



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA  
TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO  
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE MERIDA

ITM

**“UN MÉTODO PARA LA DETERMINACIÓN  
DE  $G_{12}^f$  EN MATERIALES COMPUESTOS  
ESTRUCTURALES TIPO SÁNDWICH”**

OPCIÓN

TESIS PROFESIONAL

PARA OPTAR AL TÍTULO DE:  
INGENIERO MECÁNICO

PRESENTA:  
FERNANDO COUOH SOLÍS

MÉRIDA, YUCATÁN, MÉXICO

2019





**SEP**  
SECRETARÍA DE  
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

Instituto Tecnológico de Mérida

"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

DEPENDENCIA: DEPTO. METAL-MECÁNICA  
No. DE OFICIO: O-009/2019

ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

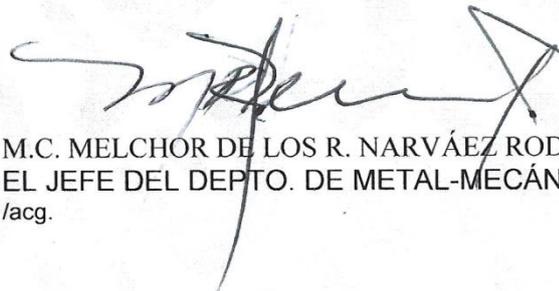
Mérida, Yucatán, **21/ENERO/2019**

C. FERNANDO COUOH SOLÍS  
PASANTE DE INGENIERÍA MECÁNICA  
PRESENTE.

De acuerdo al fallo emitido por su asesor, el Ingeniero Industrial en Mecánica PEDRO JESÚS HERRERA FRANCO, y a la comisión revisora integrada por el Maestro en Ingeniería SILVIO JOSÉ VILLAJUANA CERVANTES, Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica HUGO JOEL CARRILLO ESCALANTE e Ingeniero Industrial en Mecánica MELCHOR DE LOS REYES NARVÁEZ RODRÍGUEZ y considerando que cubre los requisitos establecidos en el Reglamento de Titulación de los Institutos Tecnológicos le autorizamos la impresión de su trabajo profesional por la Opción (TESIS PROFESIONAL), cuyo tema es:

**"UN MÉTODO PARA LA DETERMINACIÓN DEL  $G_{12}$  EN MATERIALES COMPUESTOS ESTRUCTURALES TIPO SANDWICH"**

ATENTAMENTE  
"IN HOC SIGNO VINCES"

  
M.C. MELCHOR DE LOS R. NARVÁEZ RODRÍGUEZ  
EL JEFE DEL DEPTO. DE METAL-MECÁNICA.  
/acg.



## *ÍNDICE*

	<b>Página</b>
<b>1. Introducción.</b>	<b>1</b>
<b>2. Justificación.</b>	<b>2</b>
<b>3. Objetivos.</b>	<b>2</b>
3.1. Objetivo general.	2
3.2. Objetivos específicos.	2
<b>4. Caracterización del área de trabajo.</b>	<b>3</b>
<b>5. Problemas a resolver.</b>	<b>7</b>
<b>6. Alcances y limitaciones.</b>	<b>7</b>
<b>7. Fundamento teórico.</b>	<b>8</b>
7.1. Materiales compuestos.	8
7.2. Materiales en geometría de sándwich y sus aplicaciones.	11
7.3. Modelos analíticos basados en teoría clásica de laminación.	15
<b>8. Procedimiento y descripción de las actividades realizadas.</b>	<b>17</b>
<b>9. Conclusiones y recomendaciones.</b>	<b>74</b>
<b>Referencias.</b>	<b>75</b>
<b>Apéndice</b>	<b>76</b>

## ***1. INTRODUCCIÓN.***

El presente proyecto titulado “Un método para la determinación de  $G_{12}^f$  en materiales compuestos estructurales tipo sándwich” fue desarrollado en la Unidad de Materiales del Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY) y está motivado por el gran potencial que los materiales tipo sándwich tienen en la industria de la construcción, aeronáutica y naval, en paralelo a la dificultad que se presenta al momento de medir las propiedades elásticas a cortante de sus componentes.

Por ello se pretende con este proyecto evaluar la prueba de torsión en compuestos tipo sándwich en conjunto con un modelo analítico basado en la teoría clásica de laminación para determinar el módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras ( $G_{12}^f$ ) de estos materiales.

La estructura de este informe se encuentra dividida en 9 secciones: En la primera sección, se proporciona una idea de manera somera pero precisa de los diversos aspectos que componen el trabajo. En la segunda sección se sustenta la realización del estudio de este tema. Los señalamientos que guían el desarrollo de este proyecto se establecen en la tercera sección. En la cuarta sección se caracteriza el área de trabajo en el que se realizaron las actividades de esta tesis profesional. En la quinta sección se plantean los problemas a resolver. Los alcances y limitaciones que se presentaron durante el desarrollo de las actividades y objetivos se presentan en la sexta sección. En la séptima sección, correspondiente al fundamento teórico, se proporciona información acerca de los materiales compuestos, materiales en geometría de sándwich y sus aplicaciones, así como los modelos analíticos a utilizar. En la octava sección se presentan las principales actividades realizadas durante el desarrollo de la tesis profesional. Por último en la novena sección se describen las conclusiones y recomendaciones obtenidas después de haber llevado a cabo este proyecto.

## **2. JUSTIFICACIÓN.**

El desarrollo de este proyecto para determinar el módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras ( $G_{12}^f$ ) de un material compuesto en geometría de sándwich por torsión es de gran importancia, pues en comparación con otros métodos existentes, la preparación de la muestra es más fácil y rápida, es representativo de cargas en una estructura real y permite la caracterización de las caras “in-situ (en el lugar)” del material tipo sándwich.

## **3. OBJETIVOS.**

### **3.1. Objetivo general.**

Evaluar los paneles en geometría de sándwich con la prueba de torsión, en conjunto con un modelo analítico basado en la teoría clásica de laminación para determinar el módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras ( $G_{12}^f$ ) del compuesto sándwich.

### **3.2. Objetivos específicos.**

- ❖ Preparar compuestos laminados de fibra de vidrio y resina ester-vinílica (FV/RE) por el método de transferencia de resina asistida por vacío (VARTM, por sus siglas en inglés).
- ❖ Caracterizar los laminados con la prueba cortante (Iosipescu), tensión y torsión.
- ❖ Aplicar el modelo analítico de la teoría clásica de laminación para obtener el módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de los laminados ( $G_{12}$ ).
- ❖ Preparar las probetas de triplay para las pruebas de flexión y torsión.
- ❖ Caracterizar el triplay con la prueba de flexión y torsión.
- ❖ Preparar compuestos en forma de sándwich con núcleos relativamente rígidos, es decir, de triplay, balsa, PVC H250, resina ester-vinílica, y caras de fibra de vidrio y resina ester-vinílica por VARTM.
- ❖ Caracterizar los compuestos sándwich por medio de la prueba de torsión.
- ❖ Aplicar el modelo analítico de teoría de laminación para obtener el módulo elástico a cortante en el plano de las caras ( $G_{12}^f$ ) de los compuestos sándwich.
- ❖ Comparar los valores del módulo cortante obtenidos por la prueba de torsión en laminados y sándwiches con los resultados de la prueba Iosipescu.

#### 4. CARACTERIZACIÓN DEL ÁREA DE TRABAJO.

El Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY) se encuentra ubicado en la calle 43, No. 130, de la colonia Chuburná de Hidalgo, C.P. 97200, Mérida, Yucatán, México, Fig. 1.

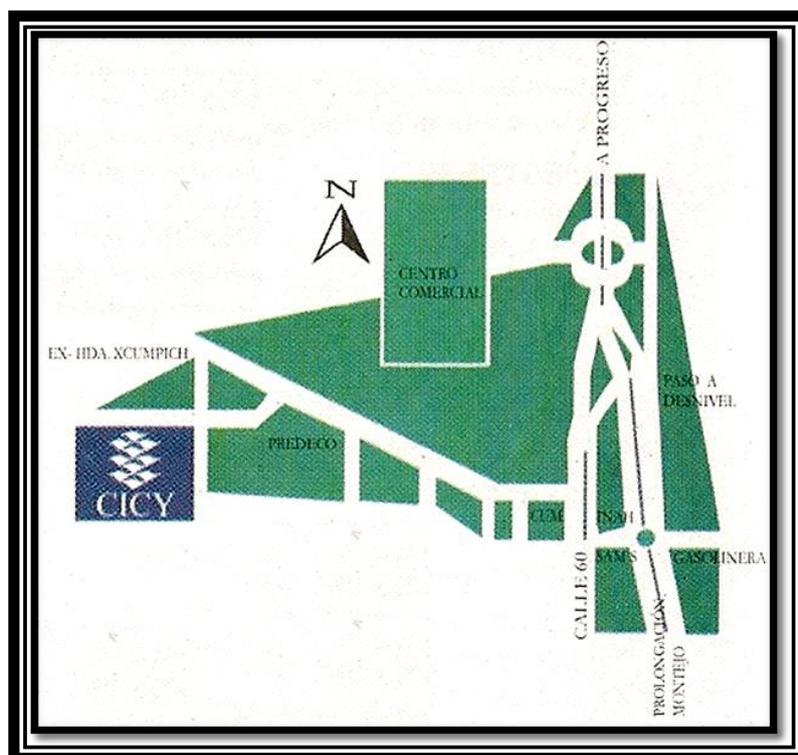


Fig. 1. Mapa de localización.

Este centro de investigación fue creado a partir de una visita del presidente José López Portillo a Yucatán en 1978. Al evaluar cómo enfrentar la pobreza y los problemas sociales de los productores de henequén, López Portillo recibió del entonces director general del CONACYT, doctor Edmundo Flores, la propuesta de crear un centro de investigaciones que se orientara al estudio de la problemática henequenera.

A finales de 1979, el doctor Ondarza presentó la propuesta a la presidencia de la república y logró que se asignara un presupuesto inicial de 20 millones de pesos. El 16 de noviembre del mismo año, se constituyó formalmente el Centro de Investigación Científica de Yucatán (CICY), bajo la figura jurídica de una asociación civil en la que participaban el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), la Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH), la Universidad Nacional Autónoma de

México (UNAM), el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV) y el Gobierno del Estado de Yucatán.

**Misión:**

El CICY es un centro público de investigación que realiza investigación científica y tecnológica, forma recursos humanos en las áreas de la biología vegetal, recursos naturales y de la ciencia de los materiales, para el desarrollo sustentable del país, con la participación de personal altamente calificado, el uso de tecnologías de frontera, colaboración con instituciones nacionales y extranjeras, y la vinculación con sus diferentes sectores.

**Visión:**

- ❖ Ser una institución que aporte soluciones a la problemática regional y nacional, contribuyendo al desarrollo sustentable del país, con reconocimiento internacional por sus aportaciones científicas y tecnológicas, en sus áreas de competencia.
- ❖ Lograr que sus programas de formación de recursos humanos sean reconocidos a nivel internacional y que sus graduados se incorporen por su calidad profesional y su espíritu de servicio al sector social, productivo, empresarial, científico y tecnológico.
- ❖ Ser una institución que participe en la toma de decisiones de política científica y tecnológica a nivel regional, nacional e internacional y participe de manera dinámica en el desarrollo del país.
- ❖ Lograr una infraestructura acorde con las exigencias de sus líneas de investigación y vinculación y operar en un contexto de calidad total que garantice la eficiencia de las diferentes tareas realizadas por el centro.

**Servicios:**

- ❖ Laboratorio gambio.
- ❖ Jardín botánico.
- ❖ Herbario.
- ❖ Laboratorio de metrología.

#### Investigación:

- ❖ Centro de estudio de agua.
- ❖ Bioquímica y biología molecular de plantas.
- ❖ Materiales.
- ❖ Recursos naturales.
- ❖ Biotecnología.

#### Estudios avanzados:

- ❖ Maestría en ingeniería renovable.
- ❖ Maestría y doctorado en materiales poliméricos.
- ❖ Maestría y doctorado en ciencias biológicas.

#### Instalaciones:

- ❖ Unidad de bioquímica y biología molecular en plantas.
- ❖ Unidad de recursos naturales.
- ❖ Unidad de materiales.
- ❖ Unidad de biotecnología.
- ❖ Dirección general.
- ❖ Unidad académica.
- ❖ Centro de cómputo.
- ❖ Biblioteca.
- ❖ Unidad de estudiantes (auditorio, aulas para seminario).

