



SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO

Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Tesis de Maestría

Detección de Fallas en Celdas de Combustible basado en
Modelos Bond Graph

presentada por

Ing. Juan Francisco Anchondo Vásquez

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis

Dr. José Francisco Gómez Aguilar

Codirector de tesis

Dra. María Guadalupe López López

Cuernavaca, Morelos, México. Julio de 2018.



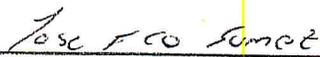
Cuernavaca, Mor., 25 de junio de 2018.

OFICIO No. DIE/074/2018
Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Juan Francisco Anchondo Vásquez, con número de control M16CE092 de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Detección de Fallas en Celdas de Combustible Basado en Modelos Bond Graph" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS


Dr. José Francisco Gómez Aguilar
Doctor en Física
Cédula profesional 9124781

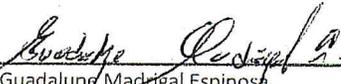
CODIRECTOR DE TESIS


Dra. Ma. Guadalupe López López
Doctora en Ciencias en Ingeniería Química
Cédula profesional 7980045

REVISOR 1


Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez
Doctor en Ingeniería
Cédula profesional 3431842

REVISOR 2


M.C. Guadalupe Madrigal Espinosa
Maestro en Ciencias en la Especialidad de
Ingeniería Eléctrica
Cédula profesional 2579043

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares

Estudiante
Expediente
RFEJ/lrr.

Cuernavaca, Mor., 27 de junio de 2018

OFICIO No. SAC/305/2018

Asunto: Autorización de impresión de tesis

**ING. JUAN FRANCISCO ANCHONDO VÁSQUEZ
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado “**Detección de Fallas en Celdas de Combustible Basado en Modelos Bond Graph**”, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

EXCELENCIA EN EDUCACIÓN TECNOLÓGICA®
“CONOCIMIENTO Y TECNOLOGÍA AL SERVICIO DE MÉXICO”



**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr



Para mis papás

Agradecimientos

Agradezco a Dios por presentarme esta oportunidad en mi camino y tener la decisión de tomarla.

Agradezco a mi papá por enseñarme a distinguir las cosas que valen la pena, después de tanto tiempo sigues siendo mi maestro.

Agradezco a mi mamá por su fortaleza, su apoyo y su paciencia que me permitieron seguir con este proceso.

Agradezco a mis hermanas y a mi Nina por su apoyo incondicional y su confianza que facilitaron la tarea de estar lejos de casa y poder concluir con mis estudios.

Agradezco a mi novia por su paciencia durante este tiempo y sus palabras de aliento para cumplir con este objetivo.

Agradezco a mis compañeros y amigos por formar un excelente equipo, compartir sus ideas y dudas que enriquecieron mi aprendizaje.

Agradezco a mi codirectora de tesis la Dra. Guadalupe López López y a mi director de tesis el Dr. José Francisco Gómez Aguilar por su confianza y guía durante este proceso, por mostrarme que el recurso más importante de una institución son sus personas.

Agradezco a mis revisores el Dr. Gerardo Vicente Guerrero Ramírez, el Dr. Guadalupe Madrigal Espinosa y el Dr. Víctor Manuel Alvarado Martínez por su tiempo invertido en cuestionar y analizar este trabajo para obtener mejores resultados.

Agradezco a los doctores y personal de la escuela que compartieron su tiempo, conocimiento y experiencias, y cuyo trabajo diario apoyó mi formación académica.

Agradezco al Tecnológico Nacional de México y al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico por abrirme sus puertas y brindarme la oportunidad de culminar este trabajo de tesis.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por brindarme su apoyo económico, sin el cual este trabajo no habría sido posible.

Resumen

El presente trabajo explora las ventajas de la metodología de modelado Bond Graph para la representación de sistemas físicos en múltiples dominios energéticos, utilizando como objeto de estudio un sistema de celdas de combustible integrado por un conjunto de celdas de combustible, un convertidor de corriente directa a corriente directa, un humidificador de tipo membrana y válvulas de control de flujo.

El modelo Bond Graph desarrollado se utiliza para la formulación de un esquema de detección y aislamiento de fallas. El esquema propone la sustitución gráfica de los sensores en el modelo Bond Graph para la creación de un modelo denominado modelo de diagnóstico cuya estructura permite la formulación de Relaciones de Redundancia Analítica y su evaluación deriva en la creación de residuos para el Método de Detección y Aislamiento de Fallas.

El documento incluye los resultados de la simulación de los diferentes elementos que integran el sistema de celdas de combustible y el desempeño del esquema a fallas inducidas en un modelo de comportamiento.

Abstract

The present document explore the advantages of the Bond Graph Methodology to represent physical systems in multiple energetic domains, using as object of study a fuel cell system integrated by a fuel cell stack, a DC to DC power converter, a membrane type humidifier and flow control valves.

The Bond Graph model developed is used to formulate a fault detection and isolation scheme. The methodology proposes the graphical substitution of the sensors in the Bond Graph model to create a model named diagnostic model whose structure allows to formulate Analytical Redundancy Relations and its evaluation creates residuals for the Fault Detection and Isolation Method.

The document includes the results of the simulation of the different elements which integrates the fuel cell system and the performance of the scheme to induced faults in a behavioral model.

Índice general

Índice General	XI
Lista de Tablas	XIII
Lista de Figuras	XV
Nomenclatura	XIX
Capítulo 1 Introducción	1
Capítulo 2 Fundamentos Teóricos	5
2.1 Modelado de Sistemas Físicos	5
2.2 Celdas de Combustible	11
2.3 Convertidor	13
2.4 Humidificador	16
2.5 Válvulas de control	17
2.6 Detección de Fallas	21
Capítulo 3 Estado del Arte	25
Capítulo 4 Sistema de Celdas de Combustible	31
4.1 Celda de Combustible	31
4.2 Convertidor	37
4.3 Humidificador	39
4.4 Válvulas de Control	41
Capítulo 5 Detección de Fallas	45
Capítulo 6 Resultados y Conclusiones	53
Apéndice A Bond Graph	59
Apéndice B Ejemplos de Modelado por Bond Graph y pseudo-Bond Graph	61
B.1 Bond Graph	61
B.2 Pseudo-Bond Graph	64

Apéndice C	Metodología de Detección de Fallas	67
Apéndice D	Celda de Combustible	73
Apéndice E	Convertidor FIBC-4	79
Apéndice F	Humidificador	95
Apéndice G	Válvula de Control	105
Bibliografía		109

Lista de Tablas

4.1	Entropías y Entalpías Estándar.	32
5.1	Relación Sensor - Residuo.	48
5.2	Firma de Fallas del Sistema de Celdas de Combustible.	51
A.1	Enlaces con Causalidad Definida.	59
A.2	Variables de Esfuerzo y Flujo.	60
A.3	Variables para Bond Graph y pseudo-Bond Graph.	60
C.1	Tabla de Firma de Fallas de Sistema de Tanques Acoplados.	70
F.1	Parámetros del Humidificador.	102
G.1	Parámetros de la Celda de Combustible.	107

Lista de Figuras

2.1	Símbolo de un Bond con Causalidad de Esfuerzo.	8
2.2	Símbolo de un Bond con Causalidad de Flujo.	8
2.3	Representación de Juntas en Modelado Bond Graph.	9
2.6	Celda de Combustible.	12
2.7	Curva de Comportamiento I-V.	13
2.8	Convertidor.	14
2.9	Convertidor Boost.	14
2.10	Configuraciones.	15
2.11	Formas de Onda para convertidor Boost.	15
2.12	Representación de un humidificador de membrana.	17
2.13	Comportamiento de Fallas.	22
2.14	Metodologías Basadas en Modelos.	22
2.15	Comportamiento de un residuo.	24
4.1	<i>Pseudo</i> -Bond Graph de la celda con causalidad integral preferente.	34
4.2	<i>Pseudo</i> -Bond Graph del conjunto Cátodo - Ánodo con causalidad integral preferente.	36
4.3	Convertidor FIBC-4.	37
4.4	Bond Graph del Convertidor FIBC-4.	38
4.5	Humidificador de Membrana.	39
4.6	<i>Pseudo</i> -Bond Graph del humidificador con Causalidad Integral Preferente.	41
4.7	Bond Graph de la Válvula con Causalidad Integral Preferente.	42
4.8	Bond Graph del sistema con Causalidad Integral Preferente.	43
5.1	Bond Graph del sistema con Causalidad Derivativa Preferente.	46
5.2	Sustituciones de sensores según su causalidad resultante.	47
5.3	Señales de control.	48
5.4	Modelo de Diagnóstico del Sistema de Celdas de Combustible.	50
6.1	Respuesta de residuos r_{10} y r_{11} al aumentar la cantidad de agua en la celda.	54
6.2	Respuesta de residuos r_1 , r_3 y r_6 a un bloqueo momentáneo de la válvula de aire.	54
6.3	Respuesta de residuos r_7 y r_9 a un bloqueo momentáneo de la válvula de hidrógeno.	55

6.4	Respuesta de residuos r_2 y r_3 a la condensación de agua en el humidificador.	55
6.5	Respuesta del residuo r_{18} a la falla del interruptor S_4	56
B.1	Sistema de Tanques Acoplados con líquido (STAL).	61
B.2	Modelo Bond Graph sin causalidad asignada del STAL.	62
B.4	SCAP Paso 1 para el STAL.	63
B.5	SCAP Paso 2 para el STAL.	63
B.6	SCAP Paso 3 para el STAL.	63
B.7	Modelo Bond Graph con Causalidad Integral Preferente del STAL.	64
B.8	Sistema de Tanques Acoplados con gas (STAg).	64
B.9	Modelo Bond Graph sin causalidad asignada del STAg.	65
B.10	SCAP Paso 1 para el STAg.	65
B.11	SCAP Paso 2 para el STAg.	65
B.12	SCAP Paso 3 para el STAg.	66
B.13	Modelo <i>Pseudo</i> -Bond Graph con Causalidad Integral Preferente del STAg.	66
C.1	Sistema de Tanque - Válvula.	67
C.2	Modelo de Comportamiento.	68
C.3	Modelo con causalidad derivativa preferente.	68
C.4	Modelo de Diagnóstico.	69
C.5	Interacción Comportamiento - Diagnóstico.	71
D.1	Bond Graph de la celda con causalidad integral preferente.	73
D.2	Curva I-V para Diferentes Temperaturas de Operación.	74
D.3	Curva I-V para Diferentes Presiones de Activos.	74
D.4	Curva I-V para Diferentes Valores de Humidificación de Membrana.	75
D.5	Temperatura de la Celda para Diferentes Puntos de Operación.	75
D.6	Cambio de Temperatura de la Celda a un Cambio de Intensidad de Corriente.	76
D.7	<i>Pseudo</i> -Bond Graph del conjunto Cátodo - Ánodo con causalidad integral preferente.	76
D.8	Comportamiento de los canales de suministro.	77
D.9	Cantidad de agua en la Membrana.	77
E.1	Convertidor FIBC-4.	79
E.2	Configuraciones para ciclo de trabajo de $D > 0.5$	80
E.3	Formas de Onda para el ciclo de trabajo $D > 0.5$	81
E.4	Configuraciones para ciclo de trabajo de $D < 0.5$	87
E.5	Formas de Onda para el ciclo de trabajo $D < 0.5$	90
E.6	Bond Graph del Convertidor FIBC.	91
E.7	Características de los componentes.	93
E.8	Características de la salida.	93
F.1	Humidificador de Membrana.	95
F.2	Diagrama del Humidificador.	96

F.3	Diagrama Bond Graph del Humidificador con causalidad integral preferente. . . .	100
F.4	Bond Graph del humidificador con Causalidad Integral Preferente.	101
F.5	Transporte de Masa en el Humidificador.	102
F.6	Cambio de Humedad Relativa Humidificador.	103
G.1	Válvula de control.	105
G.2	Valor de ψ respecto a Π	107
G.3	Flujo de Alimentación de la Válvula de Control para $\kappa = 1.401$	108
G.4	Bond Graph de la Válvula con Causalidad Integral Preferente.	108

Nomenclatura

La siguiente lista describe el significado de las variables, siglas y subíndices que serán utilizados en este documento.

Siglas

ARR	Relaciones de Redundancia Analítica
BG	Bond Graph
DAE	Ecuaciones Diferenciales Algebraicas
FIBC	Convertidor Boost Conmutado de Tierra Flotante
OCF	Falla de Circuito Abierto
PEMFC	Celda de Combustible de Membrana de Intercambio Protónico
STAg	Sistema de Taques Acoplados con gas
STAl	Sistema de Taques Acoplados con líquido

Letras Griegas

α	Factor de Transferencia
β	Coefficiente empírico relacionado con la difusión
Δ	Cambio
η	Sobrepotencial
γ	Factor de Simetría
κ	Índice isentrópico

Subíndice

a_n	Ánodo
c_a	Cátodo

fc Celda de combustible

in Entrada

lim Límite

mem Membrana

out Salida

rea Reacción

teo Teórico

Variables

\mathcal{E} Fuerza Electromotriz

A Área

a Número de celdas de combustible por ensamble

c_p Calor específico a presión constante

c_v Calor específico a volumen constante

F Constante de Faraday

G Energía libre de Gibbs

H Entalpía

I Intensidad de Corriente

M Masa Molar

m masa

n Número de electrones libres

P Presión

R Constante de los Gases

S Entropía

T Temperatura

V Diferencial de Potencial

V' Volumen

Capítulo 1

Introducción

La disponibilidad de energía es una de las bases fundamentales de la sociedad moderna. Actualmente, los combustibles fósiles y sus derivados representan la mayor fuente de energía aprovechada por el hombre, sin embargo, las reservas de estos combustibles fósiles van en descenso y su obtención requiere de mayores recursos tecnológicos; al mismo tiempo, la demanda de energía va en aumento.

Las celdas de combustible (FC por sus siglas en inglés) se perfilan como una de las fuentes de energía alternativas al uso de combustibles fósiles. Estos dispositivos utilizan una reacción química, entre oxígeno e hidrógeno, para la generación de energía eléctrica, agua y energía calorífica. De la descripción anterior se rescatan dos ventajas, la primera es que no utilizan combustibles fósiles para su funcionamiento y la segunda ventaja es que los productos del proceso no son considerados dañinos para el medio ambiente, como es el caso de los derivados del petróleo.

Existen diferentes tecnologías de celdas de combustibles que aprovechan la energía liberada por la reacción química antes mencionada, entre ellas destacan las celdas de combustible de intercambio protónico (PEMFC por sus siglas en inglés) debido a la baja temperatura de operación, que las vuelven atractivas para aplicaciones en la industria automotriz y como fuente de energía en los hogares.

Las potenciales ventajas de estos dispositivos han propiciado la inversión de recursos materiales e intelectuales en su investigación y desarrollo. Un ejemplo de este interés es el programa gubernamental *Hydrogen Fuel Initiative (HFI)*, lanzado por el presidente George W. Bush en Estados Unidos en 2003 (IEA, 2006). El programa se enfoca en el desarrollo de la industria del Hidrógeno, con énfasis en las celdas de combustible y la infraestructura necesaria para convertir a los vehículos de celdas de combustible en prácticos y económicamente accesibles para el año 2020. Adicionalmente, el programa *International Partnership for Hydrogen and Fuel Cells in Economy* fue impulsado por la Unión Europea para integrar los esfuerzos a nivel internacional para el desarrollo de la tecnología relacionada con el aprovechamiento de las celdas de combustible (IPHE, 2014).

Las celdas de combustible, al igual que otros dispositivos, están sujetas a cambios en su comportamiento derivados de fallas que afectan su desempeño y vida útil, por ejemplo la inundación de la celda y la contaminación de la membrana. Estas fallas implican desde pequeñas variaciones en la potencia entregada por el sistema, hasta la interrupción del suministro de potencia de forma definitiva. Considerando que el objetivo de estos dispositivos es proveer una fuente confiable de energía, surge el problema de operarlos sin conocer el estado de sus componentes y la potencial ocurrencia de fallas que serían detectadas ya cuando el equipo no sea operable.

Dentro del área de control automático existen esquemas denominados Métodos de Detección y Aislamiento de Fallas (FDI por sus siglas en inglés); que como su nombre lo indica, están enfocados en supervisar la operación del sistema con el fin de detectar y localizar la ocurrencia de una falla y, de ser posible, compensar la desviación para mantener el comportamiento del sistema.

Antes de conocer cómo opera un sistema con fallas y saber cómo detectar sus manifestaciones, es necesario conocer cómo funciona un sistema libre de fallas. Es decir, es necesario un modelo que permita pronosticar el comportamiento de las celdas de combustible y sus dispositivos auxiliares bajo diversas condiciones de operación. Las celdas de combustible involucran varios dominios energéticos para la descripción de su comportamiento; el origen del proceso es una reacción química, la energía generada es de naturaleza eléctrica y térmica, y los reactivos son gases que deben ser transportados hacia los espacios donde ocurre la reacción química. Debido a la interacción de todos los dominios energéticos, establecer ecuaciones matemáticas para representar su comportamiento es una tarea retadora, y generar el sistema de ecuaciones correspondiente es un proceso complejo. Por esta razón se propone la metodología de modelado por Bond Graph para la representación de dicho sistema.

El modelado Bond Graph es una representación gráfica con un enfoque energético. La metodología utiliza lazos (bond) para representar el intercambio de energía instantánea (potencia) entre los elementos de un sistema. Debido a que los conceptos de potencia y energía son aplicables a todos los dominios energéticos, la estructura del modelo incluye las transferencias de energía entre los dominios de forma natural y convierte a la metodología en una excelente opción para la representación de sistemas multifísicos. Esta metodología de modelado utiliza como base las leyes de conservación de masa y energía, y muestra una estructura gráfica que conserva relaciones con la disposición de los elementos del sistema físico.

La estructura del modelo generado por la metodología Bond Graph permite identificar la naturaleza y transferencia de energía entre los elementos del sistema, derivado de esta propiedad se pueden formular ecuaciones relacionadas con el cumplimiento de las leyes de conservación de materia y energía. Estas ecuaciones se denominan Relaciones de Redundancia Analíticas (ARR por sus siglas en inglés) que surgen del cumplimiento de las leyes de conservación de energía y masa. Mediante estas expresiones matemáticas es posible obtener indicadores conocidos como residuos: valores numéricos que se desvían de cero cuando se presenta una falla en el sistema.

Como se mencionó anteriormente, es importante para la operación de un sistema de celdas de combustible tener las herramientas que permiten determinar la ocurrencia de fallas con el fin de corregir su operación y alargar su vida útil. Para este fin se propone utilizar una estrategia FDI derivada de un modelo Bond Graph. El objetivo general se resume en:

Desarrollar un esquema de detección de fallas basado en modelos Bond Graph, aplicado a celdas de combustible como objeto de estudio.

De este objetivo general, se desglosan 4 objetivos específicos listados a continuación:

1. Desarrollar un Modelo Bond Graph para simular el comportamiento de una celda de combustible.
2. Desarrollar un algoritmo de Detección y Aislamiento de Fallas basado en el modelo Bond Graph.
3. Construir el esquema de detección de fallas utilizando la librería BG V2.1 para Matlab Simulink, dedicada a la técnica de modelado Bond Graph.
4. Realizar las simulaciones correspondientes del esquema desarrollado.

Con el fin de alcanzar los objetivos planteados, el trabajo tiene los siguientes alcances y restricciones. Los elementos considerados para la simulación de un sistema de celdas de combustible están limitados a: celda de combustible, convertidor de voltaje, humidificador y válvulas de control de entrada.

No está dentro de los objetivos de este trabajo obtener resultados experimentales de los componentes propuestos para verificar el modelo; sin embargo, se utilizan modelos de los componentes que ya fueron validados por diferentes reportes experimentales. Por otro lado, el esquema de detección de fallas desarrollado será verificado hasta la etapa de simulación, y la verificación experimental del esquema se plantea como una actividad futura derivada de este trabajo.

El documento está integrado con la siguiente estructura. Primero se presentan los fundamentos teóricos que se requieren para la interpretación de este documento. Después se presentan los trabajos que se tomaron como base para el desarrollo del trabajo, que abordan el modelado de los elementos que integran el sistema y las estrategias de detección de fallas que parten de los modelos Bond Graph. Posteriormente se muestran los modelos seleccionados para la representación de cada elemento y su integración en un modelo Bond Graph. Finalmente, se presenta el proceso de desarrollo del esquema FDI y su desempeño ante fallas seleccionadas, para concluir con un resumen de los resultados obtenidos.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

En este capítulo se presentan las bases teóricas sobre las cuales fue desarrollado el trabajo de tesis; en él se integra un marco teórico con los conceptos de modelado con especial énfasis en modelado Bond Graph y los conceptos sobre la operación de los elementos que integran el sistema propuesto: celdas de combustible, humidificadores, convertidores y válvulas.

2.1. Modelado de Sistemas Físicos

Wellstead (1979) define modelado como el proceso que se sigue con el fin de obtener una expresión matemática que describa el comportamiento dinámico de un sistema en términos de variables con un significado físico. A partir de esta definición, se identifica que el objetivo primario en la tarea de modelado es encontrar las variables físicas y relaciones entre ellas que definen el comportamiento de un sistema.

Existen diferentes estrategias utilizadas para la integración de las variables físicas del sistema en una expresión matemática y crear un modelo. La estrategia de modelado con un **enfoque energético** busca utilizar las similitudes que existen en el modelado de sistemas de varias disciplinas, con el fin de extrapolar experiencias previas y facilitar la tarea de crear nuevos. La estrategia utiliza el concepto de energía, definiendo al sistema a modelar como un conjunto de **elementos que manipulan y transfieren energía**. La transferencia instantánea de energía entre los elementos se denomina **potencia** (P) y corresponde al producto de dos cantidades abstractas nombradas **esfuerzo** (e) y **flujo** (f).

$$\dot{E} \equiv \frac{dE}{dt} = P = ef. \quad (2.1)$$

Estas dos variables abstractas corresponden a variables físicas en cada dominio, la asignación de las variables en este trabajo siguen la convención propuesta por **Hogan and Breedveld (1999)**, que define el esfuerzo como una variable intensiva y el flujo como la primera derivada temporal de una variable extensiva. Las variables asignadas para cada dominio energético se resumen en la Tabla A.2 del Apéndice A.

A partir de las variables esfuerzo y flujo se pueden definir los elementos básicos que representan fenómenos de almacenamiento, generación y disipación de energía que son aplicables para todos los campos energéticos.

Los primeros elementos a analizar son los **elementos almacenadores de energía**, cuya estructura física les permite acumular energía. Estos elementos incluyen: resortes, capacitores, inductores, tanques de almacenamiento y cuerpos en movimiento. La expresión matemática que define la magnitud de la energía almacenada en estos elementos está dada por la integración en el tiempo de la potencia transferida, como se muestra en la ecuación 2.2.

$$\text{energía almacenada}(E) \equiv \int_0^t e f dt. \quad (2.2)$$

A partir de la ecuación 2.2 se desprenden dos posibles mecanismos: el primero por almacenamiento en términos del esfuerzo y el segundo por el almacenamiento en términos del flujo. Wellstead (1979) define la **acumulación de esfuerzo** (e_a) como:

$$e_a = \int_0^t e dt \quad \text{o} \quad e = \frac{de_a}{dt}, \quad (2.3)$$

y la energía almacenada en términos de acumulación de esfuerzo e_a como:

$$E = \int_0^{e_a} f de_a. \quad (2.4)$$

De manera similar, define la **acumulación de flujo** (f_a) como:

$$f_a = \int_0^t f dt \quad \text{o} \quad f = \frac{df_a}{dt}, \quad (2.5)$$

y la energía almacenada en términos de la acumulación de flujo f_a como:

$$E = \int_0^{f_a} e df_a. \quad (2.6)$$

Por otro lado, los **elementos generadores de energía** son las fuentes que proporcionan la energía al sistema bajo análisis; la naturaleza de la energía puede ser en forma de la variable esfuerzo (**fuelle de esfuerzo**) o de la variable flujo (**fuelle de flujo**). Para propósitos del modelado, es común asumir que las fuentes de energía son ideales; es decir las fuentes de esfuerzo entregan un valor de esfuerzo determinado que es independiente del flujo. En el caso de las fuentes de flujo, entregan un flujo determinado que es independiente del esfuerzo.

Finalmente, en la categoría de **elementos disipadores de energía** solamente se define uno. Este elemento no disipa la energía estrictamente sino la transforma en una forma que no es recuperable por el sistema, usualmente energía térmica. Se describe como una relación estática entre esfuerzo y flujo definida por una función φ :

$$e = \varphi(f). \quad (2.7)$$

Adicionalmente, existen elementos que permiten ampliar los alcances del enfoque energético para representar una mayor cantidad de sistemas. Estos elementos están involucrados en la **transformación de energía** e interacción entre subsistemas; ejemplos de estas interacciones son los transformadores eléctricos, los motores de corriente directa y las transmisiones de engranes. Estos elementos tienen dos puertos de energía relacionados entre si por:

$$e_2 = \varphi(e_1, f_1) \quad f_2 = \varphi(e_1, f_1), \quad (2.8)$$

donde se conserva la energía transformada como lo muestra la igualdad:

$$e_1 f_1 = e_2 f_2. \quad (2.9)$$

Estos fundamentos de modelado con un enfoque energético son utilizados por Henry Martyn Paynter para desarrollar la metodología de modelado **Bond Graph**, un modelado gráfico que conserva el enfoque energético (Paynter, 1961). La representación gráfica de la transferencia de energía se conoce como **lazo (Bond)** cuyo símbolo es:

$$\frac{e}{f} \rightarrow$$

El símbolo indica la dirección de transferencia de potencia (izquierda a derecha), el valor de ambas variables (e y f) y el valor de la potencia ($P = e \times f$). Esta representación de transferencia de potencia facilita representar la conversión de energía entre campos físicos y vuelve a esta técnica muy atractiva para la representación de sistemas donde se involucran varios campos energéticos.

Existe un concepto adicional que tiene un papel fundamental en la interpretación de los modelos Bond Graph y de algunas herramientas derivadas de ellos, recibe el nombre de **causalidad** o **causalidad computacional**. Un bond conecta dos elementos y representa la transferencia de energía entre ambos, sin embargo para conocer su magnitud es necesario conocer el valor de ambas variables abstractas, esfuerzo y flujo. En la naturaleza, la transferencia de energía entre los diversos elementos ocurre en un proceso continuo donde esfuerzo y flujo están definidos; sin embargo en las representaciones matemáticas de dichos sistemas, se utilizan relaciones y valores conocidos para determinar los valores desconocidos. Por ejemplo, determinar la corriente que fluye por un componente a partir del voltaje entre sus terminales y el valor de su resistencia eléctrica. La causalidad computacional establece la secuencia de operaciones en el modelo, define la variable conocida en cada puerto de energía y se indica por una línea vertical en uno de los extremos del lazo. En la Figura 2.1 y 2.2 se muestra este intercambio entre los elementos A y B.

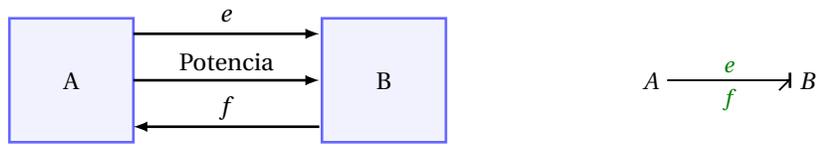


Figura 2.1: Símbolo de un Bond con Causalidad de Esfuerzo.

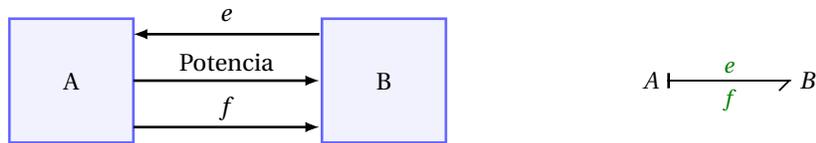


Figura 2.2: Símbolo de un Bond con Causalidad de Flujo.

La estructura del símbolo Bond establece las bases para desarrollar los símbolos que representan a los elementos previamente descritos, que son dispuestos en los extremos de los lazos. Es importante recordar que estos elementos simulan el almacenamiento, generación, disipación y transformación de energía.

Los elementos identificados como generadores de energía, llamados previamente como fuentes, pueden ser de dos tipos según la naturaleza de la energía que entregan en conjunto con dos tipos de comportamiento. Esta combinación define cuatro posibles símbolos para elementos generadores de energía: fuente de esfuerzo de valor constante \mathbf{Se} , fuente de flujo de valor constante \mathbf{Sf} , fuente de esfuerzo de valor modulado \mathbf{MSe} y fuente de flujo de valor modulado \mathbf{MSf} . Debido a la naturaleza de estos elementos, tienen una causalidad definida conocida como estructural.

El elemento disipador de energía se representa por el símbolo \mathbf{R} que puede adoptar una causalidad de esfuerzo o de flujo, es decir la relación estática en su ecuación constitutiva permite conocer el flujo a partir del esfuerzo o el esfuerzo a partir del flujo según el comportamiento del componente como se mostró en la ecuación 2.7.

Por otro lado, la representación de los elementos almacenadores de energía conservan la división previamente establecida entre acumuladores de esfuerzo y acumuladores de flujo. Los elementos almacenadores de flujo se representan por el símbolo \mathbf{C} mientras los elementos almacenadores de esfuerzo se representan por el símbolo \mathbf{L} . Recordando las ecuaciones 2.3 y 2.5, la propiedad de causalidad determina entre los dos comportamientos contemplados: como una ecuación integral (**causalidad integral**) o como una ecuación derivativa (**causalidad derivativa**).

Finalmente, la representación en Bond Graph de elementos transformadores de energía considera dos comportamientos que se representan a través de dos símbolos. Un elemento definido como transformador (\mathbf{TF}) que relaciona los homónimos de ambos puertos de energía, esfuerzo de entrada con esfuerzo de salida y flujo de entrada con flujo de salida. Y un segundo

elemento denominado girador (**GY**) que relaciona los complementos: esfuerzo de entrada con flujo de salida y flujo de entrada con esfuerzo de salida. Un resumen de los elementos con su representación gráfica y comportamiento matemático, definido por la causalidad asignada, se presenta en la Tabla A.1.

Los símbolos expuestos previamente permiten representar el comportamiento de elementos individuales, para la representación de sistemas físicos es necesario integrar símbolos que brinden los medios para relacionarlos. La metodología Bond Graph utiliza símbolos que representan las leyes de conservación para establecer las relaciones entre los diversos elementos. Estas estructuras reciben el nombre de **junta** (*joint*). Sin establecer orden de importancia, la primera de ellas se conoce como **junta 0 o en paralelo** y la segunda como **junta 1 o en serie**. Las ecuaciones constitutivas de cada junta se muestran junto a su símbolo en las Figuras 2.3a y 2.3b.

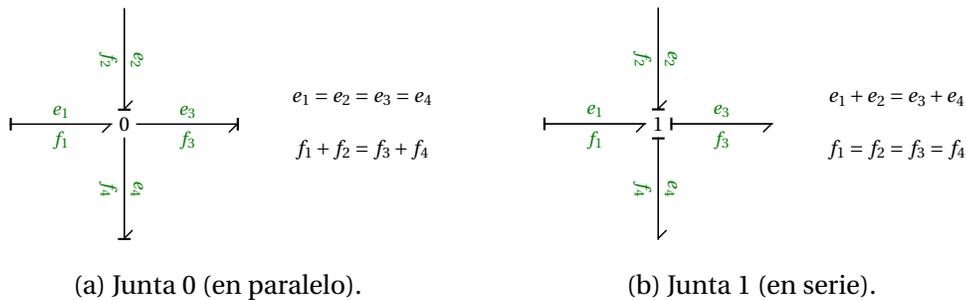


Figura 2.3: Representación de Juntas en Modelado Bond Graph.

En una junta en paralelo, todos los elementos están bajo el mismo esfuerzo y la suma de todos los flujos asociados a la junta es cero. Es importante resaltar que solamente uno de los lazos puede determinar el esfuerzo asociado a la junta, un lazo define el esfuerzo y el resto definen flujos. En el caso de la junta en serie, todos los elementos asociados a la junta tienen el mismo flujo y la suma de los esfuerzo es igual a cero. En este tipo de junta, solamente uno de los elementos puede definir el flujo en la junta y el resto de los lazos provee la magnitud de los esfuerzos. Ejemplos de estas leyes son las postuladas por Gustav Kirchhoff para los circuitos eléctricos, o la conservación del momento lineal en sistema mecánicos. La integración de los elementos gráficos y conceptos descritos constituyen las bases para la representación gráfica de sistemas físicos como el que se muestra la Figura 2.4 para un sistema de tanques acoplados para el manejo de un líquido.

Existen dominios energéticos en los que las ecuaciones constitutivas de los elementos, presentan un reto matemático para determinarlas. Lo anterior no implica que el modelo no se pueda obtener, sino que los esfuerzos para hacerlo son mayores que en los otros dominios energéticos. Este es el caso de los campos químico, fluídico y termodinámico. Existe una derivación del Modelado Bond Graph que utiliza muchas de las herramientas desarrolladas para los modelos Bond Graph pero con variables físicas diferentes, este modelado se conoce como **pseudo-Bond**

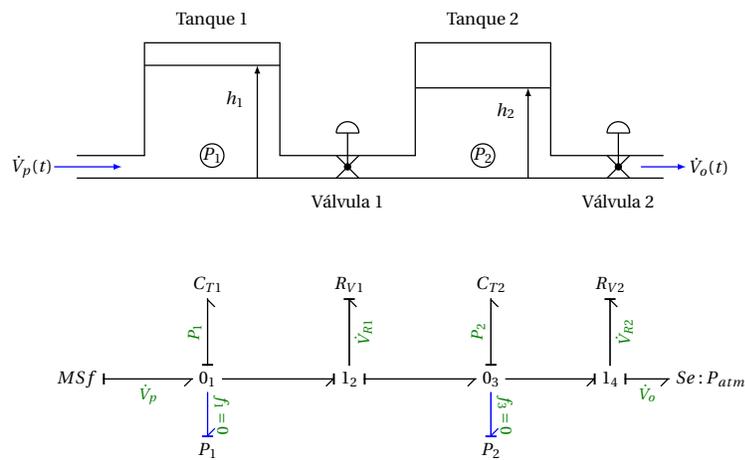


Figura 2.4: Sistema de Tanques Acoplados con líquido.

Graph. Los modelos desarrollados como *pseudo*-Bond Graph son más intuitivos que los modelos Bond Graph para estos dominios. La sustitución propuesta para las variables físicas se presenta en la Tabla A.3. Esta sustitución de variables se refleja en el modelado de los sistemas como se muestra en la Figura 2.5 para un sistema de tanques acoplados para el manejo de un gas. El procedimiento para la formulación de modelos Bond Graph y *pseudo*-Bond Graph se describe en el Apéndice B.

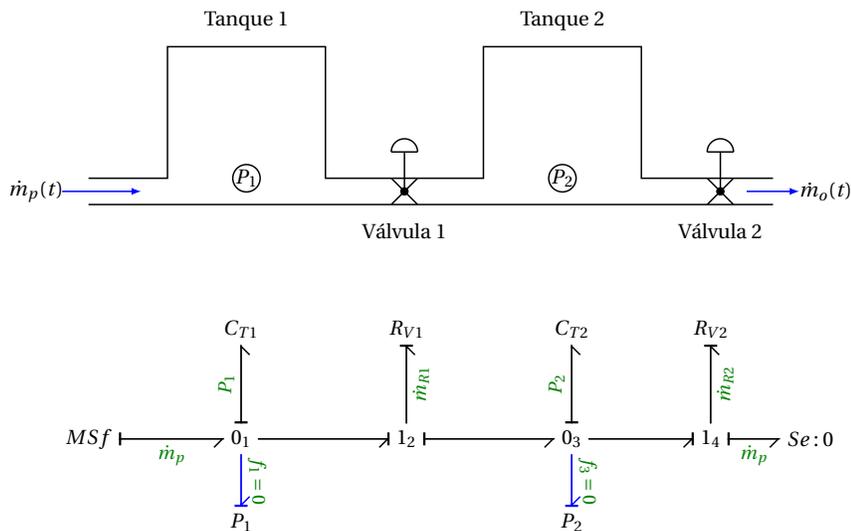


Figura 2.5: Sistema de Tanques Acoplados con gas.

Los pseudo-Bond Graph permiten establecer modelos más sencillos, sin embargo sus lazos no representan la transferencia de potencia entre los elementos ya que el producto de las variables propuestas no lo es. Debido a esta desventaja, la interacción entre elementos de un Bond

Graph y un pseudo-Bond Graph debe ser vigilada cuando se trabaja en un modelo multidominio.

