

# **INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA**

## **DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**



### **OPTIMIZACIÓN DE UN CONTROLADOR DIFUSO PARA ROBOT AUTÓNOMO MÓVIL USANDO EL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN DE MULTIVERSOS**

#### **TRABAJO DE TESIS**

Presentado por:

**LUCIO ALBERTO AMÉZQUITA ZENDEJAS**

Para obtener el grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS EN COMPUTACIÓN**

Director de Tesis:

**DR. OSCAR CASTILLO LÓPEZ**

Co-Director de Tesis:

**DR. JOSÉ LUCIANO SORIA ARTECHE**

**TIJUANA, B.C., FEBRERO 2021**



Instituto Tecnológico de Tijuana

Tijuana, Baja California,  
23/febrero/2021

OFICIO No. 027/DEPI/2021

Asunto: Autorización de Impresión de Tesis

**MARIBEL GUERRERO LUIS**  
**JEFA DEL DEPARTAMENTO DE SERVICIOS ESCOLARES**  
**PRESENTE**

En lo referente al trabajo de tesis, "Optimización de un controlador difuso para robot autónomo móvil usando el algoritmo de Optimización de Multiversos". Presentado por C. **Lucio Alberto Amezcua Zendejas**, alumno de la Maestría en Ciencias de la Computación con número de control **M1921001**; informo a usted que, a solicitud del comité de tutorial, tengo a bien **Autorizar la impresión de Tesis**, atendiendo las disposiciones de los Lineamientos para la Operación de Estudios de Posgrado del Tecnológico Nacional de México.

Sin más por el momento le envío un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

*Excelencia en Educación Tecnológica  
Por una juventud integrada al desarrollo de México*



**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
E INVESTIGACIÓN**

**YAZMIN MALDONADO ROBLES**  
**JEFA DE DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO E INVESTIGACIÓN**

ccp. Archivo  
YMR/lap



Calzada del Tecnológico S/N Esq. Av. Castillo de Chapultepec  
y calle Cuauhtemotzin, Fracc. Tomás Aquino C.P. 22414,  
Tijuana, Baja California.

(664) 6078400 Ext. 101 / e-mail: dir\_tijuana@tecnm.mx

tecnm.mx | tijuana.tecnm.mx





**INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TIJUANA  
POSGRADO EN COMPUTACION**

Asunto: Se autoriza impresión de Trabajo de Tesis

Tijuana, B.C., 19 de Febrero del 2021

**C. DRA. YAZMIN MALDONADO ROBLES**

Jefe de la Div. de Estudios de Posgrado e Investigación  
Presente.

En lo referente al trabajo de tesis escrito, con título "Optimización de un controlador difuso para robot autónomo móvil usando el algoritmo de Optimización de Multiversos", presentado por el **C. LUCIO ALBERTO AMEZQUITA ZENDEJAS**, alumno de la Maestría en Ciencias de la Computación con número de control **M1921001**, informamos a usted que se autoriza el escrito de tesis y se aprueba en todas sus partes, en virtud de reunir los requisitos de un trabajo de grado de Maestría y a la vez se autoriza al interesado para que proceda de inmediato a la impresión del mismo y a presentar su examen de grado, ya que cumple con todos los requisitos.

ATENTAMENTE

DR. OSCAR CASTILLO LOPEZ  
PRESIDENTE

DR. JOSE LUCIANO SORIA ARTECHE  
SECRETARIO

DR. PROMETEO CORTES ANTONIO  
VOCAL

- c.c.p. Oficina de Titulación
- c.c.p. División de Estudios de Posgrado e Investigación
- c.c.p. Expediente
- c.c.p. Interesado

EPMO/\*inf




## DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

Tijuana, BC., 19 de Febrero de 2021,

Yo, Lucio Alberto Amézquita Zendejas, estudiante de la Maestría en Ciencias de la Computación, en mi calidad de autor manifiesto que este documento de tesis es producto de mi trabajo original y que no infringe los derechos de terceros, tales como derechos de publicación, derechos de autor, patente y similaridad. Por lo tanto, la obra realizada es de mi exclusiva autoría y no infringí en copiar el texto o imágenes, de fuentes de información por lo cual soy responsable del escrito que aquí se presenta.

Así mismo, declaro que en las citas textuales que he incluido (las cuales aparecen entre comillas) y en los resúmenes que he realizado de publicaciones ajenas, indico explícitamente los datos de los autores y las publicaciones.

En caso de presentarse cualquier reclamación o acción por parte de terceros en cuanto a los derechos de autor sobre la obra en cuestión, acepto toda la responsabilidad de tal infracción y relevo de esta a mi director de tesis, así como al Tecnológico Nacional de México, al Instituto Tecnológico de Tijuana y a sus respectivas autoridades.


  
Lucio Alberto Amézquita Zendejas  
Estudiante de la Maestría en Ciencias de la Computación

## CARTA DECLARACIÓN DE PROPIEDAD INTELECTUAL

Tijuana, BC a 19 de febrero del 2021

Yo **LUCIO ALBERTO AMÉZQUITA ZENDEJAS** reconozco que el Trabajo de Tesis de Maestría que realice durante mis estudios en la Maestría en Ciencias de la Computación del Instituto Tecnológico de Tijuana fue parte del Proyecto de Investigación Titulado: **Lógica Difusa en Algoritmos de Optimización Bio-Inspirados para Adaptación Dinámica de Parámetros No. 0122** que desarrolla mi director de tesis el **Dr. Oscar Castillo López** -y del cual es responsable del proyecto de investigación. Por esta razón, los métodos, modelos, algoritmos, y software realizados, así como datos y resultados obtenidos durante el desarrollo de mi tesis de maestría son propiedad intelectual de mi Director de Tesis, del Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de Tijuana y del Conacyt, y No podré utilizarlos por mi cuenta durante, Ni después de terminar mi beca o estudios, excepto a solicitud escrita para poder utilizarlos bajo una colaboración directa con mi director de tesis el cual es responsable del proyecto de investigación. Por tanto, estoy de acuerdo en que No podre utilizar ni tomar modelos, ni datos utilizados en este proyecto de investigación y en el desarrollo de tesis para: presentaciones, publicaciones ni desarrollo de mi propia investigación que pudiera desarrollar una vez concluidos mis estudios.

Atentamente

  
Lucio Alberto Amézquita Zendejas  
Estudiante de la Maestría en Ciencias de la Computación

## **Resumen**

---

En este trabajo se propone la implementación y adaptación del algoritmo de optimización de multiversos (MVO) para optimizar controladores difusos, en particular el controlador de un robot autónomo móvil con tracción diferencial. En este estudio se utilizan distintas funciones matemáticas de prueba para verificar la funcionalidad del algoritmo, así como también la aplicación a otros casos de estudio, como lo es un problema de aproximación de función; a su vez se utilizan otros casos de estudio comunes para prueba de controladores, como lo es el problema de control de velocidad de un vehículo, un problema de control de temperatura en una regadera, el péndulo invertido y finalmente el caso de estudio del robot autónomo. El objetivo de este estudio es la aplicación del algoritmo MVO a diversos casos de controladores difusos, así como la implementación de un sistema de inferencia difuso para ajuste dinámico de parámetros en el algoritmo, esto aplicado a funciones matemáticas de prueba (benchmark) y casos de estudio de control.

## **Abstract**

---

In this work, the implementation and adaptation of the Multi-verse Optimizer algorithm (MVO) is proposed to optimize fuzzy controllers, in particular the controller of a mobile autonomous robot with differential traction. In this study, different benchmark mathematical functions are used to ensure the performance of the algorithm, as well as its application to other cases of study, as is a function approximation problem; at the same time, other common cases of study are used to test controllers, such as the cruise control problem, a temperature control problem in a shower, the inverted pendulum and finally the autonomous robot case study. The objective of this study is the application of the MVO algorithm to various cases of fuzzy controllers, as well as the implementation of a fuzzy inference system for dynamic parameter adaptation in the algorithm, this applied to benchmark mathematical functions and cases of study for control.

## **Dedicatoria**

---

Dedico esta tesis a dios y a mis padres, que me criaron, me formaron como persona y siempre estuvieron en constante apoyo incondicional, inspirándome a lograr la culminación de mis estudios y de este trabajo que hoy presento. Muchas gracias por estar ahí siempre, sin ustedes no lo hubiera logrado.



Agradecimientos

## **Agradecimientos**

---

A CONACYT, por financiar esta investigación.

A mis directores de tesis, por brindarme el apoyo y guiarme en esta investigación.

A mi familia, por apoyarme siempre en todo momento e impulsarme a realizar esta investigación.

A mis compañeros de clase, por apoyarme en los distintos momentos de esta investigación en la institución.

# Índice General

---

Resumen.....	I
Abstract .....	II
Dedicatoria .....	III
Agradecimientos.....	IV
Índice General .....	V
Índice de Figuras .....	VIII
Índice de Tablas .....	XII
Índice de Ecuaciones.....	XVI
1. Introducción .....	1
1.1. Objetivos .....	2
1.1.1. General .....	2
1.1.2. Específicos .....	2
1.2. Antecedentes .....	2
2. Marco teórico .....	5
2.1. Lógica Difusa y Sistemas Difusos.....	5
2.1.1. Conjuntos difusos.....	6
2.1.1.1. Operaciones de conjuntos difusos .....	7
2.1.2. Modelo Mamdani .....	7
2.1.3. Modelo Sugeno .....	9
2.2. Sistemas de control.....	10
2.3. Metaheurísticas.....	11
2.4. Algoritmo MVO.....	13
3. Desarrollo.....	21
3.1. Metodología .....	21

## Índice General

3.2.	Justificación de la investigación.....	22
3.3.	Propuesta.....	22
3.4.	Productos obtenidos .....	22
3.5.	Descripción de los casos de estudio .....	23
3.5.1.	Funciones matemáticas de prueba.....	24
3.5.2.	Problema de Propinas “Tipper”.....	26
3.5.3.	Problema de velocidad de vehículo “Cruise Control”.....	30
3.5.4.	Problema de control de temperatura en una regadera.....	32
3.5.5.	Problema de péndulo invertido.....	36
3.5.1.	Problema de robot móvil de tracción diferencial .....	40
4.	Resultados .....	45
4.1.	Funciones matemáticas de prueba.....	45
4.2.	Problema de propinas “Tipper”.....	61
4.3.	Problema de velocidad de vehículo “Cruise Control”.....	66
4.4.	Problema de control de temperatura en una regadera .....	75
4.5.	Problema de péndulo invertido.....	85
4.6.	Problema de robot móvil de tracción diferencial .....	93
4.7.	Fuzzy-MVO .....	100
5.	Conclusiones y trabajo futuro.....	116
	Referencias.....	119
	Anexos.....	128
	A1: Código Algoritmo MVO.....	128
	A2: Código inicialización de universos MVO .....	130
	A3: Código ruleta de selección para MVO .....	130
	A4: Código funciones matemáticas de prueba .....	130
	A5: Código función de costo tipper .....	133

## Índice General

A6: Código función de costo cruise control .....	133
A7: Código función de costo control de temperatura.....	135
A8: Código función de costo péndulo invertido .....	136
A9: Código función de costo robot móvil .....	138
A10: Código Algoritmo F-MVO 1.....	139
A11: Código Algoritmo F-MVO 2.....	139
A12: Código Algoritmo F-MVO 3.....	140
A13: Tablas de experimentos funciones matemáticas de prueba .....	141
A14: Tablas de experimentos problema de tipper .....	157
A15: Tablas de experimentos problema de cruise control .....	158
A16: Tablas de experimentos problema temperatura en regadera .....	160
A17: Tablas de experimentos problema de péndulo invertido .....	162
A18: Tablas de experimentos problema de robot móvil .....	164

# Índice de Figuras

---

Fig. 2.1 Representación básica de un sistema de inferencia difusa.....	6
Fig. 2.2 Ejemplo de modelo Mamdani usando operadores min y max .....	8
Fig. 2.3 Defuzzificación usando Centroide del Área .....	9
Fig. 2.4 Sistema de control genérico .....	10
Fig. 2.5 Modelo de bloques para un sistema de lazo abierto.....	11
Fig. 2.6 Modelo de bloques para un sistema de lazo cerrado.....	11
Fig. 2.7 Agujero blanco, agujero negro y agujero de gusano.....	14
Fig. 2.8 Representación simple del funcionamiento del algoritmo MVO.....	15
Fig. 2.9 Pseudocódigo para el mecanismo de aparición de agujeros blancos y negros.....	16
Fig. 2.10 Pseudocódigo para el mecanismo de aparición de agujero de gusano.....	17
Fig. 2.11 Representación de Probabilidad de existencia de agujero de gusano (WEP) contra tasa de distancia de viaje (TDR) .....	18
Fig. 2.12 Algoritmo completo para MVO.....	19
Fig. 2.13 Diagrama de flujo del algoritmo MVO.....	20
Fig. 3.1 Propuesta del proyecto.....	22
Fig. 3.2 Gráfica de funciones matemáticas de prueba F1-F13 .....	25
Fig. 3.3 Sistema difuso de referencia para el problema de propinas .....	27
Fig. 3.4 Modelo Mamdani base para optimizar del problema de propinas .....	28
Fig. 3.5 Modelo Sugeno base para optimizar del problema de propinas.....	29
Fig. 3.6 Modelo Simulink para el sistema Cruise Control .....	31
Fig. 3.7 Funciones de membresía para los modelos Mamdani y Sugeno de Cruise Control .....	31
Fig. 3.8 Referencia de salida para Cruise Control.....	32
Fig. 3.9 Representación del sistema para control de temperatura en una regadera.....	33
Fig. 3.10 Modelo Simulink del sistema para control de temperatura en una regadera .....	33
Fig. 3.11 Funciones de membresía del modelo Mamdani para el problema de temperatura en una regadera.....	34
Fig. 3.12 Funciones de membresía del modelo Sugeno para el problema de temperatura en una regadera .....	35
Fig. 3.13 Referencia de salida para temperatura en una regadera .....	35
Fig. 3.14 Representación del modelo de péndulo invertido .....	37

## Índice de Figuras

Fig. 3.15 Modelo Simulink del sistema de péndulo invertido.....	37
Fig. 3.16 Funciones de membresía de entrada para el problema de péndulo invertido.....	38
Fig. 3.17 Funciones de membresía de entrada del modelo alternativo para el problema de péndulo invertido .....	39
Fig. 3.18 Referencia de salida para péndulo invertido .....	39
Fig. 3.19 Modelo de robot móvil.....	41
Fig. 3.20 Modelo Simulink de sistema de robot móvil .....	41
Fig. 3.21 Funciones de membresía de entrada para el sistema de robot móvil uni-ciclo .....	43
Fig. 3.22 Referencia de salida para robot móvil uni-ciclo .....	44
Fig. 4.1 Gráfico de cola izquierda para la prueba de hipótesis estadística Z-test.....	47
Fig. 4.2 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 5 dimensiones .....	57
Fig. 4.3 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 10 dimensiones .....	57
Fig. 4.4 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 20 dimensiones .....	58
Fig. 4.5 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 30 dimensiones .....	58
Fig. 4.6 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 40 dimensiones .....	59
Fig. 4.7 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones .....	59
Fig. 4.8 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 80 dimensiones .....	60
Fig. 4.9 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 100 dimensiones .....	60
Fig. 4.10 Distribución de parámetros de MVO para entradas de tipper.....	62
Fig. 4.11 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de tipper .....	64
Fig. 4.12 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de tipper.....	65
Fig. 4.13 Gráficas de convergencia problema de tipper.....	64
Fig. 4.14 Distribución de parámetros de MVO modelo Mamdani Cruise Control .....	68
Fig. 4.15 Distribución de parámetros de MVO modelo Sugeno Cruise Control.....	68
Fig. 4.16 Gráficas de convergencia problema de Cruise Control solo entrada optimizada.....	69
Fig. 4.17 Salida de sistema Mamdani problema de Cruise Control solo entrada optimizada .....	70
Fig. 4.18 Salida de sistema Sugeno problema de Cruise Control solo entrada optimizada .....	70
Fig. 4.19 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de Cruise Control solo entrada optimizada .....	71
Fig. 4.20 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de Cruise Control solo entrada optimizada .....	71
Fig. 4.21 Gráficas de convergencia problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas .....	72
Fig. 4.22 Salida de sistema Mamdani problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas .....	73

## Índice de Figuras

Fig. 4.23 Salida de sistema Sugeno problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas .....	73
Fig. 4.24 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas .....	74
Fig. 4.25 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas .....	74
Fig. 4.26 Distribución de parámetros de entrada MVO control de temperatura en regadera.....	76
Fig. 4.27 Distribución de parámetros de salida MVO modelo Mamdani control de temperatura en regadera .....	78
Fig. 4.28 Distribución de parámetros de salida de MVO modelo Sugeno control de temperatura en regadera .....	78
Fig. 4.29 Gráficas de convergencia problema de temperatura solo entrada optimizada .....	79
Fig. 4.30 Salida de sistema Mamdani problema de temperatura solo entrada optimizada.....	80
Fig. 4.31 Salida de sistema Sugeno problema de temperatura solo entrada optimizada .....	80
Fig. 4.32 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de temperatura solo entrada optimizada	81
Fig. 4.33 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de temperatura solo entrada optimizada....	81
Fig. 4.34 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de temperatura entrada y salida optimizadas .....	82
Fig. 4.35 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de temperatura entrada y salida optimizadas .....	83
Fig. 4.36 Salida de sistema Mamdani problema de temperatura entrada y salida optimizadas .....	83
Fig. 4.37 Salida de sistema Sugeno problema de temperatura entrada y salida optimizadas.....	84
Fig. 4.38 Gráficas de convergencia problema de temperatura entrada y salida optimizadas .....	84
Fig. 4.39 Distribución de parámetros de entrada MVO péndulo invertido MF Campana Gaussiana....	87
Fig. 4.40 Distribución de parámetros de entrada MVO péndulo invertido MF triangulares .....	88
Fig. 4.41 Mejor sistema optimizado problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana.....	89
Fig. 4.42 Salida de sistema problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana.....	90
Fig. 4.43 Gráfica de convergencia problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana .....	90
Fig. 4.44 Mejor sistema optimizado problema de péndulo invertido MF Triangular .....	91
Fig. 4.45 Mejor sistema optimizado problema de péndulo invertido MF Triangular .....	92
Fig. 4.46 Gráfica de convergencia problema de péndulo invertido MF Triangular .....	92
Fig. 4.47 Distribución de parámetros de entrada MVO para robot .....	94
Fig. 4.48 Distribución de parámetros de salida MVO modelo Mamdani para robot .....	96
Fig. 4.49 Distribución de parámetros de salida de MVO modelo Sugeno para robot.....	96

## Índice de Figuras

Fig. 4.50 Gráficas de convergencia problema de robot.....	98
Fig. 4.51 Salida sistema Mamdani problema de robot .....	98
Fig. 4.52 Salida sistema Sugeno problema de robot .....	99
Fig. 4.53 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de robot .....	99
Fig. 4.54 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de robot .....	100
Fig. 4.55 Entrada del sistema de inferencia difuso F-MVO 1 .....	101
Fig. 4.56 Salida del sistema de inferencia difuso F-MVO 1 .....	102
Fig. 4.57 Superficie del sistema de inferencia difuso F-MVO 1 .....	102
Fig. 4.58 Entrada del sistema de inferencia difuso F-MVO 2.....	103
Fig. 4.59 Salida del sistema de inferencia difuso F-MVO 2 .....	103
Fig. 4.60 Superficie del sistema de inferencia difuso F-MVO 2.....	104
Fig. 4.61 Entrada del sistema de inferencia difuso F-MVO 3.....	104
Fig. 4.62 Salidas del sistema de inferencia difuso F-MVO 3.....	105
Fig. 4.63 Superficie del sistema de inferencia difuso F-MVO 3.....	105
Fig. 4.64 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba 50 dimensiones F-MVO3 .....	112
Fig. 4.65 Gráficas de convergencia problema de tipper F-MVO2.....	113
Fig. 4.66 Gráficas de convergencia problema de cruise control entrada optimizada F-MVO1 .....	113
Fig. 4.67 Gráficas de convergencia problema de temperatura en regadera entrada y salida optimizada F-MVO2 .....	114
Fig. 4.68 Gráficas de convergencia problema de péndulo invertido F-MVO3 .....	114
Fig. 4.69 Gráficas de convergencia problema de robot F-MVO1 .....	115



## Índice de Tablas

---

Tabla 3.1 Funciones matemáticas de prueba con mínimo global de 0 para F1-F8 .....	24
Tabla 3.2 Funciones matemáticas de prueba con mínimo global de 0 para F9-F13 .....	25
Tabla 3.3 Conjunto de reglas difusas para el problema de propinas .....	26
Tabla 3.4 Conjunto de reglas difusas para el modelo de propinas propuesto .....	29
Tabla 3.5 Reglas difusas para los modelos Mamdani y Sugeno de Cruise Control .....	32
Tabla 3.6 Conjunto de reglas difusas para el sistema de control de temperatura en una regadera.....	36
Tabla 3.7 Conjunto de reglas difusas para el sistema de control del péndulo invertido.....	40
Tabla 3.8 Conjunto de reglas difusas para el sistema de robot móvil .....	43
Tabla 4.1 Parámetros de algoritmo MVO para funciones matemáticas de prueba .....	45
Tabla 4.2 Parámetros de algoritmos de comparativa para funciones matemáticas de prueba.....	46
Tabla 4.3 Condiciones de la prueba de hipótesis estadística.....	46
Tabla 4.4 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con 5, 10, 20, 40 dimensiones.....	47
Tabla 4.5 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con 50, 80 y 100 dimensiones.....	48
Tabla 4.6 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones parte 1.....	48
Tabla 4.7 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones parte 2.....	49
Tabla 4.8 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 5 dimensiones parte 1.....	49
Tabla 4.9 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 5 dimensiones parte 2.....	50
Tabla 4.10 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 10 dimensiones parte 1.....	50
Tabla 4.11 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 10 dimensiones parte 2.....	51
Tabla 4.12 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 20 dimensiones parte 1.....	51
Tabla 4.13 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 20 dimensiones parte 2.....	52
Tabla 4.14 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 30 dimensiones parte 1.....	52
Tabla 4.15 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 30 dimensiones parte 2.....	53
Tabla 4.16 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 40 dimensiones parte 1.....	53
Tabla 4.17 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 40 dimensiones parte 2.....	54
Tabla 4.18 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 80 dimensiones parte 1.....	54
Tabla 4.19 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 80 dimensiones parte 2.....	55
Tabla 4.20 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 100 dimensiones parte 1.....	55

## Índice de Tablas

Tabla 4.21 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 100 dimensiones parte 2.....	56
Tabla 4.22 Parámetros de algoritmo MVO para problema de tipper .....	61
Tabla 4.23 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de tipper.....	62
Tabla 4.24 Distribución de parámetros de MVO para entradas de tipper .....	62
Tabla 4.25 Comparativa de RMSE para problema de tipper parte 1.....	63
Tabla 4.26 Comparativa de RMSE para problema de tipper parte 2.....	63
Tabla 4.27 Parámetros de algoritmo MVO para problema de Cruise Control .....	66
Tabla 4.28 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de Cruise Control .....	67
Tabla 4.29 Distribución de parámetros de MVO para Cruise Control.....	67
Tabla 4.30 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control solo entrada optimizada parte 1 .	69
Tabla 4.31 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control solo entrada optimizada parte 2 .	69
Tabla 4.32 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas parte 1.....	72
Tabla 4.33 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas parte 2.....	72
Tabla 4.34 Parámetros de algoritmo MVO para problema de control de temperatura en regadera .....	75
Tabla 4.35 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de control de temperatura en regadera.....	76
Tabla 4.36 Distribución de parámetros de MVO para problema de control de temperatura en regadera .....	77
Tabla 4.37 Comparativa de RMSE para problema de temperatura solo entrada optimizada parte 1.....	79
Tabla 4.38 Comparativa de RMSE para problema de temperatura solo entrada optimizada parte 2.....	79
Tabla 4.39 Comparativa de RMSE para problema de temperatura entrada y salida optimizadas parte 1 .....	82
Tabla 4.40 Comparativa de RMSE para problema de temperatura entrada y salida optimizadas parte 2 .....	82
Tabla 4.41 Parámetros de algoritmo MVO para problema de péndulo invertido .....	86
Tabla 4.42 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de péndulo invertido.....	86
Tabla 4.43 Distribución de parámetros de MVO para entradas de péndulo invertido .....	87
Tabla 4.44 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana parte 1 .....	89
Tabla 4.45 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana parte 2 .....	89

## Índice de Tablas

Tabla 4.46 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Triangular parte 1 .....	91
Tabla 4.47 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Triangular parte 2 .....	91
Tabla 4.48 Parámetros de algoritmo MVO para problema de robot .....	93
Tabla 4.49 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de robot .....	94
Tabla 4.50 Distribución de parámetros de MVO para problema de robot .....	95
Tabla 4.51 Comparativa de MSE para problema de robot parte 1 .....	97
Tabla 4.52 Comparativa de MSE para problema de robot parte 2 .....	97
Tabla 4.53 Comparativa de MSE para problema de robot parte 3 .....	97
Tabla 4.54 Conjunto de reglas difusas F-MVO 1 .....	106
Tabla 4.55 Conjunto de reglas difusas F-MVO 2 .....	106
Tabla 4.56 Conjunto de reglas difusas F-MVO 3 .....	106
Tabla 4.57 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 5 dimensiones .....	107
Tabla 4.58 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 10 dimensiones .....	107
Tabla 4.59 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 20 dimensiones .....	108
Tabla 4.60 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 30 dimensiones .....	108
Tabla 4.61 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 40 dimensiones .....	109
Tabla 4.62 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 50 dimensiones .....	109
Tabla 4.63 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 80 dimensiones .....	110
Tabla 4.64 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 100 dimensiones .....	110
Tabla 4.65 Comparativa de RMSE para problema de tipper F-MVO.....	111
Tabla 4.66 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control solo entrada optimizada F-MVO .....	111
Tabla 4.67 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas F- MVO .....	111
Tabla 4.68 Comparativa de RMSE para problema de temperatura solo entrada optimizada F-MVO..	111

## Índice de Tablas

Tabla 4.69 Comparativa de RMSE para problema de temperatura entrada y salida optimizadas F-MVO .....	111
Tabla 4.70 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana F-MVO .....	111
Tabla 4.71 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Triangular F-MVO .....	112
Tabla 4.72 Comparativa de MSE para problema de robot F-MVO .....	112
Tabla A13.1 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 5 dimensiones F1-F7 .....	141
Tabla A13.2 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 5 dimensiones F8-F13 .....	142
Tabla A13.3 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 10 dimensiones F1-F7 .....	143
Tabla A13.4 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 10 dimensiones F8-F13 .....	144
Tabla A13.5 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 20 dimensiones F1-F7 .....	145
Tabla A13.6 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 20 dimensiones F8-F13 .....	146
Tabla A13.7 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 30 dimensiones F1-F7 .....	147
Tabla A13.8 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 30 dimensiones F8-F13 .....	148
Tabla A13.9 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 40 dimensiones F1-F7 .....	149
Tabla A13.10 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 40 dimensiones F8-F13 .....	150
Tabla A13.11 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 50 dimensiones F1-F7 .....	151
Tabla A13.12 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 50 dimensiones F8-F13 .....	152
Tabla A13.13 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 80 dimensiones F1-F7 .....	153
Tabla A13.14 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 80 dimensiones F8-F13 .....	154
Tabla A13.15 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 100 dimensiones F1-F7 .....	155
Tabla A13.16 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 100 dimensiones F8-F13 .....	156
Tabla A14.17 Experimentos con MVO para problema de tipper.....	157
Tabla A15.18 Experimentos con MVO para problema de Cruise Control solo entrada optimizada ....	158
Tabla A16.19 Experimentos con MVO para problema de temperatura solo entrada optimizada.....	160
Tabla A16.20 Experimentos con MVO para problema de temperatura entrada y salida optimizadas..	161
Tabla A17.21 Experimentos con MVO para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana .....	162
Tabla A17.22 Experimentos con MVO para problema de péndulo invertido MF Triangular .....	163
Tabla A18.23 Experimentos con MVO para problema de robot.....	164

## Índice de Ecuaciones

---

2.1 Representación de conjunto difuso A en X.....	6
2.2 Operación de unión para conjuntos difusos A y B.....	7
2.3 Operación de intersección para conjuntos difusos A y B.....	7
2.4 Operación de complemento para conjunto difuso A.....	7
2.5 Operación de complemento para conjunto difuso B.....	7
2.6 Formato de reglas difusas para modelo Sugeno.....	9
2.7 Representación de los universos en forma matricial.....	15
2.8 Ecuación para seleccionar la aparición de un agujero blanco.....	15
2.9 Ecuación para la aparición de agujeros de gusano.....	16
2.10 Ecuación para la probabilidad de aparición de agujeros de gusano (WEP).....	17
2.11 Ecuación para la tasa de distancia de viaje (TDR).....	17
2.12 Complejidad computacional del algoritmo MVO.....	18
2.13 Complejidad computacional del algoritmo MVO en base logarítmica.....	18
3.1 Error Cuadrático Medio MSE.....	24
3.2 Raíz del Error Cuadrático Medio RMSE.....	24
3.3 Ecuación del Sistema Cruise Control.....	30
3.4 Salida del Sistema Cruise Control.....	30
3.5 Ecuación matemática del robot móvil de tracción diferencial.....	42
3.6 Ecuación del sistema cinemático del robot.....	42
3.7 Ecuación de restricción no holonómica.....	42

# 1. Introducción

---

Hoy en día se puede observar de manera más común el uso de técnicas computacionales tales como el área de cómputo inteligente para la automatización de procesos en el área de investigación, así como en aplicaciones del sector público y privado.

Una de las áreas que tiene gran aplicación es control, donde se utilizan distintas maneras para aplicarlo, desde maneras más tradicionales, como lo son Controladores lógico programables (Programmable Logic Controller PLC), hasta metodologías utilizando lógica difusa, dando lugar a los controladores difusos que se asemejan a la forma de pensar de las personas por su característica de implementar variables lingüísticas.

Las metaheurísticas son métodos estocásticos en los cuales, una de sus tareas es la optimización, por lo que pueden encontrar soluciones para un problema o problemas específicos en combinación con otras técnicas de cómputo inteligente[1]. Estas metaheurísticas tienen distintas inspiraciones tanto en la naturaleza como en modelos artificiales, donde pueden demostrar si son capaces de aportar buenas soluciones a un problema específico.

Existe una amplia variedad de algoritmos bio-inspirados que nos ayudan a resolver una gama problemas, tales como el algoritmo de Optimización de Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization PSO) [1], algoritmo de Optimización de Lobo Gris (Grey Wolf Optimizer GWO) [2], Algoritmo de Polinización de Flores (Flower Pollination Algorithm FPA) [3]; donde el principal objetivo es encontrar la mejor solución al problema mediante un vector de solución.

Aún gracias a estos avances, los controladores difusos requieren de una planeación correcta para minimizar el error, por lo que las metaheurísticas tienen un campo de acción, las cuales permiten que se pueda llegar a una optimización del controlador para la tarea que haya sido diseñado. Estas metaheurísticas tienen distintas inspiraciones basadas en la naturaleza o en metodologías artificiales para poder minimizar el error en donde se apliquen.

La contribución principal del presente trabajo es la aplicación del algoritmo de optimización de Multiversos a diversos casos de controladores difusos, así como la implementación de un sistema de inferencia difuso para ajuste dinámico de parámetros en el algoritmo, esto aplicado a funciones matemáticas de prueba (benchmark) y casos de estudio de control. Este trabajo está organizado de la siguiente manera: El capítulo 2 se encuentra el marco teórico donde se

## 1. Introducción

menciona sobre conceptos de sistemas difusos, sistemas de control y algoritmos de optimización; en el capítulo 3 se muestra la metodología de la investigación, justificación, propuesta del trabajo, así como una descripción de los casos de estudio utilizados en el trabajo; en el capítulo 4 se presentan los resultados de todos los casos de estudio mencionados, así como una comparativa con otros algoritmos e investigaciones; en el capítulo 5 se presentan las conclusiones, trabajo futuro y referencias, así como los anexos a dicha investigación.

### ***1.1. Objetivos***

#### **1.1.1. General**

Aplicar un método de optimización para la búsqueda de las funciones de membresía óptimas de un controlador difuso usando el algoritmo de optimización de Multiversos (Multi-verse Optimizer MVO).

#### **1.1.2. Específicos**

- Hacer una revisión de antecedentes sobre el algoritmo MVO y sus distintas aplicaciones registradas en el estado del arte, sobre todo en el área de control.
- Analizar el algoritmo MVO para poder aplicarlo en funciones matemáticas de prueba (benchmark) y lograr el encontrar el valor mínimo de cada función para distintas dimensiones.
- Aplicar el algoritmo MVO en la planta de robot de tracción diferencial para optimizar las funciones de membresía del controlador difuso.
- Comparar el algoritmo MVO con otras metaheurísticas tanto en funciones matemáticas de prueba como en aplicaciones de control, realizando por lo menos 30 experimentos en cada caso.
- Realizar pruebas de hipótesis aplicando estadística, determinando que el algoritmo MVO es competitivo en funciones matemáticas de prueba y en aplicaciones de control.

### ***1.2. Antecedentes***

El algoritmo de Optimización de Multiversos (Multi-Verse Optimizer MVO) fue diseñado por Seyedali Mirjalili [4] donde propone una nueva metaheurística inspirada en cosmología aplicando los conceptos de agujero blanco, negro y de gusano en sus operadores[5], [6]; dicho algoritmo se compara con GWO, PSO, GA(Algoritmo Genético) y GSA (Algoritmo de

## 1. Introducción

búsqueda gravitacional), usando funciones matemáticas de prueba (benchmark) y 5 problemas reales de la ingeniería.

Una variación del método anterior lo propone Cong Hu [7], LFMVO (Levy flights MVO) donde se incorporan los vuelos Levy, los cuales se han usado para tener mayor diversidad en métodos bio-inspirados; este algoritmo se prueba con 23 funciones matemáticas de prueba y un problema de scheduling para NoC (Network-on-Chip).

En el caso de Redes neuronales artificiales (ANN) Hossam Faris [8] empleo el método para entrenar una red perceptrón multicapa (MLP), entrenando con 9 bases de conocimientos (datasets) biomédicos de la UCI comparándose con GA, PSO, DE (Evolución diferencial), FF (Algoritmo de las luciérnagas) en conjunto con los métodos BP (Backpropagation) y LM (Levenberg–Marquardt).

Ahmed Fathy [9] usó MVO para identificar los parámetros óptimos para una célula de combustible PEMFC (Pila de combustible de membrana de intercambio de protones) para obtener las curvas de polarización de acuerdo a la ficha técnica del fabricante, logrando con MVO un costo computacional menor comparado con otros métodos como SGA (GA simple), HGA (GA jerárquico), HABC (Colonia de abejas jerarquico), RGA (GA regenerativo), HADE (Evolución diferencial híbrida adaptativa); así como aproximaciones con GWO, ABC (Colonia de abejas artificial), MBA (Algoritmo de coincidencia), FPA.

Ammar Abasi [10] propone una versión para el problema de clustering en documentos de texto (TDC) llamado LBMVO (link-based MVO), esto para agrupar información de forma no supervisada, la idea consiste en mejorar la explotación del algoritmo comparándose con métodos como K-means, GA, PSO. También se pueden mencionar otros casos donde el algoritmo MVO se han usado en combinación con otros algoritmos [11]–[18].

Dentro de casos recientes del Posgrado en Computación en el Instituto Tecnológico de Tijuana (ITT) podemos observar el trabajo de Oscar Carvajal [19], donde realiza la optimización de controladores difusos usando FPA. A su vez, tenemos otros trabajos en los que se trabajó la optimización de controladores difusos, tal como el caso de Marylú Lagunes [20] con sistemas híbridos usando lógica difusa tipo 1 y tipo 2; en el trabajo de Eufronio Hernández [21] usando el algoritmo del Lobo Gris, algunos trabajos de Emer Bernal [22] usando el algoritmo Imperialista con lógica difusa tipo 2 generalizado; también unos trabajos de Cinthia Peraza [23]



## 1. Introducción

usando el algoritmo de búsqueda de armonía inspirado en la música; también tenemos algunos trabajos presentados del posgrado donde presentamos el algoritmo MVO [24] como una opción entre las metaheurísticas; entre otros trabajos del Posgrado.

Actualmente hay pocos artículos en los cuales se haya utilizado el algoritmo MVO para aplicaciones de control específicamente, por lo que es una buena área de oportunidad para experimentar con esta metaheurística.

## 2. Marco teórico

---

Las metaheurísticas son parte de las técnicas computacionales que hoy en día se utilizan más comúnmente para resolver problemas enfocados a encontrar las mejores soluciones y esto es lo que llamamos optimización. Más comúnmente podemos decir que estos son métodos estocásticos que implementan la optimización para encontrar mejores soluciones para problemas específicos [1], como es el caso de encontrar la mejor configuración de parámetros para un sistema de inferencia difuso.

Podemos encontrar muchas áreas donde la optimización se aplica en la informática, como redes neuronales artificiales [25], sistemas difusos [26] o áreas relacionadas como aprendizaje automático [27] o visión artificial [28]; si nos enfocamos en el área de lógica difusa, hay aplicaciones tales como los controladores difusos, donde la optimización puede encontrar las mejores configuraciones para las funciones de membresía o el número de funciones de membresía en el sistema de inferencia difusa o FIS (Fuzzy Inference System por sus siglas en inglés) para resolver el problema.

### *2.1. Lógica Difusa y Sistemas Difusos*

En la teoría de conjuntos tradicional, un elemento debe pertenecer o no a un conjunto, como en la lógica binaria, donde tenemos el 1 o el 0 que representan este tipo de razonamiento. Si comparamos esto con el razonamiento humano, muchas veces podemos tener algún nivel de decisión, donde podemos decir que no estamos completamente seguros acerca de una elección, dando lugar a un nivel de incertidumbre [1].

Cuando Lotfi Zadeh propuso la lógica difusa y la teoría de conjuntos difusos [29], [30], se refirió a un razonamiento aproximado; porque con un conjunto difuso, un elemento puede tener un cierto grado de pertenencia para una elección, o mejor llamado un nivel de pertenencia. Con la lógica difusa se puede razonar con un nivel de incertidumbre para tener opciones más cercanas al razonamiento humano, ya que permite modelar el sentido común.

Los sistemas difusos pueden modelar el razonamiento humano debido a los elementos que lo conforman: reglas difusas, funciones de membresía y un mecanismo de razonamiento. En Fig. 2.1 se puede apreciar una representación básica de los sistemas difusos.

## 2. Marco teórico

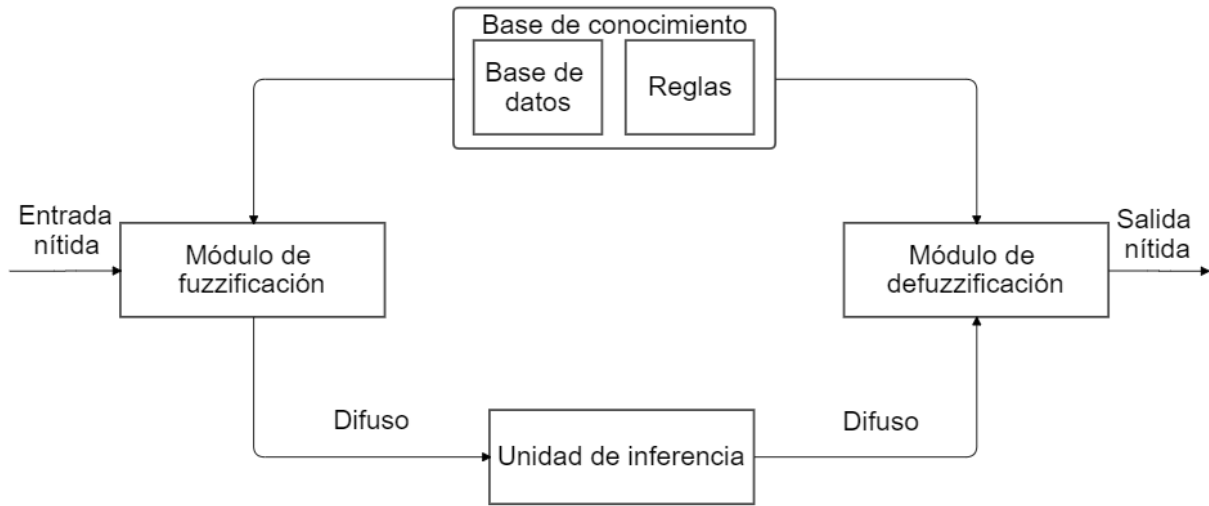


Fig. 2.1 Representación básica de un sistema de inferencia difusa

Existe una gran variedad de modelos de sistemas de inferencia difusa, pero entre los más usados se encuentran los modelos Mamdani, Sugeno y Tsukamoto [26], de estos, el más usado es el modelo Mamdani por su facilidad de interpretar e implementar.

### 2.1.1. Conjuntos difusos

En la teoría clásica de conjuntos, cualquier elemento dado puede ser completamente excluido o completamente incluido, es decir, un elemento pertenece o no al conjunto. Mientras que, en la teoría de conjuntos difusos, permite una evaluación gradual de la membresía de elementos en un conjunto que se explica con la ayuda valorada de la función de membresía en el intervalo de unidad real [0, 1].

El conjunto difuso es un conjunto que permite a sus miembros tener varios grados de membresía dentro de 0 y 1, es decir, dentro de verdadero y falso. En otras palabras, un conjunto sin nítido es un conjunto difuso. Un conjunto difuso contiene elementos que tienen grados parciales de membresía.

Si tenemos que  $X$  es un espacio de objetos y que  $x$  es un miembro de  $X$ , de aquí podemos definir un conjunto difuso  $A$  en  $X$  el cual puede ser definido como un conjunto de pares ordenados como se puede apreciar en 2.1.

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \quad 2.1$$

## 2. Marco teórico

Donde  $\mu_A(x)$  es la función de membresía para el conjunto difuso A, dicha función de membresía (o MF, abreviado) apunta a cada elemento de X a un grado de membresía entre 0 y 1.

### 2.1.1.1. Operaciones de conjuntos difusos

Existen las siguientes tres operaciones básicas de conjuntos difusos: complementos difusos, intersecciones difusas, uniones difusas. Sean los conjuntos difusos A y B, de modo que  $A, B \in U$ , sea x un elemento en el universo U, las operaciones de conjuntos difusos son:

- Unión: La unión (combinación) de dos conjuntos difusos ( $A \cup B$ ) se define en 2.2 como:

$$\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad 2.2$$

- Intersección: La intersección de dos conjuntos difusos ( $A \cap B$ ) se define en 2.3 como:

$$\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad 2.3$$

- Complemento: El complemento de los conjuntos difusos se define en 2.4 y 2.5 como:

- Para conjunto difuso A:

$$\mu_{not A}(x) = 1 - (\mu_A(x)) \quad 2.4$$

- Para conjunto difuso B:

$$\mu_{not B}(x) = 1 - (\mu_B(x)) \quad 2.5$$

### 2.1.2. Modelo Mamdani

Uno de los modelos más utilizados para los sistemas de inferencia difusa es el llamado modelo Mamdani, que se propuso como un intento para controlar una combinación de máquina de vapor y caldera. En este problema utilizaron un conjunto de reglas lingüísticas de control que fueron obtenidas por operadores humanos del motor [26], este modelo fue propuesto en 1975 por Ebrahim Mamdani. En Fig. 2.2 podemos observar cómo un sistema de dos reglas obtiene la salida z después de aplicar el modelo.

## 2. Marco teórico

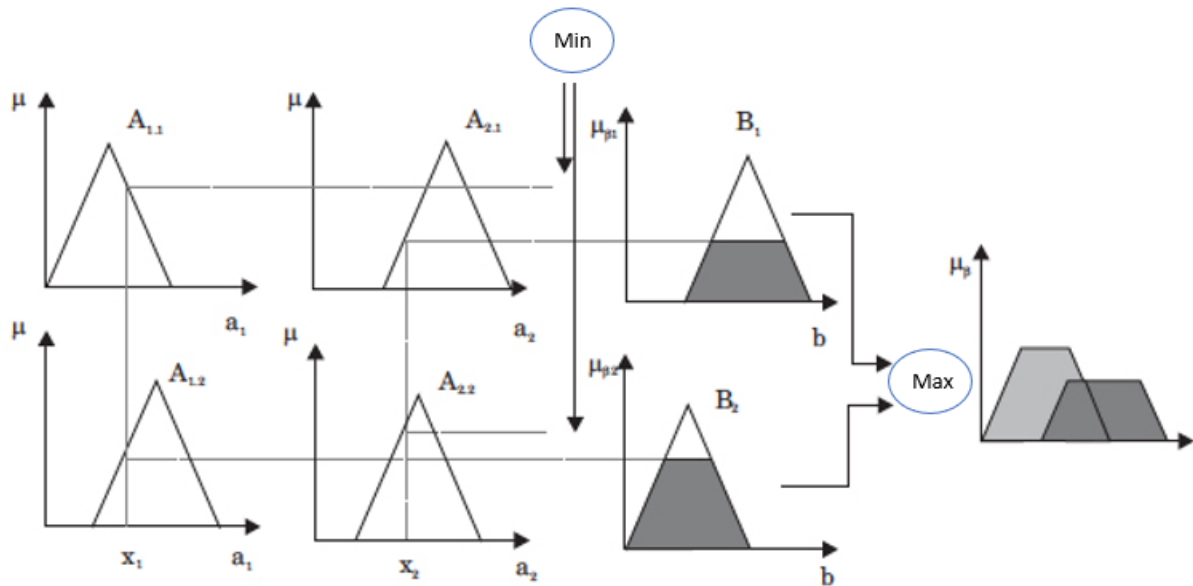


Fig. 2.2 Ejemplo de modelo Mamdani usando operadores min y max

Existe una metodología a seguir para obtener la salida de este sistema: tener un conjunto de reglas difusas, luego usar la función de membresía de entrada para hacer la entrada difusa, después indicar el nivel de la regla difusa combinando las entradas de acuerdo con reglas difusas, luego determinamos la consecuente de la regla que combina el nivel de la regla y la función de membresía de salida, a partir de aquí combinamos todos los consecuentes y obtenemos una salida defuzzificada.

La defuzzificación es la forma en que se extrae un valor nítido de un conjunto difuso como valor representativo; son cinco métodos para hacer esto: Centroide de área [31] (CoA), Bisectriz de área [32] (BoA), Media de máximo [33] (MoM), Mínimo de máximo y Mayor de máximo. En Fig. 2.3 podemos encontrar un ejemplo de defuzzificación por centroide de área.

## 2. Marco teórico

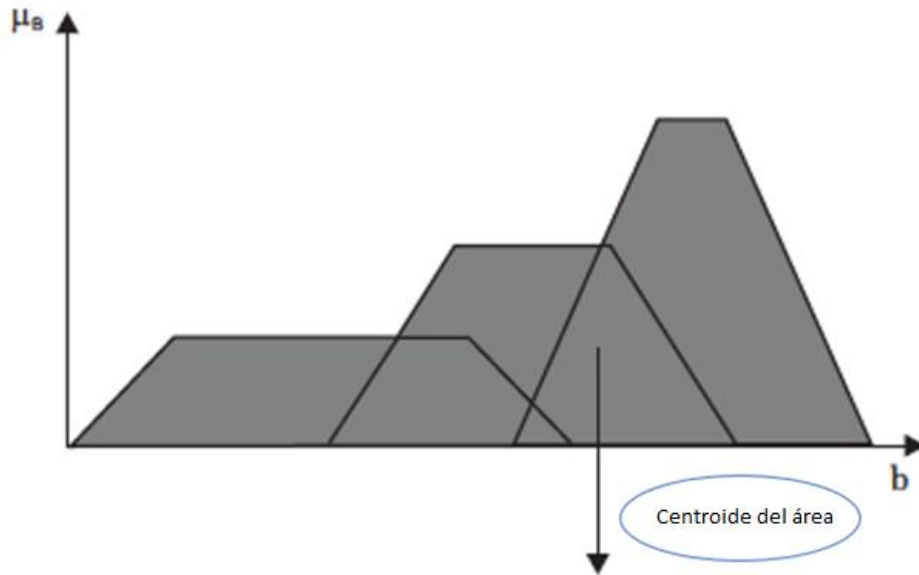


Fig. 2.3 Defuzzificación usando Centroide del Área

### 2.1.3. Modelo Sugeno

El modelo difuso de Sugeno o modelo difuso de Takagi-Sugeno fue propuesto por Takagi, Sugeno y Kang en 1985, este fue desarrollado como un enfoque sistemático para generar reglas difusas a partir de un conjunto de datos respectivo. En esencia, la forma en que cambia del modelo de Mamdani es que, las reglas difusas tienen una salida que es un polinomio, lo que significa que no necesita un método de defuzzificación, su salida se puede usar directamente después de la evaluación del polinomio.

En el caso de Sugeno, tenemos dos tipos: de primer orden y de orden cero. El modelo difuso de Sugeno de primer orden utiliza un polinomio de primer orden en el consecuente; el modelo difuso de Sugeno de orden cero utiliza una constante como consecuente y es el más utilizado en la práctica entre los dos tipos.

El formato de las reglas se da como en 2.6:

$$IF x \text{ is } A \text{ and } y \text{ is } B \text{ THEN } z=f(x,y) \quad 2.6$$

donde A y B son los conjuntos difusos del antecedente y  $z = f(x, y)$  es una función nítida para el consecuente.

## 2. Marco teórico

### 2.2. Sistemas de control

Los sistemas de control se han utilizado durante casi dos mil años, aunque los sistemas de control modernos no tienen tanto tiempo. Desde el uso de la electricidad, se han desarrollado más formas de lograr el objetivo de controlar un sistema, como el uso de controladores PID (controlador proporcional-integral-derivativo).

Un sistema de control puede administrar el comportamiento de otros dispositivos o sistemas en ciclos de control, y puede ser desde un simple sistema de calefacción hasta aplicaciones más complejas como el lanzamiento de un transbordador espacial. Para un control constante de un sistema, se utilizan controladores de retroalimentación para hacer esto automáticamente, donde el sistema de control compara el valor obtenido de un sistema con un valor deseado, esta diferencia o error luego se usa para ajustar el sistema a su salida óptima. En Fig. 2.4 podemos observar un sistema de control genérico para un sistema que trabaja con señales analógicas y digitales.

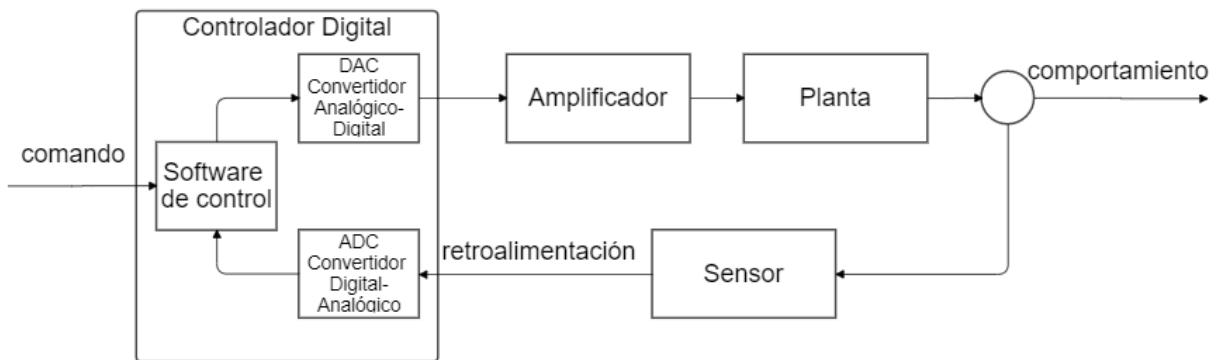


Fig. 2.4 Sistema de control genérico

Hay dos tipos de control que son los más utilizados: el sistema de lazo abierto y el sistema de lazo cerrado. El sistema de control lazo abierto simplemente establece algún nivel de impulso en un sistema sin ver la necesidad de inspeccionar el comportamiento del sistema a esa entrada. Las aplicaciones más utilizadas de este tipo de sistemas son un foco, una lavadora automática, un secador de manos eléctrico; solo por mencionar algunos casos. En Fig. 2.5 podemos encontrar un modelo de bloques básico de este sistema.

## 2. Marco teórico

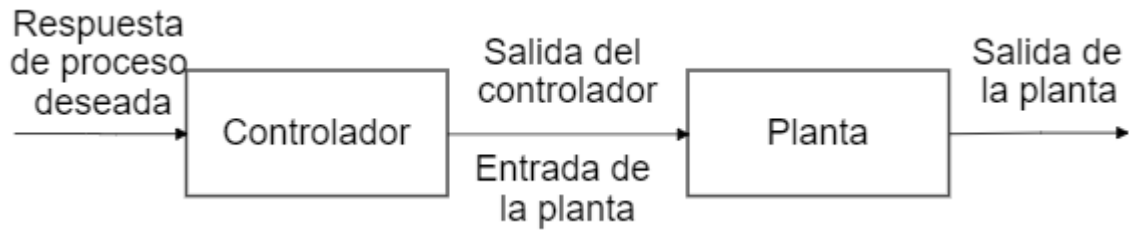


Fig. 2.5 Modelo de bloques para un sistema de lazo abierto

Un sistema de lazo cerrado [34]–[36] es un sistema de control que implementa un ciclo de retroalimentación al sistema para ajustar la salida de la planta. La retroalimentación significa que una parte de la salida se usa en la entrada, por lo que puede mantener la estabilidad del sistema de control; al agregar la señal de error a la entrada, se corregirá la salida generada del sistema, es por eso que los sistemas de lazo cerrado se ven menos afectados por perturbaciones externas. En Fig. 2.6 podemos observar un modelo de bloques básico para este sistema.

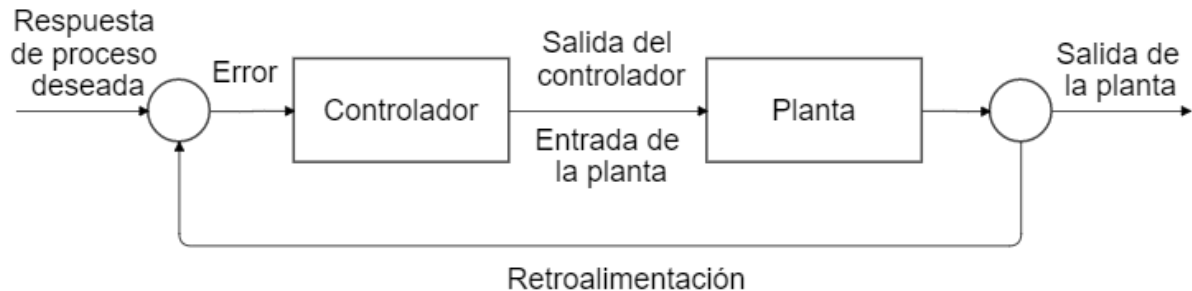


Fig. 2.6 Modelo de bloques para un sistema de lazo cerrado

Para que la mayoría de los sistemas de control sean simulados por computadora, es necesario utilizar un modelo, el cual se define en una planta. Una planta es la combinación de proceso y actuador, a la que se hace referencia con una función de transferencia que indica la relación entre una entrada y una salida de un sistema que no tiene realimentación [37].

### ***2.3. Metaheurísticas***

En el área de Ciencias de la Computación existe una amplia variedad de métodos utilizados para resolver distintos problemas, como es el caso de las metaheurísticas. Las metaheurísticas son métodos estocásticos utilizados en problemas de optimización los cuales tienen distintas inspiraciones que pueden ser desde la naturaleza hasta comportamientos artificiales[38], [39]. Estos métodos se pueden observar en dos formas principales: de solución única y basados en población.



## 2. Marco teórico

Los algoritmos de solución única tienen la característica de que, el algoritmo tiene una solución inicial aleatorizada y esta cambia con el tiempo o la ejecución del algoritmo, buscando una solución, que puede ser expuesta para un problema más grande en esta forma: puede estancarse en un óptimo local y no tener más cambios sobre la ejecución del algoritmo.

Los algoritmos de solución basados en población tienen un enfoque distinto, comienzan con múltiples soluciones aleatorias en lugar de solo una, estas cambian con las iteraciones del algoritmo, trayendo más candidatos a la solución del problema principal; estos algoritmos se inspiran más a menudo en grupos de la naturaleza, como las colonias de abejas.

Entre los algoritmos de optimización, podemos mencionar uno de los más utilizados sobre múltiples problemas en el área de control: Optimización por Enjambre de Partículas (Particle Swarm Optimization PSO) [1], [40]. El algoritmo PSO se inspira en la inteligencia por enjambre, que proviene del estudio de las colonias y el comportamiento social de los individuos en el enjambre. Este algoritmo es un método estocástico de optimización que se inspira en las aves, donde las partículas son cada ave de las parvadas, representando cada una, una solución al problema a resolver. Aquí, cada partícula o ave “vuela” en un espacio de búsqueda limitado hacia la mejor solución, y cada partícula puede ser influenciada por otras partículas que tienen una mejor aptitud o solución. Una aplicación sobre redes neuronales y sistemas difusos es el caso de Gaxiola et al. [41] que utilizan el algoritmo para optimizar los parámetros del sistema difuso para ajustar los pesos de la red neuronal.

En inteligencia de enjambres tenemos una amplia variedad de algoritmos bio-inspirados, tal como el caso del algoritmo de Colonia de Abejas (Bee Colony Optimization BCO) [42]; una aplicación de este algoritmo es el caso de Amador-Angulo [43] que usan una versión modificada del algoritmo para encontrar la distribución óptima de funciones de pertenencia en controladores difusos para plantas no lineales.

En las áreas de comportamientos organizados de manadas de animales podemos observar el algoritmo del lobo gris (Grey Wolf Optimizer GWO) [2], que tiene inspiración sobre las manadas de lobos grises. Una aplicación que podemos mencionar se encuentra en el trabajo de optimización de controladores usando el algoritmo GWO [21] donde el algoritmo se utiliza en una aplicación de control sobre un robot móvil autónomo para optimizar un controlador de

## 2. Marco teórico

sistema de inferencia difusa para mantener la mejor ruta con un error mínimo, tal y como se mostrará más adelante en esta investigación.

Otro algoritmo de optimización inspirado en la naturaleza, es el caso del algoritmo de las luciérnagas (Firefly Algorithm FA), que utiliza el comportamiento de las luciérnagas para funcionar [44]; por mencionar una aplicación podemos observar los resultados del trabajo de aplicación en [45] donde utiliza el algoritmo para optimizar controladores difusos con lógica difusa tipo 1 y tipo 2 utilizando el problema del tanque de agua y el problema del control de la temperatura de una regadera.

Entre las inspiraciones de la naturaleza sobre las plantas, tenemos el algoritmo de polinización de flores (Flower Pollination Algorithm FPA) propuesto por Xin-She Yang [3], cuya inspiración proviene de la polinización de las flores. Una aplicación se encuentra en el trabajo [19], donde el algoritmo optimizó un controlador difuso para un robot móvil autónomo con dos entradas y dos salidas para controlar la trayectoria del robot.

Otros algoritmos que se inspiran en el comportamiento social y la física son el algoritmo competitivo imperialista (Imperialist Competitive Algorithm ICA) [46] y el algoritmo de búsqueda de armonía (Harmony Search Algorithm HAS) [47]. Un ejemplo de la aplicación de ICA es el trabajo [22], donde utilizó el algoritmo junto con un sistema difuso de tipo 2 para ajustar las décadas de ICA; otro caso para el HAS es el trabajo [23] donde se utiliza para ajustar parámetros en algunos problemas de control como el movimiento de un robot autónomo móvil. De igual forma, hay otras metaheurísticas que han ido surgiendo a lo largo de las investigaciones, las cuales se inspiran en otros comportamientos naturales, artificiales y combinados, para la solución de distintos problemas, así como otros trabajos que los utilizan y mejoran para su aplicación [13], [14], [48]–[51].

### ***2.4. Algoritmo MVO***

En estudios del área de física se habla de múltiples teorías sobre la creación del universo, entre estas se encuentra la teoría del Big Bang [5], la cual nos habla sobre como inicio desde la unidad de toda la materia hasta la explosión y expansión que dio origen a nuestro universo. Partiendo de esta teoría, la teoría de los Multiversos [52] también acompaña parte de la teoría principal, indicándonos la creación de múltiples universos a partir de esta explosión, dado esto, hay ciertos cambios en cuanto a tener un solo universo, como la manera de comunicarse entre

## 2. Marco teórico

los mismos universos mediante la aparición de agujeros blancos, agujeros negros y agujeros de gusano.

En este trabajo de investigación tenemos el algoritmo de optimización de multiversos (MVO) [4] propuesto por Seyedali Mirjalili en 2015, el cual está inspirado en tres conceptos de la cosmología: el agujero blanco, el agujero negro y el agujero de gusano[53]–[55], los cuales se usan para exploración, explotación y búsqueda local. La idea surge de la creación del universo y múltiples instancias en la misma línea de tiempo, pero en un espacio diferente, para que puedan interactuar gracias a los agujeros que crean, una representación se puede apreciar en Fig. 2.7.



Fig. 2.7 Agujero blanco, agujero negro y agujero de gusano

La metodología de este algoritmo consiste en mover objetos entre los distintos universos a través de los agujeros blancos y negros, permitiendo la diversidad entre universos, los cuales representan nuestras posibles soluciones al problema de optimización, agregando el factor de agujeros de gusano para tener movimientos aleatorios entre universos o en el mismo. En Fig. 2.8 se puede apreciar un diagrama de la interacción entre universos en el algoritmo.

Los agujeros mencionados en el algoritmo tienen algunas reglas para que puedan estar presentes en los universos: con mayor tasa de inflación (esto representa la aptitud del universo), existe mayor probabilidad de tener un agujero blanco y menor probabilidad de tener agujeros negros; los universos con una tasa de inflación más alta tienden a enviar objetos pensados como agujeros blancos y con una tasa de inflación más baja tienden a recibir más objetos a través de los agujeros negros; y los objetos en todos los universos pueden presentar movimientos

## 2. Marco teórico

aleatorios hacia el mejor universo a través de agujeros de gusano, esto es al menos en la forma de trabajar del algoritmo propuesta por el autor [52].

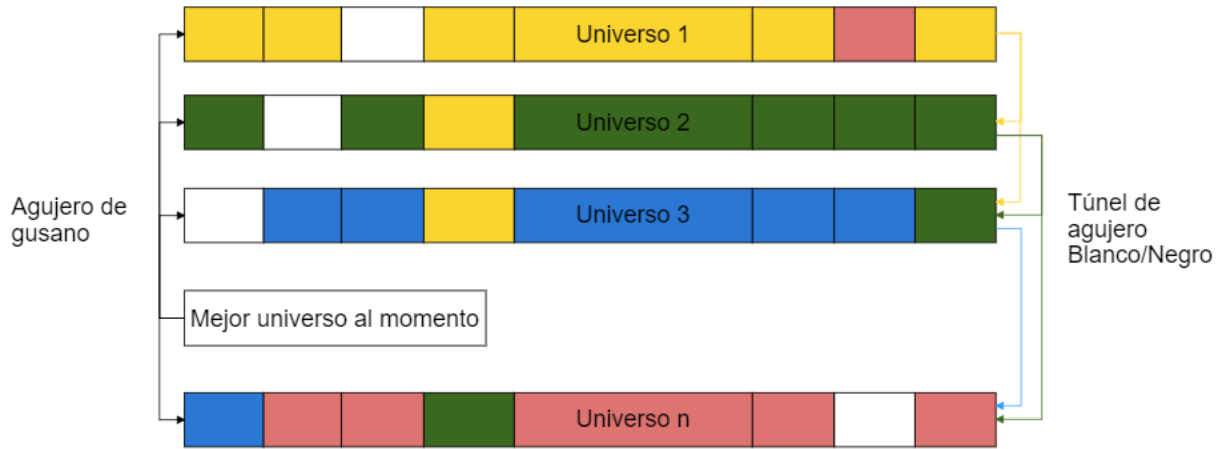


Fig. 2.8 Representación simple del funcionamiento del algoritmo MVO

Para la representación del algoritmo se puede asumir que  $U$  es el conjunto de universos solución al problema, donde  $d$  representa el número de parámetros o variables y  $n$  es el número de universos o candidatos a solución como se observa en 2.7:

$$U = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^d \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^1 & x_n^2 & \dots & x_n^d \end{bmatrix} \quad 2.7$$

Cada parámetro está representado en 2.8 de la siguiente manera:

$$x_i^j = \begin{cases} x_k^j & r_1 < NI(U_i) \\ x_i^j & r_1 \geq NI(U_i) \end{cases} \quad 2.8$$

Donde  $x_i^j$  indica el  $j$ -ésimo parámetro del  $i$ -ésimo universo,  $U_i$  representa el  $i$ -ésimo universo,  $NI(U_i)$  es la tasa normalizada de inflación del  $i$ -ésimo universo,  $r_1$  es un numero aleatorio entre  $[0, 1]$ , y  $x_k^j$  indica el  $j$ -ésimo parámetro del  $k$ -ésimo universo seleccionado por una ruleta de selección. Esta ecuación indica la manera de aparecer un agujero blanco en el universo debido a su tasa de inflación y la comparación con un numero aleatorio. El Pseudocódigo para el

## 2. Marco teórico

mecanismo de agujeros blancos y negros, donde  $-NI$  se usa para problemas de minimización, en dado caso de que sea para maximización se usa  $NI$  se puede apreciar en Fig. 2.9.

$SU=Universos\ Sorteados$

$NI=Tasa\ de\ inflación\ normalizada\ de\ los\ universos\ (fitness)$

**para** cada universo indexado por  $i$

$Agujero\_negro=i;$

**para** cada objeto indexado por  $j$

$r1=random([0,1]);$

**si**  $r1 < NI(U_i)$

$Agujero\_blanco=Ruleta(-NI);$

$U(Agujero\_negro,j)=SU(Agujero\_blanco,j);$

**fin** **si**

**fin** **para**

**fin** **para**

**Fig. 2.9 Pseudocódigo para el mecanismo de aparición de agujeros blancos y negros**

Como se mostró en el algoritmo anterior, aquí se logra la exploración de las soluciones a través de los agujeros blancos y negros, si se desea llegar a una explotación, cada universo debe de presentar los agujeros de gusano para transportar objetos de forma aleatoria, esto se puede notar en Fig. 2.8 con los espacios blancos. Para representar los agujeros de gusano en 2.9, se hace de la siguiente manera:

$$x_i^j = \begin{cases} \left( xbest_j + TDR \times ((ub_j - lb_j) \times r_4 + lb_j) \right) & r_3 < 0.5 \\ \left( xbest_j - TDR \times ((ub_j - lb_j) \times r_4 + lb_j) \right) & r_3 \geq 0.5 \end{cases} \quad \begin{matrix} r_2 < WEP \\ r_2 \geq WEP \end{matrix} \quad 2.9$$

$$x_i^j$$

Donde  $xbest_j$  indica el  $j$ -ésimo parámetro del mejor universo hasta el momento,  $TDR$  y  $WEP$  son coeficientes,  $lb_j$  muestra el límite inferior de la  $j$ -ésima variable,  $ub_j$  es el límite superior de la  $j$ -ésima variable,  $x_i^j$  indica el  $j$ -ésimo parámetro del  $i$ -ésimo universo, y  $r_2, r_3, r_4$  son números aleatorios entre  $[0, 1]$ . Dada la ecuación 2.9, el pseudocódigo del agujero de gusano se puede apreciar en Fig. 2.10.

