* o *mass*. El nodo *mass* define la masa completa del sólido [Kg] y el nodo *density* la divide entre el volumen del objeto (*boundingObject*) [Kg/m³]. Cuando se especifica uno el otro debe desactivarse asignándosele un valor de "-1". El centro de masa o "center of mass" del nodo *Solid* se establece como el origen del mismo y puede ser modificado en el campo *centerOfMass* del nodo *Physics*.

Cuando dos sólidos se impactan se crean puntos de Colisión. Los nodos *Contact-Properties* son usados para describir el comportamiento de estos contactos. Por ejemplo, se puede especificar la fricción entre dos sólidos. Esto se logra especificando en el nodo *Contact-Material* de *WorldInfo* donde se especifica la fricción entre dos objetos (En el caso del *Bioloid* se realiza entre el Robot y el Piso).

4.8 Creación del Robot Humanoide *Bioloid*

En el capítulo 2 se mencionaron las características del robot humanoide *Bioloid*, las cuales a grandes rasgos consisten en piezas de material plástico con las que se ensambla, los motores necesarios (18 servos), la unidad central y Sensores. En los siguientes párrafos se describirá con detalle el proceso de creación del Robot y algunas definiciones que ayudarán a la comprensión del funcionamiento en la simulación. La estructura, orientación y detalles estéticos están basados en el controlador anteriormente usado para garantizar el funcionamiento y compatibilidad con el Robot Real *Bioloid Comprehensive*.

Hasta este punto se explicó cómo crear el mundo y sus detalles básicos como iluminación y el piso. El robot será creado a partir del nodo *Supervisor* el cual es un tipo de robot especial que puede interactuar en el mundo creado. Para agregarlo es necesario situarse en el último elemento creado en el *Scene Tree*, y presionar el botón para agregar un elemento "*New Node>Supervisor*", recordando que este solo puede actuar con una licencia PRO. Este último elemento es considerado el nodo principal, a partir de este se crearán todos los nodos "hijos" los cuales contendrán el aspecto y características del Bioloid. Su campo *Translation* se ubicará a la altura correspondiente del centro del torso, esto es a 0.302 m con respecto al eje Y del mundo de Webots. La orientación inicial se cambiará realizando un giro de 90° en el Eje Y, esto es parte de la orientación deseada para compatibilidad con el sistema anterior.

El siguiente paso es crear los nodos hijos; para esto es necesario crear 5 elementos que compondrán las partes del Torso y sus cuatro extremidades. Se iniciará con la descripción del Torso. Como se indica en la Figura 4.5 el tipo de nodo es *Transformation* lo que indica que contendrá características gráficas pero no motrices como las extremidades, de las cuales se hablará posteriormente.

El Tronco se considera una parte no actuada la cual contiene principalmente el adaptador CM5, AX-S1 y piezas plásticas para ensamblaje. El proceso para armar pieza a pieza el robot se puede considerar un trabajo técnico que consiste en ubicar, orientar y dar forma al elemento creado. El proceso es repetitivo y se omitirá la repetición constante por cada pieza, para así dar relevancia a los aspectos importantes.

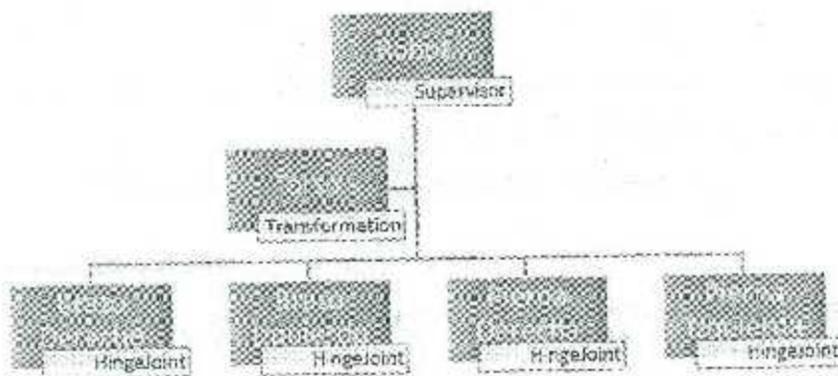


Figura 4.6 Representación a alto nivel del Robot Humanoide Bioloid.

Una vez creado el nodo *Transformation* del Torso, se agrega un nodo hijo con el nombre de la pieza, para este ejemplo se usará la pieza AX-S1, este nodo será también de tipo *Transformation* y se nombrará AX-S1. Para recordar, su principal utilidad es la de dar libertad en la ubicación y orientación del elemento gráfico. Este a su vez albergará un nodo hijo, sin embargo este será de tipo *Shape*, este nodo contiene la capacidad de representar una figura gráficamente en sus dos campos que son *Appearance* y *Geometry*. Se debe agregar la apariencia situándose en el *Scene Tree* sobre *appearance* y presionando el botón *Add*, para así agregar la apariencia, esto genera 3 campos, el que se usará es el campo *Material*. Lo mismo con el campo *geometry* se agregará como un nuevo nodo *indexFaceSet* el cual proporciona la capacidad de adquirir formas irregulares ideales para las superficies de cada pieza. Creados estos elementos se procede con la importación de las piezas.

Los objetos VRML son dibujos en 3D generados en un ambiente gráfico, pero sólo son un dibujo tridimensional y no pueden usarse como pieza de ensamble, es por ello que se crearon los elementos *Transformation* y *Shape* de la pieza AX-S1. Para importar este tipo de pieza se utiliza el menú *File* siguiendo "*File>Import VRML 2.0...*" y seleccionando la pieza AX-S1. Este elemento VRML contiene los datos del dibujo en los campos *appearance* y *geometry* los cuales deberán ser copiados a su homónimo en el *Supervisor* donde una vez heredados tomará la forma y apariencia del dibujo. Finalmente se borra el VRML importado y ya se cuenta con un AX-S1 con la capacidad de trasladarse y orientarse a voluntad. El proceso se repetirá con cada una de las piezas que conforman al torso. Conviene mencionar que un nodo *Transformation* puede a su vez contener otro nodo hijo también como nodo *Transformation*. Esto con la finalidad de obtener más de una orientación que giren sobre diferentes ejes, lo cual proporciona facilidad en el diseño, contrario a una orientación en la cual intervienen más de un eje.

En el diseño gráfico del modelo se pueden agregar piezas de más u omitir piezas y esto no afectará físicamente al modelo de ninguna manera, digamos en masa o equilibrio, dado que es sólo una representación. Lo que realmente afecta la dinámica del robot son las características del campo *Physics*.

Si se continúan agregando las piezas y acomodándolas se debe obtener una forma igual a la Figura 4.7. El siguiente paso es crear el *boundingObject* el cual enmarca los límites del elemento. Para el torso se englobarán todas las piezas como se indica nuevamente en la Figura 4.7 mediante líneas blancas. Para ello se ubicará el campo *boundingObject* del *Supervisor* y se agregará un elemento con el botón *Add*, este elemento debe ser un nodo *Box* el cual contiene 3 parámetros con los que se puede obtener el tamaño deseado para delimitar el torso. Concluido esto se procederá a crear las extremidades.

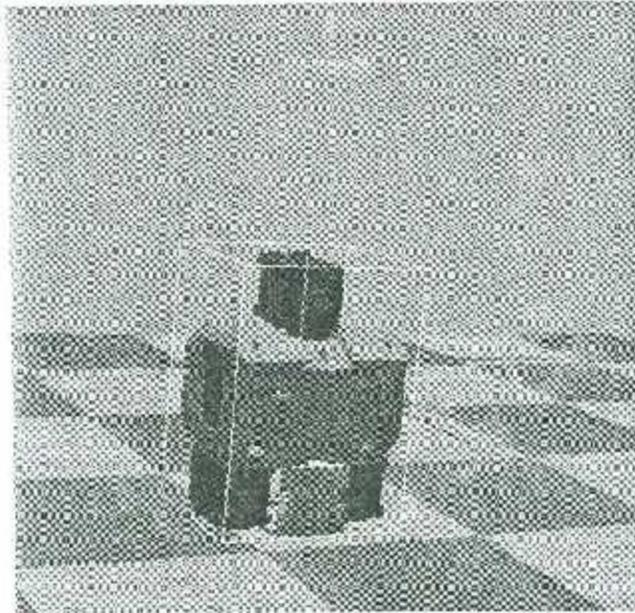


Figura 4.7 Representación gráfica del torso del robot en el mundo.

Para crear las extremidades se deberá crear un nodo hijo en el elemento *Supervisor*. A diferencia del Torso que es solo un nodo *Transformation*, las extremidades serán consideradas *HingeJoint*. Un nodo de tipo *Joint* es usado para agregar un grado (o más) de libertad entre el padre y el hijo. Los nodos padres e hijos deben ser objetos sólidos con la descripción dada anteriormente. Los nodos derivados de *Joint* permiten crear diferentes tipos de restricciones entre los nodos sólidos relacionados. El más usado en robótica es *HingeJoint* el cual permite el uso de Motores Rotacionales.

Prosiguiendo con el proceso se creará el nodo *HingeJoint* el cual se designará con el nombre de la extremidad correspondiente. Para el primer caso se nombrará por ejemplo "Br_Dr_Ar:1" en el contenido *DEF* ubicado en la parte inferior del menú *Scene Tree*, este nombre es solo para diferenciar el nodo. Esto creará 3 campos *JointParameters*, *device* y *end Point*. Dentro de cada campo se debe agregar un elemento para la función que tendrá destinada. Para agregar el contenido se realizará la misma acción que se usa para crear elementos, el cuál es el botón *Add*. *JointParameters* agregará un nodo *HingeJointParameters*; *device* el nodo *RotationalMotor* y finalmente *endPoint* debe agregar un nodo *Solid*. Es importante agregar el nodo *Solid* cada vez que se termine una articulación esto lo identificará como un objeto sólido con la capacidad de adquirir cualidades físicas.

Se mencionará detalladamente cada uno de los campos utilizados en el nodo *HingeJoint* para que el comportamiento de esta entidad sea la deseada. Iniciando con *HingeJointParameters*, cuyos campos *axis* y *anchor* son relevantes. *Anchor* especifica la posición de anclaje, esto es el punto del eje por el cual pasa el eslabón y junto con el parámetro *axis* (posición de giro) determinan la rotación de la articulación.

device contiene el campo *RotationalMotor* que a su vez contiene los campos del motor que determinan su funcionamiento; los elementos necesarios son los siguientes: *Name* este es el nombre del motor y mediante el cual el controlador puede establecer comunicación con el ambiente gráfico. *maxVelocity* establece la velocidad que alcanza el motor real; este parámetro debe ser exacto pues en caso contrario la reacción del robot no será la misma que en el experimento. *maxTorque* establece el máximo torque soportado por el motor. Y finalmente *minPosition* y *maxPosition* son parámetros dados que establecen los límites de posición, estos campos no limitan la posición del motor, se consideran límites sugeridos por el usuario, que al alcanzarlos se efectuará una advertencia sobre una posible trasgresión.

endPoint posee los mismos campos que el robot supervisor, tales como, *translation*, *rotation*, *boundingObject* y *physics*. Ya se ha hablado sobre estos campos y como utilizarlos, los primeros dos determinan la posición de la articulación, el tercero establecen los límites de la misma y *physics* contendrá los campos de propiedades físicas reales del eslabón. Dentro de *endPont* existe nuevamente un campo *children* donde se pueden agregar nuevos hijos a esta articulación.

Se debe prestar especial atención al campo *physics* ya que se deben proporcionar nuevamente los datos referentes a la articulación en desarrollo ya que contendrá la masa, matriz de inercias y centros de masa. Estos campos deben coincidir con la dinámica del robot para asegurar su correcto funcionamiento en el mundo real y no generar diferencias entre simulación y experimento.

En la Figura 4.8 se muestran los elementos básicos que contiene el brazo derecho del robot Bioloid. Los elementos con el nodo Tipo *HingeJoint* determinan los eslabones existentes; para este caso el robot cuenta con 3 motores rotacionales en cada brazo y en párrafos anteriores se habló de cómo crearlos y las características que contienen para determinar su movimiento. En cuanto a las piezas, como bien se mencionó están formadas por nodos *Transformation* los cuales contendrán los elementos gráficos para dar forma a cada una de las articulaciones, el subárbol que contiene "Piezas_Art1", por ejemplo, es la misma relación con la que se formó el torso basado en la Figura 4.5.

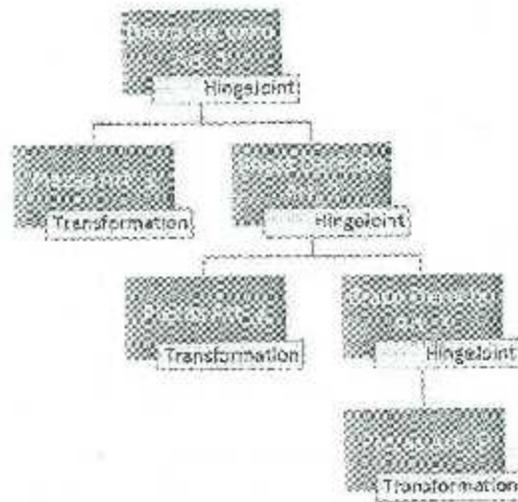


Figura 4.8 Diagrama de Bajo nivel del Brazo Derecho.

A partir de la creación del brazo, se notará que muchas piezas se repiten constantemente, por ejemplo los motores AX-12, en cada articulación aparecerá uno y este puede ser duplicado con las mismas características. Dado que el ambiente gráfico de Webots sólo hace una representación del modelo en 3D y sus características principales se encuentran en el *Scene Tree*, no es necesario importar la pieza nuevamente. Webots contiene una función para reproducir elementos gráficos. Cuando a una pieza (por ejemplo el motor AX-12) es creada como una transformación que contiene una forma, es posible darle un nombre seleccionando el nodo *Transformation*. En la parte inferior del *Scene Tree* aparecerá una ventana que contiene el campo *DEF*, al darle un nombre característico es posible volver a llamar esta función.

Para ilustrar lo anterior se retomará el torso, que entre las piezas que contienen el tórax y la pelvis, estas a su vez sostienen en el robot real los motores de las articulaciones 1, 2, 7 y 8. Estas piezas (motores) son agregadas al modelo 3D en la parte del torso; aunque los gráficos de los motores pueden estar contenidos en el tórax y no en sus respectivas articulaciones, no afecta el movimiento ya que estos parámetros son establecidos en el campo *device* del nodo *HingeJoint* y en cuanto a la física real no afectan debido a que ya están contenidos en la física del nodo *Supervisor*. Volviendo al ejemplo, se importará el dibujo del motor, se creará un nodo *Transformation* con un nodo hijo *Shape* y heredará las características del VRML (como en la ilustración de cómo importar archivos VRML para el gráfico AX-S1) y se le asignará al nodo *Transformation* el identificador *DEF* con el nombre "AX12_Shape_T1". Posteriormente si se requiere

agregar un dibujo más de dicho motor es recomendable crear primero un nodo *Transformation* y dentro del campo *children* agregar un elemento, pero en la ventana emergente aparecerá en el árbol de *USE*, como se muestra en la Figura 4.9 y de esta manera se agregará una copia de todo el nodo con sus características de forma (*Shape*). Se debe tener precaución de no alterar los campos del nodo establecido como *DEF* ya que esto alterará todos los elementos que realicen un llamado mediante la función *USE*.

Se debe recordar que los elementos *Transformation* que puedan agregarse a cada eslabón, por ejemplo dentro de "Piezas Art_1", no afectan su funcionamiento, ya que en este mundo en *Webots* no se agregaron piezas como tornillos o tuercas y esto no afectará la simulación.

Para la creación de las otras 3 extremidades (Brazo Izquierdo, Pierna Derecha y Pierna Izquierda) se sigue exactamente el mismo proceso que se ha explicado para el brazo derecho. En resumen, cada Articulación será creada con un nodo *HingeJoint* con un *endPoint Solid* que contendrá principalmente dos elementos *children* los cuales son *Transformation*, con más nodos *Shape* para cada pieza, y *HingeJoint* para la siguiente articulación.

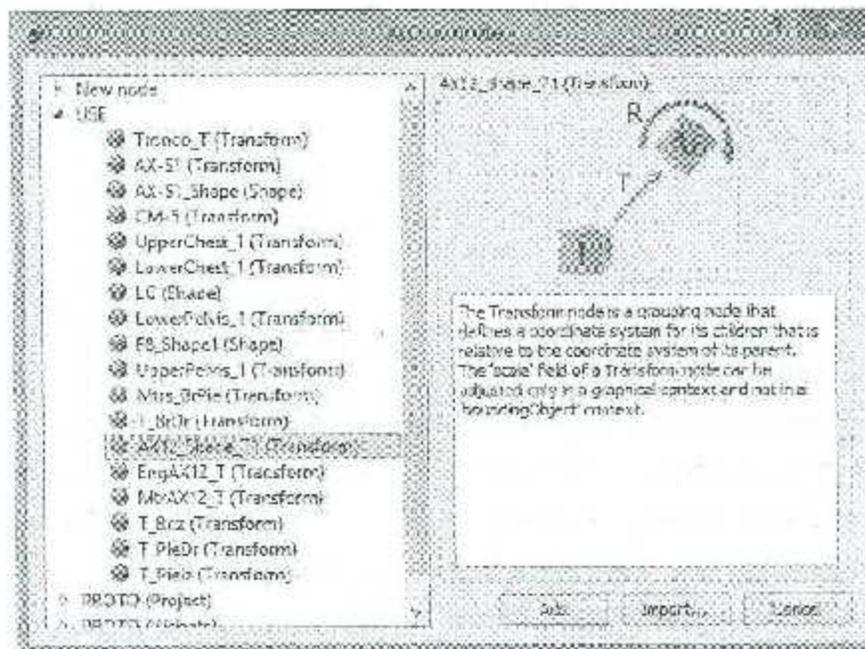


Figura 4.9 Ventana para agregar un elemento mediante su nombre *DEF*.

La estructura del Brazo izquierdo es exactamente igual a la del brazo derecho, para la cual ya se asentaron las bases de su creación. El modelo 3D del robot se consigue orientando y trasladando cada una de las piezas, esto es repitiendo el proceso para cada una, de acuerdo a la constitución real del robot.

En cuanto a las articulaciones de las piernas, en la Figura 4.10 se muestra el diagrama de básico de cada una de las articulaciones necesarias para su creación. El proceso sigue siendo el mismo pero las orientaciones de cada motor deben corresponder a las del robot físico y la forma en que reconoce las consignas articulares obtenidas.

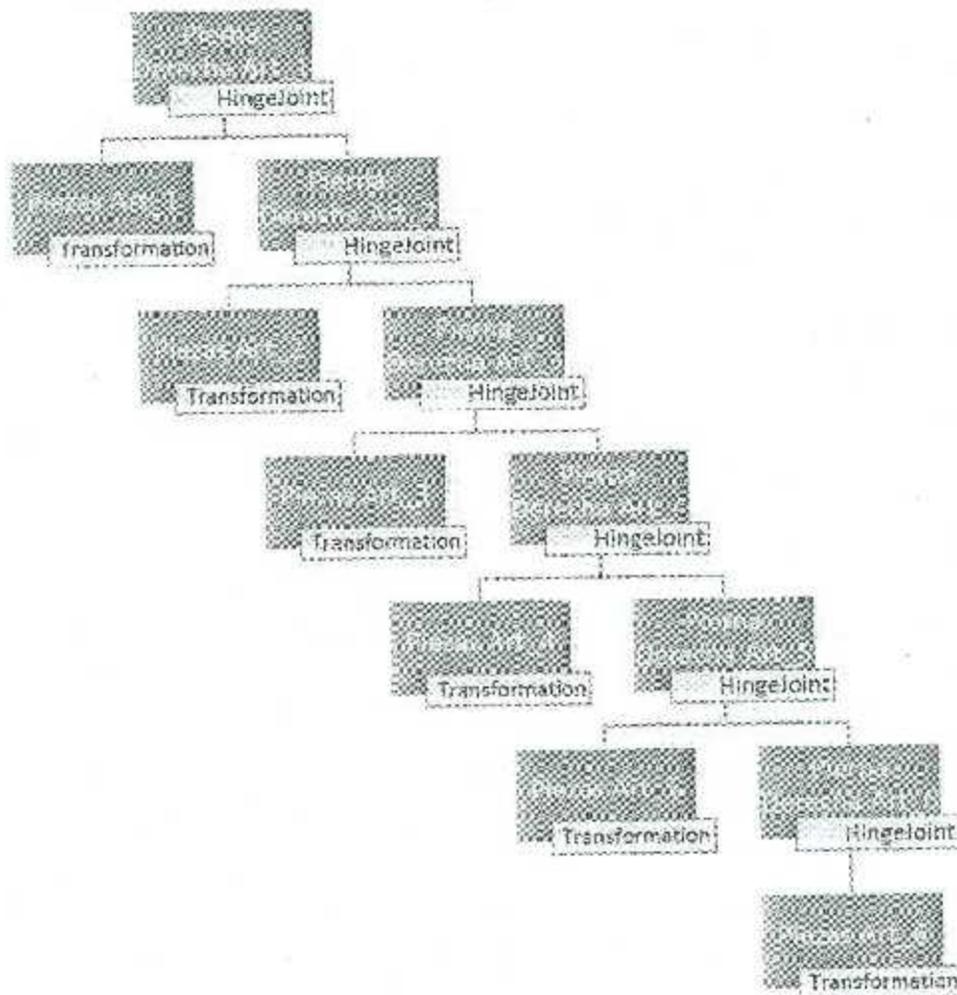


Figura 4.10 Diagrama de bajo nivel de la pierna derecha.