El departamento en el que se llevó a cabo este proyecto fue en la Unidad de Materiales, teniendo como asesor externo al Dr. Francis Avilés Cetina, quien ocupa el cargo de investigador titular A. En la Fig. 2 se puede apreciar la organización administrativa del CICY contemplando a este departamento.

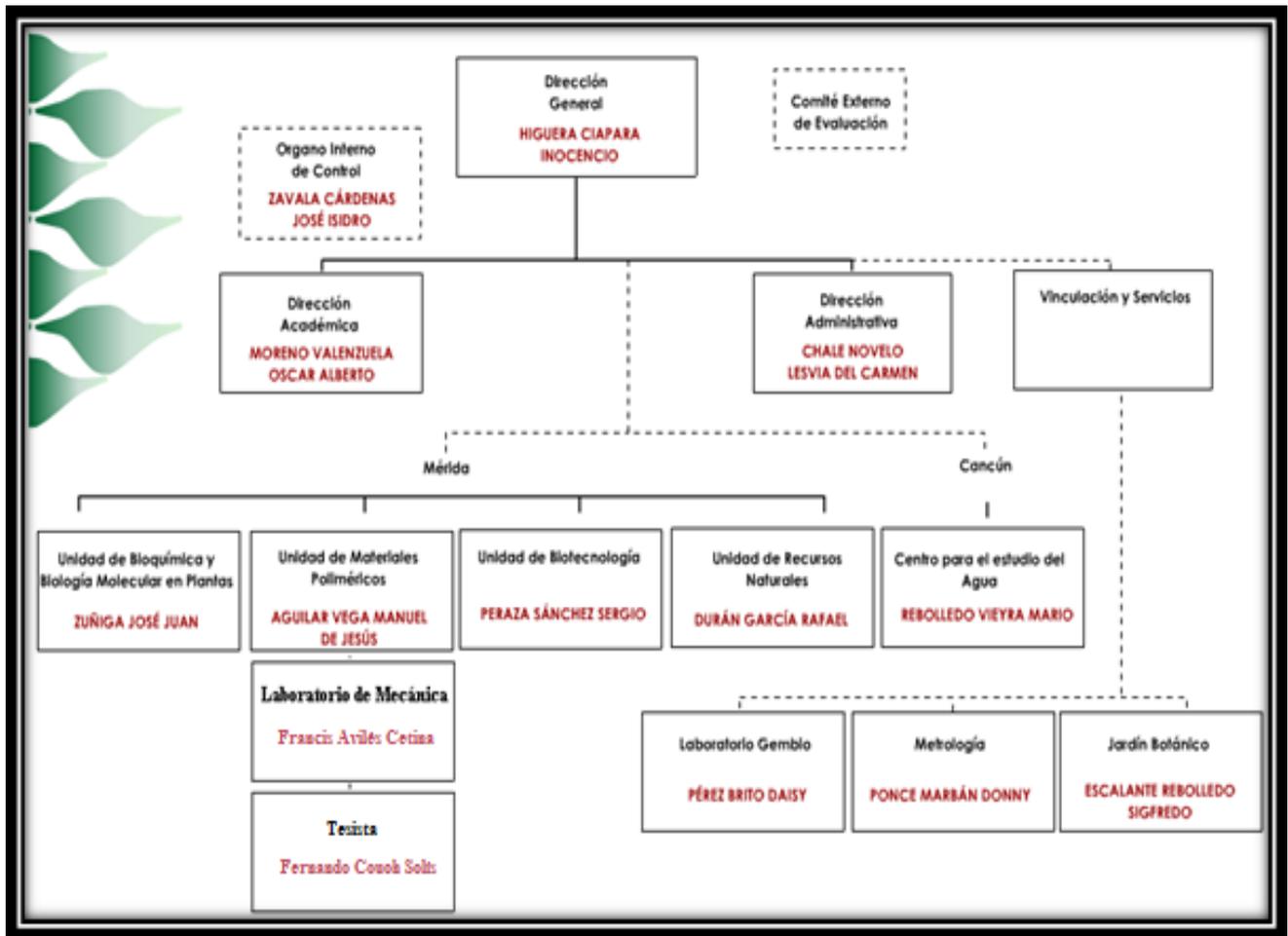


Fig. 2. Organización administrativa del CICY.

La Unidad de Materiales del CICY tiene más de 20 años de estar trabajando en proyectos y programas relacionados con el campo de los polímeros, y en los últimos 5 años la Unidad ha consolidado su trabajo en materiales poliméricos en cuatro áreas principales:

- ❖ Materiales compuestos de matriz polimérica.
- ❖ Materiales poliméricos para aplicaciones especializadas.
- ❖ Procesamiento de polímeros.
- ❖ Materiales para sistemas de energía.

Para esto cuenta con distintos equipos para la obtención, caracterización y procesamiento de polímeros y materiales compuestos, estos equipos están distribuidos en los siguientes laboratorios:

- ❖ Laboratorio de química y de reactores.
- ❖ Laboratorio de físico-química.
- ❖ Laboratorio de mecánica.
- ❖ Laboratorio de procesamiento.

## **5. PROBLEMAS A RESOLVER.**

El principal problema que se desea resolver con este proyecto es el de medir la precisión de la prueba de torsión en paneles en geometría de sándwich para la determinación del módulo de elasticidad a cortante en el plano 1-2 de las caras ( $G_{12}^f$ ), ya que hasta este momento no se ha realizado una comprobación aceptable de ésta. La comprobación se pretende llevar a cabo mediante la realización de la prueba de torsión, utilizando un modelo analítico basado en teoría clásica de laminación para obtener el módulo de elasticidad a cortante en el plano 1-2 de las caras ( $G_{12}^f$ ) de los sándwiches, y compararlo con el módulo elástico obtenido de una prueba a cortante independiente realizada en laminados llamada Iosipescu.

## **6. ALCANCE Y LIMITACIONES**

Al terminar el proyecto de tesis se logró:

- ✓ Preparar compuestos laminados de fibra de vidrio y resina ester-vinílica por el método de transferencia de resina asistida por vacío (VARTM).
- ✓ Caracterizar los laminados por pruebas de cortante, tensión y torsión.
- ✓ Aplicar el modelo analítico de la teoría clásica de laminación para obtener  $G_{12}$  en los laminados.
- ✓ Preparar las probetas de triplay para las pruebas de flexión y torsión.
- ✓ Caracterizar el triplay con la prueba de flexión y torsión.
- ✓ Preparar compuestos en forma de sándwich con núcleos relativamente rígidos, es decir, de triplay, balsa, PVC H250, resina ester-vinílica, y caras de fibra de vidrio y resina ester-vinílica por VARTM.
- ✓ Caracterizar todos los compuestos sándwich anteriormente mencionados por medio de la prueba de torsión.

- ✓ Aplicar el modelo analítico de la teoría clásica de laminación para obtener  $G_{12}^f$  en los sándwiches estructurales.
- ✓ Comparar los valores del módulo a cortante obtenidos por la prueba de torsión en laminados y sándwiches con los resultados de la prueba Iosipescu.

En base a los objetivos planteados al inicio del presente trabajo, puede establecerse que el objetivo general del proyecto fue cubierto, ya que se pudo evaluar con éxito la prueba de torsión en paneles en geometría de sándwich.

## **7. FUNDAMENTO TEÓRICO.**

### **7.1. Materiales compuestos.**

La palabra compuesto, en el término material compuesto, significa que dos o más materiales son combinados para formar un tercer material que tenga propiedades de los materiales de origen. Un material compuesto consiste de dos o más fases, una rígida y resistente llamada “refuerzo”, y una generalmente débil y continua que es llamada “matriz”. La función de la matriz es la de servir como medio de transferencia y de distribución de carga hacia el refuerzo, además de conservar el refuerzo unido y protegerlo del deterioro mecánico, químico y ambiental, resultantes de la abrasión de su superficie o del contacto con el medio ambiente o con alguna sustancia química extraña.

El refuerzo de un material compuesto tiene diferentes papeles que dependen del tipo y aplicación del material. En el caso de baja o mediana resistencia estructural, el refuerzo normalmente es de fibras cortas o partículas, las cuales proporcionan rigidez y resistencia mecánica. En el caso de materiales compuestos con alta resistencia estructural, el refuerzo es normalmente fibras continuas que actúan como columna vertebral del material, ya que determinan la rigidez y resistencia del material en la dirección de las fibras. La ventaja de los materiales compuestos, cuando son bien diseñados, es que usualmente exhiben mejores propiedades que sus constituyentes individuales y frecuentemente alguna propiedad que ninguno de los constituyentes posee.

Algunas de las propiedades que pueden ser mejoradas con materiales compuestos son resistencia, dureza, resistencia a la corrosión, resistencia a la flama,

peso, resistencia a la temperatura, conductividad térmica, resistencia a la fatiga y módulo de elasticidad. Las propiedades de un material compuesto dependen de las propiedades y la geometría de los constituyentes, de la distribución de las fases, y de la fracción volumen del refuerzo, siendo éste último uno de los parámetros más importantes. La distribución del refuerzo determina la uniformidad del sistema del cual depende la probabilidad de falla en las áreas débiles o frágiles.

### ***Tipos de materiales compuestos.***

Son típicamente aceptados tres tipos de materiales compuestos: particulados, laminados y fibro-reforzados. Una clase especial de material compuesto son los materiales en forma de sándwich, como se describirá en los párrafos siguientes.

#### ***Materiales compuestos particulados.***

Los materiales compuestos particulados, como su nombre lo indica, consisten en partículas de uno o más materiales, embebidas en una matriz de otro material, Fig. 3(a). Las matrices utilizadas pueden ser de origen metálico, arcilloso, cerámico o polimérico. Algunas de las partículas frecuentemente utilizadas son aluminio, cerámicos y elastómeros. La adición de partículas mejora las propiedades de la matriz aunque frecuentemente a expensas de otras propiedades. Un ejemplo de material compuesto particulado es el cemento con sus agregados como partículas, Fig.3(a).

#### ***Materiales compuestos laminados.***

Este tipo de materiales son capas unidas de dos o más materiales diferentes, Fig. 3(b). La laminación se utiliza para combinar propiedades de las diferentes capas que constituyen el material compuesto. Un ejemplo de material laminado que se da en forma natural es la madera contra chapada o triplay, Fig. 3(b). Los compuestos a base de laminados incluyen recubrimientos delgados, superficies protectoras, revestimientos, elementos bimetálicos, y otros. Para la producción de estos materiales compuestos se utilizan una gran variedad de procesos de manufactura como extrusión, compresión y soldadura.

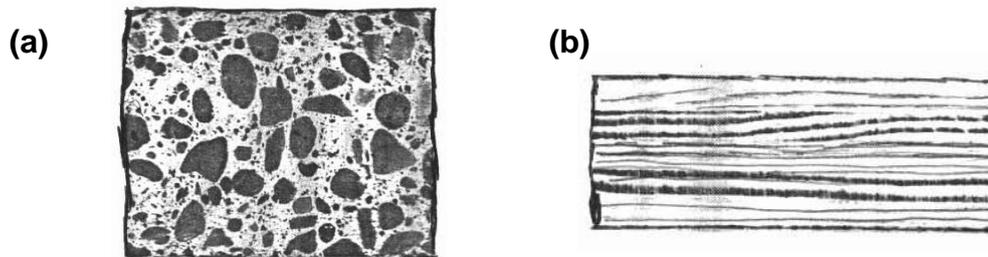
#### ***Materiales compuestos fibro-reforzados.***

Los materiales compuestos fibro-reforzados, Fig. 3(c), como su nombre lo indica, constan de una matriz reforzada por fibras cortas (discontinuas) o largas

(continuas). Las fibras de refuerzo en estos materiales compuestos pueden ser fibras naturales (celulosa, algodón, henequén, etc.) o fibras de origen mineral (grafito, tungsteno, etc.). El uso de estas fibras proporciona al material compuesto una gran resistencia y rigidez. El aumento en la resistencia a la tensión de los materiales compuestos que emplean algunas de estas fibras se debe en gran parte a la estructura casi perfecta que puede tener la fibra, es decir a la alineación de sus cristales a lo largo de su eje longitudinal. De aquí que la orientación del refuerzo es crucial para alcanzar una alta resistencia y un módulo de elasticidad elevado. Los factores a considerar cuando se diseña un material compuesto reforzado con fibras son principalmente tamaño, porcentaje de fibras y la orientación de éstas. Las fibras pueden ser ordenadas en el material compuesto en una variedad de formas, fibras continuas unidireccionales, fibras discontinuas orientadas al azar, fibras ortogonales y fibras en capas múltiples.