## 2. Marco teórico

```
para cada universo indexado por i  
  para cada objeto indexado por j  
    r2=random([0,1]);  
    si r2<Probabilidad_existencia_agujero_gusano  
      r3= random([0,1]);  
      r4= random([0,1]);  
      si r3<0.5  
         $U(i,j)=Mejor\_universo(j) + Tasa\_distancia\_viaje * ((ub(j) - lb(j)) * r4 + lb(j));$   
      sino  
         $U(i,j)= Mejor\_universo(j) - Tasa\_distancia\_viaje * ((ub(j) - lb(j)) * r4 + lb(j));$   
      fin si  
    fin si  
  fin para  
fin para
```

Fig. 2.10 Pseudocódigo para el mecanismo de aparición de agujero de gusano

Los dos coeficientes que se señalan en la ecuación 2.9 y pseudocódigo de Fig. 2.10, *WEP* y *TDR*, indican la probabilidad de existencia de un agujero de gusano y la tasa de distancia de viaje, respectivamente. El primero, como su nombre lo indica, es que tan probable se puede presentar un agujero de gusano en determinado universo; el segundo coeficiente determina la variación con la cual un objeto puede ser teletransportado por un agujero de gusano cerca del mejor universo hasta el momento. Una clara diferencia entre dichos coeficientes es que *TDR* se incrementa con el paso de las iteraciones para tener una mejor explotación de la solución; dicho comportamiento se puede apreciar en Fig. 2.11. La fórmula adaptativa para ambos coeficientes se da en 2.10 y 2.11 como sigue:

$$WEP = min + l \times \left( \frac{max - min}{L} \right) \quad 2.10$$

$$TDR = 1 - \frac{l^{1/p}}{L^{1/p}} \quad 2.11$$

## 2. Marco teórico

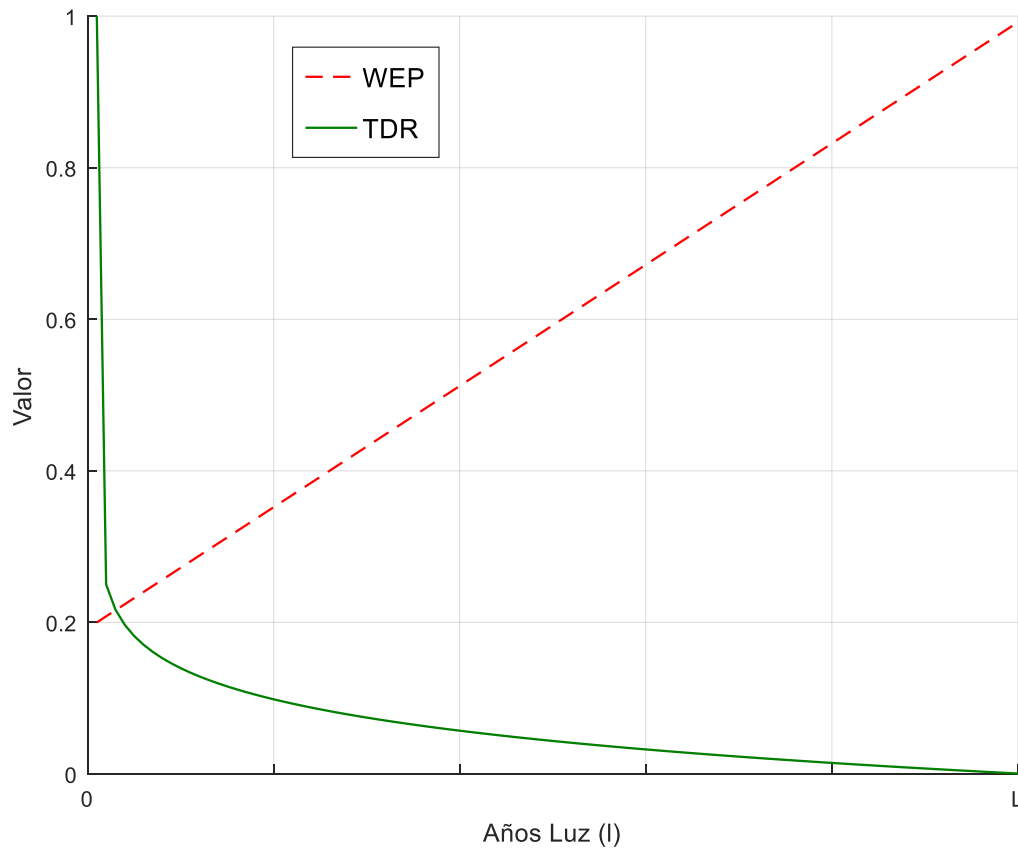


Fig. 2.11 Representación de Probabilidad de existencia de agujero de gusano (WEP) contra tasa de distancia de viaje (TDR)

Donde  $min$  y  $max$  son el valor mínimo y máximo que podrá tomar  $WEP$ ,  $l$  indica la iteración actual y  $L$  es el máximo de iteraciones. En el caso de  $TDR$ ,  $p$  es la precisión de la explotación en las iteraciones; a mayor valor de  $p$ , es más rápida y precisa la explotación o búsqueda local.

La complejidad del algoritmo de manera computacional, depende del número de iteraciones, número de universos, mecanismo de ruleta y la manera de ordenar el universo. Los universos se ordenan en cada iteración con el algoritmo *Quicksort*, con una complejidad de  $O(n \log n)$  y  $O(n^2)$  en el mejor y peor escenario respectivamente. Dicha complejidad se da por las ecuaciones 2.12 y 2.13 respectivamente:

$$O(MVO) = O(l(O(Quicksort) + n \times d \times (O(roulette\ wheel)))) \quad 2.12$$

$$O(MVO) = O(l(n^2 + n \times d \times \log n)) \quad 2.13$$

## 2. Marco teórico

Donde  $n$  es el número de universos,  $l$  es el número máximo de iteraciones y  $d$  es el número de objetos. A continuación, se muestra el pseudocódigo completo del algoritmo MVO en Fig. 2.12 así como su diagrama de flujo en Fig. 2.13.

```
Crear universos aleatorios ( $U$ )
Inicializar WEP, TDR y Mejor_Universo
 $SU$ =Universos sorteados
 $NI$ =Tasa de inflación normalizada de los universos (fitness)
mientras criterio de parada no se satisfice
    Evaluar el fitness de todos los universos
    para cada universo indexado por  $i$ 
        Actualizar WEP y TDR
        Agujero_negro= $i$ ;
        para cada objeto indexado por  $j$ 
             $r1$ =random([0,1]);
            si  $r1 < NI(U_i)$ 
                Agujero_blanco= Ruleta(- $NI$ );
                 $U(\text{Agujero\_negro},j)=SU(\text{Agujero\_blanco},j)$ ;
            fin si
             $r2$ =random([0,1]);
            si  $r2 < \text{Probabilidad\_existencia\_agujero\_gusano}$ 
                 $r3$ = random([0,1]);
                 $r4$ = random([0,1]);
                si  $r3 < 0.5$ 
                     $U(i,j)=\text{Mejor\_universo}(j) + \text{Tasa\_distancia\_viaje} * ((ub(j) - lb(j)) * r4 + lb(j))$ ;
                sino
                     $U(i,j)= \text{Mejor\_universo}(j) - \text{Tasa\_distancia\_viaje} * ((ub(j) - lb(j)) * r4 + lb(j))$ ;
                fin si
            fin para
        fin para
    fin mientras
```

Fig. 2.12 Algoritmo completo para MVO



## 2. Marco teórico

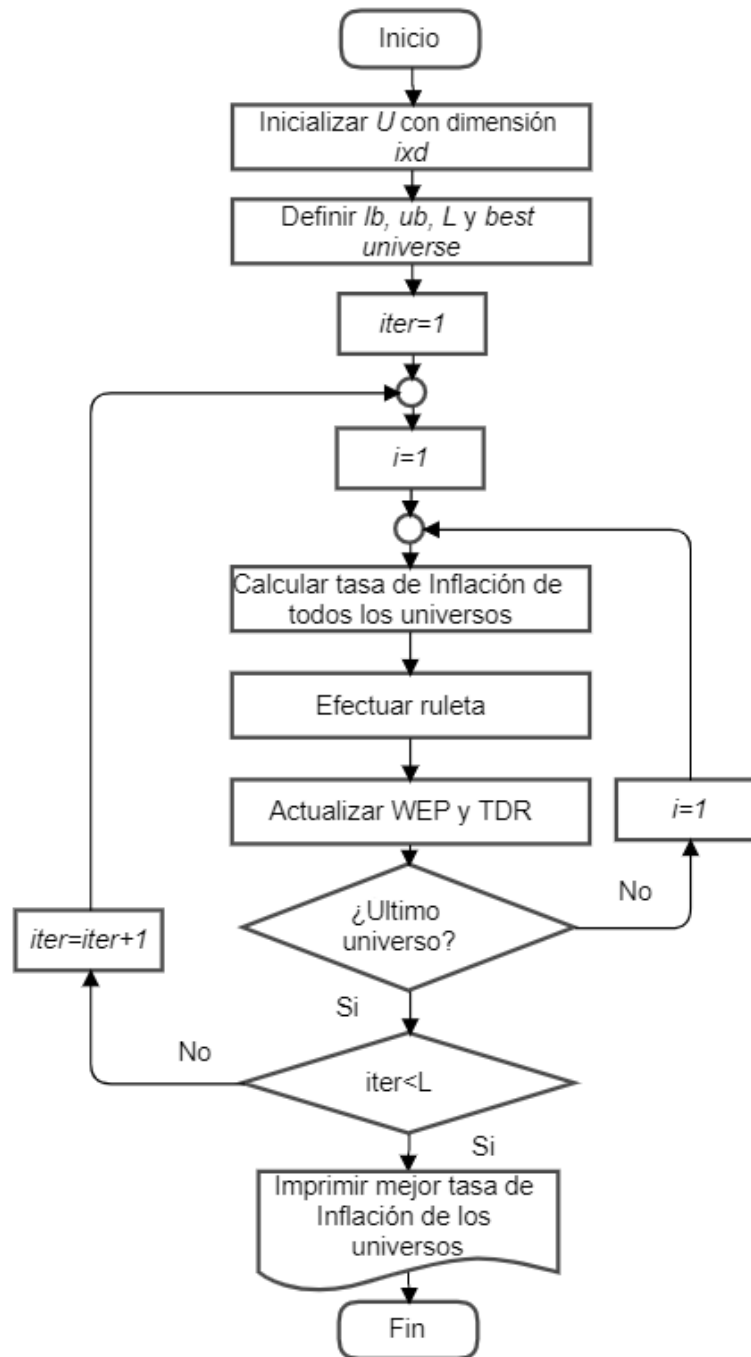


Fig. 2.13 Diagrama de flujo del algoritmo MVO

Los distintos elementos del algoritmo MVO se pueden apreciar interactuando para obtener un resultado optimizado para el problema que se esté aplicando, brindando la mejor solución al problema en *best universe*, el cual tendrá la mejor tasa de inflación o aptitud en la ejecución en curso. Los códigos referentes al algoritmo en Matlab se encuentran en los anexos A1, A2 y A3.

## 3. Desarrollo

---

En el presente capítulo se mostrará la metodología que se siguió para el desarrollo del proyecto, las etapas que se llevaron a cabo para el presente proyecto, así como la propuesta de investigación a partir del problema de control. Se brinda la justificación por la que se llevó a cabo toda la investigación a partir del algoritmo de optimización de multiversos MVO.

### *3.1. Metodología*

Para este proyecto se inicia con el estado del arte, comprendiendo el algoritmo MVO y sus distintas aplicaciones, así como sus resultados en funciones matemáticas de prueba (benchmark); con el objetivo de entender sus parámetros y su relación con otras técnicas evolutivas.

A la vez se estudian otros algoritmos de optimización los cuales tengan aplicación sobre control en distintas áreas, tales como el control de un robot autónomo móvil, investigando otros proyectos del Posgrado en Computación del ITT que lo hayan empleado, así como las pruebas con funciones matemáticas de prueba y el caso de estudio.

Una vez comprendido el algoritmo MVO y también otros algoritmos similares, se aplica dicho algoritmo a funciones matemáticas de prueba, se aplica también a casos de prueba del área de control como en el péndulo invertido, para después a aplicarlo al problema de control del robot autónomo móvil.

Durante las pruebas en los algoritmos, se documenta basado en resultados para poder hacer comparativa con otros proyectos que trabajaron los casos de prueba de control y el problema del robot autónomo móvil.

A partir de los resultados obtenidos, se escribe un capítulo de libro o de congreso para demostrar el potencial del algoritmo ante problemas de control, en comparativa con estudios anteriores.

Se prepara el escrito del documento de tesis con los resultados obtenidos de distintas pruebas con variación de parámetros en el algoritmo para poder optimizar el controlador difuso, demostrando si la técnica es buena al optimizar controladores difusos.

### 3. Desarrollo

#### ***3.2. Justificación de la investigación***

Al ser muy utilizados los algoritmos de optimización en los controladores difusos, se tiene un área de oportunidad muy amplia para poder trabajar de esta manera. Ahora bien, el algoritmo de optimización de multiversos o MVO, tiene una razón muy importante para ser considerado en esta área, ya que, por ser muy joven entre los algoritmos de optimización, aún no se ha registrado en artículos aplicación alguna en la cual se demuestre que este algoritmo es bueno para el área de control, abriendo un espacio para experimentar y documentar resultados en comparativa con otros algoritmos de optimización.

#### ***3.3. Propuesta***

Adaptando un sistema de lazo cerrado al sistema para poder obtener retroalimentación, se puede representar en Fig. 3.1 el controlador de robot móvil aplicando el algoritmo de optimización MVO, en el que se puede observar como un controlador difuso diseñado específicamente para trabajar con el robot móvil de tracción diferencial, se optimizan sus funciones de membresía para el antecedente y consecuente con los debidos parámetros al algoritmo de multiversos MVO, resultando un controlador difuso optimizado para el problema de control.

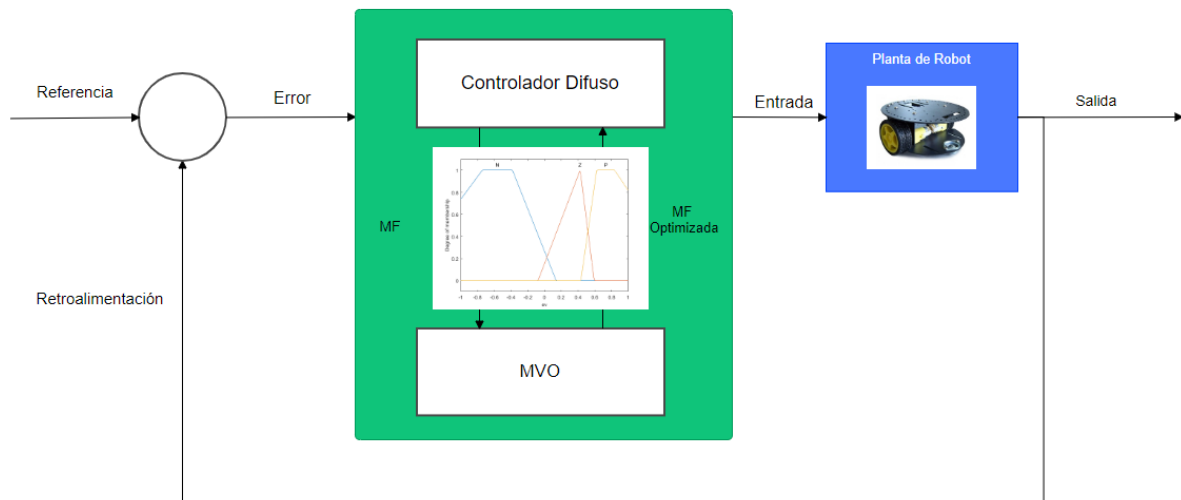


Fig. 3.1 Propuesta del proyecto

#### ***3.4. Productos obtenidos***

Entre los productos desarrollados a lo largo de esta investigación se encuentran cuatro trabajos principales, de los cuales se han publicado 2 y los otros están aceptados y próximos a

### 3. Desarrollo

una publicación. El primer trabajo tiene por título “A novel study of the Multi-verse Optimizer and its applications on multiple areas of Computer Science” [24] el cual propone una investigación de las aplicaciones actuales del algoritmo MVO, así como una justificación de porque debe ser usado en aplicaciones de control, actualmente ya se encuentra publicado el artículo. En el segundo trabajo que tiene por título “Optimization of membership function parameters for Fuzzy controllers in Cruise Control problem using the Multi-verse Optimizer” [56] mostramos la aplicación en el área de control del algoritmo MVO, usando algunos casos de estudio que se explican en esta investigación tales como el problema de propinas y el problema de cruise control, actualmente este artículo ya está aceptado y está próximo a publicarse. El tercer trabajo tiene por título “Optimal design of fuzzy controllers using the Multiverse optimizer” [57] el cual fue presentado en el congreso internacional HIS 2020 (20th International Conference on Hybrid Intelligent Systems) con sede en la India, donde se presentaron otros casos de estudio para el área de control del algoritmo MVO, este artículo está en espera de publicarse en el libro de la conferencia del congreso. Finalmente, el cuarto trabajo que tiene por título “A Fuzzy Variant of the Multi-verse Optimizer for Optimal Design of Fuzzy Controllers” [58] contiene en su investigación la adaptación de un sistema de inferencia difuso para la adaptación dinámica de parámetros del algoritmo MVO y su comparativa con el algoritmo original y una serie de casos de estudio que también se presentan en esta investigación, actualmente se encuentra presentado el artículo.

#### ***3.5. Descripción de los casos de estudio***

En el desarrollo de esta investigación se usaron distintos casos de estudio para evaluar el comportamiento general del algoritmo MVO, entre ellas se usaron funciones matemáticas de prueba (benchmark) para entender el funcionamiento del algoritmo entre las fases de exploración y explotación que se encuentran en las metaheurísticas, estas son un total de 13 funciones entre unimodales y multimodales. En los casos de aplicación para el algoritmo nos centramos en el área de control [59], por lo que usamos distintos problemas para evaluar el comportamiento, entre estos casos se encuentra uno que es para aproximación de superficie de un sistema difuso, por lo que no es directamente un controlador difuso.

Para hacer una comparativa con los casos de estudio se optó por usar dos medidas de error, el error se define como la diferencia entre el valor verdadero o ideal de un sistema y el valor

### 3. Desarrollo

obtenido experimentalmente o real, este nos proporciona una manera de identificar si el sistema experimentado no sigue un comportamiento o ley determinada. Una de las medidas de error fue el error cuadrático medio (MSE) el cual se presenta en la ecuación 3.1, así como también para la mayoría de los casos donde se usó la raíz del error cuadrático medio (RMSE) presentada en la ecuación 3.2, donde  $n$  es la cantidad de datos,  $Y_i$  es el valor observado y  $\hat{Y}_i$  es el valor de referencia.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad 3.1$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{n}} \quad 3.2$$

#### 3.5.1. Funciones matemáticas de prueba

En las funciones matemáticas de prueba para el algoritmo se usaron 13 funciones[39], [60], las cuales 7 son unimodales teniendo un óptimo global, y 8 funciones son multimodales, teniendo un óptimo global y múltiples óptimos locales para las pruebas en distintas dimensiones, las 13 funciones usadas se pueden observar en la Tabla 3.1 y Tabla 3.2 todas con un mínimo global de 0, así como su representación gráfica en Fig. 3.2.

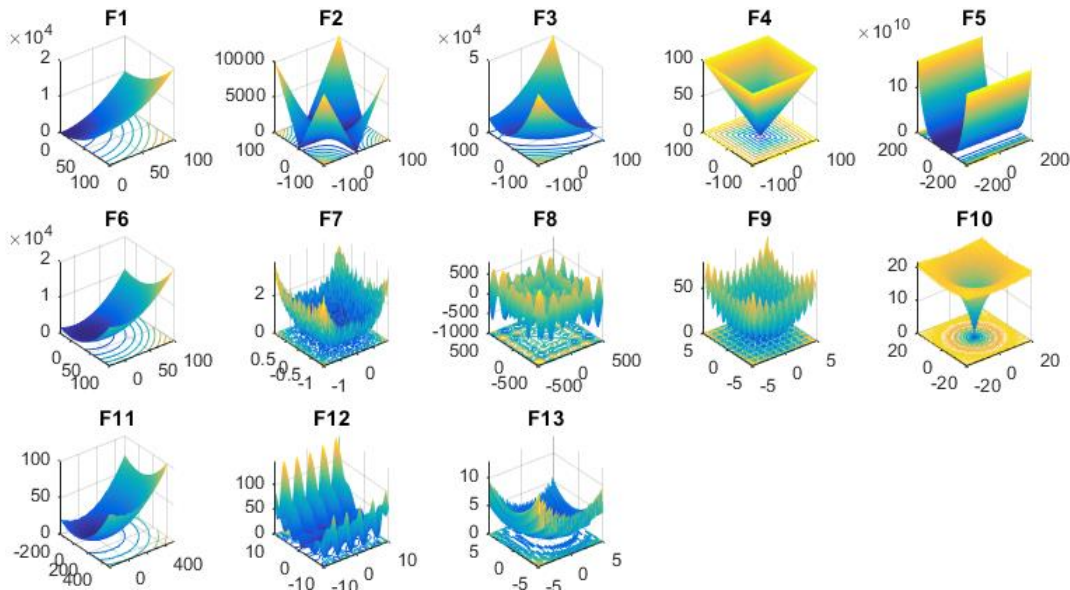
**Tabla 3.1 Funciones matemáticas de prueba con mínimo global de 0 para F1-F8**

Nombre	Ecuación	Rango
Modelo Esfera	$F_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	[-100, 100]
Problema de Schwefel 2.22	$F_2(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $	[-10, 10]
Problema de Schwefel 1.2	$F_3(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2$	[-100, 100]
Problema de Schwefel 2.21	$F_4(\mathbf{x}) = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq n\}$	[-100, 100]
Función Generalizada de Rosenbrock	$F_5(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[ 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$	[-30, 30]
Función de Paso	$F_6(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n ( x_i + 0.5 )^2$	[-100, 100]
Función Cuártica con ruido	$F_7(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (ix_i^4 + \mathbf{random}[0, 1])$	[-1.28, 1.28]
Problema Generalizado de Schwefel 2.26	$F_8(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n -x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	[-500, 500]

### 3. Desarrollo

**Tabla 3.2 Funciones matemáticas de prueba con mínimo global de 0 para F9-F13**

Nombre	Ecuación	Rango
Función Generalizada de Rastrigin	$F_9(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	[-5.12, 5.12]
Función Ackley	$F_{10}(x) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e$	[-32, 32]
Función Generalizada de Griewank	$F_{11}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos \left( \frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1$	[-600, 600]
Función Penalizada Generalizada 1	$F_{12}(x) = \frac{\pi}{n} \left\{ 10 \sin(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)$ $y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4}$ $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m & x_i > a \\ 0 & -a < x_i < a \\ k(-x_i - a)^m & x_i < -a \end{cases}$	[-50, 50]
Función Penalizada Generalizada 2	$F_{13}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_i + 1)] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$	[-50, 50]



**Fig. 3.2 Gráfica de funciones matemáticas de prueba F1-F13**

### 3. Desarrollo

#### 3.5.2. Problema de Propinas “Tipper”

Este problema se utiliza en los primeros ejemplos de MATLAB de la caja de herramientas para sistemas difusos, se utilizó como referencia en el diseño de sistemas difusos [61], [62]. Este problema consiste en determinar la cantidad de propina que se dejará por un servicio de restaurante de manera cualitativa, por lo que se considera el servicio otorgado por el mesero y la calidad de los alimentos consumidos, de aquí se determina si la propina será pobre, promedio o generosa, esto representándolo en un sistema de inferencia difuso considerando el grado de incertidumbre en este tipo de problemas comunes. El objetivo de la aplicación de este sistema es realizar una aproximación de un modelo, utilizando un sistema difuso el cual tiene dos entradas y una salida, como el modelo difuso original, pero con cambios en el número y tipo de funciones de membresía.

En el modelo de referencia de tipo Mamdani podemos observar las funciones de membresía y la superficie difusa generada en la Fig. 3.3; este modelo tiene 3 funciones de membresía gaussianas para la entrada 1, en la entrada 2 tiene 2 funciones de membresía trapezoidales, y en la salida tiene 3 funciones de membresía triangulares, usando solo 3 reglas difusas; en la Tabla 3.3 se pueden visualizar las reglas difusas del modelo. El modelo diseñado para aproximar la superficie del sistema difuso está implementado en dos modelos difusos: uno tipo Mamdani y tipo Sugeno.

**Tabla 3.3 Conjunto de reglas difusas para el problema de propinas**

No.	Regla
1	If service is poor or food is rancid → tip is cheap
2	If service is good → tip is average
3	If service is excellent or food is delicious → tip is generous

### 3. Desarrollo

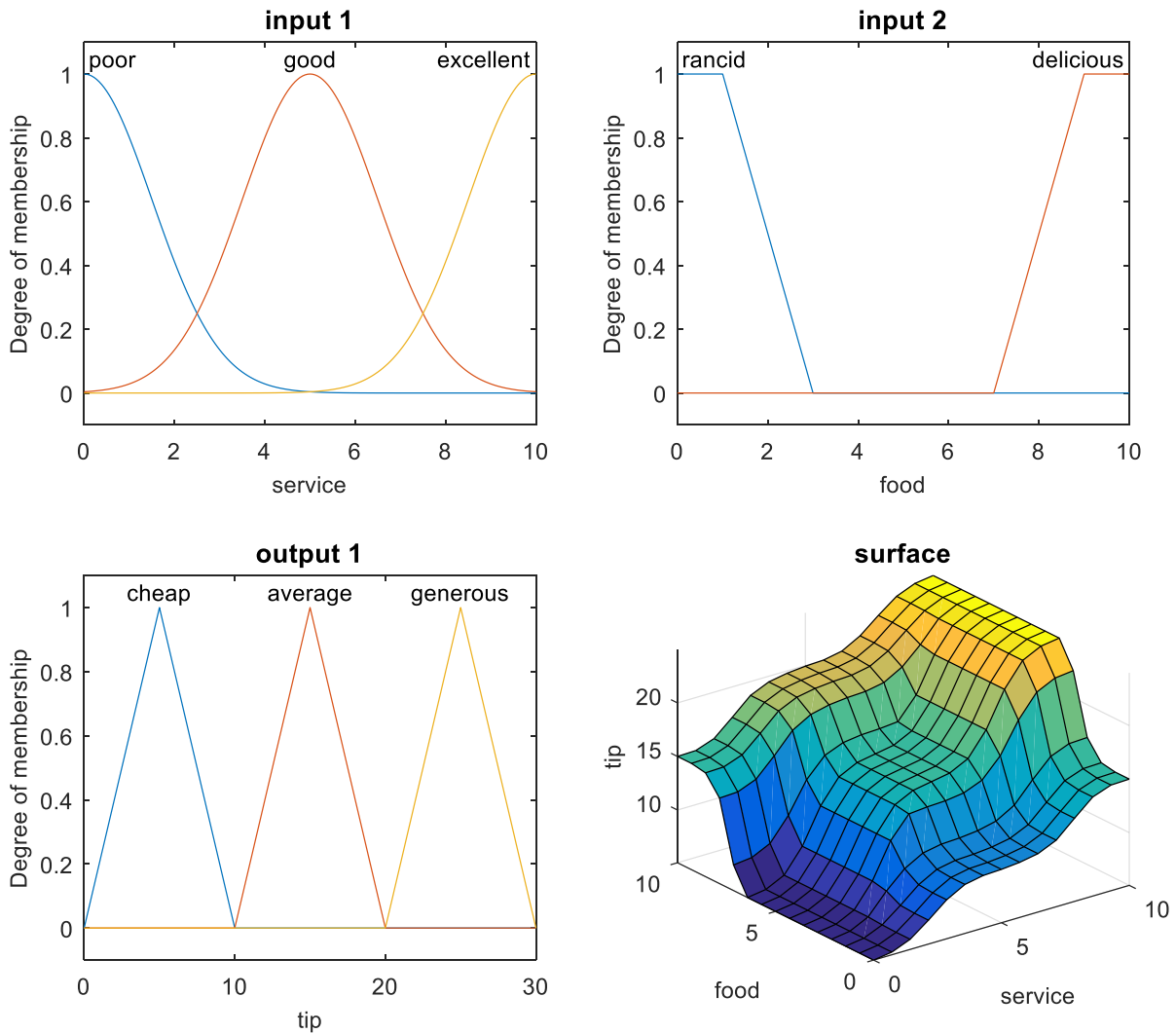
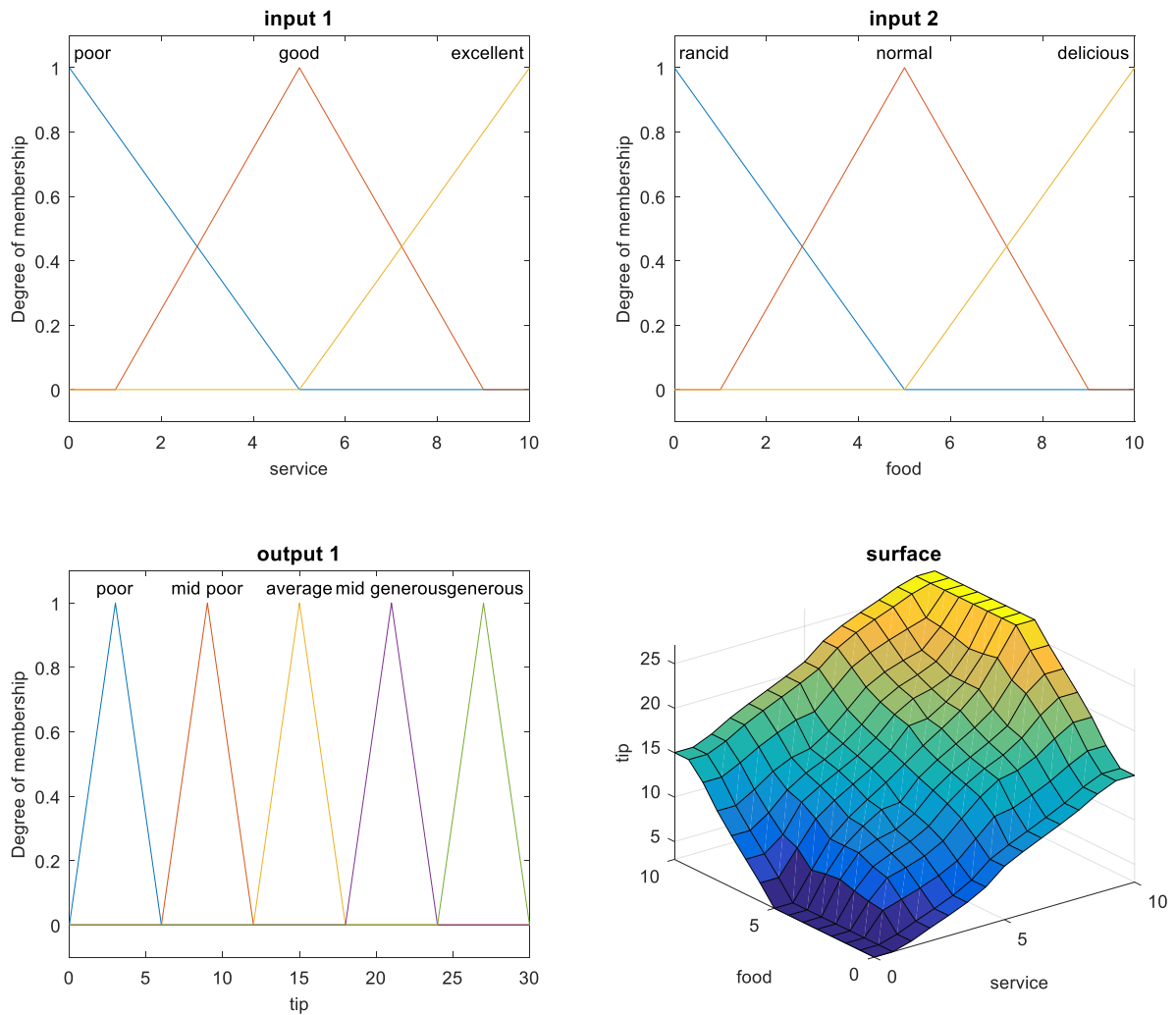


Fig. 3.3 Sistema difuso de referencia para el problema de propinas

Para el modelo difuso Mamdani se utilizó una combinación distinta de funciones de membresía, en el caso de la entrada 1 se usaron 3 funciones de membresía triangulares, para la entrada 2 también se usaron 3 funciones de membresía triangulares, y para la salida 1 se usaron 5 funciones de membresía triangulares, dicho modelo uso 9 reglas difusas. En Fig. 3.4 podemos observar el modelo generado para optimizar con el algoritmo MVO para aproximarse al modelo original, en la Tabla 3.4 se muestran las reglas difusas del modelo.



### 3. Desarrollo



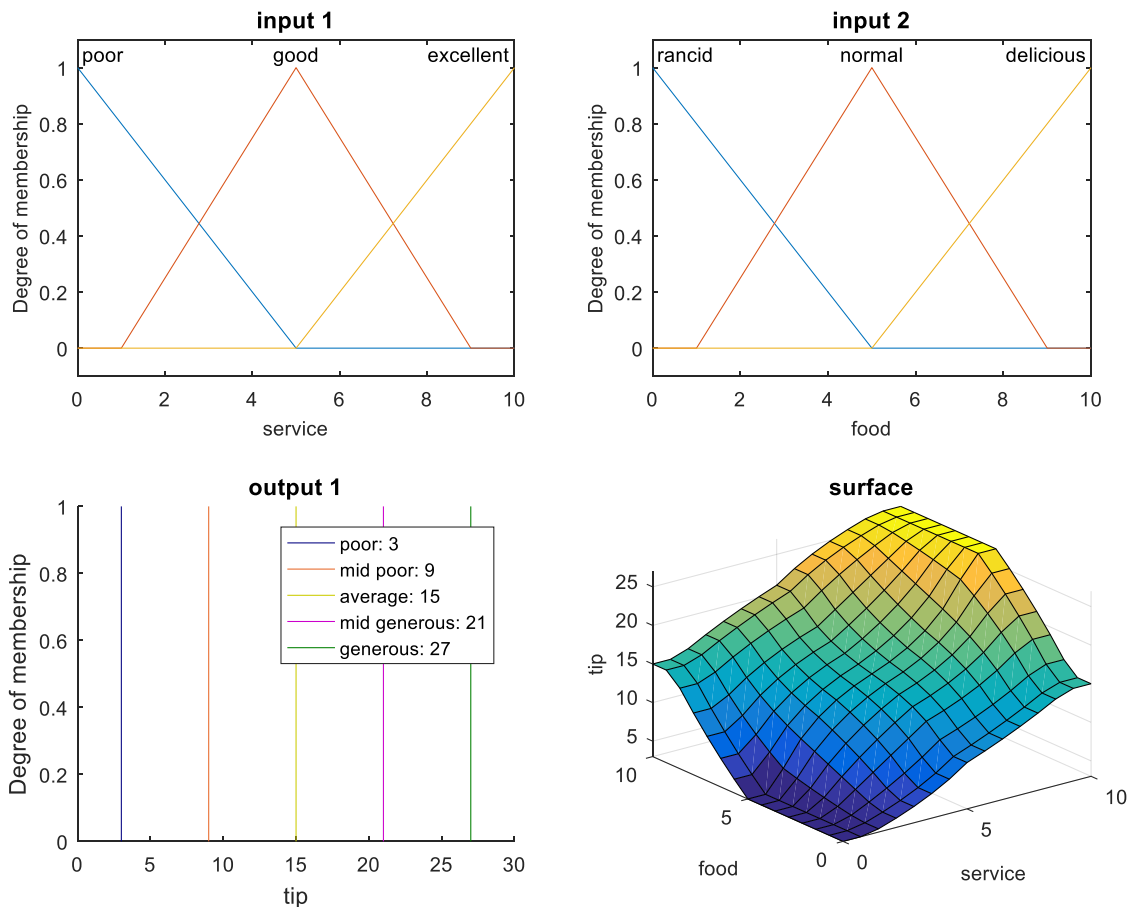
**Fig. 3.4 Modelo Mamdani base para optimizar del problema de propinas**

En el modelo Sugeno del sistema difuso se propuso el mismo conjunto de funciones de membresía para las entradas a excepción de la salida, en la cual se usaron 5 singletons o constantes, haciendo que el modelo Sugeno fuera de orden cero, conservando las mismas 9 reglas difusas, pero usando la salida del modelo Sugeno. En Fig. 3.5 podemos apreciar el modelo base para optimizar con el algoritmo MVO.

### 3. Desarrollo

**Tabla 3.4 Conjunto de reglas difusas para el modelo de propinas propuesto**

No.	Regla
1	If service is poor and food is rancid → tip is poor
2	If service is poor and food is normal → tip is poor
3	If service is poor and food is delicious → tip is average
4	If service is good and food is rancid → tip is mid poor
5	If service is good and food is normal → tip is average
6	If service is good and food is delicious → tip is mid generous
7	If service is excellent and food is rancid → tip is average
8	If service is excellent and food is normal → tip is generous
9	If service is excellent and food is delicious → tip is generous



**Fig. 3.5 Modelo Sugeno base para optimizar del problema de propinas**

### 3. Desarrollo

#### 3.5.3. Problema de velocidad de vehículo “Cruise Control”

El problema de la velocidad de vehículo “Cruise Control” es un problema para pruebas muy usado en el área de control, donde la velocidad de un vehículo se controla para lograr la velocidad deseada [63]–[65]. No existen muchas limitaciones debido a que el modelo está diseñado para un espacio ideal donde no se considera fricción del aire ni inclinación alguna, por lo que no existen perturbaciones a este problema. El modelo inicial tiene un controlador PID [66]–[69] que considera ganancia proporcional ( $K_p$ ), ganancia integral ( $K_i$ ) y ganancia derivada ( $K_d$ ). Los valores establecidos para la implementación del controlador PID en este caso son 800 para  $K_p$ , 40 para  $K_i$  y 10 para  $K_d$ , donde  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  son los valores de ganancia proporcional, ganancia integral y ganancia derivada. La ecuación del sistema y la salida se pueden apreciar en 3.3 y 3.4.

$$m\dot{v} + bv = u \quad 3.3$$

$$y = v \quad 3.4$$

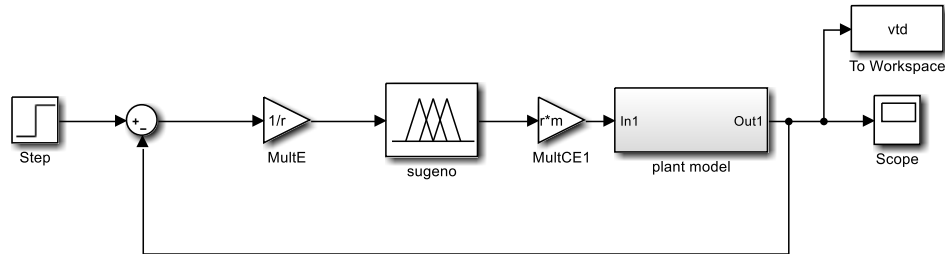
Donde  $m$  es la masa del vehículo,  $b$  es el coeficiente de amortiguamiento,  $v$  es la velocidad del vehículo,  $\dot{v}$  es la derivada de la velocidad,  $u$  es la fuerza generada sobre la rueda y el piso, y finalmente  $y$  representa de forma gráfica la salida del sistema, que es la velocidad deseada.

El objetivo principal de este sistema es lograr una velocidad deseada de 10 m/s en un vehículo con una masa de 1000 kg, esto mediante el uso de un sistema de inferencia difusa que controla el comportamiento del vehículo dadas estas condiciones. Para la implementación de este modelo se usó un modelo de Simulink y un sistema de inferencia difusa, una representación del sistema se muestra en la Fig. 3.6. Para el modelo difuso se usaron sistemas tanto tipo Mamdani y como tipo Sugeno para analizar el comportamiento de el algoritmo. En ambos casos se usó la velocidad de salida para comparar con la velocidad de referencia y así obtener el error para usar un controlador difuso y ajustar la salida del sistema a partir de esta retroalimentación.

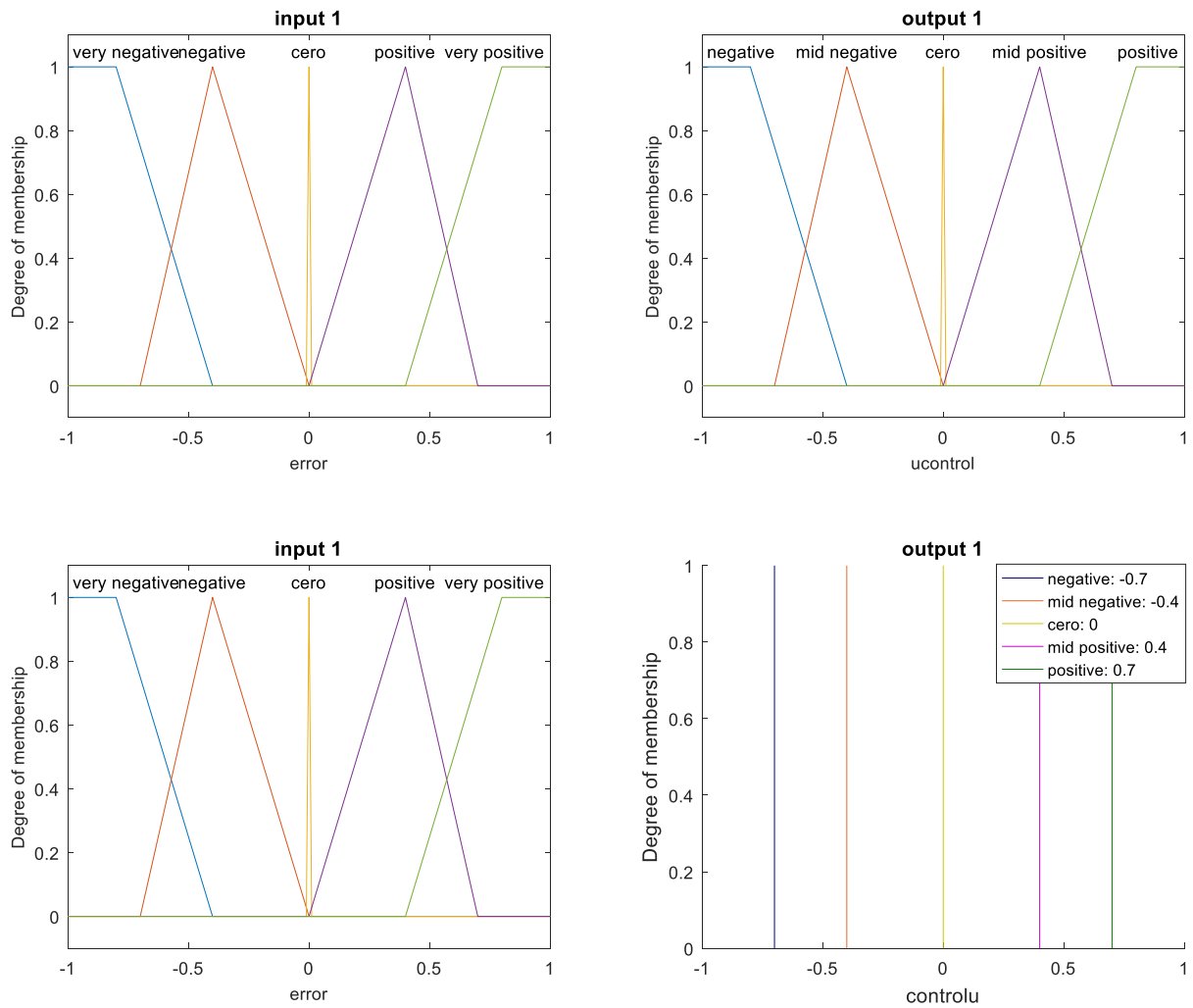
Para el modelo tipo Mamdani se usó una entrada y una salida, donde la entrada usó 5 funciones de membresía, la primera y la última son trapezoidales y el resto tienen forma triangular; en su mayoría se utilizaron la misma distribución para la salida, utilizando 5 funciones de membresía entre formas triangulares y trapezoidales. En cuanto al modelo de Sugeno, se usó la misma entrada, pero, en la salida, se usaron 5 singletons o constantes, haciendo

### 3. Desarrollo

un modelo de Sugeno de orden cero. Las funciones de membresía para ambos modelos se muestran en la Fig. 3.7, la salida esperada del sistema se muestra en Fig. 3.8 y las reglas difusas se muestran en la Tabla 3.5.

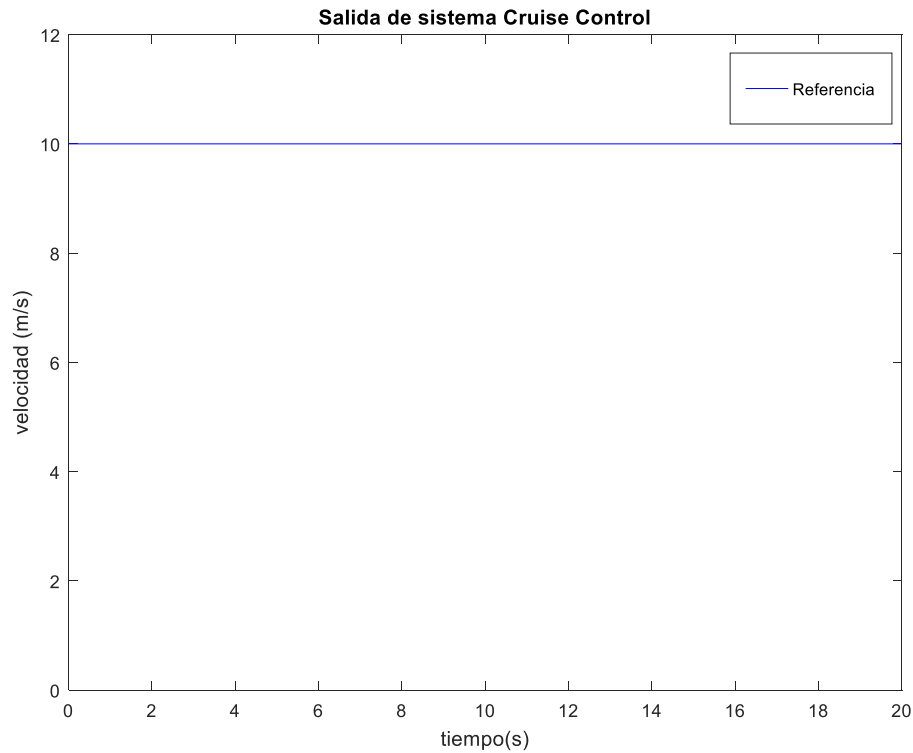


**Fig. 3.6 Modelo Simulink para el sistema Cruise Control**



**Fig. 3.7 Funciones de membresía para los modelos Mamdani y Sugeno de Cruise Control**

### 3. Desarrollo



**Fig. 3.8 Referencia de salida para Cruise Control**

**Tabla 3.5 Reglas difusas para los modelos Mamdani y Sugeno de Cruise Control**

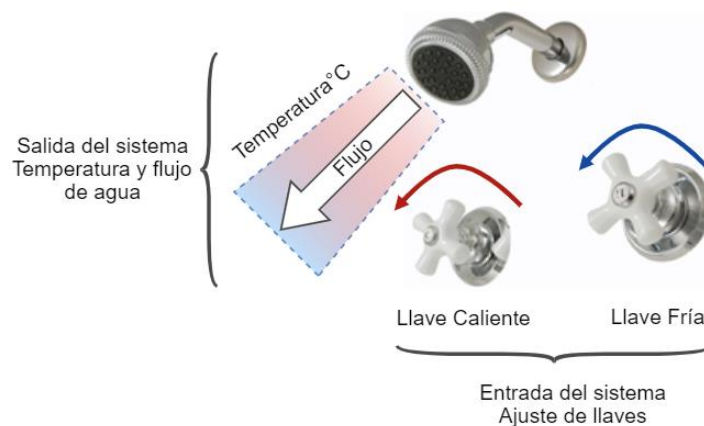
No.	Regla
1	If error is very negative → ucontrol is negative
2	If error is negative → ucontrol is mid negative
3	If error is cero → ucontrol is cero
4	If error is positive → ucontrol is mid positive
5	If error is very positive → ucontrol is positive

#### 3.5.4. Problema de control de temperatura en una regadera

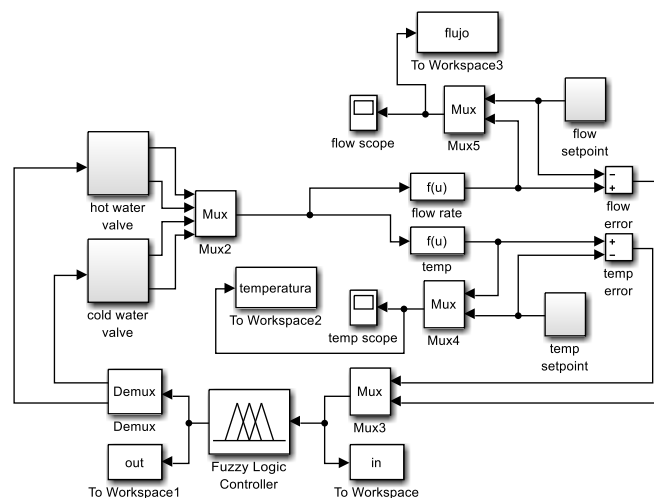
El control de temperatura en una regadera[70] es un problema de control utilizado para probar distintos algoritmos, que se ha utilizado en una variedad de trabajos[71]–[73]. Una representación del sistema se puede observar en la Fig. 3.9 así como del modelo Simulink en Fig. 3.10, en la cual el controlador consta de dos entradas, la temperatura del agua y el caudal del agua, de esta, el controlador proporciona dos salidas, siendo las válvulas de agua caliente y fría respectivamente.

### 3. Desarrollo

En este sistema de control de temperatura en una regadera se tienen cuatro subsistemas, el subsistema ajuste de flujo consta de un generador de señales que genera la variación del caudal de agua. La señal de entrada suministrada por el generador de señales es una onda cuadrada con una amplitud de 0.2 y una frecuencia natural de  $0.3 \text{ rad/seg}$ ; el subsistema de ajuste de temperatura consta de un generador de señales que genera las variaciones de temperatura para un tiempo determinado, en este caso de 50 segundos. La señal de entrada esta suministrada con una amplitud de 4 y frecuencia natural  $0.2143 \text{ rad/seg}$ ; el subsistema de válvula de agua fría y caliente reciben señales del controlador difuso implementado.



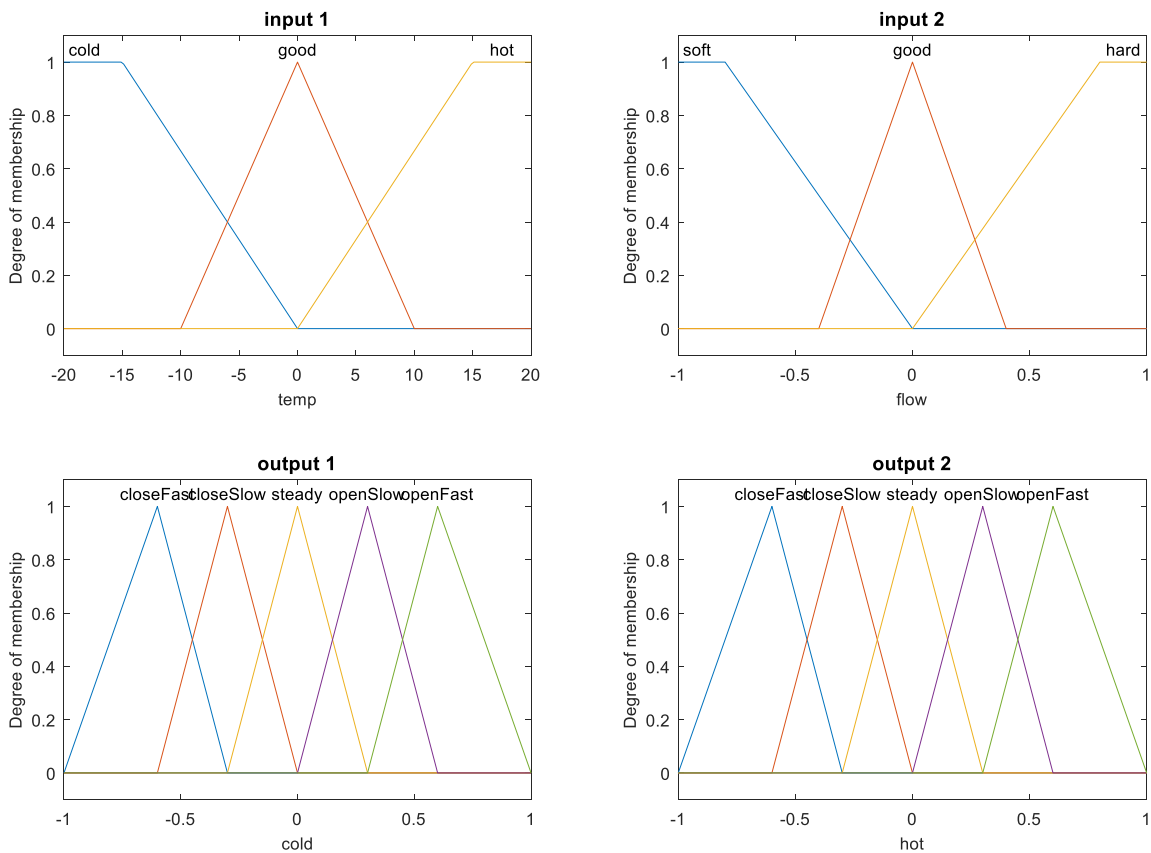
**Fig. 3.9 Representación del sistema para control de temperatura en una regadera**



**Fig. 3.10 Modelo Simulink del sistema para control de temperatura en una regadera**

### 3. Desarrollo

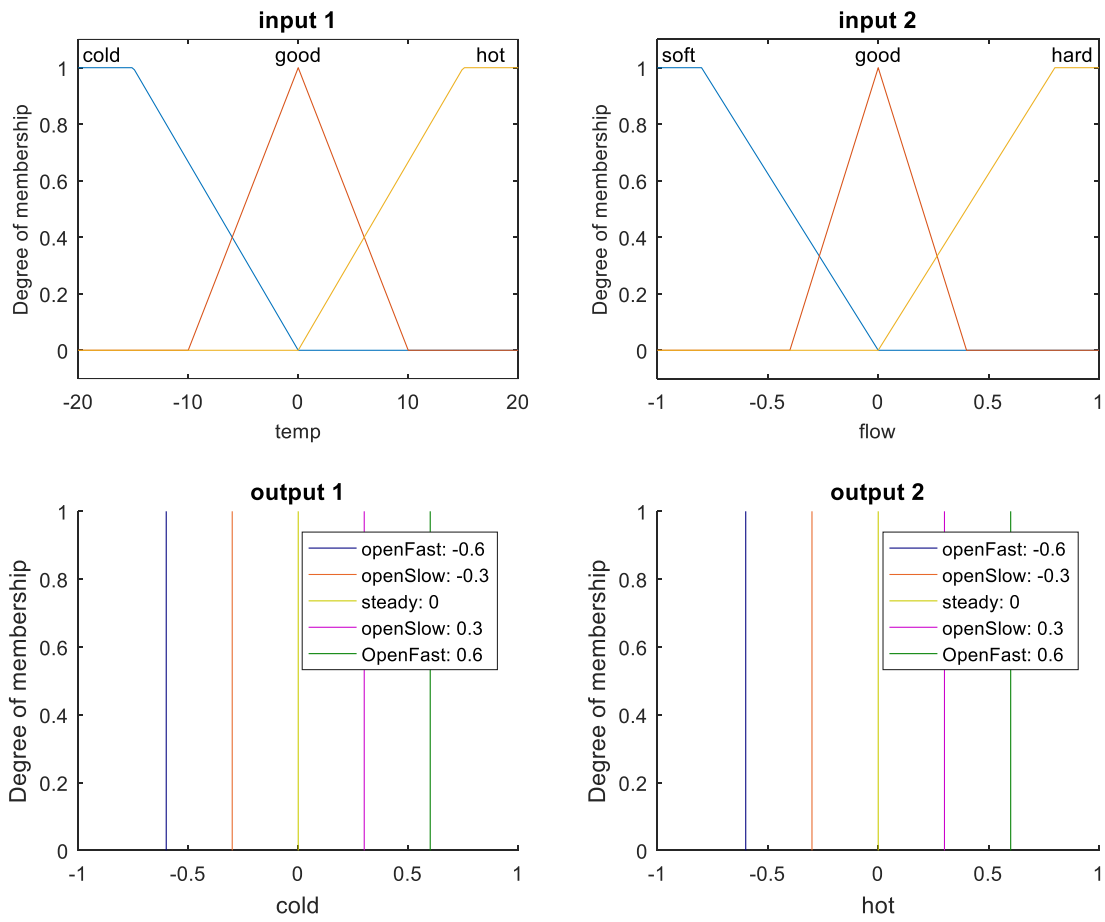
En este sistema difuso se utilizan 16 funciones de membresía distribuidas en las entradas (3 para cada una) y las salidas (5 para cada una), utilizando funciones de membresía triangulares y trapezoidales como se observa en Fig. 3.11.



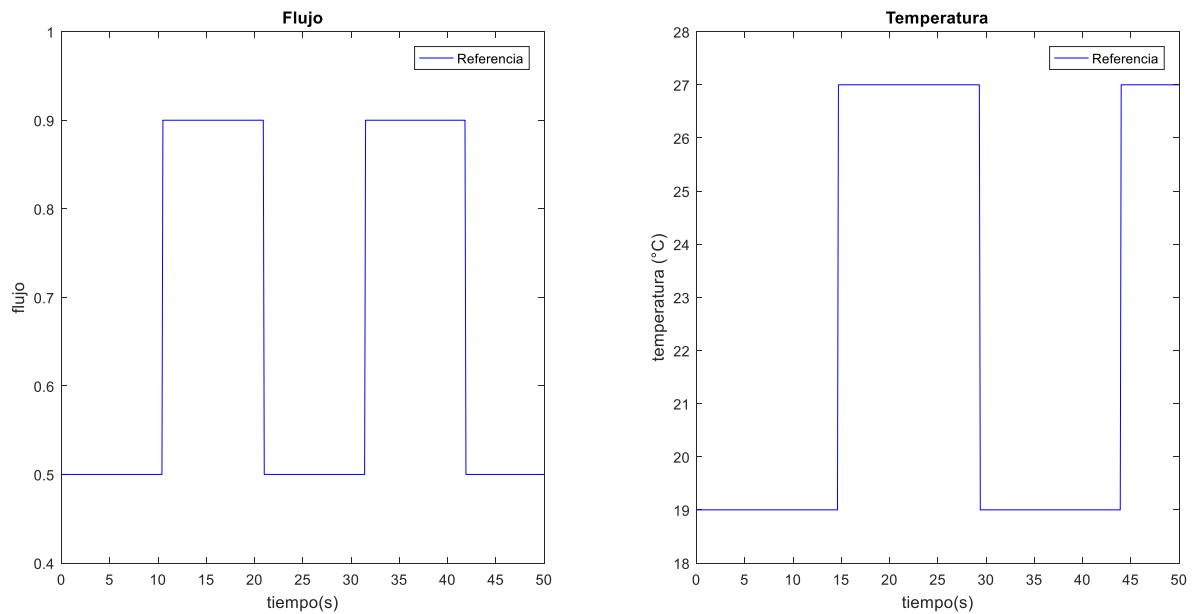
**Fig. 3.11** Funciones de membresía del modelo Mamdani para el problema de temperatura en una regadera

En los conjuntos difusos para la temperatura (temp) usamos cold, good y hot; para el flujo (flow) usamos soft, good y hard; y para las válvulas de frío (cold) y caliente (hot) usamos closeFast, closeSlow, steady, openSlow y openFast. Para las reglas difusas, este sistema usa 9 reglas como se muestra en Tabla 3.6. Para este sistema, se usaron dos modelos difusos, el original tipo Mamdani y uno alternativo tipo Sugeno, cambiando únicamente las salidas del sistema, siendo 5 singletons o constantes, en lugar de las 5 funciones de membresía triangular justo como el modelo Mamdani, dicho modelo se puede apreciar en Fig. 3.12, así como la salida esperada del sistema en Fig. 3.13.

### 3. Desarrollo



**Fig. 3.12** Funciones de membresía del modelo Sugeno para el problema de temperatura en una regadera



**Fig. 3.13** Referencia de salida para temperatura en una regadera



### 3. Desarrollo

**Tabla 3.6 Conjunto de reglas difusas para el sistema de control de temperatura en una regadera**

No.	Regla
1	If temp is cold and flow is soft → cold is openSlow and hot is openFast
2	If temp is cold and flow is good → cold is closeSlow and hot is openSlow
3	If temp is cold and flow is hard → cold is closeFast and hot is closeSlow
4	If temp is good and flow is soft → cold is openSlow and hot is openSlow
5	If temp is good and flow is good → cold is steady and hot is steady
6	If temp is good and flow is hard → cold is closeSlow and hot is closeSlow
7	If temp is hot and flow is soft → cold is openFast and hot is openSlow
8	If temp is hot and flow is good → cold is openSlow and hot is closeSlow
9	If temp is hot and flow is hard → cold is closeSlow and hot is closeFast

#### 3.5.5. Problema de péndulo invertido

El problema del péndulo invertido es un problema de prueba muy usado para controladores, este consiste en un péndulo invertido y un carro en el cual el objetivo es mover el carro sin permitir que el péndulo se caiga, balanceando dicho péndulo con los movimientos del carro[74]–[76], una representación de este sistema se puede observar en Fig. 3.14 así como del modelo Simulink en Fig. 3.15. En este sistema se usan diversos parámetros para modelarlo, los cuales se enlistan a continuación:

- $M$ : masa del carro de 1kg
- $m$ : masa del péndulo 0.1kg
- $l$ : largo del péndulo 1m
- $I$ : momento de inercia de masa del péndulo
- $F$ : fuerza aplicada al carro
- $x$ : coordenada de posición del carro
- $\theta$ : ángulo del péndulo

### 3. Desarrollo

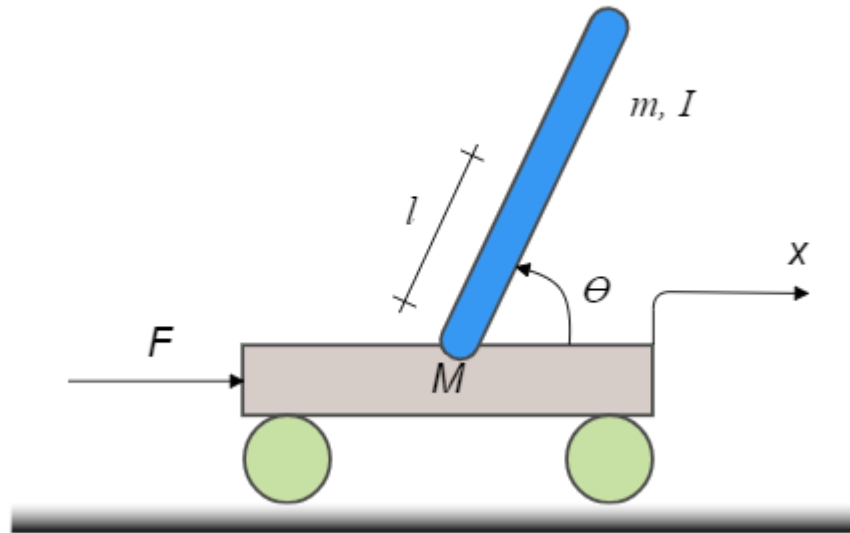


Fig. 3.14 Representación del modelo de péndulo invertido

En este modelo se toma como base un controlador difuso de tipo Sugeno, en este sistema se tienen cuatro entradas correspondientes al ángulo del péndulo  $\theta$  (Theta), la velocidad angular  $\theta'$  (Ang. V), la posición del carro  $x$  (x) y la velocidad del carro  $x'$  (x V); dichas entradas tienen solo dos funciones de membresía tipo campana generalizada (gbell) tal y como se puede apreciar en Fig. 3.16. En el caso de las salidas del sistema, al ser tipo Sugeno, son funciones lineales, con un total de 16 funciones de membresía para la única salida del sistema que controla la fuerza del sistema ( $f(u)$ ), teniendo un sistema de difuso tipo Sugeno de orden 1.