En esta sección se presentaron los rasgos básicos del modelado Bond Graph y pseudo-Bond Graph. Estos conceptos permiten detectar la información relevante en la descripción de un sistema para integrar un modelo. En la siguiente sección se presentan los rasgos de comportamiento de una celda de combustible que posteriormente serán utilizados para formular el modelo.

2.2. Celdas de Combustible

Una celda de combustible es un dispositivo que convierte energía química en energía eléctrica por medio de una reacción química. Bajo esta premisa, existen diferentes diseños de celdas de combustible que se clasifican de forma general por el mecanismo que utilizan para propiciar la reacción, que define el modo de operación y la temperatura de trabajo. Esta clasificación incluye:

- Celda de combustible de intercambio protónico (PEMFC).
- Celda de combustible de óxido sólido (SOFC).
- Celda de combustible de carbonato fundido (MCFC).
- Celda de combustible alcalina (AFC).
- Celda de combustible de ácido fosfórico (PAFC).

Este trabajo está enfocado en el estudio de las celdas de combustible **PEMFC**, que es una de las tecnologías que atraen mayor atención debido a su temperatura de operación que oscila en los 100° C, menor que en otras tecnologías.

La celda de combustible PEM está formada por una hoja de polímero de propiedades iónicas (el más común Nafion 117[®]) denominada **membrana**, ubicado entre dos placas conductoras porosas nombradas **electrodos**. Este conjunto electrodo - membrana - electrodo separa dos estructuras cuyas caras contiene conductos encargados de conducir los reactivos a las superficies de los electrodos y los productos de la reacción fuera de la celda, estas estructuras reciben el nombre de **canal del ánodo** y **canal del cátodo**.

El canal del ánodo es alimentado con hidrógeno puro en estado gaseoso, mientras el canal del cátodo es alimentado por una mezcla de aire u oxígeno puro en estado gaseoso. La estructura física de la celda fomenta que las siguientes reacciones ocurran para la generación de energía eléctrica (Saisset et al., 2006):



Canal del Cátodo: $O_2 + 4H^+ + 4e^- \longrightarrow 2H_2O + \text{Calor}$.

Como se aprecia en la Figura 2.6a, durante la primera etapa de la reacción los átomos de hidrógeno se disocian en protones y electrones en presencia de un catalizador. La membrana permite el paso de los protones a través de ella hacia el canal del cátodo, pero evita el paso de electrones. Los electrones siguen una trayectoria eléctrica diferente, a través del electrodo del canal del ánodo hacia una carga eléctrica externa y finalmente al canal del cátodo pasando por el electrodo del canal del cátodo. En el canal del cátodo ocurre la segunda etapa de la reacción química donde la interacción entre los protones, electrones y moléculas de oxígeno produce vapor de agua y liberación de calor. En un proceso ideal, el dispositivo recibe un suministro continuo para transformar la energía química en energía eléctrica y alimentar una carga.

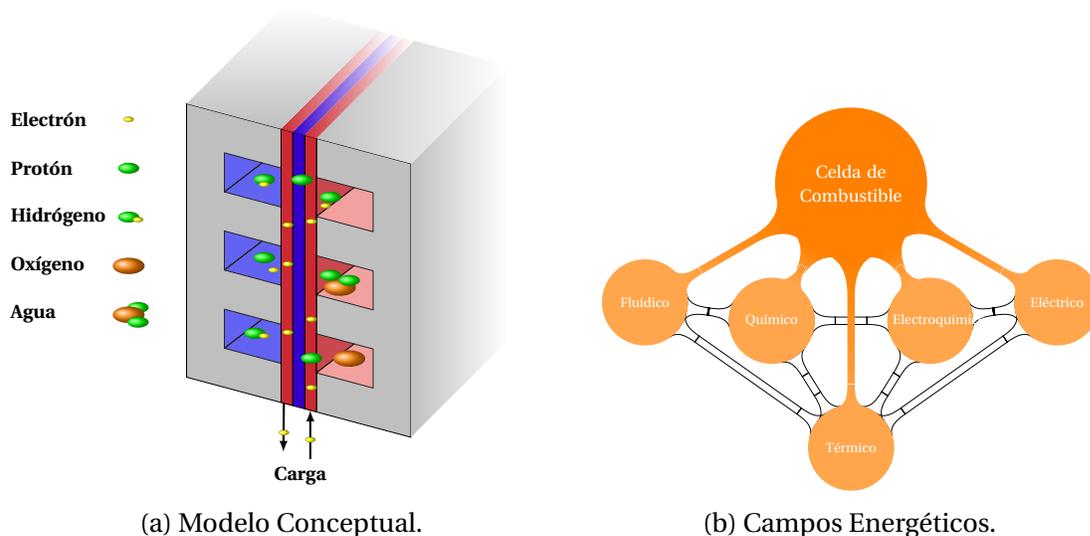


Figura 2.6: Celda de Combustible.

A partir de la descripción anterior, podemos identificar los campos energéticos que están involucrados en el comportamiento de la celda de combustible y sus interacciones. En ella interactúan el campo fluido en el transporte de los gases, el campo químico debido a la reacción química, el campo eléctrico en el circuito creado por la celda y la carga, y finalmente el campo térmico derivado de las transformaciones involucradas en cada sistema. Estas interacciones se muestran en la Figura 2.6b, se incluye el campo electroquímico como un paso intermedio entre el campo químico y eléctrico, para incluir la transferencia de energía térmica de forma explícita.

El primer recurso para analizar el comportamiento de una celda de combustible es la **curva de comportamiento estático** o **curva de comportamiento I-V**, en ella se compara la diferencia de potencial entre sus terminales en relación con la intensidad de corriente entregada. La diferencia de potencial teórica de una celda individual es aproximadamente 0.68 V, mientras la

intensidad de corriente depende del área de la membrana. Debido a que la diferencia de potencial eléctrico es pequeño en relación a las aplicaciones modernas, las celdas se construyen en conjuntos de estructuras compactas conectadas en serie para obtener un voltaje de trabajo superior y conservar la intensidad de corriente, estos conjuntos de celdas se denominan (**stack**).

En la Figura 2.7 se muestra una curva de comportamiento, donde la línea roja representa el potencial teórico de la celda de combustible. La desviación del comportamiento de la celda del ideal teórico se debe a tres fenómenos denominados sobrepotenciales.

La gráfica se divide en tres regiones definidas por el fenómeno de mayor influencia en esa región. El **sobrepotencial de activación** está relacionado con la energía necesaria para iniciar la reacción química, es decir, la energía necesaria para superar la resistencia de los elementos químicos a reaccionar. El **sobrepotencial óhmico** corresponde a la resistencia eléctrica de los elementos que conforman el circuito eléctrico de la celda de combustible. Finalmente, el **sobrepotencial de concentración** está relacionado con la energía necesaria para mover los reactivos hasta el lugar donde ocurre la reacción química.

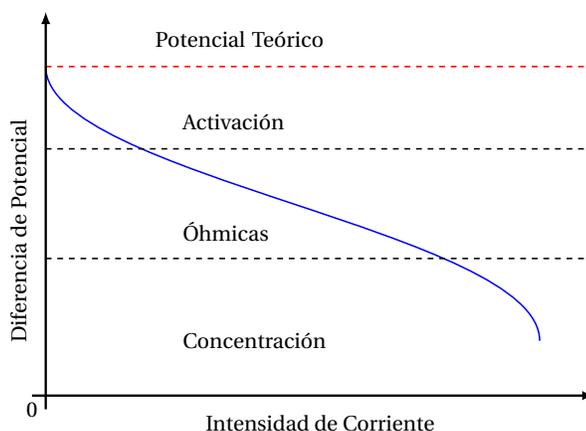


Figura 2.7: Curva de Comportamiento I-V.

Existen otros parámetros que afectan el comportamiento de la celda de combustible y se ven reflejados en la pendiente del perfil de la curva como lo es la presión en los canales de suministro y la temperatura de los reactivos.

2.3. Convertidor

Las celdas de combustible proporcionan una salida de energía eléctrica no regulada, la mínima alteración de las condiciones de operación resulta en el cambio de la salida de energía. En los sistemas de celdas de combustible es necesario integrar un dispositivo para obtener una salida regulada. Estos dispositivos se conocen como **convertidores** y son objeto de estudio de la electrónica de potencia.

En la literatura existen representaciones conceptuales que ayudan a visualizar el comportamiento de estos dispositivos, Erickson and Maksimovic (2007) proponen un modelo general de un convertidor con una entrada de potencia, una señal de control y una salida de potencia como se muestra en la Figura 2.8. La entrada de potencia se procesa bajo el esquema de la señal de control para obtener una salida de potencia condicionada.

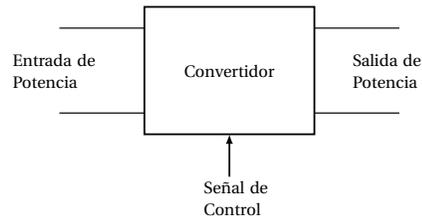


Figura 2.8: Convertidor.

De esta configuración general se derivan cuatro clasificaciones. Rectificadores, donde una entrada de voltaje alterno se convierte en una salida de voltaje directo. Inversores, que transforman entradas de voltaje continuo en salidas de voltaje alterno. Convertidores CA - CA que entregan una salida de voltaje alterno de magnitud y frecuencia controlables. Finalmente, **Convertidores CD - CD**, que a partir de una entrada de voltaje directo entrega una salida de voltaje directo con magnitud controlable.

Mohan et al. (2003) define una alta eficiencia como el principal objetivo en el diseño de convertidores, que se traduce en minimizar los costos de la energía desperdiciada en el dispositivo y facilitan disipar la energía térmica generada por su operación. Cuando las pérdidas de potencia son pequeñas, los elementos del convertidor pueden ser integrados en estructuras de alta densidad y obtener un dispositivo de bajo volumen y bajo aumento de temperatura. Este diseño se logra utilizando elementos capacitivos, inductivos y semiconductores como elementos de conmutación debido a que idealmente no consumen energía.

Para la integración del sistema se considera un convertidor CD - CD elevador con el fin de obtener una salida de voltaje regulada de mayor magnitud que la entregada por el stack. Uno de los convertidores más sencillos que poseen estas características, y es de particular importancia para este trabajo es el convertidor Boost. Un diagrama eléctrico de este convertidor se muestra en la Figura 2.9, y se utiliza para mostrar un esquema general de operación de estos dispositivos.

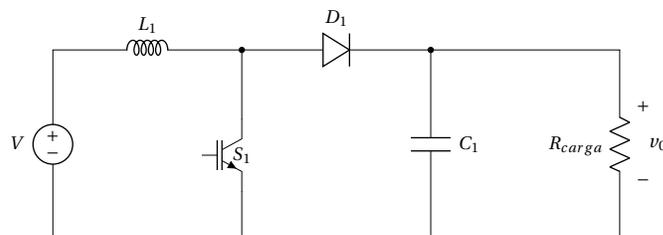


Figura 2.9: Convertidor Boost.

La operación de este convertidor se describe a continuación. El transistor S_1 es alimentado por una señal PWM, la señal de control bajo el esquema propuesto por Erickson and Maksimovic (2007). Esta señal cambia el transistor de estado activo a inactivo y viceversa, opera como un interruptor que se cierra y abre. Esta operación deriva en dos circuitos diferentes que se muestran en la Figura 2.10.

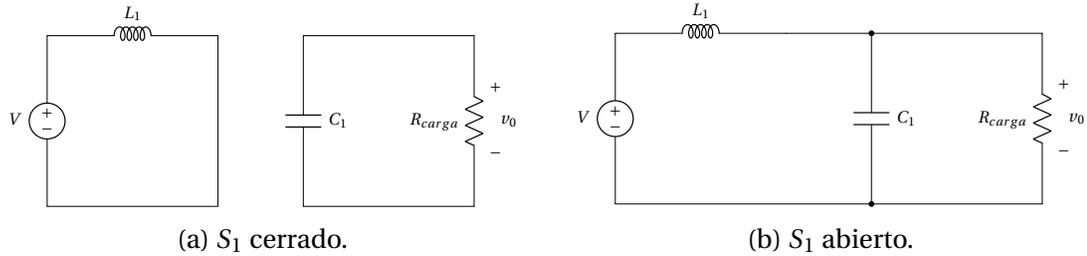


Figura 2.10: Configuraciones.

Mientras el interruptor S_1 está cerrado, la corriente en el inductor i_{L_1} se incrementa y la resistencia de carga R_{carga} es alimentada por la energía almacenada en el capacitor C_1 . Este comportamiento es descrito por las ecuaciones:

$$L \frac{di_{L_1}}{dt} = V, \quad C \frac{dv_{C_1}}{dt} = -\frac{v_0}{R_{carga}}. \quad (2.10)$$

Cuando el interruptor se abre, el capacitor y la resistencia de carga son alimentados por el circuito serie de la fuente y la inductancia como se expresa en las ecuaciones:

$$L \frac{di_{L_1}}{dt} = V - v_{C_1}, \quad C \frac{dv_{C_1}}{dt} = i_{L_1} - \frac{v_0}{R_{carga}}. \quad (2.11)$$

El comportamiento de estas señales según la conmutación de la señal PWM se muestra en la Figura 2.11.

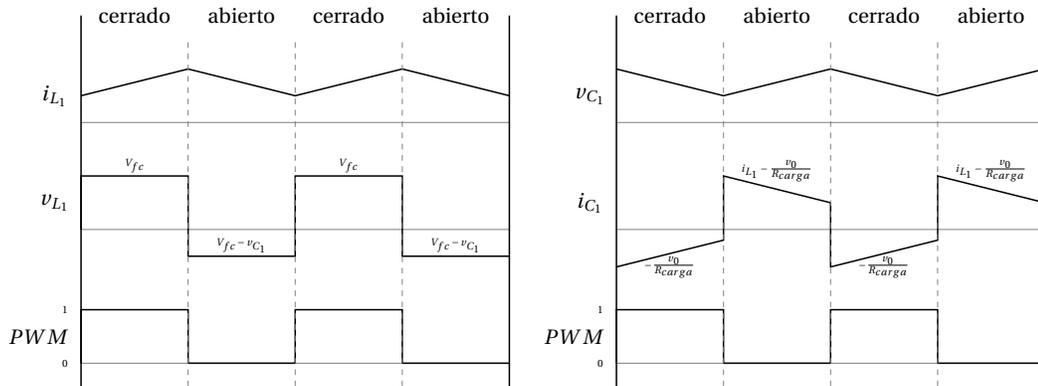


Figura 2.11: Formas de Onda para convertidor Boost.

Esta conmutación entre ambos circuitos provee una salida de voltaje v_0 representado por la suma de un valor promedio y un rizo de voltaje. La magnitud del rizo de voltaje es mucho menor que la magnitud del valor promedio y para varias aplicaciones el valor de salida se considera constante y con el valor promedio de la salida de potencia. Esta magnitud de la salida de voltaje v_0 se puede modificar según el ciclo de trabajo del PWM. Un análisis más profundo del convertidor Boost, que incluye las pérdidas eléctricas de los componentes y análisis similares de otros convertidores, se encuentra en [Ang and Oliva \(2010\)](#), [Mohan et al. \(2003\)](#) y [Erickson and Maksimovic \(2007\)](#).

2.4. Humidificador

Las PEMFC requieren la administración de la cantidad de agua en su interior, en particular la humedad presente es su membrana. Este proceso tiene como principal objetivo evitar que la membrana se seque y mantener la celda en condiciones de operación, sin embargo debe evitar la condensación del vapor de agua que deriva en la inundación de la celda.

[Migliardini et al. \(2015\)](#) presenta una clasificación de las metodologías utilizadas con este propósito. Las metodologías se dividen entre internas y externas, basado en el modelo de operación física. Las metodologías internas consideran la humidificación directa de la membrana, y en su forma más sencilla la auto-humidificación (self-humidification). Esta metodología considera que la cantidad de agua generada por la reacción química es suficiente para mantener la membrana húmeda, pero requiere regular los parámetros de operación para mantener la humedad necesaria. La humidificación externa modifica la humedad relativa del flujo de alimentación de aire antes de ingresarlo a la celda. Las metodologías externas integran varias alternativas, como evaporadores de agua, ruedas de entalpía, aspersores y de tipo membrana. Estos dispositivos son utilizados en el flujo de alimentación del aire u oxígeno, y raramente se utilizan en el flujo del hidrógeno.

En este trabajo se considera un humidificador de tipo membrana para la administración de agua dentro de la celda. El proceso de incremento del vapor de agua en el flujo de alimentación de la celda por este medio es más evidente si se analiza la definición de humedad relativa. El aire es una mezcla de varios elementos en estado gaseoso, mayormente nitrógeno y oxígeno. Estos elementos tienen un punto de ebullición de 77 K y 90 K, por lo que en las condiciones del medio ambiente siempre están en estado gaseoso. Por otro lado, el agua es un compuesto cuyo punto de ebullición son los 373.15 K y se puede encontrar en fase líquida, sólida y gaseosa; bajo un proceso continuo de intercambio de moléculas entre las tres fases.

En una mezcla aislada de agua en estado líquido y gaseoso, el proceso de intercambio antes mencionado alcanza su equilibrio cuando la misma cantidad de moléculas regresan al estado líquido y escapan de él al estado gaseoso. Este punto se conoce como el punto de saturación del vapor y su presión parcial se denomina como **presión de saturación**. Conforme la temperatura aumenta, existe una mayor cantidad de moléculas que pueden escapar de la fase líquida, por lo

que la presión de saturación es más elevada a mayores temperaturas. La relación entre la temperatura y la presión de saturación se determina de forma experimental, la expresión utilizada en este trabajo es la propuesta por [Nguyen and White \(1993\)](#).

$$\log_{10}(P_{sat}) = 2.95 \times 10^{-2}T - 9.18 \times 10^{-5}T^2 + 1.44 \times 10^{-7}T^3 - 2.18. \quad (2.12)$$

En un humidificador externo, se integra vapor de agua al flujo de entrada de aire derivado de un intercambio de calor y una transferencia de masa a través de una membrana permeable. Un modelo conceptual se muestra en la Figura 2.12. El dispositivo se alimenta con agua en uno de sus canales y aire en el otro, la diferencia de temperatura entre ambos produce un intercambio de calor que incrementa la temperatura del aire que ingresa e incrementa la presión de saturación. La transferencia de vapor de agua se debe a una diferencia de concentración en ambos fluidos. Se integra vapor de agua al flujo de entrada siempre y cuando la mezcla no esté saturada de vapor, es decir la presión parcial del vapor de agua es menor a su presión de saturación para la temperatura de la mezcla. Cuando el punto de saturación se alcanza, el vapor de agua empieza a condensar.

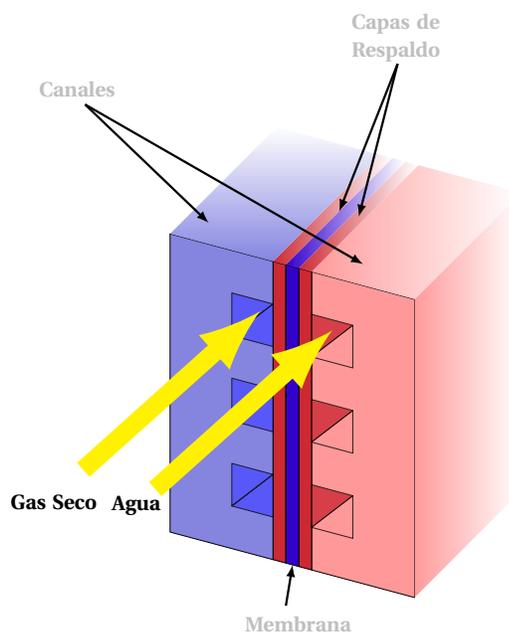


Figura 2.12: Representación de un humidificador de membrana.

2.5. Válvulas de control

La celda de combustible requiere el suministro de reactivos en estado gaseoso, las válvulas de control de flujo representan el medio de control de suministro del sistema. Para el desarrollo del modelo matemático de las válvulas debemos considerar que los fluidos tienen la capacidad de cambiar de volumen y densidad. Esta propiedad se conoce como compresibilidad y es más

perceptible en la materia en fase gaseosa que en la materia en fase líquida. Esta propiedad es importante para el estudio del movimiento de fluidos.

En el estudio de fluidos, cuando el objeto de estudio del movimiento es un líquido, la densidad es considerada como constante debido a que tiene baja compresibilidad. Sin embargo, cuando existe un cambio extremo en la presión, como en un golpe de ariete, la compresibilidad se debe tomar en cuenta. Por otro lado, un gas tiene una elevada compresibilidad pero si su velocidad de desplazamiento es baja comparada con la velocidad sónica, el cambio en densidad es pequeño y el gas es tratado como un fluido incompresible.

Para desarrollar el modelo matemático de la válvula de control se utiliza el procedimiento descrito por [Nakayama and Boucher \(1997\)](#) para obtener las ecuaciones de continuidad de fluidos incompresibles. Empezaremos por conocer la relación entre el volumen específico ν y la densidad de un fluido ρ .

$$\rho\nu = 1. \quad (2.13)$$

Con la relación presentada en la ecuación 2.13 y asumiendo el gas como *ideal*, la relación entre sus propiedades se puede establecer como:

$$P\nu = R_g T, \quad (2.14)$$

$$P = \rho R_g T, \quad (2.15)$$

donde T es la temperatura, P es la presión, y R es la constante del gas dada por $R_g = R_0/M_g$; la constante de los gases ideales ($R_0 = 8314 \text{ J / kg K}$) entre el peso molecular del gas (M_g).

Si se nombra la energía interna y la entalpía por unidad de masa como e y h , respectivamente, se puede encontrar el calor específico a volumen constante (c_ν) y el calor específico a presión constante (c_p) como:

$$c_\nu = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_\nu, \quad de = c_\nu dT, \quad (2.16)$$

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p, \quad dh = c_p dT, \quad (2.17)$$

donde

$$h = e + P\nu. \quad (2.18)$$

De acuerdo con la Primera Ley de la Termodinámica, cuando una cantidad de calor es aplicada a un sistema, la energía interna de un sistema se incrementa por de y el trabajo $P d\nu$ es realizado por el sistema.

$$dq = de + P d\nu. \quad (2.19)$$

Tomando la ecuación 2.14 y obteniendo el diferencial,

$$P dv + v dP = R_g dT. \quad (2.20)$$

Y siguiendo el mismo proceso con la ecuación 2.18,

$$dh = de + P dv + v dP. \quad (2.21)$$

Para cambios a presión constante, $dP = 0$ y las ecuaciones 2.20 y 2.21 resultan en:

$$P dv = R_g dT, \quad (2.22)$$

$$dh = de + P dv = dq. \quad (2.23)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.16, 2.17 y 2.22 en la ecuación 2.23 se obtiene:

$$c_P dT = c_v dT + R_g dT, \quad (2.24)$$

$$c_P - c_v = R_g. \quad (2.25)$$

El cociente entre los calores específicos de una sustancia se conoce como el **índice isentrópico** ($\kappa = c_P/c_v$), es posible establecer el valor de los calores específicos de una sustancia en términos de κ y R_g :

$$c_P = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R_g, \quad (2.26)$$

$$c_v = \frac{1}{\kappa - 1} R_g. \quad (2.27)$$

Cuando energía calórica dq es aplicada a una sustancia de temperatura absoluta T , el cambio de entropía ds en la sustancia se define por la ecuación:

$$ds = \frac{dq}{T}. \quad (2.28)$$

Utilizando las ecuaciones 2.14, 2.16, 2.23 y 2.28 se obtiene la ecuación:

$$\begin{aligned} ds &= \frac{dq}{T} = \frac{de}{T} + \frac{P dv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{R_g dv}{v}, \\ &= c_v \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P} + R_g \frac{dv}{v} = (c_v + R_g) \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P}, \\ &= c_P \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P} = \kappa c_v \frac{dv}{v} + c_v \frac{dP}{P} = c_v \left(\kappa \frac{dv}{v} + \frac{dP}{P} \right), \\ ds &= c_v d(\log P v^\kappa). \end{aligned} \quad (2.29)$$

En un cambio de un estado (P_1, v_1) a un estado (P_2, v_2) , si es reversible, el cambio de entropía es:

$$s_2 - s_1 = c_v \log \left(\frac{P_2 v_2^\kappa}{P_1 v_1^\kappa} \right), \quad (2.30)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \log \left[\frac{T_2}{T_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\kappa-1} \right], \quad (2.31)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \log \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\kappa \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\kappa-1} \right], \quad (2.32)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \log \left[\frac{P_2}{P_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^\kappa \right]. \quad (2.33)$$

Para un cambio reversible adiabático, $ds = 0$. La constante de proporcionalidad se define entonces como:

$$P v^\kappa = \frac{P}{\rho^\kappa} = c, \quad (2.34)$$

$$T = c \rho^{\kappa-1} = c P^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (2.35)$$

Para un flujo másico \dot{m} de densidad ρ , que fluye a una velocidad u a través de una sección de área A . La ecuación de continuidad es:

$$\dot{m} = \rho u A = \text{constante}. \quad (2.36)$$

Por otro lado, la ecuación de Euler del movimiento en estado estable a través de una tubería es:

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{ds} + \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{2} u^2 \right) = 0, \quad (2.37)$$

o

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 = \text{constante}. \quad (2.38)$$

Si se asumen condiciones adiabáticas, entonces $P = c \rho^\kappa$.

$$\int \frac{dP}{\rho} = \int c \kappa \rho^{\kappa-2} d\rho = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{\rho} + \text{constante}, \quad (2.39)$$

sustituyendo en la ecuación 2.38:

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 = \text{constante}, \quad (2.40)$$

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} R_g T + \frac{1}{2} u^2 = \text{constante}, \quad (2.41)$$

Las ecuaciones 2.40 y 2.41 son las ecuaciones de Bernoulli para un fluido incompresible, estas ecuaciones se utilizarán como base para la formulación del modelo de comportamiento de una válvula de control de flujo isentrópico.

2.6. Detección de Fallas

La naturaleza cambiante del universo en el que vivimos provoca alteraciones en el entorno. Los sistemas son diseñados y construidos para una tarea en particular y sufren estas alteraciones en sus elementos, algunos de estos cambios impiden que su desempeño sea constante y consistente durante su vida útil. Disciplinas como el control automático y el mantenimiento regular permiten prolongar la vida útil de los elementos y mejorar su funcionamiento cuando estas alteraciones ocurren. Sin embargo, existen alteraciones que imposibilitan el funcionamiento de los elementos que se conocen como **fallas**. [Isermann \(2005\)](#) define una falla como *una desviación no permitida de al menos una propiedad característica de una variable un comportamiento aceptable*. Además, clasifica estas fallas según su comportamiento en el tiempo como:

- Fallas Abruptas.
- Fallas Intermitentes.
- Fallas Incipientes.

El comportamiento distintivo de cada una de las fallas se muestra en la Figura 2.13. Las variables en un sistema físico sin falla tiene un valor esperado que evoluciona con el tiempo; cuando una falla ocurre el valor de las variables se modifica. La variable adquiere un nuevo valor debido a la presencia de una falla y lo conserva cuando la falla es abrupta; en el caso de las fallas intermitentes la magnitud cambia de forma aleatoria. Por otro lado, las fallas incipientes cambian el valor de la variable de forma progresiva.

Estas desviaciones no deseadas modifican el comportamiento del sistema y afectan su vida útil. El desarrollo de herramientas que permitan conocer cuando ocurre una falla en el sistema y determinar el elemento del sistema que falló forman parte de las áreas de estudio del control automático, la integración de estas herramientas a los esquemas de control permite compensar las fallas para continuar en operación, o determinar la necesidad de un mantenimiento no programado.

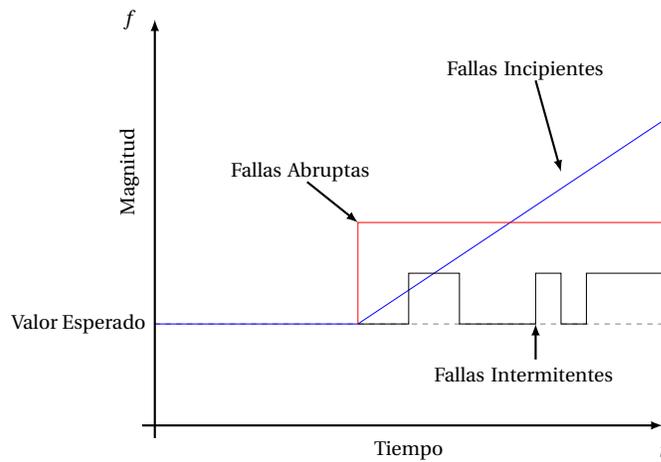


Figura 2.13: Comportamiento de Fallas.

Las metodologías dedicadas a esta propósito reciben el nombre de **Detección y Aislamiento de Fallas**, conocidas como **FDI** por sus siglas en inglés. Estas metodologías se pueden clasificar según la información que requieren para ser implementadas en:

- Métodos Basados en el Modelo.- Estos métodos requieren un modelo de comportamiento del sistema como base para la detección de fallas.
- Métodos No Basados en el Modelo.- Utilizan otras características del sistema bajo estudio para la detección de fallas. Por ejemplo, el registro histórico del comportamiento real del sistema.

Isermann (2005) integra en la clasificación de los métodos basados en modelos: la detección de fallas con estimación de parámetros, la detección de fallas con observadores, la detección de fallas con ecuaciones de paridad y la detección de fallas con modelos de señal. Mukherjee and Samantaray (2006) destacan de esta clasificación los métodos basados en Observadores, como se muestra en la Figura 2.14a, y los métodos basados en Relaciones de Redundancia Analítica, como se muestra en la Figura 2.14b, como los más utilizados.

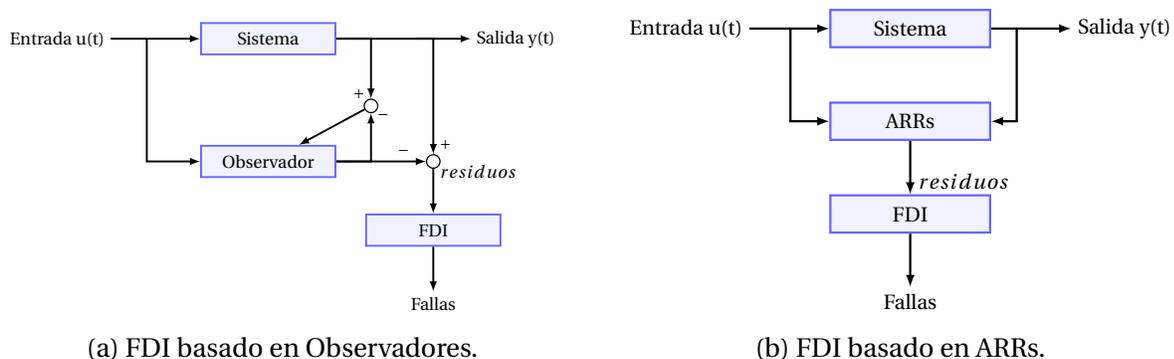


Figura 2.14: Metodologías Basadas en Modelos.

Los métodos FDI basados en observadores utilizan el modelo analítico para verificar inconsistencias entre la salida actual del sistema y el comportamiento predicho. Las inconsistencias provocan una salida diferente de cero que indica la presencia de una falla. La segunda metodología trabaja evaluando las restricciones establecidas por leyes físicas utilizando los datos de entrada, datos de los sensores y valores de los parámetros del sistema que se supervisa. Cuando las restricciones mencionadas están escritas de forma simbólica y contienen únicamente variables conocidas, se conocen como **Relaciones de Redundancia Analítica** (Borutzky, 2009) o ARR por sus siglas en inglés.

Las ARR son restricciones dinámicas o estáticas que relacionan la evolución de cada variable conocida cuando el sistema opera de acuerdo con su modelo de comportamiento. En los modelos Bond Graph, la creación de los ARR parte de las variables conocidas que son: las fuentes (Se, Sf), las fuentes moduladas (MSe, MSf), datos de los sensores (De, Df), parámetros del modelo (Θ) y las salidas de los controladores (u). La ARR se define como una función de estos valores:

$$ARR: f(De, Df, Se, Sf, MSe, MSf, u, \Theta) = 0. \quad (2.42)$$

Cuando las ARR se definen a partir de un modelo Bond Graph, la interacción entre los términos de una ARR parte de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de las juntas. La evaluación numérica de una ARR se denomina como **residuo**, cuyo valor teórico para un sistema sin fallas es cero. Un valor diferente de cero en un residuo es la manifestación de una falla en el sistema.

De forma general, los modelos Bond Graph siguen una causalidad integral preferente con el fin de representar el comportamiento del sistema, sin embargo el uso de este modelo para determinar la existencia de fallas tiene algunas desventajas. La asignación de causalidad en el modelo establece dos escenarios cuando ocurre una falla:

- Los modelos con causalidad integral preferente permiten describir el comportamiento del sistema modelado a través del tiempo. Los modelos representan la historia de la función y la información pasada se utiliza para predecir el siguiente paso. Esto requiere las condiciones iniciales de los estados del sistema. Si un ARR se escribe con causalidad integral preferente, el tiempo de ocurrencia de la falla se vuelve parte de la historia del sistema y define su comportamiento futuro. Cuando la falla es reparada, nuevas condiciones iniciales son necesarias en el modelo para representar apropiadamente el comportamiento de un sistema sin falla.
- Los modelos con causalidad derivativa preferente describen la respuesta del sistema a condiciones dadas, es decir permiten conocer las condiciones anteriores que derivaron en el comportamiento conocido. Este esquema permite definir las ARR antes mencionados e investigar la causa para un efecto conocido.

Este comportamiento descrito anteriormente se presenta en la Figura 2.15, donde compara el comportamiento de un residuo en su forma integral y derivativa ante la presencia de la misma falla.

Capítulo 3

Estado del Arte

En este capítulo se presentan los trabajos de diferentes autores que sientan las bases para el desarrollo del presente documento.

Los objetivos específicos de este trabajo de tesis incluyen el modelo Bond Graph de un sistema de celdas de combustible, por lo que se inicia con la presentación los esfuerzos relacionados con la representación gráfica de una celda de combustible. En el área de modelado gráfico, [Bressel et al. \(2016\)](#) presenta una revisión de los diversos modelos gráficos desarrollados para la representación de celdas de combustible con una sección dedicada a modelos Bond Graph. De estos modelos se enfatiza el modelo Bond Graph presentado por [Saisset et al. \(2006\)](#), que representa la transformación de la energía química en eléctrica a través de la energía libre de Gibbs, el modelo incluye un pseudo-Bond Graph para la administración de la energía térmica en la celda. Mientras [Peraza et al. \(2008\)](#) propone un modelo Bond Graph de la celda de combustible, donde representa las transformaciones de energía química a energía eléctrica utilizando las herramientas del software *20sim*. [Mzoughi et al. \(2015\)](#) presenta un modelo que incluye electrodos por separado e integra los campos eléctrico y químico, y propone representar la interacción con el campo térmico a través de fuentes moduladas y asume la celda como un bloque uniforme para la representación del comportamiento térmico; los resultados experimentales para la validación del modelo se presentan en el mismo trabajo. [Bressel et al. \(2015\)](#), presenta un modelo Bond Graph de la celda donde integra los campos eléctrico, electroquímico, fluídico y térmico a través de resistencias de campo. [Rabih et al. \(2008\)](#), incluye en su modelo Bond Graph el comportamiento de los gases en la celda de combustible mientras [Hung et al. \(2008\)](#) presentan un modelo Bond Graph orientado para integrar un esquema de control a partir de un sistema termofluídico y otro electroquímico. Otro modelo Bond Graph lo presentan [Vijay et al. \(2008\)](#), este modelo está desarrollado para una celda de óxido sólido donde se utiliza un enfoque termodinámico y un capacitor de campo donde se distinguen las especies que entran a la celda de combustible.

La mayor parte de los esfuerzos por investigar los sistemas de celdas de combustible están enfocados en el comportamiento de los componentes de forma individual. La literatura enfocada en la integración de sus elementos es más escasa. En el caso de los modelos que consideran

la interacción de las celdas de combustible con otro componente, [Pukrushpan et al. \(2002\)](#) presentan un modelo en espacio de estados de un sistema de celdas de combustible que integra el modelado de ambos canales, representación matemática de los tres sobrepotenciales a partir de ecuaciones no lineales para implementar un esquema de control prealimentado y un observador. En otro trabajo, [Andújar et al. \(2008\)](#) presenta un modelo para la representación de un sistema celda de combustible convertidor CD-CD con el objetivo de desarrollar un esquema de control, donde la celda de combustible se basa en el modelo propuesto por [Amphlett et al. \(1996\)](#) en conjunto con un convertidor Boost, el modelo del convertidor consideran las pérdidas por el capacitor e inductor. [Zumoffen and Basualdo \(2010\)](#) presenta un modelo matemático para el conjunto celda de combustible, convertidor CD-CD y motor CD, con el objetivo de implementar un esquema de control, la celda es representada por polinomios en términos de la corriente de la celda cuyos parámetros se obtiene de un análisis experimental. [Kancsár et al. \(2017\)](#) desarrolla un modelo matemáticos de un sistema de celdas enfocado en el acondicionamiento de los gases que ingresan a la celda a través de un calentador de agua para su humidificación; de este trabajo también se rescata el análisis de las válvulas de control para la alimentación de la celda y las válvulas de control para los contraflujos. A partir de esta información es posible concluir que este trabajo aporta un modelo más completo que los previamente considerados, que permite profundizar en las interacciones de los diversos elementos.