#### *Materiales compuestos en forma de sándwich.*

Los materiales compuestos en forma de sándwich, Figura 3(d), constan de dos caras delgadas, mecánicamente resistentes y rígidas, separadas por un núcleo grueso mecánicamente débil y de bajo peso. Las caras son frecuentemente elaboradas de un compuesto polimérico, aunque también se suelen utilizar otro tipo de materiales disponibles en forma de lámina, como el aluminio. Los núcleos de uso más frecuentes son polímeros celulósicos espumados, maderas tipo balsa, materiales corrugados y en forma de panal de abeja, debido a su bajo peso. El concepto de un sándwich estructural está basado en la idea de incrementar la rigidez a la flexión de una estructura sin la adición de mucho peso.



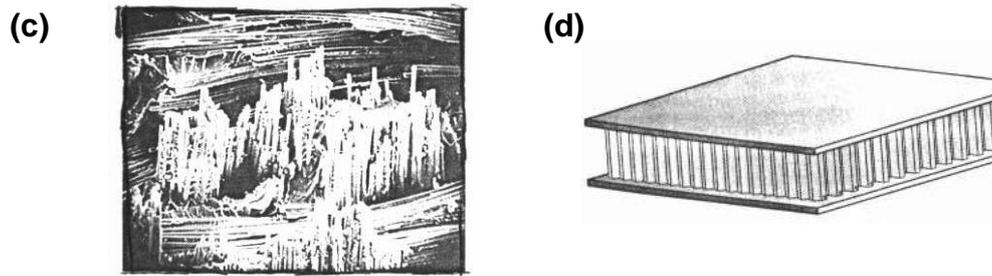


Fig.3. Tipos de materiales compuestos. (a) Particulados, (b) Laminados, (c) Fibro-reforzados, (d) En forma de sándwich.

### ***Matriz y refuerzo.***

Las matrices utilizadas para materiales compuestos pueden ser metálicos, cerámicas o poliméricas. Los materiales metálicos más utilizados son titanio, aluminio, y magnesio. Los matrices cerámica más utilizados son carburo de silicio, oxido de aluminio, nitruro de silicio y zirconio. Los matrices poliméricas más comunes son resina epóxica, poliéster y vinil-éster o termoplásticos como el polipropileno y polietileno.

Los refuerzos se definen como una unidad de materia que se caracterizan por su flexibilidad, finura y resistencia, además de una muy buena propiedad mecánica. Típicamente los refuerzos pueden ser partículas, fibras, aditivos, recientemente materiales nano-métricos.

En este proyecto se utilizó, en laminados y sándwiches, resina ester-vinílica “Momentum 470-300” con una densidad de 1.08 g/ml y 33% en peso de contenido de estireno (como matriz) y petatillos de fibra de vidrio con mechas orientadas a 90° con respecto a sus ejes longitudinales (como refuerzo).

### ***7.2. Materiales en geometría de sándwich y sus aplicaciones.***

Un material en geometría de sándwich, como se mencionó anteriormente, es una forma especial de un material compuesto que consiste típicamente de tres componentes: la cara, el núcleo y el adhesivo (interfase entre cara y núcleo), Fig. 4.

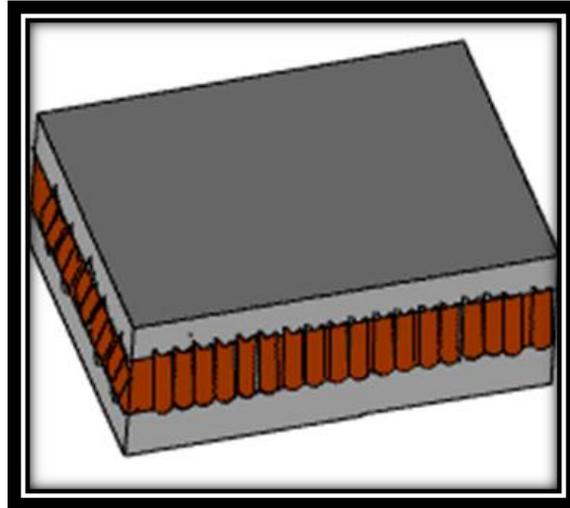


Fig. 4. Material compuesto tipo sándwich.

Las caras, el núcleo y el adhesivo pueden ser de diferente material, todo depende de los requerimientos y del proceso de manufactura. Casi cualquier material estructural que está disponible en forma de hoja delgada puede ser usado para formar la cara de un sándwich. Estos pueden dividirse en dos grupos: materiales metálicos como acero templado e inoxidable, aleación de aluminio y titanio, y materiales no metálicos como madera y compuestos de fibra continua (vidrio/éster-vinílica, vidrio/poliéster, vidrio/epóxica, carbón/epóxica, kevlar/epóxica, kevlar/poliéster). Las caras soportan casi todos los momentos de flexión en la estructura, mientras el núcleo soporta las fuerzas cortantes, transfiere la carga y previene que las caras se flexionen, Fig. 5.

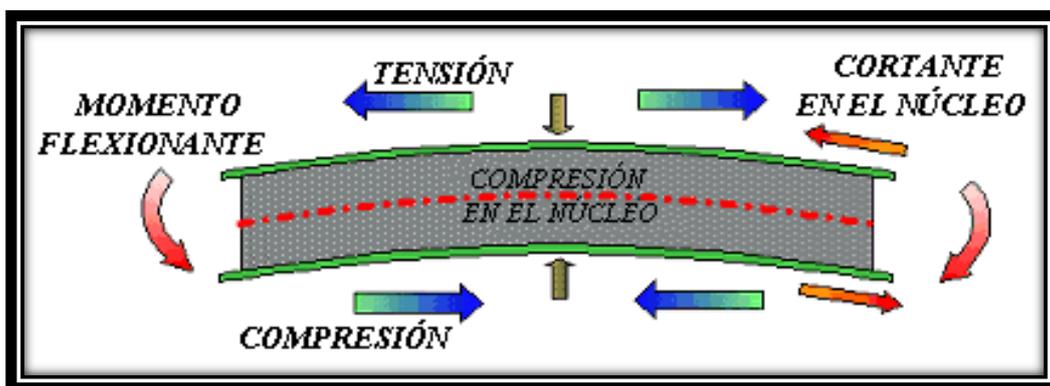


Fig. 5. Efectos de la flexión en el sándwich.

Entre las propiedades típicas del núcleo se encuentran su baja densidad, modulo cortante moderado, capacidad de aislamiento térmico y acústico. Los materiales usados

para núcleos estructurales pueden dividirse en tres grandes grupos: panal de abeja, madera balsa y espumoso celular.

Los núcleos de panal de abeja principalmente son utilizados en aplicaciones aeroespaciales; sin embargo, existen núcleos económicos fabricados de papel impregnado, que también se aplican en la construcción. Los núcleos de panal de abeja pueden ser manufacturados en diferentes formas pero el más utilizado es el hexagonal. La manufactura del panal metálico es realizada en dos diferentes maneras, proceso de corrugado y de expansión. El núcleo de panal de abeja más utilizado es la aleación de aluminio.

Las maderas tipo balsa fueron el primer material utilizado para núcleo de un sándwich. La balsa bajo un microscopio puede ser vista con un alto aspecto de variación de estructuras de celdas cerradas. Las fibras o granos son orientados en la dirección de crecimiento de la celda con un típico largo de 0.5-1 mm. Las propiedades mecánicas son mejores en dirección del grano, pero pobres en otras. Existen balsas de diferentes densidades en el orden de 100 a 400 kg/m<sup>3</sup>. Este tipo de núcleo es muy sensible a la humedad, es decir sus propiedades decaen rápidamente con el contenido de agua.

El reciente desarrollo de núcleos de alta densidad con celdas poliméricas espumosas ha tenido un mejor impacto en el uso del concepto de sándwich. Aunque estos núcleos no ofrecen la misma razón peso-rigidez y resistencia que el de panal de abeja, tienen la ventaja de que son menos caros, además de ser un sólido continuo y de muy bajo peso. El uso de núcleos poliméricos espumosos es más versátil, ya que su superficie facilita el depósito del adhesivo y su manufactura, tienen alto aislamiento térmico, amortiguación acústica y son resistentes a la penetración del agua. Las variedades de espumas poliméricas frecuentemente usados son poliuretano (PUR), poliestireno (PS), cloruro de polivinilo (PVC) y poli-metracrilimidias (PMI).

Los requerimientos sobre los adhesivos son algo diferentes en su uso normal que cuando se usan en estructuras de sándwich, ya que incluyen la unión de dos componentes diferentes, uno sólido y el otro blando. Al seleccionar un adhesivo lo principal es que satisfaga las necesidades mecánicas de la estructura para proveer una buena unión entre las caras y el núcleo, poder resistir al medio ambiente, fatiga,

resistencia al calor, etc. Existe una variedad de adhesivos que cumplen estos requisitos como la resina epóxica, fenólicos, poliuretanos, acrílico de uretano, resina de poliéster y viniléster. En ocasiones, la misma resina de la matriz de las caras puede servir como adhesivo cara/núcleo.

***El efecto Sándwich.***

Para analizar el efecto de un sándwich estructural considere una placa homogénea de espesor  $t$ , peso, rigidez, y resistencia a la flexión unitarios, Fig. 6. Ahora se supone que cortamos la viga en dos mitades, cada una de espesor  $t/2$  y separamos las partes con un núcleo de peso ligero. Si realizamos un análisis de flexión, uno puede calcular la correspondiente rigidez y resistencia a la flexión del elemento. Las propiedades relativas resultantes de dicho análisis se muestran en la Fig. 6.

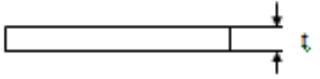
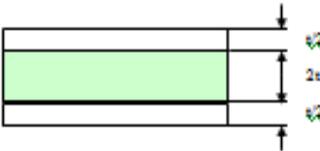
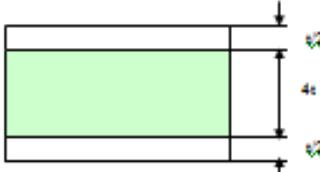
<b>Lámina/Sandwich</b>	<b>Peso Relativo</b>	<b>Rigidez a la Flexión</b>	<b>Resistencia a la Flexión</b>
	1	1	1
	~1	12	6
	~1	48	12

Fig. 6. El efecto sándwich. La rigidez y resistencia a la flexión aumentan debido a la separación de las caras.

De la Fig. 6, se observa que utilizando el concepto de sándwich estructural, la rigidez y la resistencia a la flexión pueden ser substancialmente incrementadas en comparación con una simple lamina, sin añadir mucho peso.

### 7.3. Modelos analíticos basados en la teoría clásica de laminación.

Los modelos analíticos basados en la teoría clásica de laminación para la prueba de torsión en platos se fundamentan en la consideración de un plato cuadrangular de dimensiones  $a$  y  $b$  cargado en dos extremos de manera diagonal, teniendo como puntos de apoyo los otros dos extremos restantes, Fig. 7.

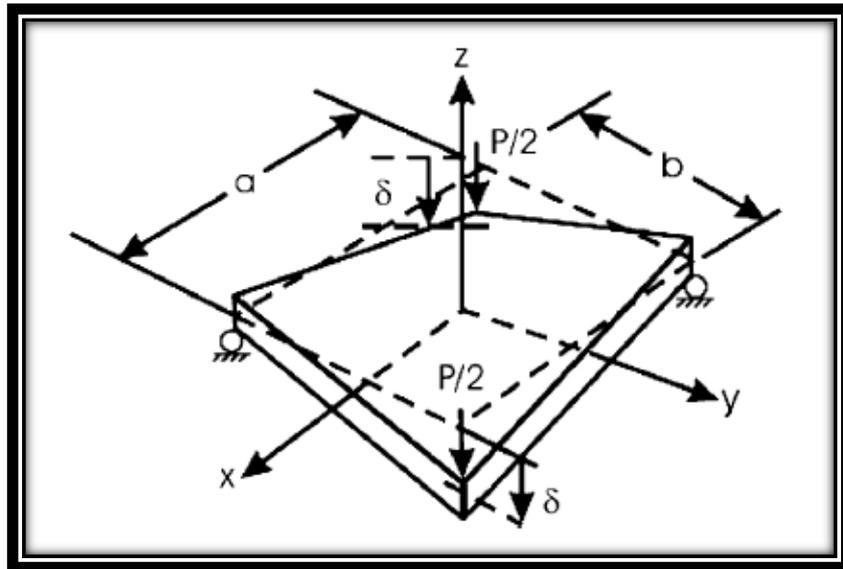


Fig. 7. Ilustración de la prueba de torsión en un plato.