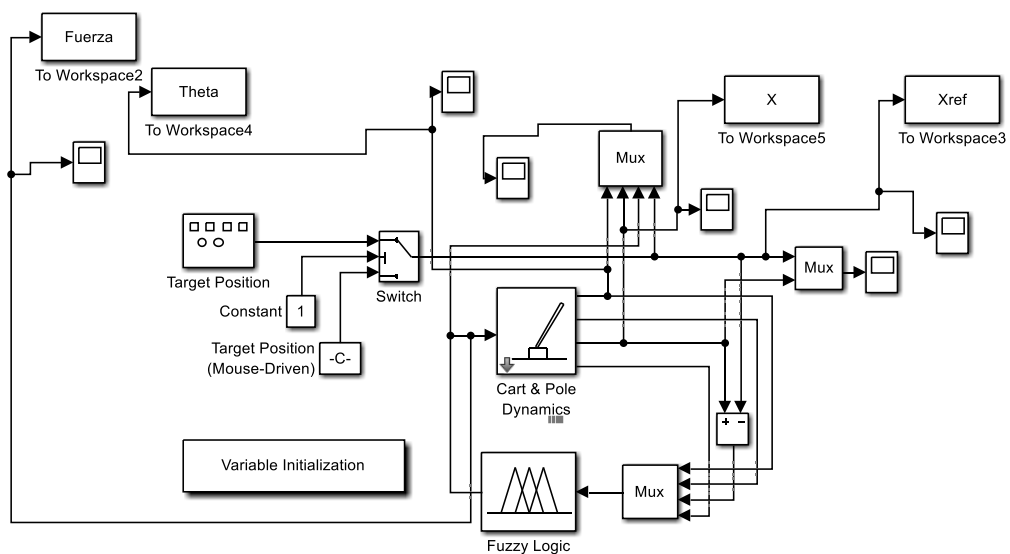
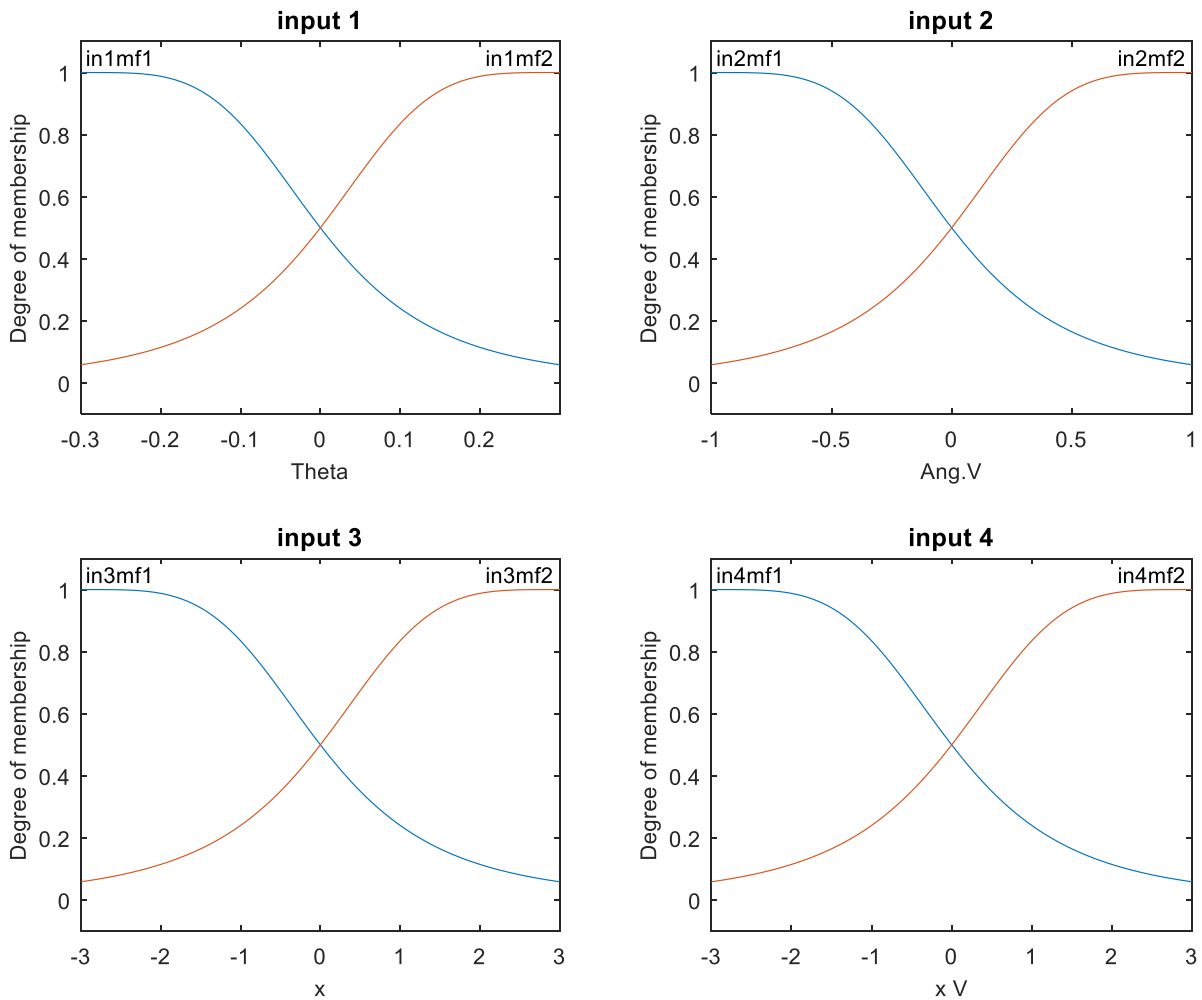


Fig. 3.15 Modelo Simulink del sistema de péndulo invertido

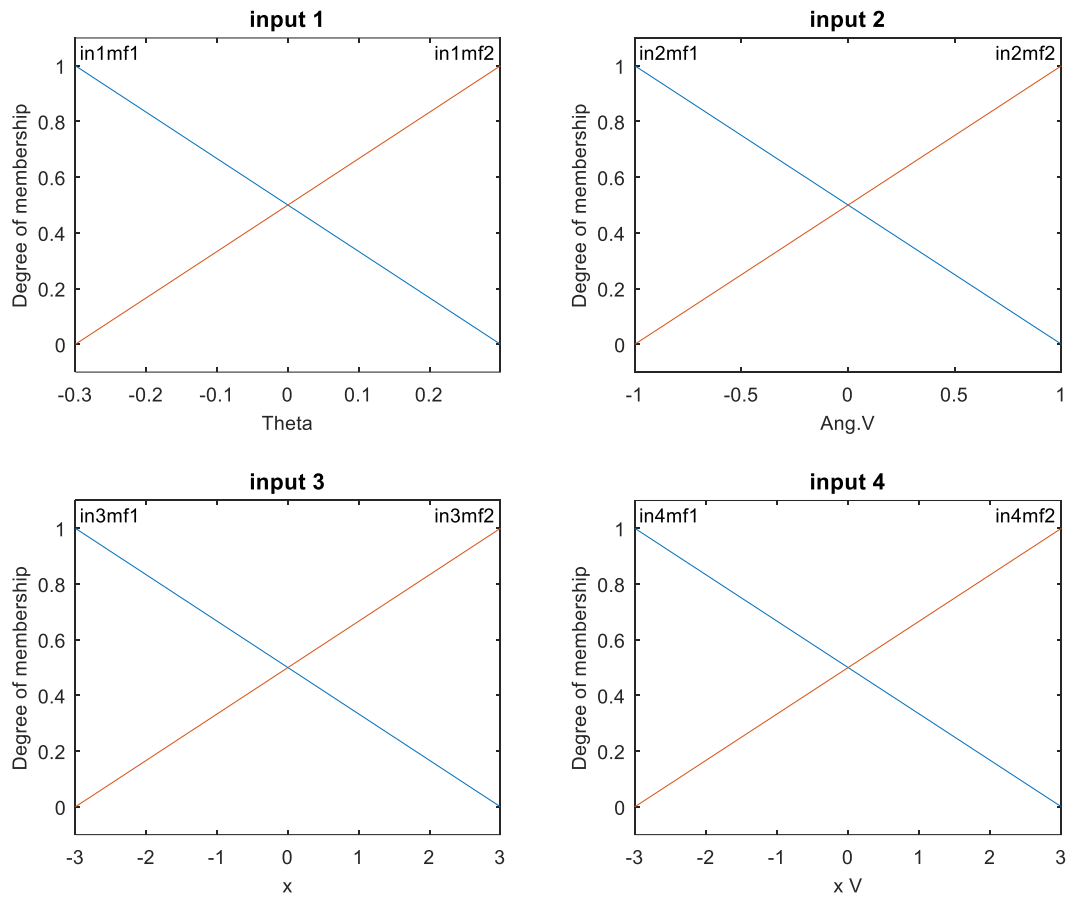
### 3. Desarrollo



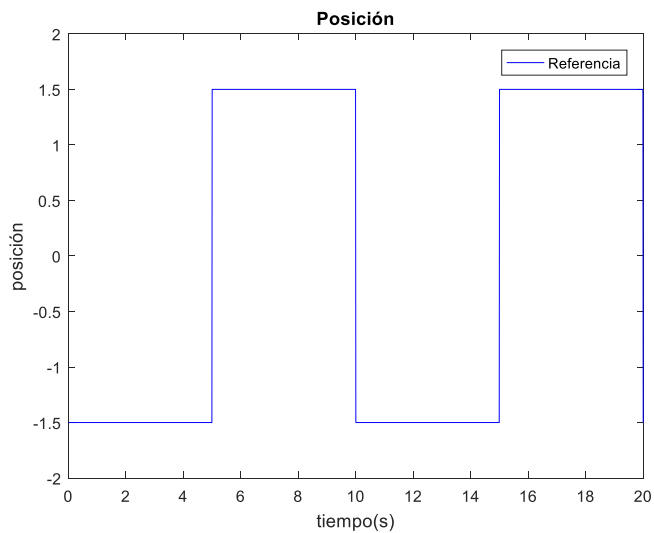
**Fig. 3.16** Funciones de membresía de entrada para el problema de péndulo invertido

Para hacer más pruebas, se optó por desarrollar un modelo alternativo, se diseñó un sistema difuso con funciones de membresía triangulares en lugar de campanas generalizadas, sin modificar la salida del sistema Sugeno, logrando un modelo como el que se muestra en Fig. 3.17. El conjunto de reglas difusas para estos modelos se puede apreciar en Tabla 3.7, donde se observan un total de 16 reglas difusas, en Fig. 3.18 se puede observar la referencia de comportamiento de este sistema en cuanto a la posición del carro.

### 3. Desarrollo



**Fig. 3.17** Funciones de membresía de entrada del modelo alternativo para el problema de péndulo invertido



**Fig. 3.18** Referencia de salida para péndulo invertido

### 3. Desarrollo

**Tabla 3.7 Conjunto de reglas difusas para el sistema de control del péndulo invertido**

No.	Rule
1	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf1 → out is outmf1
2	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf2 → out is outmf2
3	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf1 → out is outmf3
4	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf2 → out is outmf4
5	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf1 → out is outmf5
6	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf2 → out is outmf6
7	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf1 → out is outmf7
8	If in1 is in1mf1 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf2 → out is outmf8
9	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf1 → out is outmf9
10	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf2 → out is outmf10
11	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf1 → out is outmf11
12	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf1 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf2 → out is outmf12
13	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf1 → out is outmf13
14	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf1 and in4 is in4mf2 → out is outmf14
15	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf1 → out is outmf15
16	If in1 is in1mf2 and in2 is in2mf2 and in3 is in3mf2 and in4 is in4mf2 → out is outmf16

#### 3.5.1. Problema de robot móvil de tracción diferencial

El caso de estudio para la experimentación principal del algoritmo es el robot[27], [28], [77]–[79] móvil de tracción diferencial, que consiste en dos ruedas de manejo en el mismo eje y una rueda frontal libre tal como se muestra en Fig. 3.19, así como el modelo Simulink usado para este Sistema representado en Fig. 3.20.

### 3. Desarrollo

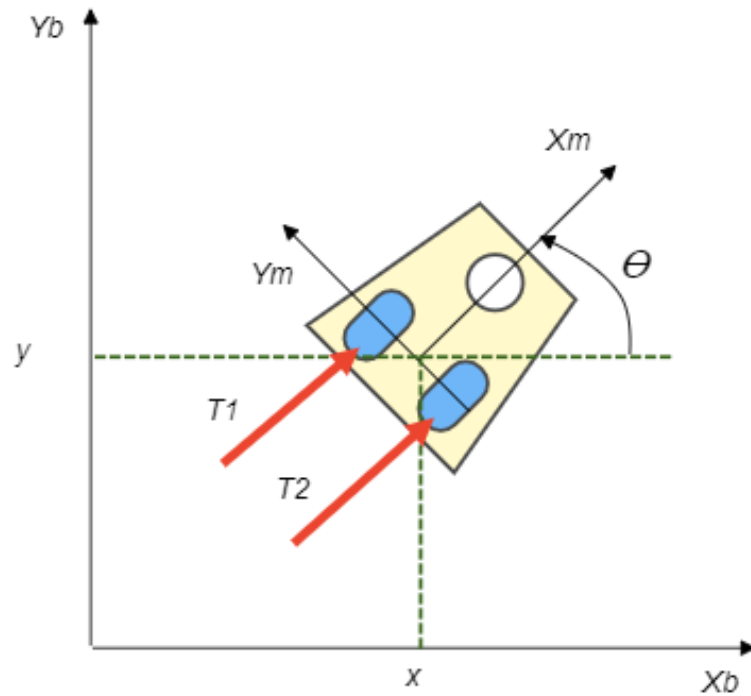


Fig. 3.19 Modelo de robot móvil

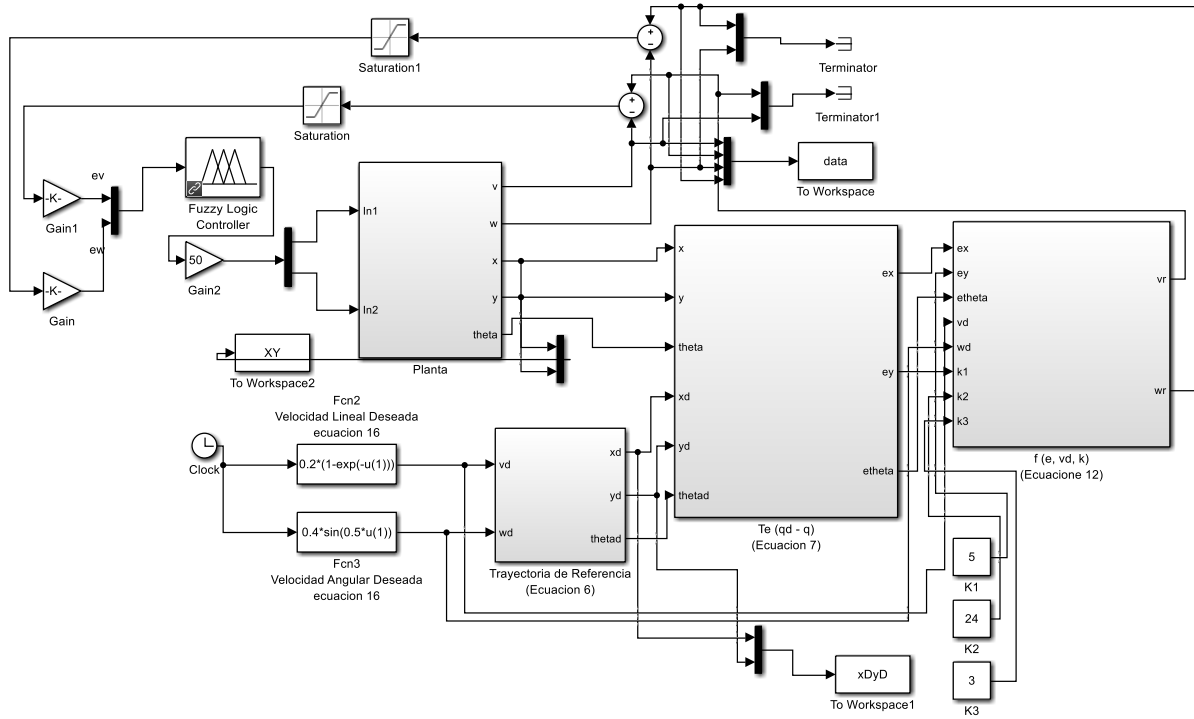


Fig. 3.20 Modelo Simulink de sistema de robot móvil

### 3. Desarrollo

El objetivo de este controlador es seguir una trayectoria de referencia, donde únicamente se mueven las dos ruedas que se encuentran en el mismo eje con la velocidad y fuerza requeridas para dirigir al robot, donde la rueda frontal libre se usa para estabilizar el robot. La representación matemática del robot se da en 3.5 por:

$$\tau = M(q)\dot{v} + C(q, \dot{q})v + Dv - P(t) \quad 3.5$$

Donde:

$q = (x, y, \theta)^T$  es el vector de configuración de coordenadas

$v = (v, w)^T$  es el vector de velocidades

$\tau = (\tau_1, \tau_2)$  es el vector de torques a las ruedas izquierda y derecha

$P \in R^2$  es el vector de perturbación uniformemente limitado

$M(q) \in R^{2 \times 2}$  es la matriz de inercia definitiva positiva

$C(q, \dot{q})v$  es el vector de fuerzas centrípetas y Coriolis

$D \in R^{2 \times 2}$  es la matriz de amortiguación de la diagonal definitiva positiva

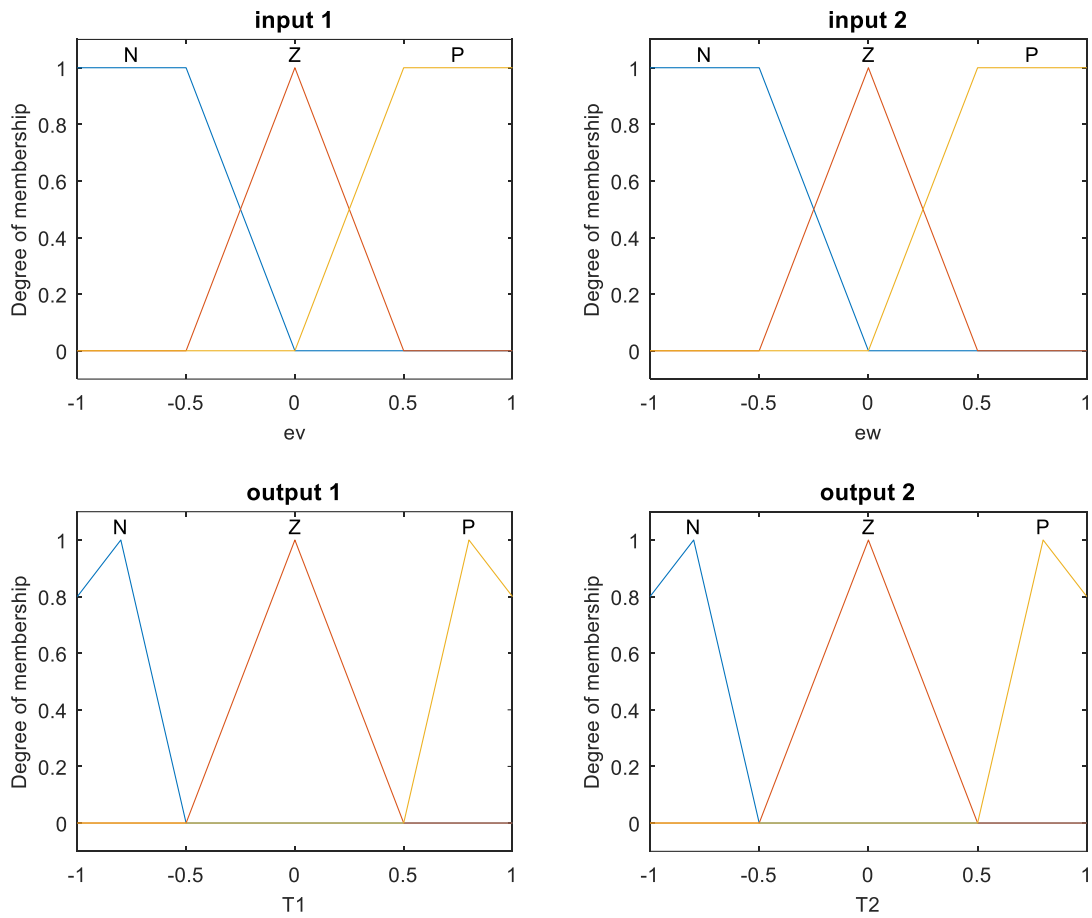
El sistema cinemático se determina en 3.6 por:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad 3.6$$

Donde  $(x, y)$  es la posición en  $X - Y$  (real) de referencia,  $\theta$  es el ángulo entre la dirección de rumbo y el eje  $x$ ,  $v$  y  $w$  son las velocidades lineal y angular. El sistema cuenta con una restricción no holonómica para prevenir que no se derrapen las ruedas y el movimiento del robot no sea lateral, el cual se representa en 3.7 por:

$$\dot{y} \cos \theta - \dot{x} \sin \theta = 0 \quad 3.7$$

### 3. Desarrollo



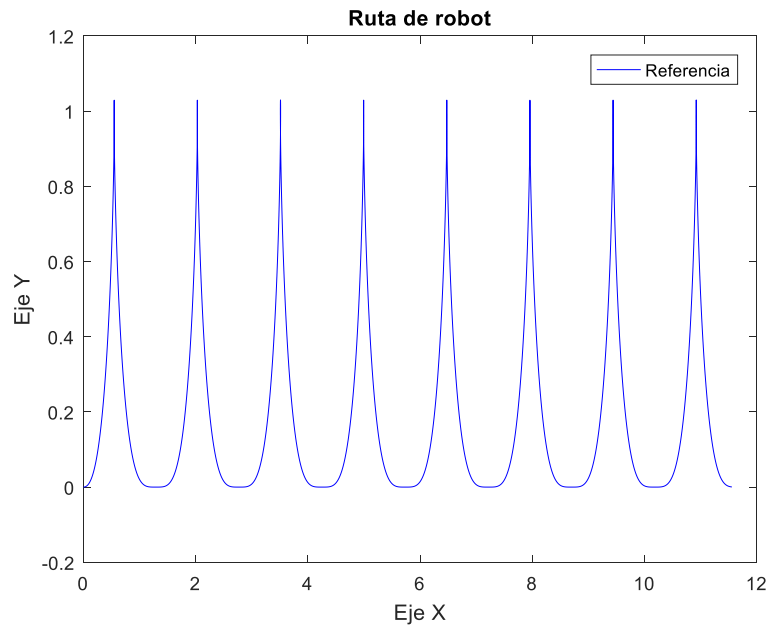
**Fig. 3.21** Funciones de membresía de entrada para el sistema de robot móvil

**Tabla 3.8** Conjunto de reglas difusas para el sistema de robot móvil

No.	Regla
1	If ev is N and ew is N $\rightarrow$ T1 is N and T2 is N
2	If ev is N and ew is Z $\rightarrow$ T1 is N and T2 is Z
3	If ev is N and ew is P $\rightarrow$ T1 is N and T2 is P
4	If ev is Z and ew is N $\rightarrow$ T1 is Z and T2 is N
5	If ev is Z and ew is Z $\rightarrow$ T1 is Z and T2 is Z
6	If ev is Z and ew is P $\rightarrow$ T1 is Z and T2 is P
7	If ev is P and ew is N $\rightarrow$ T1 is P and T2 is N
8	If ev is P and ew is Z $\rightarrow$ T1 is P and T2 is Z
9	If ev is P and ew is P $\rightarrow$ T1 is P and T2 is P



### 3. Desarrollo



**Fig. 3.22 Referencia de salida para robot móvil**

Este sistema se usa ampliamente en trabajos del Posgrado en Computación del ITT [45] para probar algoritmos de optimización y su desempeño al optimizar controladores difusos, para ello el sistema de inferencia difusa consta de dos entradas y dos salidas. Las entradas al sistema son las velocidades de las ruedas, mientras que las salidas son la fuerza o torque a estas ruedas; en las entradas se componen de funciones de membresía triangulares y trapezoidales, mientras que las salidas constan de solo funciones triangulares, dicho sistema cuenta con 9 reglas difusas. En Fig. 3.21 se pueden observar las funciones de membresía del modelo, mientras que en Tabla 3.8 se muestra el conjunto de reglas difusas, así como en Fig. 3.22 la referencia de ruta de robot.

## 4. Resultados

---

Para este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del algoritmo a los distintos problemas de optimización mencionados en el capítulo anterior, donde se aplican a funciones matemáticas de prueba y los problemas de control; para hacer una comparativa más precisa, en todos los casos se hizo experimentación con otros algoritmos muy usados como lo son el algoritmo del lobo gris (GWO), enjambre de partículas (PSO), algoritmo genético (GA) y el algoritmo gravitacional (GSA) [2], [38], [40], [80] en conjunto con comparativas con otros trabajos de la literatura.

### 4.1. Funciones matemáticas de prueba

Como se mencionó anteriormente, se usan 13 funciones matemáticas de prueba para la experimentación con el algoritmo MVO, para dicha experimentación se realizan pruebas con distintas dimensiones para las funciones, donde se desea minimizar o encontrar el valor más pequeño de la función matemática, dicha distribución de dimensiones va desde 5 dimensiones hasta 100 dimensiones. En cuanto al algoritmo MVO, se usan los parámetros mencionados en Tabla 4.1 para esta experimentación, para el caso de los algoritmos utilizados para la comparativa, sus parámetros se muestran en Tabla 4.2. En el anexo A4 se encuentra el código para Matlab.

**Tabla 4.1** Parámetros de algoritmo MVO para funciones matemáticas de prueba

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
Universos	30
Dimensiones	5 10 20 30 40 50 80 100
Máximo de iteraciones	500
WEP Max	1
WEP Min	0.2
TDR p	0.6
Experimentos	30

Para la prueba de hipótesis estadística se utiliza la prueba de Z-test[81]–[83] porque se tiene una muestra de 30 o más resultados, con esto se puede obtener evidencia significativa sobre los resultados del algoritmo comparando contra el valor  $z_0$  con un nivel de significancia del 95%,

#### 4. Resultados

dadas estas condiciones, si el valor de  $z$  es menor a  $-1.645$ , hay suficiente evidencia para apoyar la hipótesis alternativa, indicando que la media poblacional de los experimentos con MVO es menor que la media poblacional del algoritmo con la cual se compara. En Tabla 4.3 se indican los valores de la prueba de hipótesis estadística, así como en Fig. 4.1 se muestra el gráfico de la prueba de cola izquierda con la prueba de Z-test.

**Tabla 4.2 Parámetros de algoritmos de comparativa para funciones matemáticas de prueba**

<i>Parámetro</i>	<i>GWO</i>	<i>GSA</i>	<i>PSO gbest</i>	<i>GA continuous</i>
Soluciones	30	30	30	30
Máximo de iteraciones	500	500	500	500
Rnorm	-	2	-	-
Rpower	-	1	-	-
Revisión elitista	-	1	-	-
wMax	-	-	0.9	-
wMin	-	-	0.2	-
C1	-	-	2	-
C2	-	-	2	-
Mutación	-	-	-	0.2
Selección	-	-	-	0.5

**Tabla 4.3 Condiciones de la prueba de hipótesis estadística**

<i>Variable</i>	<i>Descripción</i>
$\mu_1$	Media poblacional de experimentos con MVO
$\mu_2$	Media poblacional de experimentos con otro algoritmo
$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$	Hipótesis nula, indica que la media es mayor o igual a otros algoritmos
$H_a: \mu_1 < \mu_2$ (afirmación)	Hipótesis alternativa, indica que la media es menor, indicando que MVO es mejor
$\alpha = 0.05$	Nivel de significancia de la prueba del 95%
$z_0 = -1.645$	Valor crítico para la prueba

## 4. Resultados

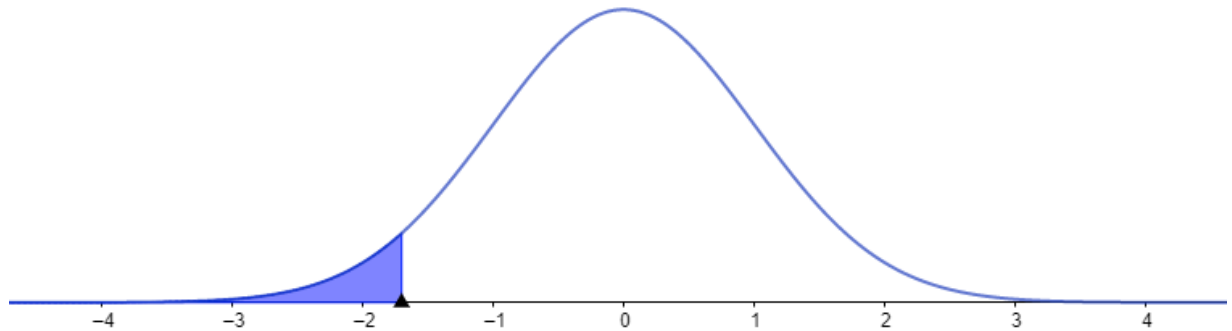


Fig. 4.1 Gráfico de cola izquierda para la prueba de hipótesis estadística Z-test

Para verificar los resultados se compararon los resultados del algoritmo MVO con otros algoritmos importantes de la literatura que son GWO, GSA, PSO y GA [2], [38], [40], [80], los resultados de las pruebas se pueden apreciar en el anexo A13 así como el promedio y desviación estándar de estos experimentos en Tabla 4.4 y Tabla 4.5.

Tabla 4.4 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con 5, 10, 20, 40 dimensiones

Dimensiones	5 dim		10 dim		20 dim		40 dim	
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.
<b>F1</b>	1.32E-04	6.53E-05	2.36E-03	1.19E-03	3.16E-02	9.31E-03	5.64E-01	1.53E-01
<b>F2</b>	2.28E-03	1.07E-03	1.38E-02	4.35E-03	1.09E-01	4.00E-02	3.77E+01	5.86E+01
<b>F3</b>	3.73E-04	4.42E-04	1.79E-02	1.49E-02	1.59E+00	7.95E-01	4.99E+02	1.83E+02
<b>F4</b>	8.31E-03	2.83E-03	3.01E-02	1.31E-02	2.04E-01	8.46E-02	5.20E+00	2.75E+00
<b>F5</b>	4.73E+01	1.29E+02	1.21E+02	4.49E+02	1.70E+02	3.68E+02	3.56E+02	5.45E+02
<b>F6</b>	1.40E-04	7.66E-05	2.24E-03	1.18E-03	3.17E-02	9.78E-03	5.74E-01	1.37E-01
<b>F7</b>	7.14E-04	4.85E-04	2.24E-03	1.29E-03	9.53E-03	4.40E-03	3.86E-02	1.23E-02
<b>F8</b>	1.57E+03	2.92E+02	2.84E+03	3.80E+02	5.16E+03	4.26E+02	9.92E+03	7.67E+02
<b>F9</b>	6.37E+00	4.31E+00	2.68E+01	1.18E+01	7.98E+01	1.97E+01	2.08E+02	3.78E+01
<b>F10</b>	6.16E-03	2.06E-03	2.70E-01	5.87E-01	4.46E-01	5.78E-01	2.80E+00	4.51E+00
<b>F11</b>	8.29E-02	4.00E-02	3.19E-01	1.43E-01	1.74E-01	5.23E-02	6.67E-01	9.24E-02
<b>F12</b>	1.17E-05	9.74E-06	4.17E-02	1.08E-01	5.81E-01	8.40E-01	2.96E+00	1.55E+00
<b>F13</b>	3.85E-05	2.97E-05	1.90E-03	4.02E-03	1.08E-02	1.29E-02	1.07E-01	4.49E-02

#### 4. Resultados

Tabla 4.5 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con 50, 80 y 100 dimensiones

Dimensiones	50 dim		80 dim		100 dim	
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.
<b>F1</b>	1.32E+00	2.44E-01	9.64E+00	1.68E+00	2.36E+01	3.84E+00
<b>F2</b>	1.29E+02	7.65E+01	1.39E+19	7.61E+19	2.26E+27	1.22E+28
<b>F3</b>	2.31E+03	8.17E+02	2.19E+04	3.09E+03	4.51E+04	5.78E+03
<b>F4</b>	1.92E+01	7.42E+00	4.30E+01	6.39E+00	5.52E+01	4.04E+00
<b>F5</b>	3.94E+02	6.66E+02	8.61E+02	7.58E+02	1.41E+03	8.58E+02
<b>F6</b>	1.40E+00	3.04E-01	9.30E+00	1.59E+00	2.26E+01	3.70E+00
<b>F7</b>	6.91E-02	1.82E-02	2.03E-01	5.14E-02	3.50E-01	9.65E-02
<b>F8</b>	1.23E+04	8.45E+02	1.89E+04	9.26E+02	2.38E+04	1.68E+03
<b>F9</b>	2.84E+02	5.80E+01	4.67E+02	5.54E+01	6.55E+02	8.18E+01
<b>F10</b>	6.18E+00	7.41E+00	8.54E+00	7.80E+00	1.34E+01	7.45E+00
<b>F11</b>	8.04E-01	6.41E-02	1.08E+00	2.16E-02	1.22E+00	4.20E-02
<b>F12</b>	4.19E+00	1.74E+00	9.23E+00	2.24E+00	1.19E+01	2.88E+00
<b>F13</b>	4.24E-01	4.87E-01	5.97E+01	3.00E+01	1.12E+02	3.27E+01

Así como se puede observar en Tabla 4.6-Tabla 4.7, para 50 dimensiones el algoritmo MVO tiende a superar en la mayoría de las funciones matemáticas de prueba, indicando que el algoritmo es competitivo para estos casos, de igual forma se usaron datos provenientes del artículo del autor [4] para poder hacer esta comparativa, pero también, se efectuaron las pruebas correspondientes en los algoritmos de forma independiente, para verificar estos resultados, tal y como se muestra en Tabla 4.8-Tabla 4.21 para las distintas dimensiones.

Tabla 4.6 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO[4]			GSA[4]		
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>F1</b>	<b>1.32E+00</b>	<b>2.44E-01</b>	2.32E+03	1.24E+03	<b>-10.26</b>	2.98E+03	9.03E+02	<b>-18.08</b>
<b>F2</b>	1.29E+02	7.65E+01	1.44E+01	5.92E+00	<b>8.20</b>	1.10E+01	1.05E+01	<b>8.39</b>
<b>F3</b>	<b>2.31E+03</b>	<b>8.17E+02</b>	7.28E+03	2.14E+03	<b>-11.86</b>	1.14E+05	7.88E+04	<b>-7.75</b>
<b>F4</b>	1.92E+01	7.42E+00	<b>1.31E+01</b>	1.13E+01	<b>2.45</b>	3.23E+01	6.23E+00	<b>-7.41</b>
<b>F5</b>	<b>3.94E+02</b>	<b>6.66E+02</b>	3.43E+06	3.30E+06	<b>-5.68</b>	7.58E+03	7.31E+03	<b>-5.36</b>
<b>F6</b>	<b>1.40E+00</b>	<b>3.04E-01</b>	5.01E+03	3.03E+03	<b>-9.06</b>	7.46E+04	8.23E+03	<b>-49.65</b>
<b>F7</b>	<b>6.91E-02</b>	<b>1.82E-02</b>	4.08E-01	1.20E-01	<b>-15.35</b>	2.12E+01	1.22E+01	<b>-9.50</b>
<b>F8</b>	1.23E+04	8.45E+02	1.07E+04	1.16E+03	<b>5.87</b>	<b>4.64E+03</b>	8.05E+02	<b>35.85</b>
<b>F9</b>	2.84E+02	5.80E+01	<b>8.91E+01</b>	3.80E+01	<b>15.41</b>	1.28E+02	2.69E+01	<b>13.37</b>
<b>F10</b>	6.18E+00	7.41E+00	9.45E+00	3.47E+00	<b>-2.19</b>	<b>1.65E+00</b>	1.58E+00	<b>3.27</b>
<b>F11</b>	<b>8.04E-01</b>	<b>6.41E-02</b>	2.25E+01	2.67E+01	<b>-4.46</b>	1.02E+03	8.30E+01	<b>-67.41</b>
<b>F12</b>	<b>4.19E+00</b>	<b>1.74E+00</b>	3.20E+06	6.75E+06	<b>-2.60</b>	7.42E+05	6.24E+05	<b>-6.51</b>
<b>F13</b>	<b>4.24E-01</b>	<b>4.87E-01</b>	7.82E+06	1.65E+07	<b>-2.60</b>	6.67E+06	5.72E+06	<b>-6.39</b>

#### 4. Resultados

Tabla 4.7 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	<b>1.32E+00</b>	<b>2.44E-01</b>	3.55E+00	2.85E+00	<b>-4.27</b>	2.72E+04	2.75E+03	<b>-54.23</b>
F2	1.29E+02	7.65E+01	<b>8.72E+00</b>	<b>4.93E+00</b>	<b>8.61</b>	6.87E+01	6.06E+00	<b>4.33</b>
F3	<b>2.31E+03</b>	<b>8.17E+02</b>	2.38E+03	1.18E+03	<b>-0.27</b>	4.85E+04	8.25E+03	<b>-30.54</b>
F4	1.92E+01	7.42E+00	2.15E+01	6.72E+00	<b>-1.29</b>	6.30E+01	<b>2.54E+00</b>	<b>-30.62</b>
F5	<b>3.94E+02</b>	<b>6.66E+02</b>	1.13E+03	1.36E+03	<b>-2.67</b>	6.54E+07	2.97E+07	<b>-12.05</b>
F6	<b>1.40E+00</b>	<b>3.04E-01</b>	8.66E+01	1.47E+02	<b>-3.17</b>	4.96E+04	8.55E+03	<b>-31.77</b>
F7	<b>6.91E-02</b>	<b>1.82E-02</b>	5.77E-01	3.19E-01	<b>-8.73</b>	1.87E+01	4.94E+00	<b>-20.70</b>
F8	1.23E+04	8.45E+02	6.73E+03	1.35E+03	<b>19.06</b>	1.07E+04	<b>6.02E+02</b>	<b>8.34</b>
F9	2.84E+02	5.80E+01	9.98E+01	<b>2.46E+01</b>	<b>16.02</b>	2.73E+02	2.96E+01	<b>0.91</b>
F10	6.18E+00	7.41E+00	4.30E+00	1.31E+00	<b>1.37</b>	1.86E+01	<b>3.52E-01</b>	<b>-9.17</b>
F11	<b>8.04E-01</b>	<b>6.41E-02</b>	6.24E+02	1.05E+02	<b>-32.41</b>	3.53E+02	7.73E+01	<b>-24.99</b>
F12	<b>4.19E+00</b>	<b>1.74E+00</b>	1.34E+01	8.97E+00	<b>-5.51</b>	2.21E+08	1.10E+08	<b>-11.00</b>
F13	<b>4.24E-01</b>	<b>4.87E-01</b>	2.11E+01	1.28E+01	<b>-8.82</b>	4.49E+08	2.26E+08	<b>-10.88</b>

Tabla 4.8 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 5 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO			GSA		
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	1.32E-04	6.53E-05	<b>2.21E-93</b>	<b>7.94E-93</b>	<b>11.05</b>	1.27E-18	7.60E-19	<b>11.05</b>
F2	2.28E-03	1.07E-03	<b>1.23E-52</b>	<b>5.35E-52</b>	<b>11.68</b>	2.51E-09	7.15E-10	<b>11.68</b>
F3	3.73E-04	4.42E-04	<b>5.72E-51</b>	<b>3.05E-50</b>	<b>4.63</b>	1.75E-18	1.50E-18	<b>4.63</b>
F4	8.31E-03	2.83E-03	<b>1.14E-33</b>	<b>4.83E-33</b>	<b>16.06</b>	8.76E-10	2.03E-10	<b>16.06</b>
F5	4.73E+01	1.29E+02	1.48E+00	5.14E-01	<b>1.94</b>	1.56E+00	<b>1.67E-01</b>	<b>1.93</b>
F6	1.40E-04	7.66E-05	5.91E-07	3.11E-07	<b>9.98</b>	1.05E-18	5.29E-19	<b>10.02</b>
F7	7.14E-04	4.85E-04	<b>2.64E-04</b>	<b>2.15E-04</b>	<b>4.65</b>	5.31E-03	3.80E-03	<b>-6.57</b>
F8	1.57E+03	2.92E+02	1.71E+03	1.88E+02	<b>-2.15</b>	<b>1.02E+03</b>	1.33E+02	<b>9.31</b>
F9	6.37E+00	4.31E+00	1.71E-01	6.68E-01	<b>7.77</b>	2.38E+00	1.58E+00	<b>4.75</b>
F10	6.16E-03	2.06E-03	3.85E-15	<b>1.35E-15</b>	<b>16.42</b>	2.34E-09	6.44E-10	<b>16.42</b>
F11	8.29E-02	4.00E-02	<b>2.62E-02</b>	<b>2.60E-02</b>	<b>6.51</b>	1.08E+00	8.39E-01	<b>-6.49</b>
F12	1.17E-05	9.74E-06	5.62E-07	4.45E-07	<b>6.23</b>	6.31E-20	3.99E-20	<b>6.56</b>
F13	3.85E-05	2.97E-05	3.30E-03	1.81E-02	<b>-0.99</b>	2.63E-05	1.44E-04	<b>0.45</b>

#### 4. Resultados

Tabla 4.9 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 5 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	1.32E-04	6.53E-05	4.09E-39	1.07E-38	11.05	2.18E-02	3.02E-02	<u>-3.93</u>
F2	2.28E-03	1.07E-03	6.37E-22	7.74E-22	11.68	1.39E-02	1.17E-02	<u>-5.43</u>
F3	3.73E-04	4.42E-04	7.20E-21	3.36E-20	4.63	2.15E+00	2.56E+00	<u>-4.58</u>
F4	8.31E-03	2.83E-03	8.45E-16	1.89E-15	16.06	2.83E-01	1.55E-01	<u>-9.70</u>
F5	4.73E+01	1.29E+02	<b>1.04E+00</b>	2.35E+00	1.96	5.49E+00	5.28E+00	1.77
F6	1.40E-04	7.66E-05	<b>0.00E+00</b>	<b>0.00E+00</b>	10.02	1.69E-02	1.97E-02	<u>-4.66</u>
F7	7.14E-04	4.85E-04	9.51E-04	6.43E-04	-1.61	8.64E-02	6.44E-02	<u>-7.28</u>
F8	1.57E+03	2.92E+02	1.89E+03	1.12E+02	<u>-5.61</u>	2.09E+03	<b>3.23E-01</b>	<u>-9.86</u>
F9	6.37E+00	4.31E+00	5.64E-01	6.75E-01	7.28	<b>1.01E-02</b>	<b>1.18E-02</b>	8.07
F10	6.16E-03	2.06E-03	<b>3.26E-15</b>	1.70E-15	16.42	5.55E-02	4.39E-02	<u>-6.14</u>
F11	8.29E-02	4.00E-02	4.81E-02	2.97E-02	3.83	8.21E-02	4.19E-02	0.07
F12	1.17E-05	9.74E-06	<b>9.42E-32</b>	<b>3.34E-47</b>	6.56	1.78E-03	4.12E-03	<u>-2.35</u>
F13	3.85E-05	2.97E-05	<b>1.35E-32</b>	<b>5.57E-48</b>	7.10	2.20E-03	3.39E-03	<u>-3.49</u>

Tabla 4.10 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 10 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO			GSA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	2.36E-03	1.19E-03	<b>1.20E-56</b>	<b>4.28E-56</b>	10.87	9.02E-18	4.28E-18	10.87
F2	1.38E-02	4.35E-03	<b>4.03E-33</b>	<b>7.84E-33</b>	17.38	8.21E-09	1.71E-09	17.38
F3	1.79E-02	1.49E-02	<b>3.32E-25</b>	<b>1.33E-24</b>	6.56	8.88E+00	1.19E+01	<u>-4.07</u>
F4	3.01E-02	1.31E-02	<b>2.36E-18</b>	<b>3.73E-18</b>	12.58	2.32E-09	5.79E-10	12.58
F5	1.21E+02	4.49E+02	<b>6.51E+00</b>	<b>5.98E-01</b>	1.40	1.78E+01	3.34E+01	1.25
F6	2.24E-03	1.18E-03	1.67E-02	6.35E-02	-1.25	8.49E-18	6.52E-18	10.38
F7	2.24E-03	1.29E-03	<b>9.02E-04</b>	<b>5.35E-04</b>	5.23	1.18E-02	5.83E-03	<u>-8.74</u>
F8	2.84E+03	3.80E+02	2.70E+03	3.07E+02	1.61	<b>1.55E+03</b>	3.47E+02	13.74
F9	2.68E+01	1.18E+01	<b>1.04E+00</b>	1.92E+00	11.82	6.57E+00	2.23E+00	9.25
F10	2.70E-01	5.87E-01	<b>7.88E-15</b>	<b>1.14E-15</b>	2.52	4.37E-09	8.84E-10	2.52
F11	3.19E-01	1.43E-01	<b>2.69E-02</b>	<b>3.01E-02</b>	10.92	2.91E+00	1.68E+00	<u>-8.43</u>
F12	4.17E-02	1.08E-01	6.44E-03	1.06E-02	1.78	2.14E-19	9.11E-20	2.12
F13	1.90E-03	4.02E-03	3.32E-03	1.82E-02	-0.42	<b>8.81E-19</b>	<b>3.71E-19</b>	2.59

#### 4. Resultados

Tabla 4.11 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 10 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	2.36E-03	1.19E-03	1.69E-19	3.38E-19	10.87	4.51E+01	2.88E+01	<u>-8.58</u>
F2	1.38E-02	4.35E-03	8.18E-12	2.06E-11	17.38	1.09E+00	3.39E-01	<u>-17.43</u>
F3	1.79E-02	1.49E-02	1.48E-04	3.14E-04	6.51	4.42E+02	2.01E+02	<u>-12.06</u>
F4	3.01E-02	1.31E-02	9.93E-05	1.13E-04	12.54	8.06E+00	2.32E+00	<u>-18.93</u>
F5	1.21E+02	4.49E+02	3.01E+03	1.64E+04	-0.96	1.06E+03	7.13E+02	<u>-6.14</u>
F6	2.24E-03	1.18E-03	<b>2.55E-19</b>	<b>6.45E-19</b>	10.38	3.30E+01	1.64E+01	<u>-10.98</u>
F7	2.24E-03	1.29E-03	3.84E-03	2.49E-03	<u>-3.12</u>	5.34E-01	2.62E-01	<u>-11.10</u>
F8	2.84E+03	3.80E+02	3.58E+03	1.91E+02	<u>-9.54</u>	4.10E+03	<b>4.78E+01</b>	<u>-18.04</u>
F9	2.68E+01	1.18E+01	5.21E+00	2.46E+00	9.83	5.78E+00	<b>1.77E+00</b>	9.67
F10	2.70E-01	5.87E-01	1.49E-10	2.46E-10	2.52	3.77E+00	5.63E-01	<u>-23.59</u>
F11	3.19E-01	1.43E-01	7.92E-02	4.19E-02	8.79	1.37E+00	2.10E-01	<u>-22.61</u>
F12	4.17E-02	1.08E-01	<b>4.10E-21</b>	<b>1.18E-20</b>	2.12	1.60E+00	9.50E-01	<u>-8.92</u>
F13	1.90E-03	4.02E-03	7.32E-04	2.79E-03	1.31	2.45E+00	1.23E+00	<u>-10.88</u>

Tabla 4.12 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 20 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO			GSA		
Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	3.16E-02	9.31E-03	<b>4.04E-36</b>	<b>5.55E-36</b>	18.59	7.35E-17	4.31E-17	18.59
F2	1.09E-01	4.00E-02	<b>1.89E-21</b>	<b>1.68E-21</b>	14.98	3.23E-08	8.54E-09	14.98
F3	1.59E+00	7.95E-01	<b>5.85E-11</b>	<b>8.23E-11</b>	10.98	3.22E+02	1.45E+02	<u>-12.11</u>
F4	2.04E-01	8.46E-02	<b>1.30E-09</b>	<b>2.63E-09</b>	13.21	1.29E+00	1.47E+00	<u>-4.04</u>
F5	1.70E+02	3.68E+02	<b>1.68E+01</b>	<b>6.35E-01</b>	2.29	3.90E+01	5.36E+01	1.94
F6	3.17E-02	9.78E-03	1.58E-01	1.53E-01	<u>-4.51</u>	<b>7.12E-17</b>	<b>3.62E-17</b>	17.75
F7	9.53E-03	4.40E-03	<b>1.50E-03</b>	<b>8.04E-04</b>	9.84	3.16E-02	1.61E-02	<u>-7.24</u>
F8	5.16E+03	4.26E+02	4.34E+03	5.99E+02	6.10	<b>2.16E+03</b>	3.68E+02	29.18
F9	7.98E+01	1.97E+01	<b>1.04E+00</b>	<b>2.18E+00</b>	21.79	1.70E+01	5.47E+00	16.84
F10	4.46E-01	5.78E-01	<b>3.22E-14</b>	<b>4.00E-15</b>	4.23	7.76E-09	1.94E-09	4.23
F11	1.74E-01	5.23E-02	<b>6.41E-03</b>	<b>9.42E-03</b>	17.29	1.56E+01	4.74E+00	<u>-17.86</u>
F12	5.81E-01	8.40E-01	<b>1.89E-02</b>	<b>1.43E-02</b>	3.66	4.80E-01	8.12E-01	0.47
F13	1.08E-02	1.29E-02	2.39E-01	1.51E-01	<u>-8.26</u>	3.76E-01	1.29E+00	-1.55



#### 4. Resultados

Tabla 4.13 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 20 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	3.16E-02	9.31E-03	3.49E-06	1.64E-05	18.59	2.12E+03	5.65E+02	-20.51
F2	1.09E-01	4.00E-02	1.00E+00	3.05E+00	-1.60	1.33E+01	2.08E+00	-34.75
F3	1.59E+00	7.95E-01	6.36E+01	4.38E+01	-7.75	8.91E+03	2.80E+03	-17.44
F4	2.04E-01	8.46E-02	1.43E+00	5.21E-01	-12.67	3.04E+01	3.75E+00	-44.11
F5	1.70E+02	3.68E+02	1.65E+02	5.48E+02	0.04	6.14E+05	3.71E+05	-9.05
F6	3.17E-02	9.78E-03	4.61E-07	7.89E-07	17.75	2.04E+03	6.39E+02	-17.44
F7	9.53E-03	4.40E-03	1.59E-02	5.64E-03	-4.88	1.62E+00	6.44E-01	-13.68
F8	5.16E+03	4.26E+02	6.17E+03	4.50E+02	-8.91	6.64E+03	3.16E+02	-15.30
F9	7.98E+01	1.97E+01	2.51E+01	1.09E+01	13.34	6.03E+01	9.55E+00	4.89
F10	4.46E-01	5.78E-01	4.07E-04	6.44E-04	4.22	1.12E+01	9.70E-01	-52.33
F11	1.74E-01	5.23E-02	2.95E-02	3.31E-02	12.80	2.04E+01	5.73E+00	-19.33
F12	5.81E-01	8.40E-01	5.18E-02	1.37E-01	3.40	2.35E+04	4.76E+04	-2.71
F13	1.08E-02	1.29E-02	3.97E-03	5.96E-03	2.63	5.55E+05	6.61E+05	-4.60

Tabla 4.14 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 30 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO[2]			GSA[80]		
Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	1.79E-01	4.18E-02	6.59E-28	6.34E-05	23.54	2.53E-16	9.67E-17	23.54
F2	1.30E+01	3.30E+01	7.18E-17	2.90E-02	2.16	5.57E-02	1.94E-01	2.15
F3	4.21E+01	1.52E+01	3.29E-06	7.91E+01	2.86	8.97E+02	3.19E+02	-14.66
F4	9.16E-01	3.45E-01	5.61E-07	1.32E+00	3.69	7.35E+00	1.74E+00	-19.86
F5	4.74E+02	7.38E+02	2.68E+01	6.99E+01	3.31	6.75E+01	6.22E+01	3.01
F6	1.72E-01	4.92E-02	8.17E-01	1.26E-04	-71.82	2.50E-16	1.74E-16	19.11
F7	2.16E-02	8.11E-03	2.21E-03	1.00E-01	1.06	8.94E-02	4.34E-02	-8.42
F8	7.41E+03	6.43E+02	6.12E+03	4.09E+03	1.70	2.82E+03	4.93E+02	31.00
F9	1.45E+02	3.73E+01	3.11E-01	4.74E+01	13.18	2.60E+01	7.47E+00	17.19
F10	7.24E-01	6.26E-01	1.06E-13	7.78E-02	6.29	6.21E-02	2.36E-01	5.42
F11	4.19E-01	1.04E-01	4.49E-03	6.66E-03	21.83	2.77E+01	5.04E+00	-29.64
F12	1.75E+00	1.29E+00	5.34E-02	2.07E-02	7.20	1.80E+00	9.51E-01	-0.15
F13	5.87E-02	4.90E-02	6.54E-01	4.47E-03	-66.27	8.90E+00	7.13E+00	-6.79

#### 4. Resultados

Tabla 4.15 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 30 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO[40]			FEP[39]		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	1.79E-01	4.18E-02	1.36E-04	2.02E-04	23.52	5.70E-04	1.30E-04	23.46
F2	1.30E+01	3.30E+01	4.21E-02	4.54E-02	2.15	8.10E-03	7.70E-04	2.16
F3	4.21E+01	1.52E+01	7.01E+01	2.21E+01	<u>-5.71</u>	1.60E-02	1.40E-02	15.14
F4	9.16E-01	3.45E-01	1.09E+00	3.17E-01	<u>-1.99</u>	3.00E-01	5.00E-01	5.55
F5	4.74E+02	7.38E+02	9.67E+01	6.01E+01	2.79	5.06E+00	5.87E+00	3.48
F6	1.72E-01	4.92E-02	1.02E-04	8.28E-05	19.10	0.00E+00	0.00E+00	19.11
F7	2.16E-02	8.11E-03	1.23E-01	4.50E-02	<u>-12.14</u>	1.42E-01	3.52E-01	<u>-1.86</u>
F8	7.41E+03	6.43E+02	4.84E+03	1.15E+03	10.65	1.26E+04	5.26E+01	<u>-43.66</u>
F9	1.45E+02	3.73E+01	4.67E+01	1.16E+01	13.83	4.60E-02	1.20E-02	21.33
F10	7.24E-01	6.26E-01	2.76E-01	5.09E-01	3.04	1.80E-02	2.10E-03	6.18
F11	4.19E-01	1.04E-01	9.22E-03	7.72E-03	21.56	1.60E-02	2.20E-02	20.80
F12	1.75E+00	1.29E+00	6.92E-03	2.63E-02	7.40	9.20E-06	3.60E-06	7.43
F13	5.87E-02	4.90E-02	6.68E-03	8.91E-03	5.71	1.60E-04	7.30E-05	6.53

Tabla 4.16 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 40 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO			GSA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	5.64E-01	1.53E-01	6.99E-23	1.36E-22	20.14	1.04E+01	2.53E+01	<u>-2.12</u>
F2	3.77E+01	5.86E+01	5.01E-14	3.00E-14	3.53	5.83E-01	9.34E-01	3.47
F3	4.99E+02	1.83E+02	1.02E-02	2.77E-02	14.97	1.87E+03	5.91E+02	<u>-12.16</u>
F4	5.20E+00	2.75E+00	3.36E-05	3.41E-05	10.38	1.05E+01	1.82E+00	<u>-8.84</u>
F5	3.56E+02	5.45E+02	3.73E+01	8.43E-01	3.20	4.40E+02	1.06E+03	-0.39
F6	5.74E-01	1.37E-01	1.60E+00	5.71E-01	<u>-9.56</u>	1.63E+01	2.40E+01	<u>-3.58</u>
F7	3.86E-02	1.23E-02	2.59E-03	1.08E-03	15.94	1.77E-01	9.40E-02	<u>-8.02</u>
F8	9.92E+03	7.67E+02	7.31E+03	1.15E+03	10.33	3.04E+03	6.09E+02	38.49
F9	2.08E+02	3.78E+01	2.84E+00	4.72E+00	29.54	4.39E+01	9.98E+00	23.04
F10	2.80E+00	4.51E+00	1.42E-12	1.02E-12	3.40	4.41E-01	6.01E-01	2.84
F11	6.67E-01	9.24E-02	4.32E-03	8.47E-03	39.12	6.64E+01	1.05E+01	<u>-34.28</u>
F12	2.96E+00	1.55E+00	7.96E-02	3.31E-02	10.20	3.00E+00	1.04E+00	-0.11
F13	1.07E-01	4.49E-02	1.27E+00	3.17E-01	<u>-19.81</u>	2.45E+01	1.00E+01	<u>-13.34</u>

#### 4. Resultados

Tabla 4.17 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 40 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	5.64E-01	1.53E-01	8.18E-01	7.77E-01	<u>-1.75</u>	2.08E+04	3.21E+03	<u>-35.56</u>
F2	3.77E+01	5.86E+01	5.51E+00	8.57E+00	2.98	6.08E+01	6.19E+00	<u>-2.14</u>
F3	4.99E+02	1.83E+02	1.01E+04	6.06E+03	<u>-8.66</u>	5.74E+04	8.73E+03	<u>-35.69</u>
F4	5.20E+00	2.75E+00	1.27E+01	2.25E+00	<u>-11.53</u>	5.83E+01	3.48E+00	<u>-65.54</u>
F5	3.56E+02	5.45E+02	5.52E+02	8.31E+02	-1.08	2.67E+07	6.67E+06	<u>-21.92</u>
F6	5.74E-01	<b>1.37E-01</b>	<b>5.59E-01</b>	6.79E-01	0.11	2.11E+04	2.84E+03	<u>-40.63</u>
F7	3.86E-02	1.23E-02	9.91E-02	2.76E-02	<u>-10.99</u>	1.48E+01	3.11E+00	<u>-26.06</u>
F8	9.92E+03	7.67E+02	1.11E+04	7.50E+02	<u>-5.87</u>	9.78E+03	<b>5.04E+02</b>	0.84
F9	2.08E+02	3.78E+01	1.03E+02	2.55E+01	12.68	2.63E+02	1.88E+01	<u>-7.13</u>
F10	2.80E+00	4.51E+00	1.87E+00	6.29E-01	1.12	1.69E+01	4.14E-01	<u>-16.99</u>
F11	6.67E-01	9.24E-02	3.58E-01	2.07E-01	7.45	1.93E+02	2.44E+01	<u>-43.19</u>
F12	2.96E+00	1.55E+00	1.02E+00	6.59E-01	6.33	2.24E+07	1.19E+07	<u>-10.31</u>
F13	<b>1.07E-01</b>	<b>4.49E-02</b>	7.16E+00	6.10E+00	<u>-6.33</u>	7.69E+07	1.79E+07	<u>-23.53</u>

Tabla 4.18 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 80 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO			GSA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	9.64E+00	1.68E+00	<b>1.83E-14</b>	<b>1.34E-14</b>	31.46	2.02E+03	5.33E+02	<u>-20.67</u>
F2	1.39E+19	7.61E+19	<b>2.89E-09</b>	<b>1.12E-09</b>	1.00	7.90E+00	2.04E+00	1.00
F3	2.19E+04	3.09E+03	<b>8.06E+01</b>	<b>1.14E+02</b>	38.62	9.99E+03	2.70E+03	15.84
F4	4.30E+01	6.39E+00	<b>9.96E-02</b>	<b>9.38E-02</b>	36.83	1.66E+01	2.00E+00	21.67
F5	8.61E+02	7.58E+02	<b>7.81E+01</b>	<b>6.30E-01</b>	5.66	2.38E+04	1.40E+04	<u>-8.94</u>
F6	9.30E+00	1.59E+00	<b>6.42E+00</b>	<b>9.61E-01</b>	8.52	1.97E+03	5.96E+02	<u>-17.98</u>
F7	2.03E-01	5.14E-02	<b>5.66E-03</b>	<b>2.09E-03</b>	20.97	1.70E+00	8.22E-01	<u>-9.96</u>
F8	1.89E+04	9.26E+02	1.35E+04	2.70E+03	10.52	<b>4.36E+03</b>	8.00E+02	65.17
F9	4.67E+02	5.54E+01	<b>7.21E+00</b>	<b>5.99E+00</b>	45.21	1.19E+02	1.70E+01	32.96
F10	8.54E+00	7.80E+00	<b>1.20E-08</b>	<b>5.14E-09</b>	6.00	3.55E+00	6.20E-01	3.49
F11	1.08E+00	2.16E-02	<b>2.75E-03</b>	<b>7.79E-03</b>	258.28	4.23E+02	3.07E+01	<u>-75.30</u>
F12	9.23E+00	2.24E+00	<b>2.37E-01</b>	<b>7.69E-02</b>	21.99	6.75E+00	2.19E+00	4.34
F13	5.97E+01	3.00E+01	<b>4.90E+00</b>	<b>4.07E-01</b>	10.01	3.94E+02	1.05E+03	<u>-1.74</u>

#### 4. Resultados

Tabla 4.19 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 80 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	9.64E+00	1.68E+00	9.17E+02	2.51E+03	<u>-1.98</u>	8.87E+04	6.71E+03	<u>-72.33</u>
F2	1.39E+19	7.61E+19	3.30E+01	1.75E+01	1.00	1.23E+04	6.52E+04	1.00
F3	2.19E+04	3.09E+03	6.39E+04	1.44E+04	<u>-15.66</u>	2.39E+05	2.44E+04	<u>-48.37</u>
F4	4.30E+01	6.39E+00	3.47E+01	3.87E+00	6.13	7.65E+01	2.28E+00	<u>-27.00</u>
F5	8.61E+02	7.58E+02	5.32E+04	3.97E+04	<u>-7.22</u>	2.18E+08	3.67E+07	<u>-32.51</u>
F6	9.30E+00	1.59E+00	2.76E+02	1.41E+02	<u>-10.39</u>	8.79E+04	6.99E+03	<u>-68.84</u>
F7	2.03E-01	5.14E-02	4.33E+00	7.91E+00	<u>-2.86</u>	2.33E+02	3.20E+01	<u>-39.87</u>
F8	1.89E+04	9.26E+02	1.87E+04	1.14E+03	0.73	1.39E+04	<b>6.42E+02</b>	24.24
F9	4.67E+02	5.54E+01	2.76E+02	3.79E+01	15.58	7.80E+02	3.16E+01	<u>-26.82</u>
F10	8.54E+00	7.80E+00	4.84E+00	1.37E+00	2.56	1.92E+01	2.61E-01	<u>-7.50</u>
F11	1.08E+00	2.16E-02	3.22E+00	9.44E-01	<u>-12.41</u>	8.05E+02	5.54E+01	<u>-79.40</u>
F12	9.23E+00	2.24E+00	3.91E+01	3.53E+01	<u>-4.63</u>	3.31E+08	6.51E+07	<u>-27.81</u>
F13	5.97E+01	3.00E+01	6.88E+03	5.84E+03	<u>-6.40</u>	7.56E+08	1.29E+08	<u>-32.19</u>

Tabla 4.20 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 100 dimensiones parte 1

Algoritmo	MVO		GWO			GSA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	2.36E+01	3.84E+00	<b>1.64E-12</b>	<b>1.19E-12</b>	33.62	3.95E+03	8.07E+02	<u>-26.68</u>
F2	2.26E+27	1.22E+28	<b>4.06E-08</b>	<b>1.56E-08</b>	1.02	1.80E+01	4.18E+00	1.02
F3	4.51E+04	5.78E+03	<b>5.99E+02</b>	<b>5.26E+02</b>	42.02	1.47E+04	4.60E+03	22.53
F4	5.52E+01	4.04E+00	<b>1.01E+00</b>	<b>1.03E+00</b>	71.20	1.82E+01	1.55E+00	46.90
F5	1.41E+03	8.58E+02	<b>9.79E+01</b>	<b>7.03E-01</b>	8.38	1.10E+05	4.81E+04	<u>-12.41</u>
F6	2.26E+01	3.70E+00	<b>1.02E+01</b>	<b>9.84E-01</b>	17.74	4.03E+03	7.94E+02	<u>-27.63</u>
F7	3.50E-01	9.65E-02	<b>7.93E-03</b>	<b>3.22E-03</b>	19.43	4.18E+00	1.28E+00	<u>-16.32</u>
F8	2.38E+04	1.68E+03	1.49E+04	3.97E+03	11.27	<b>4.84E+03</b>	8.25E+02	55.52
F9	6.55E+02	8.18E+01	<b>9.63E+00</b>	<b>8.08E+00</b>	43.03	1.76E+02	2.70E+01	30.47
F10	1.34E+01	7.45E+00	<b>1.08E-07</b>	<b>2.76E-08</b>	9.87	4.61E+00	6.62E-01	6.46
F11	1.22E+00	4.20E-02	<b>5.88E-03</b>	<b>1.10E-02</b>	153.37	6.74E+02	4.40E+01	<u>-83.72</u>
F12	1.19E+01	2.88E+00	<b>3.00E-01</b>	<b>6.37E-02</b>	22.06	1.10E+01	4.51E+00	0.88
F13	1.12E+02	3.27E+01	<b>6.76E+00</b>	<b>4.09E-01</b>	17.60	1.99E+03	2.60E+03	<u>-3.96</u>

#### 4. Resultados

Tabla 4.21 Comparativa de funciones matemáticas de prueba para 100 dimensiones parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Función	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
<b>F1</b>	2.36E+01	3.84E+00	2.16E+03	3.48E+03	<u>-3.37</u>	1.30E+05	7.43E+03	<u>-96.09</u>
<b>F2</b>	2.26E+27	1.22E+28	6.73E+01	2.45E+01	1.02	1.87E+11	4.83E+11	1.02
<b>F3</b>	4.51E+04	5.78E+03	1.07E+05	2.11E+04	<u>-15.56</u>	3.99E+05	5.23E+04	<u>-36.81</u>
<b>F4</b>	5.52E+01	4.04E+00	4.33E+01	4.10E+00	11.39	8.11E+01	2.00E+00	<u>-31.37</u>
<b>F5</b>	1.41E+03	8.58E+02	1.84E+05	8.75E+04	<u>-11.45</u>	3.48E+08	3.85E+07	<u>-49.45</u>
<b>F6</b>	2.26E+01	3.70E+00	2.82E+03	4.06E+03	<u>-3.77</u>	1.31E+05	9.28E+03	<u>-77.55</u>
<b>F7</b>	3.50E-01	9.65E-02	9.91E+00	1.60E+01	<u>-3.28</u>	4.74E+02	7.49E+01	<u>-34.63</u>
<b>F8</b>	2.38E+04	1.68E+03	2.19E+04	1.52E+03	4.46	1.55E+04	<b>7.42E+02</b>	24.87
<b>F9</b>	6.55E+02	8.18E+01	4.21E+02	4.63E+01	13.67	1.07E+03	3.68E+01	<u>-25.32</u>
<b>F10</b>	1.34E+01	7.45E+00	7.43E+00	2.67E+00	4.15	1.96E+01	1.66E-01	<u>-4.52</u>
<b>F11</b>	1.22E+00	4.20E-02	2.67E+01	4.32E+01	<u>-3.23</u>	1.17E+03	7.88E+01	<u>-81.56</u>
<b>F12</b>	1.19E+01	2.88E+00	1.78E+03	2.93E+03	<u>-3.31</u>	6.35E+08	1.08E+08	<u>-32.14</u>
<b>F13</b>	1.12E+02	3.27E+01	7.09E+04	5.00E+04	<u>-7.75</u>	1.43E+09	2.00E+08	<u>-39.29</u>

En los resultados de las tablas anteriores hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula y apoyar la afirmación de que la media poblacional de los resultados obtenidos en los experimentos con el algoritmo MVO es menor en algunas de las funciones matemáticas, siendo los casos donde el valor de t es menor a -1.699 como se pudo apreciar en las tablas, indicando que el algoritmo es bueno para estas funciones matemáticas. En Fig. 4.2-Fig. 4.9 se puede apreciar las gráficas de convergencia de los mejores resultados para cada dimensión, analizando estas graficas nos podemos percatar de que el algoritmo tiene una rápida convergencia en las iteraciones, pero los mejores resultados se obtienen para 30-80 dimensiones, siendo no muy bueno con muy bajas dimensiones y con muy altas, esto para funciones matemáticas de prueba.