Siguiendo la estructura del robot y la creación del modelo en el mundo de Webots, el robot estará armado. La ubicación en la altura del robot debe establecerse a partir del piso sobre el cual debe posicionarse, al entrar en acción la simulación y activándose el ambiente del mundo, cumpliendo con las características de cada uno de los *nocos physics* ubicados en cada elemento, por la acción de la misma gravedad el robot se posicionará físicamente sobre el suelo. Si se pone por debajo del suelo caerá hacia el vacío y si se pone sobre el nivel del piso caerá hasta chocar con el piso. En la Figura 4.11 se presenta el modelo terminado de Bioloid en el mundo 3D de Webots.

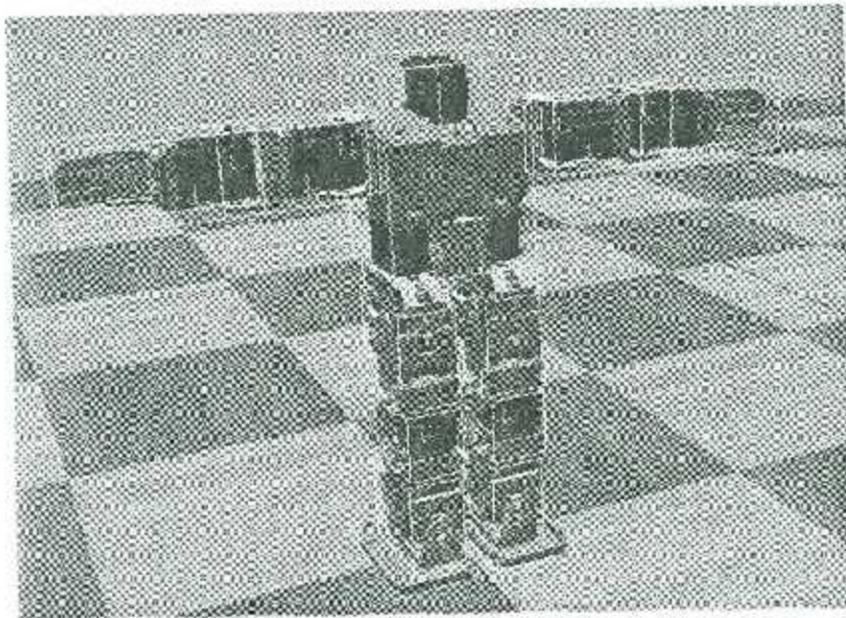


Figura 4.11. Modelo del robot *Bioloid Comprehensive* terminado.

Capítulo 5

Cinemática del Robot Bioloid

El presente capítulo se enfoca en describir la cadena cinemática perteneciente a la parte bípeda del Robot Humanoide Bioloid. El estudio de la cinemática se convierte en un aspecto fundamental en el movimiento de robots de ahí el enfoque significativo dado en este capítulo. Las soluciones obtenidas en el paquete SYMORO para el modelo cinemático directo del robot se encuentran en el apéndice A, mientras que la solución del modelo inverso de posición se presenta en este capítulo.

5.1 Planos de movimiento del robot durante la marcha.

La locomoción de un robot humanoide puede ser descrita en tres planos asociados al cuerpo del mismo. Estos son el **Plano Frontal**, el **Plano Sagital** y el **plano Transversal**. Estos planos se muestran en la figura 5.1 y se definen de la siguiente manera:

- El Plano Frontal se encarga de dividir al robot en sus partes anterior y posterior. Se extiende a lo largo del eje Y. Constituye el balanceo del robot.
- El Plano Sagital Es el plano encargado de dividir al robot en sus partes izquierda y derecha. Recorre el eje X. Es donde se considera el avance del robot.
- El Plano Transversal es el que divide al robot en su parte superior e inferior.

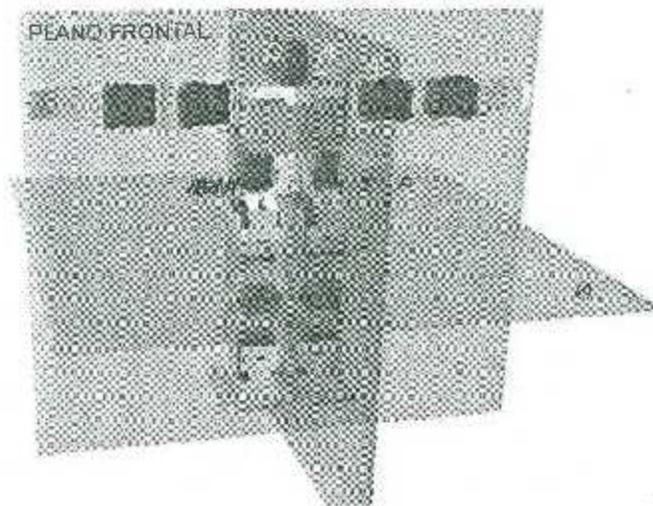


Figura 5.1 Planos de referencia del Robot.

5.2 Posturas Básicas.

Para realizar la marcha se han propuesto dos posturas básicas. La primera es de doble soporte y la segunda es de simple soporte. Con base en estas dos posturas se realizará el caminado del robot. Enseguida se presenta una descripción del soporte.

- El **Doble Soporte** se establece cuando ambos pies tocan el suelo y la estabilidad es compartida por ambos pies.
- El **Simple Soporte** es cuando el pie libre del robot inicia su desplazamiento para realizar un paso y el robot queda soportado por un solo pie.

La estrategia para mantener el equilibrio durante el caminado es la del **Modelo Desacoplado**. El modelo desacoplado consiste en realizar movimientos por separado sobre los planos sagital y frontal. Cuando el robot se encuentra la fase de doble soporte el único movimiento del robot se efectuará sobre la cadera, la cual se desplazará a través del plano frontal en dirección hacia el pie que residirá como pie fijo o de apoyo. En la Figura 5.2 se muestra la descripción gráfica de este movimiento, mientras que en la Figura 5.3 se muestra el resultado en la simulación. Posteriormente al encontrarse en la fase de simple soporte el robot producirá un movimiento de avance a través del plano sagital. De esta manera se conseguirá que la marcha del robot sea estable.

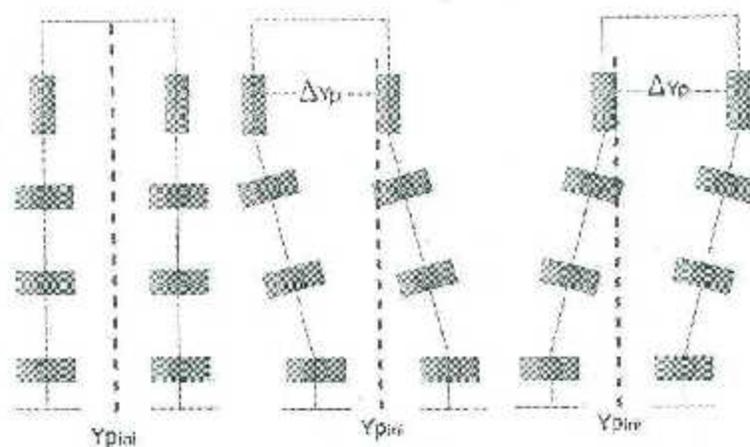


Figura 5.2 Vista frontal del balanceo del robot en doble soporte.

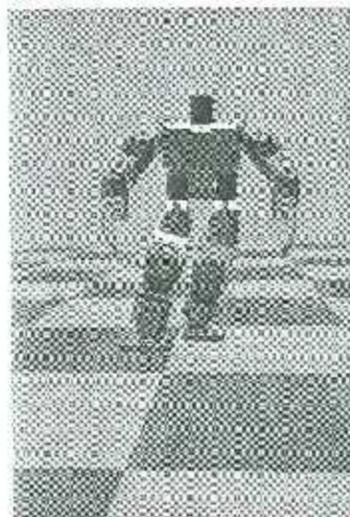
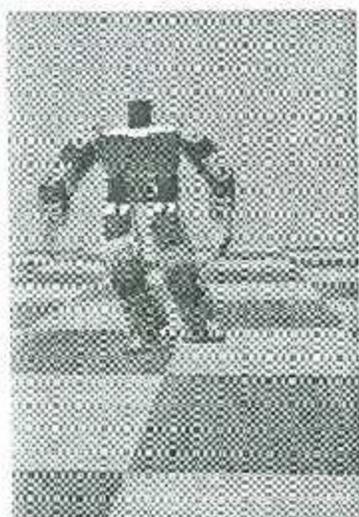


Figura 5.3 Vista Frontal del modelo gráfico del BioLoid en la simulación.

5.3 Cadena cinemática y parámetros geométricos del robot Bioloid

Para realizar la descripción de la cadena cinemática se asignan marcos ortonormales a los eslabones de las piernas del robot con base en la convención de Denavit Hartenberg Modificada. La cadena bípeda del Bioloid cuenta con 12 eslabones, los cuales se enumerarán a partir del pie de apoyo y concluyendo con el pie libre. La cadena cambiará dependiendo del pie apoyado.

En las figuras 5.4 y 5.5 se presentan las cadenas cinemáticas en base a la configuración tomada respectivamente de *Pie Derecho Apoyado* y *Pie Izquierdo Apoyado*.

En la Tabla 5.1 se establecen los Parámetros de DHM para las respectivas cadenas cinemáticas de las piernas del Bioloid.

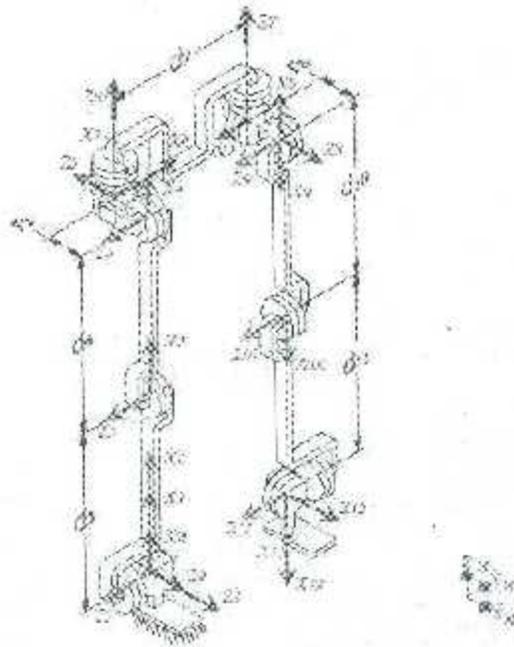


Figura 5.4 Descripción de la cadena cinemática para el *Pie Derecho Apoyado*.

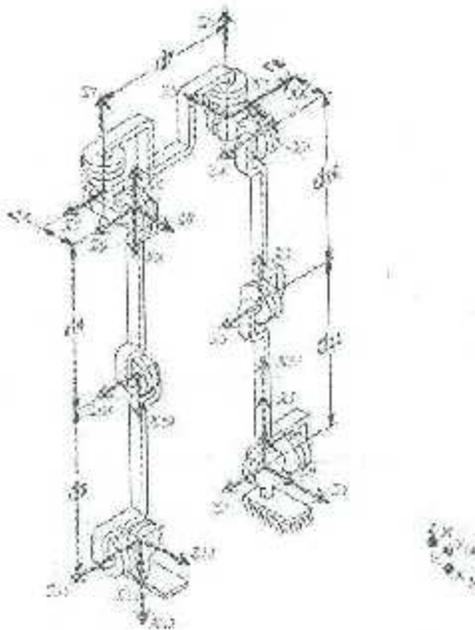


Figura 5.5 Descripción de la cadena cinemática para el Pie Izquierdo Apoyado.

Tabla 5.1 Parámetros Denavit-Hartenberg del robot Bioid

Parámetros					
i	α_i	d_i	θ_i	r_i	σ_i
1	0°	0	θ_1	0	0
2	-90°	0	θ_2	0	0
3	0°	d_3	θ_3	0	0
4	0°	d_4	θ_4	0	0
5	-90°	0	θ_5	r_5	0
6	90°	0	θ_6	0	0
7	0°	$\pm d_7$	θ_7	0	0
8	-90°	0	θ_8	r_8	0
9	-90°	0	θ_9	0	0
10	0°	d_{10}	θ_{10}	0	0
11	0°	d_{11}	θ_{11}	0	0
12	-90°	0	θ_{12}	0	0

El valor indicado en $\pm d_i$ indica cambia de valor respecto al pie de apoyo siendo positivo para Pie derecho Apoyado y negativo para Pie Izquierdo Apoyado.

Los valores numéricos de los parámetros constantes de la cadena cinemática del robot se especifican en la Tabla 5.2. En la Tabla 5.3 se indica el tipo de rotación que aplica cada articulación.

Tabla 5.2 Valores de los parámetros d_i y r_i de las piernas del robot

Parámetro	Articulaciones con Parámetro						
	3	4	5	7	8	10	11
d_i	75.5	75.5	-	66	-	75.5	75.5
r_i	-	-	16	-	16	-	-

Tabla 5.3 Tipo de rotación que aplica cada articulación del robot

Tipo de Rotación de las Articulaciones												
Articulación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tipo	ROLL	PITCH	PITCH	PITCH	ROLL	YAW	YAW	ROLL	PITCH	PITCH	PITCH	ROLL

5.4 Modelo cinemático inverso de posición

En esta segunda parte se presenta el resumen de las ecuaciones del Modelo Inverso de Posición. Estas ecuaciones fueron obtenidas en un estudio previo [10]. Las ecuaciones para obtener la posición del pie de apoyo se obtienen partiendo de la posición y orientación del marco de la pelvis con respecto al marco del mundo; la matriz homogénea correspondiente se expresa como:

$${}^M T_P^* = \begin{bmatrix} l_{p11} & l_{p12} & l_{p13} & x_p \\ l_{p21} & l_{p22} & l_{p23} & y_p \\ l_{p31} & l_{p32} & l_{p33} & z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

En donde ${}^M T_P^*$ denotan que la matriz es conocida. Estos valores se calculan a partir de las ecuaciones (5.1) a la (5.7). Las ecuaciones del modelo inverso de posición de la pierna oscilante se obtienen de la matriz ${}^P T^*$; estas definen la posición y orientación del marco de referencia 12. Esta matriz resulta de la siguiente ecuación

$${}^P T^* = {}^M T^* {}^M T_f^* {}^f T^* \quad (5.2)$$

Donde ${}^P T^*$ es la inversa de la matriz que se encuentra en la ecuación (5.14) y la matriz homogénea ${}^f T^*$ se escribe como:

$${}^f T^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Mientras que los elementos de ${}^M T^*$ son calculados mediante las ecuaciones (5.8) a la (5.12). Así para finalizar, los elementos conocidos que resultan de ${}^P T^*$ son los que aparecen en la siguiente matriz:

$${}^0T^8 = \begin{bmatrix} t_{f11} & t_{f12} & t_{f13} & t_{f14} \\ t_{f21} & t_{f22} & t_{f23} & t_{f24} \\ t_{f31} & t_{f32} & t_{f33} & t_{f34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

De esta manera se obtienen las ecuaciones del modelo inverso de posición para la parte bípeda del robot en función de las matrices de las ecuaciones (5.14) y (5.17). Enseguida se presentan estas ecuaciones.

Nota: $\bar{d}_7 = \frac{d_7}{2}$.

Pierna de Apoyo:

$$s_6 = (t_{p23}r_6 - y_p)t_{p21} - (t_{p25}r_6 - z_p)t_{p21} - (t_{p21}t_{p32} - t_{p22}t_{p31} + t_{p31})\bar{d}_7 \quad (5.5)$$

$$c_6 = (t_{p23}r_6 - y_p - \bar{d}_7)t_{p22} + z_p - t_{p22}r_6 \quad (5.6)$$

$$s_5 = (t_{p21}c_6 - t_{p22}s_6)r_5 - t_{p22}\bar{d}_7 - t_{p23}r_6 + z_p \quad (5.7)$$

$$c_5 = (t_{p21}c_6 - t_{p22}s_6)r_5 - t_{p22}\bar{d}_7 - t_{p23}r_6 + y_p + \bar{d}_7 \quad (5.8)$$

$$s_5 = (t_{p21}s_5 - t_{p22}c_5)s_6 - (t_{p22}s_5 - t_{p23}c_5)c_6 \quad (5.9)$$

$$c_5 = t_{p23}c_5 - t_{p23}s_5 \quad (5.10)$$

$$x_{14} = (t_{p21}c_6 + t_{p22}s_6 - t_{p22}r_5 - t_{p23}s_6)c_5 - (t_{p21}r_5 + t_{p22}c_5)\bar{d}_7 + (y_p - t_{p23}r_6 + \bar{d}_7)c_5 + (z_p - t_{p23}r_6)s_5 \quad (5.11)$$

$$z_{14} = (t_{p21}c_6 - t_{p22}s_6)r_5 - t_{p22}\bar{d}_7 - t_{p23}r_6 + x_p \quad (5.12)$$

$$r_{14} = \sqrt{(x_{14})^2 + (z_{14})^2} \quad (5.23)$$

$$r_{max} = \frac{z_{14}}{r_{14}} \sqrt{a_3^2 - 0.25(r_{14})^2} + 0.5z_{14} \quad (5.24)$$

$$r_{top} = \frac{z_{14}}{2} - \frac{z_{14}}{r_{14}} \sqrt{a_3^2 - 0.25(r_{14})^2} \quad (5.25)$$

$$r_{loc} = z_{14} - r_{top} \quad (5.26)$$

$$r_{top} = x_{14} - r_{top} \quad (5.27)$$

$$s_{234} = -(l_{p11}s_6 + l_{p12}c_6)c_5 - l_{p13}s_5 \quad (5.28)$$

$$c_{234} = l_{p11}c_6 - l_{p12}s_6 \quad (5.29)$$

$$Q_1 = \text{atan2}(s_1, c_1) \quad (5.20)$$

$$\theta_2 = \text{atan2}(r_{top}, r_{loc}) - 0.5\pi \quad (5.21)$$

$$\theta_3 = \text{atan2}(r_{top}, r_{loc}) - \theta_2 - 0.5\pi \quad (5.22)$$

$$\theta_4 = \text{atan2}(s_{234}, c_{234}) - \theta_2 - \theta_3 \quad (5.23)$$

$$\theta_5 = \text{atan2}(s_5, c_5) \quad (5.24)$$

$$\theta_6 = \text{atan2}(s_6, c_6) \quad (5.25)$$

Pierna Oscilante:

$$s_7 = l_{f23}z_f + (\bar{d}_7 + y_f)l_{f33} \quad (5.26)$$

$$c_7 = l_{f33}x_f - l_{f23}z_f \quad (5.27)$$

$$s_8 = z_f \quad (5.28)$$

$$c_8 = x_f s_7 - (\bar{d}_7 - y_f) c_7 \quad (5.29)$$

$$x_{812} = (x_f s_7 + (y_f - \bar{d}_7) c_7) c_8 + z_f s_8 \quad (5.30)$$

$$z_{812} = (\bar{d}_7 - y_f) s_7 + x_f c_7 - l_8 \quad (5.31)$$

$$r_{812} = \sqrt{(x_{812})^2 + (z_{812})^2} \quad (5.32)$$

$$r_{f12} = \frac{x_{812}}{r_{812}} \sqrt{d_{10}^2 - 0.25(r_{812})^2} + 0.5z_{812} \quad (5.33)$$

$$r_{f1y} = \frac{x_{812}}{2} - \frac{z_{812}}{r_{812}} \sqrt{d_{10}^2 - 0.25(r_{812})^2} \quad (5.34)$$

$$r_{12x} = z_{812} - r_{f12} \quad (5.35)$$

$$r_{12y} = x_{812} - r_{f1y} \quad (5.36)$$

$$g_{11} = l_{f13}c_7 - l_{f23}s_7 \quad (5.37)$$

$$s_{12} = l_{f11}c_8 - (l_{f11}s_7 + l_{f21}c_7)s_8 \quad (5.38)$$

$$c_{12} = l_{f32}c_8 - (l_{f12}s_7 + l_{f22}c_7)s_8 \quad (5.39)$$

5.5 Coordenadas Operacionales del Robot.

Durante la marcha se asumirá que el robot avanza en línea recta a través del plano X_{1F} . Durante la etapa de arranque el robot aplica una ley semi-cicloidal de arranque. El tiempo requerido para terminar esta fase es T_1 , al inicio se considera que el robot se encuentra con los pies juntos. Durante la fase de Crucero el robot se mantienen a una velocidad constante. El tiempo requerido para realizar un paso en esta etapa es de T_2 . Para concluir la marcha, en la Etapa 3 se usará una ley semi-cicloidal de frenado para disminuir la velocidad hasta completar su detención. Al final el humanoide terminará con los pies nuevamente juntos. Las ecuaciones que describen los movimientos de la pelvis y del pie libre son las que se presentaron en el Capítulo 2.