En la Fig. 7 se puede observar como la carga aplicada  $P$  es dividida entre los puntos de aplicación, ocasionando la deflexión  $\delta$  del plato en esos extremos. De acuerdo a la Teoría Clásica de Laminación en Platos (CLPT), la complianza está dada por:

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}} \quad (1a)$$

Donde:

$C$  = Complianza.

$a$  = Ancho del plato.

$\delta$  = Deflexión en los extremos.

$b$  = Largo del plato.

$P$  = Carga aplicada.

$D_{66}$  = Rigidez torsional.

Despejado a la rigidez torsional del plato, se obtiene:

$$D_{66} = \frac{ab}{16C} \quad (1b)$$

***Modelo analítico para obtener  $G_{12}$  en laminados.***

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:

$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12} \quad (2a)$$

Donde:

$G_{12}$  = Módulo elástico a cortante en el plano 1-2 del laminado.

$h$  = Espesor del laminado.

Despejando al módulo elástico a cortante en el plano 1-2 del laminado se tiene:

$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \quad (2b)$$

***Modelo analítico para obtener  $G_{12}^f$  en sándwiches.***

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12} \quad (3a)$$

Donde:

$(G_{12})_f$  = Módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras.

$(G_{12})_c$  = Módulo elástico a cortante en el plano 1-2 del núcleo.

$h_f$  = Espesor de cada cara.

$h_c$  = Espesor del núcleo.

Despejando al módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras se tiene:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \quad (3b)$$

Nótese que en las ecuaciones (2b) y (3b),  $D_{66}$  se obtiene por medio de la prueba de torsión del plato, ya sea un laminado o un sándwich.

## **8. PROCEDIMIENTO Y DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES REALIZADAS.**

### **8.1 Elaboración de laminados.**

Se hicieron laminados de resina ester-vinílica y fibra de vidrio. El método para la fabricación de estos laminados se llamó el proceso “VARTM” (Transferencia de Resina Asistida por Vacío). Básicamente, el método consiste en hacer pasar la resina ester-vinílica a través de las distintas capas del laminado por medio de vacío. Lo primero que hay que hacer es pegar cinta adhesiva y papel teflón en la placa de trabajo.



Fig. 8. Placa de trabajo con cinta adhesiva y papel teflón.

Después hay que poner una malla de distribución en la placa de trabajo.

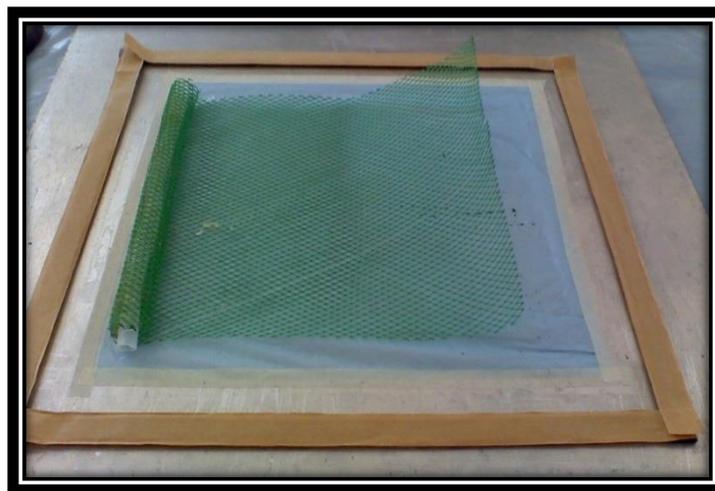


Fig. 9. Placa de trabajo con malla de distribución.

Subsiguientemente se puso una tela de teflón y 3 capas de fibra de vidrio.



Fig. 10. Placa de trabajo con tela de teflón y 3 capas de fibra de vidrio.

Posteriormente hay que ponerle el par de tela de teflón y el par de malla de distribución.

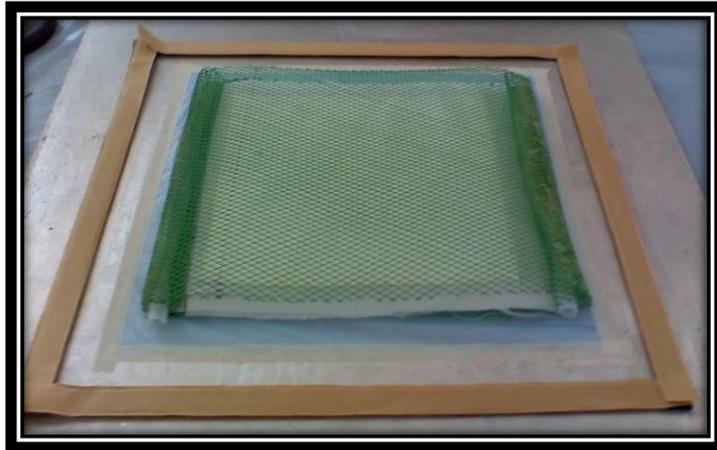


Fig. 11. Placa de trabajo con par de tela de teflón y par de malla de distribución.

Consecutivamente hay que ponerle las mangueras y forrarlo de tela de teflón.

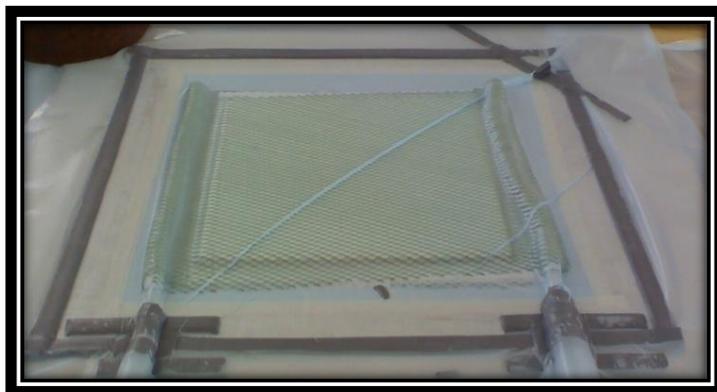


Fig. 12. Placa de trabajo forrada de tela de teflón y mangueras de salida.

Después hay que hacer la succión de la resina ester-vinílica mediante la bomba.

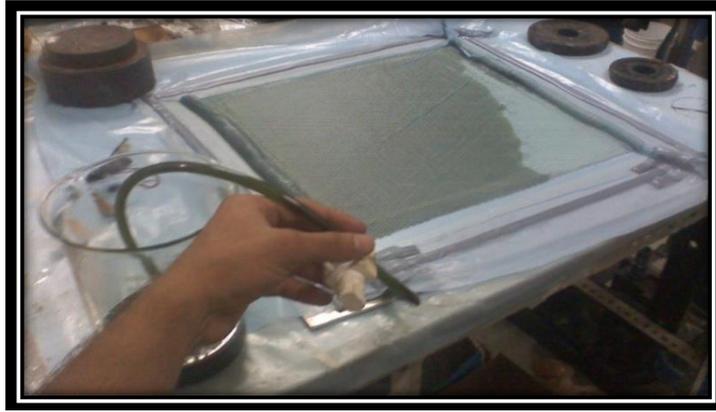


Fig. 13. Succión de la resina mediante la bomba.

Una vez terminada la infusión, se deja curar el laminado por 24 horas y luego se post-cura en el horno a una temperatura de 80° C para eliminar los monómeros residuales.

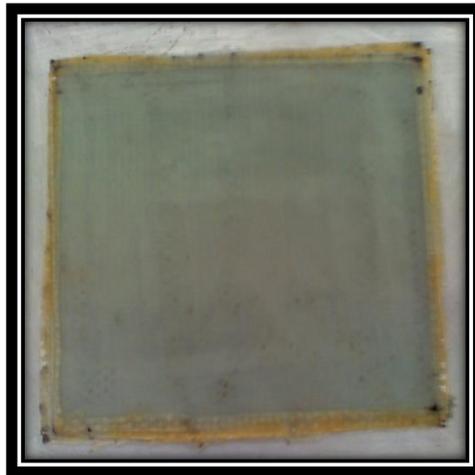


Fig. 14. Laminado post-curado.

En total se hicieron 10 laminados de 3 capas de fibra de vidrio y resina ester-  
vinílica.

### ***8.2 Elaboración de sándwiches estructurales.***

A continuación se hicieron los sándwiches estructurales. El método de fabricación fue el mismo, solo varió al momento de poner las capas de fibra de vidrio. En este caso se puso también el núcleo. En total se fabricaron 8 sándwiches estructurales. Dos de triplay, dos de balsa, dos de PVC H250 y dos de resina.



Fig. 15. Sándwich estructural de triplay.

### 8.3 Caracterización mecánica.

#### 8.3.1 Prueba de cortante en laminados.

Ahora con los laminados hechos se fabricaron 10 probetas Iosipescu. 7 con cejillas (con tabs) y 3 sin cejillas (sin tabs). Como se puede apreciar en la figura la probeta 6 y 10 tenían galgas extenso-métricas a  $-45^\circ$  y  $45^\circ$ . Esto se hizo para obtener la deformación elástica en esos grados.



Fig. 16. Probetas Iosipescu.

Se probaron las probetas con el método Iosipescu. Realmente, de todas las probetas nada más se tomaron en cuenta la 6 y 10, ya que fueron las únicas que tenían galgas exten-sométricas y por lo tanto una mejor exactitud.

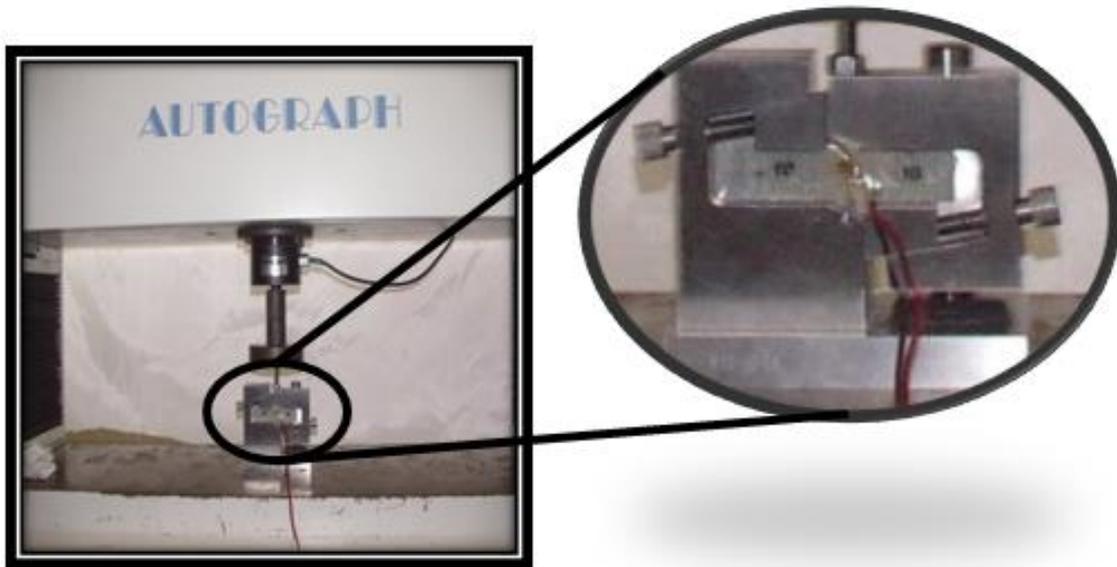


Fig. 17. Probeta Iosipescu sometida a cortante.

De la probeta 6 se obtuvo lo siguiente:

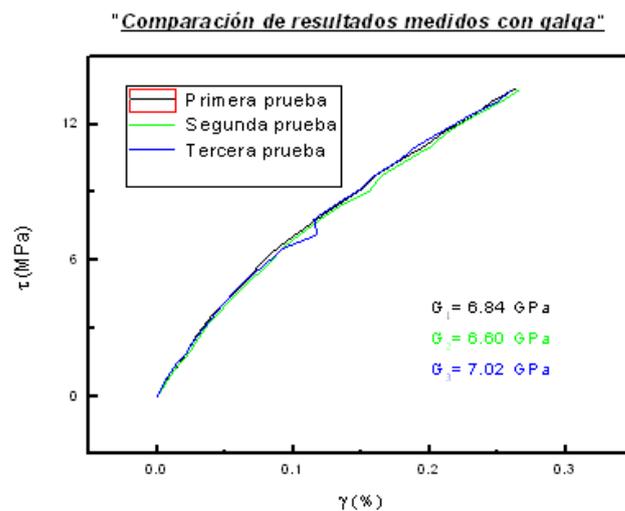


Fig. 19. Gráfica de la probeta 6 (con tabs y galgas a  $-45^\circ$ ).