## 4. Resultados

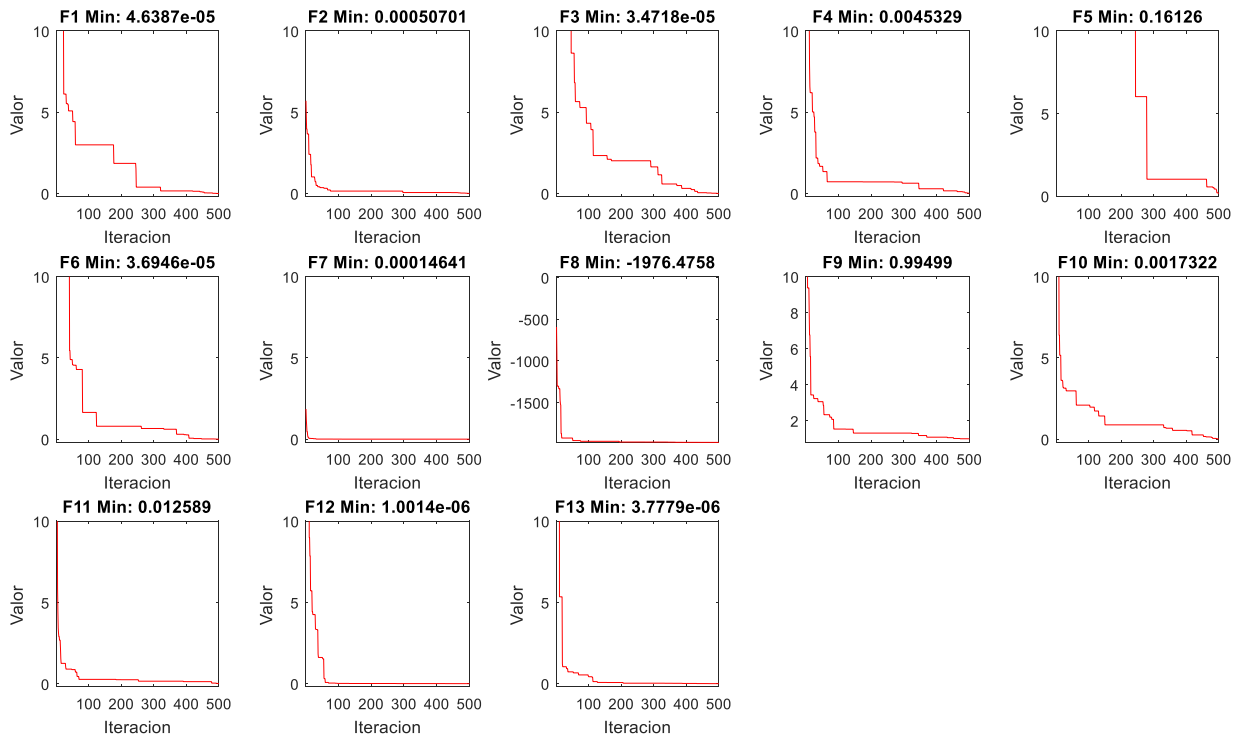


Fig. 4.2 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 5 dimensiones

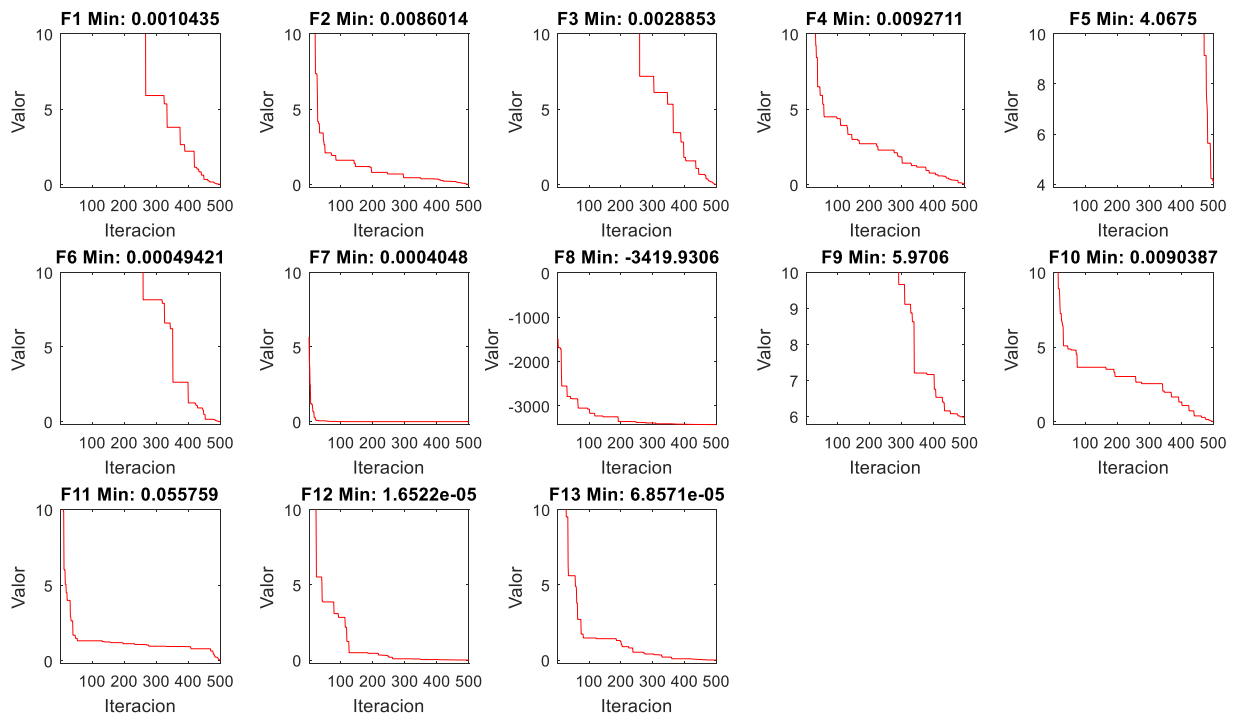


Fig. 4.3 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 10 dimensiones

## 4. Resultados

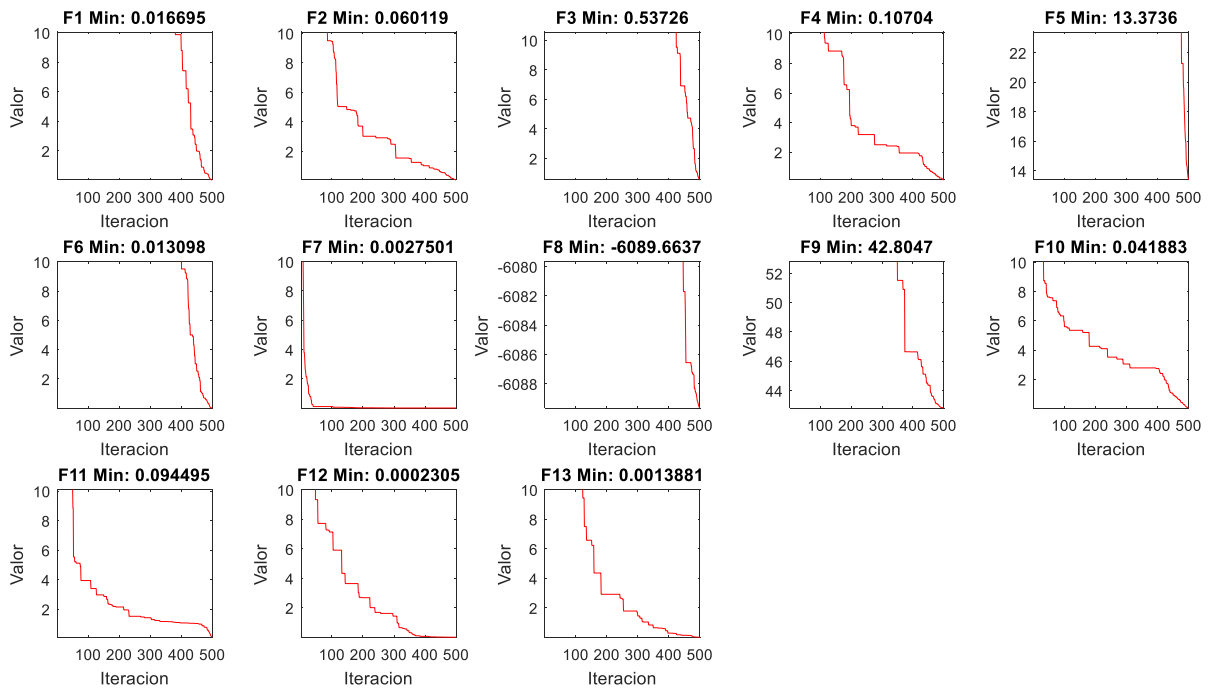


Fig. 4.4 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 20 dimensiones

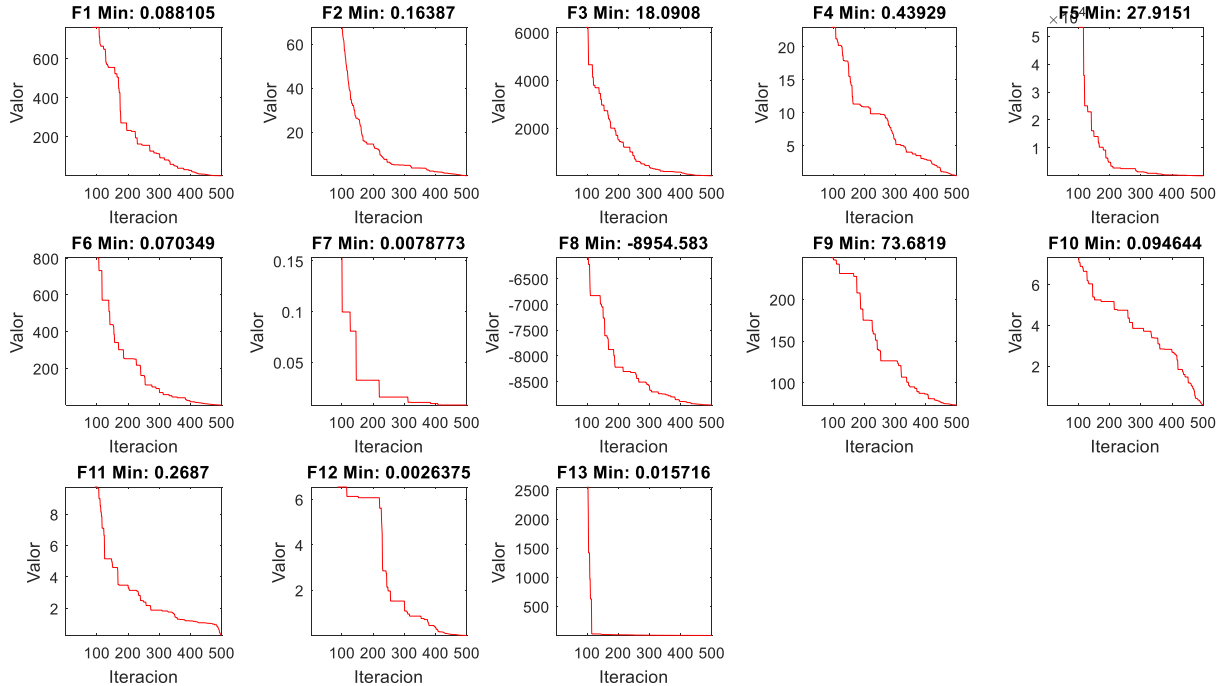


Fig. 4.5 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 30 dimensiones

## 4. Resultados

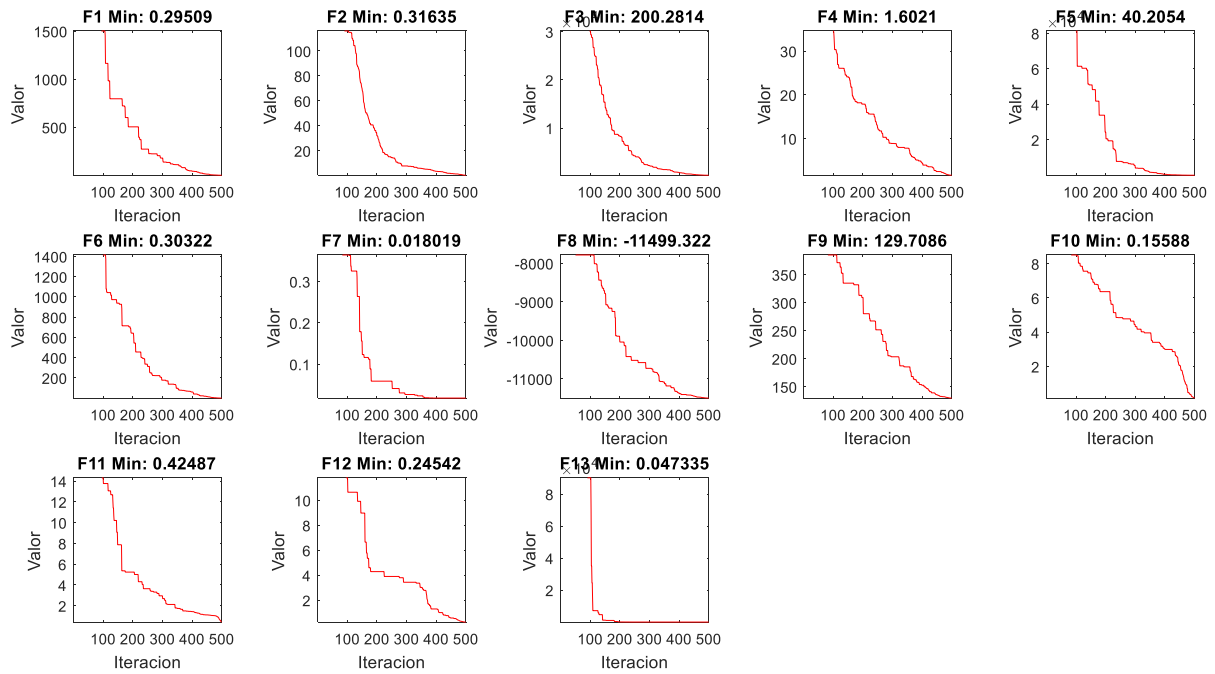


Fig. 4.6 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 40 dimensiones

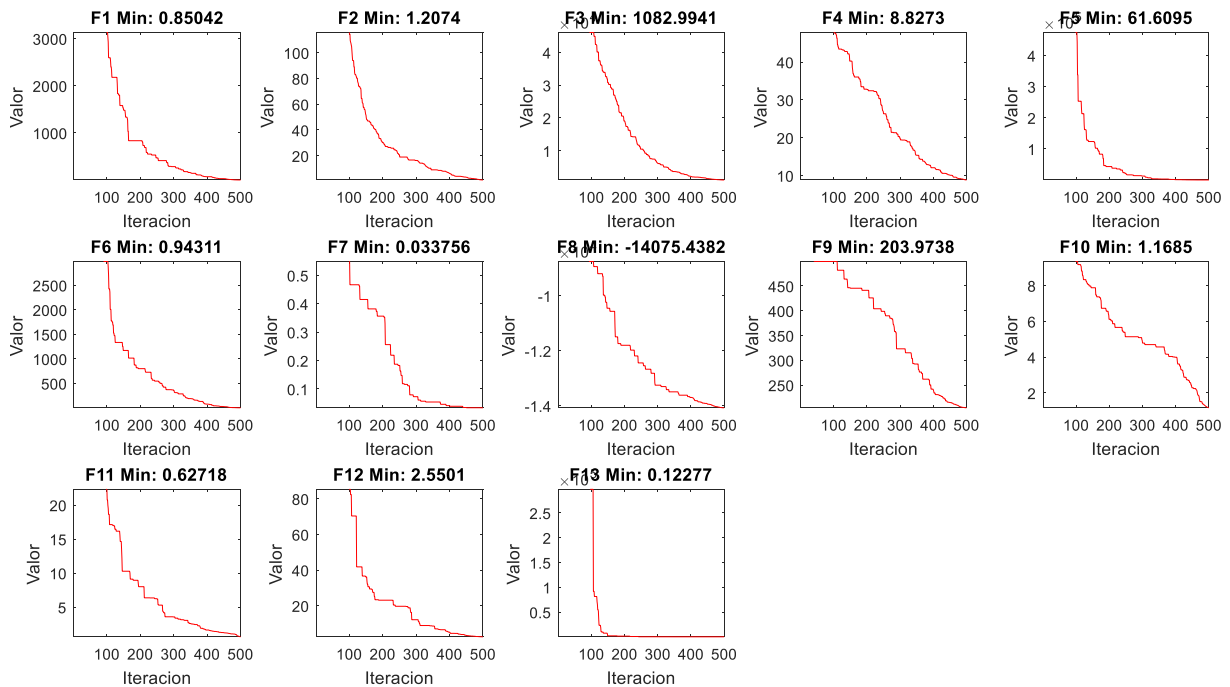
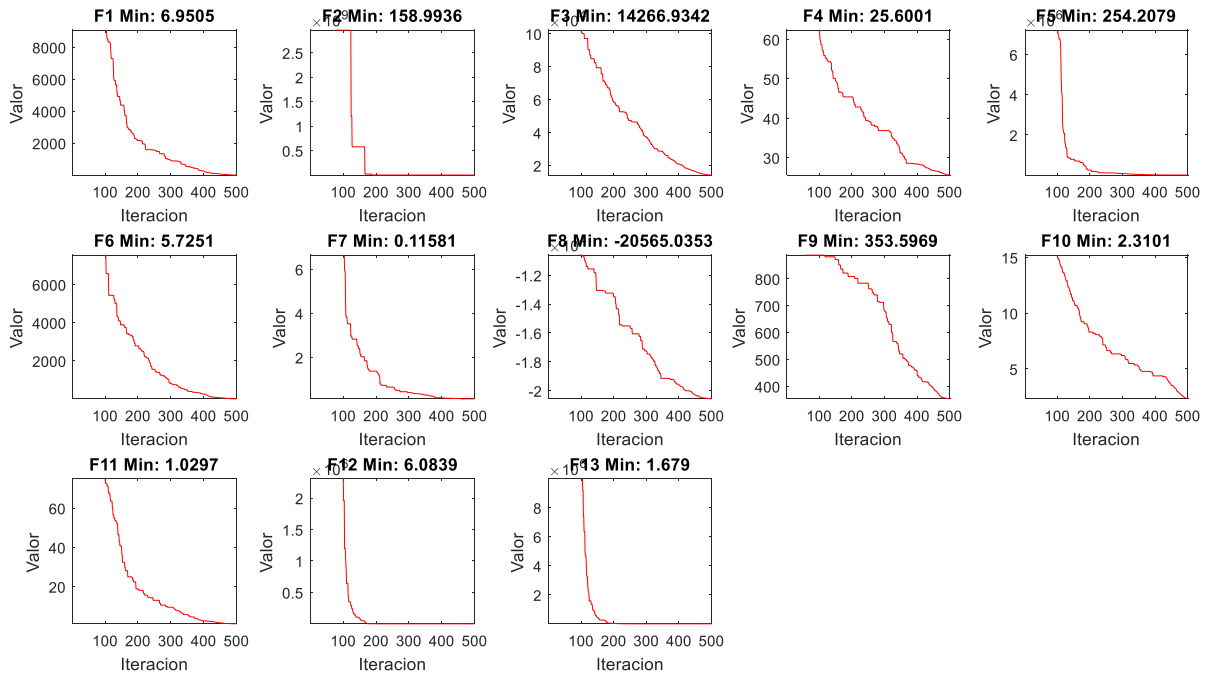


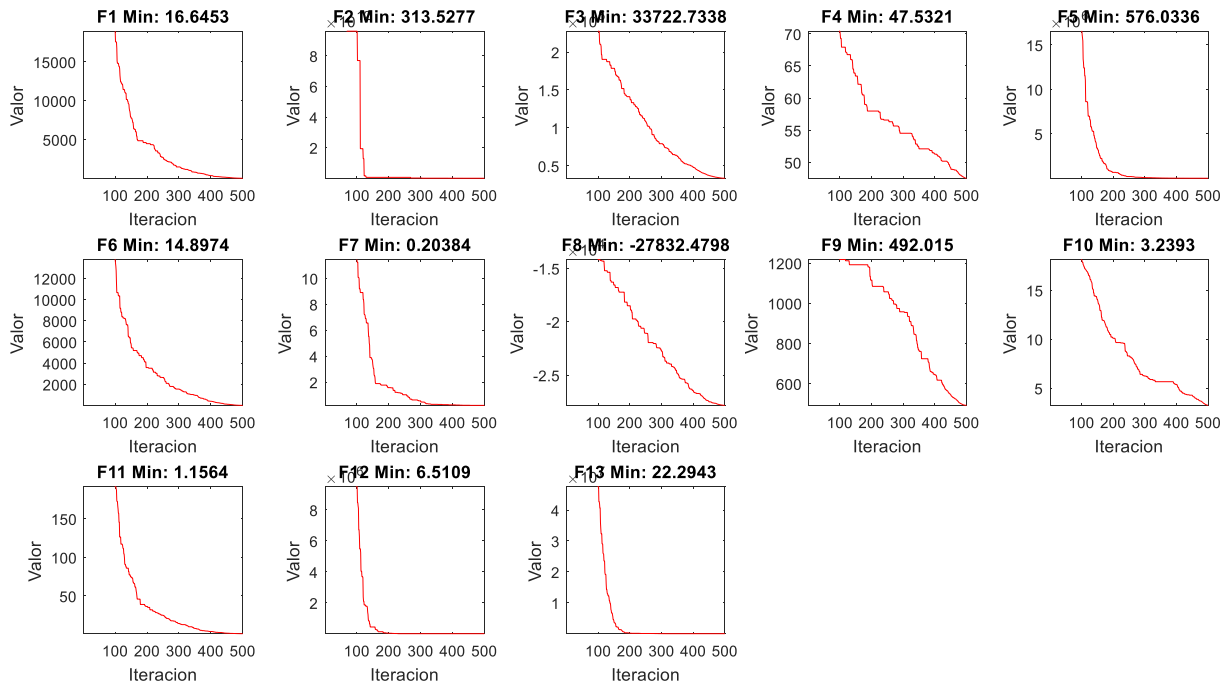
Fig. 4.7 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones



## 4. Resultados



**Fig. 4.8** Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 80 dimensiones



**Fig. 4.9** Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba para 100 dimensiones

## 4. Resultados

### ***4.2. Problema de propinas “Tipper”***

En el sistema de pruebas de propinas “Tipper” que se detalló en el capítulo anterior, se indica que el objetivo es aproximarse a una superficie o también conocido como problema de identificación de sistema (“Target identification”), para la optimización de este modelo se usaron 14 dimensiones en el algoritmo, esto para optimizar únicamente las entradas de los modelos Mamdani y Sugeno propuestos, lo que nos deja 7 valores para cada entrada del sistema de inferencia difuso que son “service” y “food”, estos valores tendrán un rango de [0, 10] donde los 2 primeros valores son para la primer función de membresía triangular, los siguientes 3 para la función central y los últimos 2 para la tercer función de membresía, dejando sin cambios los extremos de las funciones triangulares inicial y final de cada entrada, estos parámetros que provienen del algoritmo son reordenados antes de ajustar las funciones de membresía, esto para garantizar el traslape entre las funciones mismas. Los parámetros para el algoritmo MVO se pueden observar en Tabla 4.22 y la asignación de los parámetros en las funciones de membresía están en Tabla 4.24, de igual manera en Fig. 4.10 se puede observar de manera gráfica la distribución de los parámetros; de igual manera, los parámetros para los algoritmos de la comparativa se muestran en Tabla 4.23. En el anexo A5 se encuentra la función de costo en Matlab.

**Tabla 4.22 Parámetros de algoritmo MVO para problema de tipper**

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
Universos	50
Dimensiones	14
Máximo de iteraciones	200
WEP Max	1
WEP Min	0.2
TDR p	0.6
Experimentos	30

#### 4. Resultados

**Tabla 4.23 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de tipper**

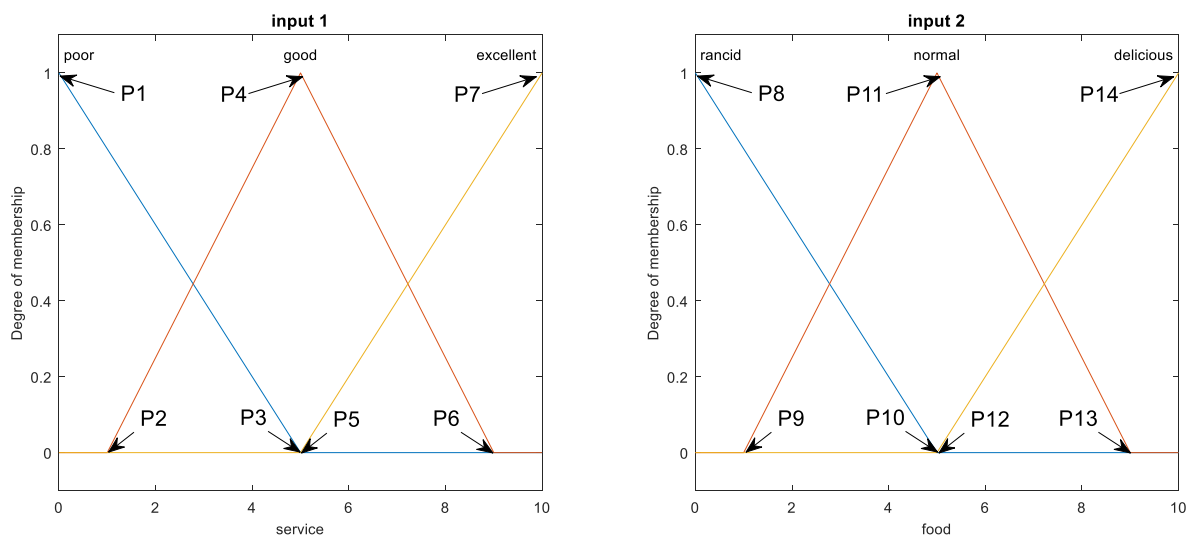
<i>Parámetro</i>	<i>GWO</i>	<i>GSA</i>	<i>PSO gbest</i>	<i>GA continous</i>
Soluciones	50	50	50	50
Máximo de iteraciones	200	200	200	200
Rnorm	-	2	-	-
Rpower	-	1	-	-
Revisión elitista	-	1	-	-
wMax	-	-	0.9	-
wMin	-	-	0.2	-
C1	-	-	2	-
C2	-	-	2	-
Mutación	-	-	-	0.2
Selección	-	-	-	0.5

**Tabla 4.24 Distribución de parámetros de MVO para entradas de tipper**

<i>Entrada 1 service</i>							
<b>Universo</b>	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf2_p1	mf1_p3	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2

<i>Entrada 2 food</i>							
<b>Universo</b>	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf2_p1	mf1_p3	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2



**Fig. 4.10 Distribución de parámetros de MVO para entradas de tipper**

#### 4. Resultados

Utilizando los parámetros mencionados se logró aproximar ambos modelos para que sean muy similares en cuanto a la superficie del sistema de inferencia difusa original, en el caso de Mamdani se puede observar que la superficie tiene forma más recta en sus vértices, pero con buenos resultados; en Sugeno la superficie se puede apreciar más curvada en sus vértices, pero no mejores que la aproximación de Mamdani. La forma que comparamos fue con la raíz del error cuadrático medio RMSE en ambos casos, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A14 se tienen los experimentos y en la Tabla 4.25-Tabla 4.26 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.11-Fig. 4.13 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como las gráficas de convergencia.

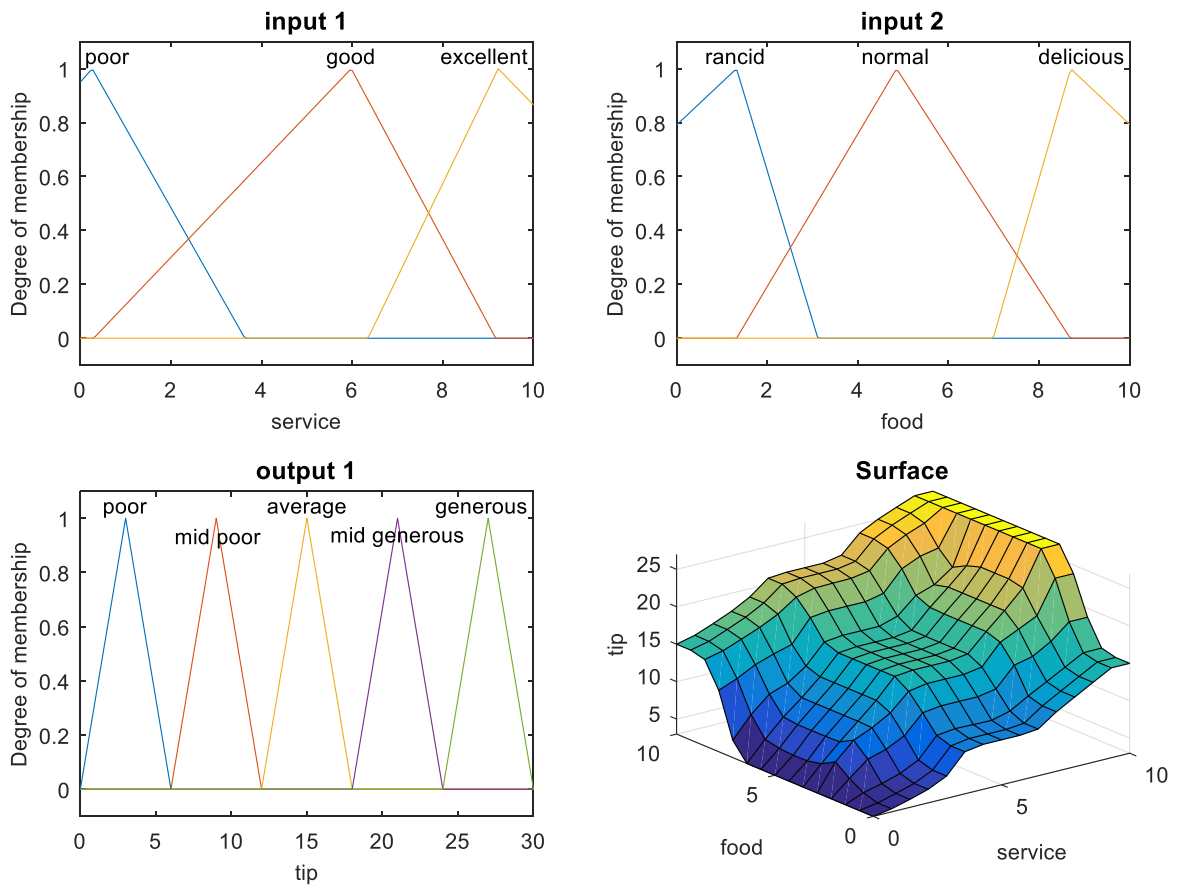
Tabla 4.25 Comparativa de RMSE para problema de tipper parte 1

Algoritmo	Sistema Base	MVO		GWO			GSA		
		Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	1.93E+00	<b>1.33E+00</b>	<i>1.27E-02</i>	1.35E+00	2.06E-02	<u><b>-4.90</b></u>	1.42E+00	6.85E-02	<u><b>-6.55</b></u>
Sugeno	1.80E+00	<b>1.37E+00</b>	<i>6.13E-03</i>	1.39E+00	1.23E-02	<u><b>-8.73</b></u>	1.46E+00	1.07E-01	<u><b>-4.74</b></u>

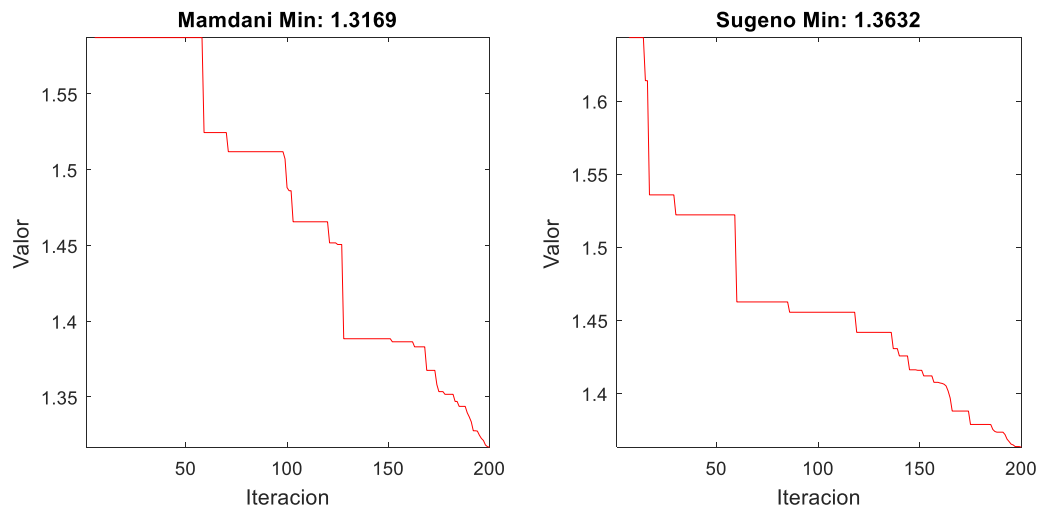
Tabla 4.26 Comparativa de RMSE para problema de tipper parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	<b>1.33E+00</b>	<i>1.27E-02</i>	1.37E+00	2.63E-02	<u><b>-6.25</b></u>	1.47E+00	4.34E-02	<u><b>-16.15</b></u>
Sugeno	<b>1.37E+00</b>	<i>6.13E-03</i>	1.41E+00	1.83E-02	<u><b>-11.83</b></u>	1.48E+00	3.04E-02	<u><b>-19.46</b></u>

## 4. Resultados

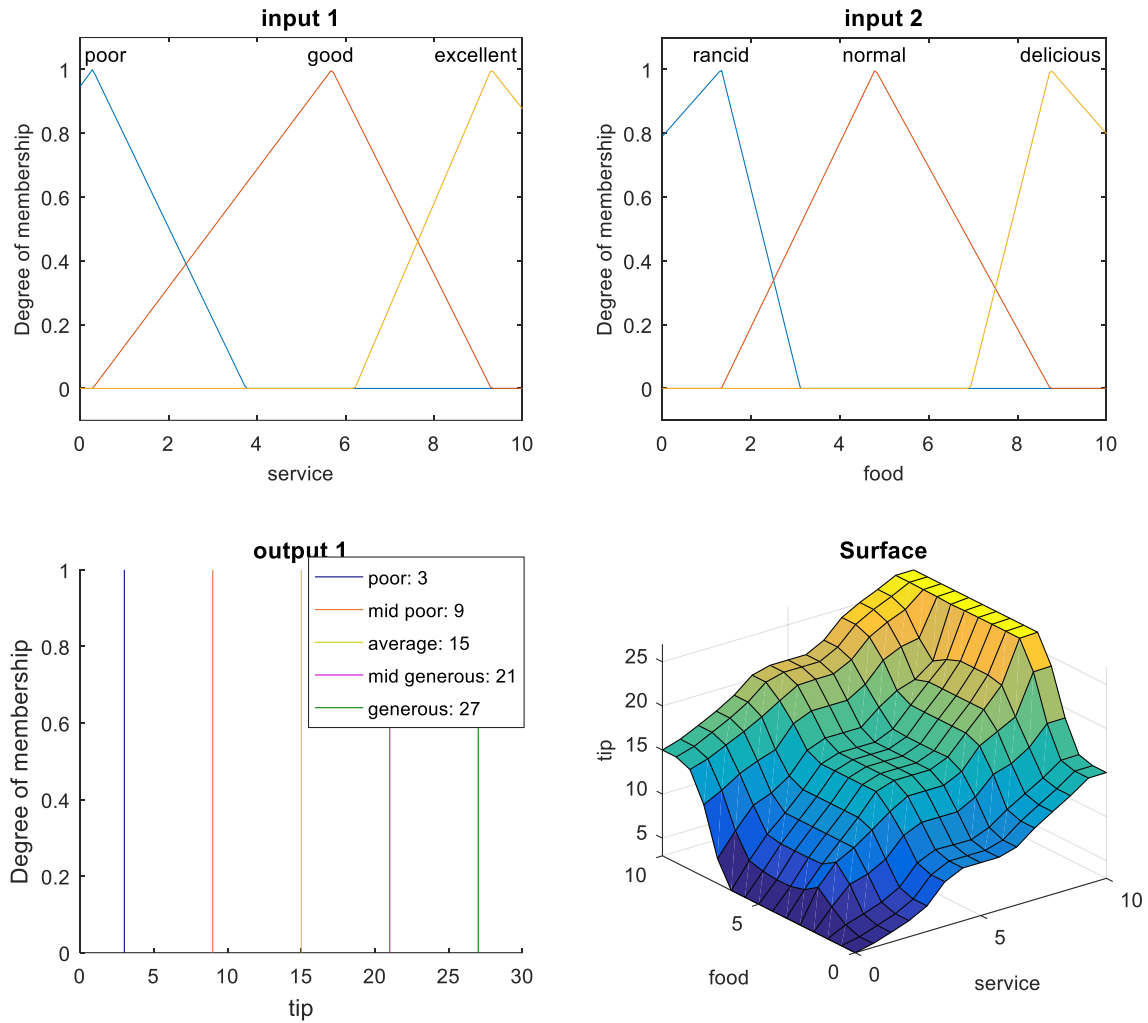


**Fig. 4.11** Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de tipper



**Fig. 4.12** Gráficas de convergencia problema de tipper

## 4. Resultados



**Fig. 4.13** Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de tipper

Como se pudo apreciar en las tablas, los resultados fueron muy buenos para este tipo de problema de aproximación de superficie, donde el algoritmo MVO superó a todos los algoritmos en las pruebas estadísticas sin dificultades, con evidencia significativa de que el algoritmo es bueno para estos problemas.

## 4. Resultados

### 4.3. Problema de velocidad de vehículo “Cruise Control”

En el sistema de velocidad de vehículo “Cruise Control” que se detalló en el capítulo anterior, se indica que el objetivo es alcanzar una velocidad ideal para el vehículo partiendo del reposo, en este caso es de 10 m/s; para la optimización de este modelo se usaron 13, 18 y 26 dimensiones en el algoritmo, esto para optimizar en unos modelos la entrada y en otros modelos la entrada y salida de los modelos Mamdani y Sugeno propuestos, lo que nos deja 13 valores para la entrada del sistema de inferencia difuso que representa el “error” y en el caso de la salida, depende si es modelo Mamdani o Sugeno, donde solo se optimiza “ucontrol” con 13 o 5 valores, estos valores tendrán un rango de [0, 1] donde los 2 primeros valores son para la primer función de membresía trapezoidal, los siguientes 9 para las funciones triangulares y los últimos 2 para la quinta función de membresía trapezoidal, estos parámetros que provienen del algoritmo son reordenados antes de ajustar las funciones de membresía, esto para garantizar el traslape entre las funciones mismas; de igual modo, en la salida del modelo Mamdani se hace un acomodo similar a la entrada, pero en el modelo Sugeno se usan 5 funciones singletons, haciendo que el sistema sea de orden cero por el uso de constantes.

Tabla 4.27 Parámetros de algoritmo MVO para problema de Cruise Control

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
Universos	50
Dimensiones	13, 18, 26
Máximo de iteraciones	200
WEP Max	1
WEP Min	0.2
TDR p	0.6
Experimentos	30

Los parámetros para el algoritmo MVO se pueden observar en Tabla 4.27 y la asignación de los parámetros en las funciones de membresía están en la Tabla 4.29, de igual manera en Fig. 4.14 y Fig. 4.15 se puede observar de manera gráfica la distribución de los parámetros; finalmente, los parámetros para los algoritmos de la comparativa se muestran en Tabla 4.28. En el anexo A6 se encuentra la función de costo en Matlab.

#### 4. Resultados

**Tabla 4.28 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de Cruise Control**

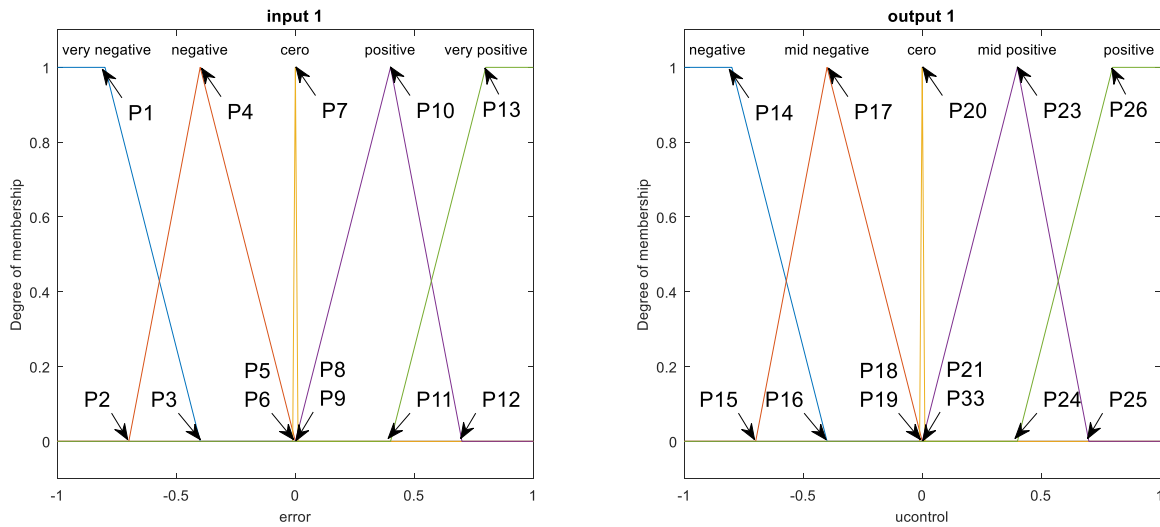
<i>Parámetro</i>	<i>GWO</i>	<i>GSA</i>	<i>PSO gbest</i>	<i>GA continuous</i>
Soluciones	50	50	50	50
Máximo de iteraciones	200	200	200	200
Rnorm	-	2	-	-
Rpower	-	1	-	-
Revisión elitista	-	1	-	-
wMax	-	-	0.9	-
wMin	-	-	0.2	-
C1	-	-	2	-
C2	-	-	2	-
Mutación	-	-	-	0.2
Selección	-	-	-	0.5

**Tabla 4.29 Distribución de parámetros de MVO para Cruise Control**

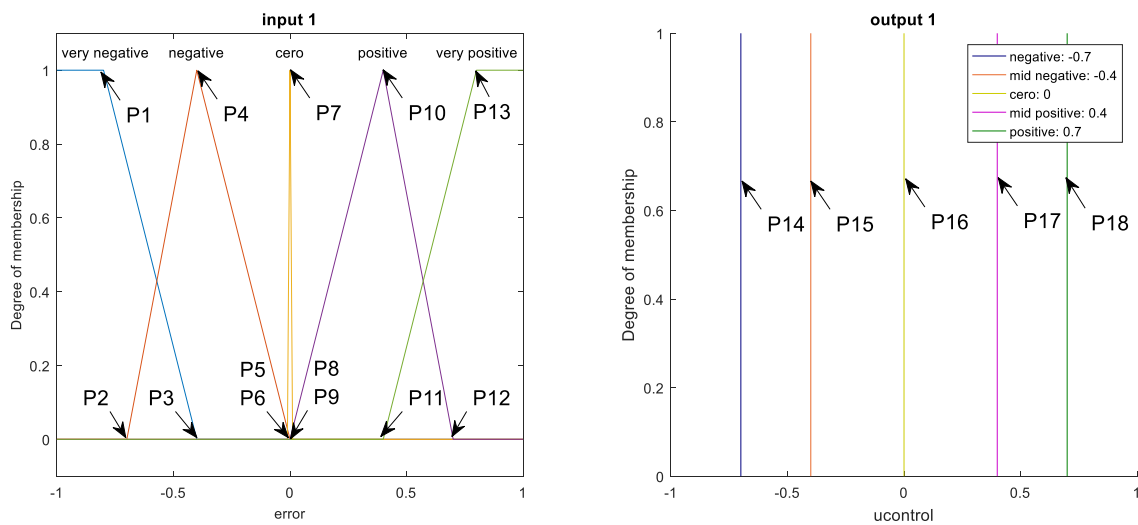
<i>Entrada 1 Mamdani/Sugeno error</i>							
<b>Universo</b>	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
<b>mf Param</b>	mf1_p3	mf2_p1	mf1_p4	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<b>Universo</b>	P8	P9	P10	P11	P12	P13	
<b>mf Param</b>	mf4_p1	mf3_p3	mf4_p2	mf5_p1	mf4_p3	mf5_p2	
<i>Salida 1 Mamdani ucontrol</i>							
<b>Universo</b>	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
<b>mf Param</b>	mf1_p3	mf2_p1	mf1_p4	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<b>Universo</b>	P21	P22	P23	P24	P25	P26	
<b>mf Param</b>	mf4_p1	mf3_p3	mf4_p2	mf5_p1	mf4_p3	mf5_p2	
<i>Salida 1 Sugeno ucontrol</i>							
<b>Universo</b>	P14	P15	P16	P17	P18		
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf2_p2	mf3_p3	mf4_p4	mf5_p5		



## 4. Resultados



**Fig. 4.14** Distribución de parámetros de MVO modelo Mamdani Cruise Control



**Fig. 4.15** Distribución de parámetros de MVO modelo Sugeno Cruise Control

Utilizando los parámetros mencionados se logró optimizar el sistema difuso de tal forma que supero fácilmente a un modelo PID usado como referencia, aunque la optimización fue para cuatro casos, en dos casos sólo se optimiza la entrada del sistema en tipo Mamdani y Sugeno, y en los últimos dos casos se optimiza la entrada y salida del sistema para ambos modelos. La forma que comparamos fue con la raíz del error cuadrático medio RMSE en ambos casos, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A15 se tienen los experimentos para la optimización de solo entrada y en la Tabla 4.30 y Tabla 4.31 tenemos el

#### 4. Resultados

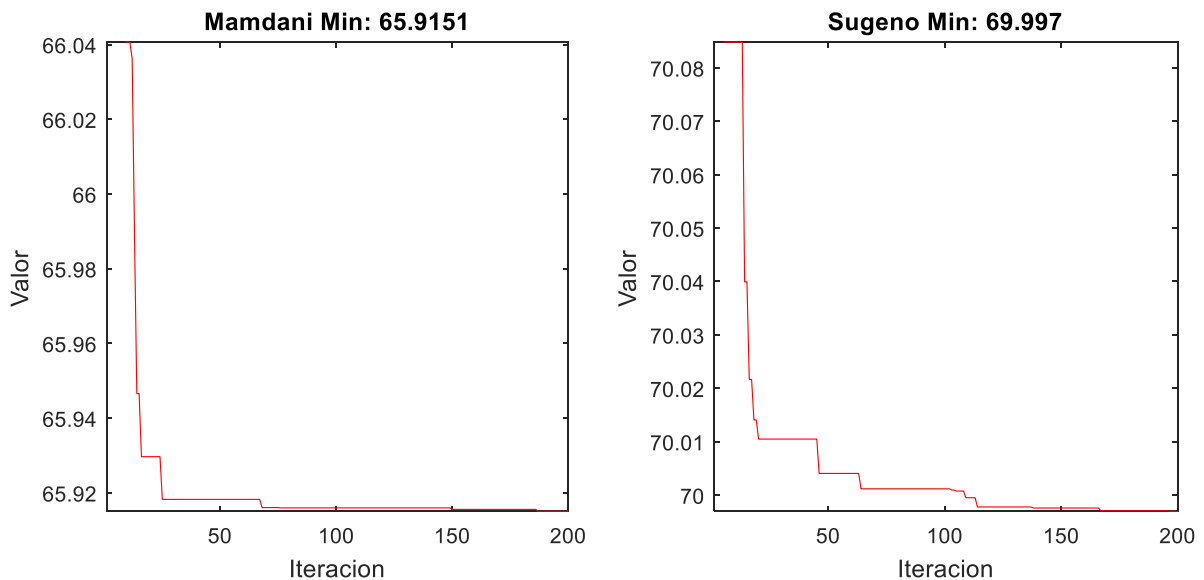
promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.16-Fig. 4.20 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

**Tabla 4.30 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control solo entrada optimizada parte 1**

Algoritmo	Sistema Base	MVO		GWO			GSA		
		Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>PID</b>	<b>79.74390</b>								
<b>Mamdani</b>	7.26E+01	6.59E+01	1.21E-04	<b>6.59E+01</b>	<b>1.52E-05</b>	<b>8.61</b>	6.59E+01	1.24E-02	<b><u>-6.11</u></b>
<b>Sugeno</b>	7.46E+01	7.00E+01	1.13E-04	<b>7.00E+01</b>	<b>1.81E-06</b>	<b>3.60</b>	7.00E+01	7.85E-03	<b><u>-6.61</u></b>

**Tabla 4.31 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control solo entrada optimizada parte 2**

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>Mamdani</b>	6.59E+01	1.21E-04	6.59E+01	2.33E-05	<b>8.25</b>	6.59E+01	1.46E-03	<b><u>-5.22</u></b>
<b>Sugeno</b>	7.00E+01	1.13E-04	7.00E+01	3.07E-05	<b>2.63</b>	7.00E+01	8.97E-04	<b><u>-4.16</u></b>



**Fig. 4.16 Gráficas de convergencia problema de Cruise Control solo entrada optimizada**

## 4. Resultados

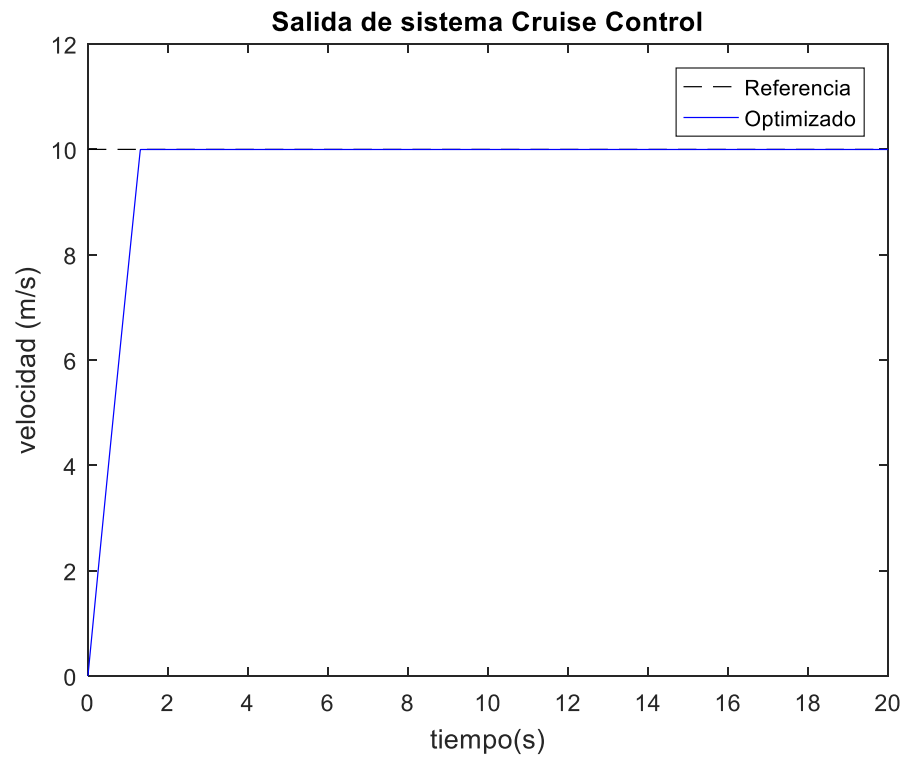


Fig. 4.17 Salida de sistema Mamdani problema de Cruise Control solo entrada optimizada

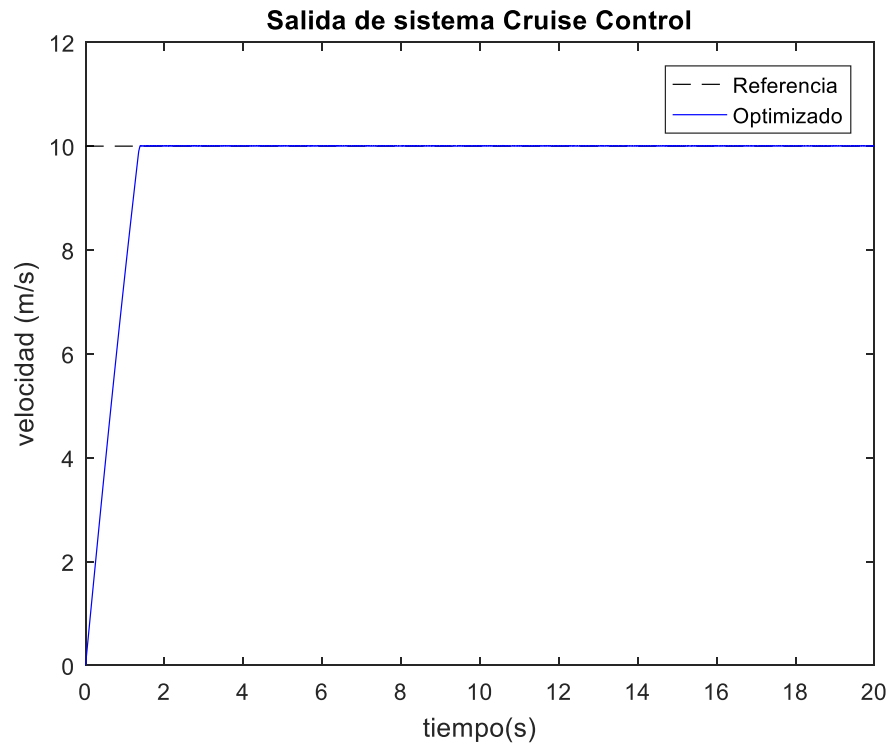


Fig. 4.18 Salida de sistema Sugeno problema de Cruise Control solo entrada optimizada

## 4. Resultados

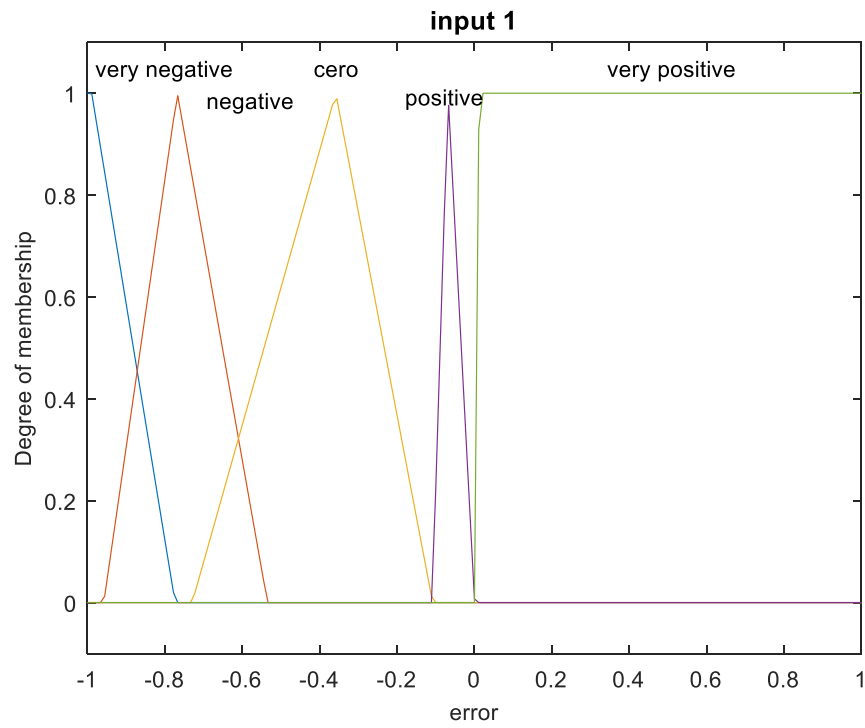


Fig. 4.19 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de Cruise Control solo entrada optimizada

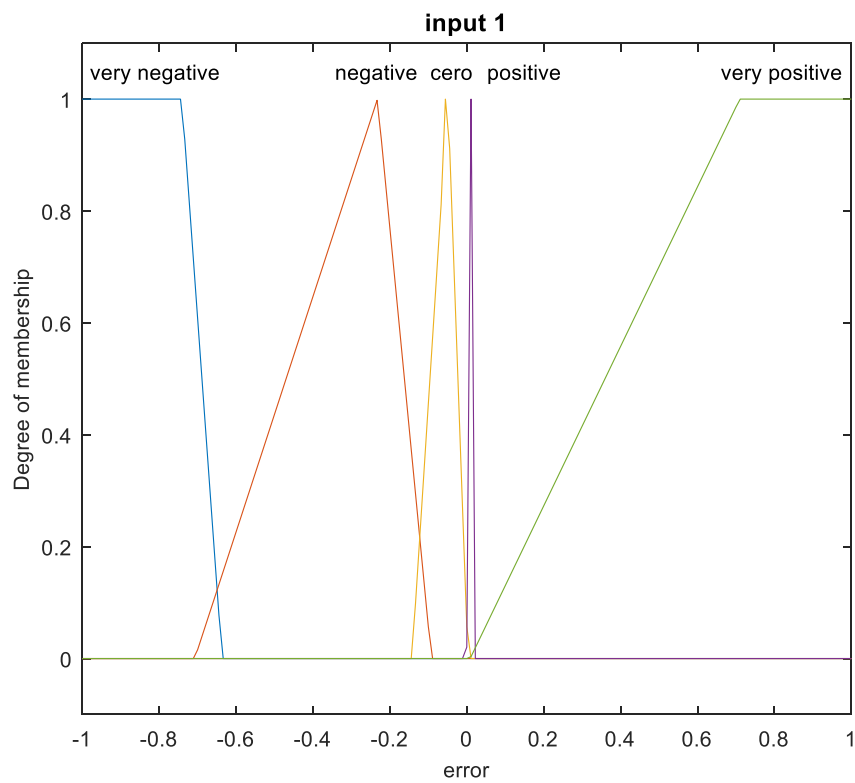


Fig. 4.20 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de Cruise Control solo entrada optimizada

#### 4. Resultados

Al igual que la optimización de los sistemas difusos con solo entrada, en los sistemas donde se optimizo la entrada y salida también uso el error cuadrático medio RMSE en ambos casos para comparar, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A15 se tienen los experimentos de este caso y en la Tabla 4.32-Tabla 4.33 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.21-Fig. 4.25 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

Tabla 4.32 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas parte 1

Algoritmo	Sistema Base	MVO		GWO			GSA		
		Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>PID</b>	<b>79.74390</b>								
<b>Mamdani</b>	7.26E+01	5.85E+01	6.20E-03	5.85E+01	<b>2.43E-04</b>	-0.76	5.97E+01	1.02E+00	<b>-6.56</b>
<b>Sugeno</b>	7.46E+01	5.85E+01	2.86E-02	<b>5.85E+01</b>	3.23E-02	1.38	5.87E+01	1.77E-01	<b>-6.97</b>

Tabla 4.33 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>Mamdani</b>	5.85E+01	6.20E-03	<b>5.85E+01</b>	1.44E-02	1.56	5.87E+01	1.42E-01	<b>-8.33</b>
<b>Sugeno</b>	5.85E+01	2.86E-02	5.85E+01	<b>2.45E-02</b>	1.34	5.86E+01	8.11E-02	<b>-7.91</b>

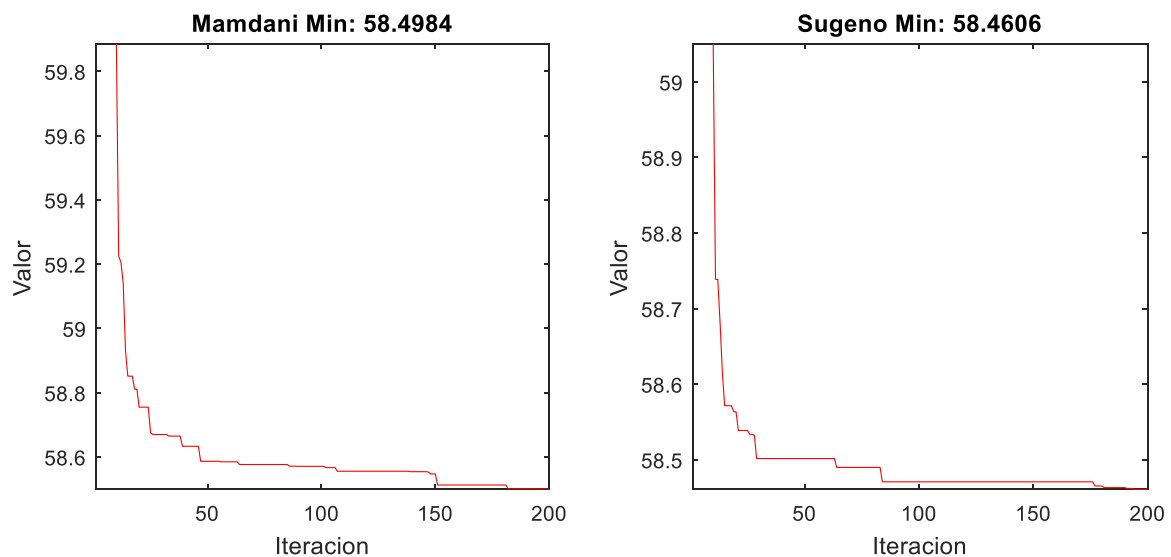


Fig. 4.21 Gráficas de convergencia problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas

## 4. Resultados

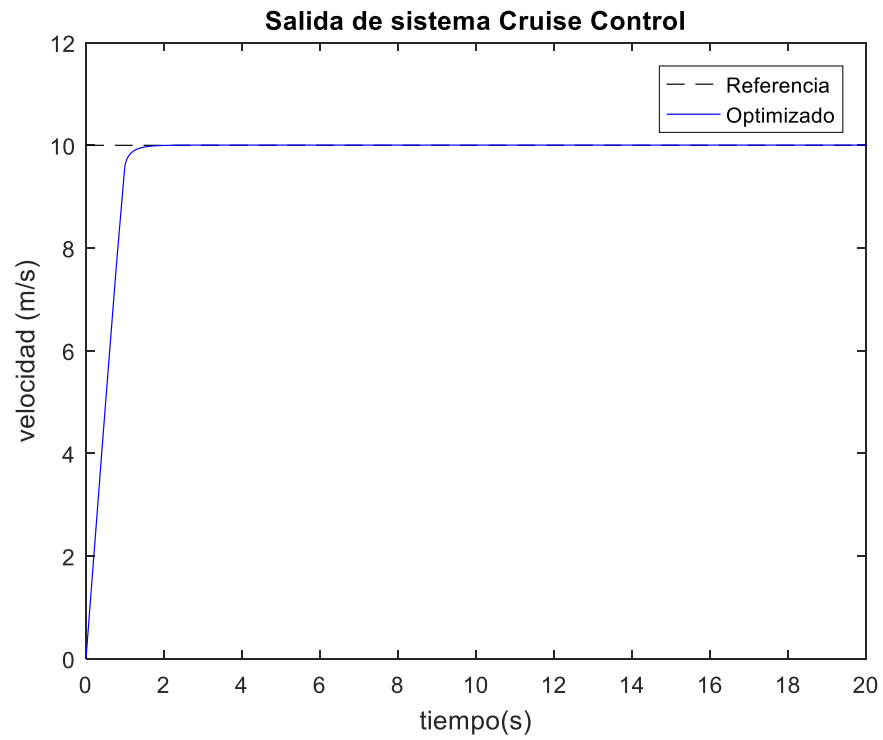


Fig. 4.22 Salida de sistema Mamdani problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas

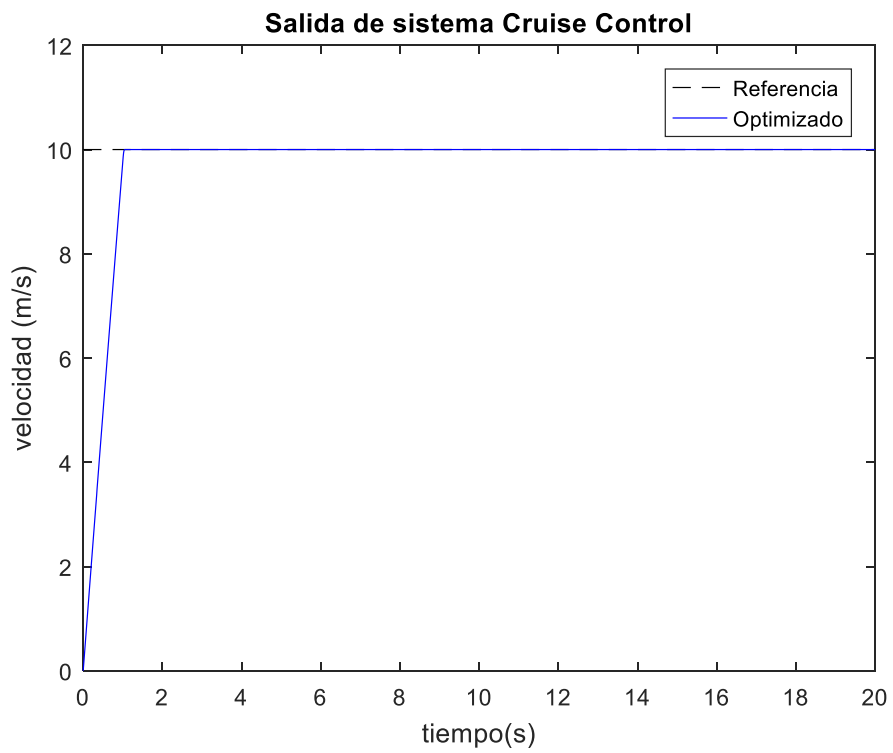
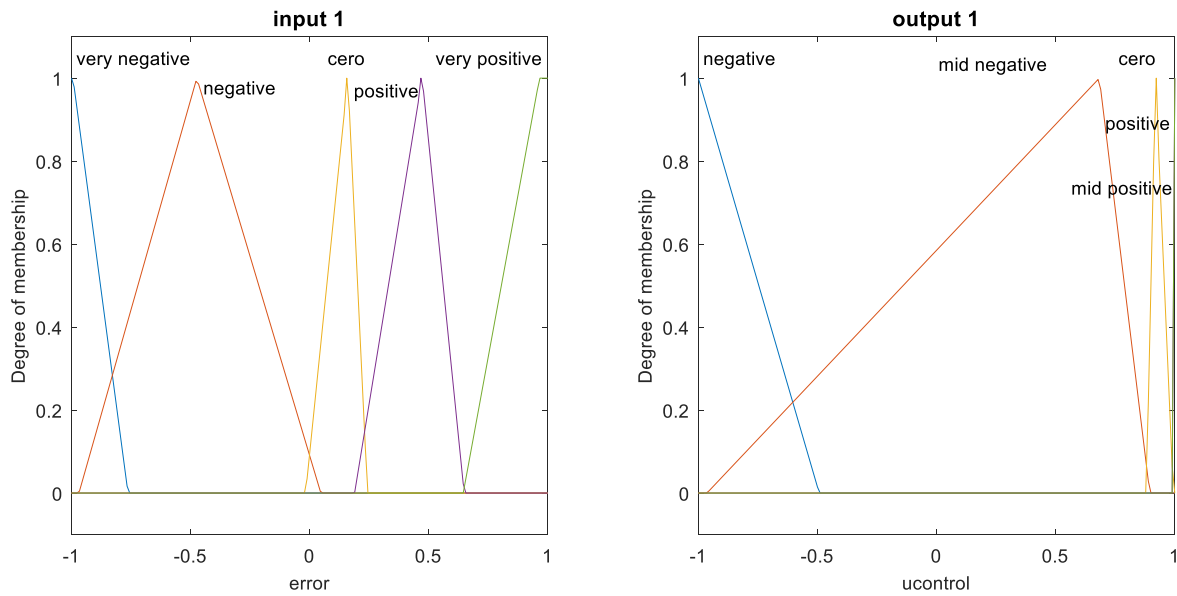
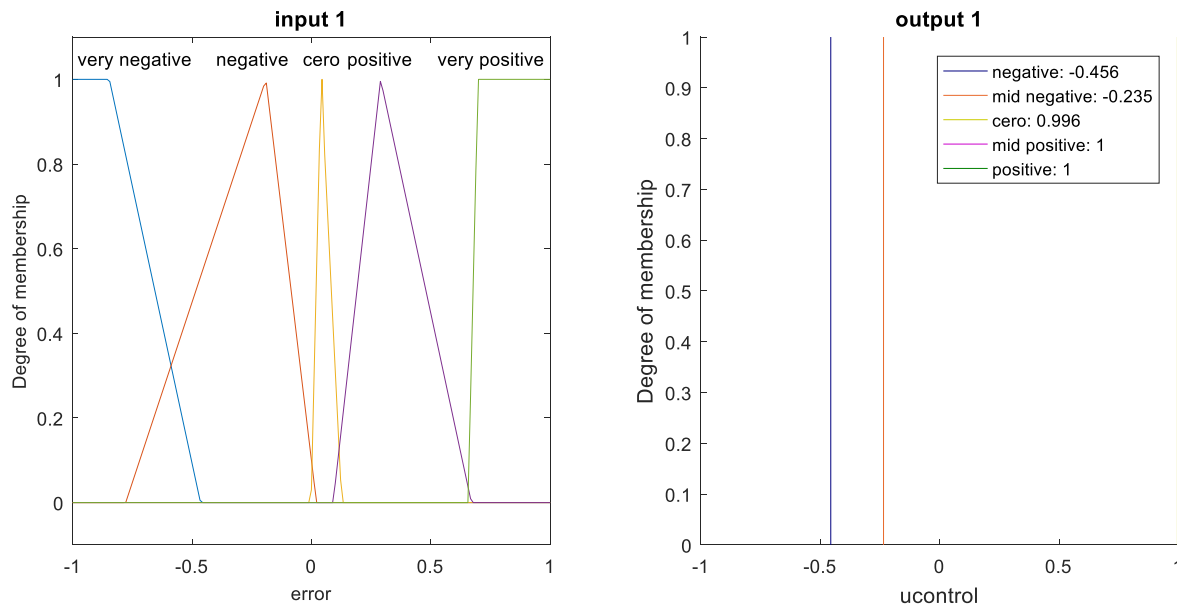


Fig. 4.23 Salida de sistema Sugeno problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas

## 4. Resultados



**Fig. 4.24** Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas



**Fig. 4.25** Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas

Como se pudo apreciar en las tablas de ambos modelos, los resultados fueron buenos para este tipo de problema de optimización de sistemas difusos tanto para entrada como para salida, donde el algoritmo MVO superó a algunos de los algoritmos en las pruebas estadísticas sin dificultades, con evidencia significativa de que el algoritmo es bueno también para este tipo de problema de control.

## 4. Resultados

### ***4.4. Problema de control de temperatura en una regadera***

En el sistema de control de temperatura en una regadera que se detalló en el capítulo anterior, se indica que el objetivo es regular la temperatura de una regadera considerando el flujo de agua a través de las llaves de agua caliente y fría; para la optimización de este modelo se usaron 14, 24 y 40 dimensiones en el algoritmo, esto para optimizar en unos modelos la entrada y en otros modelos la entrada y salida de los modelos Mamdani y Sugeno propuestos, lo que nos deja 14 valores para las entradas del sistema de inferencia difuso, que representa la temperatura “temp” y el flujo “flow”, en el caso de las salidas, depende si es modelo Mamdani o Sugeno, donde se optimizan las salidas de las llaves fría y caliente, “cold” y “hot” con 26 o 10 valores, estos valores tendrán un rango de [-1, 1] en las llaves y flujo, mientras que en la temperatura oscila entre [-20, 20]. La distribución de los parámetros se hace entre funciones de membresía triangulares y trapezoidales, estos son reordenados antes de ajustar las funciones de membresía, para garantizar el traslape entre las funciones de membresía; de igual modo, en la salida del modelo Mamdani se hace un acomodo similar a la entrada, pero en el modelo Sugeno se usan 5 funciones singletons, haciendo que el sistema sea de orden cero por el uso de constantes.