En el caso de los modelos matemáticos de celdas de combustible, [Springer \(1991\)](#) presenta un modelo unidimensional del estado estable de una celda de combustible de intercambio protónico (PEMFC) con Nafion 117[®] como membrana. El modelo incluye ecuaciones para la representación del transporte de agua en la membrana, difusión de gases en los electrodos, balance de masa para ambos canales, la resistencia eléctrica de la membrana y sobrepotencial de activación en el canal del cátodo. [Amphlett \(1995\)](#) utiliza una celda individual MkIV diseñada por Ballard Power Systems Inc. para comparar su comportamiento con el modelo desarrollado por [Springer \(1991\)](#). En [Baschuk and Li \(2000\)](#) se presenta un modelo modificado para incluir el comportamiento para diversos niveles de agua condensada en la celda (inundación). En el trabajo de [Ceraolo et al. \(2003\)](#) se propone un modelo para la celda de combustible desde un punto de vista electroquímico. [Zhang et al. \(2006\)](#) presenta un modelo dinámico donde se incluyen el impacto de la temperatura en el desempeño de la celda comparado con los resultados experimentales de una celda Nexa[™]. [Zhang et al. \(2010\)](#) presenta un modelo matemático de una celda de combustible individual que incluye la representación de transferencia de masa, canales de alimentación, comportamiento de los gases en las capas de difusión y el análisis de la fase líquida en ambos canales y la representación de los sobrepotenciales. [Özbek et al. \(2013\)](#) presenta los resultados experimentales de la validación de una celda de combustible cuyo modelo se basa en el trabajo de [Pukrushpan et al. \(2004\)](#).

Dentro de los esfuerzos para el desarrollo de las energías renovables, la electrónica de potencia se dedica a desarrollar convertidores más eficientes y con mejores prestaciones. Para este componente es importante definir a la magnitud de los risos de corriente inducidos por el convertidor en la celda como una característica a reducir para obtener una mejor integración del sistema. [Wahdame et al. \(2008\)](#) presenta un estudio de sobre el impacto de los risos de corriente

en el desempeño de la celda de combustible, el estudio muestra una pequeña caída en la salida de voltaje de la celda después de someter a la celda a condiciones dinámicas. Con esta característica en mente, [Sivakumar et al. \(2016\)](#) compara el desempeño de cinco convertidores no aislados para aplicaciones de energías renovables entre las que incluye celdas de combustible. [Kolli et al. \(2015\)](#) explora las diversas arquitecturas de conexión de celdas de combustible con convertidores CD-CD, donde resalta el atractivo de los convertidores Boost conmutados (IBC) y los convertidores Boost conmutados de tierra flotante (FIBC) para estas aplicaciones debido a que reducen el rizado de corriente de la celda de combustible, reducen el estrés eléctrico aplicado a los semiconductores y su tolerancia a las fallas de los interruptores de poder. En el trabajo de [Naik and Samuel \(2016\)](#) se presenta un análisis de los rizados de corriente provocados por diversos convertidores CD-CD al ser conectados a una celda de combustible dentro de los cuales considera el convertidor Boost. Adicionalmente, [Kabalo et al. \(2011\)](#) presenta un análisis de corriente de rizado enfocado a celdas de combustible donde compara el desempeño del convertidor Boost con tres variantes del convertidor FIBC (dos, cuatro y seis piernas), donde muestra al convertidor FIBC de cuatro piernas con la mejor relación complejidad, volumen y desempeño. Un análisis similar es realizado para convertidores Boost conmutados que incluye resultados experimentales de su integración con una celda de combustible se presenta en ([Guilbert et al., 2015](#)).

La administración de agua es una parte fundamental de la operación de una celda de combustible, [Migliardini et al. \(2015\)](#) presenta una comparación de los diversos medios de humidificación de la membrana donde explora medios internos y externos, de sus conclusiones se rescata el uso necesario de humidificadores externos para la operación de la celda en su rango de eficiencia óptimo. Por su parte, [Sridhar et al. \(2001\)](#) realiza un experimento para comparar el desempeño de humidificadores de membrana fabricados con variedades de material Nafion[®], donde propone incluir este tipo de humidificadores dentro de la celda y utilizar el agua del sistema de enfriamiento como fuente para la humidificación del suministro de aire. En la misma línea de estudio, [Chen and Peng \(2004\)](#) presenta un modelo termodinámico de un humidificador de membrana alimentado por el agua del sistema de refrigeración de la celda de combustible. Después, [Chen et al. \(2008\)](#) presenta los resultados experimentales y la validación del modelo desarrollado previamente.

El segundo objetivo es proporcionar un esquema de detección de fallas para el sistema. Antes de presentar las alternativas exploradas, es importante conocer las fallas asociadas a cada componente. [Cheng et al. \(2007\)](#) presenta un estudio sobre el impacto de la contaminación de la celda de combustible y como se manifiestan en su desempeño. [Yousfi-Steiner et al. \(2008\)](#) presentan una revisión de la condensación de agua y su impacto en la salida de voltaje, la revisión incluye el impacto, caracterización y factores de influencia. En un segundo trabajo ([Yousfi-Steiner et al., 2009](#)) presenta una revisión sobre la degradación del catalizador e inanición como parte de las fallas que afectan el desempeño de la celda. En [Wu et al. \(2008\)](#) se presenta una revisión de los diversos mecanismos de degradación de una celda de combustible donde se clasifican conforme a los componentes involucrados y estrategias para mitigarlos. Por otro lado, [Paquin and Fréchette \(2008\)](#) presenta un modelo para el análisis de la celda ante la inundación

y sequedad. En caso de los convertidores de corriente, [Yang et al. \(2011\)](#) presenta los resultados de una encuesta cuyo objetivo es investigar la confiabilidad de los convertidores eléctricos, en ella se identifican los semiconductores como los componentes de mayor preocupación y que requieren más métodos de detección e identificación de fallas. En [Guilbert et al. \(2016\)](#) se explora la tolerancia de diferentes arquitecturas de convertidores Boost a las fallas y propone estrategias para compensarlas. Estudios enfocados únicamente en fallas presentadas por sistemas de humidificación de tipo membrana no fueron ubicados.

A partir de los principios de operación de cada componente y los análisis expuestos en la literatura. Las fallas de mayor frecuencia y principal foco de atención para un sistema de celdas de combustibles incluyen:

- Inundación de la celda de combustible por la condensación del agua.
- Fallas de interruptores de conmutación en los convertidores.
- Contaminación de la membrana de la celda de combustible.
- Condensación de agua en el humidificador de membrana y posterior transporte a la celda de combustible.
- Bloqueo de las válvulas de alimentación.
- Sequedad en la membrana.
- Bloqueo de los canales de la celda de combustible.

De las fallas antes citadas, la principal amenaza para una celda de combustible es la inundación de agua en estado líquido de sus canales de suministro. Este modo de falla también es el más común debido a que deriva de la generación de agua inherente a su operación. Los esquemas de detección de fallas desarrollados para este tipo de sistema deben enfocarse en la detección de este modo de falla.

A continuación se presentan los trabajos que exploran la detección de fallas con base en modelos Bond Graph. Para el enriquecimiento de la técnica de modelado y su utilización como herramienta de diagnóstico, [Khemliche et al. \(2006\)](#) propone un método de ubicación de sensores en el modelo Bond Graph con el propósito de localizar fallas en componentes particulares. En [Aitouche et al. \(2011\)](#) se presenta una metodología de detección de fallas en una PEMFC a partir de relaciones de redundancia analítica no lineales, el modelo Bond Graph no forma parte de proceso sin embargo utiliza sus principios para la definición de las relaciones que derivan en los residuos del método. [Ould-Bouamama et al. \(2012\)](#) presenta el uso de modelos Bond Graph para el diagnóstico de procesos químicos que utiliza leyes de conservación para la formulación de Relaciones de Redundancia Analítica y su expresión como residuos.

En un trabajo diferente, [Chatti et al. \(2013\)](#) propone el uso de modelos Bond Graph para obtener un segundo modelo denominado gráfico de propagación de signo, los ARRr del Bond

Graph y el comportamiento del segundo modelo aumentan la capacidad de identificación del método. Adicionalmente, en [Chatti et al. \(2014\)](#) presenta un diagrama derivado del Modelo Bond Graph denominado Signed Bond Graph, un modelo cualitativo que desglosa los lazos en esfuerzo y flujo y asignan un signo de relación. El uso del diagrama deriva en estructuras similares a árboles de fallas que indican el signo de cambio de un residuo según la ubicación de la falla. [Samantaray et al. \(2006\)](#) presenta la sustitución simbólica de sensores para la creación de un modelo de diagnóstico a partir de un modelo Bond Graph. Además, [Borutzky \(2011\)](#) presenta el uso de Relaciones de Redundancia Analítica para el diagnóstico de sistemas híbridos, modelos donde se incluyen transformadores para la integración de modelos que involucran conmutación de componentes, donde aplica la metodología a un convertidor Boost.

Con esta información se puede establecer una de las aportaciones de este trabajo de tesis. La aportación parte de integrar un modelo de un sistema de celdas de combustible donde se representan más elementos y sus interacciones. La particularidad de presentar un Modelo Bond Graph ayuda para visualizar las interacciones entre sus componentes, que sería más complicado en otro tipo de representaciones. La segunda aportación surge del mismo modelo, debido a que los modelos de sistemas completos son escasos, los esquemas de detección de fallas desarrollados con este objeto de estudio también lo son.

Capítulo 4

Sistema de Celdas de Combustible

En este capítulo se presenta el modelado de los componentes considerados para la integración del sistema de celdas de combustible. El modelado incluye las ecuaciones matemáticas y el diagrama de Bond Graph propuesto para cada componente.

Antes de iniciar con el análisis de cada componentes, es importante resaltar que las simulaciones realizadas para verificar el comportamiento de cada uno de los componentes y del sistema completo utilizan la librería *BGV2.1* en el programa Simulink®. Esta librería fue mencionada anteriormente dentro de los objetivos específicos del trabajo de tesis.

Esta librería permite conservar la estructura gráfica del modelo Bond Graph e integrarla al ambiente de programación de Simulink. La librería incluye un bloque diferente para representar a cada uno de los elementos que integran la metodología de modelado Bond Graph y las señales entre los bloques se utilizan para representar los lazos. Además, ya que la construcción de los modelos se realiza en el entorno de Simulink, es posible aprovechar las otras bondades de este entorno de simulación. La librería se encuentran en el [enlace](#), donde también se presenta una guía de instalación, descripción de cada elemento y ejemplos de aplicación.

4.1. Celda de Combustible

El modelo propuesto para la celda de combustible en este trabajo utiliza los conceptos explorados por [Saisset et al. \(2006\)](#) y [Peraza et al. \(2008\)](#) para la conversión de energía química en energía eléctrica derivada de una reacción. El análisis parte de la fuerza electromotriz teórica generada por el cátodo y ánodo, definidas como:

$$\mathcal{E}_{teo_an} = \frac{\Delta G_{an}}{nF}, \quad (4.1)$$

$$\mathcal{E}_{teo_ca} = -\frac{\Delta G_{ca}}{nF}. \quad (4.2)$$

Estas expresiones definen el potencial teórico de la curva de comportamiento de la celda de combustible. A partir de las expresiones anteriores, el potencial teórico de la FC se puede expresar como:

$$\mathcal{E}_{teo} = \mathcal{E}_{teo_ca} - \mathcal{E}_{teo_an}. \quad (4.3)$$

La ecuación de Nernst permite calcular el valor del cambio de la energía libre de Gibbs a partir de su valor estándar, presión y temperatura.

$$\Delta G_{an} = \Delta G_{an}^0 - RT \ln(P_{H_2}), \quad (4.4)$$

$$\Delta G_{ca} = \Delta G_{ca}^0 - \frac{RT}{2} \ln(P_{O_2}), \quad (4.5)$$

donde la energía libre estándar está dada por:

$$\Delta G^0 = \Delta H^0 - T\Delta S^0. \quad (4.6)$$

La entropía y entalpía estándar para temperaturas diferentes a 298 K se pueden calcular a partir de las fórmulas:

$$\Delta H^0(T) = \Delta H_{298}^0 + \alpha(T - 298) + \beta \frac{T^2 - 298^2}{2} + \gamma \frac{T^3 - 298^3}{3}, \quad (4.7)$$

$$\Delta S^0(T) = \Delta S_{298}^0 + \alpha \ln\left(\frac{T}{298}\right) + \beta(T - 298) + \gamma \frac{T^2 - 298^2}{2}. \quad (4.8)$$

Los valores utilizados para la solución de las ecuaciones mencionadas se obtienen de [Peraza et al. \(2008\)](#), se presentan en la Tabla 4.1.

	ΔH^0	ΔS^0	α	β	γ
Hidrógeno	0	130.684	29.038	-0.8356×10^{-3}	2.0097×10^{-6}
Oxígeno	0	205.138	25.699	12.966×10^{-3}	-3.8581×10^{-6}
Agua	-285.83×10^3	69.91	30.33	9.6056×10^{-3}	1.1829×10^{-6}

Tabla 4.1: Entropías y Entalpías Estándar.

Los sobrepotenciales previamente descritos se integran al modelo utilizando elementos disipadores R . Las ecuaciones constitutivas de los elementos que representan el sobrepotencial de activación en cada electrodo son:

$$\eta_{an} = \frac{RT}{\alpha_{an} nF} \ln\left(\frac{I}{I_{0_an}}\right), \quad (4.9)$$

$$\eta_{ca} = \frac{RT}{\alpha_{ca} nF} \ln\left(\frac{I}{I_{0_ca}}\right). \quad (4.10)$$

El fenómeno de pérdida de energía relacionado con la difusión se modela utilizando una variante de la ecuación de Butler-Volmer,

$$\eta_{dif} = \frac{RT}{\beta nF} \ln \left(1 - \frac{I}{I_{lim}} \right), \quad (4.11)$$

donde β es un coeficiente empírico relacionado con la difusión y I_{lim} es la corriente límite de difusión. En Bagotsky (2005) se expone un análisis de estas ecuaciones y su aplicación en los fenómenos electroquímicos.

Finalmente, la resistencia eléctrica de la membrana se considera como el origen de las pérdidas óhmicas en la celda, esta resistencia se modelan como:

$$R_{mem} = \frac{l}{\sigma(\lambda)A}, \quad (4.12)$$

donde A y l son el área de la membrana y su espesor. La resistividad de la membrana $\sigma(\lambda)$ depende de la temperatura y humedad como se aprecia en la siguiente ecuación obtenida del trabajo de Saïssset (2004).

$$\sigma(\lambda) = \frac{0.0055(\lambda - 0.634 - 3I)e^{(1267(\frac{1}{303} - \frac{1}{T}))}}{(1 + 0.03I + 0.062(\frac{T}{303})^2 I^{2.5})}. \quad (4.13)$$

Las transformaciones mencionadas tiene un efecto en la temperatura de la celda. Este efecto se integra al modelo a través del esquema Bond Graph propuesto por Mzoughi et al. (2015) que asume la celda de combustible como un bloque uniforme representado por un elemento capacitivo C donde se acumulan los flujos de energía mencionados. El modelo involucra un fuente de esfuerzo $Se : T_{amb}$ que representa la temperatura ambiente. Adicionalmente, dos elementos resistivos se utilizan para representar los fenómenos de transferencia de calor de conducción R_{cond} y convección R_{conv} entre la celda y el medio ambiente.

El modelo Bond Graph/pseudo-Bond Graph se presenta en la Figura 4.1. Es importante clarificar que la temperatura modifica el comportamiento de varios de los elementos que componen el sistema, por esta razón aparece como una señal. Las transformaciones electroquímicas que ocurren en ambos canales se condensan en los rectángulos *Ánodo* y *Cátodo* para simplificar el modelo. Los transformadores TF_{an} y TF_{ca} corresponden a las ecuaciones 4.1 y 4.2.

$$P_{v,an} = \frac{m_{v,an}RT}{M_{H_2O}V'_{an}}, \quad (4.17)$$

donde m_x es la masa del gas x , R es la constante de los gases, T la temperatura, V'_{an} el volumen del canal del ánodo, M_x la masa molar del gas x y $P_{x,an}$ la presión parcial del gas x en el canal del ánodo. Es importante recordar que $P_{an} = P_{v,an} + P_{H_2}$. A partir de la ecuaciones 4.16 y 4.17 se selecciona la presión como variable de esfuerzo y se establece la relación con el flujo másico, adicionalmente permite la definición de elementos capacitivos que representan la cantidad de gas en el canal del ánodo.

La cantidad de hidrógeno que se consume en la reacción química depende de la corriente de las celdas de combustible y la cantidad de celdas en el stack, se utiliza la ecuación 4.18 para estimar el valor.

$$\dot{m}_{H_2,rea} = M_{H_2} \frac{aI_{fc}}{2F}, \quad (4.18)$$

donde I_{fc} corresponde a la intensidad de corriente, F la constante de Faraday y a el número de celdas. Este valor no depende de las variables de flujo y esfuerzo para el canal, por lo que se representa como una fuente de flujo modulada.

En el caso del canal del cátodo se considera la alimentación de aire como una mezcla de tres especies. Las ecuaciones para el balance de masa en el canal del cátodo son:

$$\frac{dm_{O_2}}{dt} = \dot{m}_{O_2,in} - \dot{m}_{O_2,out} - \dot{m}_{O_2,rea}, \quad (4.19)$$

$$\frac{dm_{N_2}}{dt} = \dot{m}_{N_2,in} - \dot{m}_{N_2,out}, \quad (4.20)$$

$$\frac{dm_{v,ca}}{dt} = \dot{m}_{v,ca,in} - \dot{m}_{v,ca,out} + \dot{m}_{v,mem} + \dot{m}_{v,rea}, \quad (4.21)$$

donde $\dot{m}_{x,in}$ y $\dot{m}_{x,out}$ corresponden al flujo másico de entrada y salida del gas x , $\dot{m}_{v,mem}$ corresponde a la transferencia de agua entre ambos canales y $\dot{m}_{x,rea}$ la cantidad de gas x utilizado en la reacción química. Se complementa con la ley de gases ideales para conocer la presión parcial de las especies en el canal del cátodo y construir un pseudo-Bond Graph con la presión y el flujo másico.

$$P_{O_2} = \frac{m_{O_2}RT}{M_{O_2}V'_{ca}}, \quad (4.22)$$

$$P_{N_2} = \frac{m_{N_2}RT}{M_{N_2}V'_{ca}}, \quad (4.23)$$

$$P_{v,ca} = \frac{m_{v,ca}RT}{M_{H_2O}V'_{ca}}, \quad (4.24)$$

donde V'_{ca} corresponde al volumen del canal del cátodo. Las ecuaciones anteriores permiten calcular la presión en el canal del cátodo debido a la relación: $P_{ca} = P_{O_2} + P_{N_2} + P_{v,ca}$.

Finalmente, la cantidad de oxígeno consumido en la reacción química y la cantidad de agua generada durante esa reacción, dependen de la intensidad de corriente I_{fc} en la celda, la constante de Faraday F y el número de celdas a como se muestra en las ecuaciones 4.25 y 4.26.

$$\dot{m}_{O_2,rea} = M_{O_2} \frac{aI_{fc}}{4F}, \quad (4.25)$$

$$\dot{m}_{v,rea} = M_{H_2O} \frac{aI_{fc}}{2F}. \quad (4.26)$$

El transporte de agua entre ambos canales a través de la membrana depende de dos fenómenos: las moléculas de agua que son arrastradas por los protones al atravesar la membrana (arrastre electro-osmótico) y el gradiente de concentración de agua en la membrana que produce una difusión inversa, usualmente del cátodo hacia el ánodo. Combinando los dos mecanismos se obtiene la fórmula para el transporte de agua en la membrana (Pukrushpan et al., 2004).

$$\dot{m}_{v,mem} = M_{H_2O} A_{fc} a \left(\frac{\eta_d I_{fc}}{F} - D_w \frac{c_{v,ca} - c_{v,an}}{t_{mem}} \right). \quad (4.27)$$

La Figura 4.2 muestra el modelo *pseudo*-Bond Graph del campo fluido del la celda de combustible.

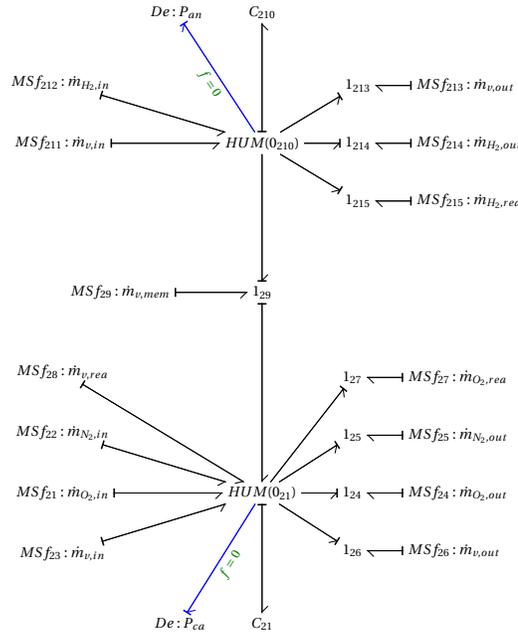


Figura 4.2: *Pseudo*-Bond Graph del conjunto Cátodo - Ánodo con causalidad integral preferente.

4.2. Convertidor

El sistema de celdas de combustible considerado involucra un convertidor CD - CD. El convertidor seleccionado es un Boost Conmutado de Tierra Flotante (FIBC) de 4 piernas que se presenta en [Kabalo et al. \(2011\)](#). Esta configuración de etapas conmutadas produce un risiso de corriente de menor magnitud en las terminales de las celdas de combustible que un convertidor simple por lo que no requiere un filtro a la entrada y su configuración de salida tiene una tensión de salida mayor para componentes más pequeños. Adicionalmente, se consideran los resultados propuestos en [Kabalo et al. \(2012\)](#) para evitar el uso de un convertidor de 6 piernas.

El diagrama eléctrico del convertidor seleccionado se muestra en la Figura 4.3. El circuito contiene seis almacenadores de energía en total, cuatro elementos inductivos y dos capacitivos. El circuito solamente considera la pérdidas por resistencia de las inductancias. La conmutación en el circuito está gobernada por cuatro interruptores que se alimentan por señales de PWM de la misma magnitud, período (T_s) y ciclo de trabajo (D), pero desfasadas $\frac{T_s}{4}$.

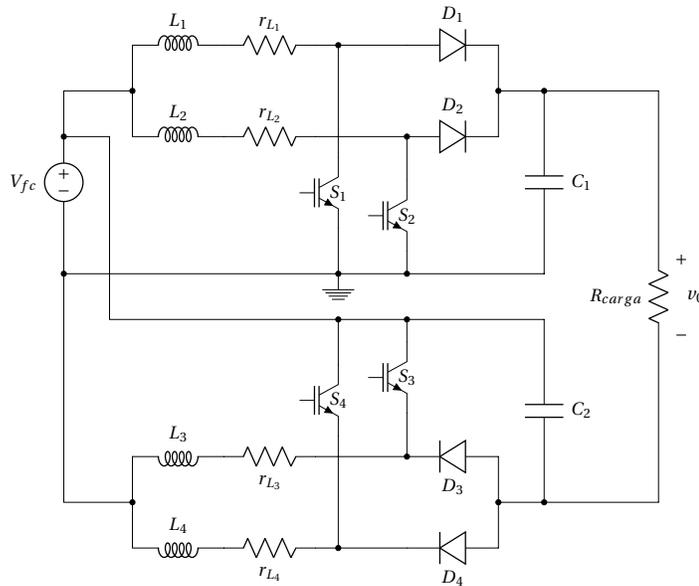


Figura 4.3: Convertidor FIBC-4.

El proceso de modelado del circuito eléctrico se muestra en el Apéndice E. El conjunto de ecuaciones matemáticas 4.28 a 4.33 describen el comportamiento del convertidor.

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{1}{L_1} [V_{fc} - r_{L_1} i_{L_1}(t) - (1 - s_1) v_{C_1}(t)], \quad (4.28)$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{1}{L_2} [V_{fc} - r_{L_2} i_{L_2}(t) - (1 - s_2) v_{C_1}(t)], \quad (4.29)$$

$$\frac{di_{L_3}(t)}{dt} = \frac{1}{L_3} [V_{fc} - r_{L_3} i_{L_3}(t) - (1 - s_3) v_{C_2}(t)], \quad (4.30)$$

$$\frac{di_{L_4}(t)}{dt} = \frac{1}{L_4} [V_{fc} - r_{L_4} i_{L_4}(t) - (1 - s_4) v_{C_2}(t)], \quad (4.31)$$

$$\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[(1 - s_1) i_{L_1}(t) + (1 - s_2) i_{L_2}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}} \right], \quad (4.32)$$

$$\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[(1 - s_3) i_{L_3}(t) + (1 - s_4) i_{L_4}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}} \right], \quad (4.33)$$

donde:

- s_n representa el estado del interruptor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Con valor 1 cuando está encendido y 0 cuando está apagado.
- L_n representa el valor del inductor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Para el modelado se consideran iguales.
- r_{L_n} representa la resistencia del inductor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Para el modelado se consideran iguales.
- C_n representa el valor del capacitor $n \in \{1, 2\}$. Para el modelo los capacitores se consideran iguales e ideales.

El diagrama BG del convertidor seleccionado se muestra en la Figura 4.4. El circuito original considera una fuente ideal de voltaje, sin embargo, debido a la curva de comportamiento de la celda, esta fuente estará representada por una fuente modulada para diagrama Bond Graph del convertidor individual. Se utilizan transformadores para representar el comportamiento de los interruptores S_1 a S_4 donde la constante es 1 cuando el interruptor está abierto y 0 cuando está cerrado.

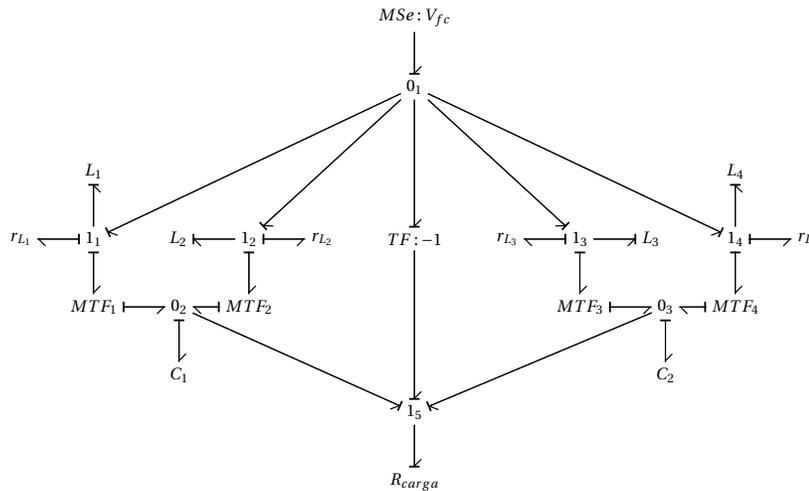


Figura 4.4: Bond Graph del Convertidor FIBC-4.

4.3. Humidificador

Los humidificadores de membrana son dispositivos que se han utilizado para humidificar gases y están bajo estudio para aplicaciones de celdas de combustible de membrana intercambio protónico (PEMFC).

El humidificador consiste de dos canales separados por una membrana permeable, en algunos casos de utiliza (Nafion 117[®]). Por un canal circula gas seco y por el otro circula agua que puede provenir del sistema de enfriamiento de la celda. El agua penetra a través de la membrana del ambiente húmedo hacia el canal del gas seco debido al gradiente de concentración que existe a través de la membrana. Este proceso resulta en la humidificación del gas seco que ingresa al dispositivo. El modelo conceptual se muestra en la Figura 4.5a.

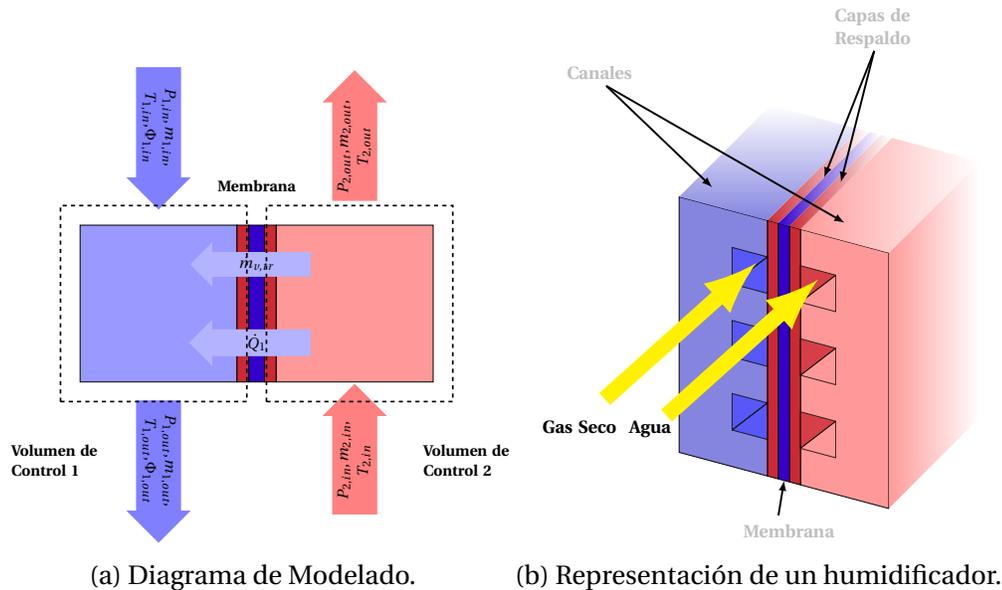


Figura 4.5: Humidificador de Membrana.

Chen et al. (2008) proponen el modelo matemático de un humidificador de membrana desde un punto de vista térmico, su estudio presenta resultados experimentales para validar su propuesta. El análisis parte de dos volúmenes de control que se muestran en la Figura 4.5a.

El volumen de control 1 corresponde al canal por donde circula el aire seco y el volumen de control 2 al canal de agua. Existe una transferencia de calor y moléculas de agua entre ambos canales, por lo que la temperatura y flujo de ambas sustancias es diferente al salir del dispositivo. En el canal del aire seco se consideran aire y vapor de agua por separado. Después de un balance de materia y energía se obtienen las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{a,1}u_{a,1} + \dot{m}_{v,1}u_{v,1} + m_{a,1}\dot{u}_{a,1} + m_{v,1}\dot{u}_{v,1} = \dot{Q}_1 + \dot{m}_{a,in}h_{a,in} + \dot{m}_{v,in}h_{v,in} + \dots \\ \dot{m}_{v,tr}h_{mem} - \dot{m}_{a,out}h_{a,out} - \dot{m}_{v,out}h_{v,out}, \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$m_{w,2}c_{p_w}\dot{T}_{2,out} = -\dot{Q}_1 + \dot{m}_{2,in}h_{w,in} - \dot{m}_{2,out}h_{w,out} - \dot{m}_{v,tr}h_{mem}, \quad (4.35)$$

$$\frac{dm_{a,1}}{dt} = \dot{m}_{a,in} - \dot{m}_{a,out}, \quad (4.36)$$

$$\frac{dm_{v,1}}{dt} = \dot{m}_{v,in} - \dot{m}_{v,tr} - \dot{m}_{v,out}, \quad (4.37)$$

$$\frac{dm_{w,2}}{dt} = \dot{m}_{2,in} - \dot{m}_{2,out} - \dot{m}_{v,tr}, \quad (4.38)$$

donde \dot{Q}_1 representa la transferencia de calor entre ambos canales, es positivo para el volumen de control 1 y negativo para el volumen de control 2. La transferencia de entalpía como parte de la transferencia de masa $\dot{m}_{v,tr}$ entre ambos canales está representada por $\dot{m}_{v,tr}h_{mem}$, $\dot{m}_{x,in}$ y $\dot{m}_{x,out}$ corresponde a la entrada y salida del gas x .

La velocidad de transferencia de calor \dot{Q}_1 entre ambos volúmenes de control esta definida por la ecuación F.24.

$$\dot{Q}_1 = \bar{h}A\Delta T_{2/1}\eta_0, \quad (4.39)$$

donde A es el área de transferencia de calor, η_0 es la eficiencia de transferencia de calor, \bar{h} es el coeficiente de transferencia de calor y $\Delta T_{2/1}$ es la diferencia de temperatura entre las fluidos de ambos canales dada por 4.40 para un proceso en contra flujo.

$$\Delta T_{2/1} = \frac{(T_{w,in} - T_{g,out}) - (T_{w,out} - T_{g,in})}{\ln \frac{T_{w,in} - T_{g,out}}{T_{w,out} - T_{g,in}}}. \quad (4.40)$$

Esta transferencia se representa como una fuente modulada que depende de las cuatro temperaturas. Finalmente, para representar la transferencia de vapor de agua entre los dos volúmenes de control propuestos se utiliza la ecuación 4.41.

$$\dot{m}_{v,tr} = D_w \frac{c_2 - c_1}{t_w} M_v A, \quad (4.41)$$

donde c_1 y c_2 son las concentraciones de agua en los volúmenes de control 1 y 2 respectivamente. El espesor de la membrana es t_m . M_v es la masa molar del vapor de agua. A es el área de transferencia, en el caso del humidificador es el área de la membrana. Por lo que el flujo de entalpía se modela como una segunda fuente de flujo modulada. El análisis del convertidor se presenta en el Apéndice F. El modelo pseudo-Bond Graph resultante se presenta en la Figura 4.6.

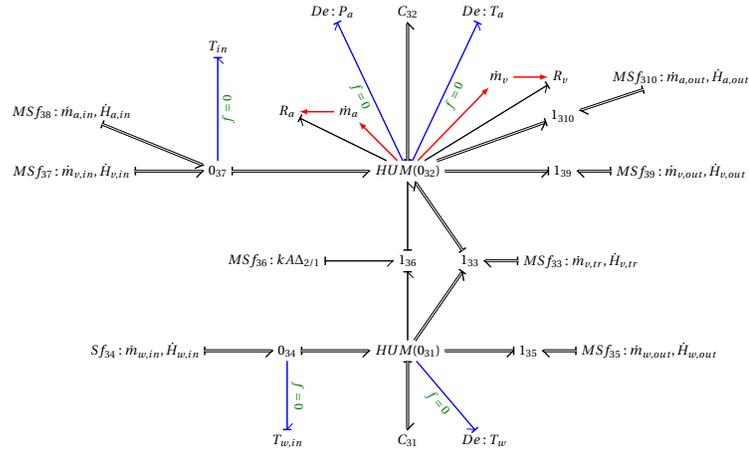


Figura 4.6: *Pseudo*-Bond Graph del humidificador con Causalidad Integral Preferente.

4.4. Válvulas de Control

Kancsár et al. (2017) presenta un trabajo enfocado al acondicionamiento del suministro de aire en la celda de combustible. De este trabajo se obtiene el esquema de válvula de control propuesto, el análisis matemático del que se obtiene el modelo se presenta en el Apéndice G. Las ecuaciones que describen el comportamiento de este esquema son:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= A \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{P_1^2}{R_g T_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}, \\ &= AP_1 \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{2}{R_g T_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

donde A corresponde a la apertura de la válvula, P_1 es la presión de entrada del fluido, P_2 es la presión de salida del fluido, κ es el índice isentrópico, R es la constante del gas, T es la temperatura y \dot{m} el flujo másico a través de la válvula. Para este modelo, el flujo es controlado variando la presión de entrada P_1 por un regulador de presión remoto. La ecuación del flujo está dada por:

$$\dot{m} = AP_1 \sqrt{\frac{2}{R_g T_1}} \psi, \quad (4.43)$$

donde

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(\Pi^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)}, \quad (4.44)$$

$$\Pi = \frac{P_2}{P_1}. \quad (4.45)$$

Para valores de Π superiores a un valor crítico, el comportamiento de la válvula se puede considerar lineal. Esto permite representar la válvula de control con el modelo Bond Graph propuesto en la Figura 4.7.

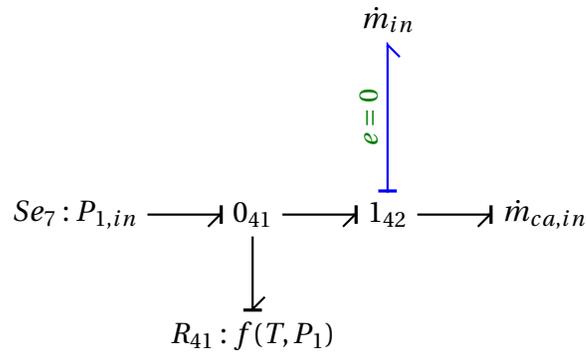


Figura 4.7: Bond Graph de la Válvula con Causalidad Integral Preferente.