En este caso se puede observar como la segunda y la tercera gráfica se salen de la trayectoria seguida pero después se reincorporan. Debido a la concentración de esfuerzos se van fracturando los apoyos de la probeta.

"MEDIDAS"			
No. De probeta	W(mm)	H(mm)	A (mm <sup>2</sup> )
6	11.27	1.37	15.44

$$\tau = \frac{F}{A} \quad \text{y} \quad \gamma = \tan \theta = \frac{\Delta x}{L}$$

"RESULTADOS OBTENIDOS"					
No. De prueba	P (N)	$\delta$ (mm)	$\tau$ (MPa)	$\gamma$ (%)	G (GPa)
1	208	0.21	13.47	0.26	6.84
2	207	0.21	13.41	0.27	6.60
3	209	0.21	13.54	0.26	7.02
		Promedio	13.47	0.26	6.82
		Desv. Std.	0.06	0.00	0.21
		Coef. Var.	0.48%	1.14%	3.09%

De la probeta 9 se obtuvo lo siguiente:

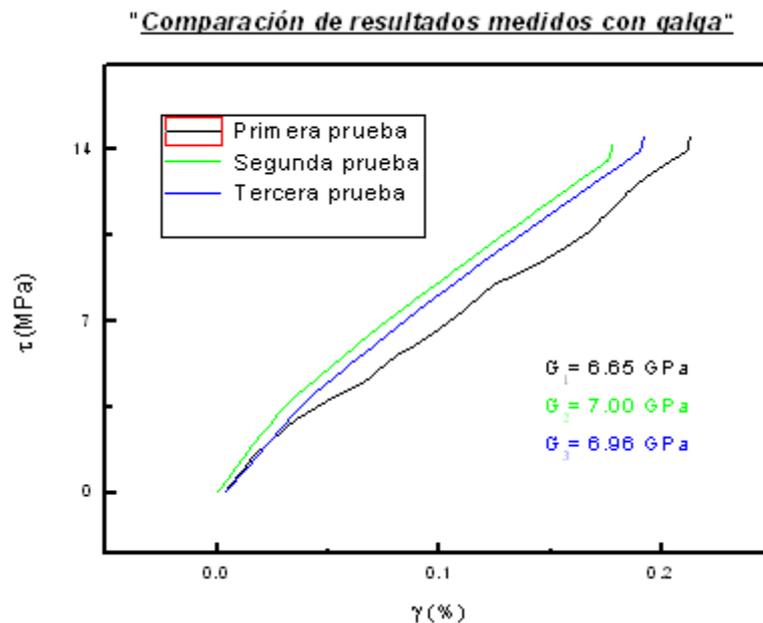


Fig. 20. Gráfica de la probeta 9 (sin tabs y galgas a 45°).

En este caso se puede apreciar como la primera prueba se sale totalmente de la trayectoria seguida.

"MEDIDAS"			
No. De probeta	W(mm)	H(mm)	A (mm <sup>2</sup> )
9	11.13	1.25	13.91

"RESULTADOS OBTENIDOS"					
No. De prueba	P (N)	$\delta$ (mm)	$\tau$ (MPa)	$\gamma$ (%)	G (GPa)
1	202	0.21	14.52	0.21	6.65
2	198	0.19	14.23	0.18	7.00
3	203	0.19	14.59	0.19	6.96
		Promedio	14.45	0.19	6.87
		Desv. Std.	0.19	0.02	0.19
		Coef. Var.	1.32%	8.81%	2.79%

De la probeta 10 se obtuvo lo siguiente:

**"Comparación de resultados medidos con galga"**

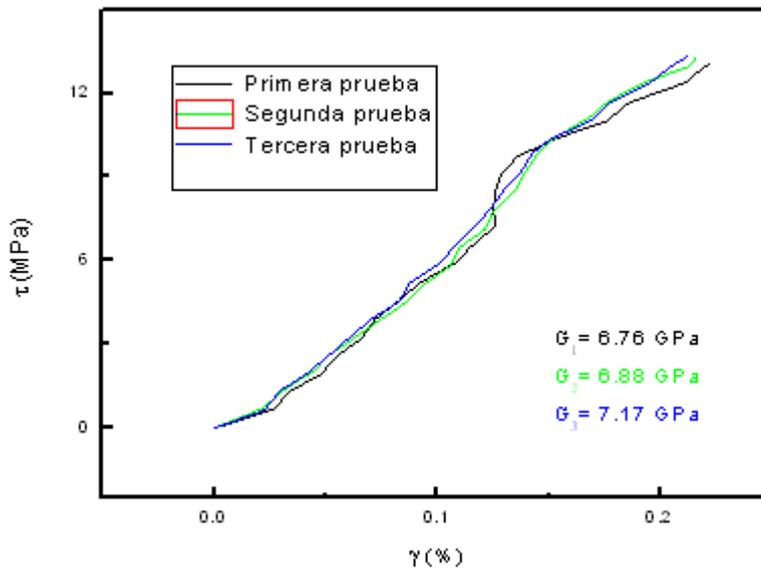


Fig. 21. Gráfica de la probeta 10 (sin tabs y galgas a 45°).

En este caso se puede apreciar que la primera gráfica tiene una forma de “alargada”.

"MEDIDAS Y RESULTADOS OBTENIDOS"								
No. De probeta	W(mm)	H(mm)	A (mm <sup>2</sup> )	P (N)	δ (mm)	τ (MPa)	γ (%)	G (GPa)
8	11.17	1.44	16.08	721.88	0.87	44.9	-	-
10 (1)*	11.27	1.37	15.44	201	0.43	13.04	0.22	6.76
10 (2)*	11.27	1.37	15.44	206	0.42	13.34	0.22	6.88
10 (3)*	11.27	1.37	15.44	206	0.43	13.35	0.21	7.17
					Promedio	13.24	0.22	6.94
					Desv. Std.	0.17	0.00	0.21
					Coef. Var.	1.30%	2.27%	3.04%

\*Nota: A la probeta # 10 se le adhirió unas galgas a 45° por lo que fue probada 3 veces dentro de su rango elástico.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano ( $G_{12}$ ) de los laminados obtenido fue de aproximadamente 7 GPa en todas las probetas.

### 8.3.2 Prueba de tensión en laminados.

Con los lamiados ya fabricados también se hicieron probetas de tensión. En total se hicieron 8 probetas de tensión. 7 sin galgas extenso-métricas y 1 con galgas extenso-métricas.



Fig. 22. Probetas para realizar la prueba de tensión.

Se probaron las probetas con el método de tensión con y sin el extensómetro y con y sin las galgas extenso-métricas.



Fig.23. Probeta con extensómetro sometida a tensión.



Fig. 24. Probeta con galgas extenso-métricas sometida a tensión.

De la probeta 8 (con galgas extenso-métricas) se obtuvo lo siguiente:

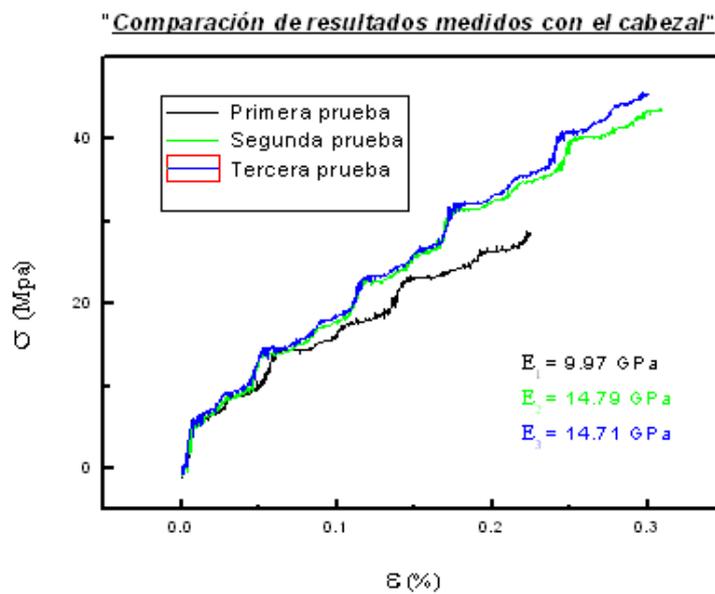


Fig. 26. Gráfica de la probeta con tabs medida con el cabezal.

En esta gráfica se puede apreciar como en la primera prueba se sale de la trayectoria recorrida. Esto se debió seguramente por ciertos ajustes mecánicos en los aditamentos.

**"Comparación de resultados medidos con galga"**

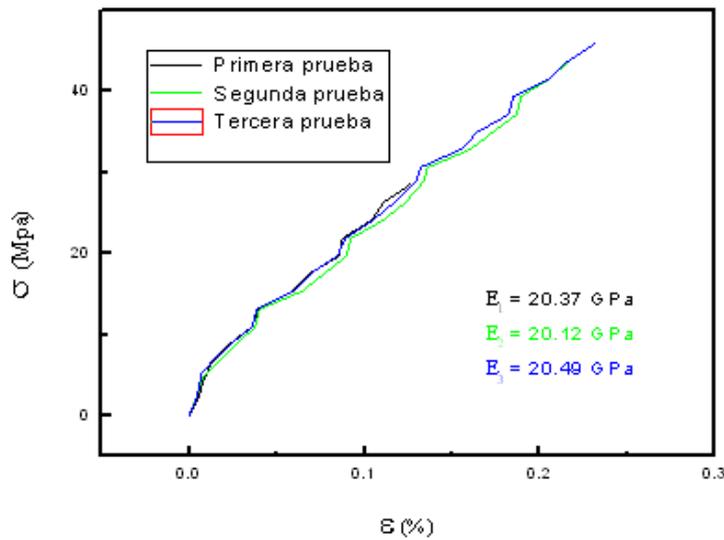


Fig. 27. Gráfica de la probeta con tabs medida con la galga.

En esta otra gráfica a pesar de tener muchas curvaturas, ya fue más recta.

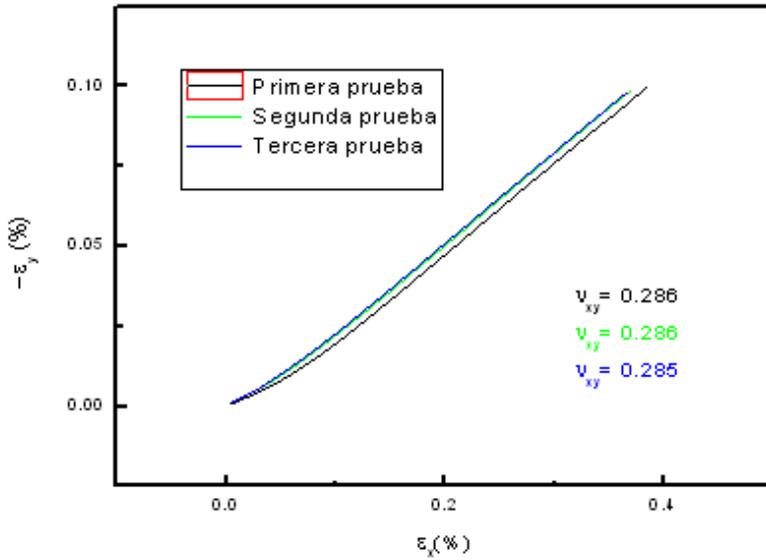
"MEDIDAS"					
No. De probeta	L (mm)	W1 (mm)	W2 (mm)	W3 (mm)	H1 (mm)
8	200	25.42	25.51	25.66	1.83

"MEDIDAS"				
H2 (mm)	H3 (mm)	W prom (mm)	H prom (mm)	A prom (mm <sup>2</sup> )
1.78	1.77	25.53	1.79	45.78

"RESULTADOS"		
No. De prueba	CON CABEZAL	CON INDICADOR
	E (GPa)	E (GPa)
1	9.97*	20.37
2	14.79	20.12
3	14.71	20.49
Promedio	14.75	20.33
Desv. Std.	0.06	0.19
Coef. Var.	0.38%	0.93%

  (No tomada en cuenta)

**"Comparación de resultados medidos con el indicador"**



"RESULTADOS"	
No. De prueba	CON INDICADOR Vxy
1	0.286
2	0.286
3	0.285
Promedio	0.286
Desv. Std.	0.001
Coef. Var.	0.20%

Fig. 28. Gráfica de la probeta con tabs medida con el indicador.