5.6 Casos de Estudio

En esta sección se muestran los casos para los planos en los cuales se generó una marcha basada en leyes semi-cicloidales. A continuación se presenta una descripción, así como los parámetros utilizados y el patrón de marcha para las posiciones de pelvis y pie libre. Se presentan los diferentes casos de estudio tanto horizontal como plano inclinado.

Las ecuaciones que producen el movimiento de pelvis y pie oscilante se pueden encontrar en el apartado del Apéndice A.

5.6.1 Caso 1: Marcha sobre un plano horizontal

El primer caso consiste en realizar un caminado en plano horizontal con ruta rectilínea. Los parámetros están basados en la ruta utilizada en estudios anteriores [3]. Esta primera marcha se planteó para verificar el correcto funcionamiento del simulador y asegurarse que el robot cumple con un desplazamiento equilibrado. Los parámetros utilizados en este primer caso se dan en la Tabla 5.4. En la figura 5.6 se muestra la ventana del programa *BioTrayInc* en el que se especifican los parámetros de la marcha. Este programa fue desarrollado en *Matlab* para la generación de las coordenadas operacionales correspondientes a la marcha deseada, y para la posterior generación de las correspondientes consignas articulares. El archivo numérico que genera *BioTrayInc* con las consignas articulares tiene una extensión tipo ".motion" el cual es reconocible por el controlador del robot programado en Webots. Este archivo contiene las consignas articulares de cada motor incluido en el robot. Para cada caso este archivo es generado y utilizado posteriormente para ser usado en la simulación. En la figura 5.7 se muestran las rutas que describen la pelvis y los pies del robot para 8 pasos de este caso, generadas en el programa *BioTrayInc*. En la figura 5.8 se despliegan las gráficas que muestran el comportamiento de las coordenadas de posición de la pelvis y del pie libre, y en la figura 5.9 finalmente se muestran las consignas articulares del robot.

Tabla 5.4. Parámetros utilizados en el Caso 1: Marcha del robot sobre un plano horizontal.

Parámetros	Descripción	Valor	Unidad
T	Tiempo por paso	2	seg.
ΔT	Incremento de Tiempo	0.025	seg.
n	Número de pasos	8	s/u
τ	Ángulo de Marcha respecto al plano horizontal	0	°
Y_{p_i}	Posición inicial de la Pelvis en Y	33	Mm
Z_{p_i}	Posición inicial de la Pelvis en Z	125	Mm
δX_p	Incremento sobre el eje X de la pelvis durante cada paso	100	Mm
δY_p	Incremento sobre el eje Y de la pelvis durante cada paso	33	Mm
δZ_p	Incremento sobre el eje Z de la pelvis durante cada paso	10	Mm
Y_f	Posición inicial del Pie Libre en Y	33	Mm
δX_f	Incremento sobre el eje X del pie libre durante cada paso	100	Mm
δZ_f	Incremento sobre el eje Z del pie libre durante cada paso	15	Mm
μ_f	Orientación inicial del pie libre con respecto al Mundo	90	°

Parámetros de entrada			
Marcha de:			
Alcance en el paso	ángulo de inclinación	6.3	
Parámetros de salida:			
Parámetro	Resultado	0	
180° (ciclo)	Tiempo en paso	0.1 seg	
0° (ciclo)	movimiento	0.002 m/s	
Paso		Paso largo	
0°	0°	0°	0°
30°	30°	30°	30°
120°	120°	120°	120°
150°	150°	150°	150°
180°	180°	180°	180°
210°	210°	210°	210°
240°	240°	240°	240°
270°	270°	270°	270°
300°	300°	300°	300°
330°	330°	330°	330°
360°	360°	360°	360°

Figura 5.6 Parámetros de entrada de BioTrayInc para Marcha Horizontal.

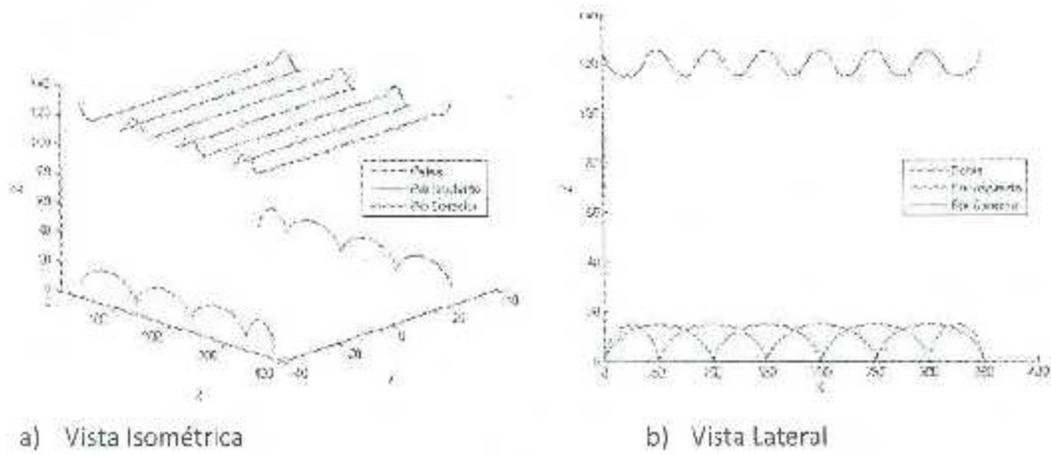
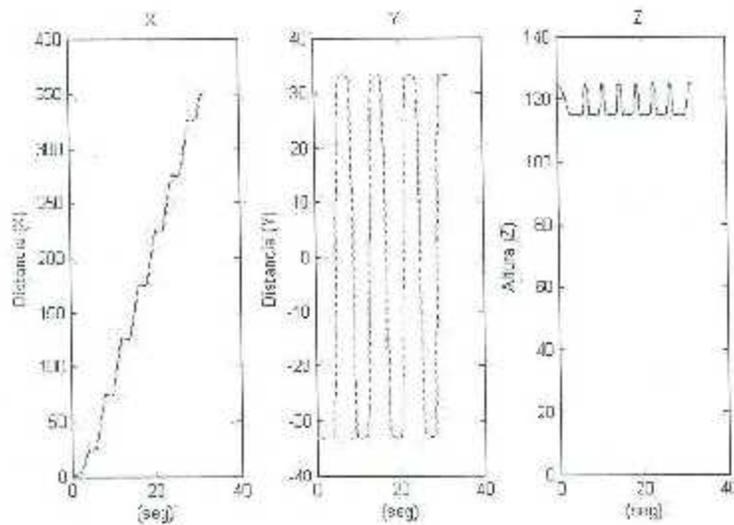
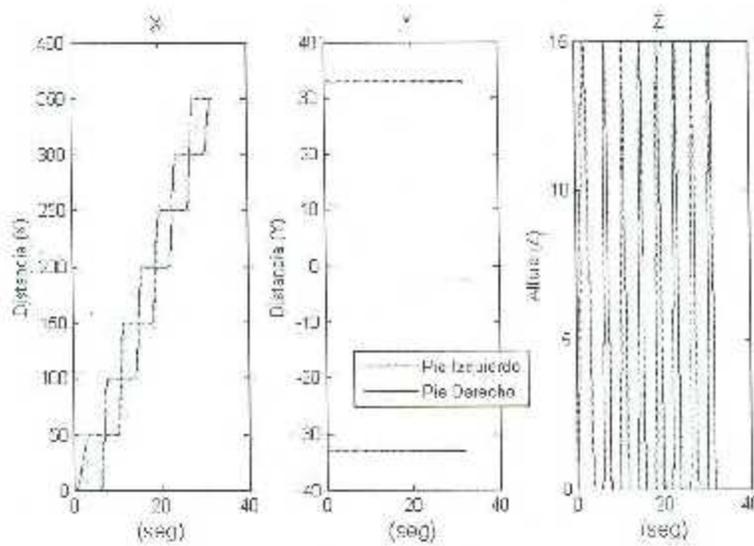


Figura 5.7 Patrón de marcha generado para caminado horizontal.



(a) Coordenadas de posición de la pelvis



(b) Coordenadas de posición de los pies

Figura 5.8 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo.

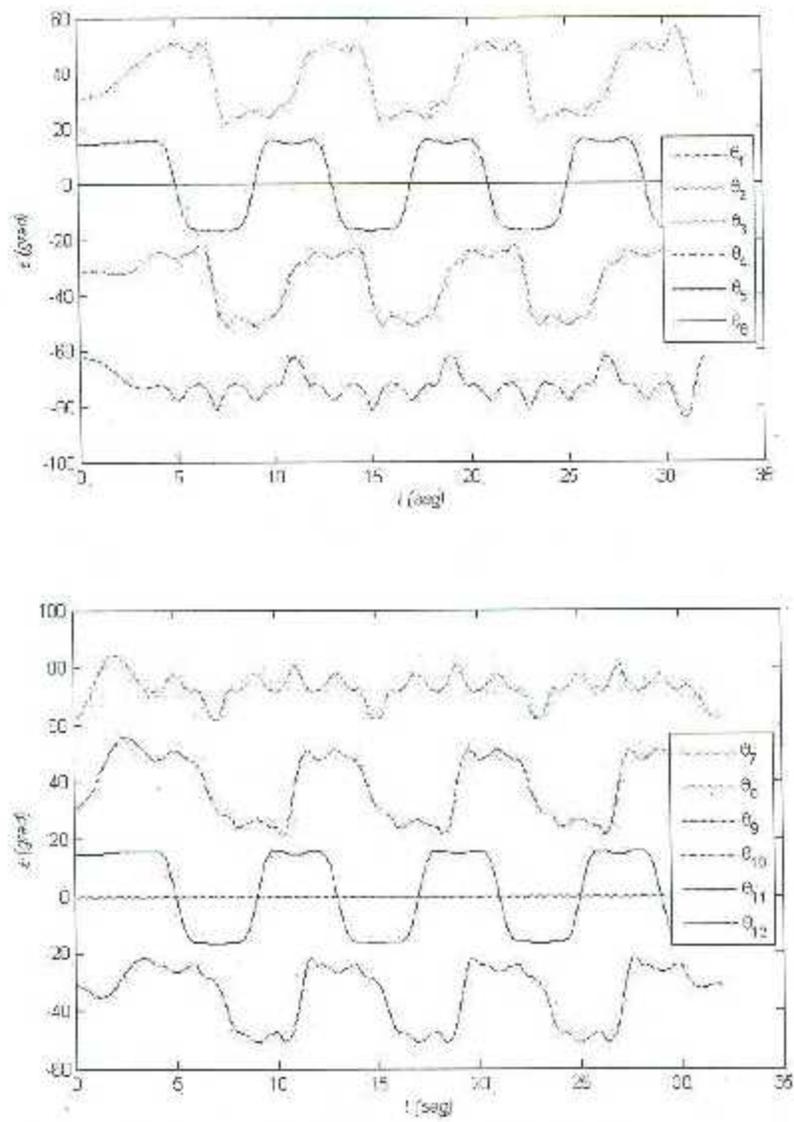


Figura 5.9 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 1.

5.6.2 Caso 2: Marcha ascendente con pendiente de 15°

Se considera la marcha del robot sobre una pendiente positiva (ascendente) de 15°. En la Tabla 5.5 se dan los parámetros para la marcha en este plano. La figura 5.10 muestra la ventana del programa BioTrayInc donde se especifican los parámetros de marcha. En la figura 5.11 se encuentran las rutas de la trayectoria de la pelvis y de los pies. En la figura 5.12 se tienen las gráficas referentes al comportamiento de las coordenadas de la pelvis y el pie libre y en la figura 5.13 se muestran las consignas articulares de los pies.

Tabla 5.5 Parámetros utilizados en la Marcha Ascendente de 15° del Bioloid.

Parámetros	Descripción	Valor	Unidad
T	Tiempo por paso	6	seg.
ΔT	Incremento de Tiempo	0.025	seg.
n	Número de pasos	8	s/u
τ	Ángulo de Marcha respecto al plano horizontal	15	°
X_{pi}	Posición inicial de la Pelvis en X	50	mm
Y_{pi}	Posición inicial de la Pelvis en Y	33	Mm
Z_{pi}	Posición inicial de la Pelvis en Z	110	Mm
δX_p	Incremento sobre el eje X de la pelvis durante cada paso	100	Mm
δY_p	Incremento sobre el eje Y de la pelvis durante cada paso	33	Mm
δZ_p	Incremento sobre el eje Z de la pelvis durante cada paso	10	Mm
ν_p	Orientación inicial de guiñada de la pelvis con respecto a Mundo	-3	°
Y_f	Posición inicial del Pie Libre en Y	33	Mm
δX_f	Incremento sobre el eje X del pie libre durante cada paso	100	Mm
δZ_f	Incremento sobre el eje Z del pie libre durante cada paso	15	Mm
μ_f	Orientación Inicial del pie libre con respecto al Mundo	90	°

Parámetros de BioTrayInc	
<input type="checkbox"/> Control de	
<input checked="" type="checkbox"/> Simulación de la marcha	Grado de inclinación: 15°
<input type="checkbox"/> Simulación de la fuerza	
Parámetros de simulación	
<input type="checkbox"/> Fuerza de tracción	Velocidad: 0
<input checked="" type="checkbox"/> Fuerza de frenado	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de empuje	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de resistencia	Velocidad: 0
Parámetros de simulación	
<input type="checkbox"/> Fuerza de tracción	Velocidad: 0
<input checked="" type="checkbox"/> Fuerza de frenado	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de empuje	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de resistencia	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de tracción	Velocidad: 0
<input checked="" type="checkbox"/> Fuerza de frenado	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de empuje	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de resistencia	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de tracción	Velocidad: 0
<input checked="" type="checkbox"/> Fuerza de frenado	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de empuje	Velocidad: 0
<input type="checkbox"/> Fuerza de resistencia	Velocidad: 0

Figura 5.10 Parámetros de BioTrayInc para Marcha en plano ascendente de 15°.

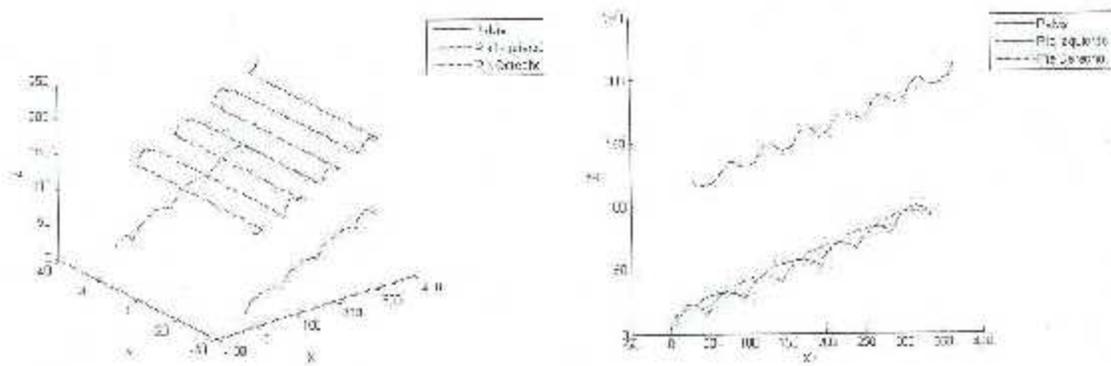
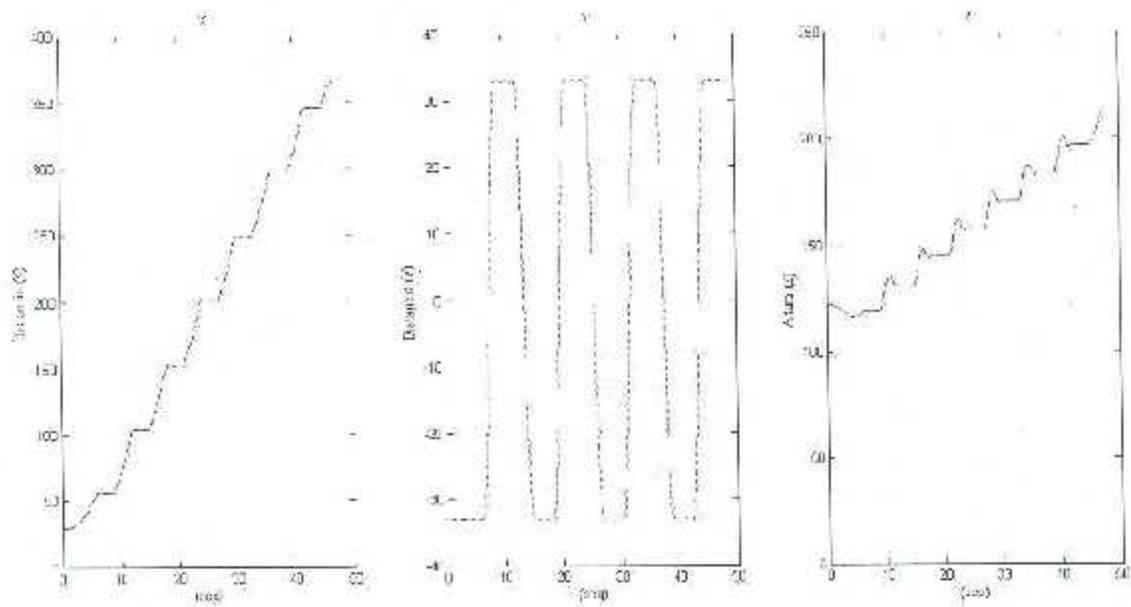
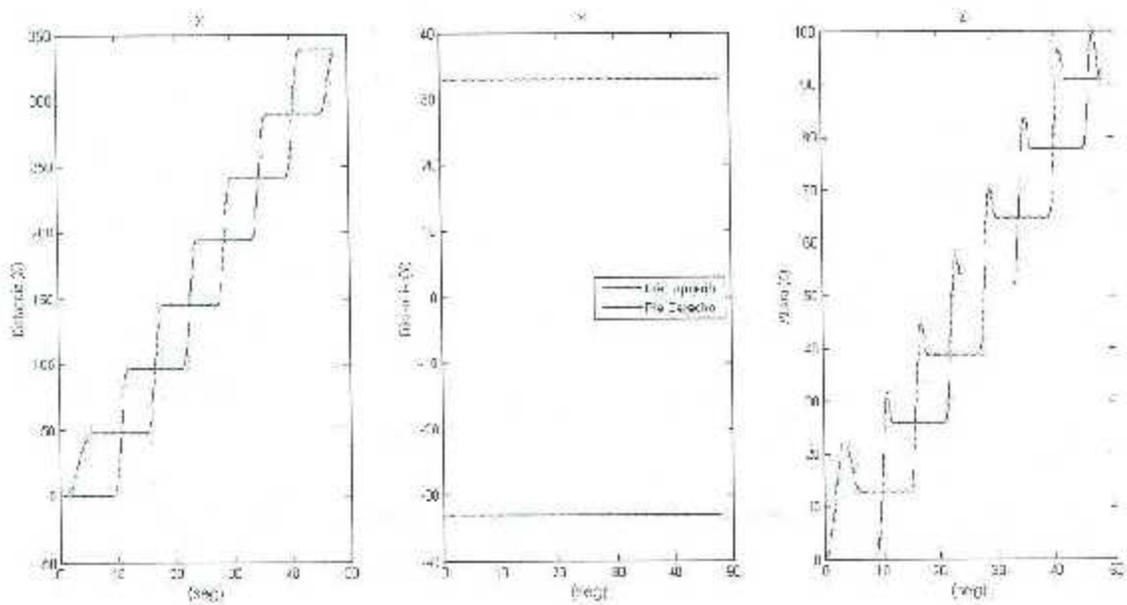


Figura 5.11 Patrón generado para marcha Ascendente con pendiente de 15°.



(a) Coordenadas de posición de la pelvis



(b) Coordenadas de posición de los pies

Figura 5.12 Coordenadas operacionales en función del tiempo para el caso 2.