La unión de los modelos Bond Graph de cada uno de los elementos presentados en este capítulo integra el modelo Bond Graph del sistema de celdas de combustible. Este modelo es mostrado en la Figura 4.8.

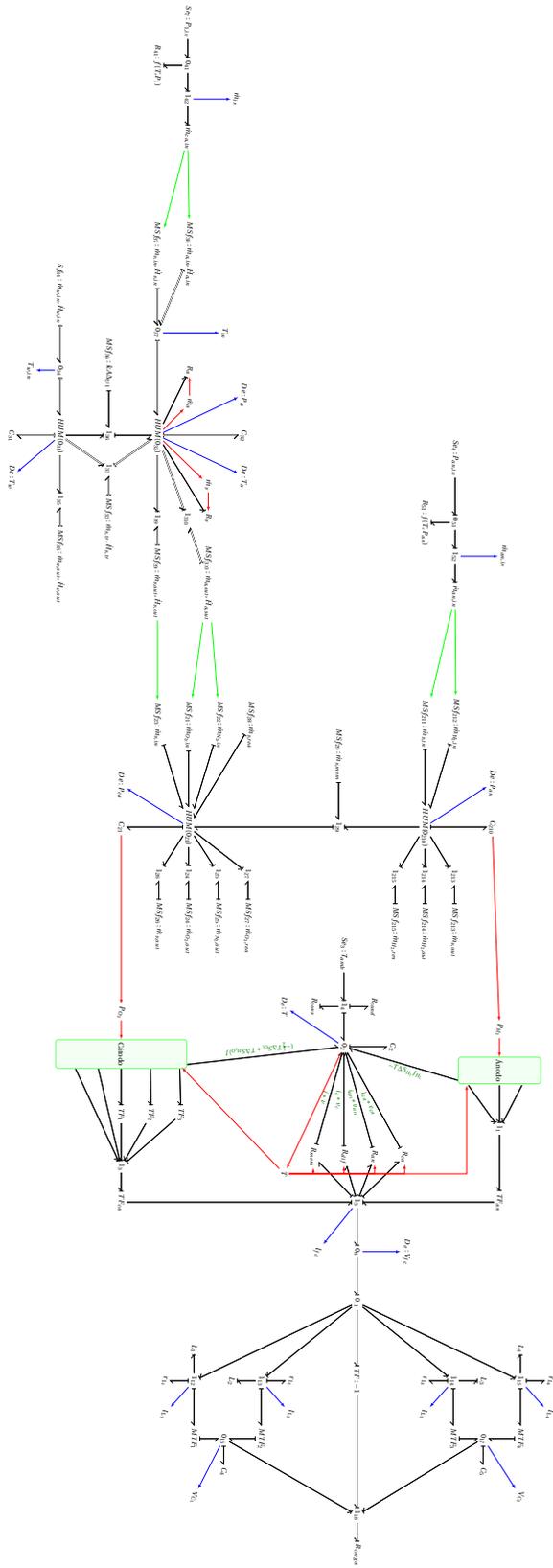


Figura 4.8: Bond Graph del sistema con Causalidad Integral Preferente.

Capítulo 5

Detección de Fallas

La metodología seleccionada para determinar las Relaciones de Redundancia Analítica (ARRs) se presenta en [Samantaray et al. \(2006\)](#) y [Ould-Bouamama et al. \(2012\)](#). Esta metodología se implementa en un sistema más sencillo en el Apéndice C con el fin de proporcionar una visión general de los resultados esperados. A continuación se presentan los pasos para implementar la metodología en el sistema de celdas de combustible.

1. Modelo de Comportamiento

El modelo de comportamiento corresponde al modelo Bond Graph del sistema con causalidad integral preferente, que se requiere para conocer el comportamiento del sistema. En el Apéndice B se sugiere un procedimiento para obtener el modelo citado. La localización de los sensores en el modelo siguen los principios citados por [Khemliche et al. \(2006\)](#). El modelo de comportamiento del sistema de celdas de combustible se presentó en la Figura 4.8.

2. Modelo con Causalidad Derivativa Preferente

El modelo de comportamiento se modifica para obtener un modelo de causalidad derivativa preferente. Este cambio se basa en el análisis realizado sobre el comportamiento de residuos para ambas causalidades. Después de este cambio, algunos de los sensores sufren un cambio de causalidad para cumplir con las reglas estructurales de las juntas mientras otros sensores pueden conservar su causalidad estructural. El modelo con causalidad derivativa preferente del sistema se muestra en la Figura 5.1, de donde se clasifican los sensores del sistema según su tipo y causalidad como se muestra a continuación:

- Causalidad Invertida de un sensor de esfuerzo (De): $De : P_a, De : T_a, De : T_w, De : P_{an}, De : P_{ca}, De : T_{fc}, V_{C_1}, V_{C_2}$.
- Causalidad Invertida de un sensor de flujo (Df): $I_{L_1}, I_{L_2}, I_{L_3}, I_{L_4}$.
- Causalidad no invertida en un sensor de esfuerzo (De): $T_{in}, T_{w,in}, De : V_{fc}$.
- Causalidad no invertida en un sensor de flujo (Df): $\dot{m}_{in}, \dot{m}_{an,in}, I_{fc}$.

3. Modelo de Diagnóstico

El modelo de diagnóstico se obtiene a partir de la sustitución de sensores y señales de control. En el caso de los sensores en el sistema, existen cuatro posibilidades:

- Causalidad Invertida de un sensor de esfuerzo (De).
- Causalidad Invertida de un sensor de flujo (Df).
- Causalidad no invertida en un sensor de esfuerzo (De) debido a una redundancia estructural.
- Causalidad no invertida en un sensor de flujo (Df) debido a una redundancia estructural.

Existe una sustitución del sensor resultante para cada caso, que resulta en un sensor virtual cuya salida es un residuo que se identifica con el símbolo (*). Las sustituciones propuestas se muestran en la Figura 5.2.

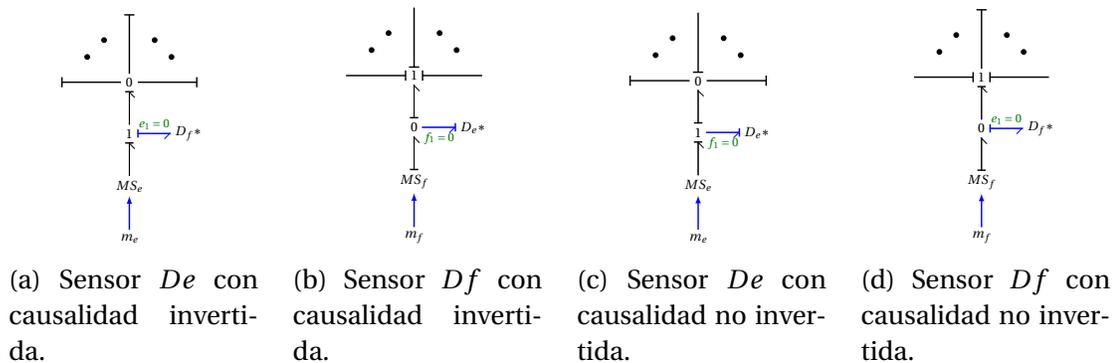


Figura 5.2: Sustituciones de sensores según su causalidad resultante.

Las sustituciones para los sensores con la causalidad no invertida comparan las magnitudes de la señal medida por el sensor y el valor esperado por el modelo de diagnóstico. Un sistema sin falla provoca una salida de cero en el sensor virtual mientras una falla provoca un valor de salida diferente de cero. En el caso de los sensores con causalidad invertida, el sensor virtual mide el efecto de la diferencia entre el valor medido por el sensor y el esperado por el modelo de diagnóstico; una diferencia entre estos valores provoca un cambio en el modelo de diagnóstico que se refleja en la variable complementaria.

Las señales de control presentan un caso especial de sustitución. Usualmente las salidas de control son conocidas y se pueden considerar como sensores virtuales, esta estructura se presenta en la Figura 5.3a. El residuo para un controlador es la comparación de la salida medida y la salida predicha por el algoritmo de control dados la salida y valores de referencia, la señal del sensor Ds se convierte a la fuente de señal S_s como se muestra en la Figura 5.3b. Esta sustitución no será utilizada en el modelo ya que el sistema no integra un esquema de control.

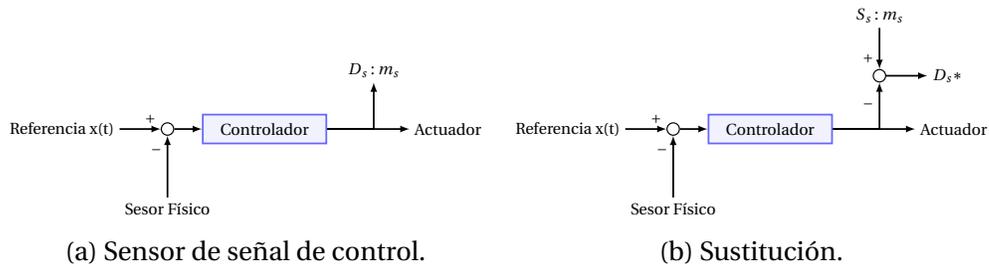


Figura 5.3: Señales de control.

El modelo del sistema con la sustitución de cada uno de los sensores se denomina **Modelo de Diagnóstico** y se presenta en la Figura 5.4. Los residuos creados por la sustitución de sensores se presentan en la Tabla 5.1.

Sensor	Residuo	Sensor	Residuo
Presión en el Canal de Aire del Humidificador (P_a)	r_1	Voltaje del Stack (V_{fc})	r_{10}
Temperatura de Salida de Agua del Humidificador (T_w)	r_2	Temperatura del Stack (T)	r_{11}
Temperatura del Canal de Aire del Humidificador (T_a)	r_3	Intensidad de Corriente del Stack (I_{fc})	r_{12}
Temperatura de Entrada de Agua del Humidificador ($T_{w,in}$)	r_4	Intensidad de Corriente del Inductor 1 (i_{L_1})	r_{L_1}
Temperatura de Aire de Entrada del Humidificador (T_{in})	r_5	Intensidad de Corriente del Inductor 2 (i_{L_2})	r_{L_2}
Flujo Másico de Aire (\dot{m}_{in})	r_6	Intensidad de Corriente del Inductor 3 (i_{L_3})	r_{L_3}
Flujo Másico de Hidrógeno ($\dot{m}_{an,in}$)	r_7	Intensidad de Corriente del Inductor 4 (i_{L_4})	r_{L_4}
Presión del Canal del Cátodo (P_{ca})	r_8	Voltaje en el Capacitor 1 (v_{C_1})	r_{C_1}
Presión del Canal del Ánodo (P_{an})	r_9	Voltaje en el Capacitor 2 (v_{C_2})	r_{C_2}

Tabla 5.1: Relación Sensor - Residuo.

Las sustituciones anteriores generan un Modelo Bond Graph cuyas ecuaciones constitutivas corresponden a la estructura de las relaciones de redundancia analíticas (ARR):

$$ARR : f(De, Df, Se, Sf, MSe, MSf, u, \Theta) = 0. \tag{5.1}$$

El modelo de diagnóstico se utiliza para determinar los caminos de causalidad en el sistema que permiten crear la **Tabla de Firmas de Fallas** (Tabla 5.2). Los componentes del sistema son dispuestos en la primera columna, las columnas subsecuentes reciben nombre de cada uno de los residuos definidos en el modelo de diagnóstico. La intersección entre renglón y columna define la relación entre el componente y el residuo; si los caminos de causalidad asociados al residuo incluyen el componente, adquiere un valor de 1 y en caso contrario valor de 0.

Las siguientes dos columnas se identifican como **D** por **Detección** e **I** por **Identificación**. Los valores de la columna **D** dependen de cada renglón por individual, el valor es 1 siempre y cuando exista un 1 en ese renglón o 0 en caso contrario. Esta columna clasifica las fallas de los elementos del sistema que pueden ser detectadas (valor de 1) de las que no pueden ser detectadas (valor de 0). La columna **I** indica las fallas que pueden ser identificadas utilizando la misma clave. El valor para cada renglón se define a partir del conjunto de renglones, su valor es 1 cuando la combinación de todos los residuos en ese renglón es única (ningún otro renglón tiene esa combinación) o 0 cuando al menos dos renglones tienen esa combinación.

A partir de la tabla podemos verificar que fallas en los diversos elementos del sistema son detectables, sin embargo aislar la falla en los componentes individuales de la celda, inductores e interruptores del convertidor no es posible.

4. Rangos de los Residuos

Los primeros tres pasos de la metodología derivan en un modelo de comportamiento, un modelo de diagnóstico y una tabla de firma de fallas. Estos tres elementos se utilizan para conocer el desempeño del modelo de diagnóstico y establecer los rangos de disparo de los diversos sensores.

Los rangos de disparo de cada residuo se establecen a partir de las características del proceso, características de los sensores y las fallas que se desean detectar. La tolerancia de los sensores indica el cambio mínimo que puede detectar, por lo que fallas que provoquen cambios de una magnitud menor no van a ser detectadas. El proceso de modelado involucra incertidumbre en la caracterización de los parámetros, además el proceso de adquisición de datos involucra ruido de fondo. Por lo tanto, los rangos de disparo de cada residuo deben absorber estas incertidumbres para evitar falsos positivos.

Para representar este proceso se utiliza como ejemplo el sensor de voltaje del stack que es la base para la creación del residuo r_{10} . La sustitución de este sensor genera un residuo que muestra la diferencia entre el valor medido por el sensor y el pronosticado por el modelo. El proceso de medición y adquisición de la señal del sensor contiene ruido que modifica los datos reportados por el sensor; cada sensor integra diferentes niveles de ruido especificados por el fabricante. El stack opera en el rango de 20 V a 70 V aproximadamente, un sensor común para estos rangos de operación ofrece una resolución de 0.01 V (incluido el ruido de adquisición); es decir, puede medir un cambio de 0.01 V entre sus terminales. Estos definen el valor inicial

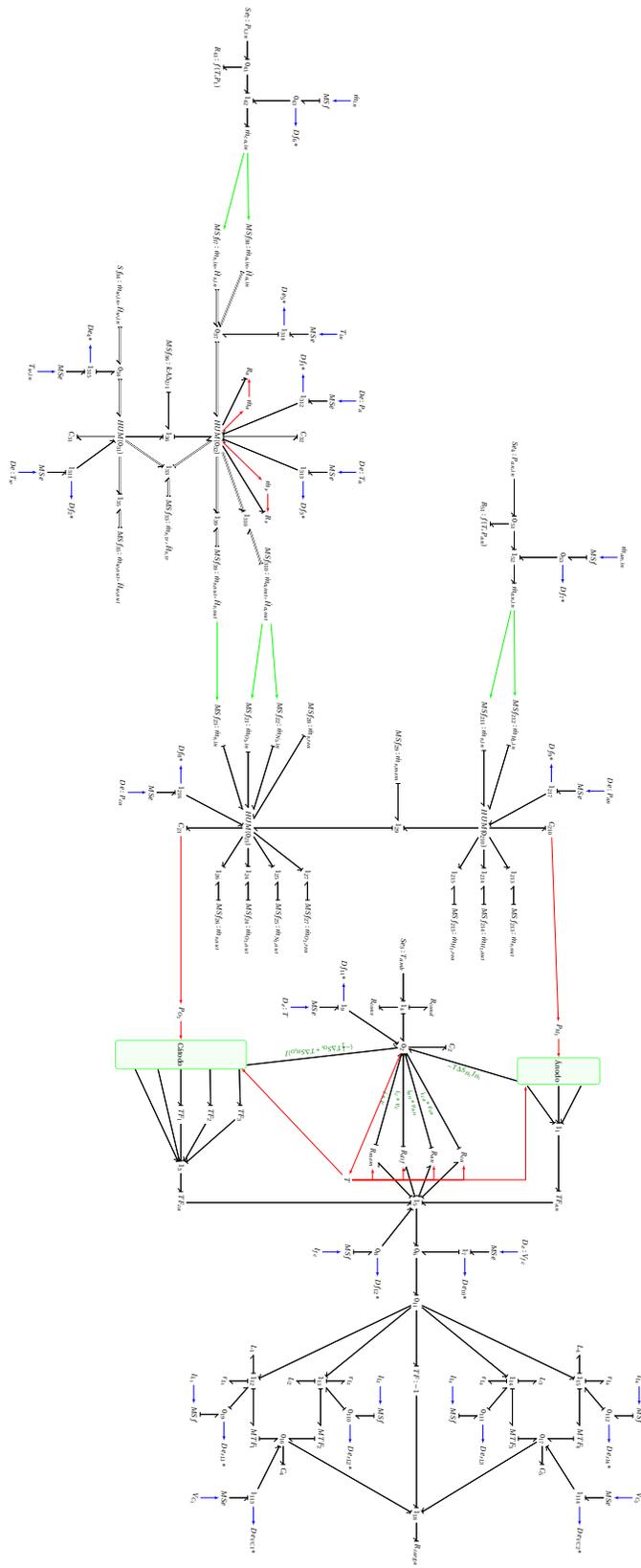


Figura 5.4: Modelo de Diagnóstico del Sistema de Celdas de Combustible.

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	r_{11}	r_{12}	r_{L_1}	r_{L_2}	r_{L_3}	r_{L_4}	r_{C_1}	r_{C_2}	D	I
Válvula de Hidrógeno (R_{51})	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Válvula de Aire (R_{41})	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Canal de Ánodo (C_{210})	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Canal de Cátodo (C_{21})	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Compartimento de Aire en Humidificador (C_{32})	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Compartimento de Agua en Humidificador (C_{31})	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Elementos Resistivos de la Celda (R_{mem} , R_{dif} , R_{an} , R_{ca})	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Temperatura de Celda T_{fc}	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Interrupción S_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
Interrupción S_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
Interrupción S_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
Interrupción S_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Inductancia L_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
Inductancia L_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
Inductancia L_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0
Inductancia L_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
Capacitor C_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
Capacitor C_2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1

Tabla 5.2: Firma de Fallas del Sistema de Celdas de Combustible.

del rango de disparo del residuo. Si los parámetros y el modelo representa de manera fiel el comportamiento del sistema, el modelo de diagnóstico puede detectar fallas que produzcan un cambio mayor a 0.01 V en la magnitud del residuo ya que el valor supera los rangos de disparo.

El segundo factor a considerar para determinar los rangos de disparo del residuos esta relacionado con las fallas que se desean detectar y el modelo de diagnóstico. Para empezar, el modelo del sistema contiene incertidumbres debidas a ajustes y presunciones en el modelado y la estimación de los parámetros. Esto implica que el valor medido en el sistema físico y el sistema de diagnóstico sean diferentes, derivando en un residuo diferente de cero sin que exista una falla en el sistema. Adicionalmente, cada componente tiene un umbral de operación, si el componente opera fuera de este rango fallará eventualmente y el esquema debe detectar cuando alguno de los componentes se aproxima a estas fronteras. Para configurar el modelo de diagnóstico con el fin de absorber estas desviaciones, se utilizan el modelo de comportamiento.

El modelo de comportamiento se modifica para integrar fallas con las magnitudes que se desean detectar y las señales de su sensores se conectan a las entradas de las fuentes moduladas del modelo de diagnóstico. En la señal se integra una fuente de ruido aleatorio para simular el ruido de adquisición. Con esta configuración se conoce el cambio en el valor del residuo para cada falla y se conoce el valor máximo que pueden tener los rangos de disparo para ser capaces de detectar la falla, es decir el rango del esquema de detección. Por ejemplo, si la presencia de agua en estado líquido incrementa el sobrepotencial del concentración del stack y se refleja como 0.5 V en el residuo; los rangos de disparo para este residuo deben ser menor a este valor para poder detectar si se presenta la falla.

Estos dos rangos de disparo se integran para determinar los rangos de disparo de cada residuo. Si el rango determinado por los sensores es mayor al rango del esquema de detección, es necesario cambiar el sensor ya que el esquema no detectaría los cambios mínimos deseados. Si el rango del sensor es menor o igual al rango del esquema de detección, el rango de residuo es igual al rango determinado por el esquema.

La matriz de firma de fallas muestra cuales residuos son redundantes, es decir residuos con la capacidad de detectar las mismas fallas. Se recomienda dejar estos residuos como respaldo durante la operación del sistema y utilizarlos para los diferentes escenarios que se pueden presentar, es decir la falla de uno de los sensores. La remoción de estos residuos puede generar o eliminar lazos algebraicos en el modelo de diagnóstico y es importante considerarlo si la eliminación de sensores es necesaria por motivos económicos o de complejidad.

Finalmente, el sistema de diagnóstico requiere determinar la derivada temporal las señales del sistema. Esta operación se calcula a través de una derivada discreta congruente con la frecuencia de muestreo de los sensores considerados. De esta forma, el mismo esquema puede ser utilizado para la detección de fallas en un sistema físico con la tarjeta de adquisición de datos adecuada. Los resultados obtenidos de aplicar la metodología en el sistema de celdas de combustible se presenta en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

Resultados y Conclusiones

A continuación se presentan el desempeño del esquema FDI propuesto ante la presencia de diversas fallas simuladas en el sistema. Recordando, tanto el Modelo de Diagnóstico como el Modelo de Comportamiento son modelos Bond Graph, y por lo tanto utilizar la librería *BGV 2.1* para su simulación representa la mejor alternativa por la bondades previamente mencionadas. Sin embargo, es importante aclarar que la librería tiene ciertas limitaciones que se vuelven más notorias conforme el modelo es más complejo.

En el caso particular de este trabajo, simular la interacción entre el Modelo de Comportamiento y el Modelo de Diagnóstico para conocer el desempeño del esquema involucra un costo computacional y un tiempo de simulación muy elevado. Este contratiempo se solucionó utilizando los sistemas de ecuaciones diferenciales algebraicas (DAE por sus siglas en inglés) que se derivan del Modelo Bond Graph. Es decir, el proceso de convertir el modelo Bond Graph en ecuaciones DAEs ya no lo realizó el programa por lo que el costo computacional se redujo.

Los resultados se muestran a través de gráficas temporales que presentan el comportamiento de los residuos definidos previamente en la Tabla 5.1. La revisión del comportamiento de los residuos para cada falla considerada se lleva a cabo utilizando solamente residuos cuya estructura indica que son sensibles a la falla y descarta aquellos que no lo son, sin embargo el comportamiento de los residuos presentados como inmunes conservaron una magnitud de cero durante el período de validación. Para representar los resultados se incluyen gráficas que muestran la magnitud del residuo en el tiempo. En cada gráfica existen líneas rojas intermitentes horizontales que representan el rango de disparo de los diversos residuos, mientras el eje vertical indica la magnitud y unidades.

La Figura 6.1 muestra la respuesta de los residuos r_{10} y r_{11} al aumentar la cantidad de agua dentro de la celda. Este cambio en la cantidad de agua representa la condensación de agua dentro del dispositivo, que es una de las mayores amenazas al desempeño del dispositivo. Esta es una falla incipiente que inicia en $t = 3$ s y se detecta por el residuo r_{10} en $t \approx 3.5$. El residuo r_{11} no alcanza a detectar la falla en el período de tiempo expuesto pero la tendencia muestra que lo detectará en $t > 10$.

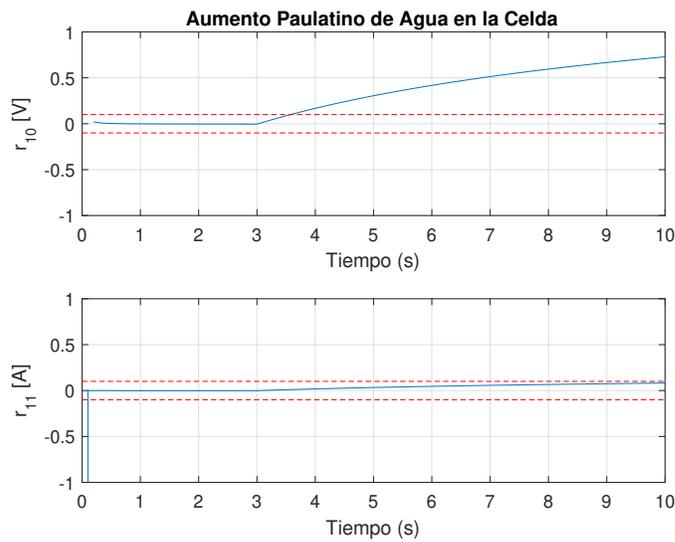


Figura 6.1: Respuesta de residuos r_{10} y r_{11} al aumentar la cantidad de agua en la celda.

En la Figura 6.2 se presenta la respuesta de los residuos r_1 , r_3 y r_6 a un bloqueo de 10 por ciento del área de flujo de la válvula de ingreso de aire en el tiempo $t = 7$ s a 7.5 s. Esta es una falla abrupta en el sistema detectada por los tres residuos pronosticados por la metodología.

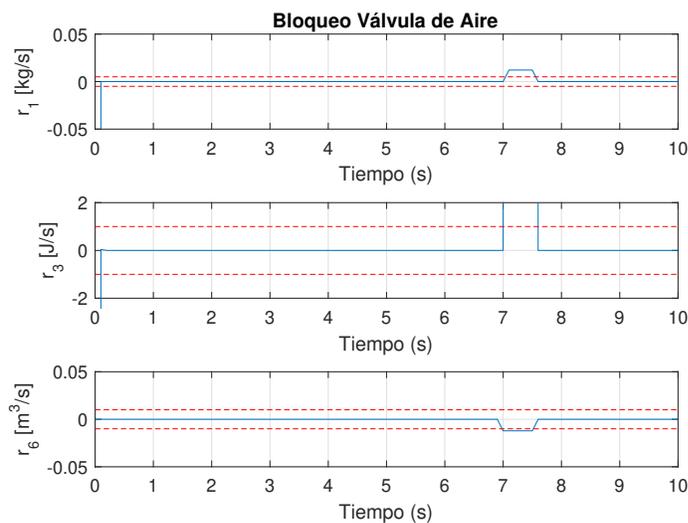


Figura 6.2: Respuesta de residuos r_1 , r_3 y r_6 a un bloqueo momentáneo de la válvula de aire.

Por otro lado, la Figura 6.3 muestra la respuesta a un bloqueo de 50 por ciento del área de flujo de la válvula de alimentación de hidrógeno de $t = 5$ s a $t = 5.5$ s. Los residuos r_7 y r_9 son

capaces de detectar la falla abrupta en el sistema como lo predice el esquema de fallas implementado.

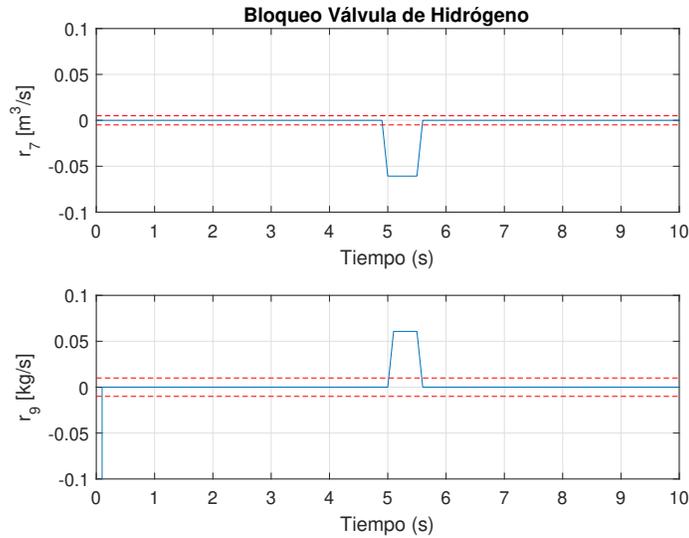


Figura 6.3: Respuesta de residuos r_7 y r_9 a un bloqueo momentáneo de la válvula de hidrógeno.

Otra posible falla del sistema es la condensación de agua en el humidificador. La estructura del humidificador es similar a una celda de combustible y la transferencia de agua de un canal hacia el otro puede producir la condensación de agua en gotas que el flujo de aire puede transportar a la celda de combustible afectando su desempeño. La Figura 6.4 muestra la respuesta de los residuos r_2 y r_3 a esta falla incipiente.

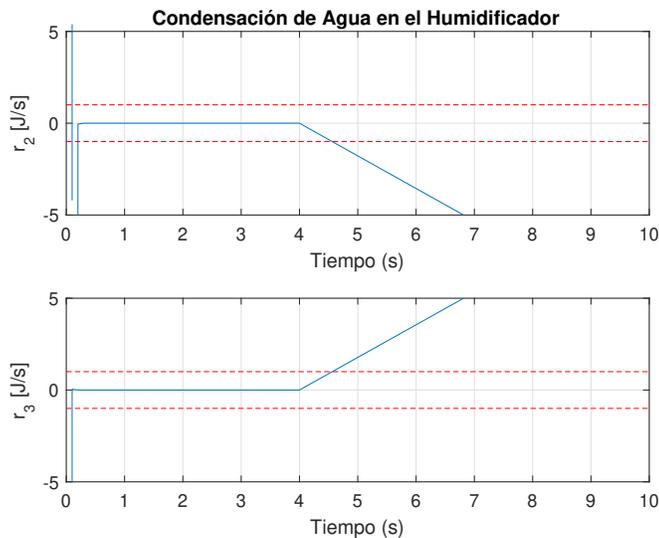


Figura 6.4: Respuesta de residuos r_2 y r_3 a la condensación de agua en el humidificador.

Finalmente se muestra la respuesta del residuo r_{18} a una falla del interruptor S_4 en $t = 3$ s en la Figura 6.5.

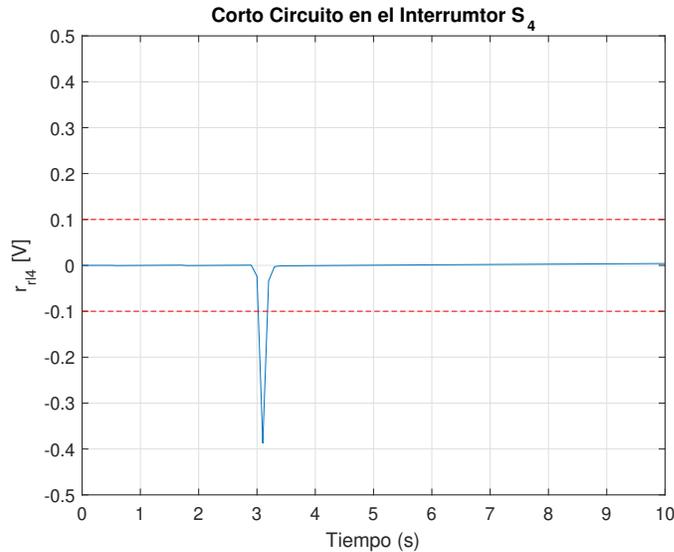


Figura 6.5: Respuesta del residuo r_{18} a la falla del interruptor S_4 .

Las gráficas previas muestran el comportamiento de los diversos residuos del esquema de detección de fallas, que coinciden con el comportamiento predicho por la **Tabla de Firma de Falas** (Tabla 5.2).

Estos resultados nos permiten concluir que los pasos propuestos derivan en la formulación de un **Modelo Bond Graph de Diagnóstico** (Figura 5.4) que en conjunto con la Tabla de Firma de Fallas permite detectar la presencia de fallas en el sistema que se supervisa. El proceso es simple en estructura, pero requiere el cumplimiento de algunas condiciones para que exista.

El **Modelo Bond Graph de Comportamiento** (Figura 4.8) debe representar bajo condiciones prácticas el comportamiento del sistema debido a que es la base para la formulación del esquema. Aunque la metodología de modelado Bond Graph está considerada para plasmar el modelo a partir del entendimiento e interpretación de las transformaciones de energía llevadas a cabo en el sistema, la formulación también se puede derivar de un modelo matemático previamente propuesto o crear un sistema de ecuaciones a partir del modelo Bond Graph.

La transformación del modelo de comportamiento a un modelo con causalidad derivativa preferente puede involucrar varios retos según la configuración del modelo. El primer reto se debe a las ecuaciones constitutivas de los elementos resistivos, recordando que uno de los pasos del procedimiento SCAP es asignar la causalidad a los elementos resistivos cuya ecuación característica no tiene una inversa única. Si la transformación del modelo de comportamiento involucra el cambio de causalidad de un elemento resistivo cuya ecuación característica no

tiene un inversa única o tiene una inversa discontinua, la definición del modelo de diagnóstico puede volverse complejo.

Otro reto de esta transformación que se presentó en el modelado de la celda de combustible y el humidificador surge de considerar las especies de la mezcla de aire de forma individual para el modelado. Cuando el objetivo es representar el comportamiento del sistema, considerar las especies se traduce en la integración de los efectos individuales. Cuando se desea una causalidad derivativa preferente, las ecuaciones de comportamiento de los elementos almacenadores de energía requieren determinar la derivada parcial de cada componente. Esta derivada parcial no se puede obtener de las mediciones proporcionadas por sensores, ya que estos elementos miden los efectos del conjunto y no los componentes. Para este caso de estudio se asume la presencia de un medidor de humedad relativa que permite conocer la presión parcial del vapor de agua para la temperatura de la mezcla, y se utilizan la ley del Gas Ideal para conocer las derivadas de los otros componentes. Sin embargo, la existencia de sistemas donde estas herramientas no estén disponibles no se descarta y la formulación del modelo con causalidad derivativa preferente no sería posible con este enfoque.

Las sustituciones propuestas para crear el Modelo de Diagnóstico a partir del modelo con causalidad derivativa preferente es sencillo en procedimiento y la creación de los residuos es evidente. Adicionalmente, la creación de la Tabla de Firma de Fallas es sencillo gracias al concepto de camino de causalidad que permite relacionar los residuos virtuales con los elementos del sistema. Finalmente, concluir la tabla con las columnas de detección y localización es posible a partir del contenido de la misma. La detección de una falla es posible siempre que exista al menos un camino de causalidad del elemento a un residuo. Mientras que su localización depende de la existencia de una configuración única de residuos.

El procedimiento otorga una herramienta muy poderosa para evaluar el esquema antes de ser implementado. La conexión del sistema de comportamiento con el sistema de diagnóstico permite determinar los cambios mínimos que puede detectar el esquema a partir de los sensores físicos seleccionados para el monitoreo. Por ejemplo, la detección de una falla que se manifiesta por un cambio de magnitud de 100 Pascales no puede ser detectada por un sensor cuya tolerancia es de 500 Pascales.

Adicionalmente, la presencia de ruido de adquisición asociado a cada sensor establece la necesidad de seleccionar los rangos de disparo de cada residuo. El comportamiento del esquema ante este ruido se puede explorar integrando señales aleatorias, que representen el ruido de adquisición a la señal de los sensores del modelo de comportamiento.

La creación del esquema es más sencilla conforme aumenta la cantidad de sensores presentes en el sistema; y esto puede influir en la decisión de cuantos sensores son deseables en el sistema. También es importante resaltar que de forma teórica la cantidad de configuraciones de residuos posibles para un sistema está dada por $2^n - 1$ donde n es el número de sensores, y se podría asumir que se podrían aislar fallas en esa misma cantidad de elementos; sin embargo

la estructura del modelo evita que esto suceda y la capacidad de método para aislar fallas es menor a esta cantidad.

Existen condiciones de operación donde sólo se desea la detección de la falla en un elemento en particular, el modelo Bond Graph permite crear una ARR específica para este propósito y ubicar el sensor en la posición necesaria para este fin a partir de los caminos de causalidad.

Trabajos Futuros

El modelo presentado para el comportamiento de la celda de combustible incluye bloques de comportamiento para la representación de la reacción química y un *pseudo*-Bond Graph para representación del suministro de los gases. Existe una representación Bond Graph de una celda de óxido sólido propuesta por Vijay et al. (2008), que utiliza relaciones termodinámicas para la formulación de un modelo Bond Graph. Las mismas bases se pueden utilizar para la formulación de un modelo Bond Graph de una celda PEMFC para incluir en el modelo del sistema completo.

Una situación similar se presenta en el modelo del humidificador, que parte de un modelo térmico y deriva en la presentación de un *pseudo*-Bond Graph que se podría convertir en Bond Graph a partir de relaciones termodinámicas.

Con se mostró en la Tabla 5.2, la metodología permite la creación de los residuos pero la estructura del modelo puede evitar la generación de firmas únicas y la localización de las fallas. Para complementar la metodología es posible utilizar los caminos de causalidad para crear modelos Signed Bond Graph buscando la localización de las fallas restantes.