**Tabla 4.34** Parámetros de algoritmo MVO para problema de control de temperatura en regadera

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
Universos	50
Dimensiones	14, 24, 40
Máximo de iteraciones	200
WEP Max	1
WEP Min	0.2
TDR p	0.6
Experimentos	30

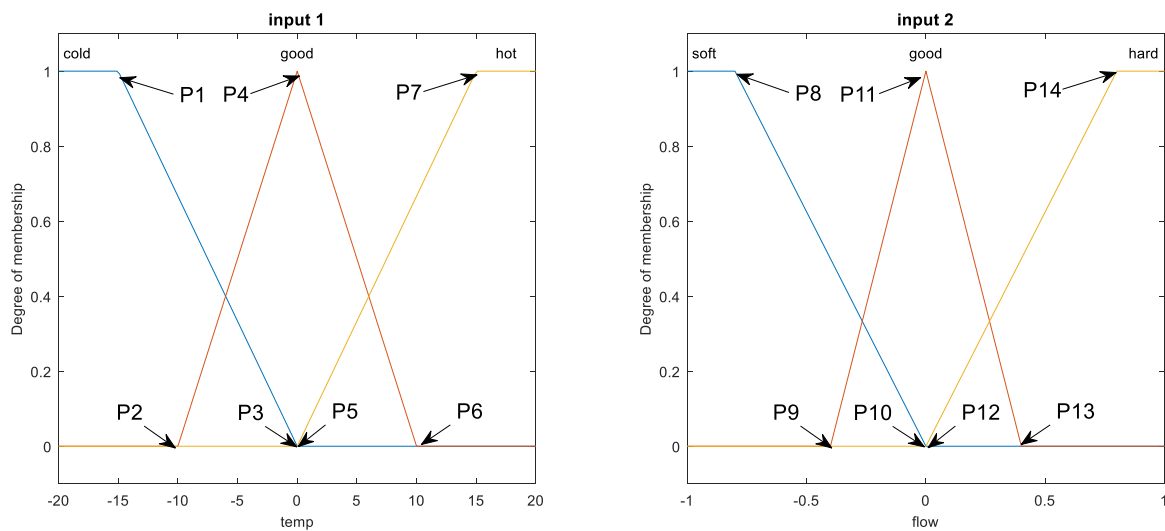
Los parámetros para el algoritmo MVO se pueden observar en Tabla 4.34 y la asignación de los parámetros en las funciones de membresía están en la Tabla 4.36, de igual manera en Fig. 4.26-Fig. 4.28 se puede observar de manera gráfica la distribución de los parámetros; finalmente, los parámetros para los algoritmos de la comparativa se muestran en Tabla 4.35. En el anexo A7 se encuentra la función de costo en Matlab.



## 4. Resultados

**Tabla 4.35** Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de control de temperatura en regadera

<i>Parámetro</i>	<i>GWO</i>	<i>GSA</i>	<i>PSO gbest</i>	<i>GA continuous</i>
Soluciones	50	50	50	50
Máximo de iteraciones	200	200	200	200
Rnorm	-	2	-	-
Rpower	-	1	-	-
Revisión elitista	-	1	-	-
wMax	-	-	0.9	-
wMin	-	-	0.2	-
C1	-	-	2	-
C2	-	-	2	-
Mutación	-	-	-	0.2
Selección	-	-	-	0.5



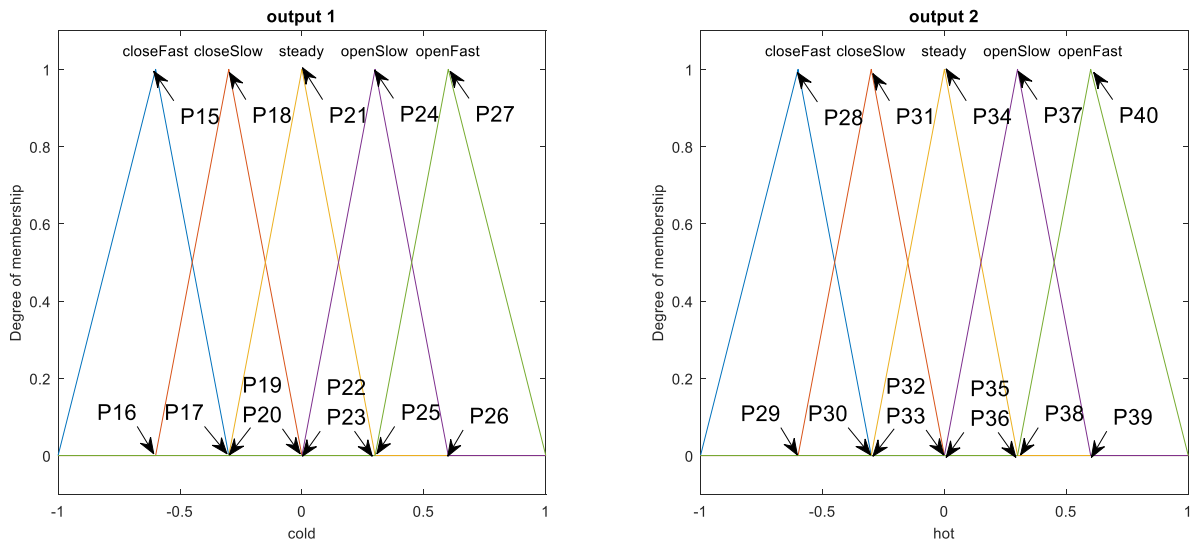
**Fig. 4.26** Distribución de parámetros de entrada MVO control de temperatura en regadera

#### 4. Resultados

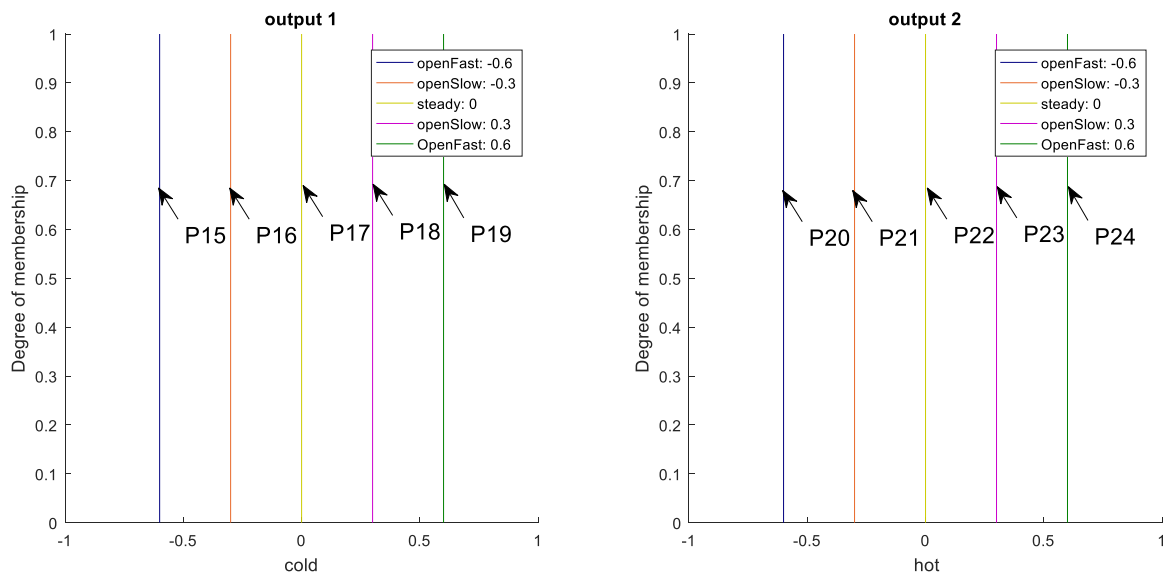
**Tabla 4.36 Distribución de parámetros de MVO para problema de control de temperatura en regadera**

<i>Entrada 1 Mamdani/Sugeno temp</i>							
<b>Universo</b>	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
<b>mf Param</b>	mf1_p3	mf2_p1	mf1_p4	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<i>Entrada 2 Mamdani/Sugeno flow</i>							
<b>Universo</b>	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
<b>mf Param</b>	mf1_p3	mf2_p1	mf1_p4	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<i>Salida 1 Mamdani cold</i>							
<b>Universo</b>	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf2_p1	mf1_p3	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<b>Universo</b>	P22	P23	P24	P25	P26	P27	
<b>mf Param</b>	mf4_p1	mf3_p3	mf4_p2	mf5_p1	mf4_p3	mf5_p2	
<i>Salida 2 Mamdani hot</i>							
<b>Universo</b>	P28	P29	P30	P31	P32	P33	P34
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf2_p1	mf1_p3	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<b>Universo</b>	P35	P36	P37	P38	P39	P40	
<b>mf Param</b>	mf4_p1	mf3_p3	mf4_p2	mf5_p1	mf4_p3	mf5_p2	
<i>Salida 1 Sugeno cold</i>							
<b>Universo</b>	P15	P16	P17	P18	P19		
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf2_p2	mf3_p3	mf4_p4	mf5_p5		
<i>Salida 2 Sugeno hot</i>							
<b>Universo</b>	P20	P21	P22	P23	P24		
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf2_p2	mf3_p3	mf4_p4	mf5_p5		

## 4. Resultados



**Fig. 4.27** Distribución de parámetros de salida MVO modelo Mamdani control de temperatura en regadera



**Fig. 4.28** Distribución de parámetros de salida de MVO modelo Sugeno control de temperatura en regadera

#### 4. Resultados

Utilizando los parámetros mencionados se logró optimizar el sistema difuso, mejorando el sistema base utilizado en ambos modelos, pero no se pudo superar a los algoritmos con los que se comparó. La forma que comparamos fue con la raíz del error cuadrático medio RMSE en ambos casos, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en la anexo A16 se tienen los experimentos para la optimización de solo entrada y en la Tabla 4.37-Tabla 4.38 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.29-Fig. 4.33 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

Tabla 4.37 Comparativa de RMSE para problema de temperatura solo entrada optimizada parte 1

Algoritmo	MVO			GWO			GSA		
Sistema	Sistema Base	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>Mamdani</b>	1.66E+00	1.19E+00	8.86E-02	<b>8.89E-01</b>	1.03E-01	<b>12.30</b>	1.05E+00	1.18E-01	<b>5.36</b>
<b>Sugeno</b>	1.74E+00	9.22E-01	1.33E-01	<b>5.59E-01</b>	1.58E-01	<b>9.60</b>	7.61E-01	1.95E-01	<b>3.72</b>

Tabla 4.38 Comparativa de RMSE para problema de temperatura solo entrada optimizada parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
Sistema	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
<b>Mamdani</b>	1.19E+00	8.86E-02	9.88E-01	9.50E-02	<b>8.70</b>	1.17E+00	<b>2.69E-02</b>	<b>1.47</b>
<b>Sugeno</b>	9.22E-01	1.33E-01	7.44E-01	1.49E-01	<b>4.88</b>	8.96E-01	<b>1.29E-01</b>	<b>0.76</b>

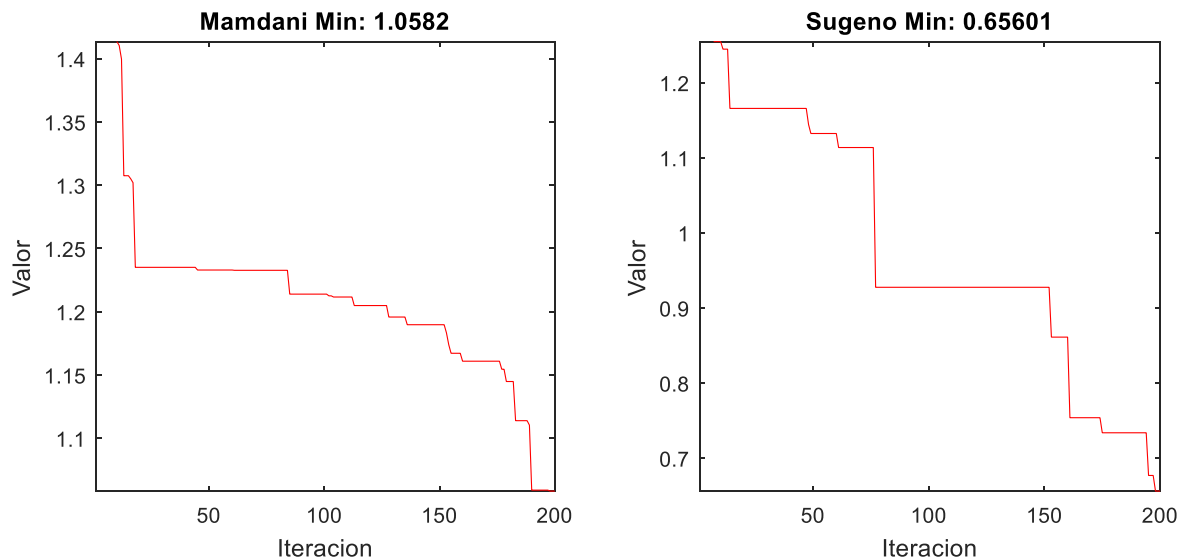
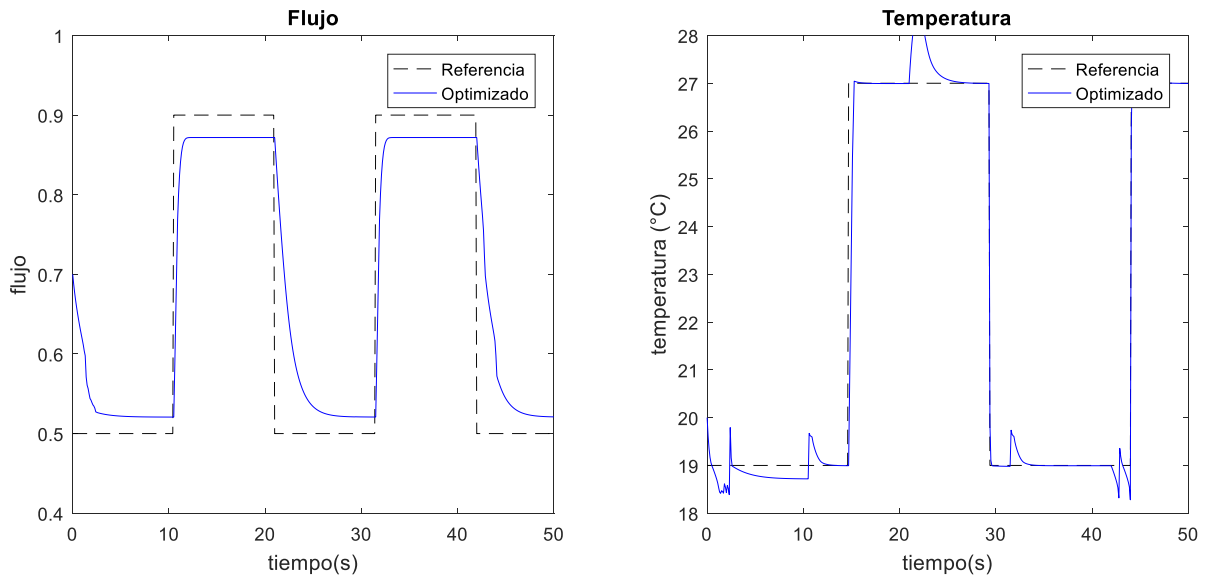
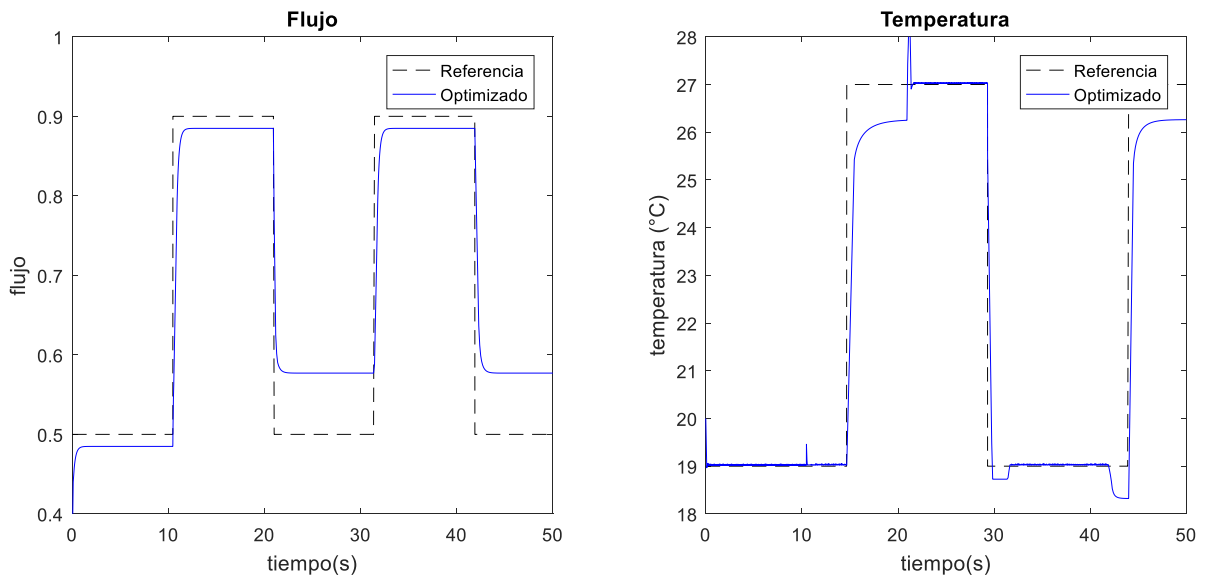


Fig. 4.29 Gráficas de convergencia problema de temperatura solo entrada optimizada

## 4. Resultados

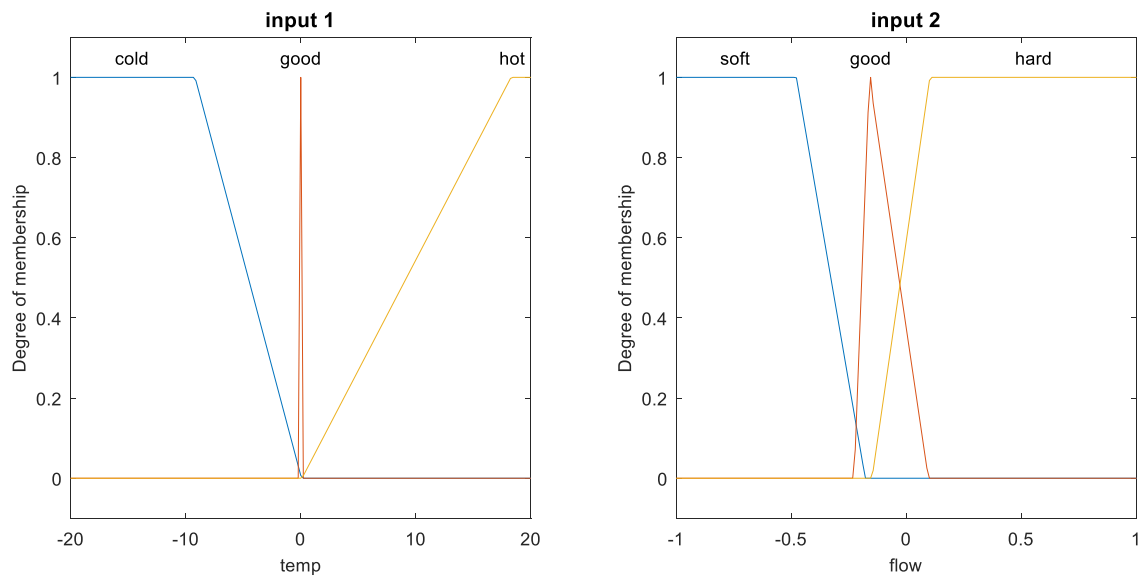


**Fig. 4.30** Salida de sistema Mamdani problema de temperatura solo entrada optimizada

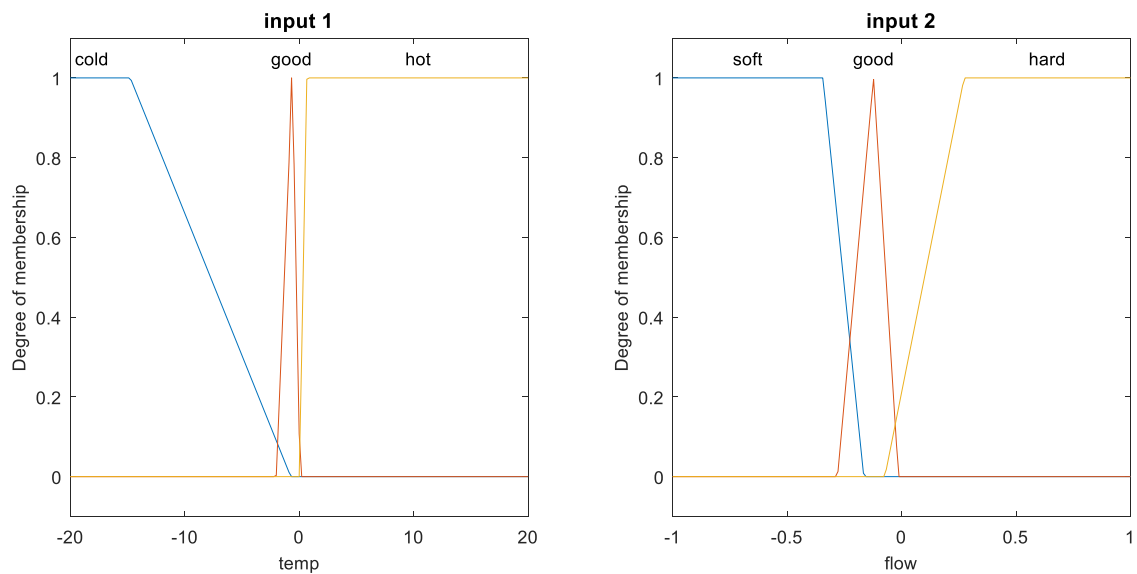


**Fig. 4.31** Salida de sistema Sugeno problema de temperatura solo entrada optimizada

## 4. Resultados



**Fig. 4.32** Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de temperatura solo entrada optimizada



**Fig. 4.33** Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de temperatura solo entrada optimizada

Al igual que la optimización de los sistemas difusos con solo entrada, en los sistemas donde se optimizo la entrada y salida también uso el error cuadrático medio RMSE en ambos casos para comparar, superando a la mitad de los algoritmos comparados, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A16 se tienen los experimentos para la optimización de solo entrada y en la Tabla 4.39-Tabla 4.40 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.34-Fig. 4.38 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

#### 4. Resultados

Tabla 4.39 Comparativa de RMSE para problema de temperatura entrada y salida optimizadas parte 1

Algoritmo	MVO			GWO			GSA		
Sistema	Sistema Base	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	1.66E+00	7.30E-01	6.07E-02	<b>5.89E-01</b>	5.42E-02	9.49	1.01E+00	1.11E-01	<b>-11.90</b>
Sugeno	1.74E+00	3.40E-01	1.23E-01	<b>1.87E-01</b>	<b>4.37E-02</b>	6.42	5.15E-01	1.91E-01	<b>-4.20</b>

Tabla 4.40 Comparativa de RMSE para problema de temperatura entrada y salida optimizadas parte 2

Algoritmo	MVO		PSO			GA		
Sistema	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	7.30E-01	6.07E-02	6.56E-01	<b>3.71E-02</b>	5.72	8.67E-01	6.21E-02	<b>-8.62</b>
Sugeno	3.40E-01	1.23E-01	2.33E-01	8.23E-02	3.97	5.72E-01	9.76E-02	<b>-8.07</b>

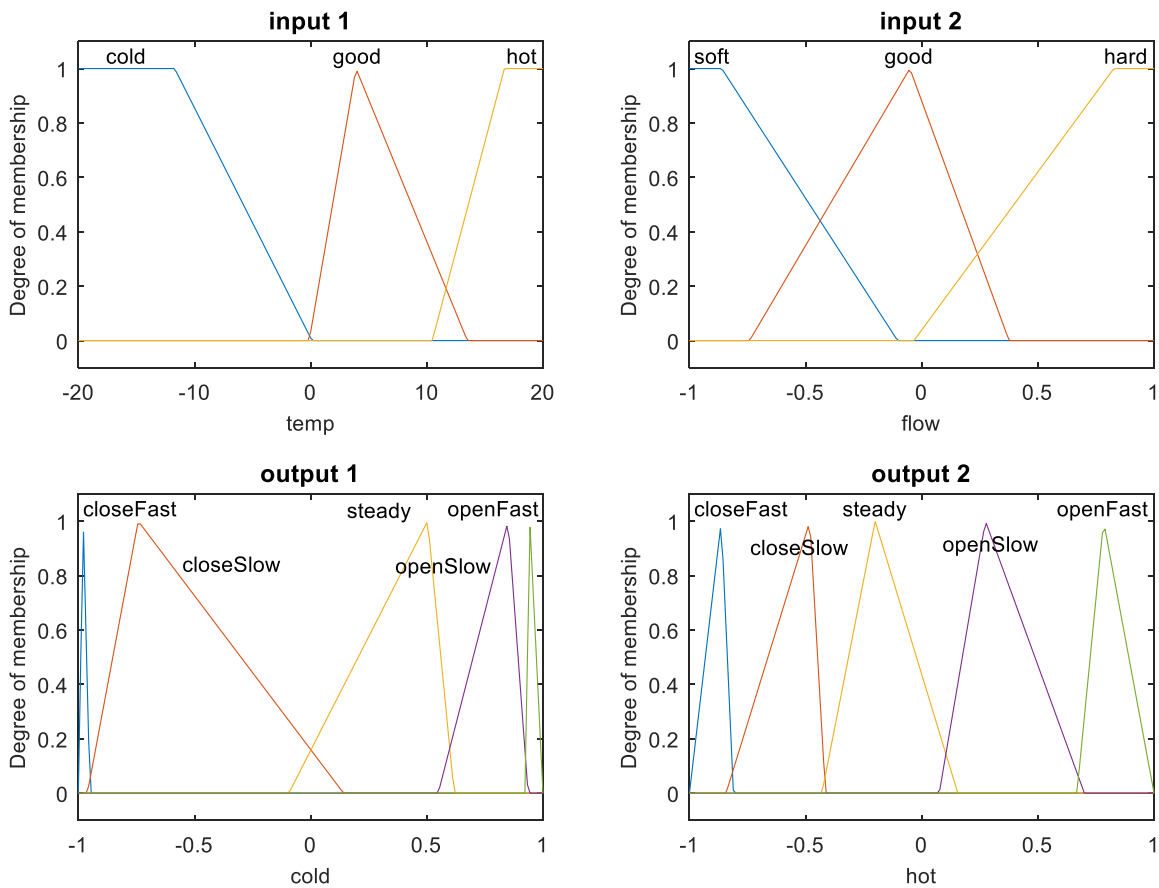


Fig. 4.34 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de temperatura entrada y salida optimizadas

#### 4. Resultados

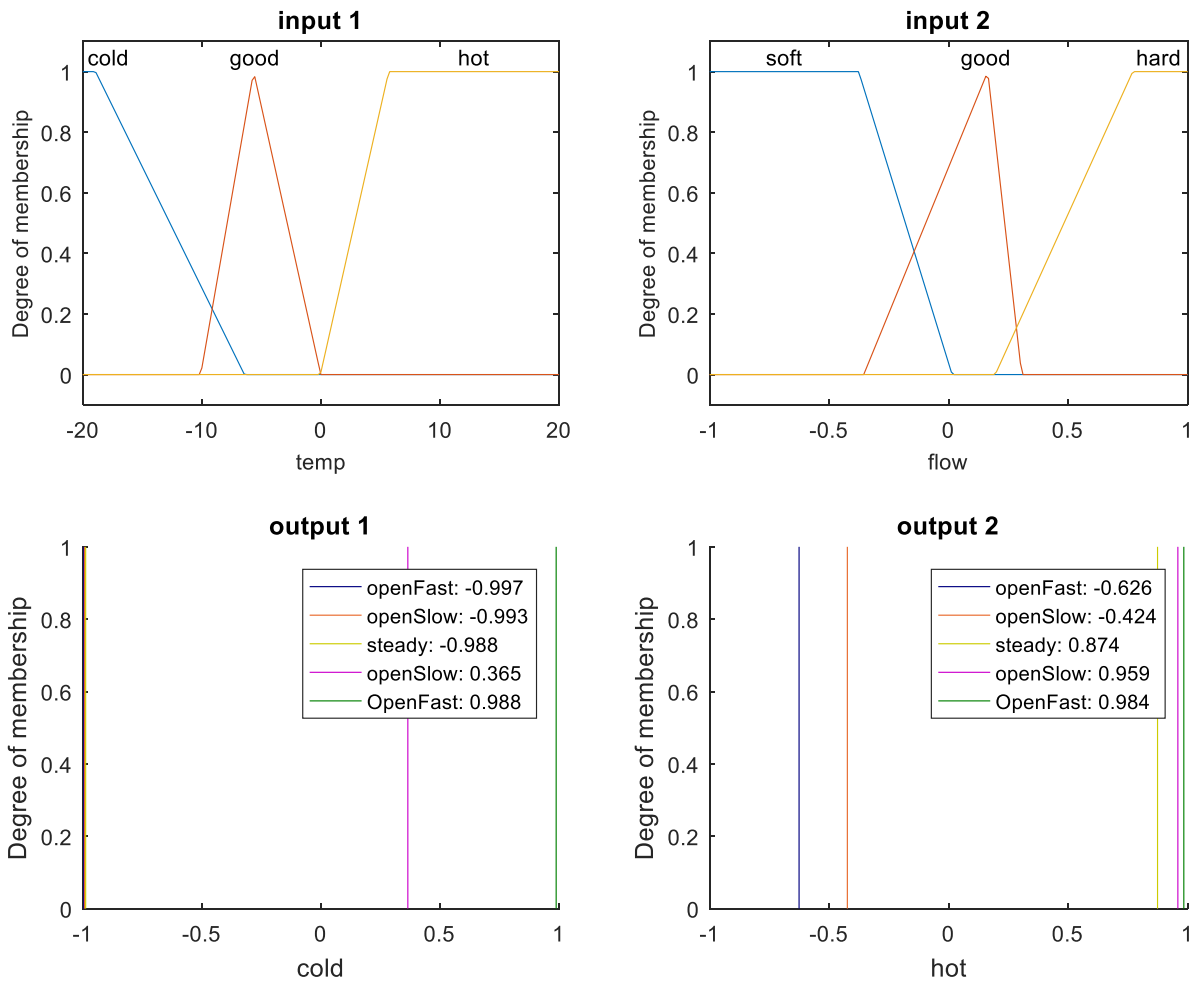


Fig. 4.35 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de temperatura entrada y salida optimizadas

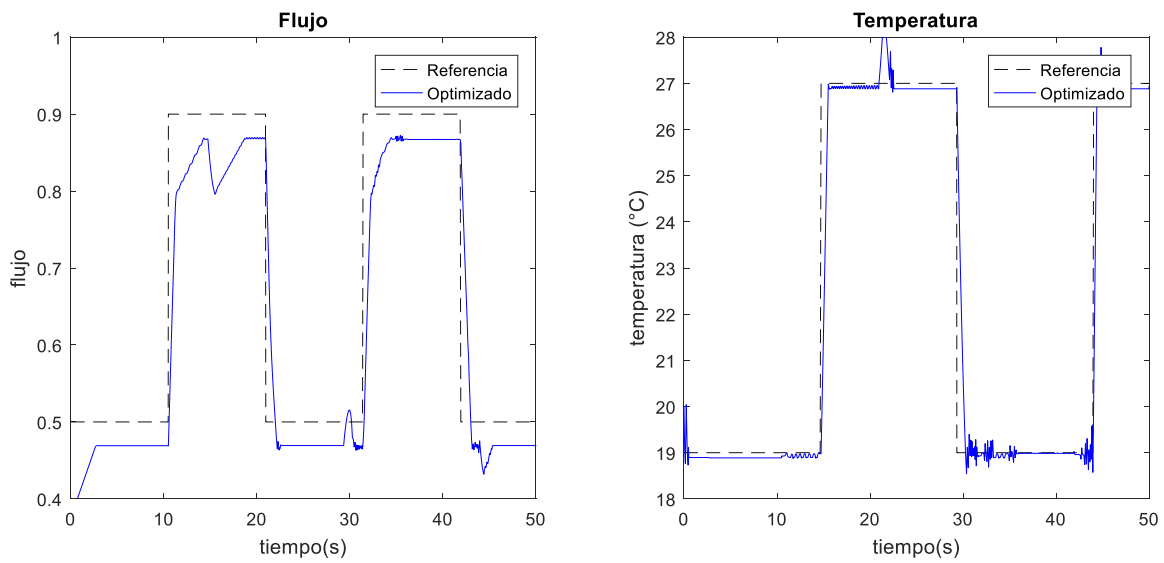


Fig. 4.36 Salida de sistema Mamdani problema de temperatura entrada y salida optimizadas



## 4. Resultados

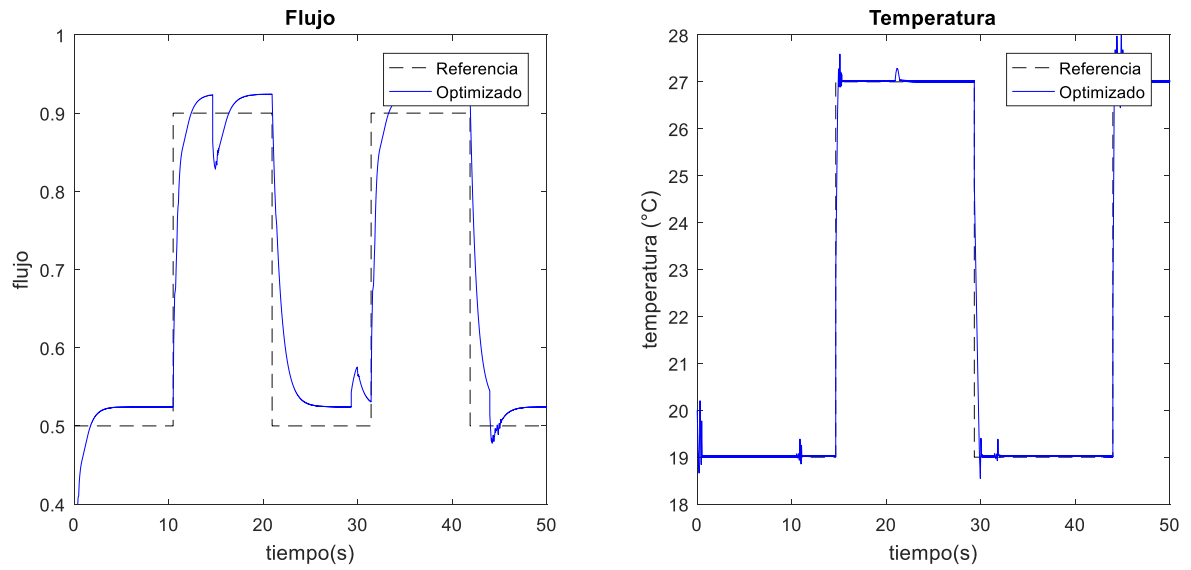


Fig. 4.37 Salida de sistema Sugeno problema de temperatura entrada y salida optimizadas

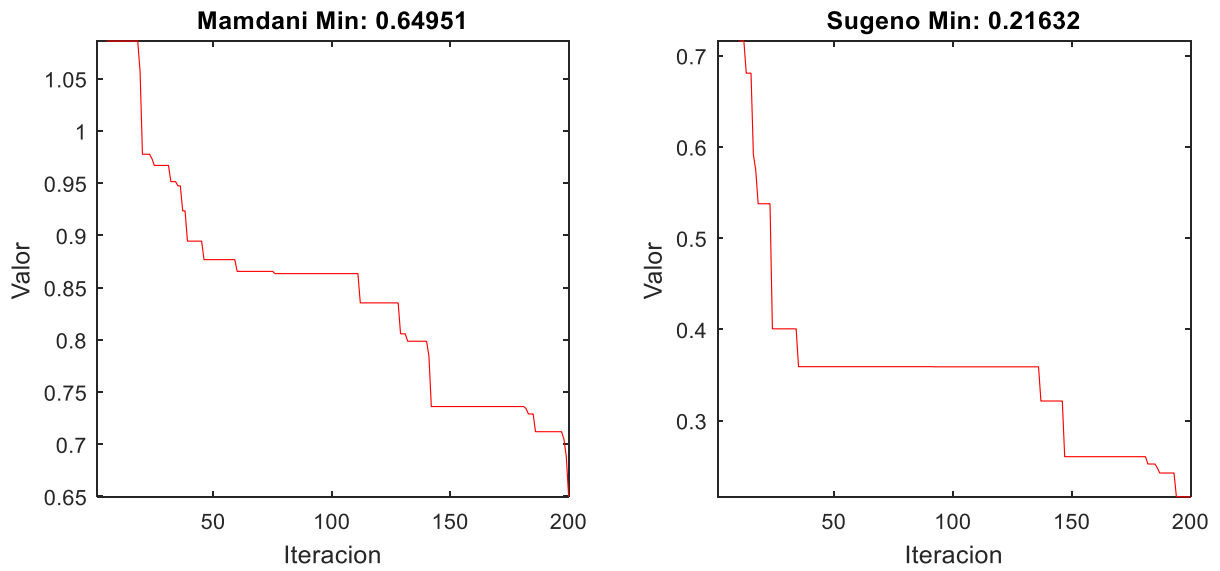


Fig. 4.38 Gráficas de convergencia problema de temperatura entrada y salida optimizadas

## 4. Resultados

Como se pudo apreciar en las tablas de ambos modelos, los resultados fueron aceptables para este tipo de problema de optimización de sistemas difusos tanto para entrada como para salida, donde el algoritmo MVO pudo superar a algunas de estas metaheurísticas en la optimización de entrada y salida del controlador difuso, con evidencia significativa de que el algoritmo se desempeña correctamente en este tipo de problema de control. Ahora bien, analizando los modelos propuestos para optimizar, los que obtuvieron mejores resultados fueron los modelos donde se optimizó la entrada y salida del sistema de inferencia difuso, ya que como se pudo apreciar en las salidas de Fig. 4.30 y Fig. 4.31, el flujo no tuvo un comportamiento correcto por falta de tiempo de prueba, lo que no permitió estabilizar el sistema correctamente; de igual manera, en los modelos donde se optimizó la entrada y salida, el modelo Sugeno logró mejores resultados en cuanto a promedio, pero el modelo Mamdani obtuvo una mejor desviación estándar de sus resultados, en general, ambos tuvieron buenos resultados comparando con otros algoritmos.

### ***4.5. Problema de péndulo invertido***

En el problema del péndulo invertido que se detalló en el capítulo anterior, se indica que el objetivo es mantener un péndulo sin caerse que se encuentra sobre un carrito en movimiento; para la optimización de este modelo se usaron 16 dimensiones en el algoritmo, esto para optimizar las entradas del sistema difuso tipo Sugeno, el cual tiene definidas las ecuaciones de salida del sistema difuso, lo que nos deja 16 valores la entrada del sistema de inferencia difuso que representa el ángulo del péndulo “Theta”, la velocidad angular “Ang. V”, la posición del carro “x” y la velocidad del carro “x V”, estos valores tendrán un rango de [-0.3, 0.3], [-1, 1], [-3, 3] y [-3, 3] respectivamente; cada una de las entradas usa 2 funciones de membresía de campana gaussiana con 2 parámetros del algoritmo cada una, dando el total de los 16 parámetros a optimizar, esto también es aplicable al modelo con funciones de membresía triangulares. Los parámetros para el algoritmo MVO se pueden observar en Tabla 4.43, de igual manera en Fig. 4.39 y Fig. 4.40 se puede observar de manera gráfica la distribución de los parámetros; finalmente, los parámetros para los algoritmos de la comparativa se muestran en Tabla 4.42. En el anexo A8 se encuentra la función de costo en Matlab.

#### 4. Resultados

**Tabla 4.41 Parámetros de algoritmo MVO para problema de péndulo invertido**

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
Universos	50
Dimensiones	16
Máximo de iteraciones	200
WEP Max	1
WEP Min	0.2
TDR p	0.6
Experimentos	30

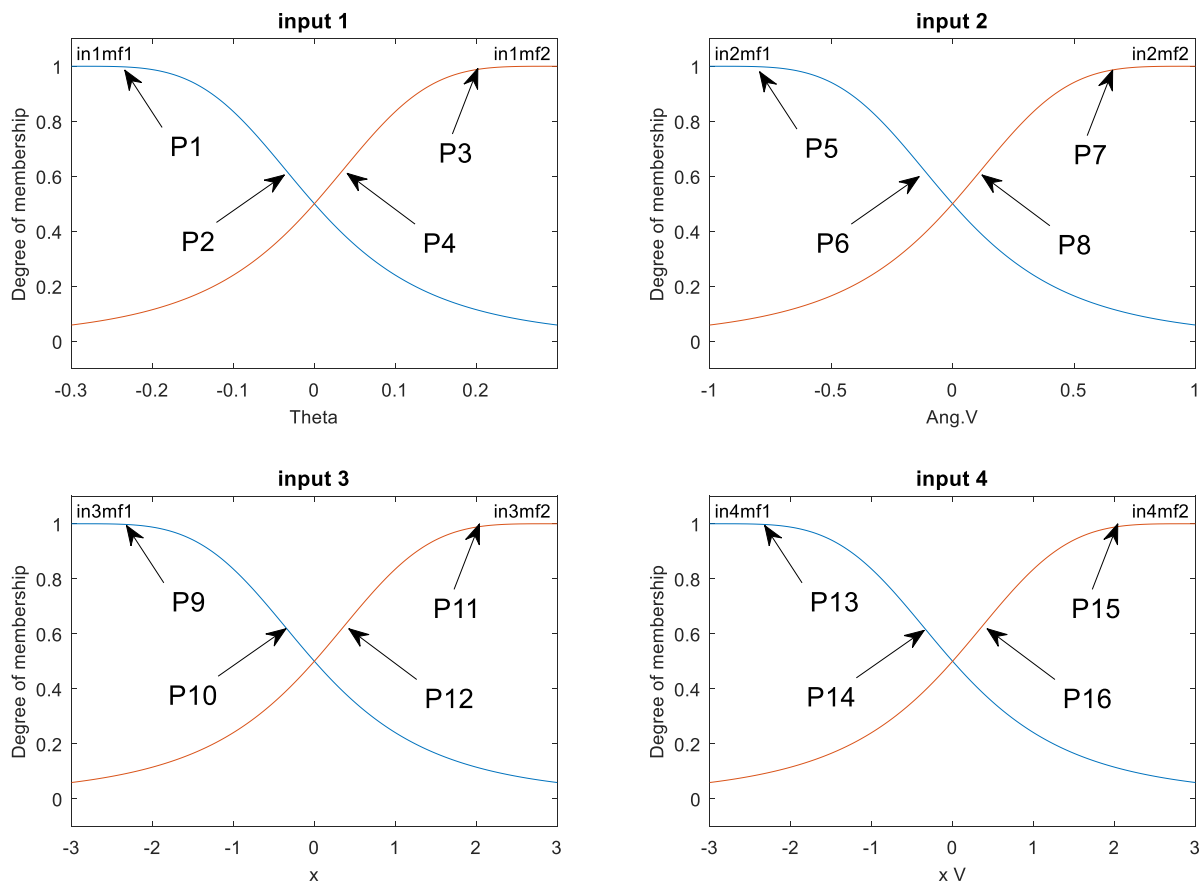
**Tabla 4.42 Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de péndulo invertido**

<i>Parámetro</i>	<i>GWO</i>	<i>GSA</i>	<i>PSO gbest</i>	<i>GA continous</i>
Soluciones	50	50	50	50
Máximo de iteraciones	200	200	200	200
Rnorm	-	2	-	-
Rpower	-	1	-	-
Revisión elitista	-	1	-	-
wMax	-	-	0.9	-
wMin	-	-	0.2	-
C1	-	-	2	-
C2	-	-	2	-
Mutación	-	-	-	0.2
Selección	-	-	-	0.5

#### 4. Resultados

**Tabla 4.43 Distribución de parámetros de MVO para entradas de péndulo invertido**

<i>Entrada 1 Theta</i>					
<b>Universo</b>	P1	P2	P3	P4	
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf1_p2	mf2_p1	mf2_p2	
<i>Entrada 2 Ang. V</i>					
<b>Universo</b>	P5	P6	P7	P8	
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf1_p2	mf2_p1	mf2_p2	
<i>Entrada 3 x</i>					
<b>Universo</b>	P9	P10	P11	P12	P9
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf1_p2	mf2_p1	mf2_p2	mf1_p1
<i>Entrada 4 x V</i>					
<b>Universo</b>	P13	P14	P15	P16	P13
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf1_p2	mf2_p1	mf2_p2	mf1_p1



**Fig. 4.39 Distribución de parámetros de entrada MVO péndulo invertido MF Campana Gaussiana**

## 4. Resultados

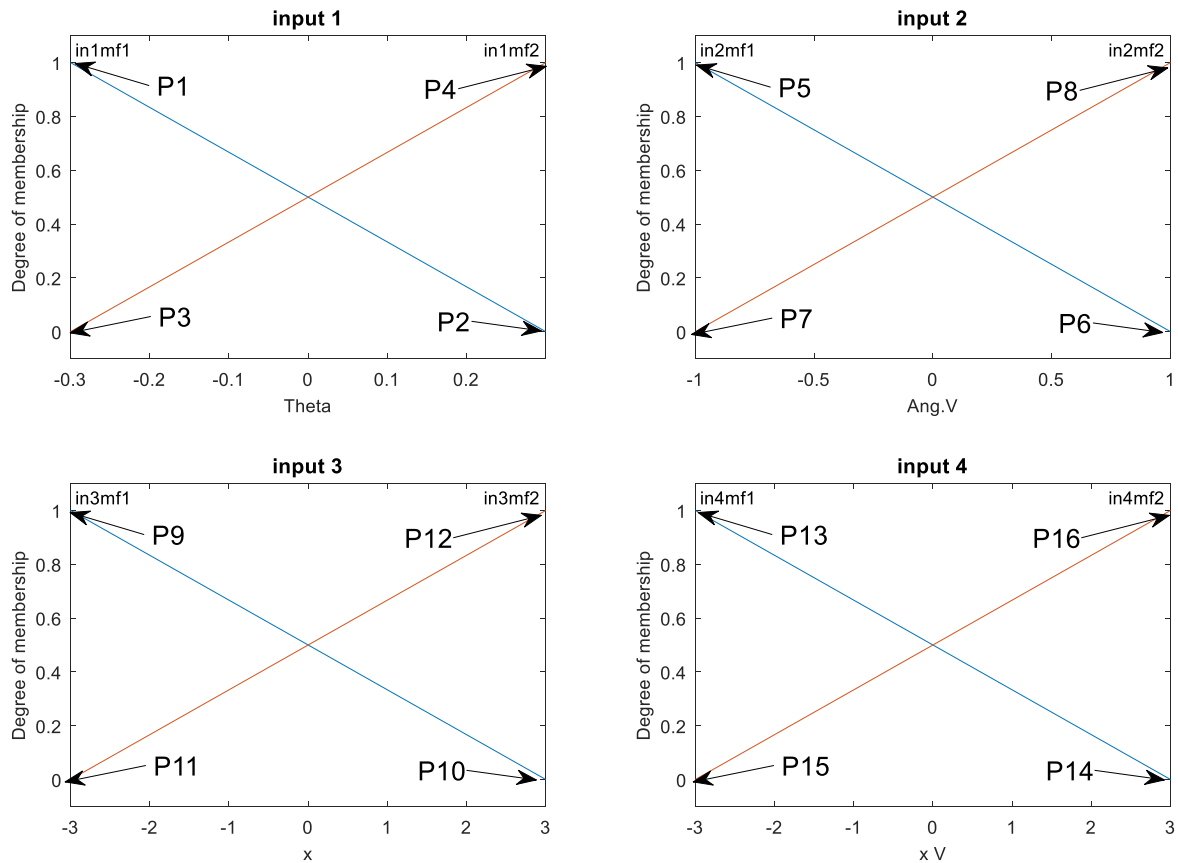


Fig. 4.40 Distribución de parámetros de entrada MVO péndulo invertido MF triangulares

Utilizando los parámetros mencionados se logró optimizar el sistema difuso que se usó como base para las dos propuestas con distintas funciones de membresía, logrando levemente mejores resultados en el modelo con funciones de membresía triangulares. La forma que comparamos fue con la raíz del error cuadrático medio RMSE en ambos casos, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A17 se tienen los experimentos para la optimización de solo entrada y en Tabla 4.44 y Tabla 4.45 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.41 y Fig. 4.43 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

## 4. Resultados

Tabla 4.44 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana parte 1

Algoritmo	MVO			GWO			GSA		
Sistema	Sistema Base	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Sugeno	1.29E+00	1.27E+00	5.51E-04	1.27E+00	2.00E-05	1.79	1.27E+00	9.32E-04	-6.34

Tabla 4.45 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana parte 2

Algoritmo	MVO			PSO			GA		
Sistema	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	
Sugeno	1.27E+00	5.51E-04	1.27E+00	9.27E-04	-3.82	1.27E+00	4.31E-06	1.76	

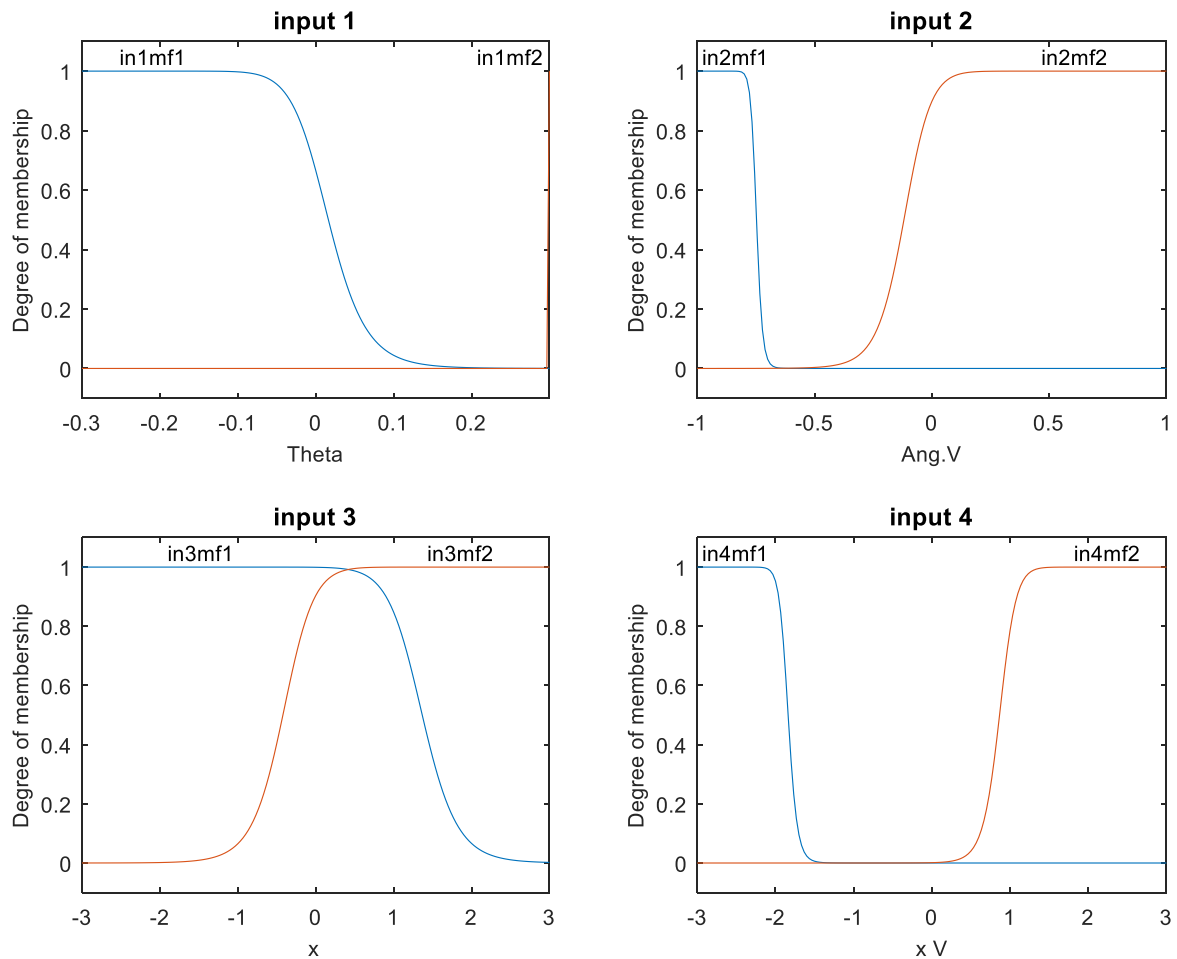


Fig. 4.41 Mejor sistema optimizado problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana

## 4. Resultados

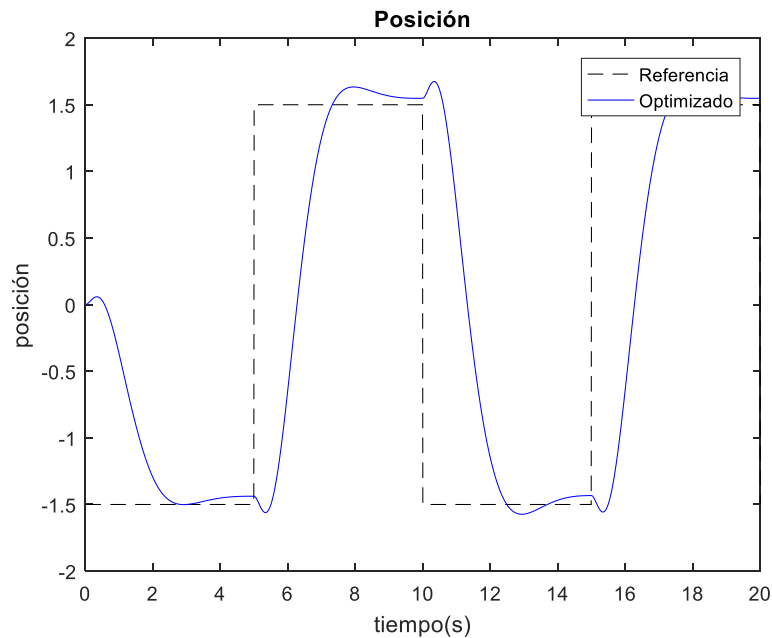


Fig. 4.42 Salida de sistema problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana

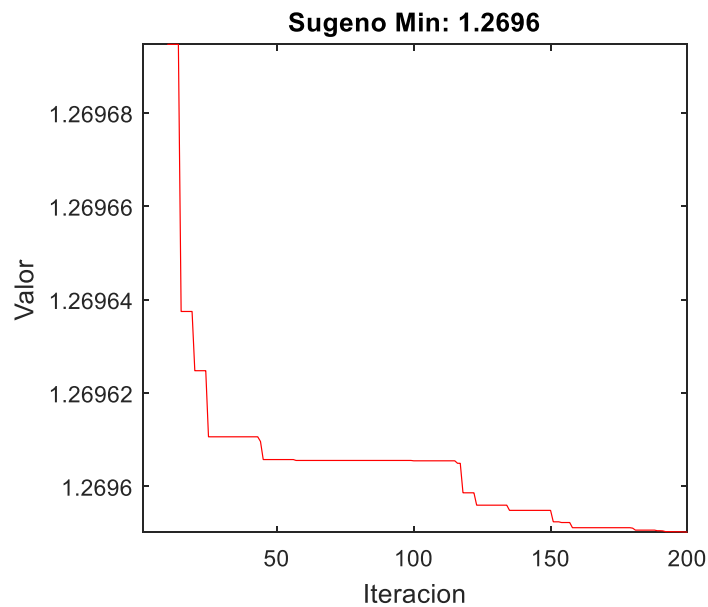


Fig. 4.43 Gráfica de convergencia problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana

Al igual que la optimización del sistema difuso con funciones de membresía campana gaussiana, en el sistema con funciones de membresía triangulares se usó la raíz del error cuadrático medio RMSE en ambos casos para comparar, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A17 se tienen los experimentos para la optimización de solo entrada y en Tabla 4.46 y Tabla 4.47 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando

#### 4. Resultados

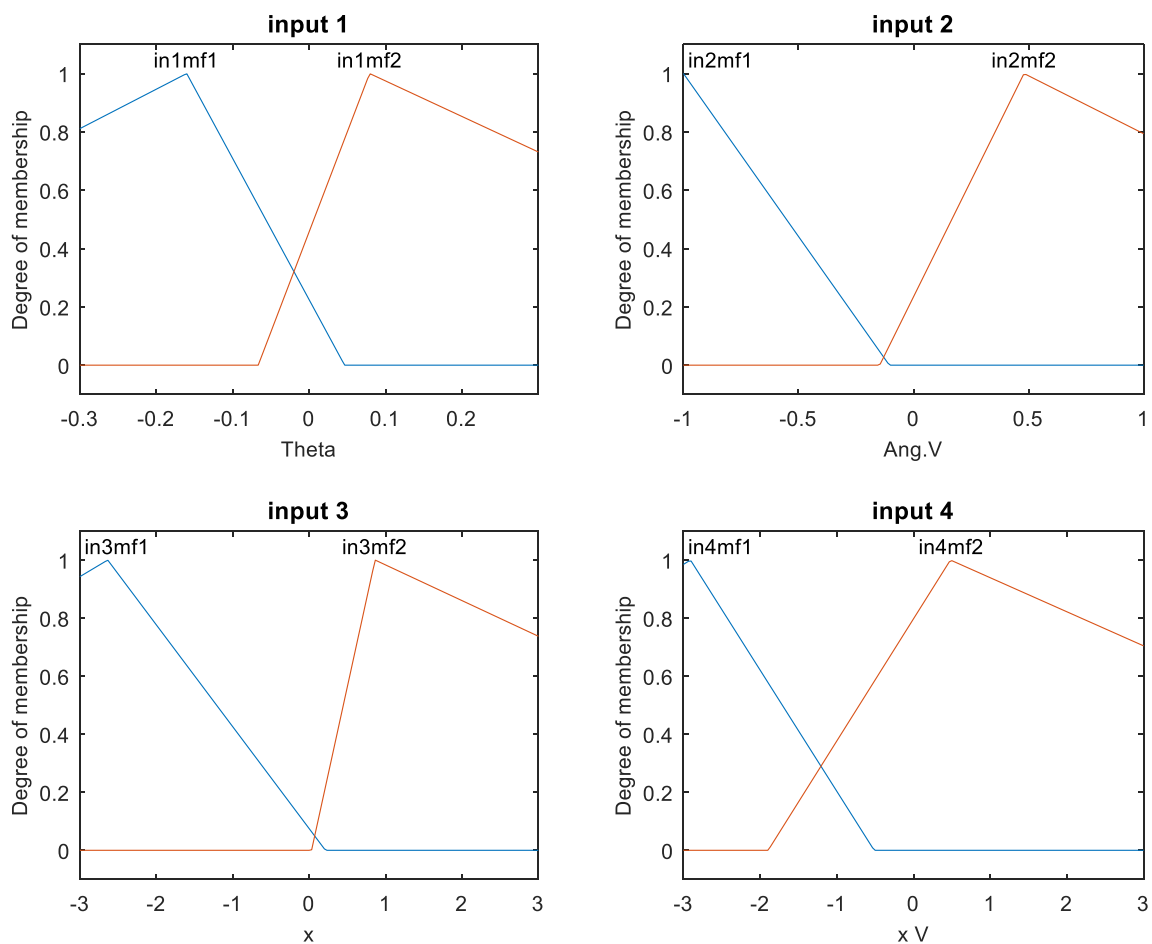
los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.44-Fig. 4.46 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

**Tabla 4.46 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Triangular parte 1**

Algoritmo	MVO			GWO			GSA		
Sistema	Sistema Base	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Sugeno	1.29E+00	1.25E+00	6.92E-03	<b>1.24E+00</b>	7.06E-03	<b>5.60</b>	1.27E+00	9.02E-03	<b>-7.55</b>

**Tabla 4.47 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Triangular parte 2**

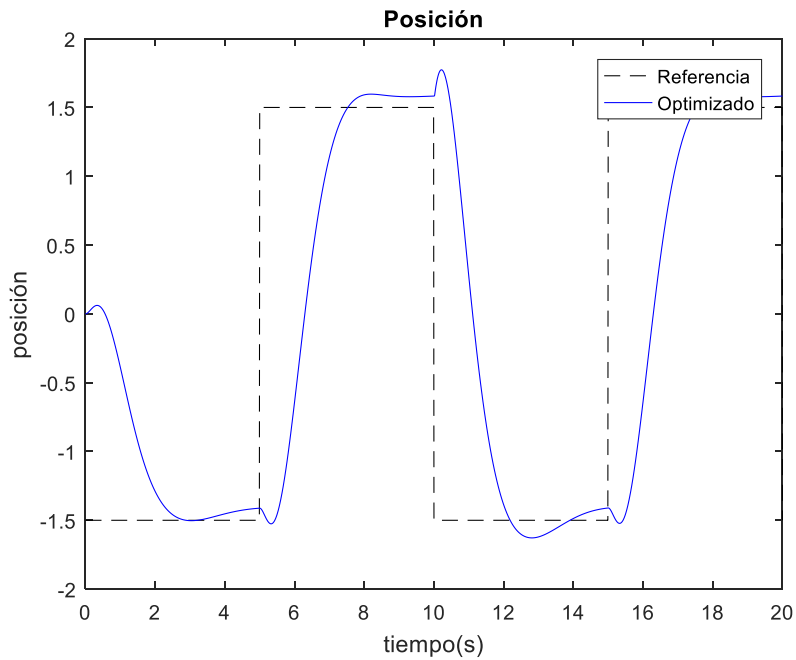
Algoritmo	MVO		PSO		GA			
Sistema	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Sugeno	1.25E+00	6.92E-03	1.24E+00	7.48E-03	<b>4.19</b>	1.25E+00	<b>6.58E-03</b>	<b>2.22</b>



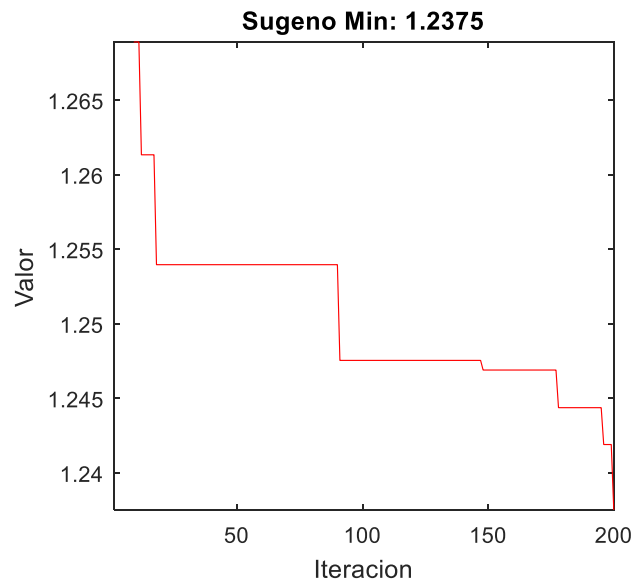
**Fig. 4.44 Mejor sistema optimizado problema de péndulo invertido MF Triangular**



## 4. Resultados



**Fig. 4.45 Mejor sistema optimizado problema de péndulo invertido MF Triangular**



**Fig. 4.46 Gráfica de convergencia problema de péndulo invertido MF Triangular**

Como se pudo apreciar en las tablas de ambos modelos, los resultados fueron buenos para este tipo de problema de optimización de sistemas difusos tanto en el modelo con funciones de membresía campana gaussiana como en el que uso funciones de membresía triangulares, donde

## 4. Resultados

el algoritmo MVO superó a algunos de los algoritmos en las pruebas estadísticas, pero en el caso de las funciones de membresía triangulares solo pudo superar a GSA, se obtuvo evidencia significativa de que el algoritmo es bueno también para este tipo de problema de control.

### ***4.6. Problema de robot móvil de tracción diferencial***

En el problema de control de robot móvil de tracción diferencial o robot móvil uni-ciclo que se detalló en el capítulo anterior, se indica que el objetivo es seguir una ruta trazada por el robot brindando una fuerza a las dos ruedas para controlar su trayectoria; para la optimización de este modelo se usaron 24 y 32 dimensiones en el algoritmo, esto para optimizar los modelos Mamdani y Sugeno propuestos, lo que nos deja 18 valores para las entradas del sistema de inferencia difuso que representan los errores “ev” y “ew” y en el caso de la salida, depende si es modelo Mamdani o Sugeno, donde solo se optimizan los torques “T1” y “T2” con 14 o 6 valores, estos valores tendrán un rango de [-1, 1] donde se ajustan los valores entre las funciones de membresía triangulares y trapezoidales garantizando un traslape, así como en la salida del modelo Mamdani, pero en el modelo Sugeno se usan 5 funciones singletons, haciendo que el sistema sea de orden cero por el uso de constantes. Los parámetros para el algoritmo MVO se pueden observar en Tabla 4.48 y la asignación de los parámetros en las funciones de membresía están en Tabla 4.50, de igual manera en Fig. 4.47-Fig. 4.49 se puede observar de manera gráfica la distribución de los parámetros; finalmente, los parámetros para los algoritmos de la comparativa se muestran en Tabla 4.49. En el anexo A9 se encuentra la función de costo en Matlab.