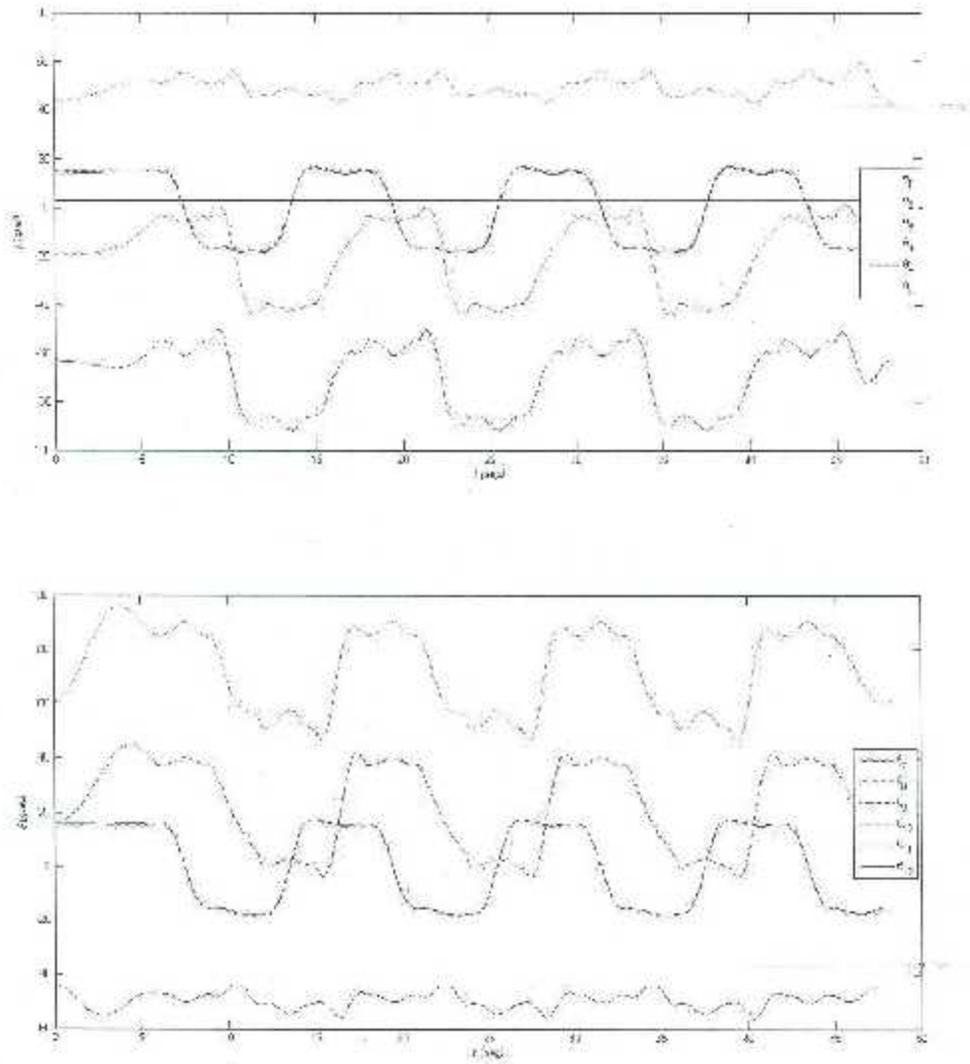


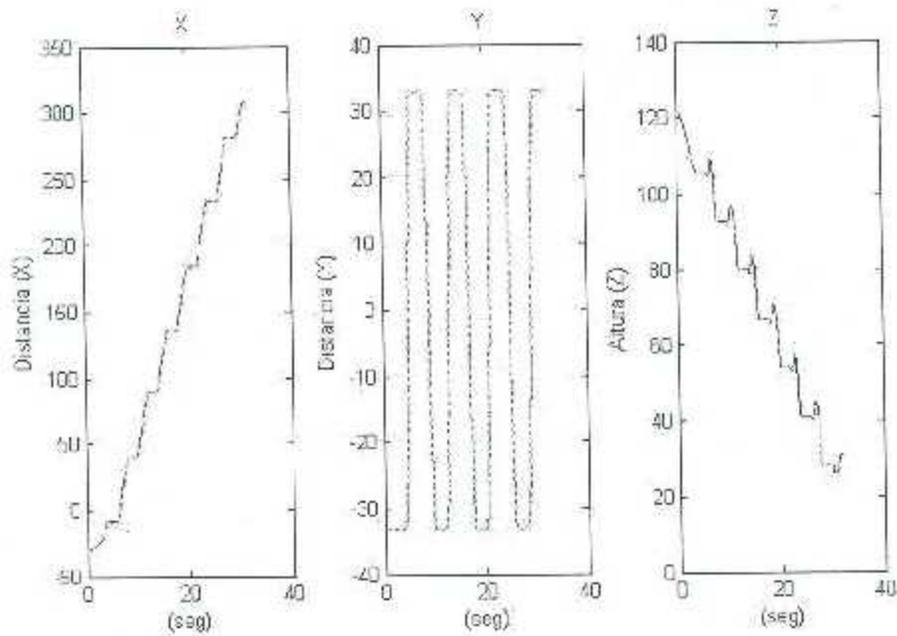
Figura 5.13 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 2.

5.6.3 Caso 3: Marcha descendente con pendiente de -15°

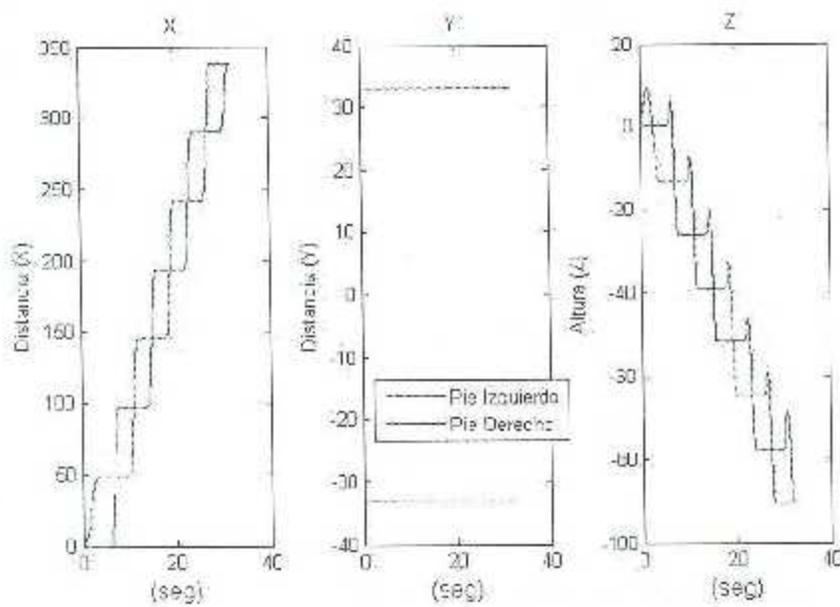
En el presente caso de estudio se considera una marcha con descenso. En la Tabla 5.5 se muestran los parámetros utilizados para la marcha descendente. Los parámetros introducidos a BioTrayInc se observan en la figura 5.14. La trayectoria generada por el programa BioTrayInc para este caso se encuentra en la figura 5.15. El comportamiento de pelvis y pies se puede observar en la figura 5.16. Finalmente en la figura 5.17 se muestran las consignas articulares del robot.

Tabla 5.6 Parámetros para la marcha sobre un plano descendente. Pendiente de -15°

Parámetros	Descripción	Valor	Unidad
T	Tiempo por paso	4	Seg.
ΔT	Incremento de Tiempo	0.025	Seg.
n	Número de pasos	8	s/u
τ	Ángulo de Marcha respecto al plano horizontal	15	$^\circ$
X_{p_0}	Posición inicial de la Pelvis en X	-60	mm
Y_{p_0}	Posición inicial de la Pelvis en Y	33	Mm
Z_{p_0}	Posición inicial de la Pelvis en Z	110	Mm
δX_p	Incremento sobre el eje X de la pelvis durante cada paso	100	Mm
δY_p	Incremento sobre el eje Y de la pelvis durante cada paso	33	Mm
δZ_p	Incremento sobre el eje Z de la pelvis durante cada paso	10	Mm
μ_p	Orientación inicial de cabeceo de la pelvis con respecto al Mundo	-15	$^\circ$
Y_f	Posición inicial del Pie Libre en Y	33	Mm
δX_f	Incremento sobre el eje X del pie libre durante cada paso	100	Mm
δZ_f	Incremento sobre el eje Z del pie libre durante cada paso	15	Mm
μ_f	Orientación inicial del pie libre con respecto al Mundo	90	$^\circ$



(a) Coordenadas de posición de la pelvis



(b) Coordenadas de posición de los pies

Figura 5.16 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo para el caso 3.

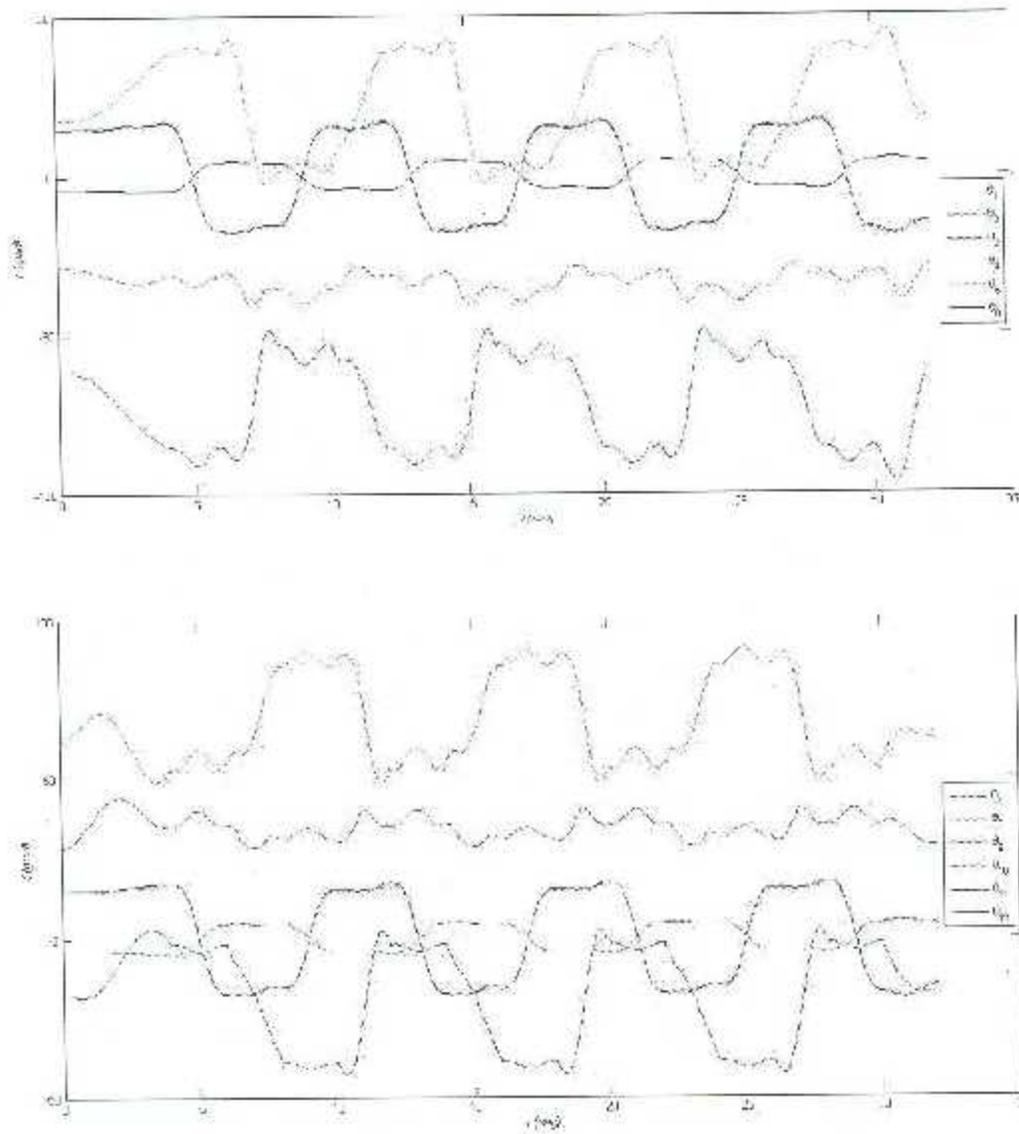


Figura 5.17 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 3.

5.6.4 Caso 4: Marcha descendente con pendiente de -22°

Los casos 2 y 3 fueron los planteados como base del estudio. Se realizó un estudio con una pendiente aún superior con la propuesta de llevar al Bioloid a un punto que se pueda considerar como límite para este estudio. Este caso es con una pendiente negativa de 22° . Se presentan los datos de igual manera que en los dos casos anteriores. La Tabla 5.7 presenta los parámetros seleccionados para esta marcha. Los parámetros ingresados al programa BioRayInc aparecen en la figura 5.18; continuando, en la figura 5.19 se muestran las trayectorias seguidas por la pelvis y los pies. La figura 5.20 muestra el comportamiento de las coordenadas de posición tanto de la pelvis como del pie libre. Finalizando con las consignas articulares del Bioloid en la figura 5.21.

Tabla 5.7 Parámetros para la marcha descendente con una pendiente de -22° del Bioloid.

Parámetros	Descripción	Valor	Unidad
T	Tiempo por paso	6	Seg.
ΔT	Incremento de Tiempo	0.025	Seg.
n	Número de pasos	8	
τ	Ángulo de Marcha respecto al plano horizontal	22	$^\circ$
X_{p_i}	Posición inicial de la Pelvis en X	-80	mm
Y_{p_i}	Posición inicial de la Pelvis en Y	33	Mm
Z_{p_i}	Posición Inicial de la Pelvis en Z	90	Mm
δX_p	Incremento sobre el eje X de la pelvis durante cada paso	100	Mm
δY_p	Incremento sobre el eje Y de la pelvis durante cada paso	33	Mm
δZ_p	Incremento sobre el eje Z de la pelvis durante cada paso	10	Mm
μ_p	Orientación Inicial de cabeceo de la pelvis con respecto al Mundo	-10	$^\circ$
Y_f	Posición inicial del Pie Libre en Y	33	Mm
δX_f	Incremento sobre el eje X del pie libre durante cada paso	100	Mm
δZ_f	Incremento sobre el eje Z del pie libre durante cada paso	20	Mm
μ_f	Orientación Inicial del pie libre con respecto al Mundo	90	$^\circ$



Figura 5.18 Parámetros de BioTrayInc para Marcha en plano descendente de -15° .

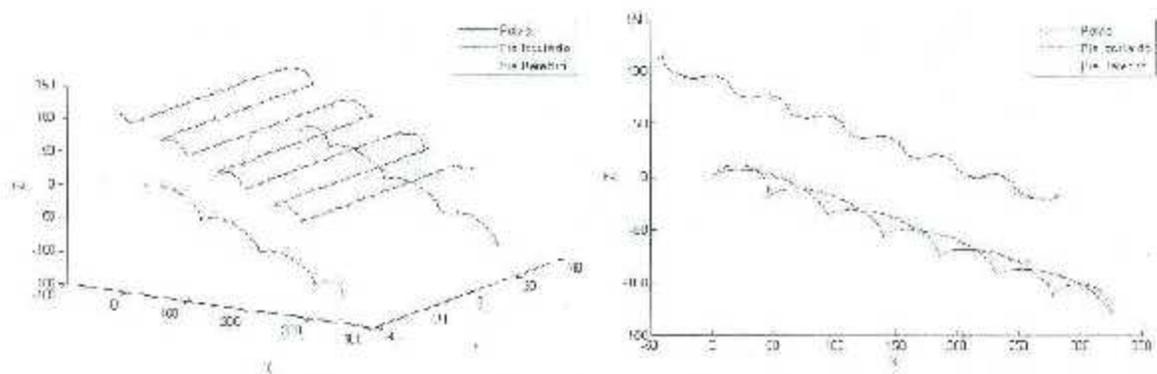
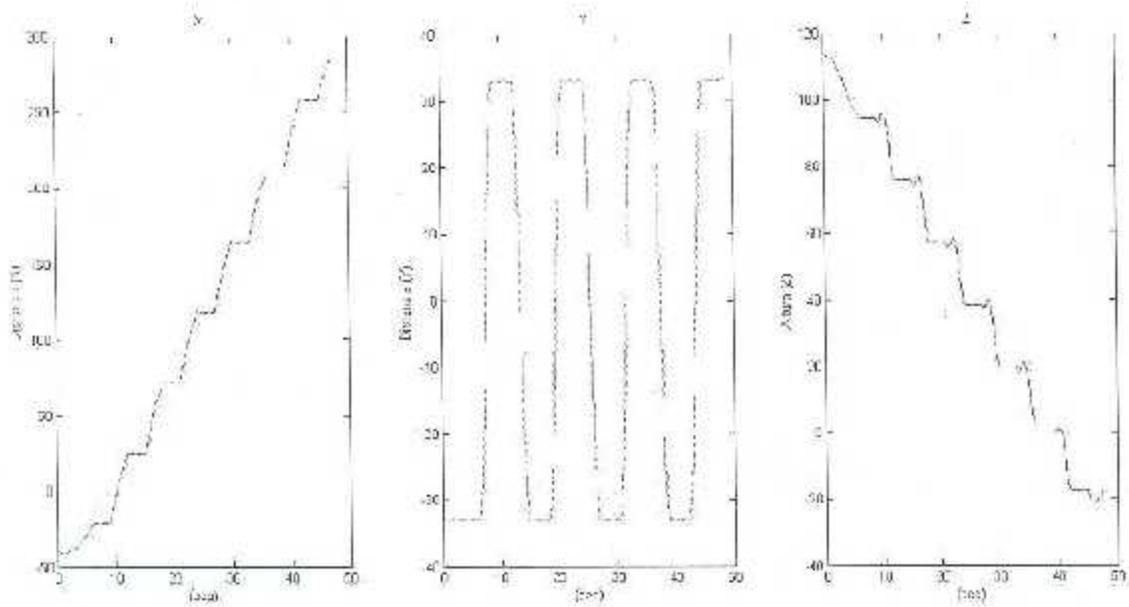
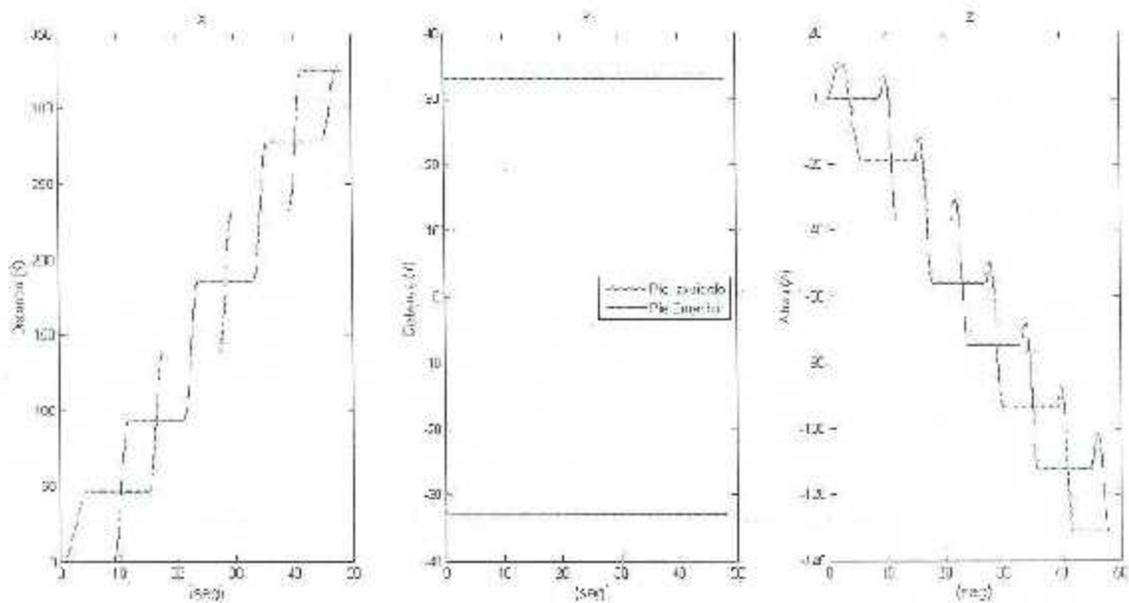


Figura 5.19 Patrón generado para marcha Descendente con pendiente de 22° .



(a) Coordenadas de posición de la pelvis



(b) Coordenadas de posición de los Pies.