En el caso del modelo del convertidor propuesto, el modelo sólo integra las pérdidas por la resistencia eléctrica de la inductancia, por lo que se proponen mayores esfuerzos para incluir las pérdidas debidas a la operación de los otros componentes (capacitores y semiconductores). Así mismo, el modelo representa el comportamiento del circuito en un régimen de conducción continua (CCM) y un modelo que represente ambas condiciones de operación (Conducción Continua y Conducción Discontinua) aún no se ha reportado.

Apéndice A

Bond Graph

Los símbolos propuestos por la metodología Bond Graph se muestran en la Tabla A.1, donde se incluye su ecuación constitutiva.

Funciones Básicas			
Elemento	Símbolo	Causalidad	Ecuación
Fuente de Esfuerzo (Modulada)	(M)Se \longrightarrow	Necesaria	
Fuente de Flujo (Modulada)	(M)Sf \longleftarrow	Necesaria	
Transformador (Modulado)	\longrightarrow (M)TF \longrightarrow \longleftarrow (M)TF \longleftarrow	Estructural	$e_2 = (e_1/T), f_1 = (f_2/T)$ $f_2 = T f_1, e_1 = T e_2$
Girador (Modulado)	\longrightarrow (M)GY \longleftarrow \longleftarrow (M)GY \longrightarrow	Estructural	$f_2 = (e_1/G), f_1 = (e_2/G)$ $e_2 = G f_1, e_1 = G f_2$
Resistivo	\longrightarrow R: R_i \longleftarrow R: R_i	Esfuerzo Flujo	$f = \frac{1}{R} e$ $e = R f$
Capacitivo	\longrightarrow C: C_i \longleftarrow C: C_i	Diferencial Integral	$f = C \frac{de}{dt}$ $e = \frac{1}{C} \int f dt$
Inductivo	\longrightarrow I: L_i \longleftarrow I: L_i	Integral Diferencial	$f = \frac{1}{L} \int e dt$ $e = L \frac{df}{dt}$

Tabla A.1: Enlaces con Causalidad Definida.

Además de los elementos presentados en la Tabla A.1, existen las juntas que permiten establecer las relaciones entre los elementos. Las ecuaciones constitutivas de cada junta se muestran junto a su símbolo en las Figuras A.1a y A.1b.

Adicionalmente se utilizan recursos gráficos para representar secciones o elementos de un sistema que requieren mayores esfuerzos para ser representados por los elementos básicos. Los recursos más utilizados consisten en remplazar secciones del sistema por bloques o juntas con propiedades especiales.

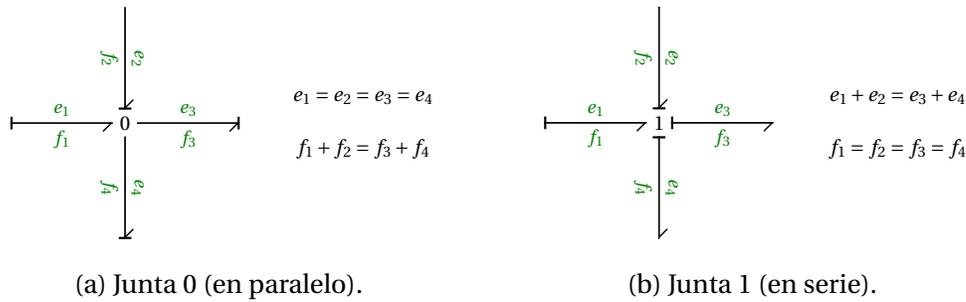


Figura A.1: Representación de Juntas en Modelado Bond Graph.

Las variables propuestas para el modelado Bond Graph de los diferentes campos energéticos se muestran en la Tabla A.2, tomadas de Thoma and Ould-Bouamama (2013).

Campo	e : Esfuerzo (unidades)	f : Flujo (unidades)
Eléctrico	V : Diferencia de Potencial (V)	I : Intensidad de Corriente (A)
Mecánico	F : Fuerza (N)	v : Velocidad (m/s)
Químico	μ : Potencial Químico (J/mol)	\dot{n} : Flujo Molar (mol/s)
Fluídico	P : Presión (P)	\dot{V} Flujo Volumétrico (m^3/s)
Termodinámico	T : Temperatura (K)	\dot{S} : Flujo de Entropía (J/Ks)

Tabla A.2: Variables de Esfuerzo y Flujo.

Las variables presentadas en la Tabla A.2, los símbolos presentados en la Tabla A.1 y las uniones descritas en las Figuras A.1a y A.1b conforman la metodología de modelado por Bond Graph de sistemas físicos. Estas variables se pueden sustituir por las variables propuestas en la Tabla A.3 para la formulación de modelos *pseudo*-Bond Graph.

Campo	Bond Graph		pseudo-Bond Graph	
	Esfuerzo (e)	Flujo (f)	Esfuerzo (e)	Flujo (f)
Químico	μ : Potencial Químico (J/mol)	\dot{n} : Flujo Molar (mol/s)	C Concentración (mol/m^3)	\dot{n} : Flujo Molar (mol/s)
Fluídico	P : Presión (P)	\dot{V} Flujo Volumétrico (m^3/s)	P : Presión (P)	\dot{m} Flujo Másico (kg/s)
Térmico	T : Temperatura (K)	\dot{S} : Flujo de Entropía (J/K s)	T : Temperatura (K) h : Entalpía Específica (J/kg)	\dot{H} : Flujo de Entalpía (J/s) \dot{Q} : Flujo de Calor (J/s)

Tabla A.3: Variables para Bond Graph y pseudo-Bond Graph.

Apéndice B

Ejemplos de Modelado por Bond Graph y pseudo-Bond Graph

B.1. Bond Graph

Existen diferentes procesos que pueden resultar en un modelo Bond Graph. Debido a que el presente trabajo incluye modelos desarrollados y validados por diversos autores, con el fin de integrar un sistema completo; los modelos Bond Graph fueron desarrollados a partir de ecuaciones matemáticas. En este capítulo se muestra un proceso diferente de modelado que parte de un conocimiento previo del sistema a modelar.

El sistema presentado como ejemplo es un sistema de dos tanques acoplados por medio de una válvula, y una segunda válvula que regula el flujo de salida del segundo tanque. El sistema se utiliza para el control de un líquido. El sistema completo se presenta en la Figura B.1.

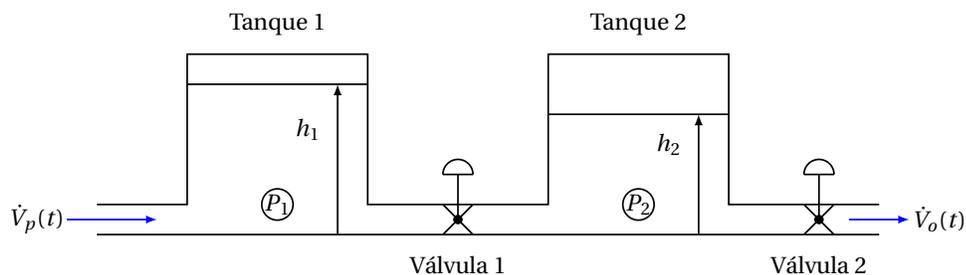


Figura B.1: Sistema de Tanques Acoplados con líquido (STAL).

El sistema de tanques es alimentado por un flujo volumétrico $\dot{V}_p(t)$, ambos tanques se comportan como elementos almacenadores de tipo capacitivo C_T y las válvulas se comportan como elementos que restringen el flujo o resistencias hidráulicas R_V . Los flujos de entrada y salida en conjunto con el tanque 1 están bajo influencia de la misma presión P_1 . Un caso similar ocurre con el tanque 2 y P_2 . En el caso de las válvulas, el flujo a través de ellas se conserva. De esta información es posible crear una primera versión del modelo Bond Graph como se muestra

en la Figura B.2. Esta versión muestra como el modelo Bond Graph conserva la estructura del diagrama y nos permite visualizar las interacciones entre los componentes.

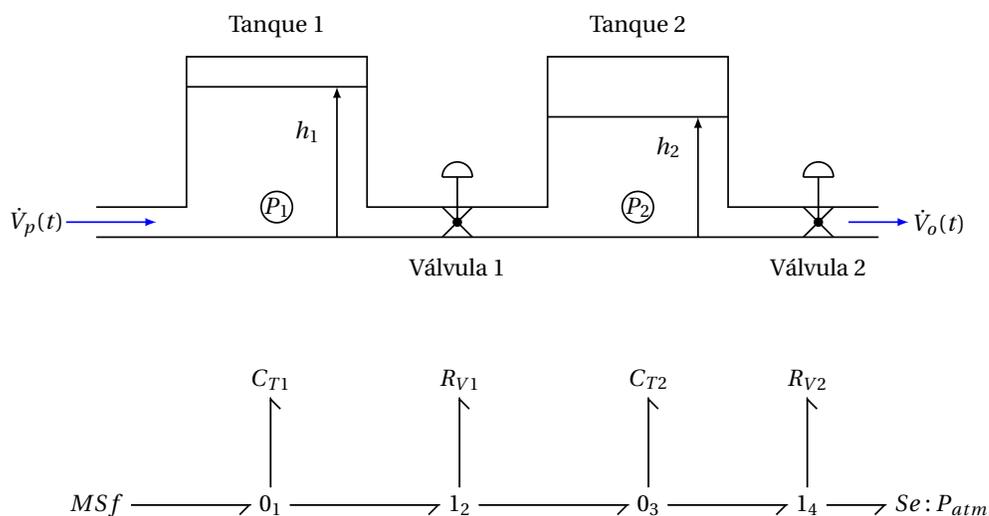


Figura B.2: Modelo Bond Graph sin causalidad asignada del STAL.

El siguiente paso de proceso es establecer la causalidad en el modelo, para esta tarea se utiliza el procedimiento **SCAP** (Sequential Causality Assignment Procedure) propuesto por Karnopp y Rosenberg que se puede revisar en [Borutzky \(2009\)](#). A continuación se presentan los pasos del procedimiento con el modelo correspondiente, se incluye el diagrama del sistema y su Modelo Bond Graph en la Figura B.3 como referencia.

1. Asignar la causalidad a una de las fuentes de energía de acuerdo a su tipo y propagar la causalidad tal lejos como sea posible al observar las reglas de causalidad de los puertos de los elementos. Repetir este paso hasta que los puertos de todas las fuentes tienen la causalidad apropiada. Utilizar presunciones del modelo para resolver conflictos de causalidad como se muestra en la Figura B.4.
2. Si existe un elemento resistivo con características que no tiene una inversa única, asignar la causalidad requerida para asegurar la formulación correcta. Propagar la causalidad a través de las juntas, respetando las reglas de causalidad. Repetir hasta que todos los elementos resistivos tiene la causalidad correcta. Ver la Figura B.5.
3. Asignar **causalidad integral preferente** al puerto de un elemento almacenador de energía y propagar la información de causalidad todo lo posible. Si esta causalidad modifica puertos previamente definidos, el puerto debe asumir causalidad derivativa. Repetir en todos los elementos almacenadores de energía. El modelo resultante se muestra en la Figura B.6.
4. Finalmente, si hay elementos resistivos o lazos internos sin causalidad asignada. Se selecciona uno de los elementos y se asigna una causalidad arbitraria y se propaga a través de la estructura. Este paso se repite hasta que todas las causalidades son asignadas.

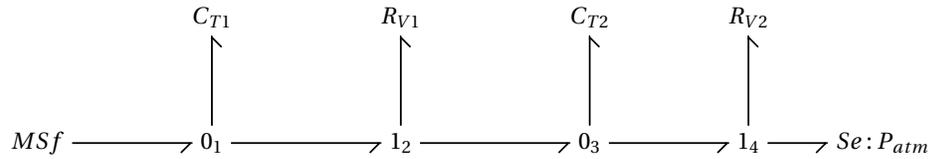
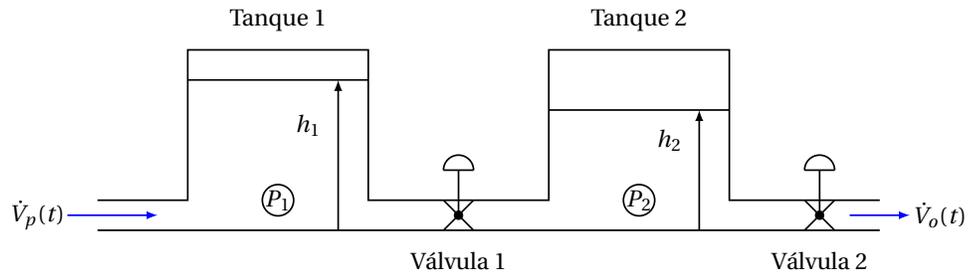


Figura B.3: Sistema de Tanques Acoplados con líquido.

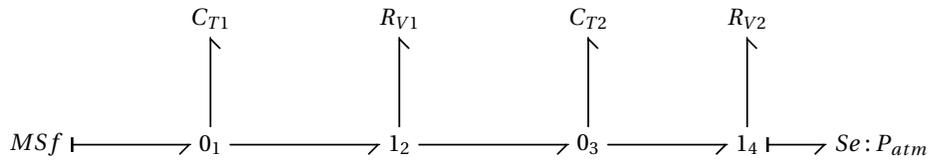


Figura B.4: SCAP Paso 1 para el STAL.

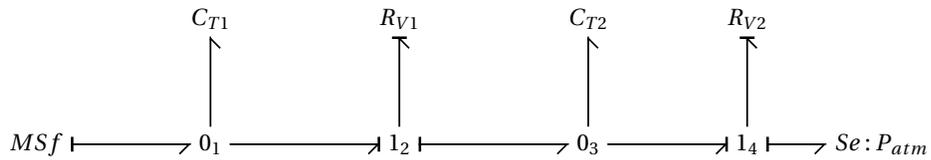


Figura B.5: SCAP Paso 2 para el STAL.

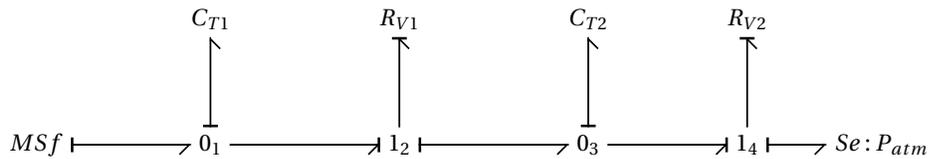


Figura B.6: SCAP Paso 3 para el STAL.

El modelo con causalidad integral preferente se presenta en la Figura B.7 junto al diagrama de los tanques como referencia. Adicionalmente se integran dos sensores de presión para los tanques de almacenamiento y se indican las variables involucradas para los elementos.

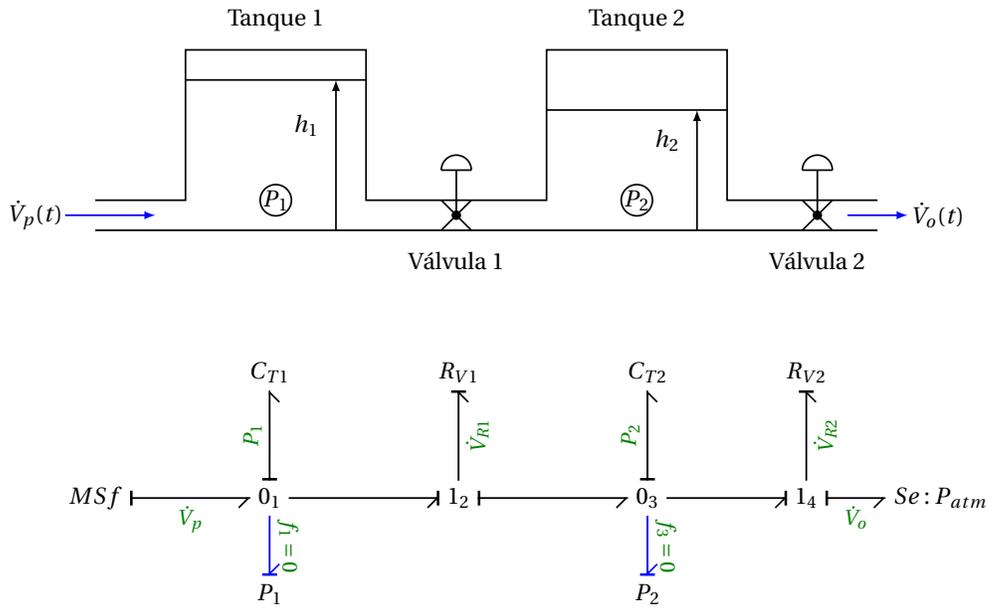


Figura B.7: Modelo Bond Graph con Causalidad Integral Preferente del STAL.

Para finalizar se presentan las ecuaciones constitutivas de los cuatro elementos.

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \int \frac{\rho g}{A_1} dV_1, & \dot{V}_{R_{V1}} &= k_{l1} \sqrt{|P_1 - P_2|} \text{signo}(P_1 - P_2), \\
 P_2 &= \int \frac{\rho g}{A_2} dV_2, & \dot{V}_{R_{V2}} &= k_{l2} \sqrt{|P_2 - P_{atm}|} \text{signo}(P_2 - P_{atm}).
 \end{aligned}$$

B.2. Pseudo-Bond Graph

En esta sección se presenta un segundo ejemplo donde se aplica el procedimiento para obtener un **pseudo-Bond Graph**. Se utiliza un sistema de tanques acoplados con la misma estructura que el sistema previo pero diseñado para el control de un gas, dicho sistema se presenta en la Figura B.8.

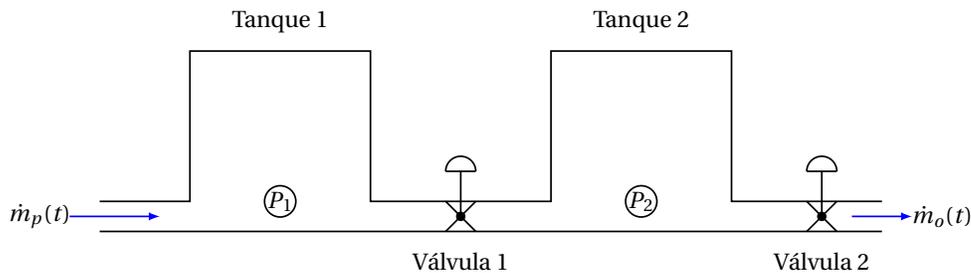


Figura B.8: Sistema de Tanques Acoplados con gas (STAg).

Primero se presenta el *pseudo*-Bond Graph sin causalidad asignada en la Figura B.9. Se aprecia que el modelo resultante tiene la misma estructura que el modelo del sistema de tanques acoplados con líquido. Se asigna la causalidad al modelo utilizando el procedimiento SCAP descrito anteriormente.

En la Figura B.9 se muestra el diagrama del sistema junto al modelo *pseudo*-Bond Graph correspondiente, sin causalidad asignada. Después, se asigna la causalidad a las fuentes y se propaga según las reglas de causalidad de las juntas como se muestra en la Figura B.10. El siguiente paso consiste en asignar la causalidad en los elementos resistivos cuya ecuación constitutiva no tiene una inversa única y se propaga respetando las reglas de causalidad, el modelo resultante se muestra en la Figura B.11. El paso final para este sistema está en la Figura B.12, donde se asigna causalidad integral preferente a los elementos almacenadores de energía y se propaga respetando las reglas de causalidad de las juntas.

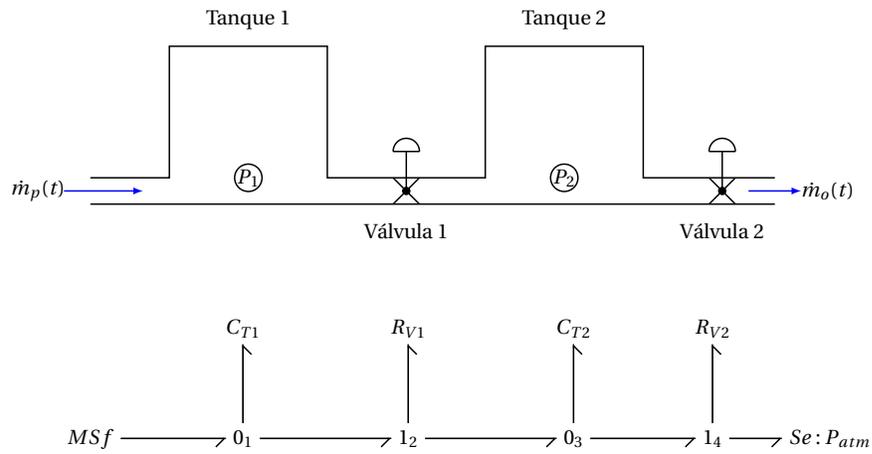


Figura B.9: Modelo Bond Graph sin causalidad asignada del STAg.

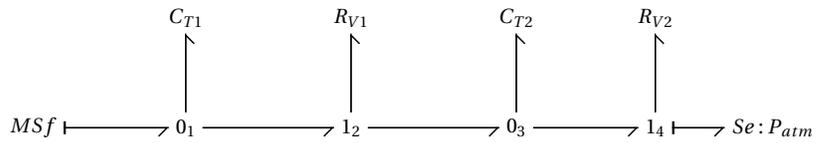


Figura B.10: SCAP Paso 1 para el STAg.

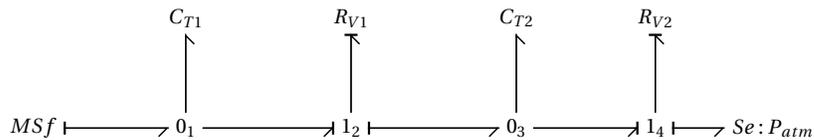


Figura B.11: SCAP Paso 2 para el STAg.

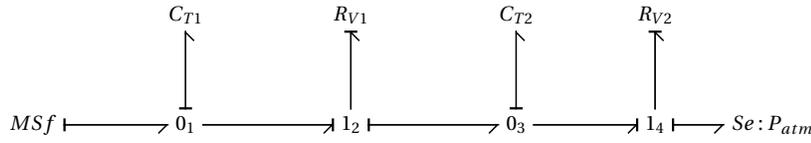


Figura B.12: SCAP Paso 3 para el STAg.

En la Figura B.13 se presenta el modelo pseudo-Bond Graph del sistema con causalidad integral preferente junto a su diagrama. De igual forma se incluyen dos sensores para la presión de los tanques y las variables involucradas en los puertos de los elementos.

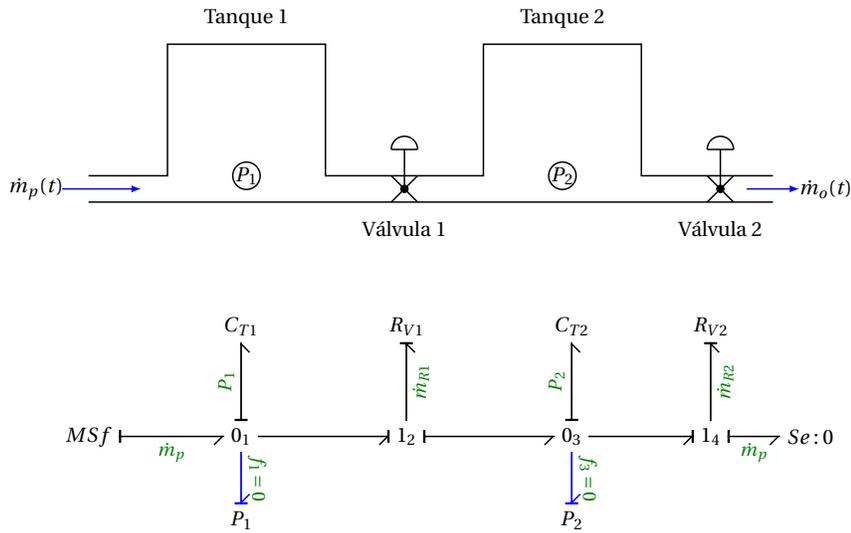


Figura B.13: Modelo *Pseudo-Bond Graph* con Causalidad Integral Preferente del STAg.

Finalmente se presentan las ecuaciones constitutivas de los elementos que integran el sistema utilizando como variable de flujo \dot{m} y esfuerzo P .

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \int \frac{R_g T}{V_1 M_g} dm_1, & \dot{m}_{RV1} &= k_{g1} \sqrt{|P_1 - P_2|} \text{signo}(P_1 - P_2), \\
 P_2 &= \int \frac{R_g T}{V_2 M_g} dm_2, & \dot{m}_{RV2} &= k_{g2} \sqrt{|P_2 - P_{atm}|} \text{signo}(P_2 - P_{atm}).
 \end{aligned}$$

Apéndice C

Metodología de Detección de Fallas

En esta sección se presentan los pasos que integran la metodología de detección de fallas adoptada, se aplican a un sistema tanque-válvula como ejemplo didáctico. Una descripción completa de la metodología se muestra en [Mukherjee and Samantaray \(2006\)](#).

El sistema propuesto para el ejemplo se presenta en la Figura C.1, donde se incluye un tanque y una válvula de flujo de salida para un sistema diseñado para contener un líquido de densidad g .

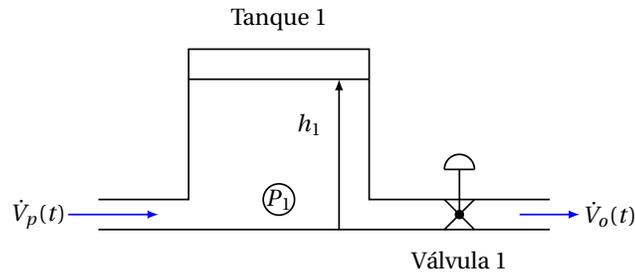


Figura C.1: Sistema de Tanque - Válvula.

La metodología se puede dividir en los siguientes cuatro pasos:

1. Modelo Bond Graph del sistema con Causalidad Integral Preferente (**Modelo de Comportamiento**).
2. Modelo Bond Graph del sistema con Causalidad Derivativa Preferente.
3. Sustitución de los Sensores para la creación de residuos virtuales (**Modelo de Diagnóstico**).
4. Establecer los rangos para cada residuo.

El modelo con causalidad integral preferente se obtiene siguiendo los pasos mostrados en el Apéndice B, se utilizan el flujo volumétrico \dot{V} y la presión P como variables del modelo. El resultado del primer paso se muestra en la Figura C.2.

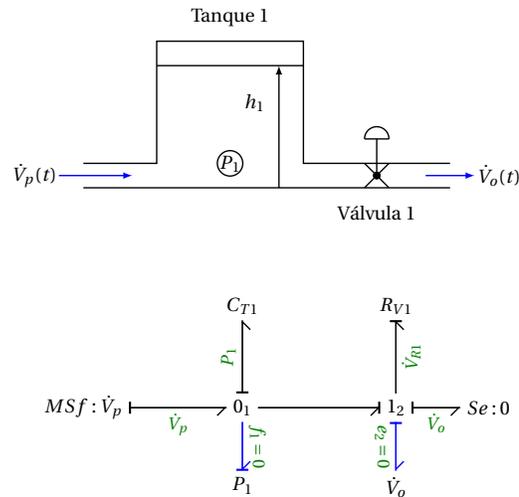


Figura C.2: Modelo de Comportamiento.

A partir del modelo de comportamiento se genera un modelo con causalidad derivativa preferente. El cambio de causalidad en los elementos almacenadores de energía provocará el cambio de causalidad de algunos de los sensores propuestos en el sistema. Durante este paso es importante identificar los sensores que cambian de causalidad de los que no lo hacen. La Figura C.3 muestra el modelo con causalidad derivativa preferente junto al modelo de comportamiento desarrollado previamente.

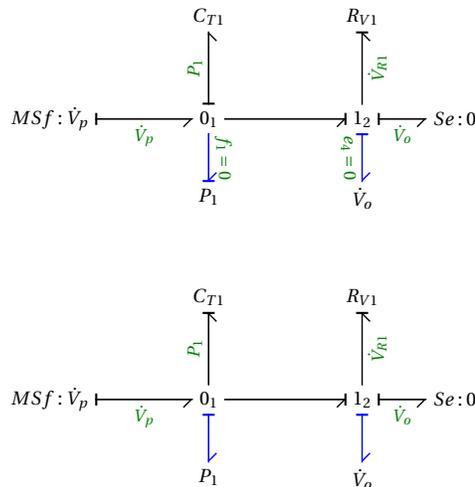


Figura C.3: Modelo con causalidad derivativa preferente.

De la figura se rescata que el sensor de presión P_1 cambia su causalidad mientras el sensor

de flujo \dot{V}_0 conserva su causalidad. Se realizan dos sustituciones diferentes de los sensores para la definición de dos residuos virtuales. El modelo resultante de la sustitución se conoce como modelo de diagnóstico y se muestra en la Figura C.4.

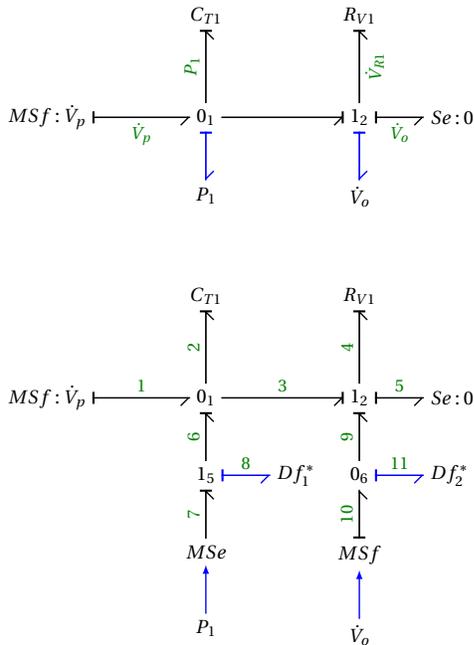


Figura C.4: Modelo de Diagnóstico.

En el modelo de Diagnóstico se sustituye las variables involucradas por números para identificar cada lazo. Esta identificación permite establecer los caminos de causalidad de cada componente hasta los sensores.

Residuo Df_1^*

- $\dot{V}_p \rightarrow f_1 \rightarrow f_6 \rightarrow f_8 \rightarrow Df_1^*$.
- $C_{T1} \rightarrow f_2 \rightarrow f_6 \rightarrow f_8 \rightarrow Df_1^*$.
- $P_1 \rightarrow e_7 \rightarrow e_6 \rightarrow e_3 \rightarrow e_4 \rightarrow R_{V1} \rightarrow f_4 \rightarrow f_3 \rightarrow f_6 \rightarrow f_8 \rightarrow Df_1^*$.

Residuo Df_2^*

- $P_1 \rightarrow e_7 \rightarrow e_6 \rightarrow e_3 \rightarrow e_4 \rightarrow R_{V1} \rightarrow f_4 \rightarrow f_9 \rightarrow f_{11} \rightarrow Df_2^*$.
- $R_{V1} \rightarrow f_4 \rightarrow f_9 \rightarrow f_{11} \rightarrow Df_2^*$.
- $\dot{V}_o \rightarrow f_{10} \rightarrow f_{11} \rightarrow Df_2^*$.

Después de determinar los caminos de causalidad para cada residuo, se procede a crear la **Tabla de Firma de Fallas**. La estructura sigue las siguientes condiciones: los elementos del sistema se colocan en reglones mientras las columnas corresponden a los residuos. Cuando existe un camino de causalidad entre un elemento y un residuo se coloca un 1, si no existe se coloca un 0. La Tabla C.1 muestra la Tabla de Firma de Fallas para el sistema bajo análisis.

	r_1	r_2	D	I
\dot{V}_p	1	0	1	0
C_{T1}	1	0	1	0
P_1	1	1	1	0
R_{V1}	1	1	1	0
\dot{V}_o	0	1	1	1

Tabla C.1: Tabla de Firma de Fallas de Sistema de Tanques Acoplados.

La tabla incluye dos columnas adicionales denominadas **D** por detección e **I** por identificación. En la columna D se colocan 1s para los elementos que contienen al menos un 1 en su reglón correspondiente. En este ejemplo, las fallas en todos los elementos pueden ser detectadas y la columna D contiene puros 1. Por otro lado, la columna I considera todos los renglones; solamente los reglones con una combinación única de residuos llevan un 1 mientras el resto un 0. El sistema tiene solamente dos sensores que resultan en dos residuos, estos dos residuos producen cuatro posibles combinaciones de activación y solamente tres de ellas corresponden a la detección de una falla. Como el sistema integra cinco elementos, no es posible identificar por este método las fallas en cada uno de ellos. En este ejemplo, solamente se pueden identificar fallas relacionadas con el sensor de flujo de salida.

El paso final de la metodología consiste en utilizar el modelo de diagnóstico en conjunto con el modelo de comportamiento. En el modelo de comportamiento se incluyen fallas de origen conocido para establecer la respuesta del sistema de diagnóstico. Esta interacción permite establecer los rangos de disparo de los residuos utilizando como base la magnitud de las fallas que se desean detectar y la tolerancia de los sensores propuestos para la supervisar el proceso. El esquema se muestra en la Figura C.5.

De la figura se puede rescatar que el residuo Df_2^* corresponde a una comparación directa de la medición en el sistema y la predicha esperada por el modelo de diagnóstico. Por otro lado, el residuo Df_2^* determina el efecto de una discrepancia entre la medición y la magnitud predicha por el modelo de diagnóstico.

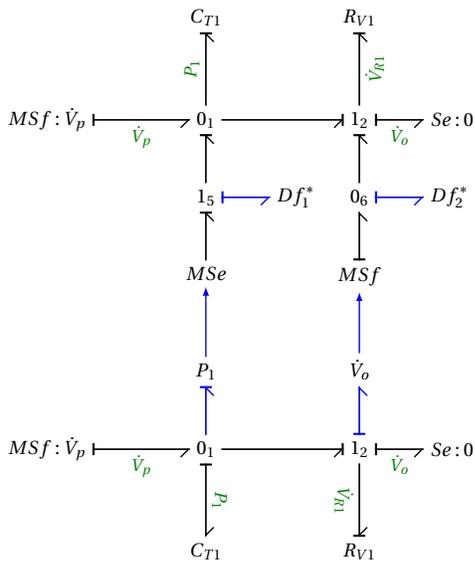


Figura C.5: Interacción Comportamiento - Diagnóstico.

Apéndice D

Celda de Combustible

En esta sección se presentan las gráficas de comportamiento del modelo propuesto para la representación de una celda de combustible. El modelo propuesto se muestra en la Figura D.1

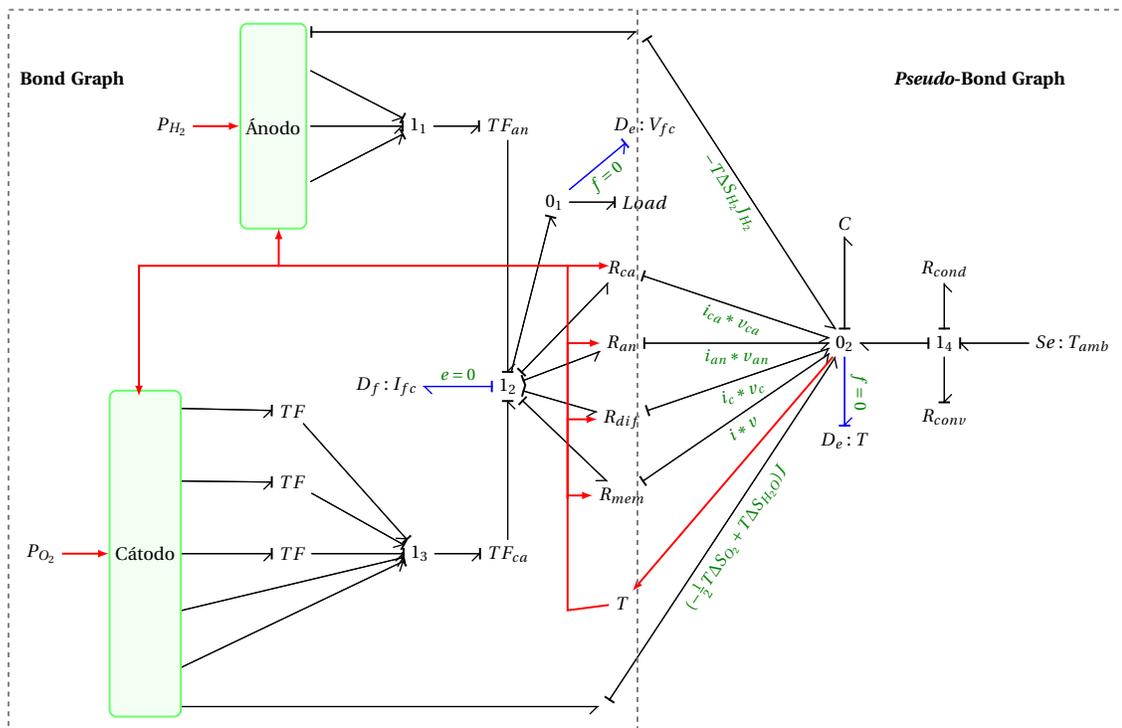


Figura D.1: Bond Graph de la celda con causalidad integral preferente.