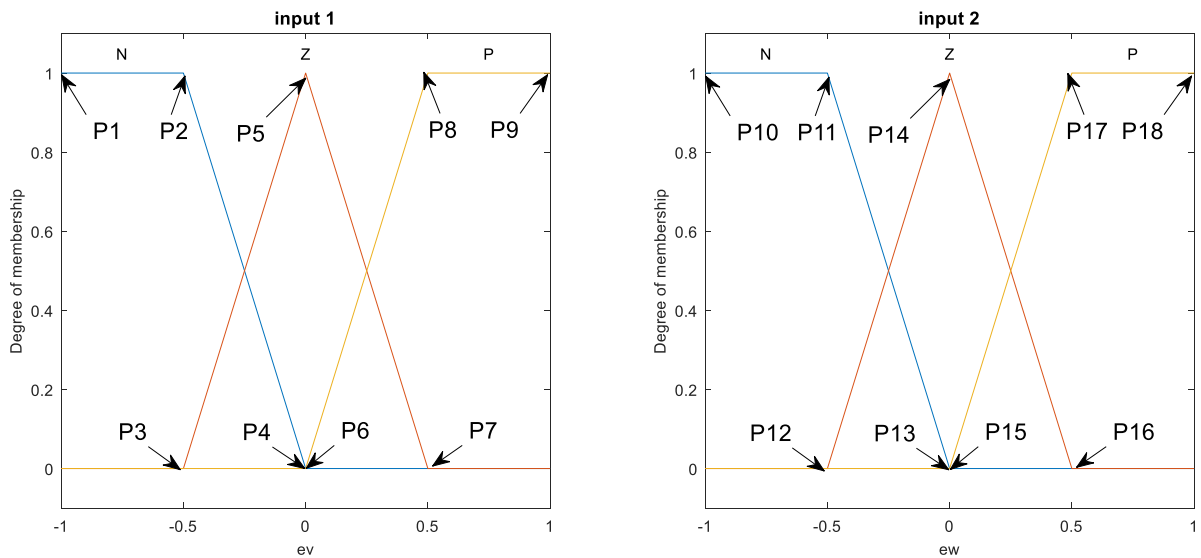
**Tabla 4.48 Parámetros de algoritmo MVO para problema de robot**

<i>Parámetro</i>	<i>Valor</i>
Universos	50
Dimensiones	24, 32
Máximo de iteraciones	200
WEP Max	1
WEP Min	0.2
TDR p	0.6
Experimentos	30

#### 4. Resultados

**Tabla 4.49** Parámetros de algoritmos de comparativa para problema de robot

<i>Parámetro</i>	<i>GWO</i>	<i>GSA</i>	<i>PSO gbest</i>	<i>GA continuous</i>
Soluciones	50	50	50	50
Máximo de iteraciones	200	200	200	200
Rnorm	-	2	-	-
Rpower	-	1	-	-
Revisión elitista	-	1	-	-
wMax	-	-	0.9	-
wMin	-	-	0.2	-
C1	-	-	2	-
C2	-	-	2	-
Mutación	-	-	-	0.2
Selección	-	-	-	0.5



**Fig. 4.47** Distribución de parámetros de entrada MVO para robot

#### 4. Resultados

**Tabla 4.50 Distribución de parámetros de MVO para problema de robot**

<i>Entrada 1 Mamdani/Sugeno ev</i>							
<b>Universo</b>	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf1_p3	mf2_p1	mf1_p4	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3
<b>Universo</b>	P8	P9					
<b>mf Param</b>	mf3_p2	mf3_p3					
<i>Entrada 2 Mamdani/Sugeno ew</i>							
<b>Universo</b>	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf1_p3	mf2_p1	mf1_p4	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3
<b>Universo</b>	P17	P18					
<b>mf Param</b>	mf3_p2	mf3_p3					
<i>Salida 1 Mamdani T1</i>							
<b>Universo</b>	P19	P20	P21	P22	P23	P24	P25
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf2_p1	mf1_p3	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<i>Salida 2 Mamdani T2</i>							
<b>Universo</b>	P26	P27	P28	P29	P30	P31	P32
<b>mf Param</b>	mf1_p2	mf2_p1	mf1_p3	mf2_p2	mf3_p1	mf2_p3	mf3_p2
<i>Salida 1 Sugeno T1</i>							
<b>Universo</b>	P19	P20	P21				
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf2_p2	mf3_p3				
<i>Salida 2 Sugeno T2</i>							
<b>Universo</b>	P22	P23	P24				
<b>mf Param</b>	mf1_p1	mf2_p2	mf3_p3				

## 4. Resultados

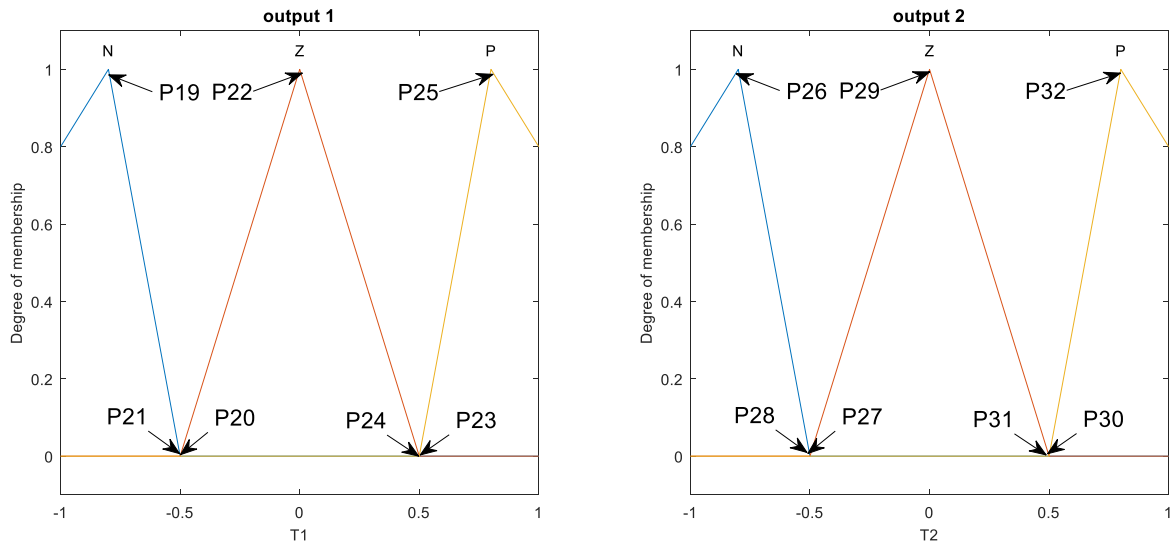


Fig. 4.48 Distribución de parámetros de salida MVO modelo Mamdani para robot

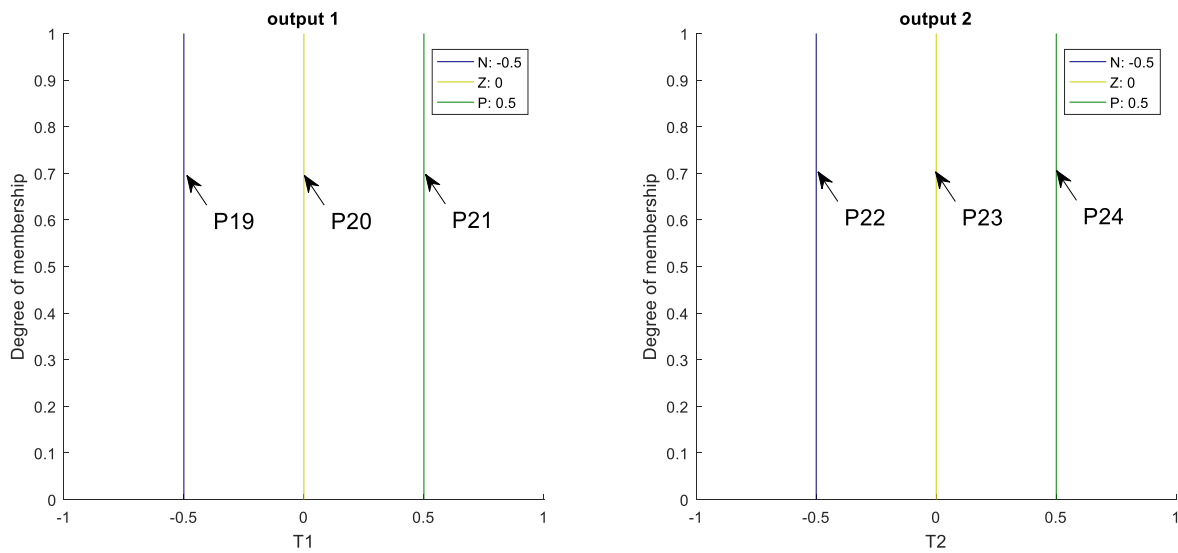


Fig. 4.49 Distribución de parámetros de salida de MVO modelo Sugeno para robot

#### 4. Resultados

Utilizando los parámetros mencionados se logró optimizar el sistema difuso de ambos sistemas Mamdani y Sugeno a partir del modelo base. La forma que comparamos fue con el error cuadrático medio MSE en ambos casos, ya que es más común esta medida para el problema según los estudios de otros investigadores del posgrado, utilizado en la función de costo minimizando este valor, en el anexo A18 se tienen los experimentos para la optimización de solo entrada y en la Tabla 4.51-Tabla 4.53 tenemos el promedio de estas 30 pruebas comparando los algoritmos mencionados anteriormente, también en Fig. 4.50-Fig. 4.54 tenemos el mejor experimento para ambos casos, así como la curva de convergencia para ambos.

**Tabla 4.51 Comparativa de MSE para problema de robot parte 1**

Algoritmo		MVO			GWO			GSA		
Sistema	Sistema Base	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	
<b>Mamdani</b>	1.39E+02	2.84E-04	3.61E-04	<b>1.02E-05</b>	<b>3.98E-05</b>	<b>4.13</b>	2.73E-04	1.30E-03	<b>0.04</b>	
<b>Sugeno</b>	2.00E+02	2.50E-04	3.52E-04	4.95E-05	<b>2.59E-04</b>	<b>2.51</b>	8.93E-02	4.53E-01	<b>-1.08</b>	

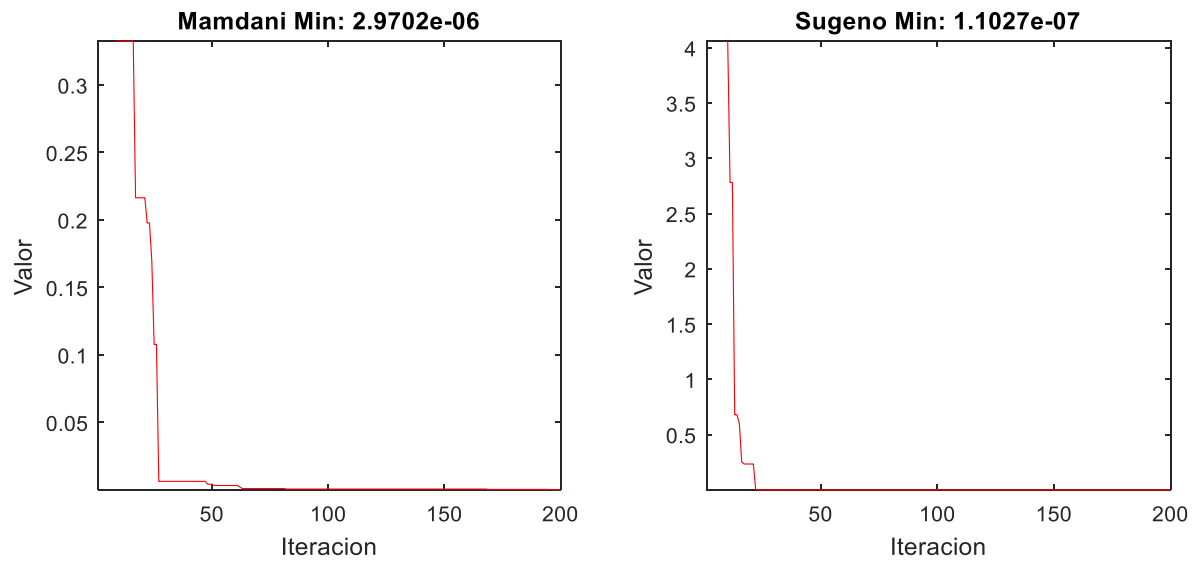
**Tabla 4.52 Comparativa de MSE para problema de robot parte 2**

Algoritmo		MVO			PSO			GA		
Sistema	Sistema Base	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	
<b>Mamdani</b>	1.39E+02	2.84E-04	3.61E-04	7.36E-05	1.09E-04	<b>3.05</b>	2.79E-03	3.46E-03	<b>-3.94</b>	
<b>Sugeno</b>	2.00E+02	2.50E-04	3.52E-04	2.46E-04	6.00E-04	<b>0.03</b>	1.02E-02	1.35E-02	<b>-4.02</b>	

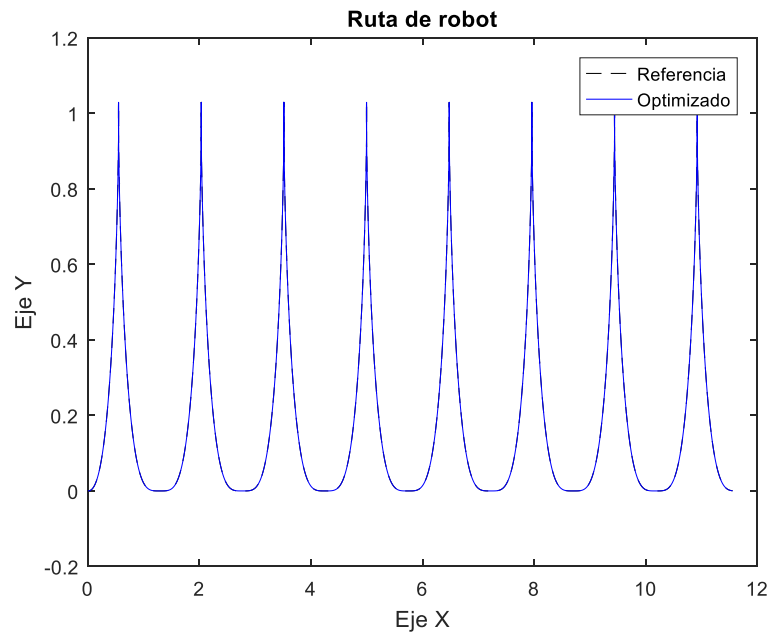
**Tabla 4.53 Comparativa de MSE para problema de robot parte 3**

Algoritmo		MVO		FA[45]			GA[78]		
Sistema	Promedio	D.E.	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	
<b>Mamdani</b>	2.84E-04	3.61E-04	4.00E-03	4.00E-03	<b>-5.07</b>	4.39E-01	5.00E-02	<b>-48.06</b>	
<b>Sugeno</b>	2.50E-04	3.52E-04	-	-	-	-	-	-	

## 4. Resultados



**Fig. 4.50** Gráficas de convergencia problema de robot



**Fig. 4.51** Salida sistema Mamdani problema de robot

## 4. Resultados

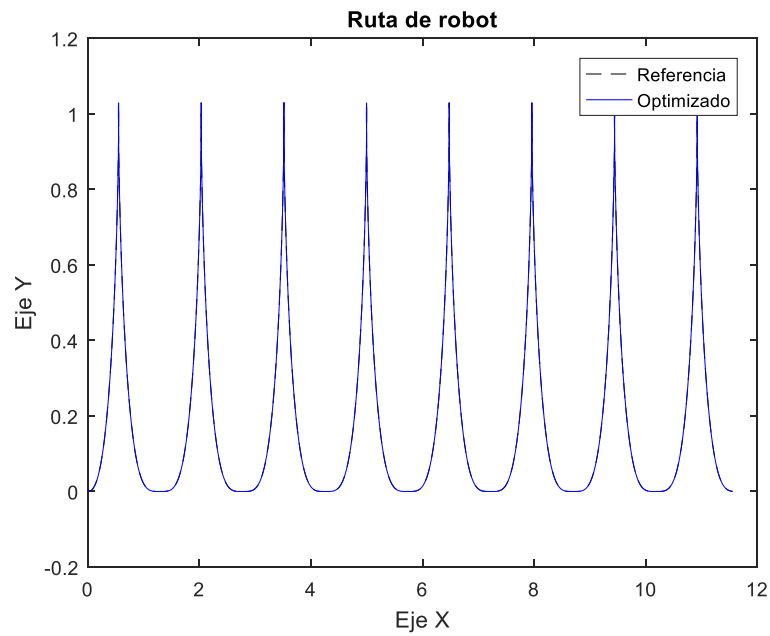


Fig. 4.52 Salida sistema Sugeno problema de robot

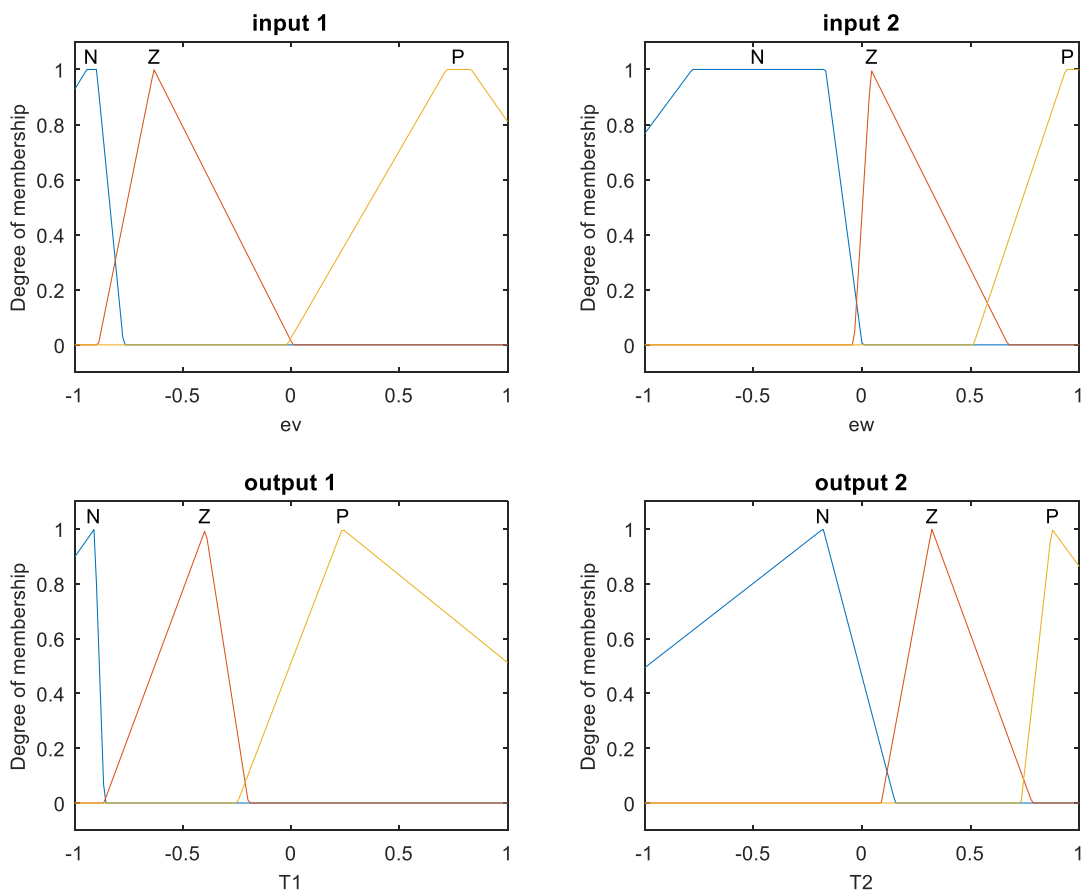


Fig. 4.53 Mejor sistema optimizado tipo Mamdani problema de robot



## 4. Resultados

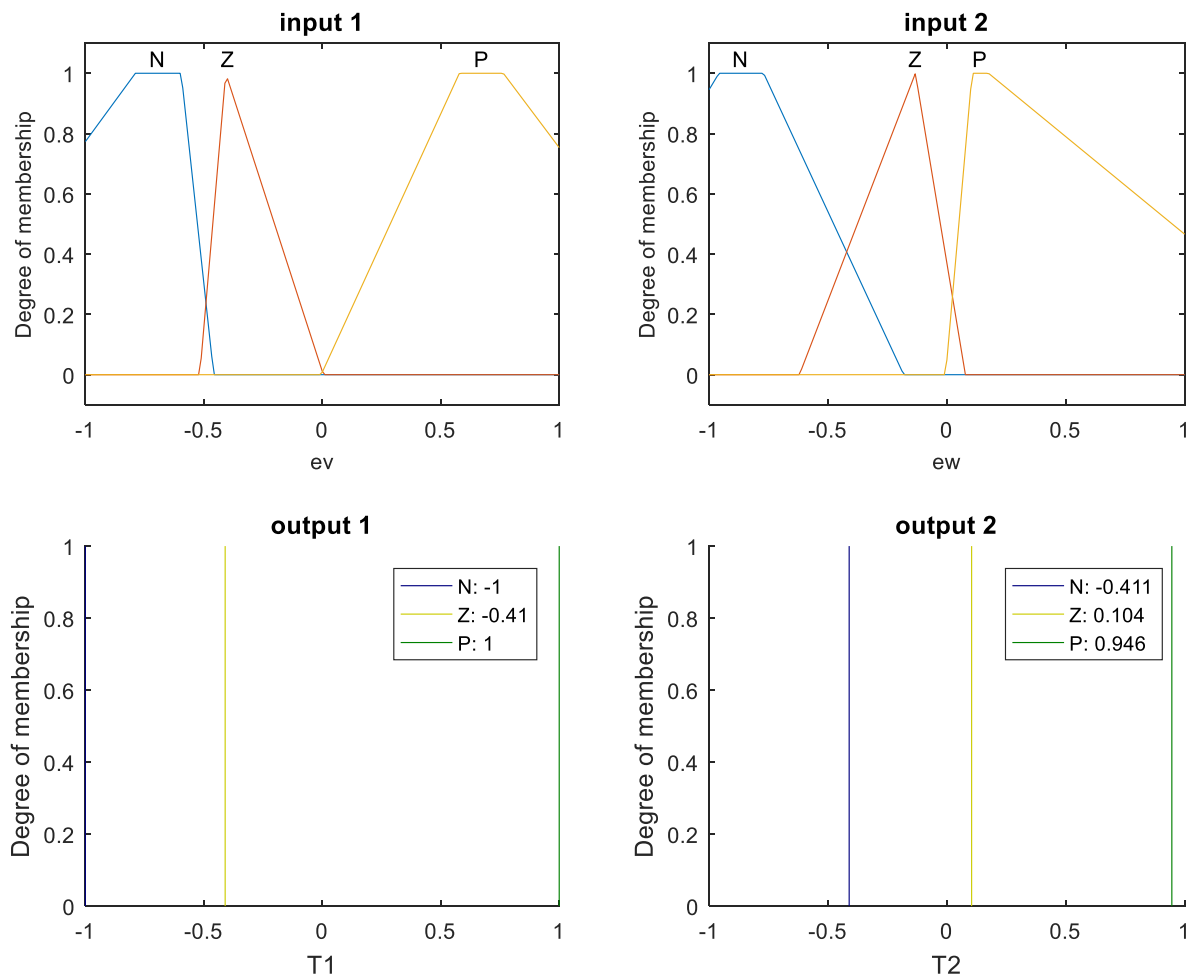


Fig. 4.54 Mejor sistema optimizado tipo Sugeno problema de robot

Como se pudo apreciar en las tablas de ambos modelos, los resultados fueron buenos para este tipo de problema de optimización de sistemas difusos, sobre todo con las comparativas que se hicieron de otros autores, donde el algoritmo MVO superó a algunos de los algoritmos en las pruebas estadísticas sin dificultades, con evidencia significativa de que el algoritmo es bueno también para este tipo de problema de control.

### 4.7. Fuzzy-MVO

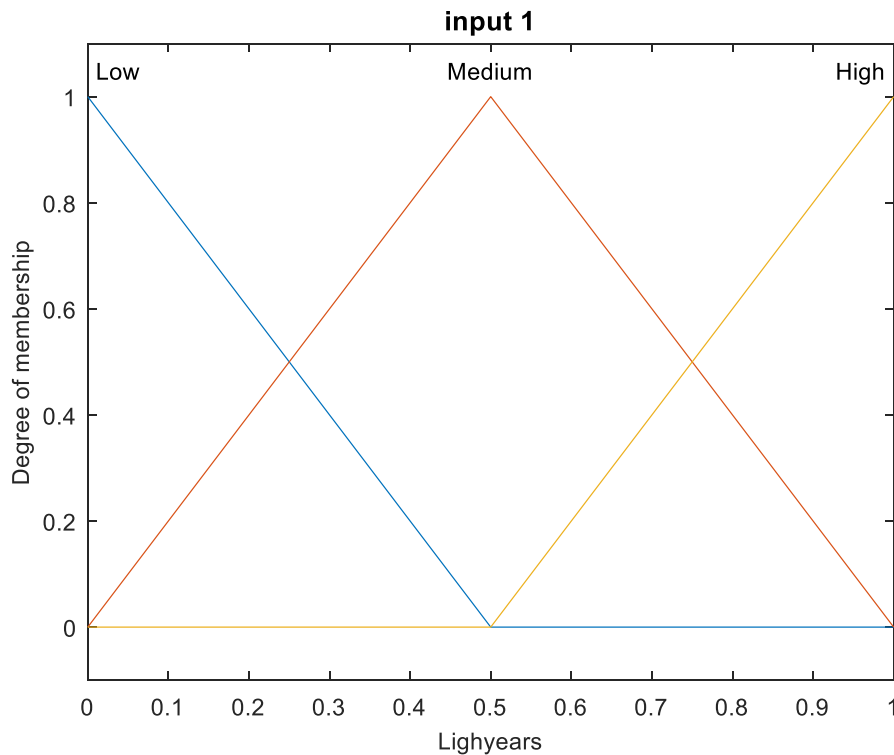
En este trabajo se propone una variación del algoritmo donde se hace una adaptación dinámica de algunos de los parámetros del algoritmo MVO, esto a través de la implementación de un sistema de inferencia difuso; estas adaptaciones de sistemas difusos para ajuste dinámico

#### 4. Resultados

de parámetros[71]–[73], [84], [85] sobre algoritmos de optimización son muy comunes para obtener mejores resultados de los algoritmos, usando lógica difusa tipo 1 y tipo 2.

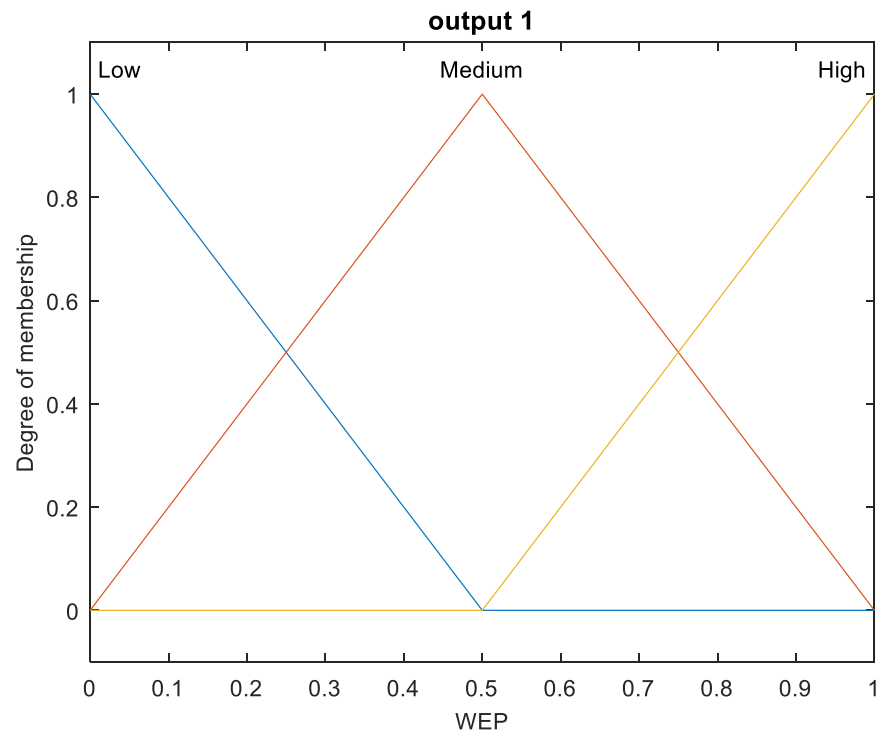
El sistema difuso implementado consta de una variable de entrada denominada *lighyears*, que representa las iteraciones del algoritmo, y está granulada con cuatro funciones de membresía triangulares. Para este caso, se desarrollaron tres modelos, donde dos de ellos solo ajustan el parámetro WEP y el tercero ajusta tanto WEP como TDR. En los anexos A10, A11 y A12 se encuentran los códigos en Matlab de la versión difusa de MVO.

Para TDR, los valores van desde [0, 1] en decremento, mientras que para WEP, va incrementándose sobre las iteraciones desde [0, 1]. En el caso de la salida en el sistema de inferencia difuso, tiene las dos salidas, que son TDR y WEP, cada salida se granula en dos funciones de pertenencia triangulares etiquetadas como Baja y Alta. La representación de la entrada, las salidas y la superficie de los tres modelos se puede observar en Fig. 4.55-Fig. 4.63, las reglas difusas de los tres modelos se muestran en Tabla 4.54-Tabla 4.56.

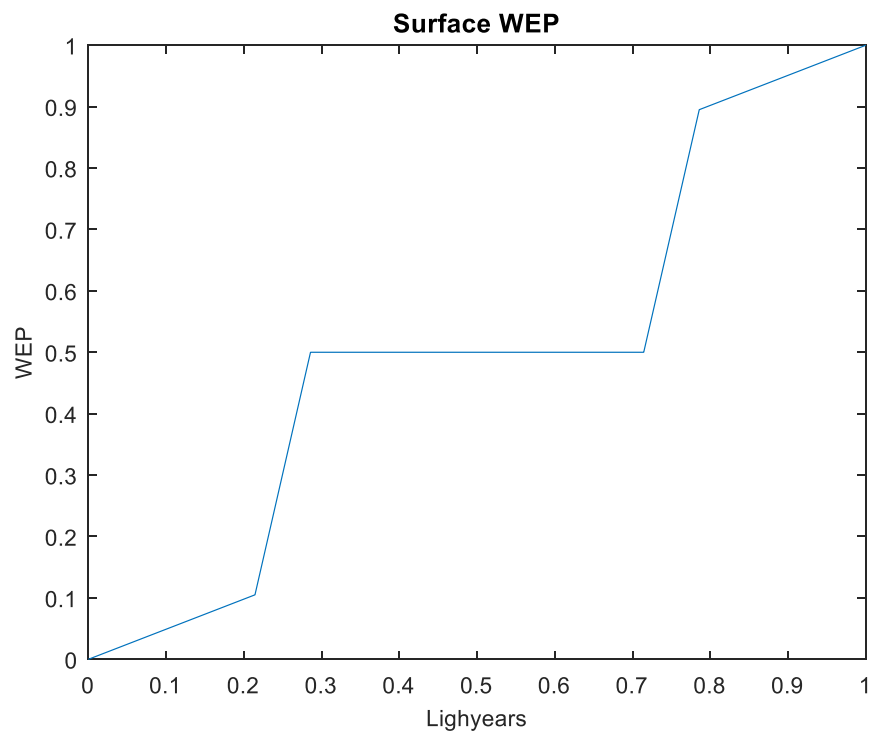


**Fig. 4.55** Entrada del sistema de inferencia difuso F-MVO 1

## 4. Resultados

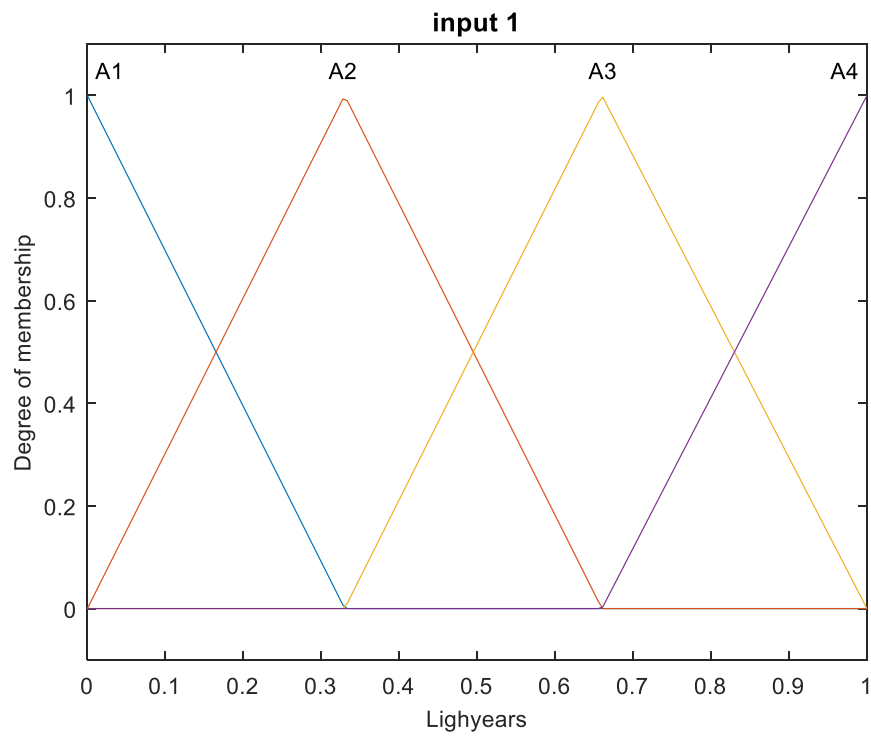


**Fig. 4.56** Salida del sistema de inferencia difuso F-MVO 1

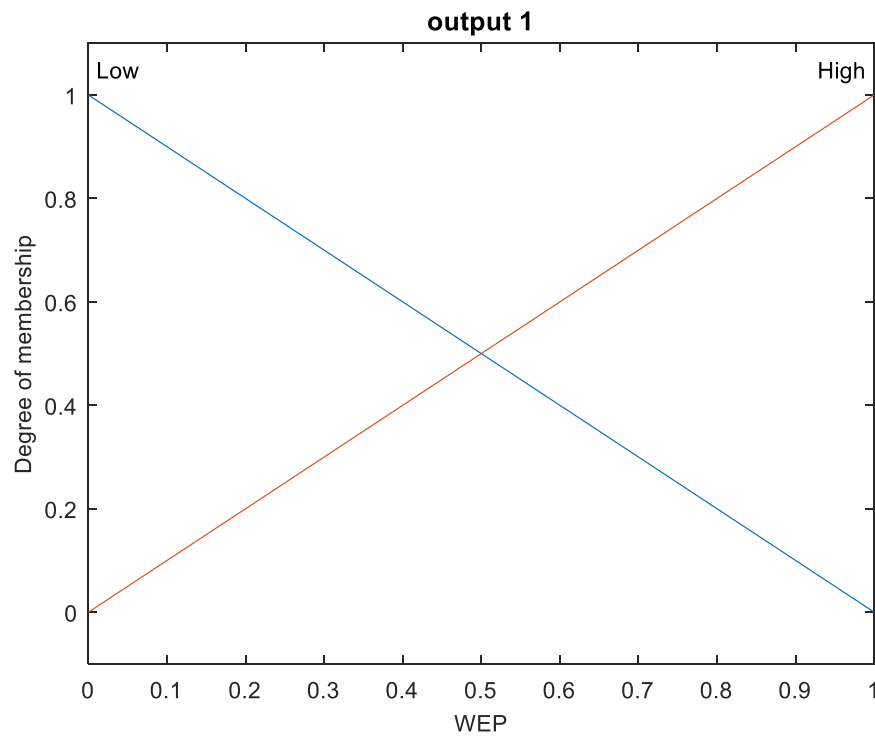


**Fig. 4.57** Superficie del sistema de inferencia difuso F-MVO 1

## 4. Resultados



**Fig. 4.58** Entrada del sistema de inferencia difuso F-MVO 2



**Fig. 4.59** Salida del sistema de inferencia difuso F-MVO 2

#### 4. Resultados

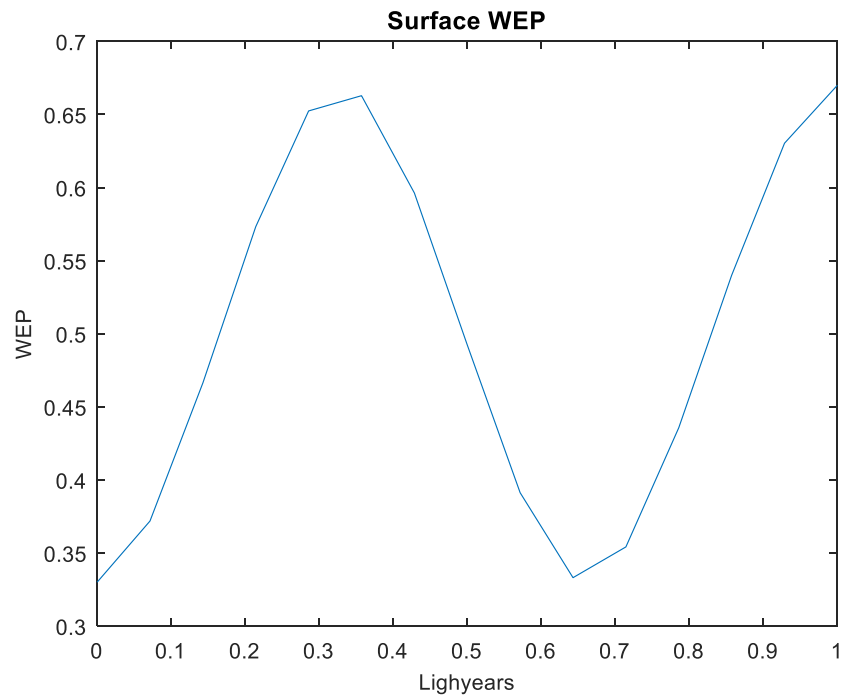


Fig. 4.60 Superficie del sistema de inferencia difuso F-MVO 2

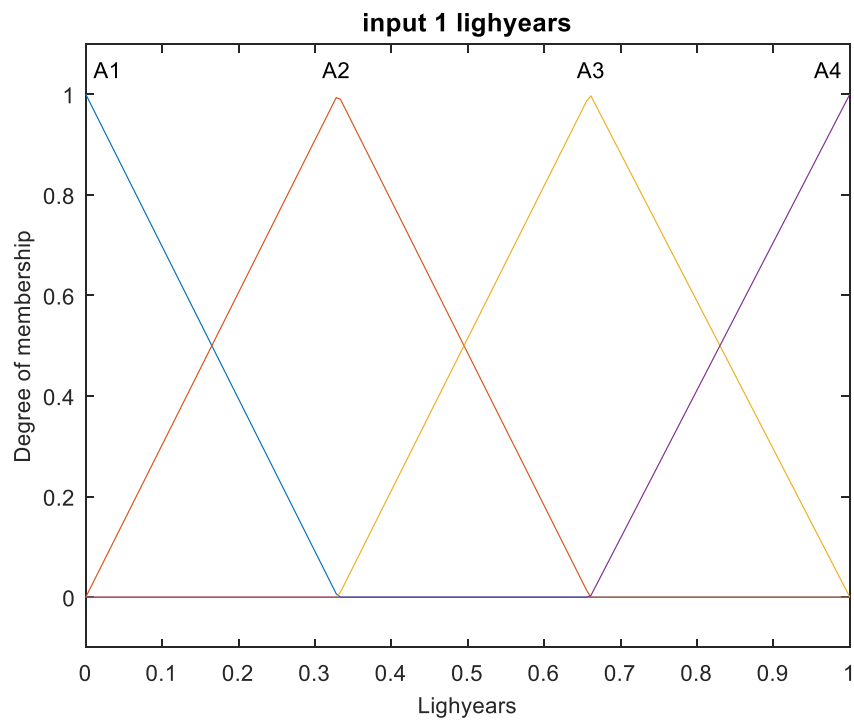
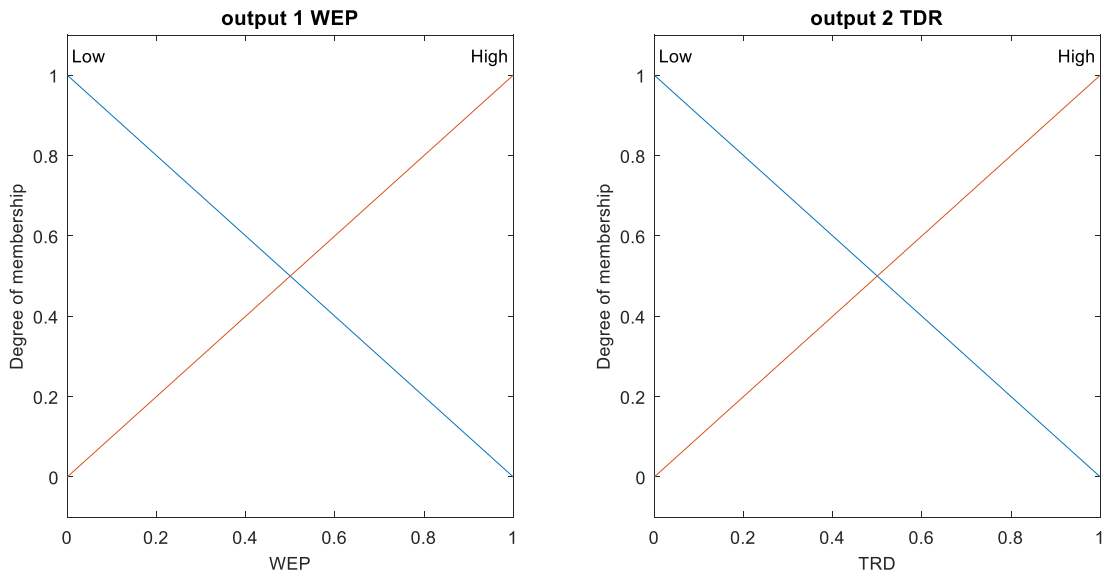
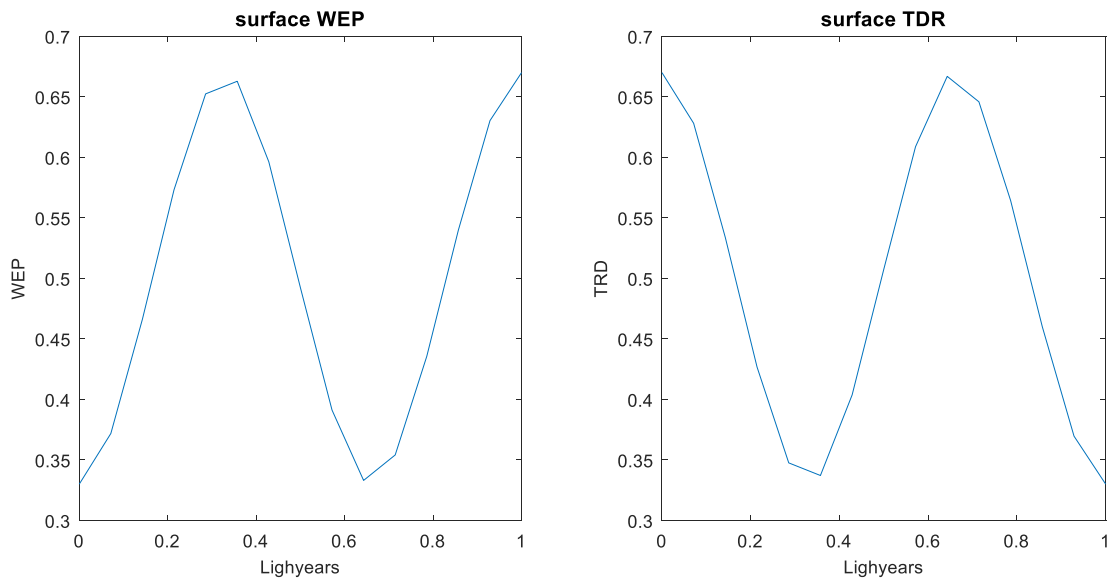


Fig. 4.61 Entrada del sistema de inferencia difuso F-MVO 3

## 4. Resultados



**Fig. 4.62 Salidas del sistema de inferencia difuso F-MVO 3**



**Fig. 4.63 Superficie del sistema de inferencia difuso F-MVO 3**

## 4. Resultados

**Tabla 4.54 Conjunto de reglas difusas F-MVO 1**

No.	Rule
1	If Lighyears is Low $\rightarrow$ WEP is Low
2	If Lighyears is Medium $\rightarrow$ WEP is Medium
3	If Lighyears is High $\rightarrow$ WEP is High

**Tabla 4.55 Conjunto de reglas difusas F-MVO 2**

No.	Rule
1	If Lighyears is A1 $\rightarrow$ WEP is Low
2	If Lighyears is A2 $\rightarrow$ WEP is High
3	If Lighyears is A3 $\rightarrow$ WEP is Low
4	If Lighyears is A4 $\rightarrow$ WEP is High

**Tabla 4.56 Conjunto de reglas difusas F-MVO 3**

No.	Rule
1	If Lighyears is A1 $\rightarrow$ WEP is Low and TRD is High
2	If Lighyears is A2 $\rightarrow$ WEP is High and TRD is Low
3	If Lighyears is A3 $\rightarrow$ WEP is Low and TRD is High
4	If Lighyears is A4 $\rightarrow$ WEP is High and TRD is Low

Para las pruebas de estas variaciones del algoritmo MVO original se usaron los casos de estudio mencionados con anterioridad, en Tabla 4.57-Tabla 4.72 se tienen los resultados de todas estas experimentaciones, también en Fig. 4.64-Fig. 4.69 tenemos algunas de gráficas de convergencia de los casos.

#### 4. Resultados

Tabla 4.57 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 5 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	<b>1.12E-04</b>	7.93E-05	<b>-1.04</b>	1.27E-04	7.85E-05	<b>-0.24</b>	1.55E-03	1.14E-03	<b>6.83</b>
F2	<b>2.13E-03</b>	1.23E-03	<b>-0.49</b>	2.55E-03	1.26E-03	<b>0.90</b>	1.04E-02	8.67E-03	<b>5.07</b>
F3	2.78E-04	2.96E-04	<b>-0.98</b>	<b>2.01E-04</b>	<b>1.15E-04</b>	<b>-2.07</b>	7.84E-03	1.02E-02	<b>4.02</b>
F4	8.79E-03	3.53E-03	<b>0.58</b>	<b>7.77E-03</b>	<b>2.69E-03</b>	<b>-0.75</b>	2.63E-02	7.55E-03	<b>12.23</b>
F5	<b>3.84E+00</b>	<b>5.92E+00</b>	<b>-1.84</b>	1.77E+01	8.25E+01	<b>-1.05</b>	3.91E+01	1.04E+02	<b>-0.27</b>
F6	1.33E-04	9.93E-05	<b>-0.31</b>	<b>1.33E-04</b>	8.01E-05	<b>-0.38</b>	1.35E-03	8.30E-04	<b>7.92</b>
F7	7.85E-04	6.96E-04	<b>0.46</b>	<b>6.06E-04</b>	4.97E-04	<b>-0.85</b>	3.74E-03	2.95E-03	<b>5.54</b>
F8	<b>1.52E+03</b>	2.26E+02	<b>-0.67</b>	1.57E+03	1.99E+02	<b>-0.05</b>	1.80E+03	<b>1.93E+02</b>	<b>3.67</b>
F9	6.60E+00	3.26E+00	<b>0.24</b>	5.57E+00	3.91E+00	<b>-0.75</b>	<b>1.99E+00</b>	<b>1.50E+00</b>	<b>-5.25</b>
F10	6.67E-03	<b>1.81E-03</b>	<b>1.00</b>	6.39E-03	2.09E-03	<b>0.42</b>	3.73E-01	7.15E-01	<b>2.81</b>
F11	8.69E-02	4.86E-02	<b>0.35</b>	<b>4.33E-02</b>	<b>2.93E-02</b>	<b>-4.37</b>	2.12E-01	1.33E-01	<b>5.08</b>
F12	1.34E-05	<b>9.68E-06</b>	<b>0.68</b>	2.18E-05	3.14E-05	<b>1.70</b>	4.35E-02	1.63E-01	<b>1.46</b>
F13	4.23E-05	2.88E-05	<b>0.51</b>	<b>3.56E-05</b>	<b>2.30E-05</b>	<b>-0.41</b>	3.61E-03	4.89E-03	<b>4.00</b>

Tabla 4.58 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 10 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	<b>2.02E-03</b>	<b>8.46E-04</b>	<b>-1.29</b>	2.12E-03	1.01E-03	<b>-0.84</b>	5.28E-02	2.62E-02	<b>10.53</b>
F2	1.57E-02	4.99E-03	<b>1.53</b>	1.41E-02	4.84E-03	<b>0.23</b>	9.55E-02	4.21E-02	<b>10.57</b>
F3	<b>1.26E-02</b>	9.59E-03	<b>-1.62</b>	1.73E-02	<b>9.43E-03</b>	<b>-0.17</b>	1.63E+00	1.32E+00	<b>6.68</b>
F4	3.28E-02	1.23E-02	<b>0.82</b>	3.23E-02	<b>1.08E-02</b>	<b>0.69</b>	2.14E-01	8.84E-02	<b>11.27</b>
F5	<b>9.36E+01</b>	<b>2.42E+02</b>	<b>-0.29</b>	1.16E+02	2.48E+02	<b>-0.05</b>	5.51E+02	7.94E+02	<b>2.58</b>
F6	2.05E-03	<b>9.72E-04</b>	<b>-0.71</b>	<b>2.03E-03</b>	1.09E-03	<b>-0.72</b>	5.24E-02	2.97E-02	<b>9.24</b>
F7	<b>2.11E-03</b>	<b>1.23E-03</b>	<b>-0.40</b>	2.52E-03	1.43E-03	<b>0.79</b>	1.18E-02	7.23E-03	<b>7.11</b>
F8	2.85E+03	4.13E+02	<b>0.10</b>	<b>2.66E+03</b>	3.90E+02	<b>-1.78</b>	2.85E+03	<b>2.84E+02</b>	<b>0.17</b>
F9	2.83E+01	1.25E+01	<b>0.45</b>	3.00E+01	1.32E+01	<b>1.00</b>	<b>2.35E+01</b>	<b>1.01E+01</b>	<b>-1.17</b>
F10	7.24E-02	2.98E-01	<b>-1.64</b>	<b>2.03E-02</b>	<b>5.51E-03</b>	<b>-2.33</b>	1.14E+00	1.03E+00	<b>4.03</b>
F11	2.48E-01	1.12E-01	<b>-2.12</b>	<b>2.33E-01</b>	<b>9.87E-02</b>	<b>-2.69</b>	2.94E-01	1.21E-01	<b>-0.73</b>
F12	3.12E-02	9.51E-02	<b>-0.40</b>	<b>2.08E-02</b>	<b>7.90E-02</b>	<b>-0.85</b>	9.27E-01	1.67E+00	<b>2.90</b>
F13	2.25E-03	4.22E-03	<b>0.33</b>	<b>1.22E-03</b>	<b>2.90E-03</b>	<b>-0.75</b>	1.95E-02	1.47E-02	<b>6.35</b>



#### 4. Resultados

Tabla 4.59 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 20 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	3.54E-02	1.30E-02	1.30	2.95E-02	1.17E-02	-0.78	2.75E+00	1.21E+00	12.27
F2	1.53E-01	3.04E-01	0.78	9.97E-02	3.96E-02	-0.96	5.83E+00	4.96E+00	6.31
F3	1.47E+00	6.44E-01	-0.64	1.71E+00	9.17E-01	0.51	6.81E+02	3.03E+02	12.29
F4	2.11E-01	7.76E-02	0.35	2.16E-01	9.21E-02	0.54	6.19E+00	3.26E+00	10.06
F5	3.50E+02	7.19E+02	1.22	3.55E+02	6.57E+02	1.34	8.81E+02	7.06E+02	4.89
F6	3.61E-02	1.19E-02	1.57	3.30E-02	1.28E-02	0.44	3.03E+00	1.25E+00	13.14
F7	8.76E-03	6.28E-03	-0.55	1.02E-02	7.20E-03	0.43	7.07E-02	3.94E-02	8.45
F8	5.15E+03	6.74E+02	-0.07	5.46E+03	5.25E+02	2.49	5.24E+03	5.19E+02	0.65
F9	7.83E+01	2.00E+01	-0.30	7.99E+01	2.00E+01	0.01	9.62E+01	2.49E+01	2.83
F10	6.06E-01	7.75E-01	0.91	2.80E-01	4.41E-01	-1.25	7.44E+00	7.66E+00	4.99
F11	1.68E-01	5.30E-02	-0.46	1.98E-01	7.07E-02	1.48	1.00E+00	4.17E-02	67.86
F12	7.14E-01	7.84E-01	0.64	4.08E-01	6.76E-01	-0.88	6.01E+00	3.41E+00	8.47
F13	1.02E-02	7.33E-03	-0.23	1.13E-02	1.11E-02	0.16	1.00E+00	1.09E+00	4.98

Tabla 4.60 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 30 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	1.77E-01	4.02E-02	-0.27	1.83E-01	4.13E-02	0.31	3.13E+01	9.55E+00	17.84
F2	3.07E-01	1.55E-01	-2.11	2.46E+01	3.80E+01	1.26	7.54E+01	3.70E+01	6.90
F3	3.81E+01	1.31E+01	-1.09	4.59E+01	1.63E+01	0.92	6.22E+03	2.10E+03	16.10
F4	7.67E-01	3.00E-01	-1.79	1.23E+00	2.44E+00	0.69	2.74E+01	6.85E+00	21.13
F5	3.62E+02	5.74E+02	-0.66	5.76E+02	8.28E+02	0.50	6.75E+03	8.40E+03	4.07
F6	1.73E-01	7.10E-02	0.10	1.68E-01	5.09E-02	-0.29	3.33E+01	1.25E+01	14.49
F7	2.40E-02	9.52E-03	1.03	2.47E-02	8.27E-03	1.48	1.69E-01	7.36E-02	10.89
F8	7.57E+03	7.86E+02	0.88	7.53E+03	6.80E+02	0.71	7.44E+03	8.38E+02	0.17
F9	1.42E+02	4.26E+01	-0.33	1.51E+02	4.43E+01	0.48	1.77E+02	5.74E+01	2.50
F10	1.89E+00	3.32E+00	1.89	1.38E+00	3.51E+00	1.01	1.44E+01	7.51E+00	9.93
F11	4.17E-01	9.31E-02	-0.09	3.99E-01	8.02E-02	-0.84	1.30E+00	9.50E-02	34.15
F12	2.22E+00	1.78E+00	1.16	1.82E+00	1.20E+00	0.20	1.36E+01	8.24E+00	7.76
F13	4.06E-02	2.47E-02	-1.80	4.32E-02	3.15E-02	-1.45	4.12E+01	2.09E+01	10.80

#### 4. Resultados

Tabla 4.61 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 40 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	6.08E-01	1.96E-01	0.96	<b>5.62E-01</b>	1.58E-01	-0.06	1.61E+02	4.71E+01	18.68
F2	4.97E+01	6.35E+01	0.76	6.24E+01	<b>5.41E+01</b>	1.69	6.55E+04	3.47E+05	1.03
F3	<b>4.52E+02</b>	1.89E+02	-0.98	6.25E+02	2.14E+02	2.45	1.68E+04	3.66E+03	24.30
F4	6.47E+00	3.88E+00	1.47	7.08E+00	5.54E+00	1.67	4.62E+01	1.07E+01	20.25
F5	4.06E+02	7.05E+02	0.31	4.19E+02	6.41E+02	0.41	1.94E+04	1.57E+04	6.62
F6	<b>5.64E-01</b>	1.37E-01	-0.28	5.68E-01	1.68E-01	-0.15	1.63E+02	4.69E+01	18.91
F7	4.24E-02	1.26E-02	1.20	4.39E-02	1.59E-02	1.47	3.58E-01	1.33E-01	13.09
F8	9.89E+03	8.11E+02	-0.15	9.85E+03	7.79E+02	-0.34	<b>9.32E+03</b>	1.12E+03	<u>-2.41</u>
F9	<b>1.95E+02</b>	3.93E+01	-1.37	2.16E+02	4.01E+01	0.73	2.73E+02	5.06E+01	5.58
F10	<b>1.62E+00</b>	<b>5.66E-01</b>	-1.42	3.62E+00	6.18E+00	0.59	1.81E+01	4.53E+00	13.07
F11	6.68E-01	7.71E-02	0.04	<b>6.52E-01</b>	<b>7.33E-02</b>	-0.70	2.32E+00	4.07E-01	21.71
F12	2.97E+00	1.87E+00	0.02	<b>2.92E+00</b>	<b>1.54E+00</b>	-0.11	4.25E+01	3.05E+01	7.09
F13	1.76E-01	2.20E-01	1.66	<b>1.06E-01</b>	4.54E-02	-0.13	1.75E+03	7.50E+03	1.28

Tabla 4.62 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 50 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.
F1	1.05E+01	1.58E+00	0.18	1.41E+00	3.40E-01	0.40	5.49E+02	1.43E+02	21.05
F2	7.61E+03	2.79E+04	-1.01	<b>1.16E+02</b>	<b>6.61E+01</b>	-1.01	8.91E+07	3.55E+08	1.38
F3	5.86E+03	1.36E+03	0.12	3.32E+03	8.90E+02	3.57	3.03E+04	7.06E+03	21.39
F4	<b>1.59E+01</b>	<b>5.33E+00</b>	0.55	<b>1.81E+01</b>	<b>5.03E+00</b>	-0.43	5.90E+01	7.74E+00	21.67
F5	1.09E+03	8.04E+02	-0.25	<b>4.00E+02</b>	<b>5.41E+02</b>	-0.93	6.64E+04	3.13E+04	11.50
F6	1.06E+01	1.89E+00	1.16	<b>1.31E+00</b>	3.65E-01	-1.10	5.53E+02	1.34E+02	22.49
F7	1.19E-01	2.91E-02	-0.97	7.43E-02	2.05E-02	0.36	7.55E-01	2.70E-01	13.79
F8	1.21E+04	<b>8.31E+02</b>	-1.26	1.23E+04	<b>7.12E+02</b>	-0.68	<b>1.09E+04</b>	8.69E+02	<u>-7.14</u>
F9	<b>2.62E+02</b>	5.18E+01	-0.37	2.85E+02	<b>3.79E+01</b>	-0.27	3.73E+02	5.72E+01	6.33
F10	<b>2.87E+00</b>	<b>4.55E-01</b>	-0.20	2.92E+00	4.36E+00	0.28	1.93E+01	<b>2.46E+00</b>	22.71
F11	1.09E+00	<b>1.39E-02</b>	-0.30	8.05E-01	<b>5.43E-02</b>	-0.18	5.72E+00	1.17E+00	22.87
F12	5.09E+00	<b>1.74E+00</b>	-0.13	5.17E+00	1.94E+00	0.99	2.29E+03	8.22E+03	1.52
F13	9.61E+00	1.22E+01	-0.80	<b>2.77E-01</b>	<b>1.61E-01</b>	<u>-2.10</u>	1.22E+04	1.97E+04	3.39

#### 4. Resultados

Tabla 4.63 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 80 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	9.47E+00	1.77E+00	-0.37	<b>8.31E+00</b>	<b>1.54E+00</b>	<b>-3.19</b>	5.26E+03	1.16E+03	<b>24.87</b>
F2	9.97E+11	5.46E+12	-1.00	<b>2.04E+11</b>	<b>5.82E+11</b>	-1.00	5.35E+21	2.28E+22	<b>1.28</b>
F3	2.21E+04	4.23E+03	<b>0.23</b>	2.81E+04	4.71E+03	<b>6.11</b>	9.57E+04	1.47E+04	<b>26.93</b>
F4	4.64E+01	7.42E+00	<b>1.87</b>	4.42E+01	6.48E+00	<b>0.70</b>	7.54E+01	<b>6.14E+00</b>	<b>19.97</b>
F5	8.85E+02	7.05E+02	<b>0.13</b>	<b>8.50E+02</b>	<b>6.31E+02</b>	-0.06	2.40E+06	1.35E+06	<b>9.74</b>
F6	1.02E+01	2.21E+00	<b>1.77</b>	<b>8.75E+00</b>	1.65E+00	-1.33	4.83E+03	8.98E+02	<b>29.40</b>
F7	2.08E-01	5.26E-02	<b>0.41</b>	<b>1.84E-01</b>	<b>4.71E-02</b>	-1.52	4.92E+00	1.57E+00	<b>16.46</b>
F8	1.91E+04	1.20E+03	<b>0.56</b>	1.90E+04	1.05E+03	<b>0.19</b>	<b>1.55E+04</b>	1.60E+03	<b>-10.17</b>
F9	5.09E+02	6.22E+01	<b>2.71</b>	5.03E+02	5.65E+01	<b>2.43</b>	7.85E+02	6.24E+01	<b>20.87</b>
F10	<b>6.27E+00</b>	6.37E+00	-1.24	8.28E+00	7.92E+00	-0.13	2.03E+01	<b>2.69E-01</b>	<b>8.27</b>
F11	1.08E+00	1.36E-02	<b>0.20</b>	<b>1.08E+00</b>	<b>1.34E-02</b>	-0.98	4.77E+01	7.42E+00	<b>34.44</b>
F12	<b>9.14E+00</b>	2.80E+00	-0.14	9.97E+00	2.24E+00	<b>1.28</b>	7.88E+05	8.16E+05	<b>5.29</b>
F13	5.19E+01	2.98E+01	-1.00	<b>4.32E+01</b>	<b>2.16E+01</b>	<b>-2.43</b>	4.08E+06	4.85E+06	<b>4.61</b>

Tabla 4.64 Promedio y desviación estándar de funciones matemáticas de prueba con F-MVO 100 dimensiones

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
Función	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
F1	2.38E+01	5.25E+00	<b>0.17</b>	<b>2.15E+01</b>	<b>3.46E+00</b>	<b>-2.16</b>	1.19E+04	1.80E+03	<b>36.03</b>
F2	3.09E+25	1.69E+26	-1.00	<b>1.61E+25</b>	<b>8.78E+25</b>	-1.01	8.82E+33	4.82E+34	<b>1.00</b>
F3	<b>4.43E+04</b>	6.39E+03	-0.54	4.98E+04	7.06E+03	<b>2.81</b>	1.54E+05	1.67E+04	<b>33.74</b>
F4	<b>5.40E+01</b>	4.93E+00	-1.04	5.52E+01	5.82E+00	-0.03	8.17E+01	4.41E+00	<b>24.20</b>
F5	1.80E+03	1.02E+03	<b>1.59</b>	<b>1.35E+03</b>	<b>7.92E+02</b>	-0.27	9.90E+06	3.77E+06	<b>14.37</b>
F6	2.35E+01	3.86E+00	<b>0.84</b>	<b>2.16E+01</b>	3.71E+00	-1.08	1.21E+04	2.06E+03	<b>32.01</b>
F7	3.41E-01	8.51E-02	-0.40	<b>3.29E-01</b>	<b>7.22E-02</b>	-0.99	1.43E+01	4.39E+00	<b>17.33</b>
F8	2.35E+04	1.26E+03	-0.77	2.34E+04	<b>1.15E+03</b>	-0.93	<b>1.81E+04</b>	1.58E+03	<b>-13.44</b>
F9	6.52E+02	<b>6.82E+01</b>	-0.15	<b>6.51E+02</b>	7.83E+01	-0.20	1.04E+03	8.43E+01	<b>17.74</b>
F10	<b>1.09E+01</b>	7.95E+00	-1.27	1.39E+01	7.79E+00	<b>0.25</b>	2.04E+01	<b>4.15E-02</b>	<b>5.15</b>
F11	1.20E+00	<b>3.49E-02</b>	<b>-1.78</b>	<b>1.19E+00</b>	3.60E-02	<b>-3.15</b>	1.15E+02	2.73E+01	<b>22.81</b>
F12	1.23E+01	3.47E+00	<b>0.53</b>	1.22E+01	2.97E+00	<b>0.37</b>	5.68E+06	3.90E+06	<b>7.99</b>
F13	1.18E+02	<b>2.67E+01</b>	<b>0.81</b>	1.21E+02	2.91E+01	<b>1.12</b>	2.24E+07	1.10E+07	<b>11.16</b>

#### 4. Resultados

Tabla 4.65 Comparativa de RMSE para problema de tipper F-MVO

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	1.33E+00	1.20E-02	-1.03	1.33E+00	8.36E-03	-1.39	1.35E+00	1.87E-02	4.59
Sugeno	1.37E+00	7.99E-03	1.11	1.37E+00	7.07E-03	1.04	1.38E+00	8.30E-03	6.20

Tabla 4.66 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control solo entrada optimizada F-MVO

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	6.59E+01	1.48E-04	0.72	6.59E+01	1.22E-04	-0.34	6.59E+01	3.96E-04	3.58
Sugeno	7.00E+01	6.67E-05	-0.88	7.00E+01	6.90E-05	-0.28	7.00E+01	2.11E-04	2.16

Tabla 4.67 Comparativa de RMSE para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas F-MVO

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	5.85E+01	6.53E-03	0.03	5.85E+01	1.86E-03	0.71	5.85E+01	7.83E-03	3.16
Sugeno	5.85E+01	2.08E-02	1.83	5.85E+01	2.46E-02	0.85	5.85E+01	2.30E-02	1.06

Tabla 4.68 Comparativa de RMSE para problema de temperatura solo entrada optimizada F-MVO

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	1.20E+00	7.33E-02	0.35	1.20E+00	6.96E-02	0.09	1.19E+00	6.19E-02	-0.02
Sugeno	7.67E-01	1.36E-01	-4.44	9.21E-01	1.57E-01	-0.01	9.72E-01	9.68E-02	1.67

Tabla 4.69 Comparativa de RMSE para problema de temperatura entrada y salida optimizadas F-MVO

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	9.18E-01	4.61E-02	13.48	9.08E-01	5.07E-02	12.34	9.47E-01	5.35E-02	14.67
Sugeno	3.09E-01	1.01E-01	-1.10	2.61E-01	8.30E-02	-2.93	3.44E-01	9.58E-02	0.11

Tabla 4.70 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana F-MVO

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3		
	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Sugeno	1.27E+00	7.60E-04	1.13	1.27E+00	5.83E-04	0.09	1.27E+00	6.22E-06	-1.77

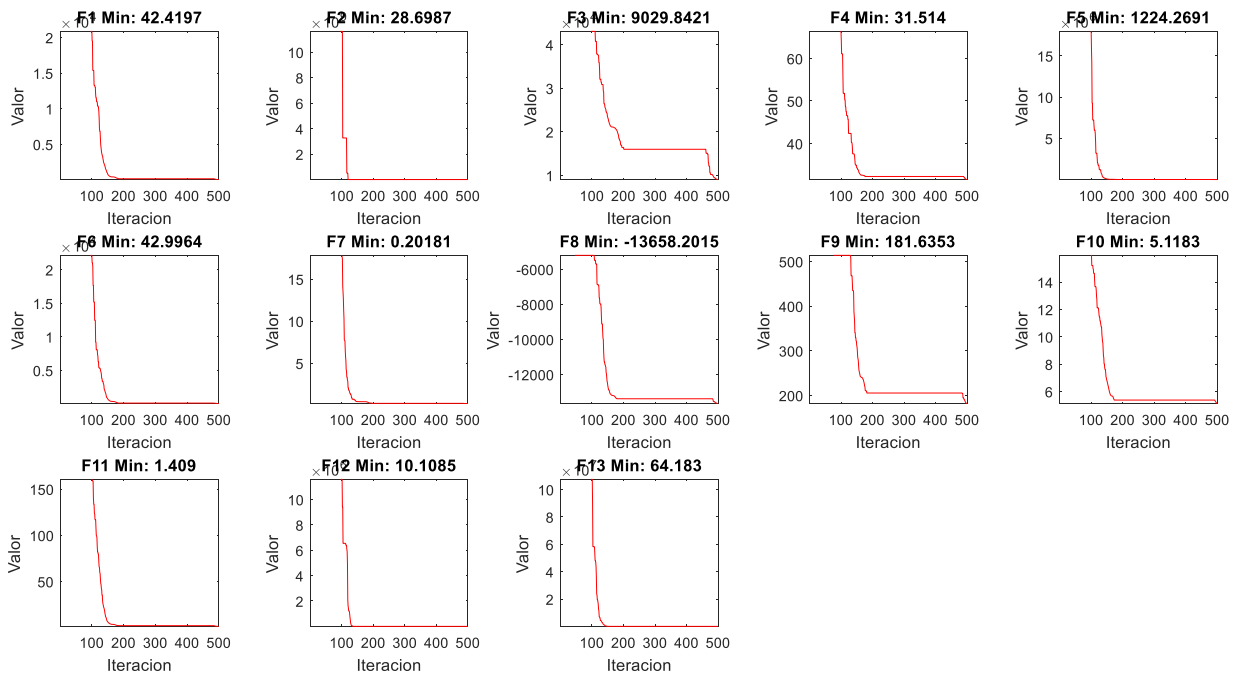
#### 4. Resultados

**Tabla 4.71 Comparativa de RMSE para problema de péndulo invertido MF Triangular F-MVO**

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3			
	Sistema	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Sugeno	1.25E+00	6.28E-03	-0.22	1.25E+00	7.68E-03	-1.17	1.25E+00	7.40E-03	0.28	