Figura 5.20 Gráficas de las coordenadas operacionales en función del tiempo para el caso 3

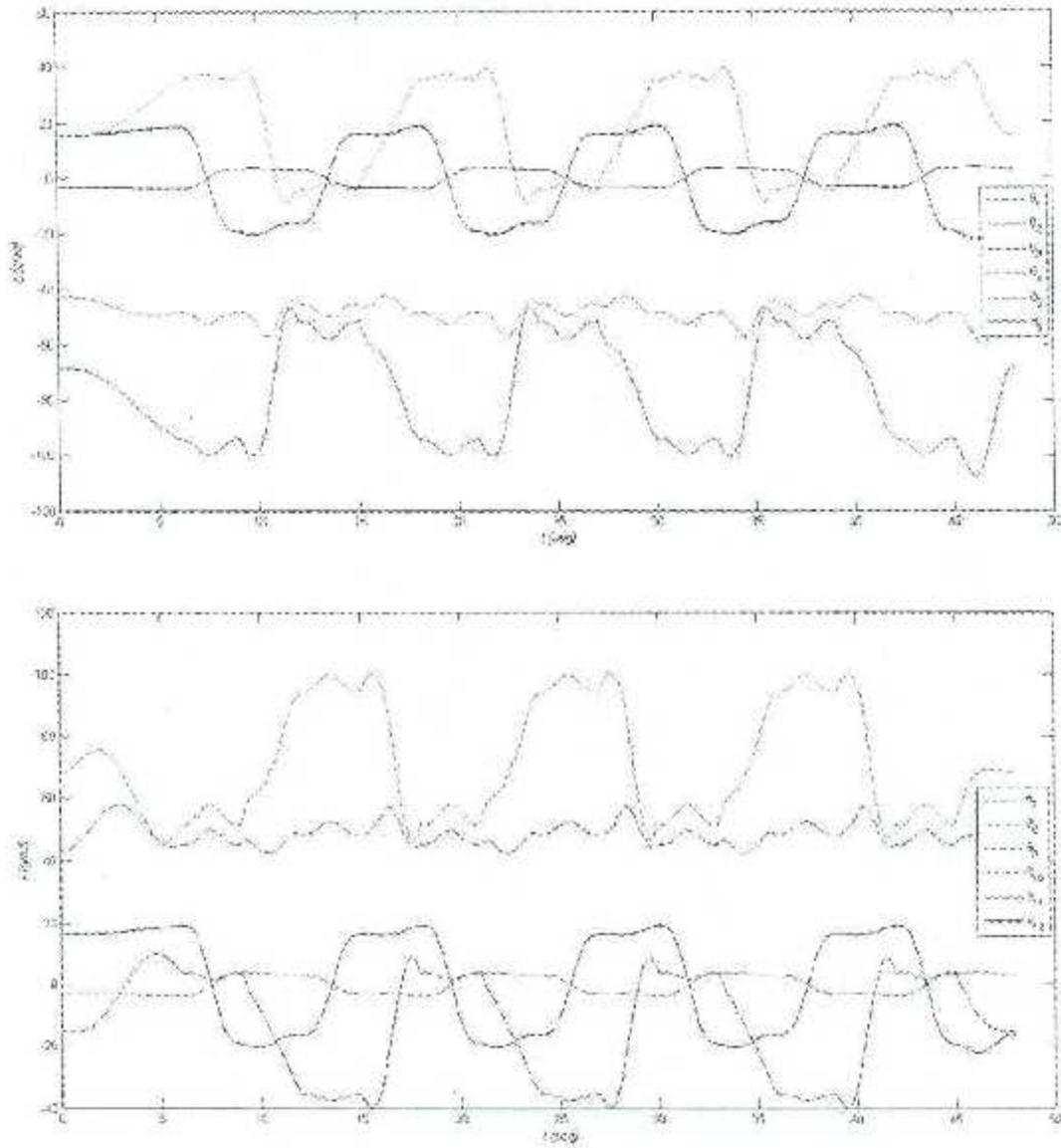


Figura 5.21 Trayectorias articulares obtenidas para el caso 4.

En el capítulo siguiente se proporcionará información correspondiente a cada caso aplicado al modelo de simulación realizado en Webots y especificado en capítulos anteriores.

Capítulo 6

Simulación de la Marcha en Planos Inclinados

En el presente Capítulo se considera la simulación del caminado del Robot Bioloid para los casos analizados en el Capítulo 5, que se refieren a la marcha en planos ascendentes y descendentes. Además de los casos analizados en el capítulo 5, que corresponden a marchas equilibradas del robot (casos exitosos), se incluyen algunas simulaciones que se obtuvieron con parámetros que no permitieron mantener el equilibrio del robot. A estos se les llama aquí casos *no exitosos*, y permiten constatar la eficacia del simulador utilizado para validar los casos estudiados.

6.1 Software utilizado

El paquete de software que permite efectuar simulaciones físicas de las marchas propuestas del robot estudiado es *Webots*®, descrito en el capítulo 4. Este paquete computacional proporciona un ambiente completo e ideal para analizar el desempeño dinámico y la factibilidad de la marcha de robots humanoides.

Por otra parte se utilizó el paquete *Matlab*®. Se trata de software de matemáticas que ofrece un entorno de desarrollo integrado, además de ser uno de los lenguajes de programación compatibles con el entorno de *Webots*. El controlador del Robot utilizado en el simulador también está escrito en lenguaje de *Matlab*. Así, en esta plataforma se desarrolló el programa *BioTrayInc* que permitió generar los patrones de marcha en los archivos requeridos por *Webots* para generar el caminado en simulación. Asimismo, los archivos generados en *Matlab* por *BioTrayInc* son útiles para enviar las consignas de movimiento al robot Bioloid.

En las siguientes secciones se presentan los resultados de las simulaciones efectuadas.

6.2 Casos no exitosos

Durante el estudio se encontraron diversas situaciones que complican el estudio de una marcha en plano inclinado, algunas son referentes a la dinámica, mientras que otras son referentes a la capacidad del software y las características con las que se programan las aplicaciones. El primer caso adverso se presenta en base al software, iniciando con el programa *BioTrayInc*. Esta aplicación genera las consignas articulares, sin embargo no contiene una inicialización de la postura del robot con la que se debe iniciar el caminado. La primer postura aportada en las consignas articulares es en la que se procede a dar el primer paso, sin embargo esto se puede solucionar, ya que Webots posee la capacidad de llevar los motores a la posición de arranque.

Otra situación que se presentó a partir de una postura inicial inadecuada provocó la caída del robot al entrar en acción la fuerza de gravedad, al inicio de la simulación. Esto se solucionó aplicando una postura inicial adecuada que permitió el equilibrio del robot. Este procedimiento se utilizó para cada caso de estudio, por lo que se generaron 5 mundos en Webots con 5 posturas iniciales del Bioloid.

6.2.1 Caso 1: plano ascendente.

En la figura 6.1 se muestra una secuencia de escenas del robot cayendo en el segundo mundo considerado, en el cual se especificó un plano con una pendiente positiva de 15° .

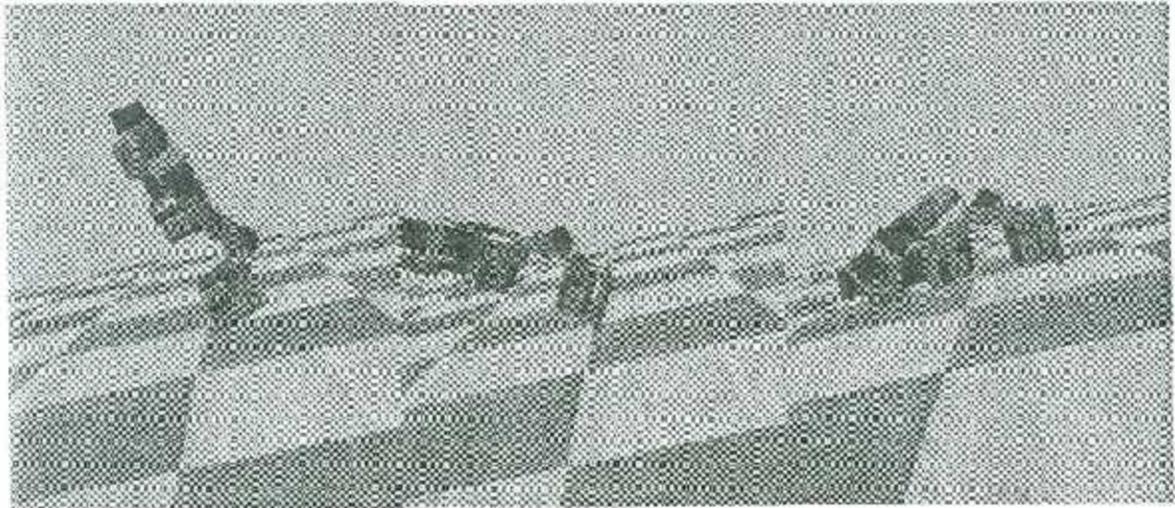


Figura 6.1 Secuencia de caída hacia atrás en un plano con pendiente positiva de 15° .

La caída que se produjo en este caso ocurrió como consecuencia de una pose inadecuada de la cadera. Al no ser los parámetros correctos y mantener la pelvis y el torso en una pose parecida a la del caminado horizontal, produce una caída hacia la parte posterior del robot. Para solucionar esto, se incrementa la rotación de la pelvis, y por ende del torso, y una posición inicial avanzando a través del eje X.

Una vez superado este problema se presentó otro con base en los parámetros de la marcha, en este caso el robot inicia su ascenso pero, debido a una incorrecta especificación de la marcha, tropieza y cae. La escena de la figura 6.2 corresponde a este caso.



Figura 6.2 Caída del robot causada por un tropiezo.

Aparte de este tipo de errores relacionados con la ascendencia del plano, no se encontraron más. Con una pose inicial adelantada de la cadera se soluciona el primer caso del error y las caídas hacia adelante no se observan a menos que sea en casos extremos, por lo que no se consideran como errores en la marcha. En la sección de casos exitosos se presenta la marcha factible en un plano ascendente y se proporcionan los parámetros necesarios para llevar a cabo el caminado.

6.2.2 Caso 2: Plano Descendente.

El caso del tercer mundo creado en Webots es el de un plano con pendiente negativa de 15° . Los errores en el caso anterior por caídas antes de la marcha no presentan mayor dificultad, sin embargo, en el caso descendente se presentan más comúnmente. En la figura 6.3 se muestra una caída que ocurre en el arranque de la marcha.



Figura 6.3 Caída hacia el frente en plano descendente.

Como es posible observar, con el hecho de que la cadera esté ligeramente adelantada el robot cae debido a la fuerza de la gravedad. Lo mismo sucede si la cadera está detrás de la posición correcta. En la figura 6.4 se observa la caída, esta vez hacia atrás poco antes de iniciar la marcha.

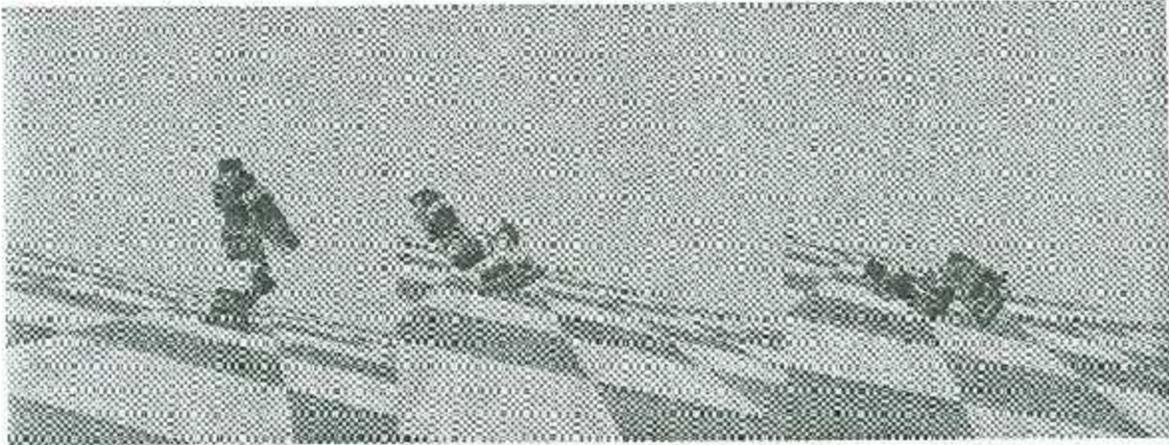


Figura 6.4 Caída hacia atrás en plano descendente.

Se puede apreciar que el robot intenta dar el primer paso, pero debido a que la pelvis y el torso se encuentran en extremo detrás produce la caída al iniciar la marcha. Esto se soluciona al mantener la pelvis en una posición central acorde al apoyo en simple soporte. Al igual que en caso anterior, las correcciones se encuentran en los casos exitosos.

6.2.3 Caso 3 Plano Ascendente (22°).

Para este caminado aún es posible mantener la trayectoria del ZMP dentro de polígono del pie. Para el estudio presentado en esta tesis, un plano inclinado descendente con 22° es el límite alcanzable, si se realiza un incremento en la pendiente, se puede generar una trayectoria pero variables articulares presentan en el Robot transgresiones en los límites articulares definidos.

De igual manera se optó por intentar un caminado Ascendente con pendiente de 22°, el problema se presenta durante la marcha, ya que al ir subiendo, el robot presenta deslizamientos no programados que causan su caída durante la marcha y dado que aún no se cuenta con un sistema que corrija esos deslizamientos no es posible completar la secuencia. La figura 6.5 presenta las muestras del caminado y su respectiva caída.

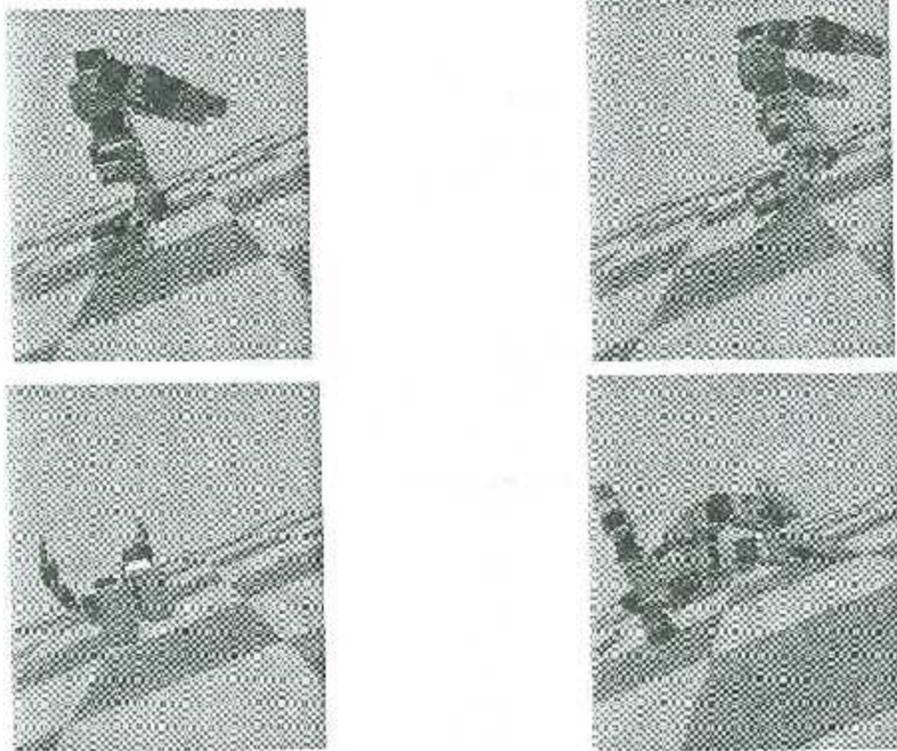


Figura 6.5 Secuencia de caída en simulación para una pendiente ascendente de 22° .

6.3 Casos Exitosos

En la presente sección se encuentran los casos con éxito para el caminado de planos inclinados tanto ascendentes como descendentes y se presentan los parámetros y resultados obtenidos. En el estudio que está basado el presente trabajo se realizó una simulación en planos con pendiente de 7.4° tanto positiva como negativa. En el estado del arte se mencionaron algunos casos exitosos de este tipo de desplazamiento pero en el mejor de los casos con una pendiente de 10° .

Intentando superar los estudios anteriores se procede a realizar una prueba con mayor dificultad. La primera propuesta es trabajar con un plano con pendiente de 15° .

6.3.1 Caso 1: Marcha Horizontal

Como se explicó en capítulos previos, la simulación en el ambiente Webots cuenta con la capacidad de trabajar con la dinámica completa del robot. Aprovechando esta capacidad y la posibilidad de utilizar sensores, se realiza el cálculo del ZMP.

En el capítulo anterior se especificaron los parámetros propuestos para la marcha horizontal. El programa BioTrayInc proporciona un archivo ".motion" este es archivo que contiene las variables articulares en radianes de cada uno de los servomotores con los que cuenta el Robot (18 Servomotores en total) y este archivo es leído por Webots para producir la marcha.

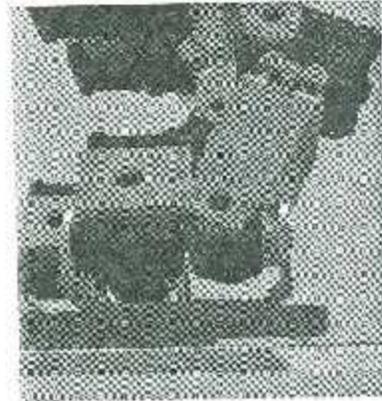
A continuación se presenta en la figura 6.6 una muestra de la simulación realizada en el ambiente gráfico de Webots. En las escenas mostradas se encuentra la siguiente información:

- a) Muestra el robot en posición inicial antes del caminado.
- b) Es una toma de la elevación del pie a través del plano Z_{ref} .
- c) Inclinación hacia el lado derecho, lo cual permite el movimiento del pie izquierdo libre.
- d) Inclinación hacia el lado izquierdo, lo cual permite el movimiento del pie derecho libre.
- e) Muestra del desplazamiento en un paso con el pie derecho libre.
- f) Muestra del desplazamiento en un paso con el pie izquierdo libre.

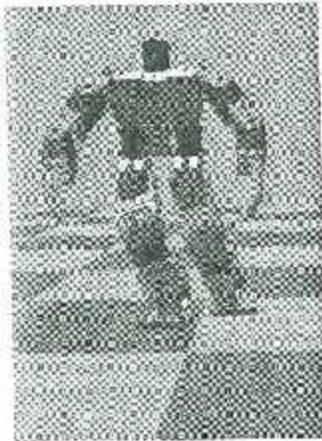
En la figura 6.7 se muestra la trayectoria seguida por el ZMP dentro del área sustentable del robot.



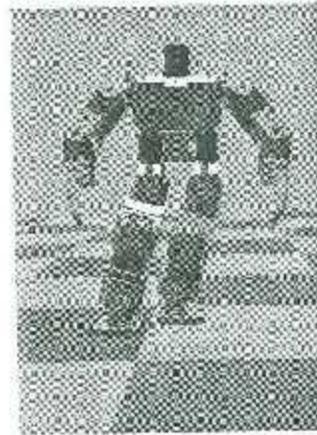
a) Pose Inicial



b) Altura del paso



c) Inclinación Derecha



d) Inclinación Izquierda



e) Paso derecho



f) Paso Izquierdo

Figura 6.6 Escenas de la simulación para marcha en plano Horizontal.

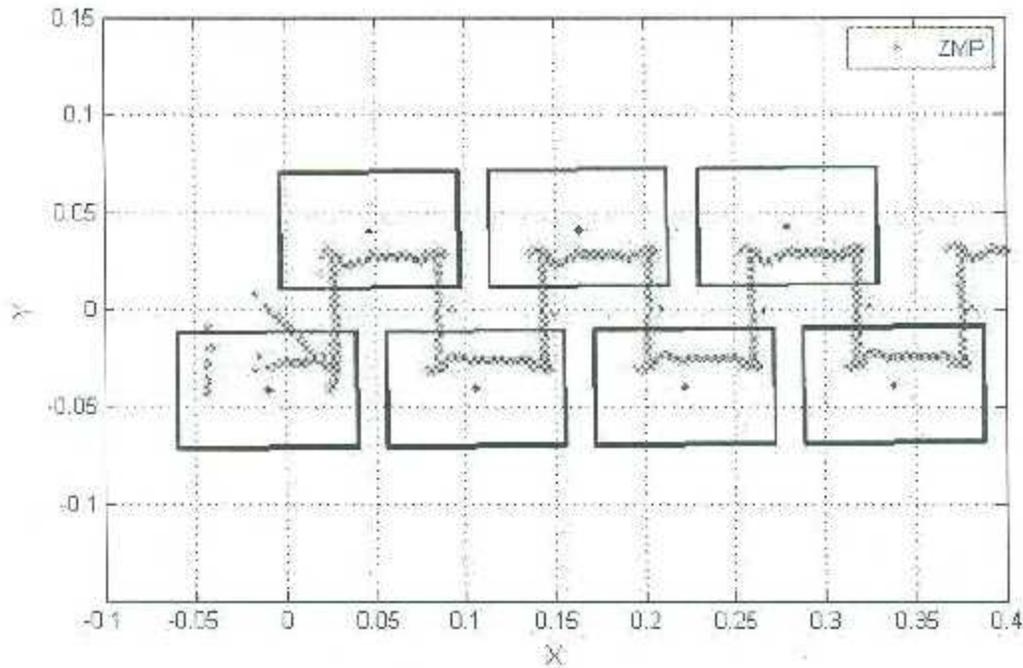


Figura 6.7 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha horizontal.