Se verificó el comportamiento del modelo bajo condiciones controladas, la Figura D.2 presenta la curva de operación para diferentes temperaturas, el voltaje de salida tiene una relación directa con la temperatura de la celda. La presión de ambos reactivos permanece en 200 kPa, y la humedad de la membrana en 14.

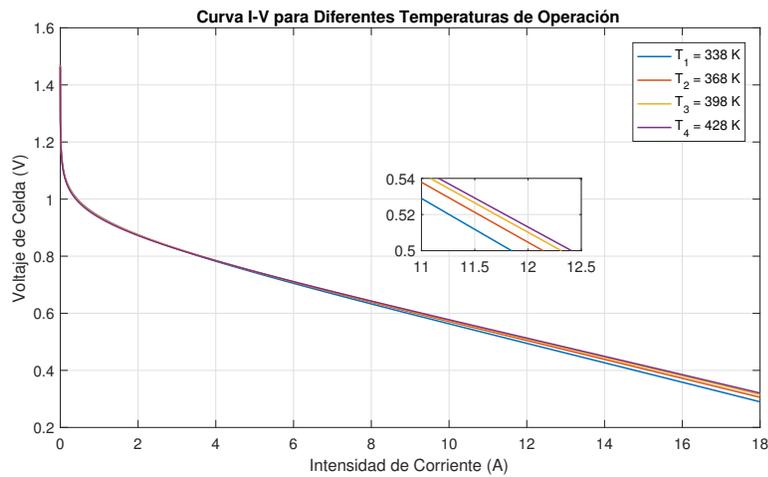


Figura D.2: Curva I-V para Diferentes Temperaturas de Operación.

La Figura D.3 muestra el cambio en la curva de operación de la celda de combustible al modificar las presiones parciales de los reactivos. Para esta prueba, la temperatura se mantiene en 338 K y la humedad de la membrana en 14.

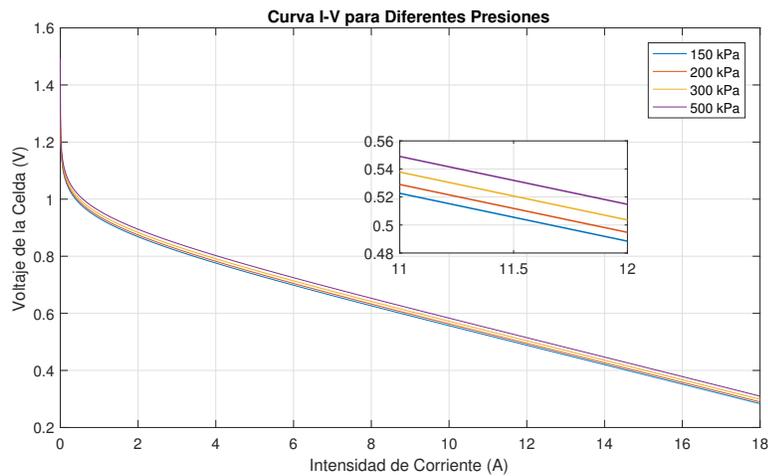


Figura D.3: Curva I-V para Diferentes Presiones de Activos.

La Figura D.4 muestra la variación en la curva de comportamiento de la celda de combustible según el valor de humedad de la membrana.

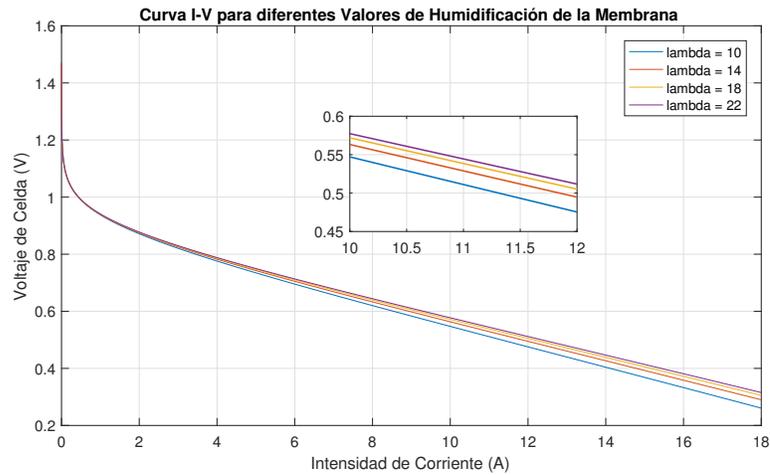


Figura D.4: Curva I-V para Diferentes Valores de Humidificación de Membrana.

El siguiente paso consiste en incluir el Modelo Térmico propuesto y verificar el comportamiento. La primera prueba muestra el cambio de temperatura de la celda de combustible para diferentes corrientes de operación que se muestra en la Figura D.5.

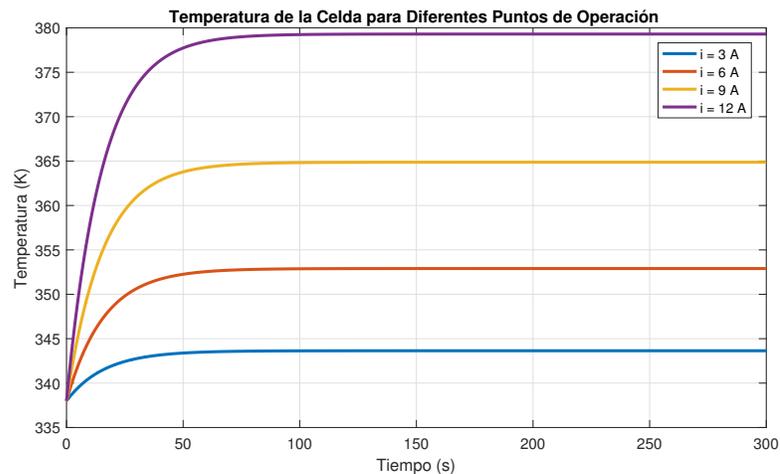


Figura D.5: Temperatura de la Celda para Diferentes Puntos de Operación.

La segunda prueba muestra la respuesta al cambio de intensidad de corriente de 3 A a 9 A, los resultados se muestran en la Figura D.6.

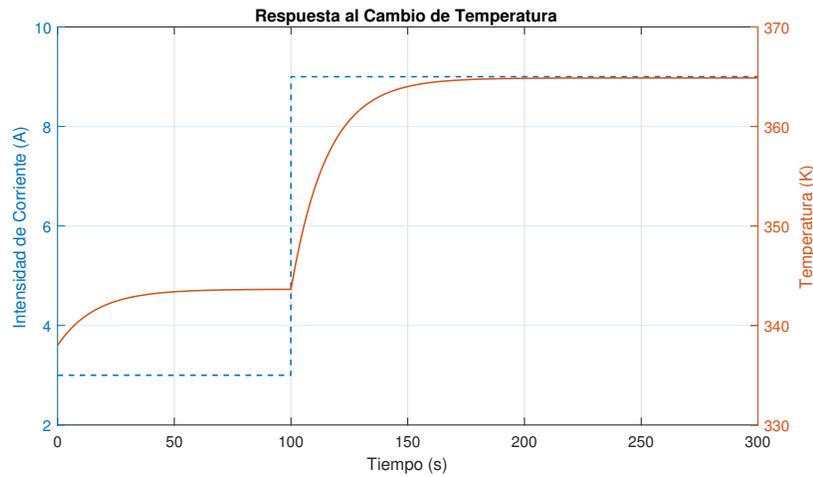


Figura D.6: Cambio de Temperatura de la Celda a un Cambio de Intensidad de Corriente.

El modelo de los canales es verificado de forma independiente antes de ser integrado al modelo de la celda. En esta prueba preliminar se verifica el comportamiento de los reactivos a un cambio en la intensidad de corriente de la celda y el contenido de agua de la membrana. El modelo propuesto se encuentra en la Figura D.7.

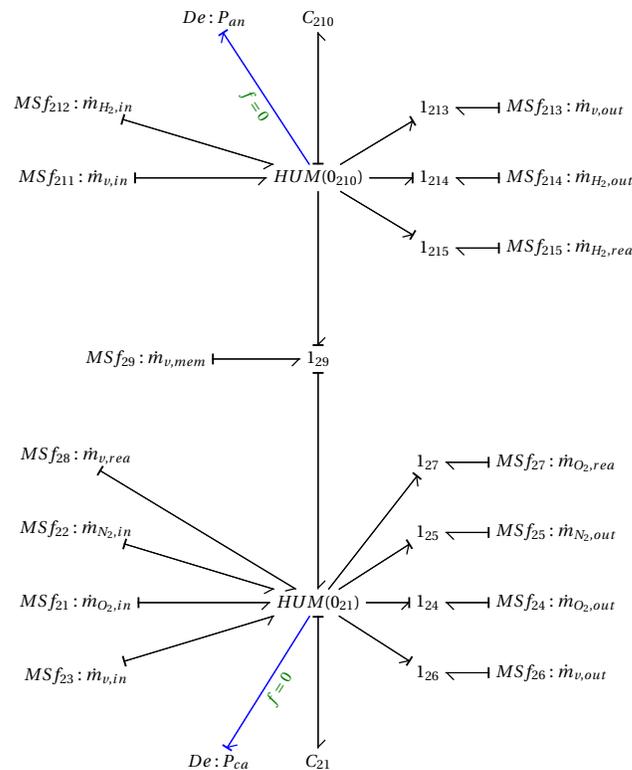
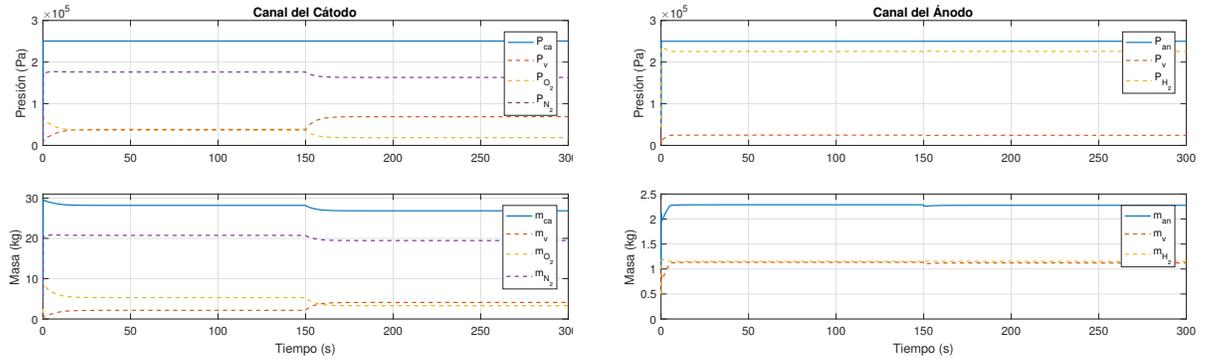


Figura D.7: Pseudo-Bond Graph del conjunto Cátodo - Ánodo con causalidad integral preferente.

La Figura D.8a muestra el comportamiento del canal del cátodo, la Figura D.8b muestra el comportamiento del canal del ánodo.



(a) Canal del Cátodo.

(b) Canal del Ánodo.

Figura D.8: Comportamiento de los canales de suministro.

Finalmente, la Figura D.9 muestra el contenido de agua en la membrana de acuerdo a la intensidad de corriente de la celda.

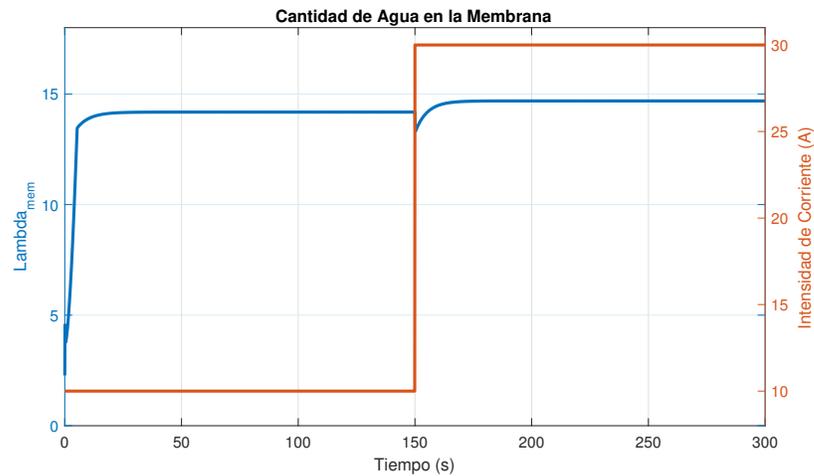


Figura D.9: Cantidad de agua en la Membrana.

Apéndice E

Convertidor FIBC-4

En esta sección se presenta el análisis del convertidor CD-CD propuesto, se lleva a cabo en dos etapas que corresponden a un ciclo de trabajo (D) mayor a 0.5 y menor a 0.5. En la Figura E.1 se presenta el diagrama eléctrico del convertidor. Los componentes L_1 , L_2 , L_3 y L_4 tiene el mismo valor, se identifican por un subíndice para el análisis del convertidor. Los capacitores y diodos reciben el mismo tratamiento. Adicionalmente, las señales de conmutación de los interruptores tienen la misma frecuencia de operación $f_s = 1/T_s$, el mismo ciclo de trabajo D con un desfase de $T_s/4$.

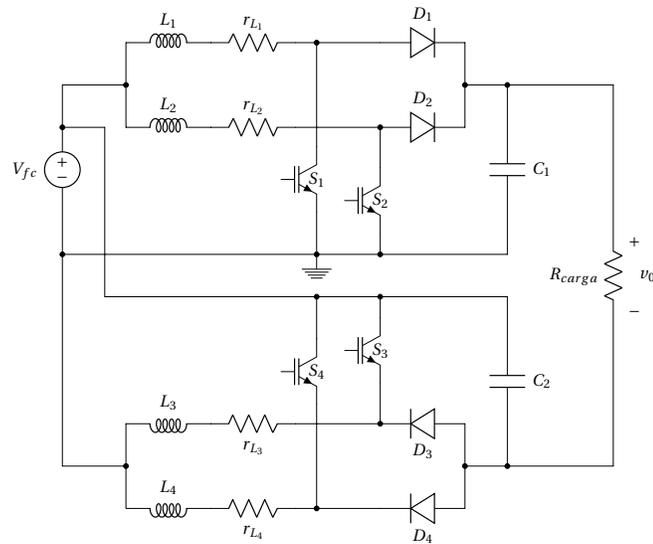
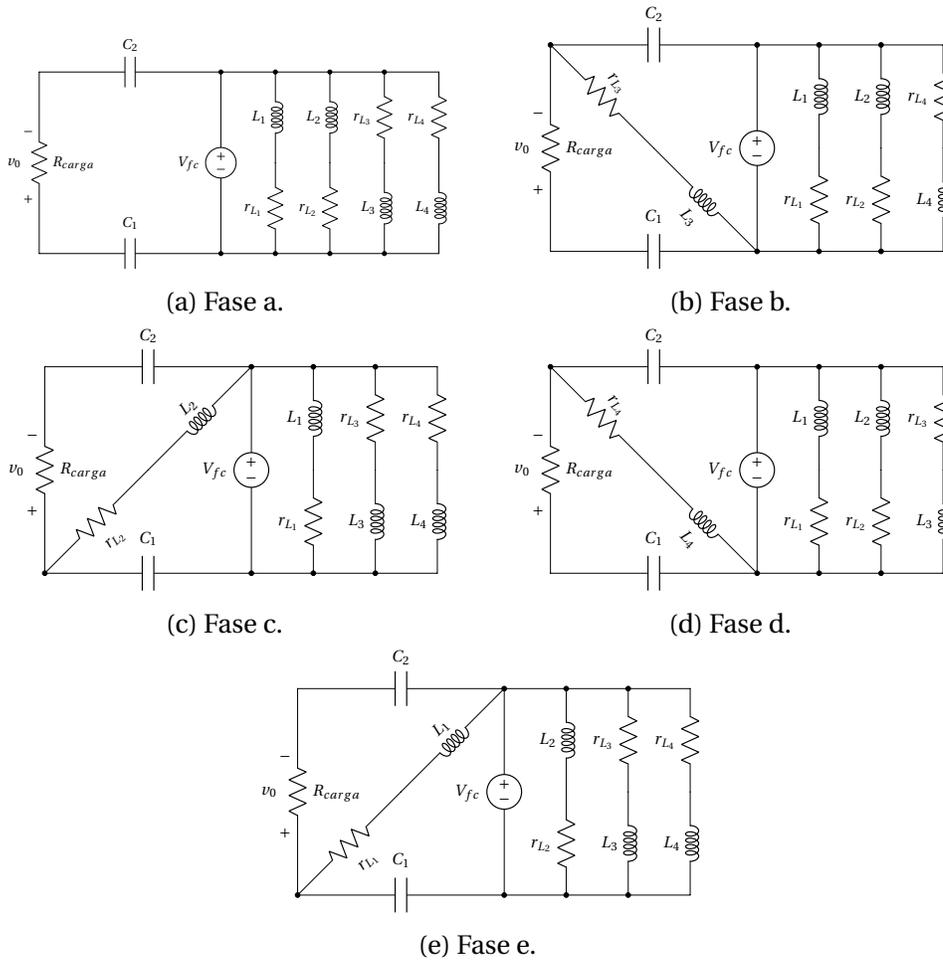


Figura E.1: Convertidor FIBC-4.

En el caso del ciclo de trabajo $D > 0.5$, la conmutación de los cuatro interruptores presenta 5 configuraciones diferentes que se presentan en la Figura E.2. A partir de estos diagramas se puede formular el comportamiento de los componentes del circuito para la secuencia de conmutación.


 Figura E.2: Configuraciones para ciclo de trabajo de $D > 0.5$.

La fase **a** en el diagrama corresponde a la Figura E.2a, cuando los 4 interruptores se encuentran activados. Durante esta etapa, el voltaje en los inductores está dado por:

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) \quad n \in \{1, 2, 3, 4\}, \quad (\text{E.1})$$

y la intensidad de corriente en los capacitores como:

$$C \frac{dv_{C_n}(t)}{dt} = i_{C_n}(t) = -\frac{v_0(t)}{R_{carga}} \quad n \in \{1, 2\}. \quad (\text{E.2})$$

La fase **b** corresponde al interruptor S_3 desactivado mientras los otros 3 interruptores activos, el diagrama que representa esta etapa se encuentra en la Figura E.2b. Las ecuaciones que describen esta etapa se describen a continuación.

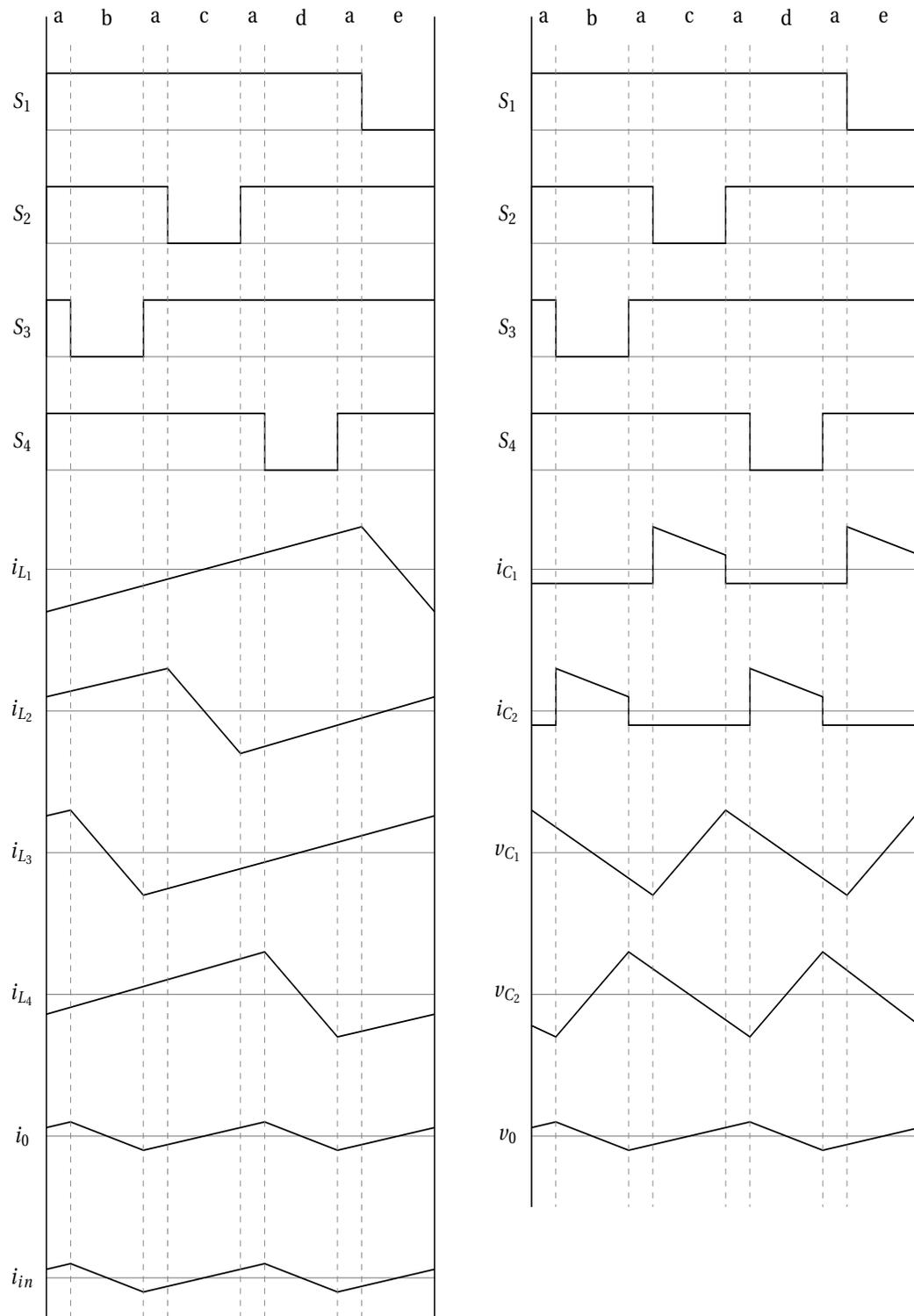


Figura E.3: Formas de Onda para el ciclo de trabajo $D > 0.5$.

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) \quad n \in \{1, 2, 4\}, \quad (\text{E.3})$$

$$L_3 \frac{di_{L_3}}{dt} = v_{L_3}(t) = V_{fc} - v_{C_2}(t) - r_{L_3} i_{L_3}(t), \quad (\text{E.4})$$

$$C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = i_{C_1}(t) = -\frac{v_0(t)}{R_{carga}}, \quad (\text{E.5})$$

$$i_{C_2}(t) = i_{L_3}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}. \quad (\text{E.6})$$

En la etapa **c**, el interruptor 2 se encuentra desactivado. El diagrama eléctrico se encuentra en la Figura E.2c. Las ecuaciones para esta etapa son:

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) \quad n \in \{1, 3, 4\}, \quad (\text{E.7})$$

$$L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} = v_{L_2}(t) = V_{fc} - v_{C_1}(t) - r_{L_2} i_{L_2}(t), \quad (\text{E.8})$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = i_{C_2}(t) = -\frac{v_0(t)}{R_{carga}}, \quad (\text{E.9})$$

$$i_{C_1}(t) = i_{L_2}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}. \quad (\text{E.10})$$

Las ecuaciones para la etapa **d** son similares a las ecuaciones de la etapa **b**, se intercambian los términos asociados con la inductancia 3 por los términos asociados con la inductancia 4. El diagrama eléctrico correspondiente se presenta en la Figura E.2d. Con una sustitución similar de L_1 por L_2 se obtienen las ecuaciones de la etapa **e** cuyo diagrama eléctrico se encuentra en la Figura E.2e.

Utilizando las ecuaciones E.1 a E.10 se pueden construir un modelo matemático del convertidor representando el estado de cada interruptor asociado a una inductancia como s_n para $n \in \{1, 2, 3, 4\}$.

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{1}{L_1} [V_{fc} - r_{L_1} i_{L_1}(t) - (1 - s_1) v_{C_1}(t)], \quad (\text{E.11})$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{1}{L_2} [V_{fc} - r_{L_2} i_{L_2}(t) - (1 - s_2) v_{C_1}(t)], \quad (\text{E.12})$$

$$\frac{di_{L_3}(t)}{dt} = \frac{1}{L_3} [V_{fc} - r_{L_3} i_{L_3}(t) - (1 - s_3) v_{C_2}(t)], \quad (\text{E.13})$$

$$\frac{di_{L_4}(t)}{dt} = \frac{1}{L_4} [V_{fc} - r_{L_4} i_{L_4}(t) - (1 - s_4) v_{C_2}(t)], \quad (\text{E.14})$$

$$\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[(1 - s_1)i_{L_1}(t) + (1 - s_2)i_{L_2}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}} \right], \quad (\text{E.15})$$

$$\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[(1 - s_3)i_{L_3}(t) + (1 - s_4)i_{L_4}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}} \right], \quad (\text{E.16})$$

donde

- s_n representa el estado del interruptor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Su valor es 1 cuando está encendido y 0 cuando está apagado.
- L_n representa el valor del inductor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Para el modelado se considera que las inductancias son iguales.
- r_{L_n} representa la resistencia del inductor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Para el modelado se consideran iguales.
- C_n representa el valor del capacitor $n \in \{1, 2\}$. Para el modelo los capacitores se consideran iguales e ideales.

El objetivo de un convertidor CD-CD es generar una salida de amplitud constante (voltaje directo), por lo que los risos de voltaje deben ser pequeños. Si se considera la salida como la composición de una componente constante y un riso,

$$v(t) = V + v_{ripple}(t), \quad (\text{E.17})$$

es posible asumir que la magnitud del riso es mucho más pequeña que su componente constante y el voltaje $v(t)$ se puede aproximar a su componente CD $v(t) \approx V$. Esta aproximación se conoce como la aproximación de riso pequeño, o aproximación de riso lineal.

Cuando el convertidor se encuentra en equilibrio, el cambio neto en la corriente del inductor durante un período de conmutación es cero; es decir, en un inductor dada la relación:

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}, \quad (\text{E.18})$$

la integral de la intensidad de corriente para un período de conmutación, considerando por sencillez de $t = 0$ a T_s , es:

$$i_L(T_s) - i_L(0) = \frac{1}{L} \int_0^{T_s} v_L(t) dt. \quad (\text{E.19})$$

En estado estacionario el valor inicial y final de la intensidad de corriente en el inductor son iguales, y por lo tanto el valor de la expresión E.19 es cero. Por lo tanto, la integral del voltaje aplicado al inductor en estado estable debe ser cero.

$$0 = \int_0^{T_s} v_L(t) dt. \quad (\text{E.20})$$

esto se conoce como "Principle of inductor volt-second balance" (Erickson and Maksimovic (2007)). Una forma equivalente se obtiene al dividir la ecuación E.20 por el período de conmutación T_s . El término $\langle v_L \rangle$ es el valor promedio o la componente constante de $v_L(t)$.

$$\langle v_L \rangle = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_L(t) dt = 0. \quad (\text{E.21})$$

De igual forma, el cambio neto del voltaje en el capacitor en un período de tiempo de conmutación debe ser cero.

$$v_C(T_s) - v_C(0) = \frac{1}{C} \int_0^{T_s} i_C(t) dt = 0, \quad (\text{E.22})$$

que se conoce como "Principle of capacitor amperage-second balance" Erickson and Maksimovic (2007). Finalmente, la expresión se puede dividir por el período de conmutación T_s para obtener la expresión:

$$\langle i_C \rangle = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_C(t) dt = 0. \quad (\text{E.23})$$

Ambos principios nos permiten encontrar las condiciones de operación en estado estacionario del convertidor. Utilizando la ecuación E.21 para los inductores.

$$\begin{aligned} \langle v_{L_n} \rangle &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_{L_n}(t) dt = 0, \\ &= D_n(V_{fc} - r_{L_n} I_{L_n}) + (1 - D_n)(V_{fc} - V_{C_m} - r_{L_n} I_{L_n}) = 0, \end{aligned} \quad (\text{E.24})$$

para $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ y $m \in \{1, 2\}$. Simplificando la ecuación E.24 obtenemos:

$$V_{fc} - r_{L_n} I_{L_n} - (1 - D_n) V_{C_m} = 0. \quad (\text{E.25})$$

Para facilitar la representación de las ecuaciones utilizadas para la representación del convertidor se utilizará la equivalencia $D' = 1 - D$. Y por lo tanto, la corriente en el inductor está dada por:

$$I_{L_n} = \frac{V_{fc} - D'_n V_{C_m}}{r_{L_n}} \quad (\text{E.26})$$

En el caso de los capacitores se utiliza la ecuación E.23. Para el capacitor 1.

$$\begin{aligned} \langle i_{C_1} \rangle &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{C_1}(t) dt = 0, \\ &= (D_1 - D'_2) \left(-\frac{V_0}{R_{carga}} \right) + D'_2 \left(I_{L_2} - \frac{V_0}{R_{carga}} \right) + D'_1 \left(I_{L_1} - \frac{V_0}{R_{carga}} \right). \end{aligned} \quad (\text{E.27})$$

Simplificando la ecuación E.27 se obtiene:

$$-\frac{V_0}{R_{carga}} + (1 - D_1)I_{L_1} + (1 - D_2)I_{L_2} = 0, \quad (E.28)$$

y de forma similar para el capacitor 2,

$$-\frac{V_0}{R_{carga}} + (1 - D_3)I_{L_3} + (1 - D_4)I_{L_4} = 0. \quad (E.29)$$

Sustituyendo la ecuación E.26 en la ecuación E.28, se puede obtener la relación entre el voltaje de entrada V_{fc} y el voltaje de salida V_0 a partir del ciclo de trabajo del convertidor,

$$\frac{V_0}{V_{fc}} = \frac{1 + D}{1 - D + \frac{r_L}{R_{carga}(1-D)}}. \quad (E.30)$$

Si en la ecuación E.30 se asumen inductores ideales,

$$\frac{V_0}{V_{fc}} = \frac{1 + D}{1 - D}. \quad (E.31)$$

El ciclo de trabajo D se puede obtener despejando de la ecuación E.30.

$$D = \frac{V_0 - \sqrt{V_{fc}^2 - V_0(V_{fc} + V_0)\frac{r_L}{R_{carga}}}}{V_0 + V_{fc}}. \quad (E.32)$$

Cuando se consideran elementos ideales, el ciclo de trabajo es:

$$D = \frac{V_0 - V_{fc}}{V_0 + V_{fc}}. \quad (E.33)$$

En la Figura E.2 se observa que para las cinco configuraciones mostradas $2V_C = V_{fc} + V_0$. Sustituyendo en esta igualdad la ecuación E.30, se puede obtener el voltaje de trabajo del capacitor V_C .

$$V_C = \frac{1 + \frac{r_L}{2R(1-D)}}{1 + \frac{r_L}{R(1-D)^2}} \frac{V_{fc}}{1 - D}. \quad (E.34)$$

Cuando las pérdidas en la inductancia no se consideran, el voltaje en el capacitor es:

$$V_C = \frac{1}{(1 - D)} V_{fc}. \quad (E.35)$$

Para conocer el valor de la intensidad de corriente en los inductores, retomamos la ecuación E.27.

$$I_L = \frac{I_0}{2(1 - D)}, \quad (E.36)$$

y finalmente,

$$I_{fc} = 4I_L - \frac{V_0}{R_{carga}}. \quad (\text{E.37})$$

Observando señal que representa la corriente en el inductor 1 en la Figura E.3. Se observa que el riso de corriente de pico a pico está dado por:

$$L_1 \frac{\Delta I_{L_1}}{\Delta t} = V_{fc} - r_{L_1} I_{L_1}, \quad (\text{E.38})$$

donde Δt equivale a la $D_1 T_s$. Sustituyendo Δt en E.38,

$$\Delta I_{L_1} = \frac{V_{fc} - r_{L_1} I_{L_1}}{L_1} D_1 T_s. \quad (\text{E.39})$$

En el caso del capacitor C_1 , el riso de voltaje esta dado por:

$$C_1 \frac{\Delta V_{C_1}}{\Delta t} = I_{L_2} - \frac{V_0}{R_{carga}} \quad (\text{E.40})$$

donde Δt corresponde a $(1 - D_2) T_s$. Sustituyendo Δt en E.40,

$$\Delta V_{C_1} = \frac{I_{L_2} - \frac{V_0}{R_{carga}}}{C_1} D_2' T_s. \quad (\text{E.41})$$

El caso del ciclo de trabajo menor a 0.5 requiere un tratamiento similar. Primero se presentan las configuraciones que surgen de la conmutación de los interruptores y la secuencia de señales de los componentes en el sistema. En la Figura E.4 se muestran los diagramas eléctricos de las cinco diferentes etapas del convertidor que resultan de la conmutación de los cuatro interruptores, adicionalmente en la Figura E.5 se encuentra la secuencia de señales.

La etapa **f** corresponde al estado cuando el interruptor S_1 está encendido y el resto de los interruptores apagados. El voltaje de la inductancia 1 está dado por:

$$L_1 \frac{di_{L_1}(t)}{dt} = v_{L_1}(t) = V_{fc} - r_{L_1} i_{L_1}(t). \quad (\text{E.42})$$

Para el resto de los inductores, el voltaje está dado por:

$$L_2 \frac{di_{L_2}(t)}{dt} = v_{L_2}(t) = V_{fc} - r_{L_2} i_{L_2}(t) - v_{C_1}, \quad (\text{E.43})$$

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) - v_{C_2}, \quad n \in \{3, 4\}. \quad (\text{E.44})$$

Por otro lado, la intensidad de corriente en los capacitores es:

$$C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = i_{C_1}(t) = i_{L_2}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}, \quad (\text{E.45})$$

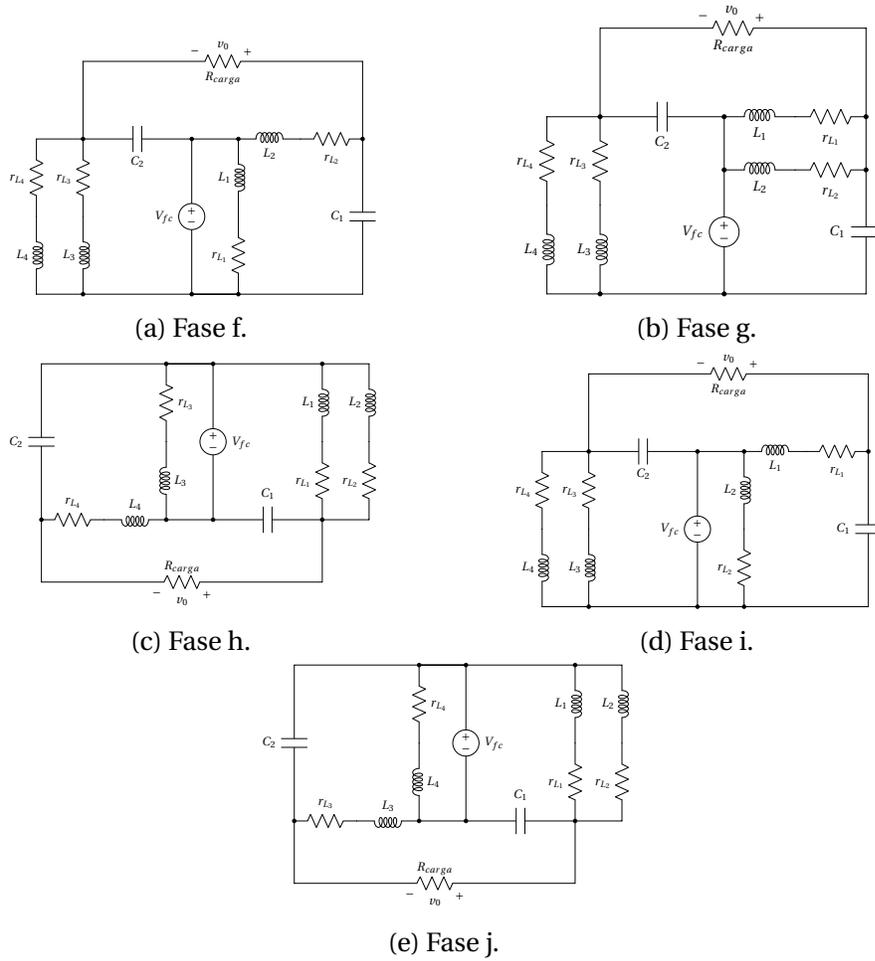


Figura E.4: Configuraciones para ciclo de trabajo de $D < 0.5$.

$$C_2 \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = i_{C_2}(t) = i_{L_3}(t) + i_{L_4} - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}. \quad (\text{E.46})$$

Las etapas **h**, **i** y **j** son análogas a la etapa **f**. Cada una corresponde a un interruptor encendido y el resto de los interruptores apagados. Por ejemplo, la etapa **h** corresponde al interruptor S_3 encendido; el circuito correspondiente se muestra en la Figura E.4c. Las ecuaciones que describen esta configuración son:

$$L_3 \frac{di_{L_3}(t)}{dt} = v_{L_3}(t) = V_{fc} - r_{L_3} i_{L_3}(t), \quad (\text{E.47})$$

$$L_4 \frac{di_{L_4}(t)}{dt} = v_{L_4}(t) = V_{fc} - r_{L_4} i_{L_4}(t) - v_{C_2}, \quad (\text{E.48})$$

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) - v_{C_1}, \quad n \in \{1, 2\}, \quad (\text{E.49})$$

$$C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = i_{C_1}(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}, \quad (\text{E.50})$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = i_{C_2}(t) = i_{L_4} - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}. \quad (\text{E.51})$$

Finalmente, la etapa **g** ocurre cuando los todos los interruptores se encuentran desactivados, las ecuaciones que describen esta etapa son:

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) - v_{C_1}, \quad n \in \{1, 2\}, \quad (\text{E.52})$$

$$L_n \frac{di_{L_n}(t)}{dt} = v_{L_n}(t) = V_{fc} - r_{L_n} i_{L_n}(t) - v_{C_2}, \quad n \in \{3, 4\}, \quad (\text{E.53})$$

$$C_1 \frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = i_{C_1}(t) = i_{L_1}(t) + i_{L_2}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}, \quad (\text{E.54})$$

$$C_2 \frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = i_{C_2}(t) = i_{L_3}(t) + i_{L_4}(t) - \frac{v_0(t)}{R_{carga}}. \quad (\text{E.55})$$

Utilizando las ecuaciones E.42 a E.55 se pueden construir el modelo matemático del convertidor para un ciclo de trabajo $D < 0.5$.

$$\frac{di_{L_1}(t)}{dt} = \frac{1}{L_1} [V_{fc} - r_{L_1} i_{L_1}(t) - (1 - s_1) v_{C_1}(t)], \quad (\text{E.56})$$

$$\frac{di_{L_2}(t)}{dt} = \frac{1}{L_2} [V_{fc} - r_{L_2} i_{L_2}(t) - (1 - s_2) v_{C_1}(t)], \quad (\text{E.57})$$

$$\frac{di_{L_3}(t)}{dt} = \frac{1}{L_3} [V_{fc} - r_{L_3} i_{L_3}(t) - (1 - s_3) v_{C_2}(t)], \quad (\text{E.58})$$

$$\frac{di_{L_4}(t)}{dt} = \frac{1}{L_4} [V_{fc} - r_{L_4} i_{L_4}(t) - (1 - s_4) v_{C_2}(t)], \quad (\text{E.59})$$

$$\frac{dv_{C_1}(t)}{dt} = \frac{1}{C_1} [(1 - s_1) i_{L_1}(t) + (1 - s_2) i_{L_2}(t) - i_{carga}(t)], \quad (\text{E.60})$$

$$\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} = \frac{1}{C_2} [(1 - s_3) i_{L_3}(t) + (1 - s_4) i_{L_4}(t) - i_{carga}(t)], \quad (\text{E.61})$$

donde:

- s_n representa el estado del interruptor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Con valores 1 cuando está encendido y 0 cuando está apagado.
- L_n representa el valor del inductor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Para el modelado se consideran iguales.