En este caso la grafica fue sumamente recta.

* Se sabe que (para materiales isotrópicos):			
$G = \frac{E}{2(1+\nu_{xy})}$		→	<b>G = 7.90 GPa</b>
Considerando:			
E =	<b>20.33</b>	GPa	(valor medido con galgas)
$\nu_{xy}$ =	<b>0.286</b>		

El módulo de elasticidad a tensión (E) obtenido fue de 20.33 GPa, por lo tanto el módulo de elasticidad a cortante en el plano ( $G_{12}$ ), considerando el material isotrópico, fue de 7.9 GPa.

### 8.3.3 Prueba de flexión en triplay.

Se cortaron 5 probetas de flexión con el ancho y largo dados. Se probaron las probetas con el método de flexión.

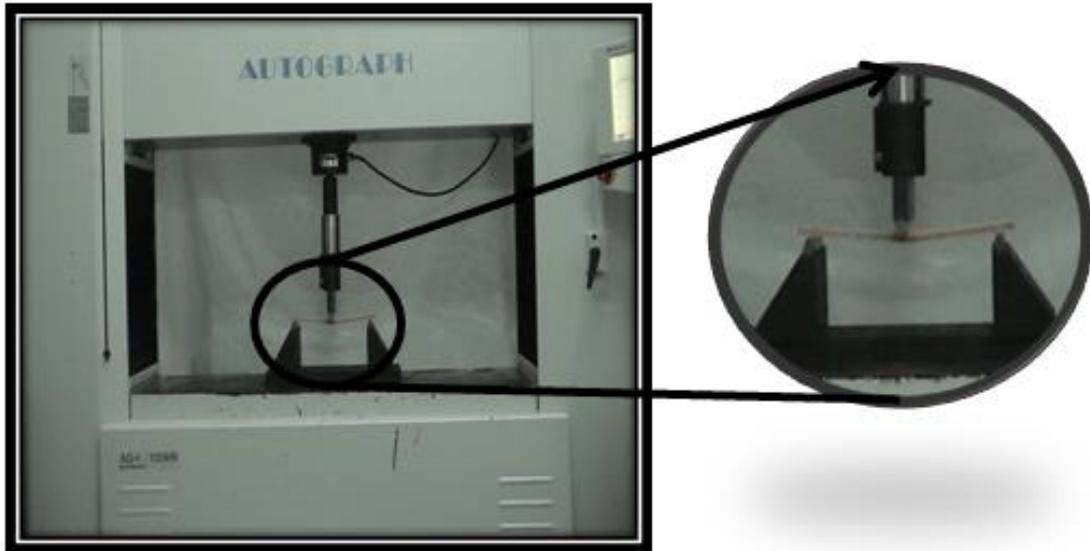


Fig. 29. Probeta sometida a flexión.

Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración de la prueba de flexión.

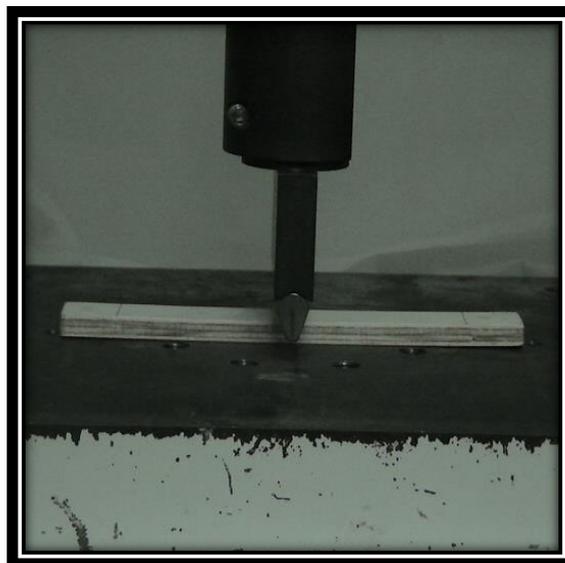


Fig. 30. Calibración del método de flexión.

**"Comparación de resultados en prueba (sin calibración)"**

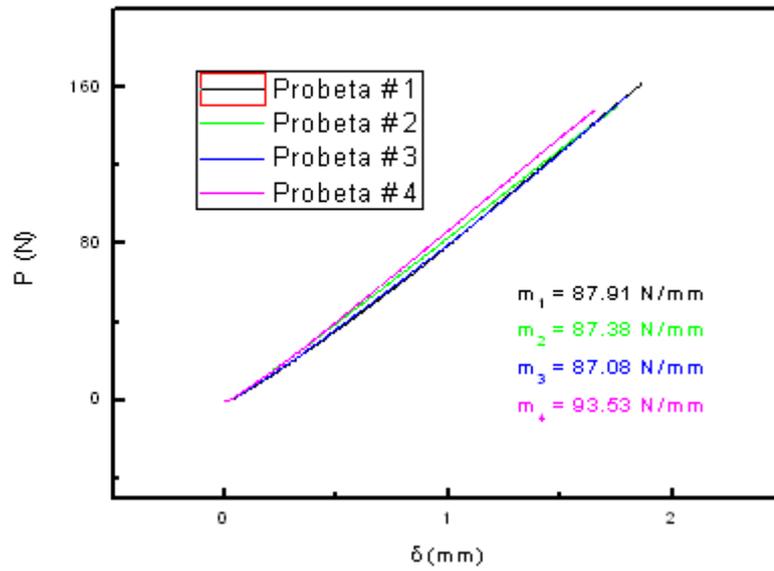


Fig. 31. Gráfica de las probetas sometidas a flexión.

Lo primero que se hizo fue probar 4 de las 5 probetas cortadas.

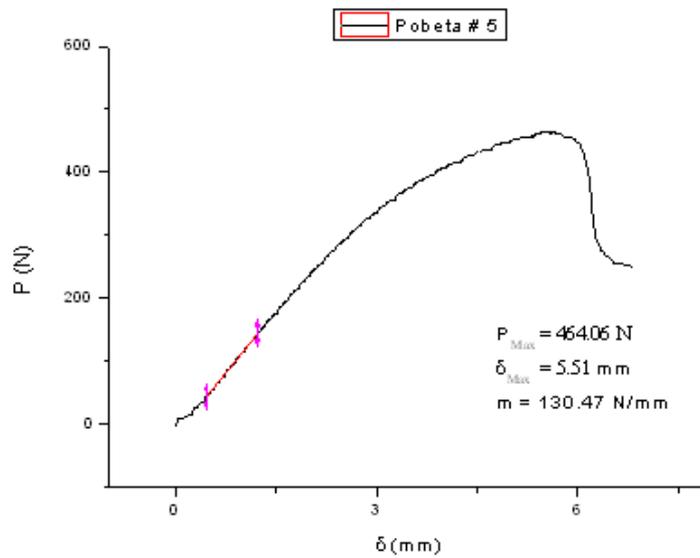


Fig. 32. Gráfica de la probeta sometida a flexión hasta la fractura.

Lo que se hizo al final de la prueba de flexión fue someter una probeta hasta la fractura.

"RESULTADOS OBTENIDOS DE LA PRUEBA DE FLEXIÓN"						
No. De probeta	b(mm)	d(mm)	L(mm)	m (N/mm)	E <sub>B</sub> (GPa)	G <sub>12</sub> (GPa)
1	24.97	8.97	144	87.91	3.64	1.40
2	25.03	8.98	144	87.38	3.60	1.38
3	24.99	8.97	144	87.08	3.60	1.39
4	25.01	8.96	144	93.53	3.88	1.49
5**	25	8.97	144	130.47	5.40	2.08
				Promedio	3.68	1.42
				Desv. Std.	0.13	0.05
				Coef. Var.	3.65%	3.65%

\*\*No tomada en cuenta debido a desajustes durante la prueba.

De acuerdo a la norma ASTM D 790-02, E<sub>B</sub> está dado por:

$$E_B = \frac{L^3 m}{4bd^3}$$

Donde :

E<sub>B</sub> = Módulo de elasticidad a flexión

L = Espacio entre los puntos de apoyos

m = Pendiente de la porción inicial de la curva P - δ a flexión

b = Ancho de la probeta

d = Espesor de la probeta

Suponiendo que el material fuera isotrópico, G<sub>12</sub> se obtiene por:

$$G_{12} = \frac{E}{2(1 + \nu_{xy})}$$

Donde :

G<sub>12</sub> = Modulo a cortante en el plano 1 - 2

E = Modulo de elasticidad del material

ν<sub>xy</sub> = Razón de Poisson en el plano X - Y

El módulo de elasticidad a tensión (E) y el módulo de elasticidad a cortante en el plano (G<sub>12</sub>) obtenido fue de 3.68 y 1.42 GPa aproximadamente.

#### 8.4 Prueba de torsión en platos.

##### 8.4.1 Prueba de torsión en laminados.

Con los laminados ya hechos se fabricaron también las probetas de torsión. Que al final de cuentas era un panel cuadrado. Los paneles fueron sometidos a las pruebas de torsión debidas.

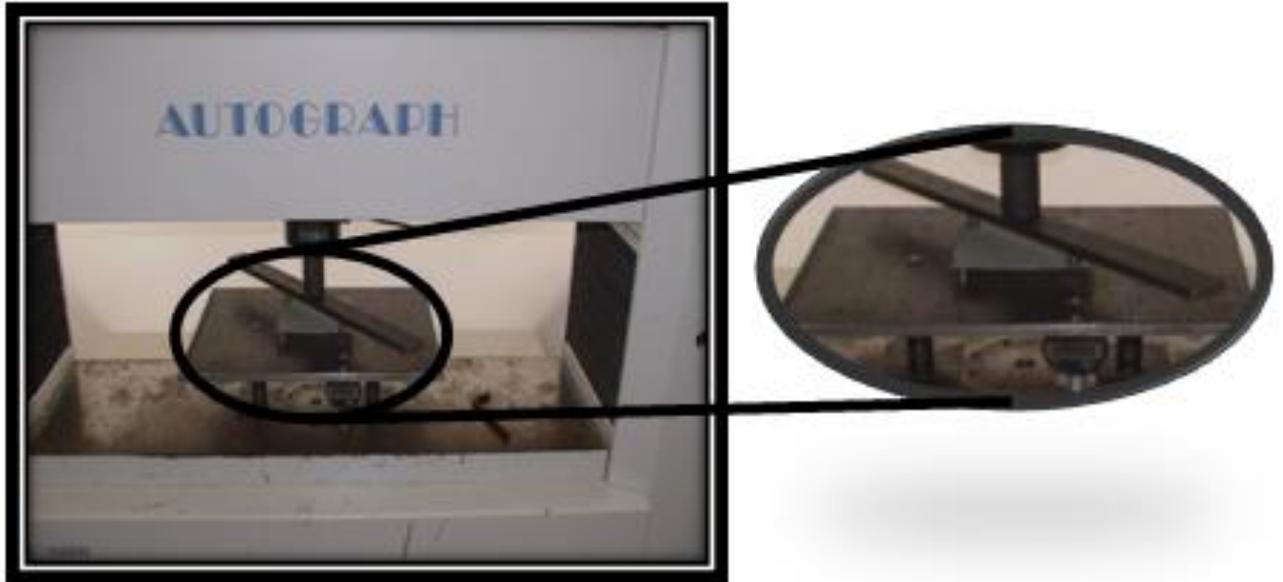


Fig. 33. Panel de laminado sometido a torsión.

Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración de los paneles de laminados.

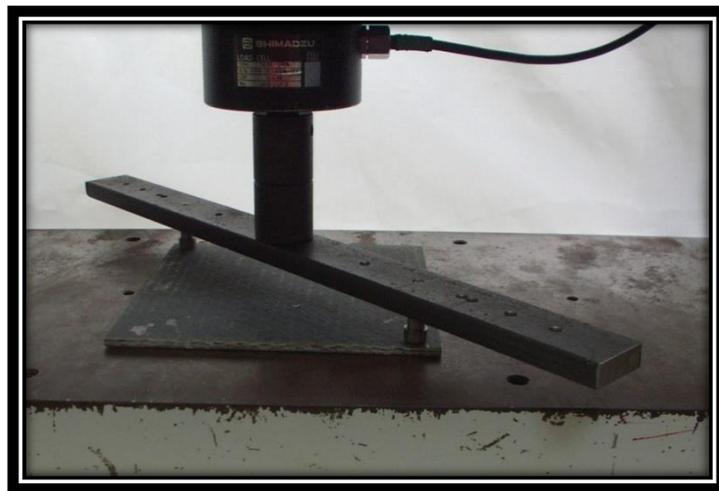


Fig. 34. Calibración del panel de laminado.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano ( $G_{12}$ ) obtenido fue de 6.44 GPa aproximadamente.