Si bien la marcha horizontal no es completamente perfecta es fácilmente apreciable que el ZMP se ubica dentro del polígono de la base del pie.

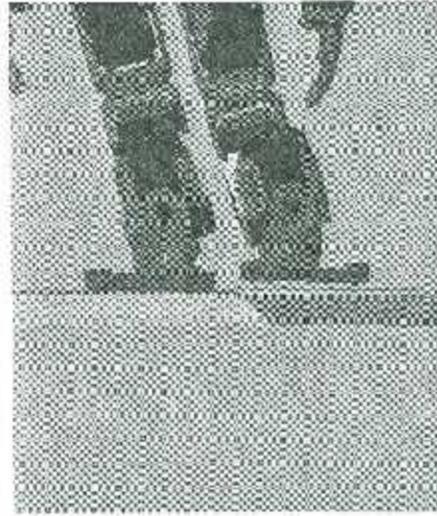
6.3.2 Caso 2: Marcha Ascendente con pendiente de 15°

La figura 6.8 contiene escenas del caminado en el plano inclinado ascendente con una pendiente de 15° . Las escenas consideradas muestran lo siguiente:

- Pose inicial, con características que le permiten al robot mantener el equilibrio en el plano inclinado.
- Altura del pie durante la marcha (vista anterior).
- Muestra del desplazamiento con el pie izquierdo libre.
- Muestra del desplazamiento con el pie derecho libre.



a) Pose Inicial



b) Altura del pie durante el paso



c) Paso con pie Izquierdo



d) Paso con pie Derecho

Figura 6.8 Escenas de la Simulación para la marcha Ascendente con pendiente de 15°

La figura 6.9 Muestra la trayectoria seguida por el ZMP durante el caminado rectilíneo ascendente con pendiente de 15° .

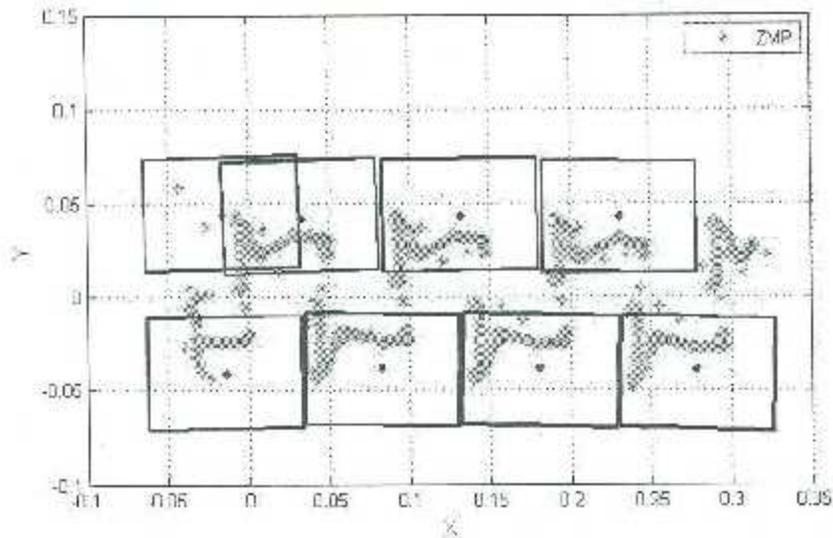


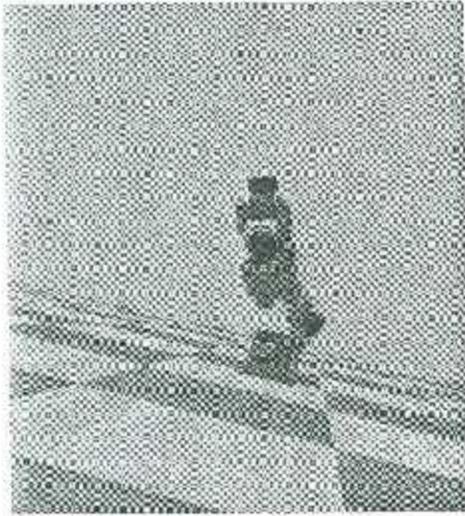
Figura 6.9 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha en plano con pendiente de 15° .

Los resultados obtenidos acerca de la dinámica se pueden observar en la Figura 6.9 en la que se comprueba que la trayectoria del ZMP permanece en el interior del área de la base del pie. Esto confirma los resultados observados en las escenas de la animación del robot.

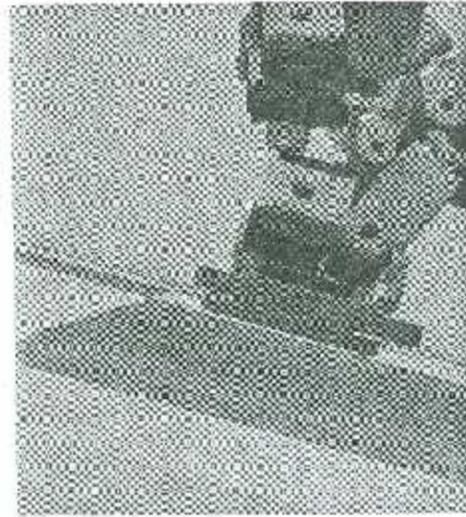
6.3.3 Caso 3: marcha descendente con pendiente de -15°

El tercer caso en mostrar y retomando los valores obtenidos y propuestos en el capítulo anterior se procede a realizar una marcha en un plano con pendiente negativa. La figura 6.10 muestra escenas de la simulación, entre las cuales se observa:

- Pose inicial determinada para el robot en un plano con inclinación negativa de 15° .
- Altura que toma el pie durante la marcha (vista lateral).
- Muestra del desplazamiento del pie izquierdo libre a través del plano
- Muestra del desplazamiento del pie izquierdo libre a través del plano



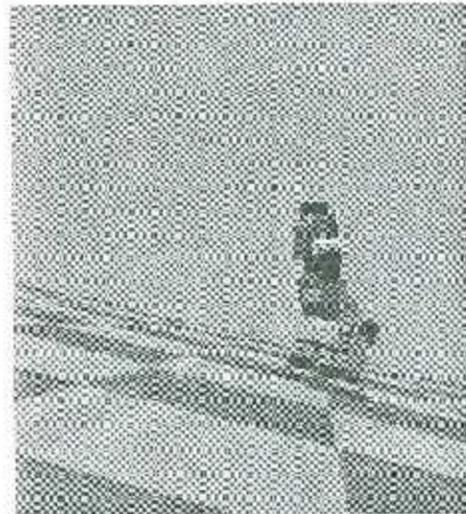
a) Pose Inicial



b) Altura del pie libre durante el caminado



c) Paso con pie Izquierdo



d) Paso con pie Derecho

Figura 6.10 Escenas de la Simulación para la marcha Descendente con pendiente de 15°

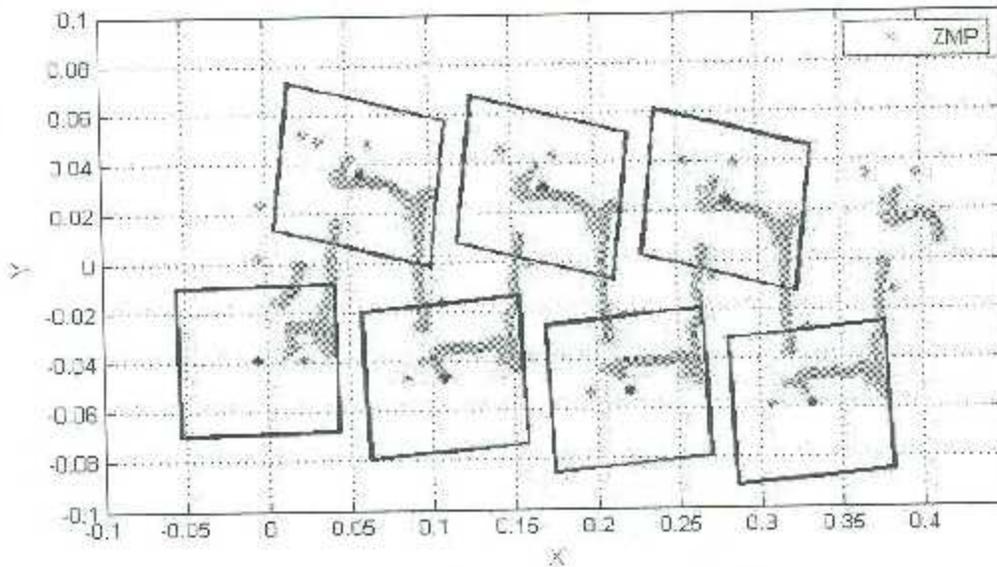


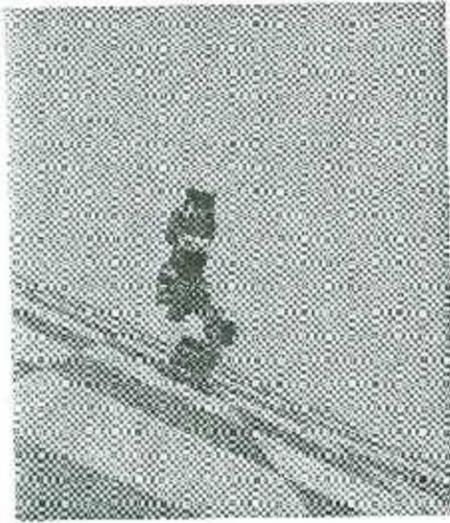
Figura 6.11 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha en plano con pendiente de -15° .

La figura 6.11 muestra el comportamiento del ZMP durante este caso de caminado. Nuevamente es posible observar cómo la trayectoria del ZMP permanece el polígono de la base del pie indicando nuevamente que la marcha es factible y conserva su estabilidad. En el caminado descendente la ruta del ZMP, está más cercano al borde delantero del pie, en comparación con el ascendente.

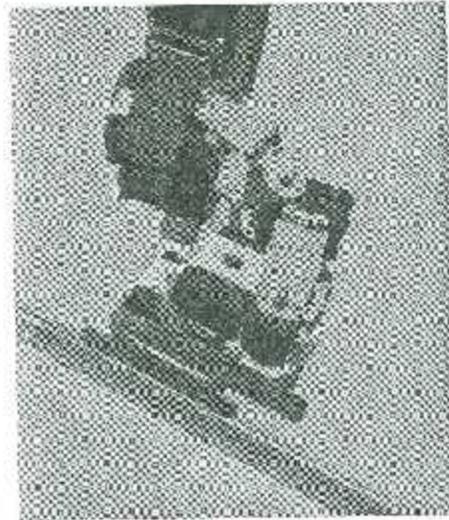
6.3.4 Caso 4: marcha descendente con pendiente de -22°

El último caso en el cual se realizó un caminado exitoso es un descenso con ruta rectilínea en un plano con pendiente de -22° . Durante el presente estudio, esta es la marcha con mayor inclinación en descenso sobre la cual se trabajó. La figura 6.12 contiene imágenes del caminado en este plano.

- Pose inicial antes de iniciar el caminado.
- Altura establecida del pie; la cual debe ser superior para evitar colisiones entre el suelo y la base del pie del humanoide.
- Desplazamiento del pie izquierdo libre.
- Desplazamiento del pie derecho libre.



a) Pose Inicial



b) Altura del paso durante la marcha



c) Paso con pie izquierdo



d) Paso con pie Derecho

Figura 6.12 Muestras de la Simulación para la marcha Descendente con pendiente de 22°

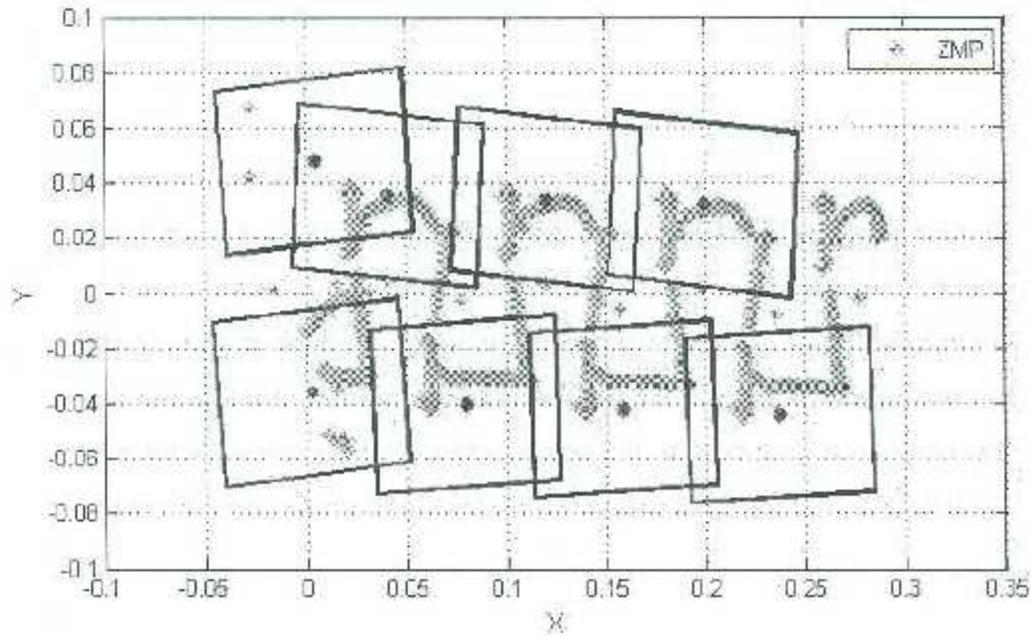


Figura 6.13 Vista superior de la ruta del ZMP durante la marcha en plano con pendiente de -22° .

En la Figura 6.13 se aprecia la ruta seguida por el ZMP a lo largo de la marcha. Como en los casos anteriores se observa que el ZMP permanece dentro del área del pie del robot.

Estos casos son los que se consideraron exitosos y se puede considerar el del plano inclinado como su pendiente máxima, dado que si se incrementa la pendiente, a los parámetros propuestos les ocurre una de dos opciones. La primera es que pierde el equilibrio, mientras que la segunda presenta transgresiones en sus límites articulares establecidos.

Capítulo 7

Conclusión

Con el avance de la tecnología los robots humanoides se muestran cada vez con rasgos más humanos. Con la finalidad de compartir dentro de la sociedad diversas actividades es necesario preparar estas máquinas para enfrentarse con pormenores que día a día el hombre supera con facilidad.

La presente tesis se enfoca al estudio de la marcha del robot humanoide Bioloïd sobre planos inclinados. En investigaciones realizadas previamente en el Instituto Tecnológico de la Laguna (ITLag) se han considerado tanto estudios en simulación como experimentales de la marcha. Sin embargo, en todos ellos se consideró la marcha del robot sobre planos horizontales.

La principal aportación presentada durante este trabajo es la de realizar un estudio del caminado de un humanoide en planos inclinados y además realizarlo con un patrón de marcha de tipo cicloidal que producen trayectorias sin discontinuidades y mejoran el desempeño del caminado del robot. El estudio realizado constituye el punto de partida para trabajos futuros sobre la formulación de problemas de optimización de la marcha de humanoides caminando sobre planos inclinados.

Una segunda aportación es la del diseño del simulador en Webots. Si bien, anteriormente ya existía en el ITLag software de este tipo, se habían dejado de actualizar y con el paso y avance de la tecnología algunos de sus componentes fueron considerados obsoletos. El diseño de los mundos considerados en este trabajo presenta la posibilidad de realizar nuevos estudios y retomar los anteriores.

Los resultados obtenidos a lo largo de la investigación se consideran satisfactorios debido a que aunado al estudio y cálculo del ZMP se comprueba que los parámetros utilizados para la marcha del humanoide cumplen con la característica de mantener un equilibrio dinámico.

En las simulaciones efectuadas en el marco de este trabajo se logró superar el límite de la pendiente de 10° reportado en [11]. En efecto, la máxima pendiente del plano de marcha en que fue posible la marcha del robot es de 15° en marcha ascendente y -22° en marcha descendente. Es necesario efectuar estudios adicionales a fin de explicar estos resultados teniendo en cuenta el tipo de patrón de marcha utilizado, los parámetros de la marcha y el tipo de controladores que se utilizan.

Un factor que se considera importante es la posición de los brazos. Hablando de planos con inclinación cualquier masa que se extienda desde el cuerpo producirá un cambio en su equilibrio, es por eso que los brazos, para el caso de estudio, se colocan estratégicamente. En el caminado con descenso se posicionan al costado del cuerpo, mientras que en el ascendente se colocan por delante de toda la estructura. Para futuros estudios y en la optimización del caminado se debe considerar ese efecto.

La limitante encontrada se presenta en el caminado Ascendente de 22° , donde se probaron diferentes parámetros con resultados no totalmente fallidos pero sí con dificultades que no pudieron ser superadas. Es aquí donde el trabajo presenta nuevos retos. También se deja para estudios posteriores la posibilidad de realizar ascensos o descensos con caminados no rectilíneos. Asimismo se presenta el reto de vencer los inconvenientes que no se han podido superar llevando a los humanoídes a la competencia de desplazarse libremente por cualquier tipo de superficie.

Apéndice A

Modelo cinemático del robot Bioloid

Este apéndice contiene las ecuaciones del modelo cinemático directo de posición.

A.1 Modelo Directa de Posición

El modelo directo se consigue proporcionando los parámetros de Denavit-Hartenberg modificados (presentados en el Capítulo 4) al paquete computacional SYMORO. EN las siguientes ecuaciones $t_1, t_2, t_3, \dots, t_{12}$ son las variables articulares (*thetas*) del robot.

A.1.1 Matrices Elementales:

```

Transformation Matrix from R 0 to R 1 :
-----
T0T111 = Cos(t1)
T0T121 = Sin(t1)
T0T131 = 0
T0T112 = -Sin(t1)
T0T122 = Cos(t1)
T0T132 = 0
T0T113 = 0
T0T123 = 0
T0T133 = 1
T0T114 = 0

T0T124 = 0
T0T134 = 0

Transformation Matrix from R 1 to R 2 :
-----
T1T211 = Cos(t2)
T1T221 = 0
T1T231 = -Sin(t2)
T1T212 = -Sin(t2)
T1T222 = 0
T1T232 = Cos(t2)
T1T213 = 0
T1T223 = 1
T1T233 = 0
T1T214 = 0
T1T224 = 0
T1T234 = 0

```

Transformation Matrix from R 2 To R 3 :

```

-----
T2T311 = Cos(t3)
T2T321 = Sin(t3)
T2T331 = 0
T2T312 = -Sin(-t3)
T2T322 = Cos(t3)
T2T332 = 0
T2T313 = 0
T2T323 = 0
T2T333 = 1
T2T314 = d3
T2T324 = 0
T2T334 = 0

```

Transformation Matrix from R 3 To R 4 :

```

-----
T3T411 = Cos(t4)
T3T421 = Sin(t4)
T3T431 = 0
T3T412 = -Sin(t4)
T3T422 = Cos(t4)
T3T432 = 0
T3T413 = 0
T3T423 = 0
T3T433 = 1
T3T414 = d4
T3T424 = 0
T3T434 = 0

```

Transformation Matrix from R 4 To R 5 :

```

-----
T4T511 = Cos(t5)
T4T521 = 0
T4T531 = -Sin(t5)
T4T512 = -Sin(t5)
T4T522 = 0
T4T532 = -Cos(t5)
T4T513 = 0
T4T523 = 1
T4T533 = 0
T4T514 = 0
T4T524 = e5
T4T534 = 0

```

Transformation Matrix from R 5 To R 6 :

```

-----
T5T611 = Cos(t6)
T5T621 = 0
T5T631 = Sin(t6)
T5T612 = -Sin(t6)
T5T622 = 0
T5T632 = Cos(t6)
T5T613 = 0
T5T623 = -1
T5T633 = 0
T5T614 = 0
T5T624 = 0
T5T634 = 0

```

Transformation Matrix from R 6 To R 7 :

```

-----
T6T711 = Cos(t7)
T6T721 = Sin(t7)
T6T731 = 0
T6T712 = -Sin(t7)
T6T722 = Cos(t7)
T6T732 = 0
T6T713 = 0
T6T723 = 0
T6T733 = 1
T6T714 = d7
T6T724 = 0
T6T734 = 0

```

Transformation Matrix from R 7 To R 8 :

```

-----
T7T811 = Cos(t8)
T7T821 = 0
T7T831 = -Sin(t8)
T7T812 = -Sin(t8)
T7T822 = 0
T7T832 = -Cos(t8)
T7T813 = 0
T7T823 = 1
T7T833 = 0
T7T814 = 0
T7T824 = r8
T7T834 = 0

```

Transformation Matrix from R 8 To R 9 :

```

-----
T8T911 = Cos(t9)
T8T921 = 0
T8T931 = -Sin(t9)
T8T912 = -Sin(t9)
T8T922 = 0
T8T932 = -Cos(t9)
T8T913 = 0
T8T923 = 1
T8T933 = 0
T8T914 = 0
T8T924 = 0
T8T934 = 0