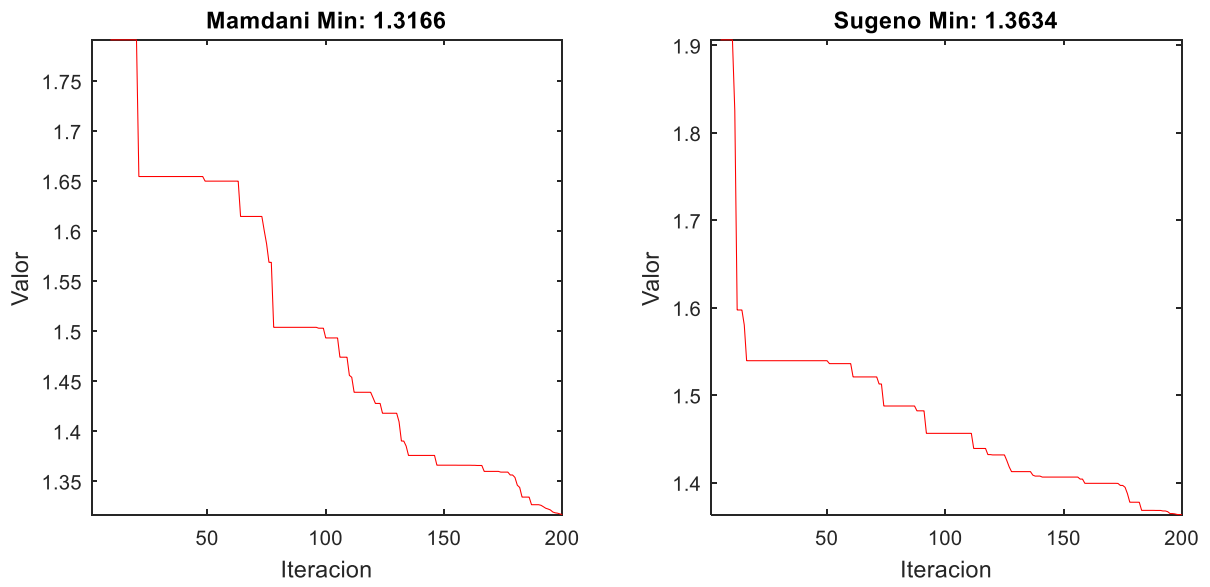
**Tabla 4.72 Comparativa de MSE para problema de robot F-MVO**

Algoritmo	F-MVO1			F-MVO2			F-MVO3			
	Sistema	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z	Promedio	D.E.	z
Mamdani	2.74E-04	3.88E-04	-0.10	4.37E-04	5.57E-04	1.27	4.26E-04	9.35E-04	0.78	
Sugeno	5.84E-04	1.11E-03	1.57	3.77E-04	6.01E-04	1.00	4.26E-04	1.14E-03	0.81	

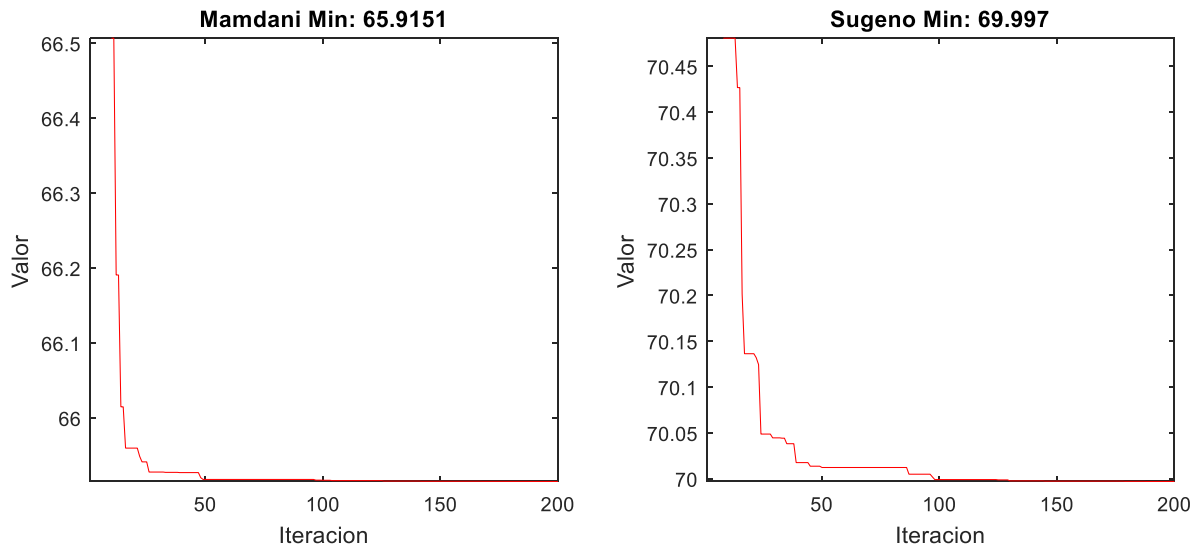


**Fig. 4.64 Gráficas de convergencia funciones matemáticas de prueba 50 dimensiones F-MVO3**

## 4. Resultados



**Fig. 4.65 Gráficas de convergencia problema de tipper F-MVO2**



**Fig. 4.66 Gráficas de convergencia problema de cruise control entrada optimizada F-MVO1**

## 4. Resultados

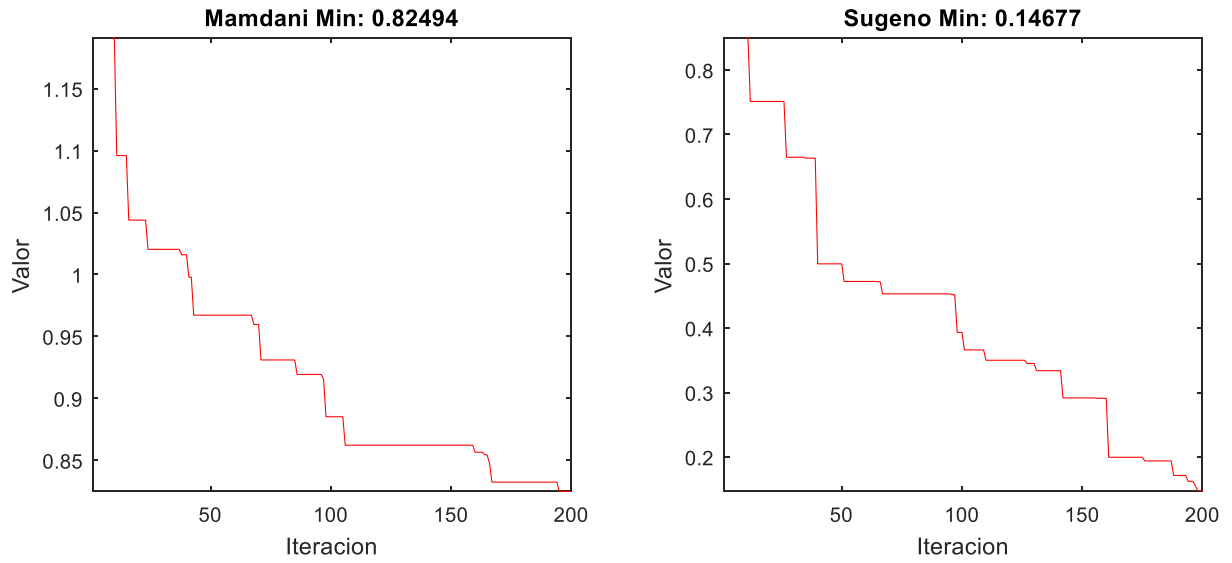


Fig. 4.67 Gráficas de convergencia problema de temperatura en regadera entrada y salida optimizada F-MVO2

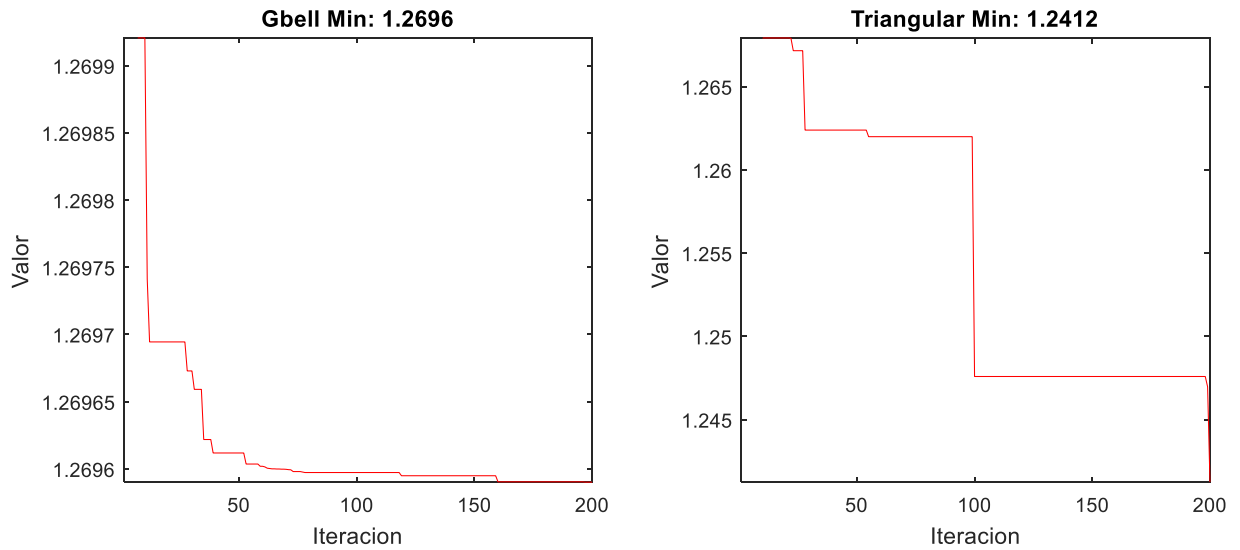
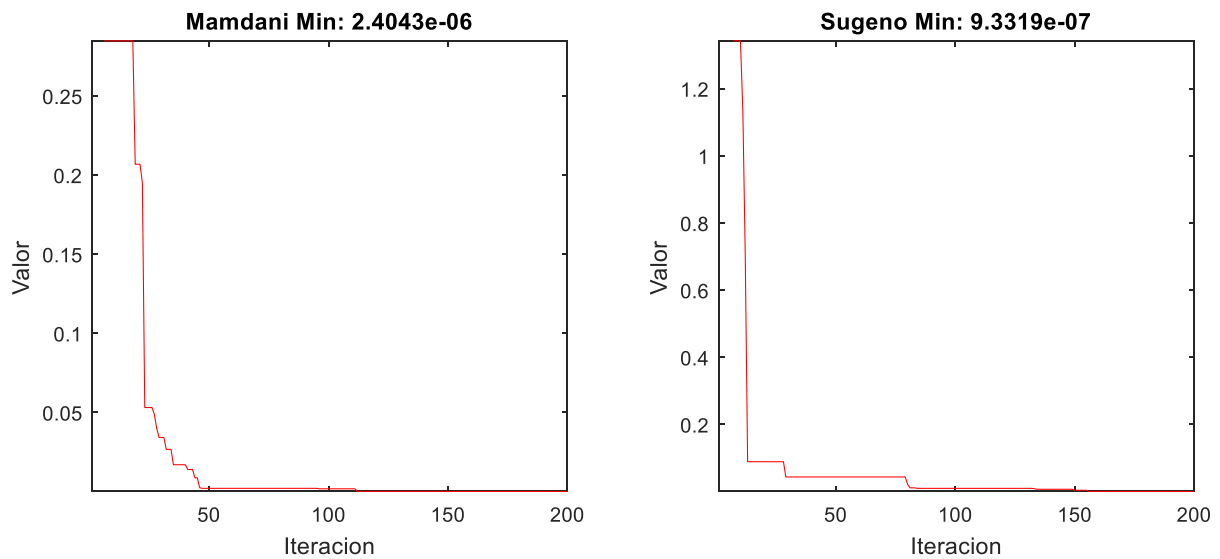


Fig. 4.68 Gráficas de convergencia problema de péndulo invertido F-MVO3

#### 4. Resultados



**Fig. 4.69** Gráficas de convergencia problema de robot F-MVO1

Como se pudo apreciar en las tablas, se pudo obtener resultados favorables en algunos casos, pero de igual manera se presentó una dificultad ya que el algoritmo originalmente ya tiene una adaptación dinámica de parámetros a través de ecuaciones definidas, por lo que el sistema difuso hace esta adaptación de parámetros de una manera más “inteligente” al considerar un comportamiento más acorde a la situación que presenta cada iteración.



## 5. Conclusiones y trabajo futuro

---

Como se apreció en el presente documento, se realizó una investigación y experimentación sobre un algoritmo de optimización basado en teorías de la cosmología, el cual muestra una competitividad ante otras metaheurísticas en su desempeño para funciones matemáticas de prueba (benchmark) comparando con otras metaheurísticas similares. En el estado del arte se confirmó que el algoritmo MVO todavía no tiene muchas aplicaciones registradas aunque otros investigadores lo han estado utilizando para probar en otras áreas del cómputo inteligente, y algunos, han adaptado algunas modificaciones comunes como los vuelos de levy[7] para mejorar la convergencia del algoritmo.

El algoritmo de optimización MVO es puede tener múltiples aplicaciones como parte de las metaheurísticas, sobre todo porque no hay documentación de aplicaciones en el área de control, el desempeño de este algoritmo dadas las pruebas estadísticas pudimos observar su comportamiento como en funciones matemáticas de prueba para 50 dimensiones pudo superar a todos los algoritmos en la mayoría de las funciones matemáticas, y en el resto de los experimentos con funciones matemáticas supero a GA. Si seguimos con las aplicaciones, en el problema de aproximación de superficies de Tipper, el algoritmo MVO superó a todos los algoritmos en las pruebas estadísticas, demostrando que, para problemas de aproximación de superficie difusa, el algoritmo MVO tiene muy buen desempeño.

En otras aplicaciones, como en cruise control, el algoritmo MVO superó a GSA y GA en la optimización de entradas del controlador, logrando una convergencia rápida como se observo en las gráficas de convergencia; en el segundo caso, donde se optimizaron entradas y salidas del controlador difuso, se lograron resultados aun mejores comparados con GSA y GA, demostrando que el algoritmo es apto para este tipo de aplicación. En el caso de aplicación de control de temperatura de agua, se observaron resultados muy buenos comparado con GSA y GA para la optimización de entradas y salidas del controlador difuso, concluyendo que el algoritmo es capaz de encontrar resultados óptimos para los valores de los parámetros de las funciones de membresía del controlador difuso en esta aplicación específica.

Avanzando en los casos experimentados en esta investigación, en el problema de pendulo invertido se superaron los resultados obtenidos de la optimización de parámetros de funciones

## 5. Conclusiones y trabajo futuro

de membresía de los algoritmos GSA y PSO, esto para las funciones de membresía de campana gaussiana; en el caso de funciones de membresía triangulares se supero a GSA, por lo que el algoritmo MVO se comporta de una manera adecuada para este problema en particular en la optimización de parámetros para distintos tipos de funciones de membresía. En el caso de estudio principal del robot móvil de tracción diferencial también se observaron buenos resultados, donde el algoritmo supero las pruebas contra GA, FA y casos del posgrado del ITT, por lo que el algoritmo MVO es apto para optimizar parámetros de funciones de membresía para controladores difusos.

Como el algoritmo originalmente ya tiene una adaptación dinámica de los parámetros WEP y TDR, aquí se encontró un reto para poder mejorar el desempeño general del algoritmo, ya que como se mencionó en la investigación, se realizaron diversos modelos con un sistema de inferencia difuso para mejorar la respuesta general del algoritmo y llegar a mejores resultados que el algoritmo general, sustituyendo las fórmulas indicadas por el autor por un sistema difuso que las controlará a lo largo de las iteraciones.

En las experimentaciones generales con la versión difusa F-MVO, pudimos superar resultados en las funciones matemáticas en 4 casos entre las versiones de F-MVO para 5 dimensiones, así como superación en 4 casos para 10 dimensiones, 3 casos para 30 dimensiones, 4 casos para 100 dimensiones. En cuanto a aplicaciones para el caso de control de temperatura de agua, la versión F-MVO1 supero por mucho al algoritmo original para la optimización de solo entradas, y en el caso de optimización de entradas y salidas, F-MVO2 supero al algoritmo original; por último, en el caso del péndulo invertido, F-MVO3 supero al algoritmo original en la versión de funciones de membresía de campana gaussiana. Dados estos resultados se puede mencionar que aquí hay un área de oportunidad para la mejora de la versión difusa del algoritmo MVO.

En términos generales, el algoritmo MVO se puede concluir que es una buena opción como metaheurística para poder trabajar con casos de control, ya que además de desempeñarse correctamente, requiere de menos operaciones por la sencillez del algoritmo comparado con GSA o GWO que si requieren de más operaciones en cada iteración. Una parte importante del algoritmo fueron los parámetros WEP y TDR, los cuales demostraron ser un factor crítico para la convergencia del algoritmo en las distintas aplicaciones, donde nos percatamos que afectan

## 5. Conclusiones y trabajo futuro

drásticamente los resultados sino se manejan de manera equilibrada, ya que por esta razón, decidimos generar la versión difusa adaptando estos parámetros; entre los dos parámetros, TDR demostró tener mas influencia en los resultados finales, por lo que su valor permitía explotar mas las soluciones y llegar a una mejor convergencia, mientras que WEP se podía variar con un rango, pero este podía empeorar mucho los casos si se reducía mucho el valor entre los limites inferior y superior, por lo que mejor se decidió dejar entre 0.2 y 1, ya que ayudaba a tener una mejor exploración de soluciones, pero en lo general, TDR ayudo mas a lograr los resultados óptimos de cada aplicación.

Como trabajo futuro se puede trabajar en una mejora de la versión difusa del algoritmo F-MVO, ya que, en los resultados obtenidos para aplicaciones de control, se puede apreciar una mejora en algunos casos, de igual manera, al ser una variación del algoritmo, el algoritmo cambia sus características y puede mejorar para otros casos de estudio, y al momento de mejorar en algunos casos, tiende a dejar de ser bueno en otros. La adaptación dinámica de parámetros se puede cambiar en función de la aptitud general de las iteraciones, que es donde esta investigación quedo pendiente por cuestiones de tiempo, pero igual, hay muchos casos de posgrado que utilizan una adaptación de parámetros con mecánicas similares y que muestran resultados benéficos con lógica difusa tipo-1 y tipo-2 [22], [71].

## Referencias

---

- [1] A. P. Engelbrecht, *Computational intelligence: an introduction*. John Wiley & Sons, 2007.
- [2] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Lewis, “Grey Wolf Optimizer,” *Adv. Eng. Softw.*, vol. 69, pp. 46–61, Mar. 2014, doi: 10.1016/j.advengsoft.2013.12.007.
- [3] X. S. Yang, *Nature-Inspired Optimization Algorithms*. Elsevier Inc., 2014.
- [4] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Hatamlou, “Multi-Verse Optimizer: a nature-inspired algorithm for global optimization,” *Neural Comput. Appl.*, vol. 27, no. 2, pp. 495–513, Feb. 2016, doi: 10.1007/s00521-015-1870-7.
- [5] J. Khoury, B. A. Ovrut, N. Seiberg, P. J. Steinhardt, and N. Turok, “From big crunch to big bang,” *Phys. Rev. D - Part. Fields, Gravit. Cosmol.*, vol. 65, no. 8, p. 8, Apr. 2002, doi: 10.1103/PhysRevD.65.086007.
- [6] M. Tegmark, “Parallel Universes,” *Sci. Am.*, vol. 288, no. 5, pp. 40–51, 2003.
- [7] C. Hu, Z. Li, T. Zhou, A. Zhu, and C. Xu, “A Multi-Verse Optimizer with Levy Flights for Numerical Optimization and Its Application in Test Scheduling for Network-on-Chip,” *PLoS One*, vol. 11, no. 12, pp. 1–22, 2016, doi: 10.1371/journal.pone.0167341.
- [8] H. Faris, I. Aljarah, and S. Mirjalili, “Training feedforward neural networks using multi-verse optimizer for binary classification problems,” *Appl. Intell.*, vol. 45, no. 2, pp. 322–332, Sep. 2016, doi: 10.1007/s10489-016-0767-1.
- [9] A. Fathy and H. Rezk, “Multi-verse optimizer for identifying the optimal parameters of PEMFC model,” *Energy*, vol. 143, pp. 634–644, Jan. 2018, doi: 10.1016/j.energy.2017.11.014.
- [10] A. K. Abasi, A. T. Khader, M. A. Al-Betar, S. Naim, S. N. Makhadmeh, and Z. A. A. Alyasseri, “Link-based multi-verse optimizer for text documents clustering,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 87, p. 106002, Feb. 2020, doi: 10.1016/J.ASOC.2019.106002.
- [11] H. Abderazek, A. R. Yildiz, and S. Mirjalili, “Comparison of recent optimization algorithms for design optimization of a cam-follower mechanism,” *Knowledge-Based Syst.*, vol. 191, p. 105237, Mar. 2020, doi: 10.1016/J.KNOSYS.2019.105237.
- [12] P. Jangir, S. A. Parmar, I. N. Trivedi, and R. H. Bhesdadiya, “A novel hybrid Particle

## Referencias

- Swarm Optimizer with multi verse optimizer for global numerical optimization and Optimal Reactive Power Dispatch problem,” *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 20, no. 2, pp. 570–586, Apr. 2017, doi: 10.1016/J.JESTCH.2016.10.007.
- [13] O. Castillo and P. Melin, Eds., *Fuzzy Logic Augmentation of Nature-Inspired Optimization Metaheuristics*. Springer International Publishing, 2015.
- [14] A. Sadollah, A. Bahreininejad, H. Eskandar, and M. Hamdi, “Mine blast algorithm: A new population based algorithm for solving constrained engineering optimization problems,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 13, no. 5, pp. 2592–2612, May 2013, doi: 10.1016/J.ASOC.2012.11.026.
- [15] N. Al-Madi, H. Faris, and S. Mirjalili, “Binary multi-verse optimization algorithm for global optimization and discrete problems,” *Int. J. Mach. Learn. Cybern.*, vol. 10, no. 12, pp. 3445–3465, Dec. 2019, doi: 10.1007/s13042-019-00931-8.
- [16] L. Abualigah, “Multi-verse optimizer algorithm: a comprehensive survey of its results, variants, and applications,” *Neural Computing and Applications*. Springer, pp. 1–21, 16-Mar-2020, doi: 10.1007/s00521-020-04839-1.
- [17] B. Cao, S. Zhao, X. Li, and B. Wang, “K-Means Multi-Verse Optimizer (KMVO) Algorithm to Construct DNA Storage Codes,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 29547–29556, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2970838.
- [18] S. Mishra, S. Patel, R. C. Prusty, and S. Panda, “MVO optimized hybrid FOFPID-LQG controller for load frequency control of an AC micro-grid system,” *World J. Eng.*, vol. 17, no. 5, pp. 675–686, Jul. 2020, doi: 10.1108/WJE-05-2019-0142.
- [19] O. R. Carvajal, O. Castillo, and J. Soria, “Optimization of membership function parameters for fuzzy controllers of an autonomous mobile robot using the flower pollination algorithm,” *J. Autom. Mob. Robot. Intell. Syst.*, 2018, doi: 10.14313/JAMRIS\_1-2018/6.
- [20] M. L. Lagunes, O. Castillo, J. Soria, M. Garcia, and F. Valdez, “Optimization of granulation for fuzzy controllers of autonomous mobile robots using the Firefly Algorithm,” *Granul. Comput.*, vol. 4, no. 2, pp. 185–195, Apr. 2019, doi: 10.1007/s41066-018-0121-6.
- [21] E. Hernández, O. Castillo, and J. Soria, “Optimization of Fuzzy Controllers for

## Referencias

- Autonomous Mobile Robots Using the Grey Wolf Optimizer,” in *Hybrid Intelligent Systems in Control, Pattern Recognition and Medicine*, O. Castillo and P. Melin, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 289–299.
- [22] E. Bernal, O. Castillo, J. Soria, and F. Valdez, “Parameter Adaptation in the Imperialist Competitive Algorithm Using Generalized Type-2 Fuzzy Logic,” in *Intuitionistic and Type-2 Fuzzy Logic Enhancements in Neural and Optimization Algorithms: Theory and Applications*, O. Castillo, P. Melin, and J. Kacprzyk, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 3–10.
- [23] C. Peraza, F. Valdez, and O. Castillo, “Harmony Search with Dynamic Adaptation of Parameters for the Optimization of a Benchmark Controller,” in *Intuitionistic and Type-2 Fuzzy Logic Enhancements in Neural and Optimization Algorithms: Theory and Applications*, O. Castillo, P. Melin, and J. Kacprzyk, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 157–168.
- [24] L. Amézquita, O. Castillo, J. Soria, and P. Cortes-Antonio, “A novel study of the multi-verse optimizer and its applications on multiple areas of computer science,” in *Studies in Computational Intelligence*, vol. 915, Springer Science and Business Media Deutschland GmbH, 2021, pp. 133–144.
- [25] P. Melin and O. Castillo, *Hybrid Intelligent Systems for Pattern Recognition Using Soft Computing*, vol. 172. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [26] J. S. R. Jang, C. T. Sun, and E. Mizutani, *Neuro-fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*. Prentice Hall, 1997.
- [27] F. Khomh, B. Adams, J. Cheng, M. Fokaefs, and G. Antoniol, “Software Engineering for Machine-Learning Applications: The Road Ahead,” *IEEE Software*, vol. 35, no. 5. IEEE Computer Society, pp. 81–84, 01-Sep-2018, doi: 10.1109/MS.2018.3571224.
- [28] C. Carranco, P. Encalada, J. Gavilanes, G. Delgado, and M. V. Garcia, “An Approach of a Control System for Autonomous Driving Based on Artificial Vision Techniques and NAO Robot,” in *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2020, vol. 1066, pp. 196–206, doi: 10.1007/978-3-030-32022-5\_19.
- [29] L. A. Zadeh, “Fuzzy algorithms,” *Inf. Control*, vol. 12, no. 2, pp. 94–102, Feb. 1968, doi: 10.1016/S0019-9958(68)90211-8.

## Referencias

- [30] L. A. Zadeh, "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. SMC-3, no. 1, pp. 28–44, 1973, doi: 10.1109/TSMC.1973.5408575.
- [31] Y. M. Wang, "Centroid defuzzification and the maximizing set and minimizing set ranking based on alpha level sets," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 57, no. 1, pp. 228–236, Aug. 2009, doi: 10.1016/j.cie.2008.11.014.
- [32] S. Koçak, E. Tóth-Laufer, and L. Pokorádi, "Comparison of the Defuzzification Methods in Risk Assessment Applications," in *18th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics, CINTI 2018 - Proceedings*, 2018, pp. 229–233, doi: 10.1109/CINTI.2018.8928196.
- [33] J. L. Castro and M. Delgado, "Fuzzy systems with defuzzification are universal approximators," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Part B Cybern.*, vol. 26, no. 1, pp. 149–152, 1996, doi: 10.1109/3477.484447.
- [34] H. Gomi and M. Kawato, "Neural network control for a closed-loop System using Feedback-error-learning," *Neural Networks*, vol. 6, no. 7, pp. 933–946, Jan. 1993, doi: 10.1016/S0893-6080(09)80004-X.
- [35] D. S. Laila, D. Nešić, and A. R. Teel, "Open- and closed-loop dissipation inequalities under sampling and controller emulation," *Eur. J. Control*, vol. 8, no. 2, pp. 109–125, Jan. 2002, doi: 10.3166/ejc.8.109-125.
- [36] H. Gomi and M. Kawato, "Learning control for a closed loop system using feedback-error-learning," in *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1990, vol. 6, pp. 3289–3294, doi: 10.1109/cdc.1990.203403.
- [37] T. Wescott, *Applied control theory for embedded systems*. Newnes, 2006.
- [38] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press, 1992.
- [39] X. Yao, Y. Liu, and G. Lin, "Evolutionary programming made faster," *IEEE Trans. Evol. Comput.*, vol. 3, no. 2, pp. 82–102, 1999, doi: 10.1109/4235.771163.
- [40] S. Kiranyaz, "Particle swarm optimization," in *Adaptation, Learning, and Optimization*, 2014, vol. 15, pp. 45–82, doi: 10.1007/978-3-642-37846-1\_3.
- [41] F. Gaxiola, P. Melin, F. Valdez, J. R. Castro, and O. Castillo, "Optimization of type-2

## Referencias

- fuzzy weights in backpropagation learning for neural networks using GAs and PSO,” *Appl. Soft Comput. J.*, vol. 38, pp. 860–871, Jan. 2016, doi: 10.1016/j.asoc.2015.10.027.
- [42] D. Teodorović, “Bee colony optimization (BCO),” *Stud. Comput. Intell.*, vol. 248, pp. 39–60, 2009, doi: 10.1007/978-3-642-04225-6\_3.
- [43] L. Amador-Angulo and O. Castillo, “A new fuzzy bee colony optimization with dynamic adaptation of parameters using interval type-2 fuzzy logic for tuning fuzzy controllers,” *Soft Comput.*, vol. 22, no. 2, pp. 571–594, Jan. 2018, doi: 10.1007/s00500-016-2354-0.
- [44] J. Pérez, F. Valdez, and O. Castillo, “Modification of the bat algorithm using type-2 fuzzy logic for dynamical parameter adaptation,” in *Studies in Computational Intelligence*, vol. 667, Springer Verlag, 2017, pp. 343–355.
- [45] M. L. Lagunes, O. Castillo, F. Valdez, and J. Soria, “Comparison of Fuzzy Controller Optimization with Dynamic Parameter Adjustment Based on of Type-1 and Type-2 Fuzzy Logic,” in *Hybrid Intelligent Systems in Control, Pattern Recognition and Medicine*, O. Castillo and P. Melin, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 47–56.
- [46] E. Atashpaz-Gargari and C. Lucas, “Imperialist competitive algorithm: An algorithm for optimization inspired by imperialistic competition,” in *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2007*, 2007, pp. 4661–4667, doi: 10.1109/CEC.2007.4425083.
- [47] Z. W. Geem, J. H. Kim, and G. V. Loganathan, “A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search,” *Simulation*, vol. 76, no. 2, pp. 60–68, 2001, doi: 10.1177/003754970107600201.
- [48] H. Li, J. Wang, R. Li, and H. Lu, “Novel analysis–forecast system based on multi-objective optimization for air quality index,” *J. Clean. Prod.*, vol. 208, pp. 1365–1383, Jan. 2019, doi: 10.1016/J.JCLEPRO.2018.10.129.
- [49] G. G. Wang, “Moth search algorithm: a bio-inspired metaheuristic algorithm for global optimization problems,” *Memetic Comput.*, vol. 10, no. 2, pp. 151–164, Jun. 2018, doi: 10.1007/s12293-016-0212-3.
- [50] V. V. de Melo and W. Banzhaf, “Drone Squadron Optimization: a novel self-adaptive



## Referencias

- algorithm for global numerical optimization,” *Neural Comput. Appl.*, vol. 30, no. 10, pp. 3117–3144, Nov. 2018, doi: 10.1007/s00521-017-2881-3.
- [51] A. Abraham, N. Gandhi, and M. Pant, Eds., *Innovations in Bio-Inspired Computing and Applications*, vol. 939. Cham: Springer International Publishing, 2019.
- [52] P. J. Steinhardt and N. Turok, “The cyclic model simplified,” *New Astronomy Reviews*, vol. 49, no. 2-6 SPEC. ISS. Elsevier, pp. 43–57, 01-May-2005, doi: 10.1016/j.newar.2005.01.003.
- [53] S. W. Hawking, “Particle creation by black holes,” *Commun. Math. Phys.*, vol. 43, no. 3, pp. 199–220, 1975, doi: 10.1007/BF02345020.
- [54] A. Aguirre and M. Tegmark, “Multiple universes, cosmic coincidences, and other dark matters,” *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, vol. 2005, no. 1, pp. 35–50, Jan. 2005, doi: 10.1088/1475-7516/2005/01/003.
- [55] N. Fabian, “Parallel universes,” 2013.
- [56] L. Amézquita, O. Castillo, J. Soria, and P. Cortes-Antonio, “Optimization of membership function parameters for Fuzzy controllers in Cruise Control problem using the Multi-verse Optimizer,” *Stud. Comput. Intell.*, pp. 1–29, 2021.
- [57] L. Amézquita, O. Castillo, J. Soria, and P. Cortes-Antonio, “Optimal design of fuzzy controllers using the Multiverse optimizer,” *Adv. Intell. Syst. Comput.*, pp. 1–12, 2021.
- [58] L. Amézquita, O. Castillo, J. Soria, and P. Cortes-Antonio, “A Fuzzy Variant of the Multi-verse Optimizer for Optimal Design of Fuzzy Controllers,” 2021.
- [59] O. Castillo and L. T. Aguilar, *Type-2 Fuzzy Logic in Control of Nonsmooth Systems*, vol. 373. 2019.
- [60] J. G. Digalakis and K. G. Margaritis, “On benchmarking functions for genetic algorithms,” *Int. J. Comput. Math.*, vol. 77, no. 4, pp. 481–506, 2001, doi: 10.1080/00207160108805080.
- [61] H. Pomares, I. Rojas, J. González, and A. Prieto, “Structure identification in complete rule-based fuzzy systems,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 10, no. 3, pp. 349–359, Jun. 2002, doi: 10.1109/TFUZZ.2002.1006438.
- [62] T. R. Razak, J. M. Garibaldi, C. Wagner, A. Pourabdollah, and D. Soria, “Interpretability indices for hierarchical fuzzy systems,” in *IEEE International*

## Referencias

- Conference on Fuzzy Systems*, 2017, doi: 10.1109/FUZZ-IEEE.2017.8015616.
- [63] S. E. Li *et al.*, “Performance Enhanced Predictive Control for Adaptive Cruise Control System Considering Road Elevation Information,” *IEEE Trans. Intell. Veh.*, vol. 2, no. 3, pp. 150–160, Sep. 2017, doi: 10.1109/TIV.2017.2736246.
- [64] S. Cheng, L. Li, M. M. Mei, Y. L. Nie, and L. Zhao, “Multiple-Objective Adaptive Cruise Control System Integrated with DYC,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 68, no. 5, pp. 4550–4559, May 2019, doi: 10.1109/TVT.2019.2905858.
- [65] M. Makridis, K. Mattas, D. Borio, R. Giuliani, and B. Ciuffo, “Estimating reaction time in Adaptive Cruise Control System,” in *IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Proceedings*, 2018, vol. 2018-June, pp. 1312–1317, doi: 10.1109/IVS.2018.8500490.
- [66] S. Bennett, “Development of the PID Controller,” *IEEE Control Syst.*, vol. 13, no. 6, pp. 58–62, 1993, doi: 10.1109/37.248006.
- [67] K. S. Tang, K. F. Man, G. Chen, and S. Kwong, “An optimal fuzzy PID controller,” *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 48, no. 4, pp. 757–765, Aug. 2001, doi: 10.1109/41.937407.
- [68] D. E. Rivera, M. Morarl, and S. Skogestad, “Internal Model Control: Pid Controller Design,” *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, vol. 25, no. 1, pp. 252–265, 1986, doi: 10.1021/i200032a041.
- [69] J. Carvajal, G. Chen, and H. Ogmen, “Fuzzy PID controller: Design, performance evaluation, and stability analysis,” *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 123, no. 3, pp. 249–270, Apr. 2000, doi: 10.1016/S0020-0255(99)00127-9.
- [70] R. Goering, “Matlab edges closer to electronic design automation world.,” *Electron. Eng. Times*, no. 1341, pp. 4–5, 2004.
- [71] F. Olivas, F. Valdez, O. Castillo, and P. Melin, *Dynamic Parameter Adaptation for Meta-Heuristic Optimization Algorithms Through Type-2 Fuzzy Logic*. Springer International Publishing, 2018.
- [72] F. Olivas, F. Valdez, and O. Castillo, “Comparison of bio-inspired methods with parameter adaptation through interval type-2 fuzzy logic,” in *Studies in Computational Intelligence*, vol. 749, Springer Verlag, 2018, pp. 39–53.
- [73] F. Valdez, J. C. Vazquez, and F. Gaxiola, “Fuzzy Dynamic Parameter Adaptation in

## Referencias

- ACO and PSO for Designing Fuzzy Controllers: The Cases of Water Level and Temperature Control,” *Adv. Fuzzy Syst.*, vol. 2018, 2018, doi: 10.1155/2018/1274969.
- [74] M. J. Mahmoodabadi and H. Jahanshahi, “Multi-objective optimized fuzzy-PID controllers for fourth order nonlinear systems,” *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 19, no. 2, pp. 1084–1098, Jun. 2016, doi: 10.1016/j.jestch.2016.01.010.
- [75] G. V. Ochoa, J. D. Forero, and L. O. Quiñones, “Fuzzy Control of an Inverted Pendulum Systems in MATLAB/Simulink,” *Contemp. Eng. Sci.*, vol. 11, no. 58, p. 2857, 2018, doi: 10.12988/ces.2018.86298.
- [76] M. R. Dastranj, M. Moghaddas, S. S. Afghu, and M. Rouhani, “PID control of inverted pendulum using particle swarm optimization (PSO) algorithm,” in *2011 IEEE 3rd International Conference on Communication Software and Networks, ICCSN 2011*, 2011, pp. 575–578, doi: 10.1109/ICCSN.2011.6013972.
- [77] A. Izadbakhsh, “FAT-based robust adaptive control of electrically driven robots without velocity measurements,” *Nonlinear Dyn.*, vol. 89, no. 1, pp. 289–304, Jul. 2017, doi: 10.1007/s11071-017-3454-9.
- [78] R. Martínez, O. Castillo, and L. T. Aguilar, “Optimization of interval type-2 fuzzy logic controllers for a perturbed autonomous wheeled mobile robot using genetic algorithms,” *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 179, no. 13, pp. 2158–2174, Jun. 2009, doi: 10.1016/j.ins.2008.12.028.
- [79] F. Olivas, L. Amador-Angulo, J. Perez, C. Caraveo, F. Valdez, and O. Castillo, “Comparative Study of Type-2 Fuzzy Particle Swarm, Bee Colony and Bat Algorithms in Optimization of Fuzzy Controllers,” *Algorithms*, vol. 10, no. 3, p. 101, Aug. 2017, doi: 10.3390/a10030101.
- [80] E. Rashedi, H. Nezamabadi-pour, and S. Saryazdi, “GSA: A Gravitational Search Algorithm,” *Inf. Sci. (Ny)*, vol. 179, no. 13, pp. 2232–2248, Jun. 2009, doi: 10.1016/j.ins.2009.03.004.
- [81] R. Larson and B. Farber, *Elementary statistics*. Pearson Education Canada, 2019.
- [82] S. Mirjalili and A. Lewis, “S-shaped versus V-shaped transfer functions for binary Particle Swarm Optimization,” *Swarm Evol. Comput.*, vol. 9, pp. 1–14, Apr. 2013, doi: 10.1016/j.swevo.2012.09.002.

## Referencias

- [83] J. Derrac, S. García, D. Molina, and F. Herrera, “A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms,” *Swarm Evol. Comput.*, vol. 1, no. 1, pp. 3–18, Mar. 2011, doi: 10.1016/j.swevo.2011.02.002.
- [84] F. Valdez, P. Melin, and O. Castillo, “Fuzzy control of parameters to dynamically adapt the PSO and GA Algorithms,” in *2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence, WCCI 2010*, 2010, doi: 10.1109/FUZZY.2010.5583934.
- [85] O. Castillo, “Dynamic parameter adaptation based on using interval Type-2 fuzzy logic in bio-inspired optimization methods,” in *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2019, vol. 939, pp. 1–12, doi: 10.1007/978-3-030-16681-6\_1.

# Anexos

---

## A1: Código Algoritmo MVO

```

function
[Best_universe_Inflation_rate,Best_universe,Convergence_curve]=MVO(N,Max_time,lb,ub,dim,fobj,NI
,WEP_Max,WEP_Min,p,problem)

%Two variables for saving the position and inflation rate (fitness) of the best universe
Best_universe=zeros(1,dim);
Best_universe_Inflation_rate=inf;

%Initialize the positions of universes
Universes=initialization(N,dim,ub,lb);

%Minimum and maximum of Wormhole Existence Probability (min and max in
% Eq.(3.3) in the paper
% WEP_Max=1;
% WEP_Min=0.2;

Convergence_curve=zeros(1,Max_time);

%Iteration(time) counter
Time=1;

%Main loop
while Time<Max_time+1

    %Eq. (3.3) in the paper
    WEP=WEP_Min+Time*((WEP_Max-WEP_Min)/Max_time);

    %Travelling Distance Rate (Formula): Eq. (3.4) in the paper
    TDR=1-((Time)^(1/p)/(Max_time)^(1/p));

    %Inflation rates (I) (fitness values)
    Inflation_rates=zeros(1,size(Universes,1));

    for i=1:size(Universes,1)

        %Boundary checking (to bring back the universes inside search
        % space if they go beyond the boundaries
        Flag4ub=Universes(i,:)>ub;
        Flag4lb=Universes(i,:)<lb;
        Universes(i,)=(Universes(i,:).*(~(Flag4ub+Flag4lb)))+ub.*Flag4ub+lb.*Flag4lb;

        %Calculate the inflation rate (fitness) of universes
        Inflation_rates(1,i)=fobj(Universes(i,:),problem);

        %Elitism
        if Inflation_rates(1,i)<Best_universe_Inflation_rate
            Best_universe_Inflation_rate=Inflation_rates(1,i);
            Best_universe=Universes(i,:);
        end
    end

    end

    [sorted_Inflation_rates,sorted_indexes]=sort(Inflation_rates);

    for newindex=1:N
        Sorted_universes(newindex,:)=Universes(sorted_indexes(newindex),:);
    end
end

```

## Anexos

```
%Normaized inflation rates (NI in Eq. (3.1) in the paper)
normalized_sorted_Inflation_rates=normr(sorted_Inflation_rates);

Universes(1,:)= Sorted_universes(1,:);

%Update the Position of universes
for i=2:size(Universes,1)%Starting from 2 since the first one is the elite
    Back_hole_index=i;
    for j=1:size(Universes,2)
        r1=rand();
        if r1<normalized_sorted_Inflation_rates(i)
            White_hole_index=RouletteWheelSelection(NI*sorted_Inflation_rates);% for
maximization problem -sorted_Inflation_rates should be written as sorted_Inflation_rates
            if White_hole_index==-1
                White_hole_index=1;
            end
            %Eq. (3.1) in the paper
            Universes(Back_hole_index,j)=Sorted_universes(White_hole_index,j);
        end

        if (size(lb,2)==1)
            %Eq. (3.2) in the paper if the boundaries are all the same
            r2=rand();
            if r2<WEP
                r3=rand();
                if r3<0.5
                    Universes(i,j)=Best_universe(1,j)+TDR*((ub-lb)*rand+lb);
                end
                if r3>0.5
                    Universes(i,j)=Best_universe(1,j)-TDR*((ub-lb)*rand+lb);
                end
            end
        end

        if (size(lb,2)~=1)
            %Eq. (3.2) in the paper if the upper and lower bounds are
            %different for each variables
            r2=rand();
            if r2<WEP
                r3=rand();
                if r3<0.5
                    Universes(i,j)=Best_universe(1,j)+TDR*((ub(j)-lb(j))*rand+lb(j));
                end
                if r3>0.5
                    Universes(i,j)=Best_universe(1,j)-TDR*((ub(j)-lb(j))*rand+lb(j));
                end
            end
        end

    end
end

%Update the convergence curve
Convergence_curve(Time)=Best_universe_Inflation_rate;

%Print the best universe details after every 50 iterations
if mod(Time,10)==0
    display(['En la iteración ', num2str(Time), ' el mejor fitness de los universos es ',
num2str(Best_universe_Inflation_rate)]);
end
Time=Time+1;
end
```

## Anexos

### ***A2: Código inicialización de universos MVO***

```
function X=initialization(SearchAgents_no,dim,ub,lb)

Boundary_no= size(ub,2); % number of boundaries

% If the boundaries of all variables are equal and user enter a single
% number for both ub and lb
if Boundary_no==1
    X=rand(SearchAgents_no,dim).*(ub-lb)+lb;
end

% If each variable has a different lb and ub
if Boundary_no>1
    for i=1:dim
        ub_i=ub(i);
        lb_i=lb(i);
        X(:,i)=rand(SearchAgents_no,1).*(ub_i-lb_i)+lb_i;
    end
end
```

### ***A3: Código ruleta de selección para MVO***

```
function choice = RouletteWheelSelection(weights)
    accumulation = cumsum(weights);
    p = rand() * accumulation(end);
    chosen_index = -1;
    for index = 1 : length(accumulation)
        if (accumulation(index) > p)
            chosen_index = index;
            break;
        end
    end
    choice = chosen_index;
```

### ***A4: Código funciones matemáticas de prueba***

```
function [lb,ub,dim,fobj] = Get_Functions_details(F)

switch F
    case 1
        fobj = @F1;
        lb=-100;
        ub=100;
        dim=10;

    case 2
        fobj = @F2;
        lb=-10;
        ub=10;
        dim=10;

    case 3
        fobj = @F3;
        lb=-100;
        ub=100;
        dim=10;

    case 4
        fobj = @F4;
        lb=-100;
```

## Anexos

```
        ub=100;
        dim=10;

    case 5
        fobj = @F5;
        lb=-30;
        ub=30;
        dim=10;

    case 6
        fobj = @F6;
        lb=-100;
        ub=100;
        dim=10;

    case 7
        fobj = @F7;
        lb=-1.28;
        ub=1.28;
        dim=10;

    case 8
        fobj = @F8;
        lb=-500;
        ub=500;
        dim=10;

    case 9
        fobj = @F9;
        lb=-5.12;
        ub=5.12;
        dim=10;

    case 10
        fobj = @F10;
        lb=-32;
        ub=32;
        dim=10;

    case 11
        fobj = @F11;
        lb=-600;
        ub=600;
        dim=10;

    case 12
        fobj = @F12;
        lb=-50;
        ub=50;
        dim=10;

    case 13
        fobj = @F13;
        lb=-50;
        ub=50;
        dim=10;
end

end

% F1

function o = F1(x)
o=sum(x.^2);
end
```



## Anexos

% F2

```
function o = F2(x)
o=sum(abs(x))+prod(abs(x));
end
```

% F3

```
function o = F3(x)
dim=size(x,2);
o=0;
for i=1:dim
    o=o+sum(x(1:i))^2;
end
end
```

% F4

```
function o = F4(x)
o=max(abs(x));
end
```

% F5

```
function o = F5(x)
dim=size(x,2);
o=sum(100*(x(2:dim)-(x(1:dim-1).^2)).^2+(x(1:dim-1)-1).^2);
end
```

% F6

```
function o = F6(x)
o=sum(abs((x+.5)).^2);
end
```

% F7

```
function o = F7(x)
dim=size(x,2);
o=sum([1:dim].*(x.^4))+rand;
end
```

% F8

```
function o = F8(x)
o=sum(-x.*sin(sqrt(abs(x))));
end
```

% F9

```
function o = F9(x)
dim=size(x,2);
o=sum(x.^2-10*cos(2*pi.*x))+10*dim;
end
```

% F10

```
function o = F10(x)
dim=size(x,2);
o=-20*exp(-.2*sqrt(sum(x.^2)/dim))-exp(sum(cos(2*pi.*x))/dim)+20+exp(1);
end
```

## Anexos

```
% F11
```

```
function o = F11(x)
dim=size(x,2);
o=sum(x.^2)/4000-prod(cos(x./sqrt([1:dim]))) +1;
end
```

```
% F12
```

```
function o = F12(x)
dim=size(x,2);
o=(pi/dim)*(10*((sin(pi*(1+(x(1)+1)/4)))^2)+sum(((x(1:dim-1)+1)/4).^2).*...
(1+10.*((sin(pi.*(1+(x(2:dim)+1)/4))))).^2)+((x(dim)+1)/4)^2+sum(Ufun(x,10,100,4));
end
```

```
% F13
```

```
function o = F13(x)
dim=size(x,2);
o=.1*((sin(3*pi*x(1)))^2+sum((x(1:dim-1)-1).^2.*(1+(sin(3.*pi.*x(2:dim))).^2))+...
(x(dim)-1)^2*(1+(sin(2*pi*x(dim))).^2))+sum(Ufun(x,5,100,4));
end
```

### ***A5: Código función de costo tipper***

```
function costo=funcionoptimizarT(valores,sistemas,fis2,fis1)
```

```
% Ordenar valores de algoritmo
```

```
v1 = sort(valores(1:7));
v2 = sort(valores(8:14));
```

```
% Original
```

```
% Mamdani o sugeno, depende de lo que recibe en sistemas
```

```
fis2.input(1).mf(1).params = [-5 v1(1) v1(3)];
fis2.input(1).mf(2).params = [v1(2) v1(4) v1(6)];
fis2.input(1).mf(3).params = [v1(5) v1(7) 15];
fis2.input(2).mf(1).params = [-5 v2(1) v2(3)];
fis2.input(2).mf(2).params = [v2(2) v2(4) v2(6)];
fis2.input(2).mf(3).params = [v2(5) v2(7) 15];
```

```
% Generar valores continuos
```

```
[E1,E2]=meshgrid(0:0.5:10,0:0.5:10);
```

```
F1S1=evalfis([E1(:) E2(:)],fis1);
```

```
F2S1=evalfis([E1(:) E2(:)],fis2);
```

```
% Calculo de RMSE para costo de funcion
```

```
costo=sqrt(1/size(F1S1,1)*sum((F1S1 - F2S1).^2));
```

```
end
```

### ***A6: Código función de costo cruise control***

```
function costo=funcionoptimizarCC(valores,problem)
```

```
fiscc=problem.fis2;
```

```
sistemas=problem.sistemas;
```

```
% Ordenar valores de algoritmo
```

```
v1 = sort(valores(1:13));
```

```
fiscc.input(1).mf(1).params = [-2 -1 v1(1) v1(3)];
```

## Anexos

```
fiscc.input(1).mf(2).params = [v1(2) v1(4) v1(6)];
fiscc.input(1).mf(3).params = [v1(5) v1(7) v1(9)];
fiscc.input(1).mf(4).params = [v1(8) v1(10) v1(12)];
fiscc.input(1).mf(5).params = [v1(11) v1(13) 1 2];

% Simulacion y parametros con FIS candidato
m = 1000;
b = 50;
r = 10;
t = 0:0.01:20; % Tiempo de 20 segundos

% Correr simulacion de controlador difuso, salida se almacena en vtd
try
    options = simset('SrcWorkspace','current');
    sim('PlantaCCLucioControlDifusoMVOP',20,options)
    % Calculo de RMSE para costo de funcion
    costo=sqrt(1/size(t,1)*sum((r - vtd).^2));
catch
    costo=inf;
end
end

function costo=funcionoptimizarCC(valores,problem)

fiscc=problem.fis2;
sistemas=problem.sistemas;

% Ordenar valores de algoritmo
v1 = sort(valores(1:13));
% 1 para mamdani, 2 para sugeno
if sistemas{2}=='1'
    v2 = sort(valores(14:26));
else
    v2 = sort(valores(14:18));
end

% Mamdani o sugeno, depende de lo que recibe en sistemas
fiscc.input(1).mf(1).params = [-2 -1 v1(1) v1(3)];
fiscc.input(1).mf(2).params = [v1(2) v1(4) v1(6)];
fiscc.input(1).mf(3).params = [v1(5) v1(7) v1(9)];
fiscc.input(1).mf(4).params = [v1(8) v1(10) v1(12)];
fiscc.input(1).mf(5).params = [v1(11) v1(13) 1 2];

if sistemas{2}=='1'
    fiscc.output(1).mf(1).params = [-2 -1 v2(1) v2(3)];
    fiscc.output(1).mf(2).params = [v2(2) v2(4) v2(6)];
    fiscc.output(1).mf(3).params = [v2(5) v2(7) v2(9)];
    fiscc.output(1).mf(4).params = [v2(8) v2(10) v2(12)];
    fiscc.output(1).mf(5).params = [v2(11) v2(13) 1 2];
else
    fiscc.output(1).mf(1).params = v2(1);
    fiscc.output(1).mf(2).params = v2(2);
    fiscc.output(1).mf(3).params = v2(3);
    fiscc.output(1).mf(4).params = v2(4);
    fiscc.output(1).mf(5).params = v2(5);
end

% Simulacion y parametros con FIS candidato
m = 1000;
b = 50;
r = 10;
t = 0:0.01:20; % Tiempo de 20 segundos

% Correr simulacion de controlador difuso, salida se almacena en vtd
try
```

## Anexos

```
options = simset('SrcWorkspace','current');
sim('PlantaCCLucioControlDifusoMVOp',20,options)
% Calculo de RMSE para costo de funcion
costo=sqrt(1/size(t,1)*sum((r - vtd).^2));
catch
    costo=inf;
end
end
```

### ***A7: Código función de costo control de temperatura***

```
function costo=funcionoptimizarReg(valores,problem)

fisreg=problem.fis2;
% Ordenar valores de algoritmo
v1 = sort(valores(1:7)*20);
v2 = sort(valores(8:14));

fisreg.input(1).mf(1).params = [-30 -30 v1(1) v1(3)];
fisreg.input(1).mf(2).params = [v1(2) v1(4) v1(6)];
fisreg.input(1).mf(3).params = [v1(5) v1(7) 30 30];

fisreg.input(2).mf(1).params = [-3 -3 v2(1) v2(3)];
fisreg.input(2).mf(2).params = [v2(2) v2(4) v2(6)];
fisreg.input(2).mf(3).params = [v2(5) v2(7) 3 3];

% Simulacion y parametros con FIS candidato
k=1;

% Correr simulacion de controlador difuso, salida se almacena en flujo y
% temperatura
try
    options = simset('SrcWorkspace','current');
    sim('PlantaRegadera',50,options)

    rmseflujo=sqrt(mean((flujo(:,1)-flujo(:,2)).^2));
    rmsetemp=sqrt(mean((temperatura(:,1)-temperatura(:,2)).^2));

    costo=rmseflujo+rmsetemp;
catch
    costo=inf;
end
end

function costo=funcionoptimizarReg(valores,problem)

fisreg=problem.fis2;
sistemas=problem.sistemas;

% Ordenar valores de algoritmo
v1 = sort(valores(1:7)*20);
v2 = sort(valores(8:14));

% 1 para mamdani, 2 para sugeno
if sistemas{2}=='1'
    v3 = sort(valores(15:27));
    v4 = sort(valores(28:40));
else
    v3 = sort(valores(15:19));
    v4 = sort(valores(20:24));
end
```

## Anexos

```
fisreg.input(1).mf(1).params = [-30 -30 v1(1) v1(3)];
fisreg.input(1).mf(2).params = [v1(2) v1(4) v1(6)];
fisreg.input(1).mf(3).params = [v1(5) v1(7) 30 30];

fisreg.input(2).mf(1).params = [-3 -3 v2(1) v2(3)];
fisreg.input(2).mf(2).params = [v2(2) v2(4) v2(6)];
fisreg.input(2).mf(3).params = [v2(5) v2(7) 3 3];

if sistemas{2}=='1'
    fisreg.output(1).mf(1).params = [-1 v3(1) v3(3)];
    fisreg.output(1).mf(2).params = [v3(2) v3(4) v3(6)];
    fisreg.output(1).mf(3).params = [v3(5) v3(7) v3(9)];
    fisreg.output(1).mf(4).params = [v3(8) v3(10) v3(12)];
    fisreg.output(1).mf(5).params = [v3(11) v3(13) 1];

    fisreg.output(2).mf(1).params = [-1 v4(1) v4(3)];
    fisreg.output(2).mf(2).params = [v4(2) v4(4) v4(6)];
    fisreg.output(2).mf(3).params = [v4(5) v4(7) v4(9)];
    fisreg.output(2).mf(4).params = [v4(8) v4(10) v4(12)];
    fisreg.output(2).mf(5).params = [v4(11) v4(13) 1];
else
    fisreg.output(1).mf(1).params = v3(1);
    fisreg.output(1).mf(2).params = v3(2);
    fisreg.output(1).mf(3).params = v3(3);
    fisreg.output(1).mf(4).params = v3(4);
    fisreg.output(1).mf(5).params = v3(5);

    fisreg.output(2).mf(1).params = v4(1);
    fisreg.output(2).mf(2).params = v4(2);
    fisreg.output(2).mf(3).params = v4(3);
    fisreg.output(2).mf(4).params = v4(4);
    fisreg.output(2).mf(5).params = v4(5);
end

% Simulacion y parametros con FIS candidato
k=1;

% Correr simulacion de controlador difuso, salida se almacena en flujo y
% temperatura
try
    options = simset('SrcWorkspace','current');
    sim('PlantaRegadera',50,options)

    rmseflujo=sqrt(mean((flujo(:,1)-flujo(:,2)).^2));
    rmsetemp=sqrt(mean((temperatura(:,1)-temperatura(:,2)).^2));

    costo=rmseflujo+rmsetemp;
catch
    costo=inf;
end
end
```

### ***A8: Código función de costo péndulo invertido***

```
function costo=funcionoptimizarPend(valores,problem)

fispend=problem.fis2;
vl=valores;

fispend.input(1).mf(1).params = [v1(1)*0.6 v1(2)*10 -0.3 0];
fispend.input(1).mf(2).params = [v1(3)*0.6 v1(4)*10 0.3 0];

fispend.input(2).mf(1).params = [v1(5)*2 v1(6)*10 -1 0];
```

## Anexos

```
fispend.input(2).mf(2).params = [v1(7)*2 v1(8)*10 1 0];

fispend.input(3).mf(1).params = [v1(9)*6 v1(10)*10 -3 0];
fispend.input(3).mf(2).params = [v1(11)*6 v1(12)*10 3 0];

fispend.input(4).mf(1).params = [v1(13)*6 v1(14)*10 -3 0];
fispend.input(4).mf(2).params = [v1(15)*6 v1(16)*10 3 0];

% Correr simulacion de controlador difuso
try
    options = simset('SrcWorkspace','current');
    sim('PlantaPendulo',20,options)

    angulomax=max(Theta);
    angulomin=min(Theta);

    if(angulomax<1 && angulomin>-1)
        costo=sqrt(mean((Xref-X).^2));
    else
        costo=inf;
    end

catch
    costo=inf;
end
end

function costo=funcionoptimizarPend(valores,problem)

fispend=problem.fis2;
% Ordenar valores de algoritmo
v1=sort(valores(1:4)*0.3);
v2=sort(valores(5:8));
v3=sort(valores(9:12)*3);
v4=sort(valores(13:16)*3);

fispend.input(1).mf(1).params = [-0.9 v1(1) v1(3) 0];
fispend.input(1).mf(2).params = [v1(2) v1(4) 0.9 0];

fispend.input(2).mf(1).params = [-3 v2(1) v2(3) 0];
fispend.input(2).mf(2).params = [v2(2) v2(4) 3 0];

fispend.input(3).mf(1).params = [-9 v3(1) v3(3) 0];
fispend.input(3).mf(2).params = [v3(2) v3(4) 9 0];

fispend.input(4).mf(1).params = [-9 v4(1) v4(3) 0];
fispend.input(4).mf(2).params = [v4(2) v4(4) 9 0];

% Correr simulacion de controlador difuso
try
    options = simset('SrcWorkspace','current');
    sim('PlantaPendulo',20,options)

    angulomax=max(Theta);
    angulomin=min(Theta);

    if(angulomax<1 && angulomin>-1)
        costo=sqrt(mean((Xref-X).^2));
    else
        costo=inf;
    end
catch
    costo=inf;
end
```

## Anexos

```
end  
end
```

### ***A9: Código función de costo robot móvil***

```
function costo=funcionoptimizarProbot(valores,problem)  
  
fisprobot=problem.fis2;  
sistemas=problem.sistemas;  
  
% Ordenar valores de algoritmo  
v1 = sort(valores(1:9));  
v2 = sort(valores(10:18));  
  
% 1 para mamdani, 2 para sugeno  
if sistemas{2}=='1'  
    v3 = sort(valores(19:25));  
    v4 = sort(valores(26:32));  
else  
    v3 = sort(valores(19:21));  
    v4 = sort(valores(22:24));  
end  
  
fisprobot.input(1).mf(1).params = [-1.72 v1(1) v1(2) v1(4)];  
fisprobot.input(1).mf(2).params = [v1(3) v1(5) v1(7)];  
fisprobot.input(1).mf(3).params = [v1(6) v1(8) v1(9) 1.72];  
  
fisprobot.input(2).mf(1).params = [-1.72 v2(1) v2(2) v2(4)];  
fisprobot.input(2).mf(2).params = [v2(3) v2(5) v2(7)];  
fisprobot.input(2).mf(3).params = [v2(6) v2(8) v2(9) 1.72];  
  
if sistemas{2}=='1'  
    fisprobot.output(1).mf(1).params = [-1.8 v3(1) v3(3)];  
    fisprobot.output(1).mf(2).params = [v3(2) v3(4) v3(6)];  
    fisprobot.output(1).mf(3).params = [v3(5) v3(7) 1.8];  
  
    fisprobot.output(2).mf(1).params = [-1.8 v4(1) v4(3)];  
    fisprobot.output(2).mf(2).params = [v4(2) v4(4) v4(6)];  
    fisprobot.output(2).mf(3).params = [v4(5) v4(7) 1.8];  
else  
    fisprobot.output(1).mf(1).params = v3(1);  
    fisprobot.output(1).mf(2).params = v3(2);  
    fisprobot.output(1).mf(3).params = v3(3);  
  
    fisprobot.output(2).mf(1).params = v4(1);  
    fisprobot.output(2).mf(2).params = v4(2);  
    fisprobot.output(2).mf(3).params = v4(3);  
end  
  
% Correr simulacion de controlador difuso  
try  
    options = simset('SrcWorkspace','current');  
    sim('ProbotISCI2016',100,options)  
  
    vmse = mse(data.signals.values(:,2) - data.signals.values(:,1));%llanta una  
    wmse = mse(data.signals.values(:,4) - data.signals.values(:,3));%llanta dos  
  
    costo= vmse + wmse;  
catch  
    costo=inf;  
end  
end
```

## Anexos

### ***A10: Código Algoritmo F-MVO 1***

```
function
[Best_universe_Inflation_rate,Best_universe,Convergence_curve]=MVO(N,Max_time,lb,ub,dim,fobj,NI
,WEP_Max,WEP_Min,p,problem)

%Two variables for saving the position and inflation rate (fitness) of the best universe
Best_universe=zeros(1,dim);
Best_universe_Inflation_rate=inf;

%Initialize the positions of universes
Universes=initialization(N,dim,ub,lb);

%Minimum and maximum of Wormhole Existence Probability (min and max in
% Eq.(3.3) in the paper
% WEP_Max=1;
% WEP_Min=0.2;

Convergence_curve=zeros(1,Max_time);

%Iteration(time) counter
Time=1;
FWep=readfis('FWEPmamdani.fis');

%Main loop
while Time<Max_time+1

    %Eq. (3.3) in the paper
    % WEP=WEP_Min+Time*((WEP_Max-WEP_Min)/Max_time);
    Lightyears=Time/Max_time;
    WEPp=evalfis(Lightyears,FWep);
    WEP=WEPp*(WEP_Max-WEP_Min)+WEP_Min;

    %Travelling Distance Rate (Formula): Eq. (3.4) in the paper
    TDR=1-((Time)^(1/p)/(Max_time)^(1/p));

    %Inflation rates (I) (fitness values)
    Inflation_rates=zeros(1,size(Universes,1));
```

### ***A11: Código Algoritmo F-MVO 2***

```
function
[Best_universe_Inflation_rate,Best_universe,Convergence_curve]=MVO(N,Max_time,lb,ub,dim,fobj,NI
,WEP_Max,WEP_Min,p,problem)

%Two variables for saving the position and inflation rate (fitness) of the best universe
Best_universe=zeros(1,dim);
Best_universe_Inflation_rate=inf;

%Initialize the positions of universes
Universes=initialization(N,dim,ub,lb);

%Minimum and maximum of Wormhole Existence Probability (min and max in
% Eq.(3.3) in the paper
% WEP_Max=1;
% WEP_Min=0.2;

Convergence_curve=zeros(1,Max_time);

%Iteration(time) counter
Time=1;
FWep=readfis('FWEPmamdani.fis');
```



## Anexos

```
%Main loop
while Time<Max_time+1

    %Eq. (3.3) in the paper
    % WEP=WEP_Min+Time*((WEP_Max-WEP_Min)/Max_time);
    Lightyears=Time/Max_time;
    WEPP=evalfis(Lightyears,FWep);
    WEPp=(WEPP-0.33)/(0.67-0.33);
    WEP=WEPp*(WEP_Max-WEP_Min)+WEP_Min;

    %Travelling Distance Rate (Formula): Eq. (3.4) in the paper
    TDR=1-((Time)^(1/p)/(Max_time)^(1/p));

    %Inflation rates (I) (fitness values)
    Inflation_rates=zeros(1,size(Universes,1));
```

### ***A12: Código Algoritmo F-MVO 3***

```
function
[Best_universe_Inflation_rate,Best_universe,Convergence_curve]=MVO(N,Max_time,lb,ub,dim,fobj,NI
,WEP_Max,WEP_Min,p,problem)

%Two variables for saving the position and inflation rate (fitness) of the best universe
Best_universe=zeros(1,dim);
Best_universe_Inflation_rate=inf;

%Initialize the positions of universes
Universes=initialization(N,dim,ub,lb);

%Minimum and maximum of Wormhole Existence Probability (min and max in
% Eq.(3.3) in the paper
% WEP_Max=1;
% WEP_Min=0.2;

Convergence_curve=zeros(1,Max_time);

%Iteration(time) counter
Time=1;
FWep=readfis('FWEPnamdani.fis');

%Main loop
while Time<Max_time+1

    %Eq. (3.3) in the paper
    % WEP=WEP_Min+Time*((WEP_Max-WEP_Min)/Max_time);
    Lightyears=Time/Max_time;
    Fisv=evalfis(Lightyears,FWep);
    WEPp=(Fisv(1)-0.33)/(0.67-0.33);
    WEP=WEPp*(WEP_Max-WEP_Min)+WEP_Min;

    %Travelling Distance Rate (Formula): Eq. (3.4) in the paper
    % TDR=1-((Time)^(1/p)/(Max_time)^(1/p));
    TDRp=(Fisv(2)-0.33)/(0.67-0.33);
    TDR=TDRp*((p/10)-0)+0;

    %Inflation rates (I) (fitness values)
    Inflation_rates=zeros(1,size(Universes,1));
```