- r_{L_n} representa la resistencia del inductor $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. Para el modelado se consideran iguales.
- C_n representa el valor del capacitor $n \in \{1, 2\}$. Para el modelo los capacitores se consideran iguales e ideales.

Las ecuaciones matemáticas E.56 a E.61 representan el comportamiento del convertidor para el ciclo de trabajo $D < 0.5$, estas ecuaciones son iguales a las ecuaciones matemáticas E.11 a E.16 que representan el comportamiento del convertidor para ciclos de trabajo > 0.5 .

Con las herramientas utilizadas para el ciclo de trabajo $D > 0.5$ se obtendrán las características del convertidor para estos ciclos de trabajo. Según el principio antes citado, "Principle of inductor volt-second balance".

$$\begin{aligned} \langle v_{L_n} \rangle &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_{L_n}(t) dt = 0, \\ &= D_n(V_{fc} - r_{L_n} I_{L_n}) + (1 - D_n)(V_{fc} - V_{C_m} - r_{L_n} I_{L_n}) = 0, \end{aligned} \quad (E.62)$$

para $n \in \{1, 2, 3, 4\}$ y $m \in \{1, 2\}$. Simplificando la ecuación E.62.

$$I_{L_n} = \frac{V_{fc} - D'_n V_{C_m}}{r_{L_n}}. \quad (E.63)$$

De igual forma, la intensidad de corriente en un inductor es:

$$\begin{aligned} \langle i_{C_1} \rangle &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_{C_1}(t) dt = 0, \\ &= D_1 \left(I_{L_2} - \frac{V_0}{R_{carga}} \right) + D_2 \left(I_{L_1} - \frac{V_0}{R_{carga}} \right) + (D'_1 - D_2) \left(I_{L_1} + I_{L_2} - \frac{V_0}{R_{carga}} \right). \end{aligned} \quad (E.64)$$

Simplificando

$$-\frac{V_0}{R_{carga}} + D'_1 I_{L_1} + D'_2 I_{L_2} = 0. \quad (E.65)$$

En el caso del capacitor C_2 .

$$-\frac{V_0}{R_{carga}} + D'_3 I_{L_3} + D'_4 I_{L_4} = 0. \quad (E.66)$$

Las ecuaciones E.63, E.65 y E.66 son iguales a las ecuaciones E.26, E.28 y E.29, respectivamente; que fueron presentadas para el ciclo de trabajo $D > 0.5$. A partir de esas ecuaciones se pueden deducir las mismas ecuaciones para la intensidad de corriente en los inductores, voltaje en los capacitores, risos de corriente y voltaje en los componentes, y la relación entre el ciclo de trabajo de los voltajes de entrada V_{fc} y salida V_0 .

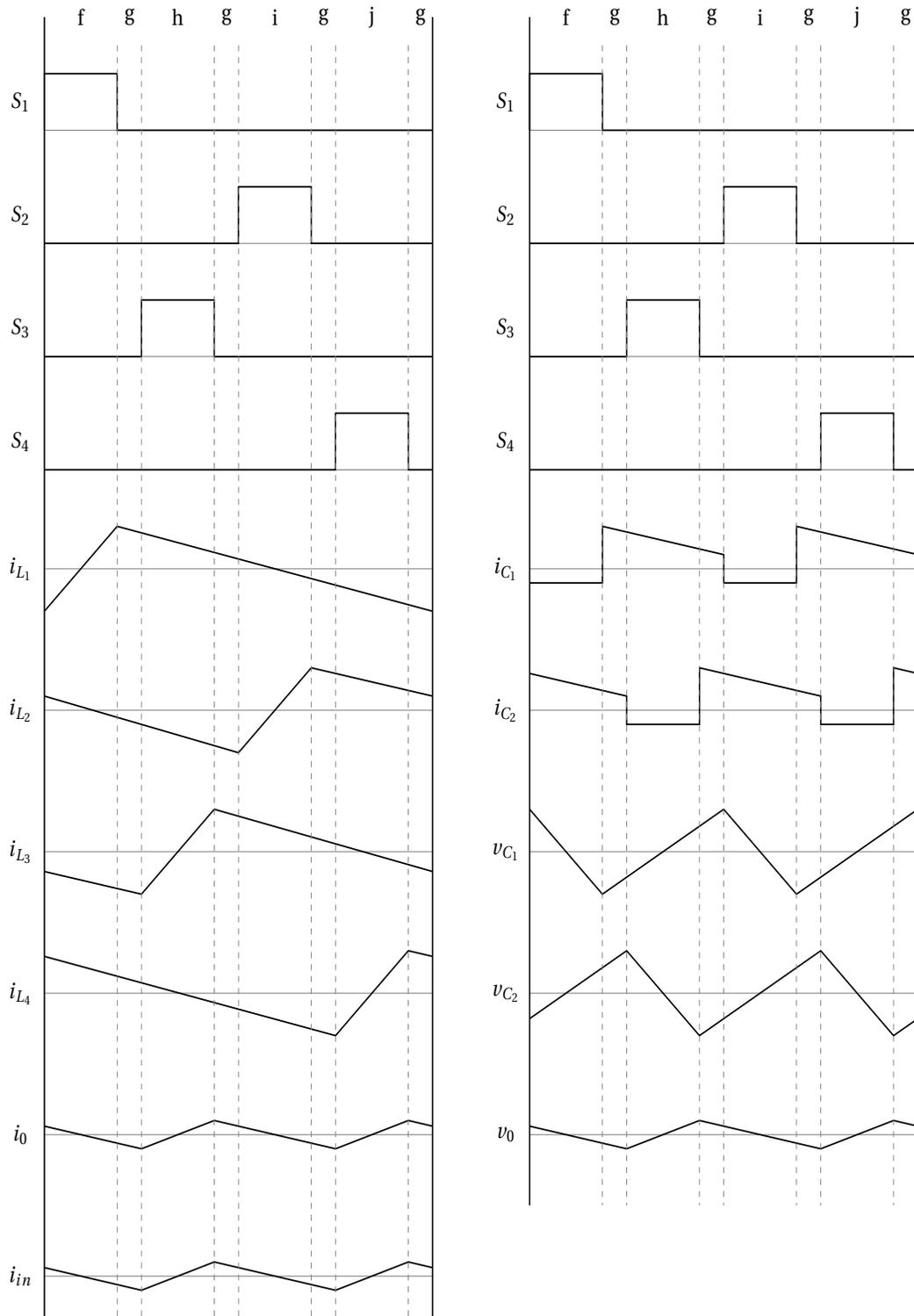


Figura E.5: Formas de Onda para el ciclo de trabajo $D < 0.5$.

Las ecuaciones del modelo matemático se utilizan para la construcción del modelo Bond Graph del convertidor propuesto, el modelo se muestra en la Figura E.6. En el modelo se utilizan transformadores modulados (MTF) para representar los interruptores electrónicos.

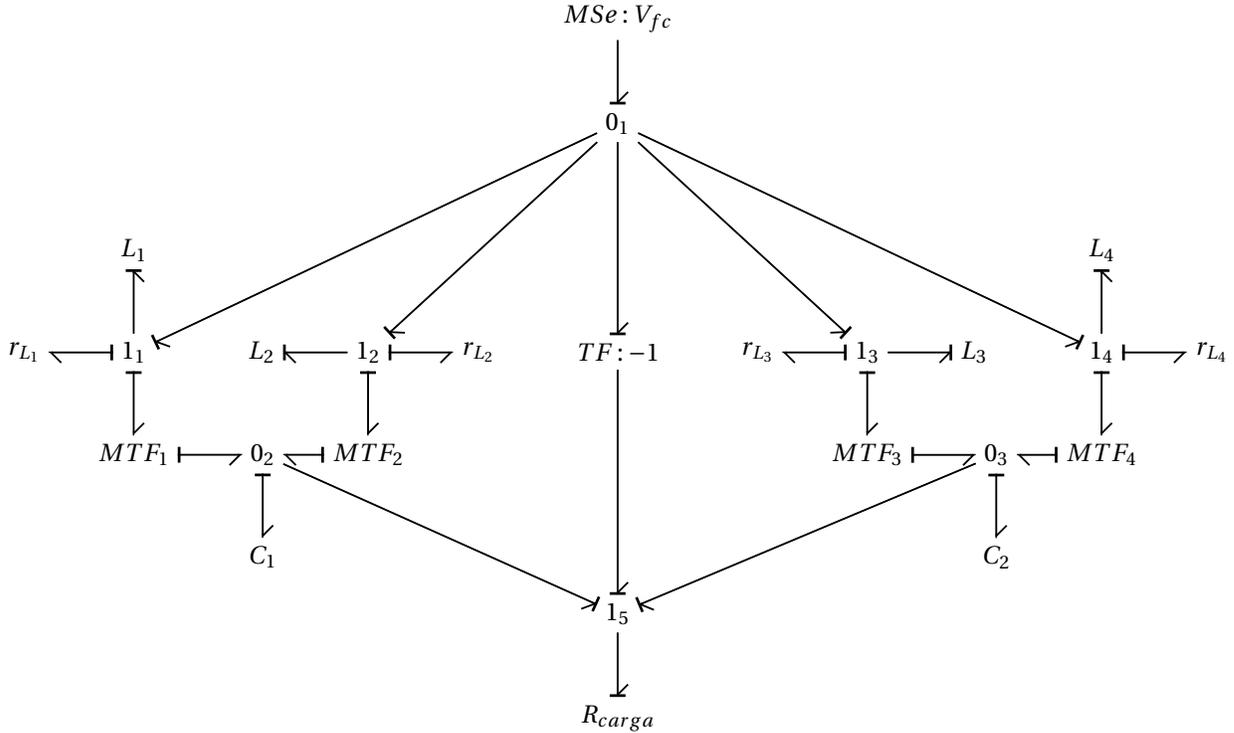


Figura E.6: Bond Graph del Convertidor FIBC.

El convertidor será integrado a un sistema de celdas de combustible, operando con una salida de voltaje de 38.5 V. Antes de definir los parámetros, es importante definir algunas de las características de desempeño del convertidor. Primero, seleccionamos la frecuencia de conmutación de los interruptores; [Kabalo et al. \(2011\)](#) y [Guilbert et al. \(2015\)](#), [Coutellier \(2008\)](#) y [Wahdame et al. \(2008\)](#), la frecuencia seleccionada es $f_s = 20$ kHz.

La salida de voltaje deseada para el convertidor es $V_0 = 200$ V, la resistencia de carga considerada es $R_{carga} = 173.9130\Omega$. A partir de la ecuación E.30 se pueden determinar los valores de r_L , L y D para los cuales se obtiene el voltaje de salida V_0 . La resistencia e inductancia pertenecen a un mismo elemento y se debe seleccionar juntas. Los siguientes valores son los seleccionados:

$$\begin{aligned} D &= 0.6774, \\ L &= 43 \text{ mH}, \\ r_L &= 0.020 \Omega. \end{aligned} \tag{E.67}$$

Para estos valores podemos obtener el voltaje de salida V_0 y voltaje en los capacitores V_C .

$$V_0 = \frac{1 + 0.6774}{1 - 0.6774 + \frac{0.02}{173.9130(1-0.6774)}} 38.5 = 200 \text{ V}, \quad (\text{E.68})$$

$$V_C = \frac{1 + \frac{0.02}{2 \times 173.913(1-0.6774)}}{1 + \frac{0.02}{173.913(1-0.6774)^2}} \left(\frac{38.5}{1 - 0.6774} \right) = 119.23 \text{ V}. \quad (\text{E.69})$$

Con el valor V_0 , se obtiene $I_0 = 1.15 \text{ A}$. La ecuación E.36 nos permite determinar el valor de la intensidad de corriente en el inductor dado el rizo de corriente deseado, y finalmente la intensidad de corriente en la fuente I_{fc} .

$$I_L = \frac{I_0}{2 \times (1 - 0.6774)} = 1.7824 \text{ A}, \quad (\text{E.70})$$

$$I_{fc} = 4I_L = 4 \times 1.7824 = 7.1296 \text{ A}. \quad (\text{E.71})$$

Utilizando la ecuación E.39 se puede obtener el rizo de corriente en cada uno de los inductores:

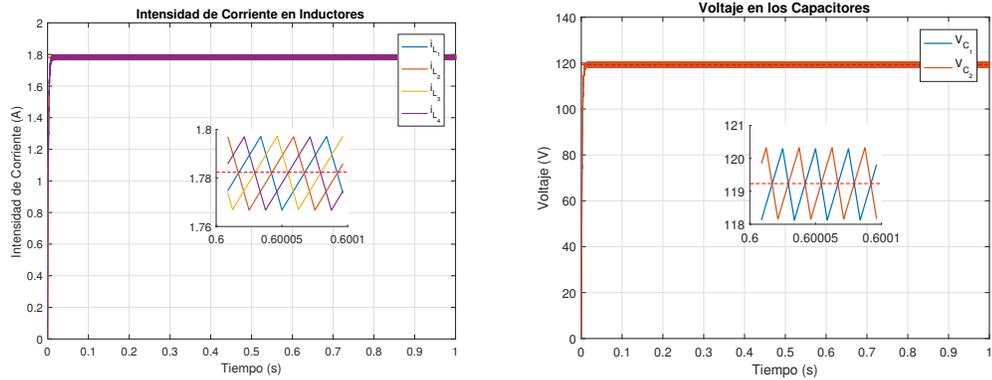
$$\Delta I_L = \frac{38.5 - 0.02 \times 1.7824}{0.043} 0.6774 \times \left(\frac{1}{20000} \right) = 0.0303 \text{ A}. \quad (\text{E.72})$$

Con la ecuación E.41 se puede determinar el capacitor necesario para el rizo de voltaje deseado en el capacitor.

$$C = \frac{1.7888 - 1.15}{2} (1 - 0.6774) \frac{1}{20000} = 5.1 \mu\text{F}. \quad (\text{E.73})$$

El capacitor más cercano a este valor es de $4.7 \mu\text{F}$, por lo que el rizo de voltaje esperado es de 2.1703 V .

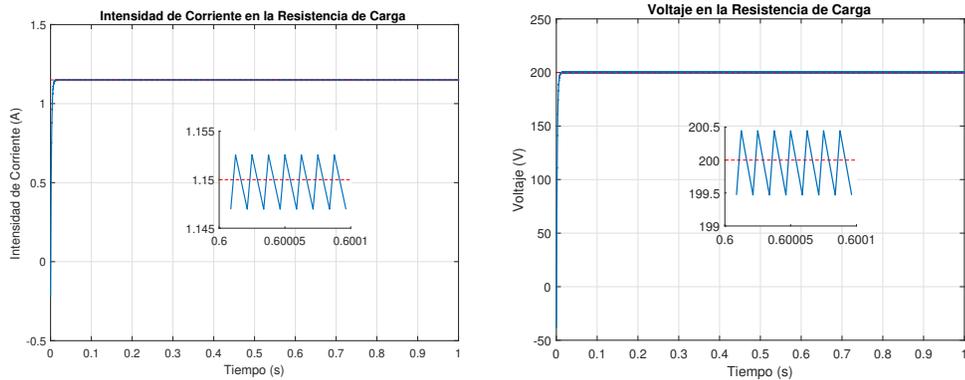
A continuación se presenta el comportamiento de los componentes seleccionados para el convertidor. La Figura E.7a presenta la intensidad de corriente en los cuatro inductores, la línea roja indica el valor promedio calculado; adicionalmente se puede corroborar la magnitud de rizo. En la Figura E.7b se muestra el voltaje en los capacitores, con su voltaje promedio estimado y la magnitud de rizo.



(a) Intensidad de Corriente en Inductores. (b) Diferencia de Potencial en Capacitores.

Figura E.7: Características de los componentes.

Después se presentan las características de salida del convertidor. La Figura E.8a muestra la intensidad en la resistencia de carga, su nivel promedio y magnitud de rizo. De igual forma, la Figura E.8b presenta el voltaje en la carga, con magnitud de rizo y valor promedio.



(a) Intensidad de Corriente en la Carga. (b) Voltaje en la Carga.

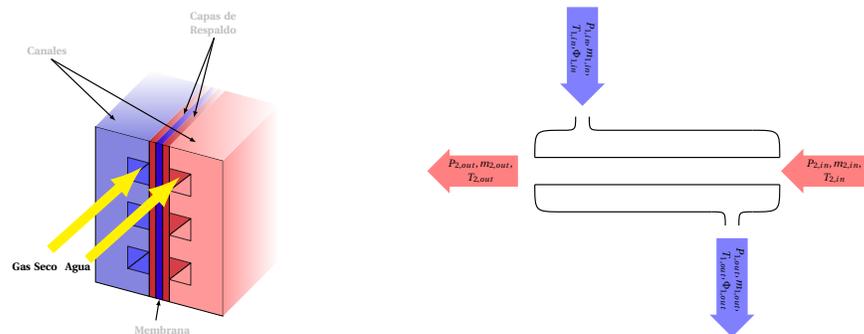
Figura E.8: Características de la salida.

A partir de estas figuras, se puede corroborar que los datos arrojados por la simulación coinciden con los datos determinados por el modelo matemático. Para información relacionada con el análisis de circuitos de convertidores se recomiendan las referencias [Rashid \(2009\)](#), [Mohan et al. \(2003\)](#), [Rashid \(2011\)](#), [Ang and Oliva \(2010\)](#) y [Erickson and Maksimovic \(2007\)](#).

Apéndice F

Humidificador

El humidificador seleccionado para integrar en el sistema de celdas de combustible se obtienen de un modelo termodinámico desarrollado por [Chen and Peng \(2005\)](#). En el trabajo mencionado se estudia la dinámica de administración de agua para el control de la humedad en una celda de combustible de membrana de intercambio protónico (PEMFC). En un estudio posterior ([Chen et al., 2008](#)), presenta las pruebas experimentales realizadas para validar la dinámica y el estado estable del modelo. A partir de estos estudios se elabora el modelo de humidificador que se integra al sistema de celdas de combustible.



(a) Representación de un humidificador.

(b) Diagrama del Humidificador.

Figura F.1: Humidificador de Membrana.

El humidificador está constituido por una membrana que separa dos placas con canales dispuestos para la circulación de agua y aire como se muestra en la Figura F.1. El dispositivo utiliza agua del sistema de enfriamiento de la celda de combustible para alimentar uno de los canales, mientras aire seco ingresa en el segundo canal para después ingresar a las celdas de combustible. Existe una diferencia de temperatura y concentración de agua entre ambos fluidos que ingresan al dispositivo, la membrana permite el intercambio de calor y el transporte de agua entre ellos.

El modelo considera dos volúmenes de control para obtener el modelo matemático del dispositivo. El **Volumen de Control 1** corresponde al canal dentro del cual circula la mezcla de aire y vapor de agua. El **Volumen de Control 2** corresponde al canal de circulación de agua, ambos se presentan en la Figura F2. Se considera al humidificador como aislado del medio ambiente, por lo que no existe intercambio de calor.

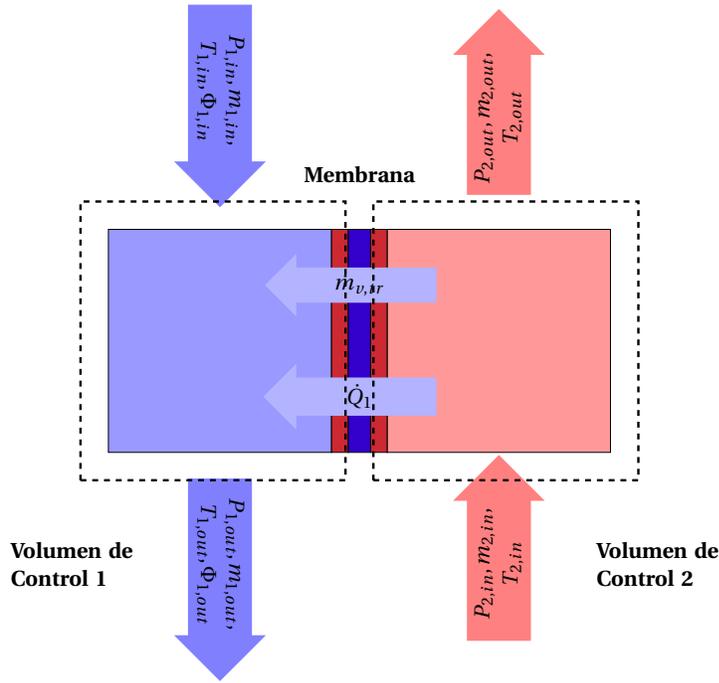


Figura F2: Diagrama del Humidificador.

Aplicando la primera ley de la termodinámica al **Volumen de Control 1** obtenemos:

$$\dot{m}_{a,1}u_{a,1} + \dot{m}_{v,1}u_{v,1} + \dot{m}_{a,1}\dot{u}_{a,1} + \dot{m}_{v,1}\dot{u}_{v,1} = \dot{Q}_1 + \dot{m}_{a,in}h_{a,in} + \dot{m}_{v,in}h_{v,in} + \dot{m}_{v,tr}h_{mem} - \dot{m}_{a,out} - \dot{m}_{v,out}h_{v,out}, \quad (F1)$$

donde

$$u_{a,1} = \int c_{v_a} \dot{T}_{1,a}, \quad u_{v,1} = \int c_{v_v} \dot{T}_{1,v}, \quad (F2)$$

$$h_{a,in} = \int c_{p_a} \dot{T}_{1,in}, \quad h_{a,out} = \int c_{p_a} \dot{T}_{1,out}, \quad (F3)$$

$$h_{v,in} = \int c_{p_v} \dot{T}_{1,in}, \quad h_{v,out} = \int c_{p_v} \dot{T}_{1,out}, \quad (F4)$$

$$h_{v,tr} = \int c_{p_v} \dot{T}_{mem}. \quad (F5)$$

El modelo considera el aire y el vapor de agua por separado donde, c_{v_v} y c_{v_a} corresponden al calor específico a volumen constante del vapor y el aire. De igual forma, c_{p_a} y c_{p_v} son el calor específico a presión constante del aire y vapor, respectivamente. $\dot{T}_{1,in}$ y $\dot{T}_{1,out}$ corresponden al cambio de temperatura de entrada y salida del **Volumen de Control 1** respecto al tiempo, y \dot{T}_{mem} es el cambio en la temperatura de la membrana. El término \dot{Q}_1 representa el intercambio de calor entre ambos volúmenes de control, se considera positivo para el volumen de control 1 y negativo para el volumen de control 2. Para representar la transferencia de agua entre ambos canales se utiliza el término $\dot{m}_{v,tr}$.

Bajo un procedimiento similar, utilizando la primera ley de la termodinámica en el **Volumen de Control 2** se obtiene:

$$\dot{m}_{w,2}c_{p_w}\dot{T}_{2,out} = -\dot{Q}_1 + \dot{m}_{2,in}h_{w,in} - \dot{m}_{2,out}h_{w,out} - \dot{m}_{v,tr}h_{mem}, \quad (F6)$$

donde

$$h_{w,in} = \int c_{p_w}\dot{T}_{2,in}, \quad h_{w,out} = \int c_{p_w}\dot{T}_{2,out}. \quad (F7)$$

En este volumen de control solamente se considera agua donde c_{p_w} es el calor específico a presión constante del agua. El presente modelo asume que la temperatura de la membrana T_{mem} es igual a la temperatura de ingreso de agua al humidificador $T_{2,in}$.

El cambio de masa en el interior del volumen de control 1, representado por $\dot{m}_{a,1}$ para la masa de aire y $\dot{m}_{v,1}$ para la masa de vapor en la ecuación F1, se obtiene a partir de la ley de conservación de la masa. Los subíndices *in* y *out* identifican los flujos de entrada y salida, respectivamente:

$$\dot{m}_{a,1} = \dot{m}_{a,in} - \dot{m}_{a,out}, \quad (F8)$$

$$\dot{m}_{v,1} = \dot{m}_{v,in} - \dot{m}_{v,tr} - \dot{m}_{v,out}, \quad (F9)$$

$$\dot{m}_{a,in} = \frac{1}{1 + \omega_{1,in}} \dot{m}_{in,1}. \quad (F10)$$

Si se asume que la restricción de flujo entre la salida del humidificador y la entrada a la celda de combustible se puede describir por la ecuación de una boquilla.

$$\dot{m}_{1,out} = Cr_1 \sqrt{P_{1,out} - P_{fc,in}}, \quad (F11)$$

donde $P_{fc,in}$ es la presión de entrada de la celda de combustible y Cr_1 es una constante que depende del orificio y la densidad del fluido.

Con un procedimiento similar se obtiene el cambio de la masa de agua en el interior del volumen de control 2 $\dot{m}_{w,2}$ como se muestra en la ecuación F12.

$$\dot{m}_{w,2} = \dot{m}_{2,in} - \dot{m}_{v,tr} - \dot{m}_{2,out}. \quad (\text{F.12})$$

Para representar la transferencia de vapor de agua entre los dos volúmenes de control propuestos se utiliza la ecuación F.13.

$$\dot{m}_{v,tr} = D_w \frac{c_2 - c_1}{t_w} M_v A, \quad (\text{F.13})$$

donde c_1 y c_2 son las concentraciones de agua en los volúmenes de control 1 y 2 respectivamente, sus valores se definirán más adelante. El espesor de la membrana es t_m . M_v es la masa molar del vapor de agua. A es el área de transferencia, en el caso del humidificador es el área de la membrana. El modelo considera Nafion 117 como material de la membrana, lo que nos permite utilizar la ecuación F.14 para determinar el coeficiente de difusión D_w .

$$D_w = D_\lambda \exp 2416 \left(\frac{1}{303} - \frac{1}{T_{mem}} \right). \quad (\text{F.14})$$

El valor de D_λ se determina de forma empírica para cada material, para el Nafion 117 está definido como:

$$D_\lambda = \begin{cases} 10^{-6}, & \lambda_{mem} < 2, \\ 10^{-6}(1 + 2(\lambda_{mem} - 2)), & 2 \leq \lambda_{mem} \leq 3, \\ 10^{-6}(3 - 1.67(\lambda_{mem} - 3)), & 3 < \lambda_{mem} < 4.5, \\ 1.25 \times 10^{-6}, & \lambda_{mem} \geq 4.5, \end{cases} \quad (\text{F.15})$$

donde el contenido de agua λ_{mem} está dada por:

$$\lambda_{mem} = \begin{cases} 0.043 + 17.81a_{mem} - 39.85a_{mem}^2 + 36.0a_{mem}^3, & 0 < a_{mem} \leq 2, \\ 14 + 1.4(a_{mem} - 1), & 1 < a_{mem} \leq 3, \end{cases} \quad (\text{F.16})$$

y el parámetro $a_{mem} = \frac{a_1 + a_2}{2}$, donde a_1 y a_2 son las humedades relativas del **Volumen de Control 1** y **Volumen de Control 2**, respectivamente.

Las concentraciones de agua en cada volumen de control se definen como:

$$c_1 = \frac{\rho_{mem,dry}}{M_{mem,dry}} \lambda_1 \quad c_2 = \frac{\rho_{mem,dry}}{M_{mem,dry}} \lambda_2, \quad (\text{F.17})$$

donde los símbolos $\rho_{mem,dry}$ y $M_{mem,dry}$ representan la densidad y peso equivalente de la membrana seca. Mientras λ_1 y λ_2 corresponden al contenido de agua en cada volumen de control, cuyos valores se pueden determinar como:

$$\lambda_1 = 0.043 + 17.81a_1 - 39.85a_1^2 + 36.0a_1^3 \quad a_1 = \frac{P_{v,1}}{P_{sat,1}}, \quad (\text{F.18})$$

$$\lambda_2 = 14, \quad (\text{F.19})$$

donde se define $\lambda_2 = 14$ como resultado de las pruebas experimentales. $P_{v,1}$ es la presión parcial del vapor de agua y $P_{sat,1}$ es la presión de saturación en el **Volumen de Control 1**, que está dada por:

$$\log_{10}(P_{sat,1}) = 2.95 \times 10^{-2} T_{a,out} - 9.18 \times 10^{-5} T_{a,out}^2 + 1.44 \times 10^{-7} T_{a,out}^3 - 2.18. \quad (F.20)$$

La presión total y las presiones parciales del vapor de agua y el aire en el **Volumen de Control 1** se pueden definir a partir de la Ley del Gas Ideal.

$$P_{v,1} V_1 = R_v T_1 m_{v,1}, \quad (F.21)$$

$$P_{a,1} V_1 = R_a T_1 m_{a,1}, \quad (F.22)$$

$$P_1 = P_{a,1} + P_{v,1}, \quad (F.23)$$

donde R_a y R_v son las constante de los gases para el aire y el vapor de agua, V_1 es el volumen del **Volumen de Control 1**, $P_{a,1} = P_{a,out}$, y $P_{v,1} = P_{v,out}$.

Finalmente, para determinar la velocidad de transferencia de calor \dot{Q}_1 entre ambos volúmenes de control se utiliza la ecuación F.24.

$$\dot{Q}_1 = \bar{h} A \Delta T_{2/1} \eta_0, \quad (F.24)$$

donde A es el área de transferencia de calor, η_0 es la eficiencia de transferencia de calor, \bar{h} es el coeficiente de transferencia de calor y $\Delta T_{2/1}$ es la diferencia de temperatura entre las fluidos de ambos canales. El coeficiente de transferencia de calor está dado por:

$$\bar{h} = \frac{k N_{uD}}{D_h}, \quad (F.25)$$

donde k es la conductividad térmica de la membrana, N_{uD} es el número de Nusselt y D_h es el diámetro del canal hidráulico. La diferencia de temperatura $\Delta T_{2/1}$ para un proceso en contra flujo, como el sistema que se considera, está dada por:

$$\Delta T_{2/1} = \frac{(T_{w,in} - T_{g,out}) - (T_{w,out} - T_{g,in})}{\ln \frac{T_{w,in} - T_{g,out}}{T_{w,out} - T_{g,in}}}. \quad (F.26)$$

A partir de la ecuaciones anteriores es posible construir el modelo Bond Graph del Humidificador de Membrana propuesto. El modelo resultante se muestra en la Figura F.3 con causalidad integral preferente para definir el modelo de comportamiento. El modelo presenta por separado los diagramas del campo fluídico y térmico, y utiliza señales para relacionarlos. En el campo fluídico utiliza elementos capacitivos para representar los canales donde se acumula la mezcla de aire y vapor de agua, y fuentes moduladas para la entrada y salida de ambas especies. En el campo térmico se utilizan elementos resistivos para representar cada uno de los términos de flujo

de entalpía, y finalmente la definición del intercambio de calor entre ambos canales se define a partir de un elemento resistivo. Esta configuración sigue prácticas de modelado propuestas por Borutzky (2009) para el modelado de un intercambiador de calor.

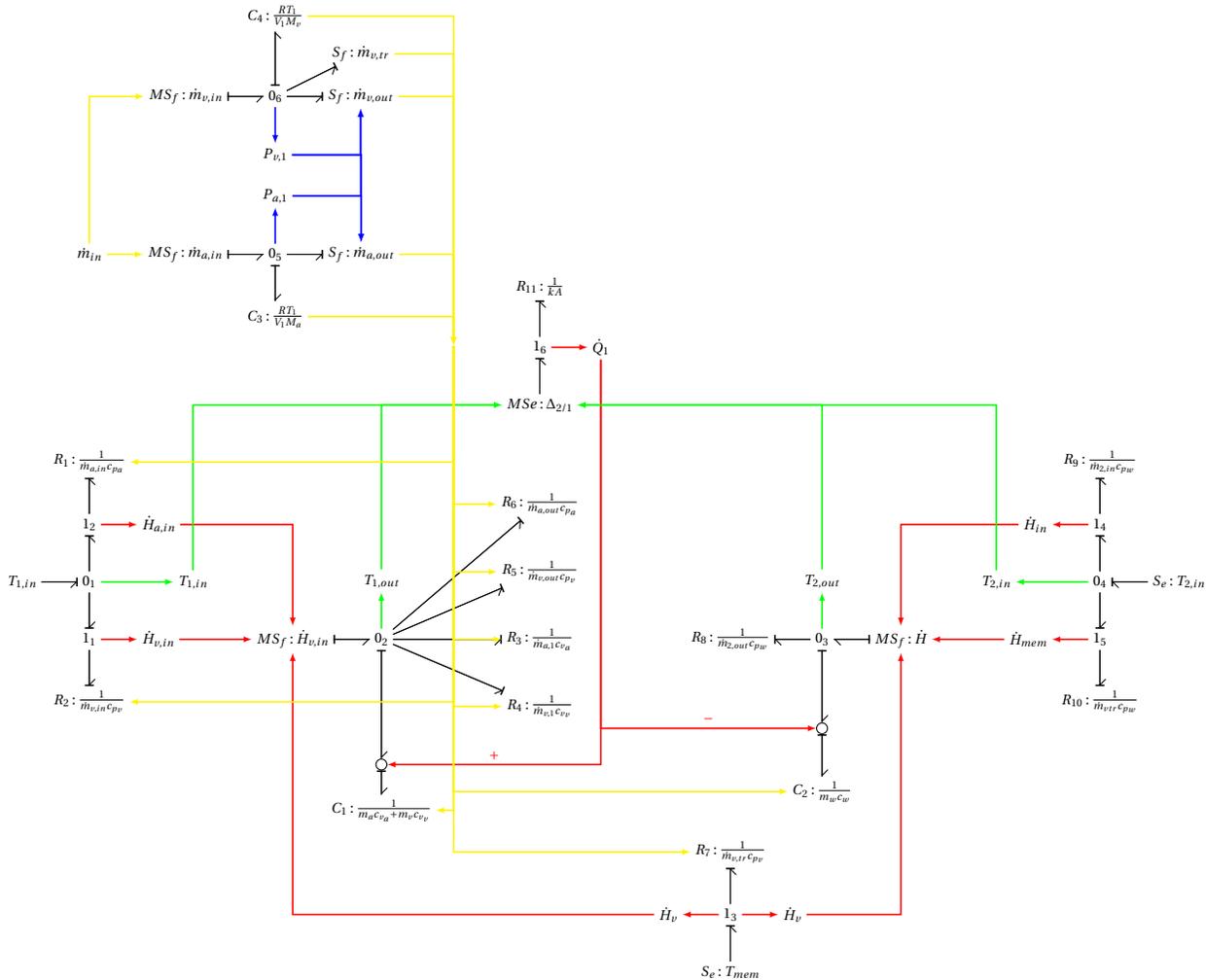


Figura E3: Diagrama Bond Graph del Humidificador con causalidad integral preferente.