```

Transformation Matrix from R 9 To R 10 :

```

-----
T9T1011 = Cos(t10)
T9T1021 = Sin(t10)
T9T1031 = 0
T9T1012 = -Sin(t10)
T9T1022 = Cos(t10)
T9T1032 = 0
T9T1013 = 0
T9T1023 = 0
T9T1033 = 1
T9T1014 = d10
T9T1024 = 0
T9T1034 = 0

```

Transformation Matrix from R 10 To R 11 :

```

-----
T10T1111 = Cos(t11)
T10T1121 = Sin(t11)
T10T1131 = 0
T10T1112 = -Sin(t11)
T10T1122 = Cos(t11)
T10T1132 = 0
T10T1113 = 0
T10T1123 = 0
T10T1133 = 1
T10T1114 = d11
T10T1124 = 0
T10T1134 = 0

```

Transformation Matrix from R 11 To R 12 :

```

-----
T11T1211 = Cos(t12)
T11T1221 = 0
T11T1231 = -Sin(t12)
T11T1212 = -Sin(t12)
T11T1222 = 0
T11T1232 = -Cos(t12)
T11T1213 = 0
T11T1223 = 1
T11T1233 = 0
T11T1214 = 0
T11T1224 = 0
T11T1234 = 0

```

A.1.2 Productos de Matrices Homogéneas:

Transformation Matrix from R 0 To R 1 :

```

T0T111 = Cos(t1)
T0T121 = Sin(t1)
T0T131 = 0
T0T112 = -Sin(t1)
T0T122 = Cos(t1)
T0T132 = 0
T0T113 = 0
T0T123 = 0
T0T133 = 1
T0T114 = 0
T0T124 = 0
T0T134 = 0

```

Transformation Matrix from R 0 To R 2 :

```

T0T211 = Cos(t1)*Cos(t2)
T0T221 = Cos(t2)*Sin(t1)
T0T231 = -Sin(t2)
T0T212 = -(Cos(t1)*Sin(t2))
T0T222 = -(Sin(t1)*Sin(t2))
T0T232 = -Cos(t2)
T0T213 = -Sin(t1)
T0T223 = Cos(t1)
T0T233 = 0
T0T214 = 0
T0T224 = 0
T0T234 = 0

```

Transformation Matrix from R 0 To R 3 :

```

T0T311 = Cos(t1)*Cos(t2 + t3)
T0T321 = Cos(t2 + t3)*Sin(t1)
T0T331 = -Sin(t2 + t3)
T0T312 = -(Cos(t1)*Sin(t2 + t3))
T0T322 = -(Sin(t1)*Sin(t2 + t3))
T0T332 = -Cos(t2 + t3)
T0T313 = -Sin(t1)
T0T323 = Cos(t1)
T0T333 = 0
T0T314 = d3*Cos(t1)*Cos(t2)
T0T324 = d3*Cos(t2)*Sin(t1)
T0T334 = -(d3*Sin(t2))

```

Transformation Matrix from R 0 To R 4 :

```

T0T411 = Cos(t1)*Cos(t2 + t3 + t4)
T0T421 = Cos(t2 + t3 + t4)*Sin(t1)
T0T431 = -Sin(t2 + t3 + t4)
T0T412 = -(Cos(t1)*Sin(t2 + t3 + t4))
T0T422 = -(Sin(t1)*Sin(t2 + t3 + t4))
T0T432 = -Cos(t2 + t3 + t4)
T0T413 = -Sin(t1)
T0T423 = Cos(t1)
T0T433 = 0
T0T414 = d3*Cos(t1)*Cos(t2) + d4*Cos(t1)*Cos(t2 + t3)
T0T424 = d3*Cos(t2)*Sin(t1) + d4*Cos(t2 + t3)*Sin(t1)
T0T434 = -(d3*Sin(t2)) - d4*Sin(t2 + t3)

```

Transformation Matrix from R 0 To R 5 :

```

T0T511 = Cos(t1)*Cos(t2 + t3 + t4)*Cos(t5) + Sin(t1)*Sin(t5)
T0T521 = Cos(t2 + t3 + t4)*Cos(t5)*Sin(t1) - Cos(t1)*Sin(t5)
T0T531 = -(Cos(t5)*Sin(t2 + t3 + t4))
T0T512 = Cos(t5)*Sin(t1) - Cos(t1)*Cos(t2 + t3 + t4)*Sin(t5)
T0T522 = -(Cos(t1)*Cos(t5)) - Cos(t2 + t3 + t4)*Sin(t1)*Sin(t5)
T0T532 = Sin(t2 + t3 + t4)*Sin(t5)
T0T513 = -(Cos(t1)*Sin(t2 + t3 + t4))
T0T523 = -(Sin(t1)*Sin(t2 + t3 + t4))
T0T533 = -Cos(t2 + t3 + t4)
T0T514 = d3*Cos(t1)*Cos(t2) + d4*Cos(t1)*Cos(t2 + t3) -
r5*Cos(t1)*Sin(t2 + t3 + t4)
T0T524 = d3*Cos(t2)*Sin(t1) + d4*Cos(t2 + t3)*Sin(t1) -
r5*Sin(t1)*Sin(t2 + t3 + t4)

```

$$T0^534 = -(r5 \cdot \cos(t2 + t3 + t4)) - d3 \cdot \sin(t2) - d4 \cdot \sin(t2 + t3)$$

Transformation Matrix From R 0 To R 6 :

$$\begin{aligned} T0^611 &= \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6) + \cos(t6) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6) \\ T0^621 &= \cos(t2 - t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t1) - \cos(t1) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t6) - \\ &\quad \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6) \\ T0^631 &= -(\cos(t5) \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) - \cos(t2 - t3 + t4) \cdot \sin(t6) \\ T0^612 &= -(\cos(t1) \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t6) - \sin(t1) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t6) \\ T0^622 &= -(\cos(t6) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) - \\ &\quad \cos(t2 + t3 - t4) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t6) + \cos(t1) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t6) \\ T0^632 &= -(\cos(t2 - t3 + t4) \cdot \cos(t6)) + \cos(t5) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6) \\ T0^613 &= -(\cos(t5) \cdot \sin(t1)) + \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t5) \\ T0^623 &= \cos(t1) \cdot \cos(t5) + \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) \\ T0^633 &= -(\sin(t2 - t3 + t4) \cdot \sin(t5)) \\ T0^614 &= d3 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2) + d4 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3) - \\ &\quad r5 \cdot \cos(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \\ T0^624 &= d3 \cdot \cos(t2) \cdot \sin(t1) + d4 \cdot \cos(t2 + t3) \cdot \sin(t1) - \\ &\quad r5 \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \\ T0^634 &= -(r5 \cdot \cos(t2 + t3 + t4)) - d3 \cdot \sin(t2) - d4 \cdot \sin(t2 + t3) \end{aligned}$$

Transformation Matrix from R 0 To R 7 :

$$\begin{aligned} T0^711 &= \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) + \\ &\quad \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) \\ T0^721 &= \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t1) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) \\ T0^731 &= -(\cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) - \\ &\quad \cos(t2 + t3 - t4) \cdot \sin(t6 + t7) \\ T0^712 &= -(\cos(t1) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t6 + t7) - \\ &\quad \sin(t1) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t6 + t7) \\ T0^722 &= -(\cos(t6 + t7) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) - \\ &\quad \cos(t2 + t3 - t4) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t6 + t7) + \\ &\quad \cos(t1) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t6 + t7) \\ T0^732 &= -(\cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t6 + t7)) + \\ &\quad \cos(t5) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) \\ T0^713 &= -(\cos(t5) \cdot \sin(t1)) + \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t5) \\ T0^723 &= \cos(t1) \cdot \cos(t5) + \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) \\ T0^733 &= -(\sin(t2 - t3 + t4) \cdot \sin(t5)) \\ T0^714 &= d3 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2) + d4 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3) + \\ &\quad d7 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2 - t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6) - \\ &\quad r5 \cdot \cos(t1) \cdot \sin(t2 - t3 + t4) + d7 \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad d7 \cdot \cos(t1) \cdot \sin(t2 - t3 + t4) \cdot \sin(t6) \\ T0^724 &= d3 \cdot \cos(t2) \cdot \sin(t1) + d4 \cdot \cos(t2 + t3) \cdot \sin(t1) + \\ &\quad d7 \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t1) - \\ &\quad r5 \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2 - t3 + t4) - d7 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad d7 \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2 - t3 + t4) \cdot \sin(t6) \\ T0^734 &= -(r5 \cdot \cos(t2 + t3 + t4)) - d3 \cdot \sin(t2) - d4 \cdot \sin(t2 + t3) - \\ &\quad d7 \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) - d7 \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6) \end{aligned}$$

Transformation Matrix from R 0 To R 8 :

$$\begin{aligned} T0^811 &= \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \cos(t8) + \\ &\quad \cos(t6 + t7) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) + \\ &\quad \cos(t5) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t8) - \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t8) \\ T0^821 &= \cos(t2 - t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t1) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \cos(t8) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t5) \cdot \sin(t8) - \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t8) \\ T0^831 &= -(\cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t2 + t3 + t4)) - \\ &\quad \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t6 + t7) + \\ &\quad \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t8) \\ T0^822 &= \cos(t5) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t1) - \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t8) - \\ &\quad \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t8) + \\ &\quad \cos(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) \cdot \sin(t8) \\ T0^832 &= -(\cos(t1) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t8)) - \\ &\quad \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t8) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t5) - \\ &\quad \cos(t2 + t3 + t4) \cdot \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t8) + \\ &\quad \cos(t1) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t5) \cdot \sin(t8) + \\ &\quad \sin(t1) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) \cdot \sin(t8) \\ T0^833 &= \cos(t8) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t5) + \\ &\quad \cos(t5) \cdot \cos(t6 + t7) \cdot \sin(t2 + t3 + t4) \cdot \sin(t8) + \\ &\quad \cos(t2 - t3 + t4) \cdot \sin(t6 + t7) \cdot \sin(t8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T0T813 &= -(\cos(t1)*\cos(t5 + t7)*\sin(t2 + t3 + t4)) - \\
&\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t6 + t7) - \\
&\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) \\
T0T823 &= -(\cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)) - \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7) + \\
&\cos(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) \\
T0T833 &= -(\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t6 + t7)) + \\
&\cos(t5)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7) \\
T0T814 &= d3*\cos(t1)*\cos(t2) + d4*\cos(t1)*\cos(t2 + t3) + \\
&d7*\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6) - \\
&r5*\cos(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
&r8*\cos(t1)*\cos(t5 + t7)*\sin(t2 + t3 + t4) + \\
&d7*\cos(t6)*\sin(t1)*\sin(t5) - d7*\cos(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6) - \\
&r8*\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t6 + t7) - \\
&r8*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) \\
T0T824 &= d3*\cos(t2)*\sin(t1) + d4*\cos(t2 + t3)*\sin(t1) + \\
&d7*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6)*\sin(t1) - \\
&r5*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
&r8*\cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
&d7*\cos(t1)*\cos(t6)*\sin(t5) - d7*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6) - \\
&r8*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7) + \\
&r8*\cos(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) \\
T0T834 &= -(r5*\cos(t2 + t3 + t4)) - r8*\cos(L2 + L3 + L4)*\cos(t6 + t7) - \\
&d3*\sin(t2) - d4*\sin(t2 + t3) \\
&d7*\cos(t5)*\cos(t6)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
&d7*\cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t6) + \\
&r8*\cos(t5)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)
\end{aligned}$$

Transformation Matrix from R 0 To R 9 :

$$\begin{aligned}
T0T911 &= \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t9) + \\
&\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(t1)*\sin(t5) - \\
&\cos(t1)*\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7) + \\
&\cos(t5)*\cos(t9)*\sin(t1)*\sin(t8) - \\
&\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t9)*\sin(t5)*\sin(t6) + \\
&\cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t9) + \\
&\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t6 - t7)*\sin(t9) + \\
&\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 - t7)*\sin(t9) \\
T0T921 &= \cos(t2 + t3 - t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(t1) - \\
&\cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(t5) - \\
&\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(L1)*\sin(L2 + L3 + L4)*\sin(L6 + L7) - \\
&\cos(t1)*\cos(t5)*\cos(t9)*\sin(t8) - \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t9)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t8) + \\
&\cos(t6 - t7)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t9) + \\
&\cos(t2 - t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7)*\sin(t9) - \\
&\cos(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7)*\sin(t9) \\
T0T931 &= -(\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(t2 - t3 + t4)) - \\
&\cos(t2 - t3 + t4)*\cos(t8)*\cos(t9)*\sin(t6 + t7) - \\
&\cos(t9)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t5)*\sin(t8) + \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t6 + t7)*\sin(t9) - \\
&\cos(t5)*\sin(t2 - t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t9) \\
T0T912 &= \cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\cos(t9)*\sin(t2 + t3 + t4) + \\
&\cos(t1)*\cos(t2 - t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t9)*\sin(t6 + t7) + \\
&\cos(t9)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t5 + t7) - \\
&\cos(t1)*\cos(t2 - t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t9) - \\
&\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t9) + \\
&\cos(t1)*\cos(t8)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t9) - \\
&\cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t8)*\sin(t9) + \\
&\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t5)*\sin(t8)*\sin(t9) \\
T0T922 &= \cos(t6 + t7)*\cos(t9)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) + \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t9)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7) - \\
&\cos(t1)*\cos(t9)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) - \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t9) + \\
&\cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t5)*\sin(t9) + \\
&\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t9) + \\
&\cos(t1)*\cos(t5)*\sin(t8)*\sin(t9) + \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t8)*\sin(t9) \\
T0T932 &= \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t6 + t7)*\cos(t9) - \\
&\cos(t5)*\cos(t9)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7) + \\
&\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t9) + \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\sin(t6 + t7)*\sin(t9) - \\
&\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t5)*\sin(t8)*\sin(t9) \\
T0T913 &= \cos(t5)*\cos(t8)*\sin(t1) - \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\sin(t5) - \\
&\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\sin(t8) - \\
&\cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t8) + \\
&\cos(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t8) \\
T0T923 &= -(\cos(t1)*\cos(t5)*\cos(t8)) - \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t5) - \\
&\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t8) + \\
&\cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\sin(t5)*\sin(t8) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t8) \\
T0T933 = & \cos(t8)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t5) + \\
& \cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t8) + \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t8) \\
01934 = & d3*\cos(t1)*\cos(t2) + d4*\cos(t1)*\cos(t2 + t3) + \\
& d7*\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6) - \\
& r5*\cos(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
& r8*\cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\sin(t2 + t3 + t4) + \\
& d7*\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t5) - d7*\cos(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6) - \\
& r8*\cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t6 + t7) - \\
& r8*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) \\
T0T924 = & d3*\cos(t2)*\sin(t1) + d4*\cos(t2 + t3)*\sin(t1) + \\
& d7*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6)*\sin(t1) - \\
& r5*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
& r8*\cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
& d7*\cos(t1)*\cos(t6)*\sin(t5) - d7*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6) - \\
& r8*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7) + \\
& r8*\cos(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) \\
T0T934 = & -(r5*\cos(t2 + t3 + t4)) - r8*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t6 + t7) - \\
& d3*\sin(t2) - d4*\sin(t2 + t3) - \\
& d7*\cos(t5)*\cos(t6)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
& d7*\cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t6) + \\
& r8*\cos(t5)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)
\end{aligned}$$

Transformation Matrix From R C To R 10 :

$$\begin{aligned}
T0T1011 = & \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)* \\
& \cos(t10 + t9) + \cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t10 + t9)*\sin(t1)* \\
& \sin(t5) - \cos(t1)*\cos(t8)*\cos(t10 + t9)*\sin(t2 + t3 + t4)* \\
& \sin(t6 + t7) + \cos(t5)*\cos(t10 + t9)*\sin(t1)*\sin(t8) - \\
& \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t10 + t9)*\sin(t5)*\sin(t8) + \\
& \cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t10 + t9) + \\
& \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t6 + t7)*\sin(t10 + t9) + \\
& \sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7)*\sin(t10 + t9) \\
T0T1021 = & \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t10 + t9)* \\
& \sin(t1) - \cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\cos(t10 + t9)*\sin(t5) - \\
& \cos(t8)*\cos(t10 + t9)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7) - \\
& \cos(t1)*\cos(t5)*\cos(t10 + t9)*\sin(t8) - \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t10 + t9)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7) + \\
& \cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t10 + t9) + \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7)*\sin(t10 + t9) - \\
& \cos(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7)*\sin(t10 + t9) \\
T0T1031 = & -(\cos(t5)*\cos(t6 - t7)*\cos(t8)*\cos(t10 + t9)*\sin(t2 + t3 + t4)) - \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\cos(t10 + t9)*\sin(t6 + t7) + \\
& \cos(t10 + t9)*\sin(t2 - t3 + t4)*\sin(t5)*\sin(t8) + \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t6 - t7)*\sin(t10 - t9) - \\
& \cos(t5)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t10 + t9) \\
T0T1012 = & \cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\cos(t10 + t9)*\sin(t2 + t3 + t4) - \\
& \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t10 + t9)*\sin(t6 + t7) - \\
& \cos(t10 + t9)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) - \\
& \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)* \\
& \sin(t10 - t9) - \cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t5)* \\
& \sin(t10 - t9) + \cos(t1)*\cos(t8)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)* \\
& \sin(t10 - t9) - \cos(t5)*\sin(t1)*\sin(t8)*\sin(t10 - t9) + \\
& \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t5)*\sin(t8)*\sin(t10 + t9) \\
T0T1022 = & \cos(t6 + t7)*\cos(t10 + t9)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4) + \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t10 + t9)*\sin(t1)*\sin(t6 + t7) - \\
& \cos(t1)*\cos(t10 + t9)*\sin(t5)*\sin(t6 + t7) - \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t1)* \\
& \sin(t10 + t9) - \cos(t1)*\cos(t6 + t7)*\cos(t8)*\sin(t5)* \\
& \sin(t10 + t9) - \cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)* \\
& \sin(t10 + t9) - \cos(t1)*\cos(t5)*\sin(t8)*\sin(t10 + t9) - \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t8)*\sin(t10 + t9) \\
T0T1032 = & \cos(t2 - t3 + t4)*\cos(t5 + t7)*\cos(t10 + t9) - \\
& \cos(t5)*\cos(t10 + t9)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7) + \\
& \cos(t5)*\cos(t6 - t7)*\cos(t8)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t10 + t9) + \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\sin(t6 + t7)*\sin(t10 + t9) - \\
& \sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t5)*\sin(t8)*\sin(t10 + t9) \\
T0T1013 = & \cos(t5)*\cos(t8)*\sin(t1) - \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\sin(t5) - \\
& \cos(t1)*\cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t5)*\cos(t6 + t7)*\sin(t8) - \\
& \cos(t6 + t7)*\sin(t1)*\sin(t5)*\sin(t8) + \\
& \cos(t1)*\sin(t2 + t3 + t4)*\sin(t6 + t7)*\sin(t8) \\
T0T1023 = & -(\cos(t1)*\cos(t5)*\cos(t8)) - \\
& \cos(t2 + t3 + t4)*\cos(t8)*\sin(t1)*\sin(t5) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_1) * \sin(t_8) + \\ & \cos(t_1) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_5) * \sin(t_8) + \\ & \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_3) \\ -0T1033 = & \cos(t_8) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_5) + \\ & \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_8) + \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_8) \\ T0T1014 = & d3 * \cos(t_1) * \cos(t_2) + d4 * \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3) + \\ & d7 * \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6) + \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \\ & \cos(t_9) - r5 * \cos(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & r8 * \cos(t_1) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) + \\ & d7 * \cos(t_6) * \sin(t_1) * \sin(t_5) + \\ & d10 * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_5) - \\ & d7 * \cos(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6) - \\ & r8 * \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \sin(t_6 + t_7) - \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) - \\ & r8 * \sin(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_6 + t_7) + \\ & d10 * \cos(t_5) * \cos(t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_8) - \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_9) * \sin(t_5) * \sin(t_6) + \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_9) + \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_9) - \\ & d10 * \sin(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_9) \\ T0T1024 = & d3 * \cos(t_2) * \sin(t_1) + d4 * \cos(t_2 + t_3) * \sin(t_1) + \\ & d7 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6) * \sin(t_1) - \\ & d10 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \\ & \sin(t_1) - r5 * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & r8 * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & d7 * \cos(t_1) * \cos(t_6) * \sin(t_5) - \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \sin(t_5) - \\ & d7 * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6) - \\ & r8 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \sin(t_1) * \sin(t_6 + t_7) - \\ & d10 * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) + \\ & r8 * \cos(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_6 + t_7) - \\ & d10 * \cos(t_1) * \cos(t_5) * \cos(t_9) * \sin(t_8) - \\ & d10 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_8) + \\ & d10 * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_9) + \\ & d10 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \sin(t_1) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_9) - \\ & d10 * \cos(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_9) \\ T0T1034 = & -(r5 * \cos(t_2 + t_3 + t_4)) - r8 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_6 + t_7) - \\ & d3 * \sin(t_2) - d4 * \sin(t_2 + t_3) - \\ & d7 * \cos(t_5) * \cos(t_6) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & d10 * \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & d7 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6) - \\ & d10 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_8) * \cos(t_9) * \sin(t_6 + t_7) + \\ & r8 * \cos(t_5) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) + \\ & d10 * \cos(t_9) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_5) * \sin(t_8) + \\ & d10 * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_9) - \\ & d10 * \cos(t_5) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) * \sin(t_9) \end{aligned}$$