**"Comparación de resultados medidos con el cabezal"**

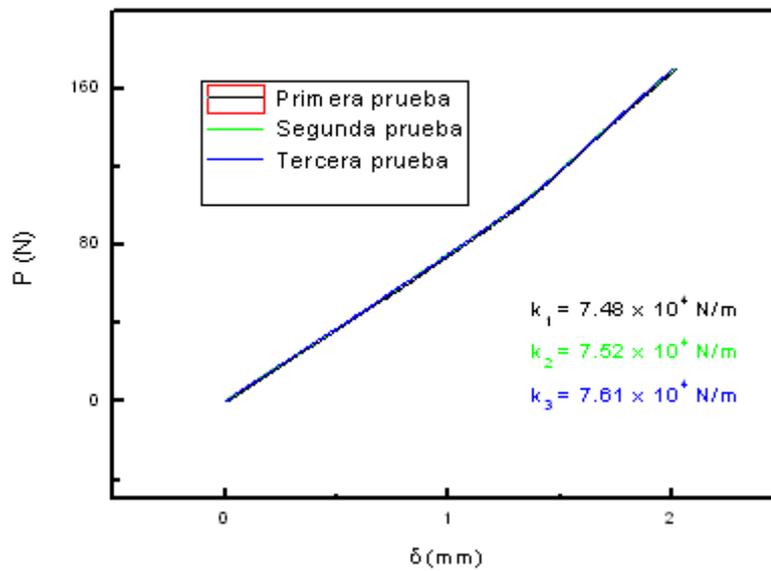


Fig. 35. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a torsión.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

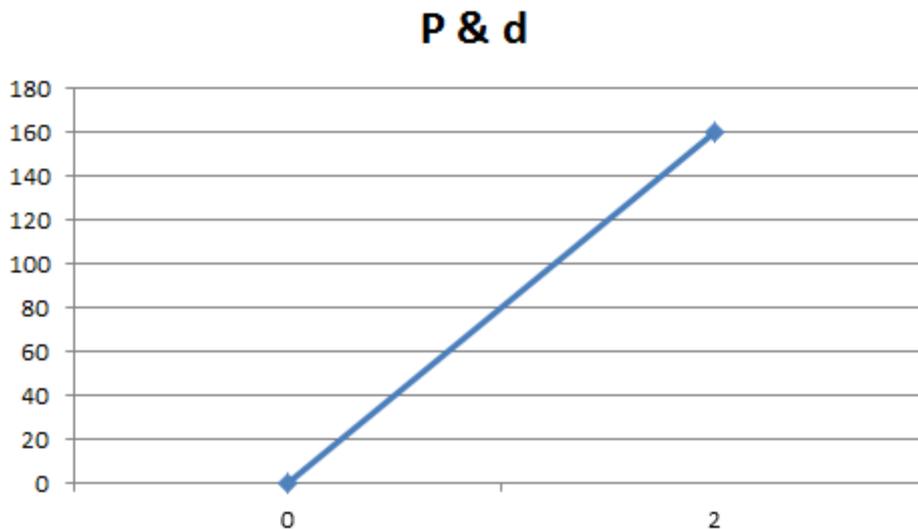


Fig. 36. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte final de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elasticamente y empezó a deformarse plásticamente.

**"Comparación de resultados en la calibración"**

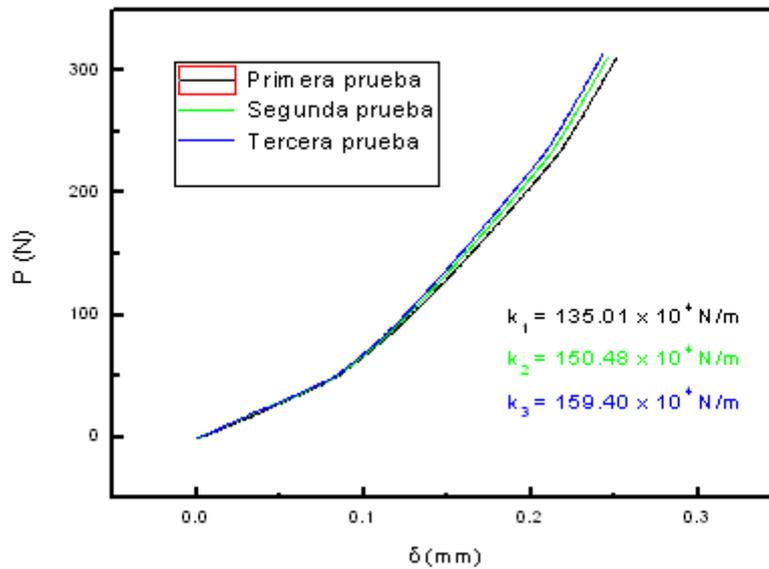


Fig. 37. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a la calibración.

Si fuera totalmente recta nos daría lo siguiente:

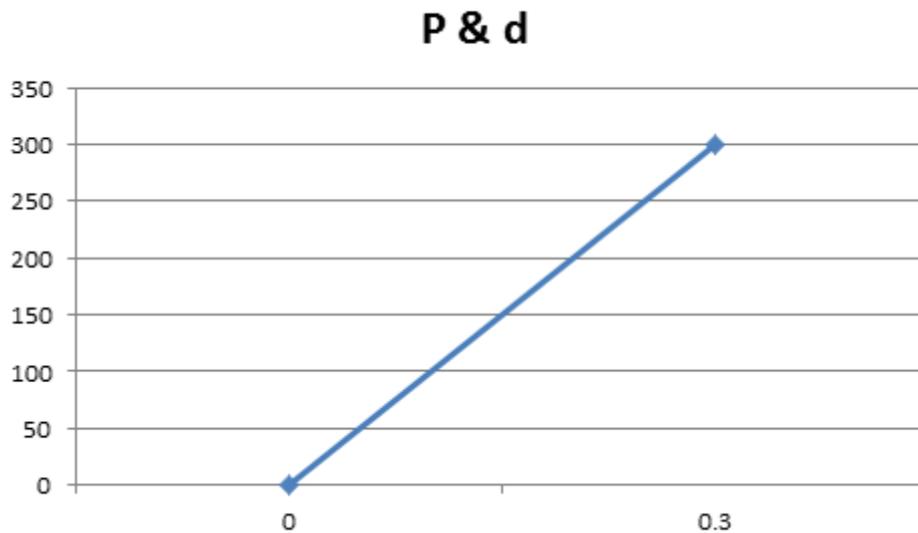


Fig. 38. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a la calibración.

Sin embargo no fue así. Al principio hubo mucha curvatura de la gráfica. Esto se debió a la indentación de los pines sobre el material. Osea al acomodamiento de los pines. Y al final de la grafica hubo un poco de encogimiento de los puntos de  $\delta$ .

<b>"Resultados de las complianzas calculadas para el laminado de 12.5 X 12.5 cm"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>
1	7.48E+04	1.34E-05			1.35E+06	7.41E-07
2	7.52E+04	1.33E-05			1.50E+06	6.65E-07
3	7.61E+04	1.31E-05			1.59E+06	6.27E-07
<b>Promedio</b>	7.54E+04	1.33E-05			1.48E+06	6.78E-07
<b>Desv. Std.</b>	665.83	0.00	#j DIV/0!	#j DIV/0!	123460.98	0.00
<b>Coef. Var.</b>	0.88%	0.88%	#j DIV/0!	#j DIV/0!	8.33%	8.53%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 1.26E-05 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 7.94E+04 \text{ N/m}$$

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $G_{12}$  EN LA LÁMINA DE 12.5 X 12.5 CM"**

Se sabe que:

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$$

Donde :

$$C = \text{Complianza} = 1.26 \times 10^{-5} \text{ m/N}$$

$\delta$  = Deflexión en los extremos

P = Carga aplicada

a = Ancho de la lámina = 0.1089m

b = Largo de la lámina = 0.1089m

$D_{66}$  = Rigidez torcional

Despejando  $D_{66}$  se obtiene:

$$D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 5.89E + 01 \text{ N.m}$$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:

$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$$

Donde :

$G_{12}$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de la lámina

$h$  = Espesor de la lámina = 0.00465m

Despejando  $G_{12}$  se tiene que:

$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \longrightarrow G_{12} = 7.03GPa$$

**"Comparación de resultados medidos con el cabezal"**

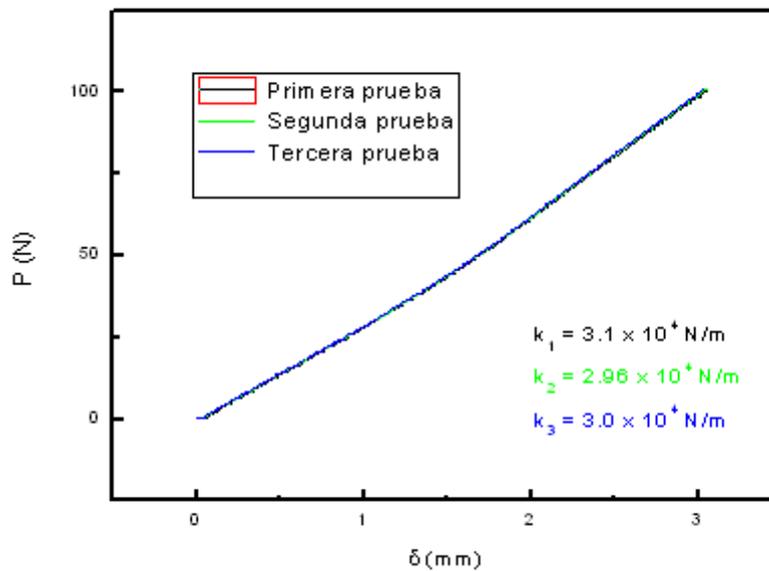


Fig. 39. Gráfica de la probeta de 18 x 18 cm sometida a torsión

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

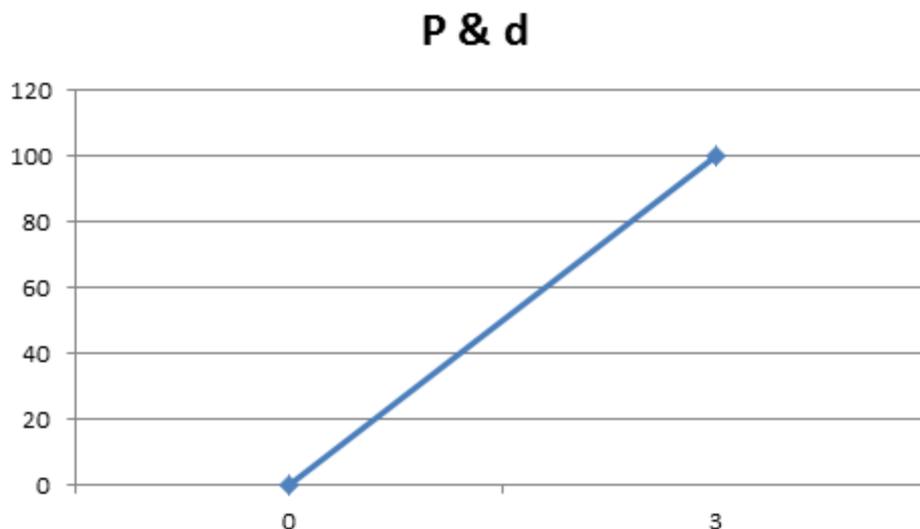


Fig. 40. Gráfica esperada de la probeta de 18 x 18 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte media de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elasticamente y empezó a deformarse plásticamente.