Este modelo tiene algunas ventajas como presentar una relación directa entre las ecuaciones planteadas anteriormente y sus elementos constitutivos. Sin embargo, presenta muchas señales que lo vuelven complejo de interpretar. Se propone un segundo modelo donde se utilizan bases desarrolladas en Thoma and Ould-Bouamama (2013) donde se utiliza una junta de características especiales denominado **HUM** y un capacitor de campo para integrar el campo fluido y térmico y presentar un modelo más compacto.

La introducción de la junta HUM se debe a que en un humidificador, al igual que en un intercambiador de calor, la entalpía no se conserva sino se incrementa debido al flujo de conducción

y los cambios en las restricciones impuestas en los gases. Además, debido a la transferencia de masa tampoco existe una conservación del flujo másico. Las temperaturas de entrada y salida no son iguales, por lo que una junta 0 no puede ser utilizada para unir los elementos del modelo. La juntas HUM del humidificador tiene las siguientes ecuaciones constitutivas:

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_{31} &= \dot{m}_{34} - \dot{m}_{35} - \dot{m}_{33}, & \dot{m}_{32} &= \dot{m}_{37} + \dot{m}_{38} - \dot{m}_{39} - \dot{m}_{310}, \\
 \dot{H}_{31} &= \dot{H}_{34} - \dot{H}_{35} - \dot{H}_{33} - \dot{Q}_{36}, & \dot{H}_{32} &= \dot{H}_{37} + \dot{H}_{38} - \dot{H}_{39} - \dot{H}_{310} - \dot{H}_{R_a} - \dot{H}_{R_v} + \dot{Q}_{36}, \\
 T_{31} &= \frac{1}{C_{31}} \int \dot{H}_{31} dt \neq T_{w,in}, & T_{32} &= \frac{1}{C_{32}} \int \dot{H}_{32} dt \neq T_{in}.
 \end{aligned} \quad (F.27)$$

El modelo resultante se muestra en la Figura F.4.

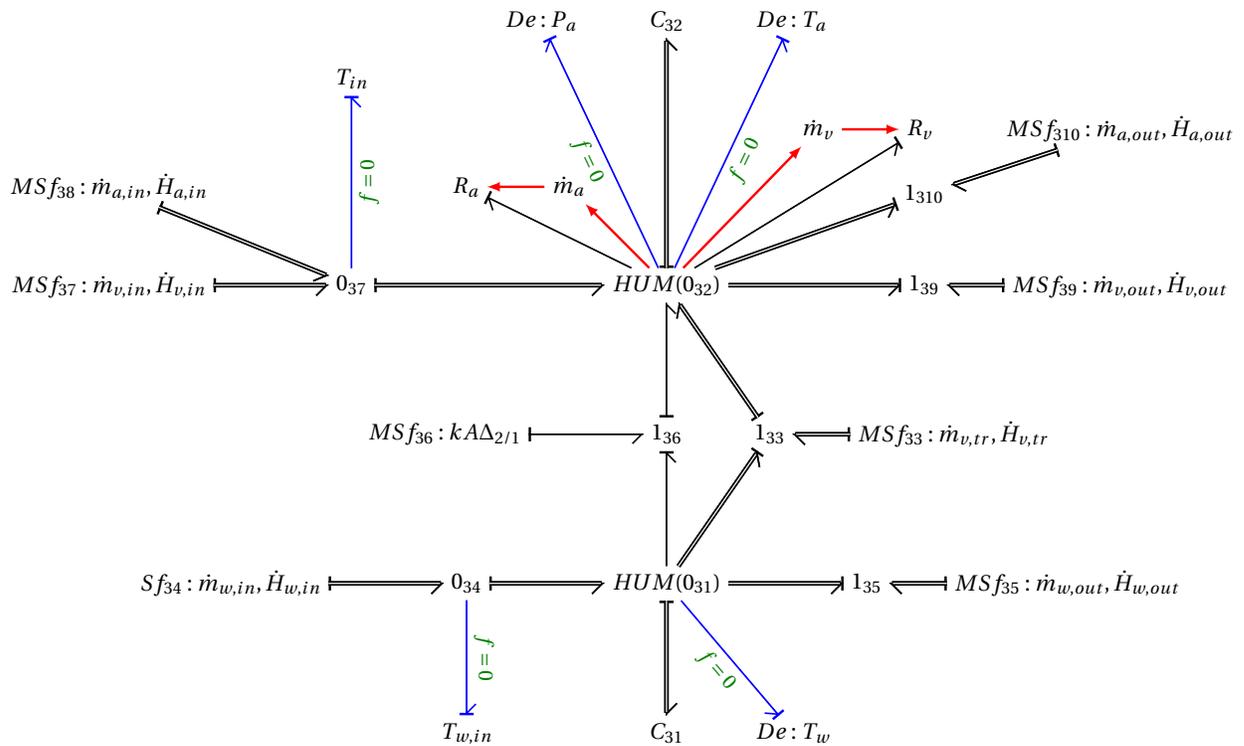


Figura F.4: Bond Graph del humidificador con Causalidad Integral Preferente.

Los parámetros utilizados en el modelo para simular el comportamiento del humidificador se presentan en la Tabla F.1.

Característica	Valor	Característica	Valor
A	280 cm^2	t_m	0.0025 cm
$\rho_{mem,dry}$	0.001 kg/cm^3	$M_{mem,dry}$	1 kg/mol
N_{uD}	5.4	k	013
D_h	0.001	η_0	1
M_a	0.028971 kg/mol	M_v	$0.01801528 \text{ kg/mol}$
V_{c1}	0.0015 m^3	D_h	0.001 m
Cr_1	0.001	c_{p_w}	4187
c_{p_v}	1880	c_{p_a}	1009
c_{v_v}	1435	c_{v_a}	721

Tabla F.1: Parámetros del Humidificador.

En la Figura E5 se muestra el comportamiento de los flujos de entrada y salida de la mezcla de aire en el humidificador. La diferencia entre el flujo de salida y el flujo de entrada indica la transferencia de masa de agua del canal de agua hacia el canal de la mezcla de aire.

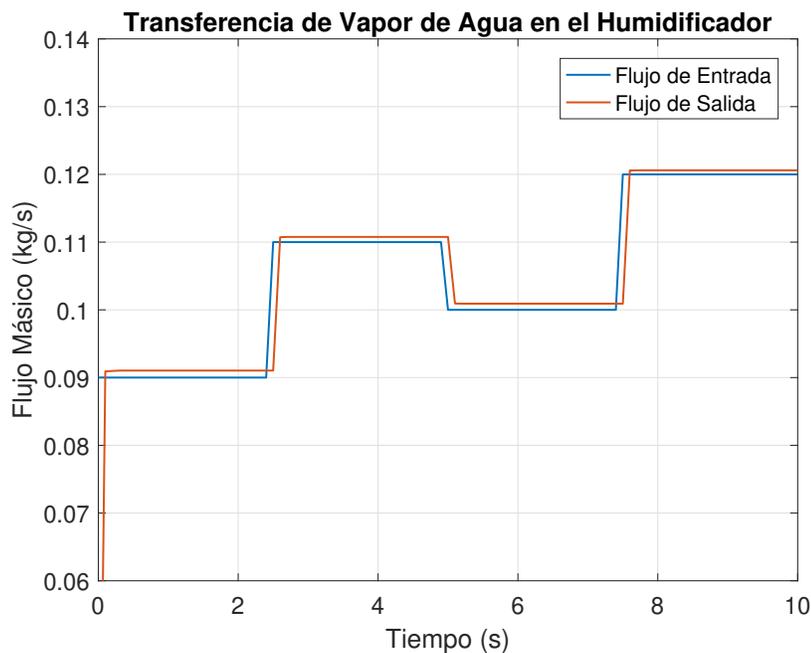


Figura E5: Transporte de Masa en el Humidificador.

Por otro lado, en la Figura E6 se presenta la evolución de la humedad relativa conforme a la variación del flujo de salida de la mezcla. La humedad relativa del flujo de salida de la mezcla de aire se aproxima a 1 conforme aumenta el flujo másico.

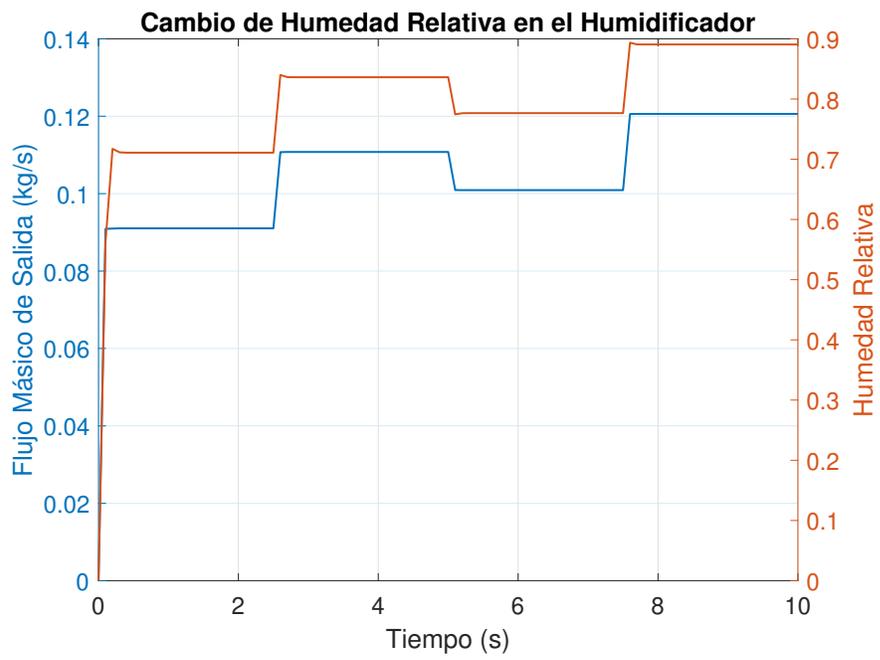


Figura F.6: Cambio de Humedad Relativa Humidificador.

Apéndice G

Válvula de Control

Kancsár et al. (2017) propone el control de flujo de los gases que ingresan a la celda a través de una placa perforada y un regulador de presión.

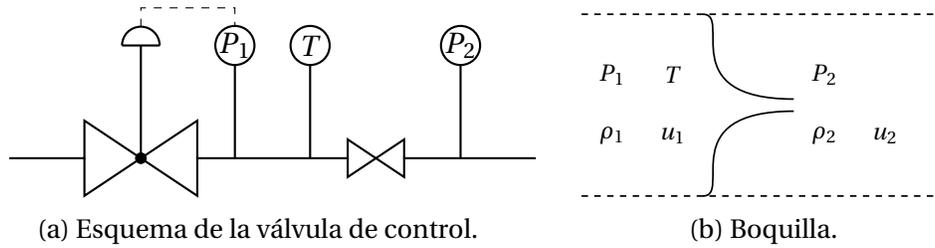


Figura G.1: Válvula de control.

Recordando las ecuaciones de Bernoulli para fluidos incompresibles.

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2} u^2 = \text{constante}, \quad (\text{G.1})$$

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} R_g T + \frac{1}{2} u^2 = \text{constante}, \quad (\text{G.2})$$

A partir de la ecuación de Bernoulli G.1, si se asume que un fluido a presión P_1 , densidad ρ_1 y Temperatura T_1 se descarga de un depósito muy grande, su velocidad es $u_1 \approx 0$ a través de una boquilla convergente.

$$\frac{u^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_2}{\rho_2} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1}{\rho_1}. \quad (\text{G.3})$$

Considerando que $\rho = P^{\frac{1}{\kappa}}$.

$$\frac{u^2}{2} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right] = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[1 - \frac{P_2^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{P_1^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right] = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right], \quad (\text{G.4})$$

$$u = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}. \quad (\text{G.5})$$

Utilizando la ecuación de continuidad 2.36:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= A \rho_2 u, \\ &= A \rho_2 \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}, \\ &= A \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1}{\rho_1} \rho_2^2 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}, \\ &= A \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} P_1 \rho_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}, \\ &= A \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} P_1 \rho_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \end{aligned} \quad (\text{G.6})$$

Recordando que $\rho_1 = \frac{P_1}{R_g T_1}$,

$$\begin{aligned} \dot{m} &= A \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P_1^2}{R_g T_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}, \\ &= A P_1 \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{2}{R_g T_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \end{aligned} \quad (\text{G.7})$$

El flujo es controlado variando la presión de entrada P_1 por un regulador de presión remoto. La ecuación del flujo está dada por:

$$\dot{m} = A P_1 \sqrt{\frac{2}{R_g T_1}} \psi, \quad (\text{G.8})$$

donde

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} (\Pi^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi^{\frac{\kappa+1}{\kappa}})}, \quad (\text{G.9})$$

$$\Pi = \frac{P_2}{P_1}. \quad (\text{G.10})$$

La función ψ tiene un valor máximo para cada valor de κ , el comportamiento se muestra en la Figura G.2. El valor máximo está dado por:

$$\psi_{max} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}}. \quad (G.11)$$

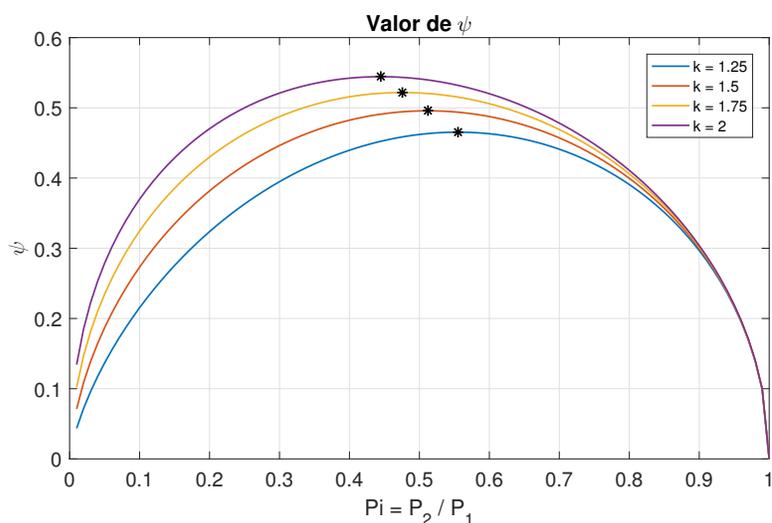


Figura G.2: Valor de ψ respecto a Π .

El valor ψ_{max} ocurre cuando:

$$\Pi_{crit} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)_{crit} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}. \quad (G.12)$$

En la Figura G.3 se muestra el comportamiento del sistema propuesto para diversos valores de Π^{-1} , con las siguientes características.

Característica	Valor
κ	1.401
A	4.9087 m^2
T	370 K
R	$277.4172 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$

Tabla G.1: Parámetros de la Celda de Combustible.

El valor crítico de Π está marcado por la línea vertical roja intermitente. A partir de este valor crítico, el flujo de alimentación de la válvula es casi independiente de P_2 , y linealmente dependiente de P_1 .

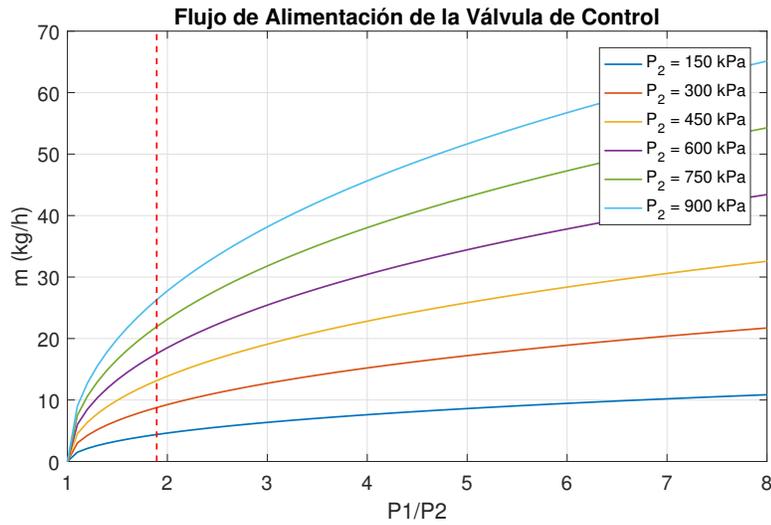


Figura G.3: Flujo de Alimentación de la Válvula de Control para $\kappa = 1.401$.

El diagrama Bond Graph para el sistema de control de flujo propuesto es:

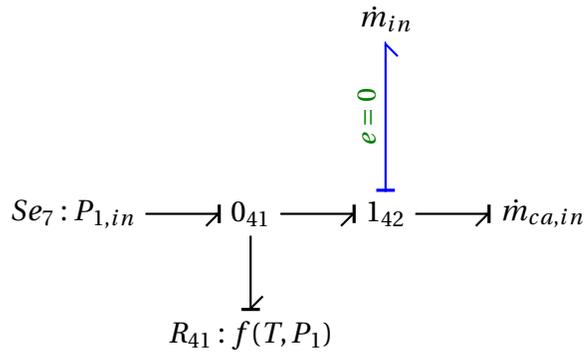


Figura G.4: Bond Graph de la Válvula con Causalidad Integral Preferente.

Se recomienda leer [Nakayama and Boucher \(1997\)](#) u otro título relacionado con mecánica de fluidos para mayor información sobre el modelado de estos sistemas.

Bibliografía

- Aitouche, A., Yang, Q., and Ould-Bouamama, B. (2011). Fault detection and isolation of PEM fuel cell system based on nonlinear analytical redundancy. *The European Physical Journal Applied Physics*, 54(2):23408, DOI: [10.1051/epjap/2011100250](https://doi.org/10.1051/epjap/2011100250).
- Amphlett, J., Mann, R., Peppley, B., Roberge, P., and Rodrigues, A. (1996). A model predicting transient responses of proton exchange membrane fuel cells. DOI: [10.1016/S0378-7753\(96\)02360-9](https://doi.org/10.1016/S0378-7753(96)02360-9).
- Amphlett, J. C. (1995). Performance Modeling of the Ballard Mark IV Solid Polymer Electrolyte Fuel Cell. *Journal of The Electrochemical Society*, 142(1):9, DOI: [10.1149/1.2043959](https://doi.org/10.1149/1.2043959).
- Andújar, J. M., Segura, F., and Vasallo, M. J. (2008). A suitable model plant for control of the set fuel cell-DC/DC converter. *Renewable Energy*, 33(4):813–826, DOI: [10.1016/j.renene.2007.04.013](https://doi.org/10.1016/j.renene.2007.04.013).
- Ang, S. and Oliva, A. (2010). *Power-Switching Converters, Third Edition*. Taylor & Francis, ISBN: [9781439815335](https://doi.org/10.1080/9781439815335).
- Bagotsky, V. (2005). *Fundamentals of Electrochemistry*. The ECS Series of Texts and Monographs. Wiley, ISBN: [9780471741985](https://doi.org/10.1002/9780471741985).
- Baschuk, J. and Li, X. (2000). Modelling of polymer electrolyte membrane fuel cells with variable degrees of water flooding. *Journal of Power Sources*, 86(1):181–196, DOI: [10.1016/S0378-7753\(99\)00426-7](https://doi.org/10.1016/S0378-7753(99)00426-7).
- Borgnakke, C. and Sonntag, R. (2012). *Fundamentals of Thermodynamics, 8th Edition*. Wiley, ISBN: [9781118476581](https://doi.org/10.1002/9781118476581).
- Borutzky, W. (2009). *Bond Graph Methodology: Development and Analysis of Multidisciplinary Dynamic System Models*. Springer London, ISBN: [9781848828827](https://doi.org/10.1002/9781848828827).
- Borutzky, W. (2011). Analytical redundancy relations from bond graphs of hybrid system models. 1:43–49.
- Borutzky, W. (2016). *Bond Graphs for Modelling, Control and Fault Diagnosis of Engineering Systems*. Springer International Publishing, ISBN: [9783319474342](https://doi.org/10.1007/9783319474342).

- Bressel, M., Hilairet, M., Daniel, H., and Ould-Bouamama, B. (2015). Dynamical modeling of Proton Exchange Membrane Fuel Cell and parameters identification. In *Fundamentals and Development of Fuel Cell 2015*, Toulouse, France. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01558247>.
- Bressel, M., Ould-Bouamama, B., Hissel, D., and Hilairet, M. (2016). A Review on Graphical Methods for Modeling a Proton Exchange Membrane Fuel Cell. *Journal of Fuel Cell Science and Technology*, 12(6):060801, DOI: [10.1115/1.4032336](https://doi.org/10.1115/1.4032336).
- Ceraolo, M., Miulli, C., and Pozio, A. (2003). Modelling static and dynamic behaviour of proton exchange membrane fuel cells on the basis of electro-chemical description. *Journal of Power Sources*, 113(1):131–144, DOI: [10.1016/S0378-7753\(02\)00565-7](https://doi.org/10.1016/S0378-7753(02)00565-7).
- Chatti, N., Ould-Bouamama, B., Gehin, A. L., and Merzouki, R. (2013). Merging bond graph and signed directed graph to improve fdi procedure. In *2013 European Control Conference (ECC)*, pages 1457–1462. DOI: [10.23919/ECC.2013.6669457](https://doi.org/10.23919/ECC.2013.6669457).
- Chatti, N., Ould-Bouamama, B., Gehin, A. L., and Merzouki, R. (2014). Signed Bond Graph for multiple faults diagnosis. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 36:134–147, DOI: [10.1016/j.engappai.2014.07.018](https://doi.org/10.1016/j.engappai.2014.07.018).
- Chen, D., Li, W., and Peng, H. (2008). An experimental study and model validation of a membrane humidifier for PEM fuel cell humidification control. *Journal of Power Sources*, 180(1):461–467, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2008.02.055](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.02.055).
- Chen, D. and Peng, H. (2004). Modeling and simulation of a pem fuel cell humidification system. In *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, volume 1, pages 822–827 vol.1. DOI: [10.23919/ACC.2004.1383707](https://doi.org/10.23919/ACC.2004.1383707).
- Chen, D. and Peng, H. (2005). A Thermodynamic Model of Membrane Humidifiers for PEM Fuel Cell Humidification Control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 127(3):424, DOI: [10.1115/1.1978910](https://doi.org/10.1115/1.1978910).
- Cheng, X., Shi, Z., Glass, N., Zhang, L., Zhang, J., Song, D., Liu, Z. S., Wang, H., and Shen, J. (2007). A review of PEM hydrogen fuel cell contamination: Impacts, mechanisms, and mitigation. *Journal of Power Sources*, 165(2):739–756, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2006.12.012](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2006.12.012).
- Coutellier, D. (2008). Experimental Verification of Floating-Output Transformer-less Converter Topologies. pages 562–568, DOI: [10.1109/PESC.2008.4591989](https://doi.org/10.1109/PESC.2008.4591989).
- Dutta, S., Shimpalee, S., and Van Zee, J. W. (2001). Numerical prediction of mass-exchange between cathode and anode channels in a PEM fuel cell. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(11):2029–2042, DOI: [10.1016/S0017-9310\(00\)00257-X](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00257-X).
- Erickson, R. and Maksimovic, D. (2007). *Fundamentals of Power Electronics*. Springer US, ISBN: [9780306480485](https://doi.org/10.1007/9780306480485).

- Fontès, G. (2005). *Modélisation et caractérisation de la pile PEM pour l'étude des interactions avec les convertisseurs statiques*. PhD thesis, L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE.
- Guilbert, D., Gaillard, A., Mohammadi, A., N'Diaye, A., and Djerdir, A. (2015). Investigation of the interactions between proton exchange membrane fuel cell and interleaved DC/DC boost converter in case of power switch faults. *International Journal of Hydrogen Energy*, 40(1):519–537, DOI: [10.1016/j.ijhydene.2014.10.072](https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2014.10.072).
- Guilbert, D., Gaillard, A., N'Diaye, A., and Djerdir, A. (2016). Power switch failures tolerance and remedial strategies of a 4-leg floating interleaved DC/DC boost converter for photovoltaic/fuel cell applications. *Renewable Energy*, 90:14–27, DOI: [10.1016/j.renene.2015.12.054](https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.12.054).
- Hogan, N. and Breedveld, P. (1999). The physical basis of analogies in network models of physical system dynamics. *Simulation Series*, 31:96–104.
- Hung, Y. H., Lin, P. H., Wu, C. H., and Hong, C. W. (2008). Real-time dynamic modeling of hydrogen PEMFCs. *Journal of the Franklin Institute*, 345(2):182–203, DOI: [10.1016/j.jfranklin.2007.08.004](https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2007.08.004).
- IEA (2006). Hydrogen posture plan. In *International Energy Agency Hydrogen*. https://www.hydrogen.energy.gov/pdfs/hydrogen_posture_plan_dec06.pdf.
- IPHE (2014). Terms of reference. In *The International Partnership for the Hydrogen and Fuel Cells in the Economy*. https://docs.wixstatic.com/ugd/45185a_ed80d4f29da24e5f9a2e0a482d569ebc.pdf.
- Isermann, R. (2005). Model-based fault-detection and diagnosis - Status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29(1):71–85, DOI: [10.1016/j.arcontrol.2004.12.002](https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2004.12.002).
- Kabalo, M., Blunier, B., Bouquain, D., Simões, M. G., and Miraoui, A. (2011). Modeling and control of 4-phase floating interleaving boost converter. *IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference)*, pages 3026–3032, DOI: [10.1109/IECON.2011.6119792](https://doi.org/10.1109/IECON.2011.6119792).
- Kabalo, M., Paire, D., Blunier, B., Bouquain, D., Simões, M. G., and Miraoui, A. (2012). Experimental validation of high-voltage-ratio low-input-current-ripple converters for hybrid fuel cell supercapacitor systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 61(8):3430–3440, DOI: [10.1109/TVT.2012.2208132](https://doi.org/10.1109/TVT.2012.2208132).
- Kancsár, J., Striednig, M., Aldrian, D., Trattner, A., Klell, M., Kügele, C., and Jakubek, S. (2017). A novel approach for dynamic gas conditioning for PEMFC stack testing. *International Journal of Hydrogen Energy*, 42(48):28898–28909, DOI: [10.1016/j.ijhydene.2017.09.076](https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2017.09.076).
- Karnopp, D. and Rosenberg, R. (1968). *Analysis and simulation of multiport systems: the bond graph approach to physical system dynamics*. M.I.T. Press.

- Khemliche, M., Ould-Bouamama, B., and Haffaf, H. (2006). Sensor placement for component diagnosability using bond graph. 132:547–556, DOI: [10.1016/j.sna.2006.01.044](https://doi.org/10.1016/j.sna.2006.01.044).
- Kolli, A., Gaillard, A., De Bernardinis, A., Bethoux, O., Hissel, D., and Khatir, Z. (2015). A review on DC/DC converter architectures for power fuel cell applications. *Energy Conversion and Management*, 105:716–730, DOI: [10.1016/j.enconman.2015.07.060](https://doi.org/10.1016/j.enconman.2015.07.060).
- Migliardini, E., Unich, A., and Corbo, P. (2015). Experimental comparison between external and internal humidification in proton exchange membrane fuel cells for road vehicles. *International Journal of Hydrogen Energy*, 40(17):5916–5927, DOI: [10.1016/j.ijhydene.2015.03.012](https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2015.03.012).
- Mohan, N., Undeland, T., and Robbins, W. (2003). *Power electronics: converters, applications, and design*. Number v. 1 in Power Electronics: Converters, Applications, and Design. John Wiley & Sons, ISBN: [9780471226932](https://doi.org/10.1002/9780471226932).
- Mukherjee, A. and Samantaray, A. (2006). *Bond Graph In Modeling, Simulation And Fault Identification*. Taylor & Francis Group, ISBN: [9788188237968](https://doi.org/10.1080/0020717968088237968).
- Mzoughi, D., Allagui, H., Khili, N., and Mami, A. (2015). Bond graph modeling and control of a single PEM cell. *International Renewable Energy Congress*, (2):3–7.
- Naik, M. V. and Samuel, P. (2016). Analysis of ripple current, power losses and high efficiency of DC-DC converters for fuel cell power generating systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 59:1080–1088, DOI: [10.1016/j.rser.2016.01.029](https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.01.029).
- Nakayama, Y. and Boucher, R. (1997). *Introduction to Fluid Mechanics*. Wiley, ISBN: [9780470236291](https://doi.org/10.1002/9780470236291).
- Nguyen, T. V. and White, R. E. (1993). A Water and Heat Management Model for Proton Exchange Membrane Fuel Cells. *Journal of The Electrochemical Society*, 140(8):2178–2186, DOI: [10.1149/1.2220792](https://doi.org/10.1149/1.2220792).
- Ould-Bouamama, B., El Harabi, R., Abdelkrim, M. N., and Ben Gayed, M. K. (2012). Bond graphs for the diagnosis of chemical processes. *Computers and Chemical Engineering*, 36(1):301–324, DOI: [10.1016/j.compchemeng.2011.07.008](https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2011.07.008).
- Özbek, M., Wang, S., Marx, M., and Söffker, D. (2013). Modeling and control of a PEM fuel cell system: A practical study based on experimental defined component behavior. *Journal of Process Control*, 23(3):282–293, DOI: [10.1016/j.jprocont.2012.11.009](https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2012.11.009).
- Paquin, M. and Fréchette, L. G. (2008). Understanding cathode flooding and dry-out for water management in air breathing PEM fuel cells. *Journal of Power Sources*, 180(1):440–451, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2008.02.012](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.02.012).
- Paynter, H. (1961). *Analysis and Design of Engineering Systems: Class Notes for M.I.T. Course 2,751*. M.I.T. Press.

- Peraza, C., Diaz, J. G., Arteaga-Bravo, F. J., Villanueva, C., and Gonzalez-Longatt, F. (2008). Modeling and simulation of PEM fuel cell with bond graph and 20sim. *2008 American Control Conference*, pages 5104–5108, DOI: [10.1109/ACC.2008.4587303](https://doi.org/10.1109/ACC.2008.4587303).
- Pukrushpan, J. T., Peng, H., and Stefanopoulou, A. G. (2004). Control-Oriented Modeling and Analysis for Automotive Fuel Cell Systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 126(1):14, DOI: [10.1115/1.1648308](https://doi.org/10.1115/1.1648308).
- Pukrushpan, J. T., Stefanopoulou, a. G., and Peng, H. P. H. (2002). Modeling and control for PEM fuel cell stack system. *Proceedings of the 2002 American Control Conference IEEE Cat NoCH37301*, 4(12):3117–3122, DOI: [10.1109/ACC.2002.1025268](https://doi.org/10.1109/ACC.2002.1025268).
- Rabih, S., Turpin, C., and Astier, S. (2008). Bond Graph model of a PEM fuel cell stack. *International Conference on Renewable Energies and Power Quality*, 1(6):329–334.
- Rashid, M. (2009). *Power Electronics: Circuits, Devices, and Applications*. Pearson, ISBN: [9788131702468](https://doi.org/9788131702468).
- Rashid, M. (2011). *Power Electronics Handbook*. Elsevier Science, ISBN: [9780123820372](https://doi.org/9780123820372).
- Saisset, R., Fontes, G., Turpin, C., and Astier, S. (2006). Bond Graph model of a PEM fuel cell. *Journal of Power Sources*, 156(1 SPEC. ISS.):100–107, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2005.08.040](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2005.08.040).
- Samantaray, A. K., Medjaher, K., Ould-Bouamama, B., Staroswiecki, M., and Dauphin-Tanguy, G. (2006). Diagnostic bond graphs for online fault detection and isolation. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 14(3):237–262, DOI: [10.1016/j.simpat.2005.05.003](https://doi.org/10.1016/j.simpat.2005.05.003).
- Saisset, R. (2004). *Contribution à l'étude systémique de dispositifs énergétiques à composants électrochimiques. Formalisme Bond Graph appliqué aux piles à combustible, accumulateurs Lithium-Ion, Véhicule Solaire*. PhD thesis, L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE.
- Sivakumar, S., Sathik, M. J., Manoj, P. S., and Sundararajan, G. (2016). An assessment on performance of DC-DC converters for renewable energy applications. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 58:1475–1485, DOI: [10.1016/j.rser.2015.12.057](https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.057).
- Springer, T. E. (1991). Polymer Electrolyte Fuel Cell Model. *Journal of The Electrochemical Society*, 138(8):2334, DOI: [10.1149/1.2085971](https://doi.org/10.1149/1.2085971).
- Sridhar, P., Perumal, R., Rajalakshmi, N., Raja, M., and Dhathathreyan, K. S. (2001). Humidification studies on polymer electrolyte membrane fuel cell. *Journal of Power Sources*, 101(1):72–78, DOI: [10.1016/S0378-7753\(01\)00625-5](https://doi.org/10.1016/S0378-7753(01)00625-5).
- Thoma, J. and Ould-Bouamama, B. (2013). *Modelling and Simulation in Thermal and Chemical Engineering: A Bond Graph Approach*. Springer Berlin Heidelberg, ISBN: [9783662041819](https://doi.org/9783662041819).

- Vijay, P., Samantaray, A. K., and Mukherjee, A. (2008). Bond graph model of a solid oxide fuel cell with a C-field for mixture of two gas species. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 222(4):247–259, DOI: [10.1243/09596518JSCE539](https://doi.org/10.1243/09596518JSCE539).
- Wahdame, B., Girardot, L., Hissel, D., Harel, F., Francois, X., Candusso, D., Pera, M. C., and Dumercy, L. (2008). Impact of power converter current ripple on the durability of a fuel cell stack. In *2008 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pages 1495–1500. DOI: [10.1109/ISIE.2008.4677206](https://doi.org/10.1109/ISIE.2008.4677206).
- Wellstead, P. E. (1979). *Introduction to Physical System Modelling*. Academic Press Ltd.
- Wu, J., Yuan, X. Z., Martin, J. J., Wang, H., Zhang, J., Shen, J., Wu, S., and Merida, W. (2008). A review of PEM fuel cell durability: Degradation mechanisms and mitigation strategies. *Journal of Power Sources*, 184(1):104–119, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2008.06.006](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.06.006).
- Yang, S., Bryant, A., Mawby, P., Xiang, D., Ran, L., and Tavner, P. (2011). An Industry-Based Survey of Reliability in Power Electronic Converters. *IEEE Transaction On Industry Applications*, 47(3):1441–1451, DOI: [10.1109/TIA.2011.2124436](https://doi.org/10.1109/TIA.2011.2124436).
- Yousfi-Steiner, N., Mocotéguy, P., Candusso, D., and Hissel, D. (2009). A review on polymer electrolyte membrane fuel cell catalyst degradation and starvation issues: Causes, consequences and diagnostic for mitigation. *Journal of Power Sources*, 194(1):130–145, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2009.03.060](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2009.03.060).
- Yousfi-Steiner, N., Mocotéguy, P., Candusso, D., Hissel, D., Hernandez, A., and Aslanides, A. (2008). A review on PEM voltage degradation associated with water management: Impacts, influent factors and characterization. *Journal of Power Sources*, 183(1):260–274, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2008.04.037](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.04.037).
- Zhang, L., Pan, M., and Quan, S. (2008). Model predictive control of water management in PEMFC. *Journal of Power Sources*, 180(1):322–329, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2008.01.088](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2008.01.088).
- Zhang, Z., Huang, X., Jiang, J., and Wu, B. (2006). An improved dynamic model considering effects of temperature and equivalent internal resistance for PEM fuel cell power modules. *Journal of Power Sources*, 161(2):1062–1068, DOI: [10.1016/j.jpowsour.2006.05.030](https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2006.05.030).
- Zhang, Z., Jia, L., He, H., Wang, X., and Yang, L. (2010). Modeling dynamic behaviors of a single cell proton exchange membrane fuel cell under different operating conditions. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, 41(6):689–698, DOI: [10.1016/j.jtice.2010.02.003](https://doi.org/10.1016/j.jtice.2010.02.003).
- Zumoffen, D. and Basualdo, M. (2010). Advanced control for fuel cells connected to a DC/DC converter and an electric motor. *Computers & Chemical Engineering*, 34(5):643–655, DOI: [10.1016/j.compchemeng.2009.11.001](https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2009.11.001).



**TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO**

cenidet[®]
Centro Nacional de Investigación
y Desarrollo Tecnológico