Transformer Matrix from R 0 To R 11 :

$$\begin{aligned} T0T1111 = & \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \\ & \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \\ & \sin(t_1) * \sin(t_5) - \cos(t_1) * \cos(t_8) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \\ & \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_6 + t_7) + \\ & \cos(t_5) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_8) - \\ & \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \sin(t_5) * \sin(t_8) + \\ & \cos(t_1) * \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \\ & \cos(t_1) * \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \sin(t_6 + t_7) * \\ & \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \sin(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_6 + t_7) * \\ & \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\ T0T1121 = & \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \\ & \sin(t_1) - \cos(t_1) * \cos(t_5 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \\ & \sin(t_5) - \cos(t_8) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \\ & \sin(t_6 + t_7) - \cos(t_1) * \cos(t_5) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \sin(t_8) - \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \sin(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_8) + \\ & \cos(t_6 + t_7) * \sin(t_1) * \sin(t_2 + t_3 + t_4) * \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_5) * \sin(t_1) * \sin(t_6 + t_7) * \\ & \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \cos(t_1) * \sin(t_5) * \sin(t_5 + t_7) * \\ & \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\ T0T1131 = & -(\cos(t_5) * \cos(t_6 + t_7) * \cos(t_8) * \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \\ & \sin(t_2 + t_3 + t_4)) - \cos(t_2 + t_3 + t_4) * \cos(t_8) * \\ & \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) * \sin(t_6 + t_7) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cos(t_{10} + t_{11} - t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) \sin(t_8) - \\ & \cos(t_2 + t_3 - t_4) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \\ & \cos(t_5) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\ T0r111? = & \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) + \\ & \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_6 + t_7) - \\ & \sin(t_6 + t_7) + \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) - \\ & \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \\ & \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_1) \cos(t_8) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \\ & \cos(t_5) \sin(t_1) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \\ & \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\ T0r1122 = & \cos(t_6 + t_7) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) + \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_6 + t_7) - \\ & \sin(t_6 + t_7) - \cos(t_1) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) - \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_6 + t_7) + \\ & \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_5) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \\ & \cos(t_1) \cos(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\ T0r1132 = & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) - \\ & \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) + \\ & \cos(t_5) \cos(t_6 - t_7) \cos(t_8) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_8) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \\ & \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\ T0r1113 = & \cos(t_5) \cos(t_8) \sin(t_1) - \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_8) \sin(t_5) - \\ & \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_8) - \\ & \cos(t_6 + t_7) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_8) + \\ & \cos(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_8) \\ T0r1123 = & -(\cos(t_1) \cos(t_5) \cos(t_8)) - \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_5) - \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_1) \sin(t_8) + \\ & \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_5) \sin(t_8) + \\ & \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_8) \\ T0r1133 = & \cos(t_8) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) + \\ & \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_8) + \\ & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_5) \\ T0r1114 = & d_3 \cos(t_1) \cos(t_2) + d_4 \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3) + \\ & d_7 \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6) + \\ & d_{10} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 - t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_6) \cos(t_9) + d_{11} \cos(t_1) \cos(t_2 - t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) - r_5 \cos(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & r_8 \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_2 + t_3 - t_4) + \\ & d_7 \cos(t_6) \sin(t_1) \sin(t_5) + \\ & d_{10} \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_9) \sin(t_1) \sin(t_5) + \\ & d_{11} \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_5) - \\ & d_7 \cos(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6) - \\ & r_8 \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_6 - t_7) - \\ & d_{10} \cos(t_1) \cos(t_8) \cos(t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) - \\ & d_{11} \cos(t_1) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) - \\ & r_8 \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) + \\ & d_{10} \cos(t_5) \cos(t_9) \sin(t_1) \sin(t_8) + \\ & d_{11} \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_8) - \\ & d_{10} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_9) \sin(t_5) \sin(t_8) - \\ & d_{11} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_5) \sin(t_8) + \\ & d_{10} \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_9) + \\ & d_{11} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_9) + \\ & d_{10} \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_9) + \\ & d_{11} \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_{10} + t_9) + \\ & d_{11} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_9) + \\ & d_{11} \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_9) \\ T0r1124 = & d_3 \cos(t_2) \sin(t_1) + d_4 \cos(t_2 + t_3) \sin(t_1) + \\ & d_7 \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6) \sin(t_1) + \\ & d_{10} \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_9) \sin(t_1) + d_{11} \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_1) - r_5 \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & r_8 \cos(t_6 + t_7) \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \\ & d_7 \cos(t_1) \cos(t_6) \sin(t_5) - \\ & d_{10} \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_9) \sin(t_5) - \\ & d_{11} \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_5) - \\ & d_7 \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r8 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \sin(t1) * \sin(t6 + t7) - \\
& d10 * \cos(t8) * \cos(t9) * \sin(t1) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) - \\
& d11 * \cos(t8) * \cos(t10 + t9) * \sin(t1) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) + \\
& r8 * \cos(t1) * \sin(t5) * \sin(t5 + t7) - \\
& d10 * \cos(t1) * \cos(t5) * \cos(t9) * \sin(t8) - \\
& d11 * \cos(t1) * \cos(t5) * \cos(t10 + t9) * \sin(t8) - \\
& d10 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t9) * \sin(t1) * \sin(t5) * \sin(t8) - \\
& d11 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t10 + t9) * \sin(t1) * \sin(t5) * \sin(t8) + \\
& d10 * \cos(t6 + t7) * \sin(t1) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t3) + \\
& d10 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \sin(t1) * \sin(t6 + t7) * \sin(t9) - \\
& d10 * \cos(t1) * \sin(t5) * \sin(t6 + t7) * \sin(t9) + \\
& d11 * \cos(t6 + t7) * \sin(t1) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t10 + t9) + \\
& d11 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \sin(t1) * \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t9) - \\
& d11 * \cos(t1) * \sin(t5) * \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T0T1134 = & -(r5 * \cos(t2 + t3 + t4)) - r8 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t6 + t7) - \\
& d3 * \sin(t2) - d4 * \sin(t2 + t3) - \\
& d7 * \cos(t5) * \cos(t6) * \sin(t2 + t3 + t4) - \\
& d10 * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \cos(t9) * \sin(t2 + t3 + t4) - \\
& d11 * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \cos(t10 + t9) * \sin(t2 + t3 + t4) - \\
& d7 * \cos(t2 + t3 + t4) * \sin(t6) - \\
& d10 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t8) * \cos(t9) * \sin(t6 + t7) - \\
& d11 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t8) * \cos(t10 + t9) * \sin(t6 + t7) + \\
& r8 * \cos(t5) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) + \\
& d10 * \cos(t9) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t5) * \sin(t8) + \\
& d11 * \cos(t10 + t9) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t5) * \sin(t8) + \\
& d10 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t6 + t7) * \sin(t9) - \\
& d10 * \cos(t5) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) * \sin(t9) + \\
& d11 * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t6 + t7) * \sin(t10 + t9) - \\
& d11 * \cos(t5) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t9)
\end{aligned}$$

Transformation Matrix from R 0 To R 12 :

$$\begin{aligned}
T0T1211 = & \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \\
& \cos(t10 + t11 + t9) - \cos(t3) * \cos(t8) * \sin(t1) * \sin(t12) + \\
& \cos(t12) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t1) * \sin(t5) + \\
& \cos(t1) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t8) * \sin(t12) * \sin(t5) - \\
& \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t6 + t7) + \cos(t12) * \cos(t5) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t1) * \\
& \sin(t8) + \cos(t1) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \sin(t12) * \\
& \sin(t8) - \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t10 + t11 + t9) * \\
& \sin(t5) * \sin(t8) - \cos(t6 + t7) * \sin(t1) * \sin(t12) * \sin(t5) * \sin(t8) - \\
& \cos(t1) * \sin(t12) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) * \sin(t8) + \\
& \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t6 + t7) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t10 + t11 + t9) + \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \\
& \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t11 + t9) + \\
& \cos(t12) * \sin(t1) * \sin(t5) * \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t11 + t9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T0T1271 = & \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \\
& \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t1) + \cos(t1) * \cos(t5) * \cos(t8) * \sin(t12) - \\
& \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t5) + \\
& \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t8) * \sin(t1) * \sin(t12) * \sin(t5) - \\
& \cos(t12) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t1) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t6 + t7) - \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t5) * \cos(t10 + t11 + t9) * \\
& \sin(t8) + \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \sin(t1) * \sin(t12) * \\
& \sin(t8) - \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t1) * \\
& \sin(t5) * \sin(t8) - \cos(t1) * \cos(t6 + t7) * \sin(t12) * \sin(t5) * \sin(t8) - \\
& \sin(t1) * \sin(t12) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) * \sin(t8) + \\
& \cos(t12) * \cos(t6 + t7) * \sin(t1) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t10 + t11 + t9) + \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \sin(t1) * \\
& \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t11 + t9) - \\
& \cos(t1) * \cos(t12) * \sin(t5) * \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t11 + t9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T0T1231 = & -(\cos(t12) * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \\
& \sin(t2 + t3 + t4)) - \cos(t8) * \sin(t12) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t5) - \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \\
& \sin(t6 + t7) - \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \sin(t12) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t8) + \cos(t12) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t5) * \\
& \sin(t8) - \cos(t2 + t3 + t4) * \sin(t12) * \sin(t6 + t7) * \sin(t8) + \\
& \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t6 + t7) * \sin(t10 + t11 + t9) - \\
& \cos(t12) * \cos(t5) * \sin(t2 + t3 + t4) * \sin(t6 + t7) * \sin(t10 + t11 + t9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T0T1212 = & -(\cos(t12) * \cos(t5) * \cos(t8) * \sin(t1)) - \\
& \cos(t1) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) * \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \\
& \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t12) + \\
& \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t6) * \sin(t5) - \\
& \cos(t6 + t7) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t1) * \sin(t12) * \sin(t5) + \\
& \cos(t1) * \cos(t8) * \cos(t10 + t11 + t9) * \sin(t12) * \sin(t2 + t3 + t4) * \\
& \sin(t6 + t7) + \cos(t1) * \cos(t12) * \cos(t2 + t3 + t4) * \cos(t5) *
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cos(t_5 + t_7) \sin(t_8) - \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_{12}) \sin(t_8) + \cos(t_{12}) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_8) + \\
& \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_{12}) \sin(t_5) \sin(t_8) - \cos(t_1) \cos(t_{12}) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_8) - \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_{12}) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_{12}) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \sin(t_1) \sin(t_{12}) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\
T0T1222 = & \cos(t_1) \cos(t_{12}) \cos(t_5) \cos(t_8) - \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_{12}) + \cos(t_{12}) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_5) + \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_{12}) \sin(t_5) \sin(t_8) + \cos(t_1) \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_{12}) \sin(t_8) - \cos(t_1) \cos(t_{12}) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_5) \sin(t_8) + \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_{12}) \sin(t_5) \sin(t_8) - \cos(t_{12}) \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_8) - \cos(t_6 + t_7) \sin(t_1) \sin(t_{12}) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_1) \sin(t_{12}) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\
T0T1232 = & \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_{12}) \sin(t_2 + t_3 + t_4) - \cos(t_{12}) \cos(t_8) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) + \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_{12}) \sin(t_6 + t_7) - \cos(t_{12}) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_8) - \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_{12}) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) \sin(t_8) - \cos(t_{12}) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_8) - \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_{12}) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_5) \sin(t_{12}) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\
T0T1213 = & \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) + \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_6 + t_7) + \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) - \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_1) \cos(t_8) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_5) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\
T0T1223 = & \cos(t_6 + t_7) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) + \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_6 + t_7) - \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_5) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_8) \sin(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_1) \cos(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\
T0T1233 = & \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) - \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_{11} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) + \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) + \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_8) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) - \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_5) \sin(t_8) \sin(t_{10} + t_{11} + t_9) \\
T0T1214 = & d_3 \cos(t_1) \cos(t_2) + d_4 \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3) + d_7 \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6) + d_{10} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_9) + d_{11} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) - r_5 \cos(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) - r_8 \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_2 + t_3 + t_4) + d_7 \cos(t_6) \sin(t_1) \sin(t_5) + d_{10} \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_9) \sin(t_1) \sin(t_5) + d_{11} \cos(t_6 + t_7) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_5) - d_7 \cos(t_1) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6) - r_8 \cos(t_{11}) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_6 + t_7) - d_{10} \cos(t_1) \cos(t_8) \cos(t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) - d_{11} \cos(t_1) \cos(t_8) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_2 + t_3 + t_4) \sin(t_6 + t_7) - r_8 \sin(t_1) \sin(t_5) \sin(t_6 + t_7) + d_{10} \cos(t_5) \cos(t_9) \sin(t_1) \sin(t_8) + d_{11} \cos(t_5) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_1) \sin(t_8) - d_{10} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_9) \sin(t_5) \sin(t_8) - d_{11} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_{10} + t_9) \sin(t_5) \sin(t_8) + d_{10} \cos(t_1) \cos(t_6 + t_7) \sin(t_7 + t_3 + t_4) \sin(t_9) + d_{10} \cos(t_1) \cos(t_2 + t_3 + t_4) \cos(t_5) \sin(t_6 + t_7) \sin(t_9) +
\end{aligned}$$

```

d10*sin(t1)*sin(t5)*sin(t6 + t7)*sin(t9) +
d11*cos(t1)*cos(t6 + t7)*sin(t7 + t3 + t4)*sin(t10 + t9) +
d11*cos(t1)*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*sin(t6 + t7)*sin(t10 + t9) +
d11*sin(t1)*sin(t5)*sin(t6 + t7)*sin(t10 + t9)

T0T1224 = d3*cos(L2)*sin(t1) + d4*cos(t2 + t3)*sin(t1) +
d7*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*cos(t6)*sin(t1) +
d10*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*cos(t6 + t7)*cos(t8)*cos(t9)*
sin(t1) + d11*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*cos(t6 + t7)*cos(t8)*
cos(t10 + t9)*sin(t1) - r5*sin(t1)*sin(t2 + t3 + t4) -
r8*cos(t6 + t7)*sin(t1)*sin(t2 + t3 + t4) -
d7*cos(t1)*cos(t6)*sin(t5) -
d10*cos(t1)*cos(t6 + t7)*cos(t8)*cos(t9)*sin(t5) -
d11*cos(t1)*cos(t6 + t7)*cos(t8)*cos(t10 + t9)*sin(t5) -
d7*sin(t1)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t6) -
r8*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*sin(t1)*sin(t6 + t7) -
d10*cos(t8)*cos(t9)*sin(t1)*sin(t2 - t3 + t4)*sin(t6 + t7) -
d11*cos(t8)*cos(t10 + t9)*sin(t1)*sin(t2 - t3 + t4)*sin(t6 + t7) +
r8*cos(t1)*sin(t5)*sin(t6 + t7) -
d10*cos(t1)*cos(t5)*cos(t9)*sin(t8) -
d11*cos(t1)*cos(t5)*cos(t10 + t9)*sin(t8) -
d10*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t9)*sin(t1)*sin(t5)*sin(t8) -
d11*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t10 + t9)*sin(t1)*sin(t5)*sin(t8) +
d10*cos(t6 + t7)*sin(t1)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t9) +
d10*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*sin(t1)*sin(t6 + t7)*sin(t9) -
d10*cos(t1)*sin(t5)*sin(t6 + t7)*sin(t9) +
d11*cos(t6 + t7)*sin(t1)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t10 + t9) +
d11*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t5)*sin(t1)*sin(t6 + t7)*sin(t10 + t9) -
d11*cos(t1)*sin(t5)*sin(t6 + t7)*sin(t10 + t9)

T0T1234 = -(r5*cos(t2 + t3 + t4)) - r8*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t6 + t7) -
d3*sin(t2) - d4*sin(t7 + t3) -
d7*cos(t5)*cos(t6)*sin(t2 - t3 + t4) -
d10*cos(t5)*cos(t6 + t7)*cos(t8)*cos(t9)*sin(t2 + t3 + t4) -
d11*cos(t5)*cos(t6 + t7)*cos(t8)*cos(t10 + t9)*sin(t2 + t3 + t4) -
d7*cos(t2 + t3 + t4)*sin(t6) -
d10*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t8)*cos(t9)*sin(t5 + t7) -
d11*cos(t7 + t3 + t4)*cos(t8)*cos(t10 + t9)*sin(t6 + t7) +
r8*cos(t5)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t6 + t7) +
d10*cos(t9)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t5)*sin(t8) +
d11*cos(t10 + t9)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t5)*sin(t8) +
d10*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t6 + t7)*sin(t9) -
d10*cos(t5)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t6 + t7)*sin(t9) +
d11*cos(t2 + t3 + t4)*cos(t6 + t7)*sin(t10 + t9) -
d11*cos(t5)*sin(t2 + t3 + t4)*sin(t6 + t7)*sin(t10 + t9)

```

Referencias Bibliográficas

- [1]. **Murillo Oscar F.** "Paquete Computacional para la simulación y el análisis cinemático de la marcha de un robot humanoide". Tesis de Maestría; Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Torreón, Coahuila; Agosto 2015
- [2]. **Miomir Vukobratovic, Branslav Borovac and Dragoljub Surdilovic.** "Zero-Moment Point – Proper Interpretation" Robotic Laboratory, Mahajlo Pupin Institute. Yugoslavia.
- [3]. **Gabriela Reyes V.** "Optimización de la marcha omnidireccional del Robot Humanoide Bioloid". Tesis de Maestría; Instituto Tecnológico de la Laguna. Torreón, Coahuila. Mayo 2012
- [4]. **Edwin Álvarez, J Alfonso Pámanes, Lina E. Arias, Sylvain Moquet and Philip Wenger.** "Balancing of a 4 dof Biped Robot for a walking pattern based in cycloidal motions" COMRob 2007, Monterrey, México; Noviembre 2007.
- [5]. **L. F. Wang, K. C. Tan, V. Prahald** "Developing Khepera Robot Application in a webots environment" International Symposium on Micromechatronics and Human Science. Control & Simulation Lab, National University of Singapore. 2000.
- [6]. **Emel Demircan, Oussama Khatib, Jason Wheeler and Scott Delp.** "Reconstruction and EMG-Informed Control, Simulation and Analysis of human movement for athletics: Performance Improvement and Injury prevention". 31st Annual International Conference of the IEEE EMBS. Minneapolis, Minnesota, USA. Septiembre 2-6. 2009.
- [7]. **Jesús Fierro Proa, J. Alfonso Pámanes G.** "Movimientos de un robot humanoide para el pateado de un balón de fútbol". XV COMRob 2013. Facultad Electromecánica, Universidad de Colima. Manzanillo, Colima. Octubre 1-4, 2013.
- [8]. **Luis I. Olvera Ochoa** "Programación y evaluación experimental de patrones de marcha en el robot humanoide Bioloid". Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de la Laguna. Torreón, Coahuila. Junio 2010.
- [9]. **Zuñiga C. A.** "Optimización de patrones de marcha del robot humanoide Bioloid". Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de la Laguna. Diciembre 2010.
- [10]. **Lina E. Arias, Luis I. Olvera, J. A. Pámanes, J. Víctor Nuñez.** "Patron de marcha 3D de tipo cicloidal para humanoides y su aplicación al robot Bioloid" Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica, Vol. 18, N°1, pp. 03-22, 2014.
- [11]. **Yong-Duk Kim, In-Won Park, Jeong-Ki Yoo, and Jong-Hwan Kim.** "Stabilization Control for Humanoid Robot to walk on Inclined Plane". 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots. Daejeon, Korea. Diciembre 1-3, 2008.
- [12]. **Nattapong Kaewlek and Tahavida Maneewarn.** "Inclined Plane Walking Compensation for a Humanoid Robot". International Conference on Control, Automation and Systems 2010. Gyeonggi-do, Korea. Octubre 27-30, 2010.
- [13]. **Utku Seven, Tunc Akbas, Kaan Can Fidan, Metin Yilmaz, Kemalettin Erbatur.** "Humanoid Robot Walking Control on Inclined Planes" 2011 International Conference on Mechatronics. Istanbul, Turkey. April 13-15, 2011.
- [14]. **Murillo Oscar F., Pámanes J. Alfonso, Arias Lina, Nuñez Jose-Victor.** "Análisis de la Marcha del Robot Bioloid Sobre Planos inclinados". Tomo III, Avances de la Ingeniería Mecánica en Mecánica Teórica. Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica A.C. Septiembre 2014.