**A13: Tablas de experimentos funciones matemáticas de prueba**

Tabla A13.1 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 5 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	<u>4.64E-05</u>	1.65E-03	1.51E-04	5.37E-03	1.21E+01	5.99E-05	6.05E-04
2	2.48E-04	1.97E-03	8.15E-05	9.29E-03	2.36E+01	1.04E-04	1.25E-03
3	8.84E-05	2.40E-03	4.41E-04	<b>1.53E-02</b>	1.99E+01	1.25E-04	1.11E-03
4	9.14E-05	9.38E-04	1.86E-04	9.18E-03	7.78E-01	1.91E-04	6.58E-04
5	7.26E-05	1.53E-03	5.89E-04	5.35E-03	1.70E-01	6.93E-05	1.95E-04
6	1.60E-04	2.03E-03	<u>3.47E-05</u>	6.94E-03	3.97E+00	1.10E-04	1.12E-03
7	6.94E-05	1.94E-03	1.74E-03	1.02E-02	4.20E-01	2.30E-04	1.78E-04
8	1.67E-04	2.51E-03	8.38E-04	8.71E-03	9.42E+00	1.13E-04	1.08E-03
9	6.37E-05	2.13E-03	2.17E-04	1.06E-02	<b>4.81E+02</b>	<u>3.69E-05</u>	3.12E-04
10	1.46E-04	1.73E-03	1.43E-04	1.19E-02	3.32E-01	2.02E-04	8.50E-04
11	1.00E-04	<u>5.07E-04</u>	2.80E-04	1.09E-02	1.15E+01	1.20E-04	3.23E-04
12	1.27E-04	3.43E-03	4.14E-04	1.13E-02	2.23E-01	<b>3.56E-04</b>	8.40E-04
13	1.09E-04	<b>6.06E-03</b>	7.29E-04	6.56E-03	<u>1.61E-01</u>	9.59E-05	8.11E-04
14	1.07E-04	2.64E-03	1.93E-04	6.28E-03	4.45E-01	2.20E-04	1.00E-03
15	1.78E-04	1.73E-03	2.07E-04	4.84E-03	1.87E-01	9.39E-05	3.51E-04
16	2.17E-04	1.76E-03	<b>1.92E-03</b>	1.03E-02	6.13E-01	6.36E-05	6.04E-04
17	2.90E-04	1.73E-03	6.42E-05	5.19E-03	6.43E-01	7.67E-05	1.85E-04
18	5.97E-05	7.80E-04	3.05E-04	6.69E-03	4.57E-01	1.43E-04	<b>1.80E-03</b>
19	7.97E-05	4.87E-03	1.13E-04	5.28E-03	6.40E+00	2.55E-04	8.49E-04
20	1.60E-04	2.62E-03	1.34E-04	6.74E-03	4.36E-01	2.02E-04	1.43E-03
21	7.50E-05	2.30E-03	9.47E-05	4.75E-03	2.71E+01	5.86E-05	1.86E-04
22	1.43E-04	1.80E-03	9.76E-05	7.17E-03	4.35E+00	2.08E-04	2.46E-04
23	9.48E-05	2.59E-03	2.19E-04	7.59E-03	4.19E+00	7.72E-05	1.62E-04
24	<b>3.01E-04</b>	2.55E-03	1.63E-04	1.29E-02	4.19E+02	1.22E-04	1.74E-03
25	1.13E-04	2.46E-03	1.61E-04	8.72E-03	2.46E-01	7.74E-05	2.04E-04
26	1.40E-04	2.06E-03	1.30E-04	9.01E-03	3.72E-01	2.11E-04	7.06E-04
27	1.26E-04	2.64E-03	4.94E-04	6.91E-03	3.79E+02	2.49E-04	1.38E-03
28	1.83E-04	1.96E-03	4.08E-04	7.46E-03	3.65E-01	1.31E-04	<u>1.46E-04</u>
29	7.78E-05	2.73E-03	3.57E-04	1.34E-02	1.06E+01	4.53E-05	4.72E-04
30	1.16E-04	2.41E-03	3.02E-04	<u>4.53E-03</u>	2.57E-01	1.57E-04	6.28E-04

Tabla A13.2 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 5 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-1.80E+03	2.98E+00	5.28E-03	5.98E-02	3.57E-06	4.18E-05
2	-1.36E+03	9.95E+00	7.88E-03	5.24E-02	1.10E-05	4.52E-05
3	<b>-1.98E+03</b>	1.99E+00	7.24E-03	6.78E-02	8.41E-06	7.29E-06
4	-1.98E+03	2.98E+00	5.44E-03	6.84E-02	4.16E-06	7.50E-05
5	-1.42E+03	4.97E+00	6.37E-03	<b>1.26E-02</b>	<b>1.00E-06</b>	3.53E-05
6	-1.21E+03	2.98E+00	4.12E-03	8.92E-02	1.24E-05	8.50E-06
7	-1.74E+03	2.98E+00	5.25E-03	5.35E-02	4.25E-06	1.47E-05
8	-1.76E+03	6.96E+00	5.22E-03	7.34E-02	3.52E-05	1.07E-04
9	-1.34E+03	9.95E+00	4.53E-03	3.32E-02	6.27E-06	5.46E-06
10	-1.11E+03	1.99E+00	5.96E-03	9.13E-02	5.61E-06	5.05E-05
11	-1.74E+03	2.98E+00	5.68E-03	1.27E-01	<b>4.05E-05</b>	5.82E-05
12	-1.23E+03	4.98E+00	7.72E-03	1.38E-01	5.42E-06	4.81E-05
13	-1.98E+03	4.97E+00	7.05E-03	5.59E-02	1.24E-05	2.51E-05
14	-1.76E+03	8.95E+00	4.16E-03	1.45E-01	1.30E-05	2.58E-05
15	-1.54E+03	8.95E+00	<b>1.23E-02</b>	7.49E-02	1.18E-05	1.92E-05
16	-1.88E+03	<b>1.99E+01</b>	7.55E-03	4.35E-02	3.65E-06	7.26E-05
17	-1.34E+03	4.97E+00	7.04E-03	5.71E-02	8.98E-06	8.68E-06
18	-1.50E+03	2.98E+00	6.65E-03	9.39E-02	2.07E-05	2.15E-05
19	-1.98E+03	6.96E+00	5.37E-03	<b>1.81E-01</b>	1.32E-05	7.62E-05
20	-1.46E+03	1.29E+01	6.14E-03	5.02E-02	2.69E-05	4.52E-05
21	-1.42E+03	1.29E+01	9.35E-03	4.70E-02	7.36E-06	7.08E-05
22	-1.33E+03	2.98E+00	8.29E-03	6.78E-02	2.34E-06	<b>3.78E-06</b>
23	-1.42E+03	9.95E+00	6.85E-03	8.67E-02	2.70E-06	3.68E-05
24	-1.76E+03	1.09E+01	5.78E-03	4.46E-02	2.40E-05	1.53E-05
25	-1.86E+03	9.95E-01	5.55E-03	1.33E-01	1.22E-05	1.15E-05
26	-1.19E+03	<b>9.95E-01</b>	<b>1.73E-03</b>	1.48E-01	2.30E-05	3.57E-05
27	-1.36E+03	5.97E+00	4.25E-03	1.27E-01	6.72E-06	<b>1.18E-04</b>
28	-1.86E+03	3.98E+00	2.69E-03	6.12E-02	3.04E-06	1.36E-05
29	<b>-9.89E+02</b>	6.96E+00	8.81E-03	8.69E-02	9.85E-06	3.60E-05
30	-1.80E+03	8.95E+00	4.67E-03	1.13E-01	1.01E-05	2.10E-05

Tabla A13.3 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 10 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	3.94E-03	2.10E-02	4.99E-03	3.48E-02	9.37E+00	4.41E-03	4.77E-03
2	<u>1.04E-03</u>	1.27E-02	1.14E-02	2.77E-02	6.57E+00	3.96E-03	2.60E-03
3	4.61E-03	1.32E-02	1.08E-02	1.62E-02	<u>4.07E+00</u>	1.92E-03	1.16E-03
4	<b>4.88E-03</b>	1.01E-02	1.09E-02	2.15E-02	9.22E+01	1.65E-03	4.32E-03
5	1.45E-03	1.02E-02	2.10E-02	5.95E-02	1.16E+02	2.93E-03	4.79E-03
6	4.83E-03	1.07E-02	1.73E-02	1.99E-02	<b>2.43E+03</b>	2.29E-03	3.71E-03
7	1.79E-03	1.44E-02	1.23E-02	4.90E-02	1.59E+02	2.15E-03	1.29E-03
8	1.75E-03	1.31E-02	2.08E-02	2.45E-02	4.20E+00	1.74E-03	1.15E-03
9	1.23E-03	9.70E-03	8.71E-03	3.13E-02	8.13E+00	1.95E-03	2.13E-03
10	2.13E-03	1.04E-02	9.29E-03	3.20E-02	7.65E+00	1.06E-03	2.13E-03
11	1.18E-03	2.02E-02	1.50E-02	3.12E-02	6.62E+00	<u>4.94E-04</u>	3.40E-03
12	2.85E-03	1.15E-02	1.27E-02	1.25E-02	6.84E+00	3.86E-03	5.13E-04
13	2.47E-03	8.92E-03	8.52E-03	3.36E-02	5.28E+00	<b>5.51E-03</b>	<u>4.05E-04</u>
14	1.76E-03	1.06E-02	1.25E-02	2.12E-02	5.94E+00	1.38E-03	2.20E-03
15	1.56E-03	1.24E-02	1.61E-02	3.36E-02	8.58E+01	2.74E-03	1.26E-03
16	1.10E-03	1.48E-02	7.26E-03	4.32E-02	8.99E+00	1.41E-03	1.55E-03
17	1.44E-03	1.95E-02	1.45E-02	2.09E-02	5.98E+00	1.54E-03	2.25E-03
18	2.16E-03	1.13E-02	3.90E-02	<b>6.63E-02</b>	9.23E+00	4.31E-03	1.31E-03
19	1.84E-03	1.36E-02	2.72E-02	2.51E-02	9.04E+00	1.66E-03	1.46E-03
20	1.17E-03	1.04E-02	1.94E-02	2.12E-02	7.04E+00	2.80E-03	3.34E-03
21	2.41E-03	1.64E-02	3.64E-02	1.98E-02	7.76E+00	1.58E-03	<b>5.00E-03</b>
22	3.66E-03	<b>2.76E-02</b>	3.91E-03	3.06E-02	9.15E+00	8.30E-04	3.22E-03
23	2.60E-03	<u>8.60E-03</u>	3.56E-02	<u>9.27E-03</u>	7.18E+00	1.76E-03	2.04E-03
24	1.87E-03	1.58E-02	3.40E-03	3.73E-02	5.84E+02	9.96E-04	1.67E-03
25	2.72E-03	1.23E-02	<b>7.48E-02</b>	3.60E-02	6.65E+00	2.57E-03	2.44E-03
26	2.78E-03	1.32E-02	1.88E-02	4.83E-02	4.19E+00	2.97E-03	8.76E-04
27	1.20E-03	1.40E-02	<u>2.89E-03</u>	2.80E-02	5.15E+00	1.41E-03	1.12E-03
28	4.71E-03	2.07E-02	3.75E-02	3.01E-02	4.08E+00	1.95E-03	1.77E-03
29	1.70E-03	1.04E-02	3.42E-03	1.40E-02	6.14E+00	1.12E-03	2.31E-03
30	2.03E-03	1.66E-02	1.99E-02	2.54E-02	9.06E+00	2.39E-03	9.64E-04

Tabla A13.4 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 10 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-2.73E+03	3.18E+01	1.44E-02	2.77E-01	1.12E-04	1.35E-04
2	-3.08E+03	4.08E+01	1.51E-02	2.86E-01	3.13E-05	1.95E-04
3	-3.10E+03	2.09E+01	1.10E-02	1.34E-01	3.12E-01	5.73E-04
4	-2.77E+03	8.96E+00	1.65E+00	2.81E-01	<b>3.13E-01</b>	1.18E-02
5	-3.24E+03	4.68E+01	1.54E-02	1.48E-01	5.49E-05	9.35E-04
6	-2.04E+03	5.97E+00	1.73E-02	2.12E-01	1.30E-04	1.57E-04
7	-2.71E+03	4.28E+01	2.98E-02	3.93E-01	2.15E-04	3.00E-04
8	-3.32E+03	3.48E+01	2.16E-02	3.19E-01	3.12E-01	2.15E-04
9	-3.10E+03	3.18E+01	1.65E+00	2.20E-01	2.17E-04	1.70E-04
10	-2.31E+03	2.19E+01	1.16E+00	5.10E-01	1.32E-04	2.04E-04
11	-2.87E+03	1.79E+01	2.01E-02	2.85E-01	1.20E-04	2.59E-04
12	-2.75E+03	1.49E+01	1.63E-02	2.57E-01	9.72E-05	1.75E-04
13	-3.06E+03	2.98E+01	1.16E+00	4.08E-01	1.13E-04	2.00E-04
14	-2.93E+03	<b>5.47E+01</b>	1.70E-02	2.63E-01	6.31E-05	1.14E-02
15	-2.57E+03	2.49E+01	1.55E-02	2.60E-01	3.12E-01	<u>6.86E-05</u>
16	-3.01E+03	1.99E+01	2.85E-02	3.50E-01	5.41E-05	3.92E-04
17	-2.83E+03	1.89E+01	1.70E-02	1.83E-01	7.21E-05	<b>1.25E-02</b>
18	-2.99E+03	3.38E+01	1.26E-02	3.92E-01	3.64E-05	6.89E-04
19	-2.69E+03	3.08E+01	2.78E-02	4.57E-01	<u>1.65E-05</u>	1.22E-02
20	-2.81E+03	1.69E+01	1.34E-02	1.56E-01	4.74E-05	7.62E-04
21	<u>-3.42E+03</u>	2.49E+01	2.62E-02	3.39E-01	1.17E-04	6.74E-04
22	-3.10E+03	2.69E+01	<u>9.04E-03</u>	<b>6.70E-01</b>	1.82E-04	1.03E-04
23	-2.69E+03	<u>5.97E+00</u>	2.19E-02	5.15E-01	6.88E-05	1.36E-04
24	-2.92E+03	3.48E+01	1.26E-02	3.82E-01	7.76E-05	1.27E-04
25	-2.77E+03	4.38E+01	2.38E-02	2.00E-01	1.39E-04	6.59E-04
26	<b>-1.64E+03</b>	2.19E+01	1.89E-02	4.66E-01	8.47E-05	2.52E-04
27	-2.33E+03	1.69E+01	2.43E-02	6.14E-01	1.83E-04	8.75E-04
28	-3.28E+03	2.59E+01	<b>2.01E+00</b>	1.92E-01	9.33E-05	1.87E-04
29	-3.10E+03	2.19E+01	1.99E-02	<u>5.58E-02</u>	1.68E-04	3.51E-04
30	-3.03E+03	3.28E+01	2.37E-02	3.31E-01	2.48E-04	4.48E-04

Tabla A13.5 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 20 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	2.42E-02	6.57E-02	1.55E+00	1.81E-01	1.64E+01	2.43E-02	1.70E-02
2	3.22E-02	6.68E-02	2.36E+00	3.18E-01	1.78E+01	2.58E-02	1.14E-02
3	3.66E-02	1.19E-01	1.32E+00	1.42E-01	1.61E+01	4.16E-02	1.30E-02
4	2.60E-02	9.08E-02	1.40E+00	3.62E-01	1.91E+01	2.53E-02	<u>2.75E-03</u>
5	3.65E-02	<u>6.01E-02</u>	1.97E+00	3.00E-01	1.89E+01	<u>1.31E-02</u>	6.01E-03
6	3.86E-02	1.36E-01	1.68E+00	1.58E-01	1.82E+01	3.90E-02	1.10E-02
7	2.51E-02	1.15E-01	7.82E-01	1.41E-01	1.17E+03	2.95E-02	1.06E-02
8	2.28E-02	1.14E-01	2.50E+00	1.39E-01	1.56E+02	3.41E-02	1.48E-02
9	3.07E-02	2.02E-01	<b>3.60E+00</b>	2.89E-01	1.75E+01	3.20E-02	4.75E-03
10	4.03E-02	8.73E-02	7.44E-01	1.40E-01	3.22E+02	1.68E-02	5.83E-03
11	3.13E-02	1.06E-01	2.20E+00	1.51E-01	<u>1.34E+01</u>	<b>5.43E-02</b>	1.17E-02
12	2.85E-02	7.93E-02	1.31E+00	1.63E-01	1.93E+01	3.14E-02	<b>1.93E-02</b>
13	4.29E-02	1.01E-01	<u>5.37E-01</u>	1.29E-01	1.07E+02	2.01E-02	3.83E-03
14	3.99E-02	1.47E-01	3.01E+00	2.46E-01	<b>1.69E+03</b>	2.84E-02	6.47E-03
15	3.29E-02	1.03E-01	7.12E-01	3.81E-01	1.91E+01	3.07E-02	9.48E-03
16	2.42E-02	6.05E-02	9.49E-01	1.88E-01	1.85E+01	2.28E-02	7.09E-03
17	2.01E-02	1.14E-01	9.19E-01	2.82E-01	1.88E+01	4.12E-02	1.32E-02
18	1.86E-02	1.89E-01	1.18E+00	<u>1.07E-01</u>	1.88E+01	2.97E-02	7.02E-03
19	2.64E-02	1.18E-01	1.96E+00	1.75E-01	1.94E+01	3.02E-02	6.40E-03
20	2.51E-02	8.97E-02	1.44E+00	2.08E-01	1.18E+02	3.44E-02	1.29E-02
21	<b>5.70E-02</b>	8.43E-02	8.13E-01	1.60E-01	5.10E+02	3.43E-02	3.09E-03
22	3.18E-02	<b>2.18E-01</b>	5.97E-01	1.43E-01	2.17E+02	3.17E-02	9.71E-03
23	2.71E-02	7.80E-02	1.33E+00	1.56E-01	1.68E+01	3.40E-02	8.68E-03
24	2.23E-02	1.04E-01	2.89E+00	1.20E-01	2.79E+02	2.95E-02	4.11E-03
25	3.26E-02	1.12E-01	6.87E-01	1.77E-01	1.63E+01	2.00E-02	1.47E-02
26	2.86E-02	6.46E-02	2.14E+00	1.65E-01	1.13E+02	5.35E-02	1.75E-02
27	4.74E-02	1.39E-01	1.35E+00	2.17E-01	9.36E+01	3.13E-02	6.10E-03
28	4.77E-02	1.20E-01	1.35E+00	<b>4.39E-01</b>	1.73E+01	5.25E-02	9.59E-03
29	3.36E-02	1.30E-01	1.92E+00	1.74E-01	1.89E+01	3.00E-02	9.09E-03
30	<u>1.67E-02</u>	7.03E-02	2.59E+00	1.65E-01	1.75E+01	2.94E-02	8.77E-03

Tabla A13.6 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 20 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-5.85E+03	7.36E+01	<b>1.85E+00</b>	1.63E-01	3.25E-01	1.15E-02
2	-5.30E+03	6.77E+01	8.01E-01	<u>9.45E-02</u>	3.02E-04	2.69E-03
3	-4.44E+03	8.86E+01	5.59E-02	1.94E-01	1.81E+00	4.86E-03
4	-5.28E+03	7.66E+01	7.23E-02	1.80E-01	1.64E+00	4.60E-03
5	-4.92E+03	1.02E+02	7.79E-01	2.04E-01	6.16E-04	1.66E-02
6	-5.50E+03	5.47E+01	8.38E-02	1.36E-01	1.82E-03	1.77E-02
7	-5.42E+03	7.96E+01	6.29E-02	2.79E-01	1.57E-01	1.63E-02
8	-5.04E+03	7.86E+01	1.17E+00	1.63E-01	<u>2.30E-04</u>	1.41E-03
9	-5.14E+03	5.17E+01	6.00E-02	1.41E-01	2.78E-04	4.56E-03
10	-4.90E+03	5.67E+01	7.72E-02	2.69E-01	5.58E-01	5.47E-03
11	-5.26E+03	7.07E+01	1.44E+00	1.49E-01	4.34E-04	1.49E-02
12	<u>-6.09E+03</u>	<u>4.28E+01</u>	1.85E+00	1.19E-01	1.73E-01	4.19E-03
13	-4.55E+03	6.37E+01	4.53E-01	<b>2.80E-01</b>	1.56E+00	3.44E-03
14	-5.02E+03	9.25E+01	5.12E-02	1.86E-01	<b>3.28E+00</b>	3.79E-03
15	-5.52E+03	8.06E+01	1.17E+00	1.82E-01	3.65E-04	3.02E-02
16	-5.39E+03	7.56E+01	1.17E+00	2.05E-01	1.12E+00	7.32E-03
17	-5.28E+03	4.98E+01	5.30E-02	1.12E-01	3.35E-04	1.35E-02
18	-4.65E+03	1.14E+02	5.25E-02	1.33E-01	1.70E+00	<u>1.39E-03</u>
19	-5.08E+03	7.17E+01	6.92E-02	2.07E-01	8.67E-04	4.04E-03
20	-5.30E+03	9.45E+01	5.72E-02	2.11E-01	1.46E-02	1.61E-03
21	-4.63E+03	<b>1.27E+02</b>	6.77E-01	1.57E-01	1.58E-01	4.64E-03
22	-4.61E+03	1.09E+02	7.89E-01	1.24E-01	2.13E+00	4.37E-03
23	-5.34E+03	9.95E+01	6.50E-02	1.20E-01	2.18E-03	1.07E-02
24	-5.50E+03	7.96E+01	5.95E-02	9.45E-02	2.81E-01	3.20E-02
25	-5.10E+03	6.87E+01	8.62E-02	2.07E-01	5.34E-03	4.31E-03
26	<b>-4.27E+03</b>	8.36E+01	4.69E-02	1.33E-01	1.10E+00	3.00E-03
27	-5.34E+03	9.75E+01	4.93E-02	1.35E-01	6.98E-01	6.96E-03
28	-5.50E+03	8.96E+01	9.34E-02	1.98E-01	6.81E-01	1.38E-02
29	-4.77E+03	6.77E+01	9.13E-02	1.83E-01	1.20E-03	<b>6.53E-02</b>
30	-5.75E+03	8.66E+01	<u>4.19E-02</u>	2.62E-01	2.34E-02	8.32E-03

Tabla A13.7 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 30 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	2.01E-01	1.04E+00	5.15E+01	9.45E-01	3.32E+02	2.24E-01	1.38E-02
2	2.35E-01	2.31E-01	5.66E+01	1.19E+00	2.89E+01	2.08E-01	2.28E-02
3	1.93E-01	2.05E-01	4.11E+01	4.83E-01	6.59E+01	1.57E-01	1.19E-02
4	1.26E-01	2.46E-01	5.17E+01	4.52E-01	9.53E+02	1.40E-01	2.79E-02
5	1.57E-01	4.39E-01	3.14E+01	7.14E-01	3.05E+01	1.72E-01	1.62E-02
6	1.48E-01	1.56E+00	2.39E+01	7.70E-01	3.01E+01	8.35E-02	1.46E-02
7	2.00E-01	9.38E+01	2.81E+01	5.86E-01	<b>2.37E+03</b>	<b>2.75E-01</b>	3.03E-02
8	2.26E-01	1.24E+00	2.66E+01	6.68E-01	2.62E+02	1.31E-01	2.22E-02
9	1.90E-01	2.80E-01	3.14E+01	1.57E+00	3.15E+01	1.42E-01	2.33E-02
10	2.47E-01	2.65E-01	5.41E+01	7.08E-01	2.25E+03	1.54E-01	1.28E-02
11	1.92E-01	3.78E+00	7.43E+01	1.08E+00	5.14E+01	2.29E-01	1.91E-02
12	1.32E-01	6.93E-01	3.17E+01	7.61E-01	<u>2.79E+01</u>	1.10E-01	2.29E-02
13	1.83E-01	3.40E-01	<u>1.81E+01</u>	<b>1.78E+00</b>	2.97E+01	1.15E-01	3.58E-02
14	1.38E-01	2.68E+00	5.61E+01	1.31E+00	6.16E+02	2.39E-01	2.30E-02
15	2.39E-01	4.90E-01	3.01E+01	4.96E-01	7.99E+02	1.82E-01	1.07E-02
16	1.44E-01	2.67E-01	3.03E+01	1.40E+00	2.84E+01	2.16E-01	1.40E-02
17	1.51E-01	1.98E-01	2.55E+01	1.07E+00	3.06E+01	1.69E-01	2.79E-02
18	1.78E-01	4.42E-01	2.50E+01	1.16E+00	4.35E+02	1.51E-01	1.09E-02
19	1.76E-01	1.94E-01	5.45E+01	<u>4.39E-01</u>	2.23E+02	1.60E-01	<u>7.88E-03</u>
20	1.57E-01	2.00E-01	4.26E+01	1.25E+00	3.50E+02	1.76E-01	<b>3.98E-02</b>
21	<b>2.58E-01</b>	<b>1.25E+02</b>	3.84E+01	6.50E-01	2.20E+03	1.48E-01	1.92E-02
22	1.03E-01	2.50E+00	3.50E+01	6.69E-01	1.57E+02	2.46E-01	2.66E-02
23	1.95E-01	5.43E+01	3.87E+01	7.14E-01	1.28E+02	1.67E-01	3.58E-02
24	<u>8.81E-02</u>	2.54E-01	<b>7.50E+01</b>	7.64E-01	3.13E+02	2.27E-01	2.69E-02
25	1.62E-01	9.58E+01	3.57E+01	7.25E-01	1.82E+02	1.35E-01	1.92E-02
26	2.05E-01	<u>1.64E-01</u>	6.92E+01	1.04E+00	2.96E+01	<u>7.03E-02</u>	2.41E-02
27	2.34E-01	2.04E-01	3.74E+01	7.53E-01	3.02E+01	1.42E-01	1.68E-02
28	1.59E-01	3.96E-01	4.59E+01	1.34E+00	1.30E+02	2.06E-01	2.52E-02
29	1.73E-01	2.39E-01	4.47E+01	9.41E-01	3.19E+01	2.23E-01	3.02E-02
30	1.92E-01	2.45E+00	5.95E+01	1.03E+00	2.08E+03	1.50E-01	1.60E-02



Tabla A13.8 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 30 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-6.92E+03	1.80E+02	1.28E-01	4.30E-01	1.44E+00	3.25E-02
2	-6.61E+03	1.47E+02	7.16E-01	4.45E-01	<u>2.64E-03</u>	4.84E-02
3	-7.67E+03	1.89E+02	1.38E+00	3.90E-01	1.53E+00	1.74E-01
4	-6.80E+03	9.56E+01	1.20E+00	3.23E-01	8.99E-01	2.32E-02
5	-7.03E+03	1.66E+02	1.19E+00	4.81E-01	3.90E+00	1.08E-01
6	-7.02E+03	1.57E+02	1.36E+00	3.96E-01	8.17E-01	3.33E-02
7	-7.27E+03	1.53E+02	1.57E-01	4.50E-01	1.87E+00	5.66E-02
8	-7.47E+03	1.33E+02	1.06E-01	3.20E-01	8.11E-01	3.49E-02
9	-7.22E+03	1.03E+02	1.70E+00	3.80E-01	1.45E+00	5.22E-02
10	-6.55E+03	1.09E+02	4.44E-01	4.08E-01	2.93E+00	6.38E-02
11	-7.72E+03	<b>2.34E+02</b>	1.98E-01	6.46E-01	1.63E+00	8.78E-02
12	-8.01E+03	1.62E+02	1.68E+00	4.97E-01	2.70E+00	8.97E-02
13	-7.16E+03	1.42E+02	9.01E-01	4.34E-01	<b>5.17E+00</b>	1.92E-02
14	-7.47E+03	1.11E+02	1.00E+00	2.91E-01	7.00E-01	4.10E-02
15	-8.36E+03	2.25E+02	9.99E-02	<u>2.69E-01</u>	7.10E-02	4.18E-02
16	-6.75E+03	1.48E+02	<b>2.14E+00</b>	3.66E-01	7.90E-01	4.21E-02
17	-7.32E+03	1.60E+02	1.99E-01	5.69E-01	2.79E-01	3.36E-02
18	-7.45E+03	1.05E+02	1.42E-01	3.32E-01	1.28E+00	2.24E-02
19	<u>-8.95E+03</u>	1.39E+02	1.36E+00	3.04E-01	1.26E+00	9.67E-02
20	-7.33E+03	1.29E+02	2.21E-01	4.42E-01	2.89E+00	4.24E-02
21	-8.56E+03	1.78E+02	1.23E-01	5.20E-01	1.71E+00	3.91E-02
22	<b>-6.22E+03</b>	1.95E+02	1.11E-01	3.07E-01	6.41E-01	<u>1.57E-02</u>
23	-7.15E+03	1.55E+02	1.07E+00	3.39E-01	2.70E+00	<b>2.51E-01</b>
24	-6.96E+03	9.76E+01	1.40E-01	3.36E-01	1.36E+00	5.25E-02
25	-8.19E+03	1.29E+02	1.22E+00	3.27E-01	4.85E+00	4.07E-02
26	-7.27E+03	1.36E+02	1.46E-01	5.91E-01	9.10E-01	3.47E-02
27	-7.12E+03	1.60E+02	<u>9.46E-02</u>	4.83E-01	8.26E-01	7.27E-02
28	-8.18E+03	<u>7.37E+01</u>	1.37E+00	4.83E-01	2.64E+00	2.39E-02
29	-7.16E+03	1.40E+02	1.37E-01	3.56E-01	2.80E+00	2.45E-02
30	-8.38E+03	1.09E+02	9.69E-01	<b>6.53E-01</b>	1.77E+00	6.11E-02

Tabla A13.9 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 40 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	5.81E-01	7.56E-01	5.02E+02	2.58E+00	9.69E+01	7.98E-01	2.18E-02
2	8.11E-01	6.45E-01	2.82E+02	2.67E+00	4.51E+01	4.27E-01	2.59E-02
3	6.21E-01	7.21E+01	<u>2.00E+02</u>	6.62E+00	4.04E+01	5.59E-01	6.61E-02
4	3.18E-01	5.09E+00	4.06E+02	2.88E+00	4.37E+01	6.71E-01	4.78E-02
5	7.21E-01	1.10E+02	4.77E+02	1.85E+00	4.38E+01	5.50E-01	2.95E-02
6	8.81E-01	<u>3.16E-01</u>	7.02E+02	4.56E+00	4.70E+02	5.52E-01	3.67E-02
7	<u>2.95E-01</u>	1.70E+00	5.98E+02	6.31E+00	1.20E+02	6.56E-01	3.00E-02
8	4.86E-01	5.72E+01	4.38E+02	5.57E+00	4.91E+01	7.48E-01	4.49E-02
9	4.18E-01	1.40E+00	6.45E+02	6.07E+00	4.19E+01	5.30E-01	3.86E-02
10	6.48E-01	1.97E+00	3.35E+02	5.06E+00	8.96E+02	6.86E-01	3.69E-02
11	4.89E-01	5.96E-01	5.06E+02	9.94E+00	<b>2.14E+03</b>	5.17E-01	2.78E-02
12	7.51E-01	7.04E-01	6.41E+02	<b>1.15E+01</b>	5.63E+01	7.41E-01	5.53E-02
13	4.17E-01	5.67E+00	5.75E+02	8.56E+00	4.57E+01	4.68E-01	3.15E-02
14	<b>8.92E-01</b>	4.92E-01	4.07E+02	2.35E+00	5.90E+01	6.26E-01	2.62E-02
15	5.64E-01	5.61E-01	4.86E+02	3.18E+00	4.29E+01	4.61E-01	3.98E-02
16	6.87E-01	2.67E+00	2.73E+02	5.50E+00	1.04E+03	6.10E-01	3.50E-02
17	5.84E-01	9.95E-01	4.63E+02	5.76E+00	3.50E+02	5.94E-01	4.08E-02
18	6.44E-01	1.50E+02	<b>9.41E+02</b>	1.66E+00	1.16E+03	5.49E-01	3.70E-02
19	5.21E-01	1.59E+00	3.34E+02	2.12E+00	4.36E+01	5.49E-01	3.22E-02
20	3.23E-01	2.13E+01	4.08E+02	3.97E+00	4.04E+01	4.01E-01	<b>7.20E-02</b>
21	5.84E-01	7.54E+01	9.17E+02	<u>1.60E+00</u>	1.83E+02	<b>9.07E-01</b>	4.92E-02
22	4.13E-01	1.50E+02	7.58E+02	1.01E+01	2.21E+02	4.76E-01	2.89E-02
23	6.48E-01	2.31E+00	5.67E+02	4.69E+00	4.50E+01	4.56E-01	5.65E-02
24	3.77E-01	1.56E+02	4.90E+02	5.35E+00	3.64E+02	7.50E-01	3.88E-02
25	5.61E-01	3.02E+00	6.23E+02	4.41E+00	1.87E+03	6.97E-01	4.14E-02
26	5.35E-01	<b>1.58E+02</b>	3.00E+02	5.93E+00	5.07E+02	3.39E-01	3.30E-02
27	4.99E-01	1.46E+02	3.80E+02	6.87E+00	<u>4.02E+01</u>	5.55E-01	<u>1.80E-02</u>
28	5.98E-01	2.76E+00	2.32E+02	4.08E+00	4.56E+02	5.64E-01	3.03E-02
29	5.12E-01	1.46E+00	6.18E+02	3.62E+00	1.18E+02	4.74E-01	3.75E-02
30	5.50E-01	1.88E+00	4.72E+02	1.07E+01	4.46E+01	<u>3.03E-01</u>	4.73E-02

Tabla A13.10 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 40 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-1.09E+04	1.79E+02	1.45E+00	6.24E-01	4.24E+00	1.35E-01
2	-1.03E+04	2.24E+02	1.40E+00	7.23E-01	5.62E+00	5.81E-02
3	-9.79E+03	1.74E+02	1.40E+00	6.02E-01	1.46E+00	1.17E-01
4	-1.03E+04	2.21E+02	2.07E+00	6.64E-01	2.66E+00	7.21E-02
5	-1.02E+04	2.54E+02	2.49E-01	7.16E-01	<u>2.45E-01</u>	1.51E-01
6	-9.06E+03	1.97E+02	<b>1.95E+01</b>	6.95E-01	1.13E+00	7.26E-02
7	<u>-1.15E+04</u>	2.32E+02	2.09E+00	4.95E-01	2.26E+00	6.55E-02
8	-1.05E+04	2.26E+02	1.72E+00	5.75E-01	1.64E+00	<b>2.36E-01</b>
9	-9.18E+03	2.07E+02	1.90E+01	7.33E-01	3.85E+00	<u>4.73E-02</u>
10	-8.93E+03	1.84E+02	1.15E+00	6.77E-01	3.86E+00	1.35E-01
11	-8.64E+03	<b>2.95E+02</b>	1.93E+00	7.33E-01	1.81E+00	1.19E-01
12	-9.61E+03	1.91E+02	1.07E+00	6.91E-01	5.04E+00	1.51E-01
13	-9.50E+03	<u>1.30E+02</u>	2.02E+00	6.22E-01	1.61E+00	1.11E-01
14	-9.42E+03	2.40E+02	2.06E+00	7.71E-01	3.09E+00	1.63E-01
15	-1.05E+04	1.93E+02	1.98E+00	<u>4.25E-01</u>	3.53E+00	7.92E-02
16	-8.86E+03	1.79E+02	1.98E+00	<b>8.19E-01</b>	2.70E+00	6.06E-02
17	-1.09E+04	2.45E+02	1.03E+00	6.20E-01	3.81E+00	5.74E-02
18	-9.86E+03	2.16E+02	1.77E+00	5.11E-01	3.56E+00	1.27E-01
19	-9.41E+03	2.59E+02	1.39E+00	5.27E-01	6.46E-01	9.44E-02
20	-1.01E+04	2.15E+02	1.73E+00	6.90E-01	<b>6.21E+00</b>	1.07E-01
21	-1.02E+04	1.49E+02	3.17E+00	7.36E-01	3.17E+00	1.25E-01
22	-8.84E+03	2.23E+02	1.35E+00	6.00E-01	3.71E+00	5.44E-02
23	-1.04E+04	2.13E+02	1.54E+00	7.82E-01	1.14E+00	1.46E-01
24	-1.00E+04	1.85E+02	1.91E+00	6.98E-01	1.61E+00	9.16E-02
25	-1.10E+04	2.65E+02	1.04E+00	7.08E-01	7.59E-01	6.23E-02
26	-1.04E+04	1.95E+02	3.05E+00	7.57E-01	2.94E+00	8.99E-02
27	-1.04E+04	1.91E+02	2.01E+00	7.47E-01	4.81E+00	9.03E-02
28	-1.00E+04	2.46E+02	<u>1.56E-01</u>	7.47E-01	4.68E+00	1.60E-01
29	-1.05E+04	1.80E+02	1.51E+00	6.52E-01	4.28E+00	6.65E-02
30	<b>-8.38E+03</b>	1.37E+02	1.34E+00	6.64E-01	2.72E+00	1.78E-01

Tabla A13.11 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 50 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1.27E+00	1.56E+01	3.48E+03	1.63E+01	6.42E+01	1.17E+00	4.74E-02
2	<b>2.02E+00</b>	2.14E+02	1.48E+03	1.93E+01	1.41E+02	1.53E+00	7.39E-02
3	1.22E+00	<b>6.53E+05</b>	1.60E+03	1.63E+01	6.50E+01	1.24E+00	6.99E-02
4	1.17E+00	<u>1.21E+00</u>	2.05E+03	8.97E+00	5.20E+02	1.70E+00	7.11E-02
5	1.00E+00	2.01E+02	2.62E+03	1.42E+01	1.08E+02	1.52E+00	8.25E-02
6	1.00E+00	1.78E+02	2.12E+03	2.58E+01	<u>6.16E+01</u>	1.35E+00	3.64E-02
7	1.36E+00	4.36E+03	2.43E+03	1.52E+01	3.76E+02	1.46E+00	4.55E-02
8	1.58E+00	1.09E+02	1.87E+03	1.88E+01	1.27E+02	<b>2.14E+00</b>	1.16E-01
9	1.93E+00	2.24E+01	2.58E+03	1.56E+01	7.58E+01	1.09E+00	9.72E-02
10	1.83E+00	1.89E+02	3.25E+03	2.10E+01	2.94E+02	1.15E+00	6.48E-02
11	1.36E+00	4.36E+00	2.03E+03	1.59E+01	8.50E+01	1.12E+00	6.01E-02
12	1.28E+00	2.41E+00	4.14E+03	2.01E+01	7.23E+02	1.65E+00	3.56E-02
13	1.45E+00	2.11E+02	3.36E+03	<u>8.83E+00</u>	8.03E+01	1.86E+00	4.30E-02
14	1.78E+00	1.74E+02	1.84E+03	1.68E+01	1.24E+02	1.08E+00	7.12E-02
15	1.61E+00	1.49E+03	2.08E+03	2.54E+01	1.63E+02	1.39E+00	8.28E-02
16	1.46E+00	1.85E+02	<b>4.19E+03</b>	1.70E+01	2.39E+03	1.92E+00	1.10E-01
17	1.07E+00	1.89E+02	3.82E+03	3.58E+01	7.41E+02	1.80E+00	8.02E-02
18	1.19E+00	5.49E+01	2.75E+03	1.45E+01	2.99E+02	1.23E+00	6.72E-02
19	<u>8.50E-01</u>	9.70E+01	<u>1.08E+03</u>	1.89E+01	9.34E+01	1.63E+00	8.23E-02
20	1.07E+00	1.93E+02	1.26E+03	1.75E+01	<b>2.94E+03</b>	1.08E+00	5.71E-02
21	1.24E+00	1.75E+02	1.86E+03	2.29E+01	7.71E+01	1.63E+00	3.79E-02
22	1.14E+00	1.26E+01	2.26E+03	2.67E+01	2.27E+03	1.46E+00	4.04E-02
23	1.65E+00	3.31E+00	2.50E+03	1.16E+01	6.66E+01	1.24E+00	1.14E-01
24	1.18E+00	1.32E+02	2.12E+03	1.34E+01	2.56E+03	1.05E+00	<u>3.38E-02</u>
25	1.50E+00	1.56E+02	2.88E+03	1.47E+01	1.44E+02	1.29E+00	7.98E-02
26	1.41E+00	2.01E+02	2.84E+03	1.51E+01	1.72E+02	1.48E+00	5.30E-02
27	1.18E+00	1.42E+02	2.12E+03	<b>3.76E+01</b>	6.83E+01	<u>9.43E-01</u>	8.10E-02
28	1.40E+00	1.82E+02	2.50E+03	2.20E+01	2.30E+03	1.23E+00	1.21E-01
29	1.76E+00	3.54E+00	4.16E+03	2.16E+01	1.45E+02	1.37E+00	4.38E-02
30	1.50E+00	4.80E+00	2.39E+03	1.33E+01	7.94E+01	1.39E+00	<b>1.57E-01</b>

Tabla A13.12 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 50 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-1.24E+04	3.21E+02	1.45E+00	8.16E-01	7.53E+00	2.19E-01
2	-1.24E+04	3.19E+02	2.34E+00	8.07E-01	4.05E+00	7.39E-01
3	-1.36E+04	3.36E+02	1.77E+00	7.70E-01	7.37E+00	1.13E+00
4	-1.20E+04	3.07E+02	2.09E+00	8.21E-01	4.10E+00	4.51E-01
5	-1.22E+04	2.47E+02	1.25E+00	8.59E-01	5.48E+00	3.81E-01
6	-1.27E+04	<b>3.85E+02</b>	2.20E+00	7.16E-01	3.95E+00	2.61E-01
7	-1.18E+04	2.45E+02	2.23E+00	8.01E-01	4.16E+00	2.26E-01
8	-1.31E+04	2.65E+02	2.82E+00	<b>9.71E-01</b>	4.11E+00	<u>1.23E-01</u>
9	-1.18E+04	3.27E+02	1.48E+00	8.62E-01	4.13E+00	3.93E-01
10	-1.20E+04	<u>2.04E+02</u>	2.26E+00	9.16E-01	3.63E+00	1.82E-01
11	-1.33E+04	2.78E+02	2.06E+00	7.57E-01	2.97E+00	5.51E-01
12	-1.16E+04	2.35E+02	2.09E+00	8.41E-01	3.19E+00	3.23E-01
13	-1.32E+04	2.90E+02	1.50E+00	7.84E-01	5.90E+00	1.47E+00
14	-1.25E+04	2.68E+02	2.30E+00	8.22E-01	3.50E+00	5.94E-01
15	-1.29E+04	2.99E+02	2.11E+00	8.74E-01	3.87E+00	2.34E-01
16	<b>-1.09E+04</b>	3.27E+02	1.79E+00	8.55E-01	4.08E+00	2.19E-01
17	-1.29E+04	2.37E+02	3.97E+00	8.99E-01	<u>2.55E+00</u>	1.34E-01
18	-1.11E+04	3.38E+02	2.35E+00	8.16E-01	4.95E+00	3.29E-01
19	-1.26E+04	2.75E+02	2.42E+00	7.69E-01	4.66E+00	5.51E-01
20	-1.17E+04	2.50E+02	1.87E+00	7.37E-01	4.08E+00	2.21E-01
21	-1.12E+04	2.60E+02	2.46E+00	8.94E-01	2.88E+00	2.24E-01
22	-1.17E+04	2.63E+02	1.99E+00	8.47E-01	<b>9.03E+00</b>	2.72E-01
23	-1.29E+04	3.02E+02	<b>1.93E+01</b>	8.47E-01	3.25E+00	1.47E+00
24	-1.18E+04	2.31E+02	2.11E+00	8.17E-01	7.55E+00	8.45E-01
25	-1.36E+04	3.77E+02	1.37E+00	6.53E-01	6.44E+00	2.40E-01
26	-1.25E+04	2.98E+02	2.26E+00	7.87E-01	5.76E+00	2.08E-01
27	-1.27E+04	2.63E+02	1.83E+00	<u>6.27E-01</u>	4.19E+00	<b>3.77E+00</b>
28	-1.26E+04	2.66E+02	2.17E+00	8.24E-01	6.93E+00	1.83E-01
29	<u>-1.41E+04</u>	2.62E+02	2.55E+00	7.46E-01	2.63E+00	4.46E-01
30	-1.21E+04	3.72E+02	<u>1.17E+00</u>	7.10E-01	4.33E+00	2.40E-01

Tabla A13.13 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 80 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	1.15E+01	2.90E+07	2.39E+04	4.90E+01	5.67E+02	9.53E+00	2.08E-01
2	7.79E+00	6.70E+03	1.90E+04	4.66E+01	2.56E+03	7.55E+00	1.90E-01
3	9.39E+00	1.93E+05	2.47E+04	4.91E+01	1.81E+03	1.09E+01	1.50E-01
4	<b>1.37E+01</b>	2.71E+02	2.03E+04	4.56E+01	6.82E+02	9.88E+00	1.47E-01
5	8.16E+00	<u>1.59E+02</u>	2.25E+04	4.84E+01	3.43E+02	9.49E+00	2.21E-01
6	9.85E+00	2.93E+02	2.59E+04	4.10E+01	8.08E+02	6.45E+00	2.00E-01
7	8.90E+00	1.33E+16	2.15E+04	5.26E+01	1.02E+03	1.06E+01	1.66E-01
8	8.72E+00	9.59E+07	2.38E+04	3.51E+01	7.54E+02	9.92E+00	1.54E-01
9	8.23E+00	9.26E+07	1.82E+04	4.25E+01	2.56E+03	9.13E+00	2.13E-01
10	1.26E+01	2.76E+02	1.99E+04	3.93E+01	<u>2.54E+02</u>	6.64E+00	1.66E-01
11	8.59E+00	2.94E+02	2.17E+04	4.72E+01	3.68E+02	8.93E+00	2.39E-01
12	7.48E+00	3.51E+15	1.89E+04	<b>5.36E+01</b>	3.47E+02	7.30E+00	2.19E-01
13	9.12E+00	2.52E+02	<b>2.77E+04</b>	3.46E+01	6.54E+02	9.25E+00	1.60E-01
14	9.81E+00	2.64E+02	2.38E+04	4.12E+01	4.44E+02	8.01E+00	2.10E-01
15	8.25E+00	1.10E+08	2.54E+04	3.51E+01	4.33E+02	9.94E+00	1.98E-01
16	9.13E+00	2.47E+05	<u>1.43E+04</u>	4.38E+01	1.36E+03	1.10E+01	1.38E-01
17	8.09E+00	5.84E+10	2.07E+04	3.86E+01	3.43E+02	1.10E+01	2.03E-01
18	1.06E+01	8.61E+06	2.27E+04	4.60E+01	6.10E+02	9.15E+00	<b>3.51E-01</b>
19	<u>6.95E+00</u>	2.39E+02	1.94E+04	4.07E+01	6.11E+02	1.10E+01	2.98E-01
20	1.10E+01	2.39E+09	2.73E+04	<u>2.56E+01</u>	2.83E+02	7.77E+00	1.88E-01
21	8.66E+00	2.97E+02	2.04E+04	3.70E+01	3.34E+02	7.55E+00	2.20E-01
22	9.26E+00	2.81E+02	2.24E+04	4.44E+01	2.34E+03	<b>1.21E+01</b>	1.80E-01
23	1.07E+01	1.02E+11	2.28E+04	3.68E+01	5.21E+02	9.54E+00	2.63E-01
24	7.70E+00	4.74E+06	1.69E+04	3.64E+01	4.13E+02	8.63E+00	2.32E-01
25	1.10E+01	1.86E+02	1.72E+04	4.38E+01	3.77E+02	1.03E+01	1.71E-01
26	9.92E+00	<b>4.17E+20</b>	2.45E+04	4.36E+01	3.69E+02	9.85E+00	1.37E-01
27	8.90E+00	2.65E+11	2.36E+04	4.24E+01	8.35E+02	1.11E+01	2.78E-01
28	1.10E+01	3.16E+02	2.21E+04	5.13E+01	6.66E+02	<u>5.73E+00</u>	2.33E-01
29	1.28E+01	1.84E+12	2.15E+04	5.02E+01	3.74E+02	9.65E+00	2.38E-01
30	1.13E+01	3.80E+11	2.25E+04	4.95E+01	<b>2.79E+03</b>	1.12E+01	<u>1.16E-01</u>

Tabla A13.14 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 80 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-1.97E+04	5.42E+02	2.48E+00	1.12E+00	7.81E+00	7.13E+01
2	-1.78E+04	5.36E+02	1.91E+01	1.09E+00	1.16E+01	4.54E+01
3	-1.75E+04	4.80E+02	3.35E+00	1.09E+00	6.50E+00	2.54E+01
4	-1.92E+04	4.02E+02	1.95E+01	1.09E+00	7.95E+00	1.59E+01
5	-2.03E+04	4.72E+02	1.94E+01	1.08E+00	7.68E+00	5.59E+01
6	-1.80E+04	5.09E+02	2.33E+00	1.08E+00	1.01E+01	7.89E+01
7	<b>-1.71E+04</b>	4.72E+02	3.28E+00	1.08E+00	<b>1.46E+01</b>	<b>1.06E+02</b>
8	-1.82E+04	5.64E+02	4.98E+00	1.08E+00	8.54E+00	8.97E+00
9	-1.89E+04	4.19E+02	3.43E+00	<b>1.15E+00</b>	6.16E+00	7.54E+01
10	<u>-2.06E+04</u>	<u>3.54E+02</u>	3.30E+00	1.10E+00	8.84E+00	9.67E+01
11	-1.92E+04	4.59E+02	2.96E+00	1.08E+00	7.20E+00	7.65E+01
12	-1.98E+04	4.14E+02	1.95E+01	1.09E+00	<u>6.08E+00</u>	6.27E+01
13	-1.83E+04	4.57E+02	3.08E+00	1.09E+00	1.25E+01	1.00E+02
14	-1.72E+04	5.28E+02	3.14E+00	1.05E+00	7.99E+00	8.32E+01
15	-1.90E+04	5.11E+02	<b>1.99E+01</b>	1.08E+00	9.79E+00	2.56E+01
16	-1.86E+04	4.96E+02	1.86E+01	1.08E+00	7.20E+00	6.36E+01
17	-1.98E+04	4.85E+02	2.89E+00	1.06E+00	7.95E+00	3.26E+01
18	-1.90E+04	4.42E+02	2.71E+00	<u>1.03E+00</u>	1.01E+01	8.28E+01
19	-1.78E+04	4.29E+02	1.93E+01	1.07E+00	8.80E+00	2.52E+01
20	-1.90E+04	4.37E+02	1.91E+01	1.08E+00	8.86E+00	6.56E+01
21	-1.95E+04	4.02E+02	2.74E+00	1.09E+00	1.26E+01	7.74E+01
22	-1.84E+04	5.03E+02	3.17E+00	1.10E+00	1.03E+01	7.47E+01
23	-1.94E+04	4.71E+02	3.38E+00	1.06E+00	8.60E+00	3.92E+01
24	-1.96E+04	4.42E+02	<u>2.31E+00</u>	1.07E+00	1.38E+01	5.73E+01
25	-1.88E+04	4.16E+02	3.77E+00	1.10E+00	1.01E+01	6.62E+01
26	-1.89E+04	4.39E+02	3.79E+00	1.06E+00	1.28E+01	<u>1.68E+00</u>
27	-1.97E+04	5.13E+02	2.72E+00	1.07E+00	8.73E+00	4.33E+01
28	-1.96E+04	<b>6.01E+02</b>	1.94E+01	1.09E+00	7.45E+00	1.04E+02
29	-1.88E+04	4.08E+02	1.98E+01	1.09E+00	8.26E+00	1.03E+02
30	-2.04E+04	4.19E+02	2.78E+00	1.09E+00	7.91E+00	2.46E+01

Tabla A13.15 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 100 dimensiones F1-F7

Experimento	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
1	2.18E+01	9.20E+07	5.01E+04	6.10E+01	9.17E+02	2.22E+01	4.55E-01
2	2.65E+01	3.07E+12	3.70E+04	5.83E+01	6.71E+02	2.36E+01	3.13E-01
3	2.30E+01	3.15E+02	<b>6.12E+04</b>	5.25E+01	8.15E+02	2.26E+01	4.39E-01
4	2.21E+01	2.95E+11	4.92E+04	5.31E+01	1.17E+03	2.24E+01	2.68E-01
5	1.79E+01	<u>3.14E+02</u>	4.32E+04	4.94E+01	1.97E+03	1.87E+01	3.30E-01
6	2.21E+01	8.00E+12	5.17E+04	5.15E+01	8.14E+02	2.34E+01	2.43E-01
7	2.53E+01	2.57E+11	5.12E+04	5.42E+01	1.04E+03	2.75E+01	3.61E-01
8	2.38E+01	6.65E+09	4.17E+04	5.58E+01	2.94E+03	1.73E+01	4.32E-01
9	2.63E+01	1.13E+27	4.22E+04	6.26E+01	1.56E+03	2.83E+01	3.99E-01
10	2.10E+01	3.96E+02	5.18E+04	5.79E+01	8.70E+02	2.30E+01	4.68E-01
11	2.26E+01	7.38E+07	3.45E+04	5.09E+01	<u>5.76E+02</u>	2.34E+01	3.91E-01
12	1.76E+01	5.27E+05	4.23E+04	5.45E+01	1.87E+03	2.46E+01	3.15E-01
13	2.12E+01	7.60E+11	4.77E+04	5.99E+01	1.01E+03	1.79E+01	3.00E-01
14	2.11E+01	4.45E+09	4.70E+04	5.91E+01	1.91E+03	2.23E+01	4.72E-01
15	2.05E+01	2.96E+18	3.79E+04	5.16E+01	1.18E+03	1.88E+01	2.81E-01
16	2.37E+01	1.56E+22	4.49E+04	5.70E+01	2.52E+03	2.08E+01	4.93E-01
17	2.81E+01	9.76E+13	5.13E+04	5.42E+01	1.17E+03	<b>3.09E+01</b>	3.03E-01
18	2.30E+01	4.74E+21	4.23E+04	6.16E+01	1.43E+03	2.66E+01	<b>5.21E-01</b>
19	2.25E+01	<b>6.68E+28</b>	4.20E+04	5.66E+01	1.28E+03	2.65E+01	2.24E-01
20	2.47E+01	5.83E+21	<u>3.37E+04</u>	5.64E+01	9.57E+02	2.30E+01	3.45E-01
21	2.73E+01	2.47E+09	4.35E+04	<u>4.75E+01</u>	8.90E+02	2.63E+01	2.79E-01
22	<b>3.57E+01</b>	4.27E+16	4.53E+04	5.41E+01	8.09E+02	2.08E+01	5.20E-01
23	3.05E+01	6.22E+12	4.43E+04	5.26E+01	7.52E+02	2.15E+01	2.42E-01
24	2.30E+01	1.08E+04	4.56E+04	<b>6.27E+01</b>	8.67E+02	2.53E+01	4.51E-01
25	2.54E+01	4.02E+12	4.40E+04	5.48E+01	2.43E+03	1.96E+01	<u>2.04E-01</u>
26	2.68E+01	3.48E+13	4.60E+04	5.04E+01	<b>4.36E+03</b>	<u>1.49E+01</u>	2.46E-01
27	2.39E+01	3.13E+20	4.21E+04	4.89E+01	2.79E+03	2.24E+01	2.73E-01
28	<u>1.66E+01</u>	1.50E+23	4.23E+04	5.62E+01	1.07E+03	1.73E+01	4.16E-01
29	2.05E+01	4.56E+02	4.45E+04	5.66E+01	9.45E+02	1.98E+01	2.84E-01
30	2.28E+01	3.51E+25	5.30E+04	5.51E+01	7.50E+02	2.74E+01	2.38E-01



Tabla A13.16 Experimentos funciones matemáticas de prueba con 100 dimensiones F8-F13

Experimento	F8	F9	F10	F11	F12	F13
1	-2.57E+04	6.01E+02	1.96E+01	1.21E+00	1.13E+01	8.23E+01
2	-2.28E+04	7.81E+02	1.85E+01	1.20E+00	1.24E+01	9.42E+01
3	-2.25E+04	7.36E+02	1.92E+01	1.20E+00	8.71E+00	1.02E+02
4	-2.34E+04	5.37E+02	1.64E+01	1.22E+00	<b>1.77E+01</b>	8.38E+01
5	-2.39E+04	7.52E+02	<b>1.99E+01</b>	1.26E+00	1.06E+01	9.81E+01
6	-2.41E+04	7.06E+02	4.20E+00	1.23E+00	7.52E+00	1.07E+02
7	-2.55E+04	<b>8.15E+02</b>	1.90E+01	1.18E+00	1.34E+01	1.29E+02
8	-2.53E+04	6.45E+02	1.97E+01	1.20E+00	1.13E+01	1.60E+02
9	-2.39E+04	<u>4.92E+02</u>	1.97E+01	1.26E+00	1.32E+01	<b>1.70E+02</b>
10	-2.39E+04	6.70E+02	1.95E+01	1.29E+00	1.48E+01	1.60E+02
11	-2.24E+04	6.73E+02	1.68E+01	<b>1.34E+00</b>	1.28E+01	8.08E+01
12	-2.51E+04	7.04E+02	1.93E+01	1.23E+00	<u>6.51E+00</u>	1.35E+02
13	-2.39E+04	6.02E+02	1.86E+01	1.28E+00	1.05E+01	1.09E+02
14	-2.44E+04	7.37E+02	1.97E+01	1.28E+00	1.67E+01	1.23E+02
15	-2.21E+04	6.74E+02	1.82E+01	1.18E+00	1.08E+01	9.28E+01
16	-2.43E+04	5.15E+02	4.58E+00	1.24E+00	1.35E+01	1.64E+02
17	-2.34E+04	5.77E+02	1.98E+01	1.22E+00	1.48E+01	1.59E+02
18	-2.28E+04	5.24E+02	1.86E+01	1.22E+00	1.10E+01	9.82E+01
19	-2.73E+04	6.44E+02	3.80E+00	1.19E+00	1.28E+01	1.25E+02
20	-2.14E+04	6.25E+02	3.60E+00	1.21E+00	1.18E+01	1.24E+02
21	-2.32E+04	6.05E+02	1.90E+01	1.21E+00	9.49E+00	1.16E+02
22	<b>-1.98E+04</b>	7.16E+02	4.73E+00	1.19E+00	9.30E+00	8.74E+01
23	-2.25E+04	7.39E+02	1.94E+01	1.17E+00	1.45E+01	6.67E+01
24	-2.60E+04	6.69E+02	3.49E+00	1.23E+00	1.63E+01	1.31E+02
25	<u>-2.78E+04</u>	6.47E+02	3.55E+00	1.28E+00	1.12E+01	1.21E+02
26	-2.23E+04	6.82E+02	1.94E+01	1.21E+00	1.61E+01	1.04E+02
27	-2.33E+04	7.14E+02	3.29E+00	1.21E+00	8.15E+00	1.26E+02
28	-2.40E+04	7.12E+02	4.21E+00	1.19E+00	9.74E+00	1.18E+02
29	-2.41E+04	6.08E+02	3.72E+00	1.18E+00	1.26E+01	7.13E+01
30	-2.26E+04	5.53E+02	<u>3.24E+00</u>	<u>1.16E+00</u>	7.66E+00	<u>2.23E+01</u>

**A14: Tablas de experimentos problema de tipper**

Tabla A14.17 Experimentos con MVO para problema de tipper

Experimento	Modelo Mamdani	Modelo Sugeno
1	1.33E+00	1.37E+00
2	1.36E+00	1.37E+00
3	1.34E+00	1.38E+00
4	1.32E+00	1.38E+00
5	1.32E+00	1.37E+00
6	1.34E+00	<b>1.38E+00</b>
7	1.35E+00	1.37E+00
8	1.33E+00	1.37E+00
9	1.33E+00	1.37E+00
10	1.34E+00	1.37E+00
11	1.33E+00	<u>1.36E+00</u>
12	1.32E+00	1.36E+00
13	<u>1.32E+00</u>	1.36E+00
14	1.32E+00	1.36E+00
15	1.33E+00	1.38E+00
16	1.32E+00	1.36E+00
17	1.33E+00	1.37E+00
18	1.33E+00	1.37E+00
19	1.32E+00	1.37E+00
20	1.33E+00	1.37E+00
21	<b>1.36E+00</b>	1.37E+00
22	1.32E+00	1.38E+00
23	1.33E+00	1.36E+00
24	1.33E+00	1.36E+00
25	1.34E+00	1.37E+00
26	1.32E+00	1.37E+00
27	1.34E+00	1.36E+00
28	1.32E+00	1.36E+00
29	1.36E+00	1.38E+00
30	1.32E+00	1.37E+00

***A15: Tablas de experimentos problema de cruise control***

Tabla A15.18 Experimentos con MVO para problema de Cruise Control solo entrada optimizada

Experimento	Modelo Mamdani	Modelo Sugeno
1	6.591510E+01	6.999699E+01
2	6.591514E+01	6.999698E+01
3	6.591528E+01	6.999701E+01
4	6.591537E+01	6.999699E+01
5	6.591540E+01	6.999698E+01
6	6.591523E+01	6.999697E+01
7	6.591526E+01	6.999706E+01
8	6.591521E+01	6.999706E+01
9	6.591541E+01	6.999706E+01
10	6.591519E+01	<b>6.999740E+01</b>
11	6.591515E+01	6.999699E+01
12	6.591536E+01	6.999705E+01
13	6.591542E+01	6.999700E+01
14	6.591540E+01	6.999696E+01
15	6.591511E+01	6.999739E+01
16	6.591546E+01	6.999699E+01
17	6.591518E+01	6.999699E+01
18	6.591536E+01	6.999699E+01
19	<b>6.591547E+01</b>	6.999696E+01
20	6.591533E+01	6.999699E+01
21	6.591512E+01	6.999699E+01
22	6.591531E+01	6.999699E+01
23	6.591533E+01	<u>6.999696E+01</u>
24	6.591511E+01	6.999706E+01
25	6.591534E+01	6.999696E+01
26	6.591523E+01	6.999700E+01
27	6.591527E+01	6.999724E+01
28	6.591535E+01	6.999696E+01
29	6.591541E+01	6.999700E+01
30	<u>6.591505E+01</u>	6.999701E+01

Tabla A15.2 Experimentos con MVO para problema de Cruise Control entrada y salida optimizadas

Experimento	Modelo Mamdani	Modelo Sugeno
1	5.853233E+01	5.853223E+01
2	5.853230E+01	5.853223E+01
3	5.853232E+01	5.853223E+01
4	5.853221E+01	5.846392E+01
5	5.853244E+01	5.847838E+01
6	5.853267E+01	5.853223E+01
7	5.853226E+01	5.852899E+01
8	5.853219E+01	5.853223E+01
9	5.853219E+01	<b>5.846056E+01</b>
10	5.853222E+01	5.849936E+01
11	5.853227E+01	5.851331E+01
12	5.853276E+01	5.852183E+01
13	5.853193E+01	5.846872E+01
14	5.853230E+01	5.848034E+01
15	<b>5.849841E+01</b>	5.852404E+01
16	5.853214E+01	5.853223E+01
17	5.853240E+01	5.853224E+01
18	5.853233E+01	5.852039E+01
19	5.853245E+01	5.847446E+01
20	5.853271E+01	5.848650E+01
21	5.853228E+01	5.853224E+01
22	5.853225E+01	5.852865E+01
23	5.853245E+01	5.846107E+01
24	5.853221E+01	5.853224E+01
25	5.853267E+01	5.846739E+01
26	5.853211E+01	5.853223E+01
27	5.853235E+01	<b>5.853226E+01</b>
28	<b>5.853316E+01</b>	5.846380E+01
29	5.853242E+01	5.853225E+01
30	5.853220E+01	5.852757E+01

***A16: Tablas de experimentos problema temperatura en regadera***

Tabla A16.19 Experimentos con MVO para problema de temperatura solo entrada optimizada

Experimento	Modelo Mamdani	Modelo Sugeno
1	1.13E+00	6.78E-01
2	1.12E+00	9.73E-01
3	1.25E+00	7.65E-01
4	1.14E+00	1.09E+00
5	1.25E+00	9.47E-01
6	1.25E+00	9.06E-01
7	1.10E+00	8.68E-01
8	<b>1.50E+00</b>	8.27E-01
9	1.25E+00	1.11E+00
10	1.25E+00	9.10E-01
11	1.14E+00	9.14E-01
12	1.25E+00	9.07E-01
13	1.25E+00	<u>6.56E-01</u>
14	<u>1.06E+00</u>	9.33E-01
15	1.25E+00	1.01E+00
16	1.10E+00	7.99E-01
17	1.16E+00	1.01E+00
18	1.13E+00	<b>1.15E+00</b>
19	1.17E+00	9.54E-01
20	1.25E+00	1.12E+00
21	1.14E+00	9.07E-01
22	1.25E+00	9.25E-01
23	1.13E+00	1.08E+00
24	1.25E+00	1.14E+00
25	1.15E+00	7.84E-01
26	1.07E+00	7.90E-01
27	1.09E+00	8.19E-01
28	1.25E+00	7.39E-01
29	1.25E+00	9.66E-01
30	1.25E+00	9.74E-01

Tabla A16.20 Experimentos con MVO para problema de temperatura entrada y salida optimizadas

Experimento	Modelo Mamdani	Modelo Sugeno
1	7.64E-01	3.40E-01
2	6.85E-01	3.19E-01
3	6.81E-01	5.36E-01
4	7.08E-01	2.35E-01
5	7.57E-01	2.61E-01
6	6.87E-01	2.23E-01
7	6.63E-01	<b><u>2.16E-01</u></b>
8	7.01E-01	3.76E-01
9	6.65E-01	3.01E-01
10	8.09E-01	2.54E-01
11	6.63E-01	3.65E-01
12	7.14E-01	5.95E-01
13	7.58E-01	2.66E-01
14	7.07E-01	2.86E-01
15	8.67E-01	3.05E-01
16	7.39E-01	2.54E-01
17	<b><u>6.50E-01</u></b>	4.09E-01
18	7.48E-01	2.93E-01
19	6.85E-01	5.89E-01
20	7.23E-01	3.25E-01
21	6.74E-01	2.71E-01
22	6.89E-01	2.41E-01
23	7.01E-01	3.26E-01
24	<b>8.77E-01</b>	3.42E-01
25	7.63E-01	3.07E-01
26	8.02E-01	2.86E-01
27	7.68E-01	<b>7.13E-01</b>
28	7.00E-01	4.73E-01
29	7.09E-01	2.82E-01
30	8.42E-01	2.26E-01

***A17: Tablas de experimentos problema de péndulo invertido***

Tabla A17.21 Experimentos con MVO para problema de péndulo invertido MF Campana Gaussiana

Experimento	Modelo Sugeno
1	1.269603E+00
2	1.269606E+00
3	1.269605E+00
4	1.269609E+00
5	1.269608E+00
6	1.269592E+00
7	1.269604E+00
8	1.269599E+00
9	1.269607E+00
10	1.269607E+00
11	<b>1.271701E+00</b>
12	1.269604E+00
13	1.269604E+00
14	1.271410E+00
15	1.269590E+00
16	1.269608E+00
17	1.269604E+00
18	1.269602E+00
19	1.269591E+00
20	1.269604E+00
21	<u>1.269590E+00</u>
22	1.269604E+00
23	1.269599E+00
24	1.269603E+00
25	1.271039E+00
26	1.269604E+00
27	1.269601E+00
28	1.269605E+00
29	1.269591E+00
30	1.269605E+00

Tabla A17.22 Experimentos con MVO para problema de péndulo invertido MF Triangular

Experimento	Modelo Sugeno
1	1.258920E+00
2	1.257009E+00
3	1.253530E+00
4	1.240247E+00
5	1.243358E+00
6	1.252805E+00
7	1.254475E+00
8	1.245793E+00
9	1.248417E+00
10	1.253608E+00
11	1.259858E+00
12	1.250311E+00
13	1.247778E+00
14	1.252062E+00
15	1.244703E+00
16	1.240343E+00
17	<b>1.260136E+00</b>
18	1.255020E+00
19	1.255431E+00
20	1.240377E+00
21	1.255968E+00
22	1.238376E+00
23	1.251192E+00
24	1.255242E+00
25	1.239338E+00
26	<u>1.237518E+00</u>
27	1.246120E+00
28	1.252478E+00
29	1.251675E+00
30	1.240807E+00



***A18: Tablas de experimentos problema de robot móvil***

Tabla A18.23 Experimentos con MVO para problema de robot

Experimento	Modelo Mamdani	Modelo Sugeno
1	1.48E-05	5.37E-04
2	2.04E-04	5.09E-04
3	2.30E-04	2.58E-05
4	4.70E-05	6.37E-04
5	7.00E-04	8.03E-05
6	1.21E-05	2.41E-05
7	2.52E-04	<b>1.24E-03</b>
8	7.15E-06	2.91E-05
9	4.71E-05	6.15E-06
10	4.75E-04	6.71E-04
11	5.42E-05	<u>1.10E-07</u>
12	5.09E-04	5.57E-05
13	3.65E-05	4.67E-04
14	<u>2.97E-06</u>	1.10E-03
15	4.43E-05	9.46E-06
16	1.04E-04	3.49E-05
17	5.47E-05	1.70E-05
18	1.27E-05	1.58E-06
19	3.96E-04	3.20E-05
20	3.22E-05	2.54E-05
21	4.21E-05	7.66E-05
22	4.20E-05	2.30E-05
23	<b>1.34E-03</b>	3.39E-04
24	8.99E-04	2.66E-04
25	7.61E-05	4.66E-05
26	9.58E-06	9.21E-04
27	4.86E-04	3.35E-05
28	8.20E-04	2.05E-04
29	1.04E-03	3.02E-05
30	5.20E-04	5.35E-05