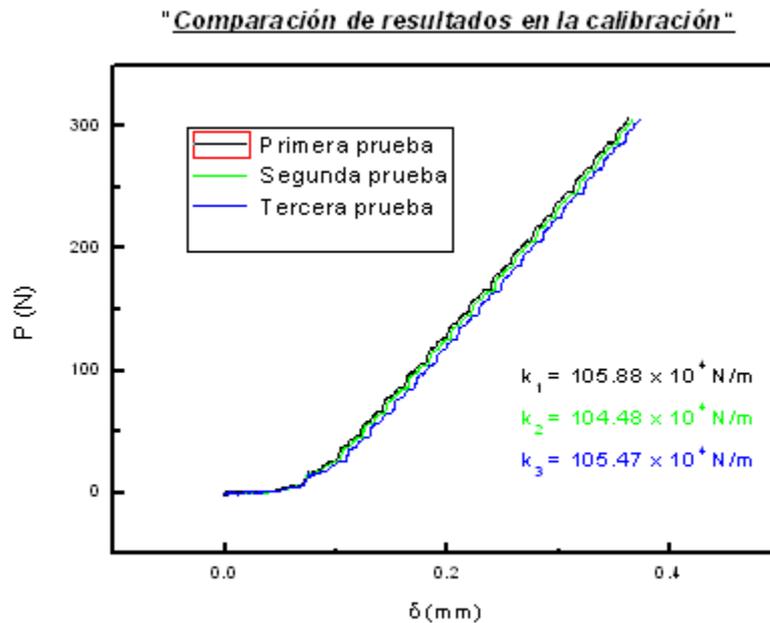


Fig. 41. Gráfica de la probeta de 18 x 18 cm sometida a la calibración.

Si fuera totalmente recta nos daría lo siguiente:

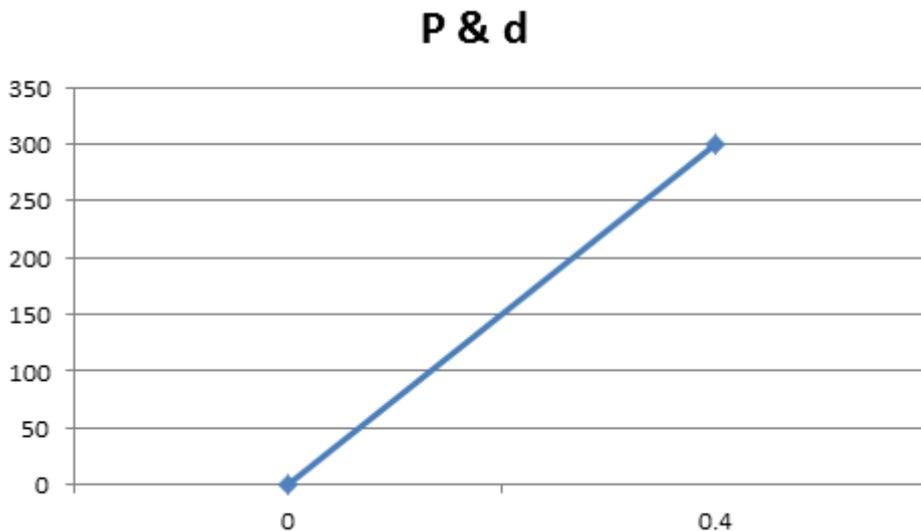


Fig. 42. Gráfica esperada de la probeta de 18 x 18 cm sometida a la calibración.

Sin embargo no fue así. Al principio hubo mucha curvatura de la gráfica. Esto se debió a la indentación de los pines sobre el material. Osea al acomodamiento de los pines. Y al final de la gráfica hubo un poco de encogimiento de los puntos de  $\delta$ .

<b>"Resultados de las complianzas calculadas para el laminado de 18 X 18 cm"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)
1	3.10E+04	3.23E-05			9.09E+05	1.10E-06
2	2.96E+04	3.38E-05			9.08E+05	1.10E-06
3	3.00E+04	3.33E-05			9.15E+05	1.09E-06
<b>Promedio</b>	3.02E+04	3.31E-05			9.10E+05	1.10E-06
<b>Desv. Std.</b>	721.11	0.00	#¡DIV/0!	#¡DIV/0!	3700.45	0.00
<b>Coef. Var.</b>	2.39%	2.37%	#¡DIV/0!	#¡DIV/0!	0.41%	0.41%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 3.20E-05 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 3.12E+04 \text{ N/m}$$

### **"CÁLCULOS PARA OBTENER $G_{12}$ EN LA LÁMINA DE 18 X 18 CM"**

Se sabe que:

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$$

Donde :

$$C = \text{Complianza} = 3.20 \times 10^{-5} \text{ m/N}$$

$\delta$  = Deflexión en los extremos

P = Carga aplicada

a = Ancho de la lámina = 0.1664m

b = Largo de la lámina = 0.1664m

$D_{66}$  = Rigidez torsional

Despejando  $D_{66}$  se obtiene:

$$D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 5.40E + 01 \text{ N.m}$$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:

$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$$

Donde :

$G_{12}$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de la lámina

$h$  = Espesor de la lámina = 0.00465m

Despejando  $G_{12}$  se tiene que:

$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \longrightarrow G_{12} = 6.45 \text{ GPa}$$

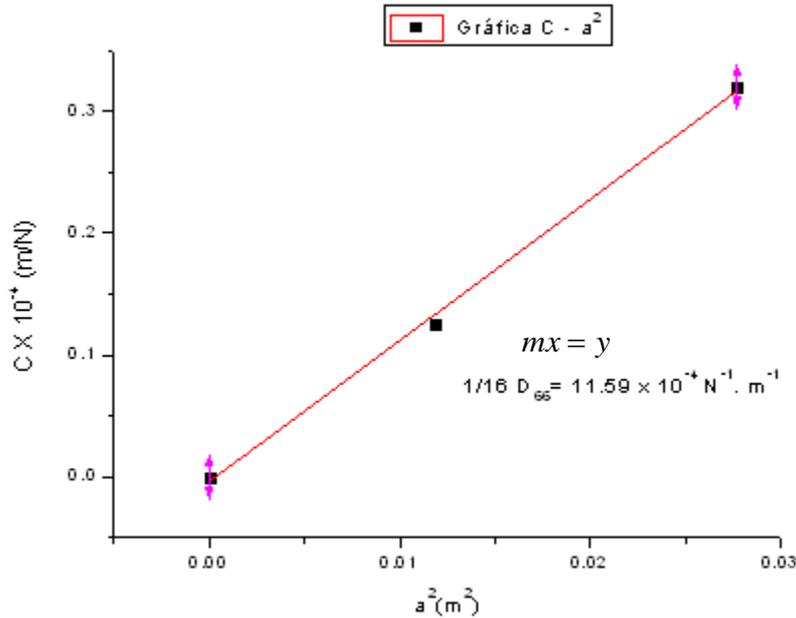


Fig.43. Gráfica de laminados.

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $G_{12}$  EN LOS LAMINADOS MEDIANTE  $D_{66}$  "**

De la gráfica C – a<sup>2</sup> para laminados, se obtiene:

$$\frac{1}{16D_{66}} = 11.59 \times 10^{-4} \text{ N}^{-1} . \text{m}^{-1} \longrightarrow D_{66} = 53.93 \text{ N} . \text{m}$$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:

$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$$

Donde :

$G_{12}$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de la lámina

$h$  = Espesor de la lámina = 0.00465m

Despejando  $G_{12}$ , se tiene que:

$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \longrightarrow G_{12} = 6.44 \text{ GPa}$$

#### 8.4.2 Prueba de torsión en triplay.

Se cortaron las probetas de torsión en triplay. Que como en el mismo caso anterior era un panel cuadrado. Se probaron las probetas con el método de torsión.

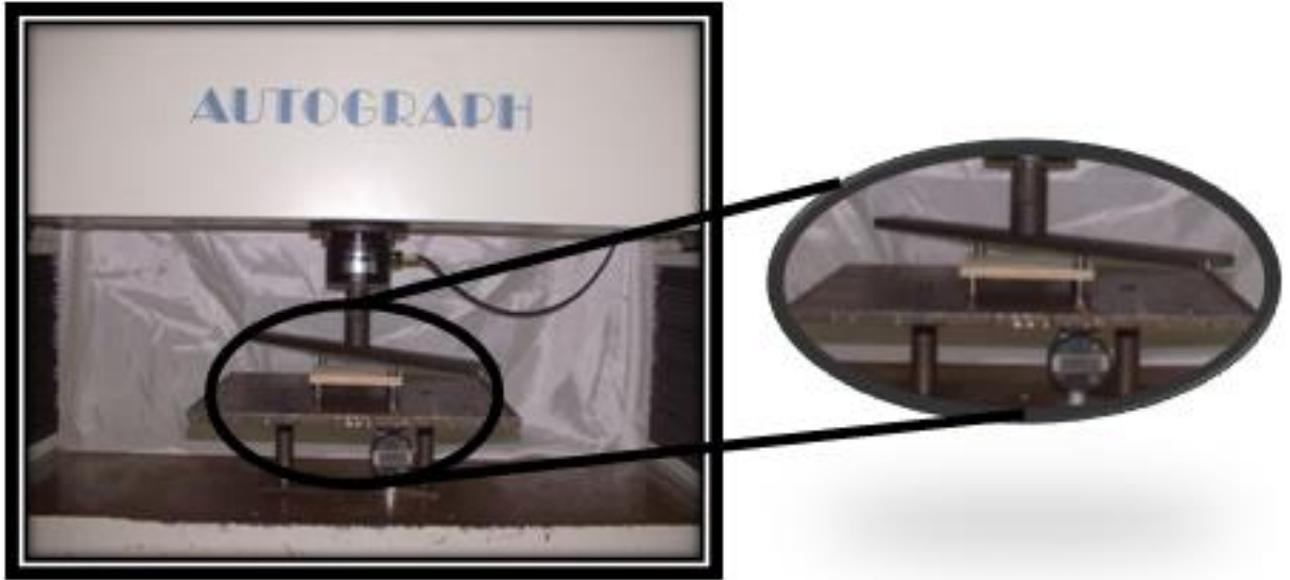


Fig. 44. Panel de triplay sometido a torsión.

Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración en los paneles de triplay.

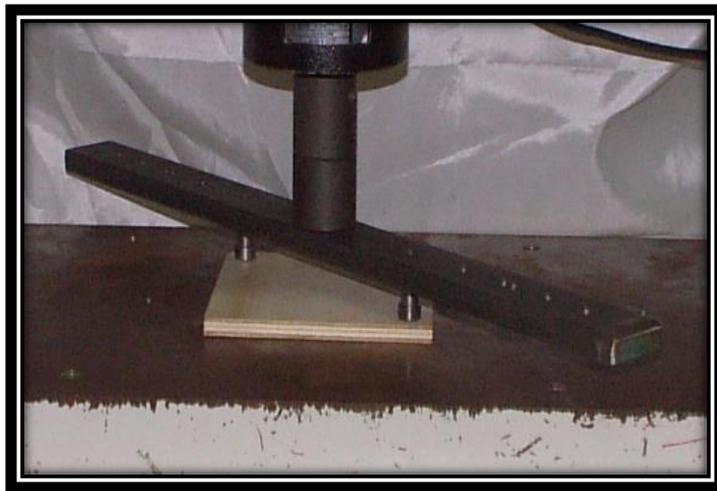


Fig. 45. Calibración del panel de triplay.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano ( $G_{12}$ ) obtenido fue de 0.71 GPa aproximadamente.

"Comparación de resultados medidos con el cabezal"

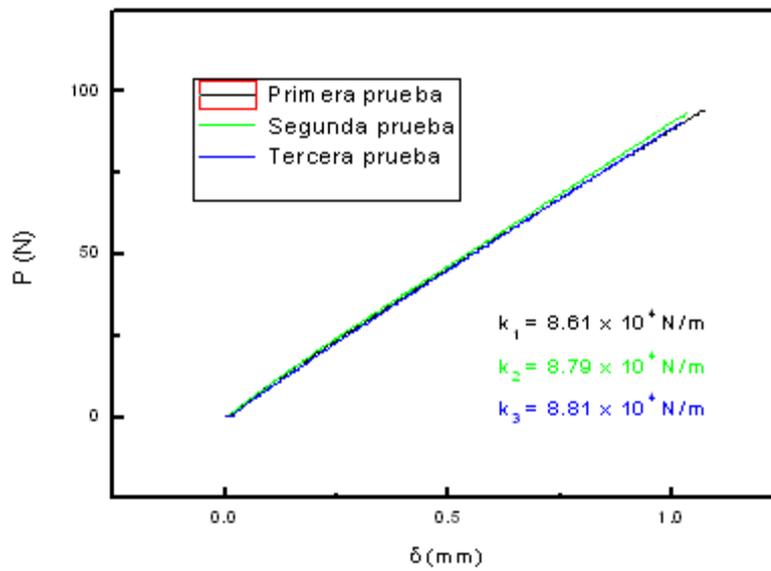


Fig. 46. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm con el cabezal.

"Comparación de resultados medidos con el comparador"

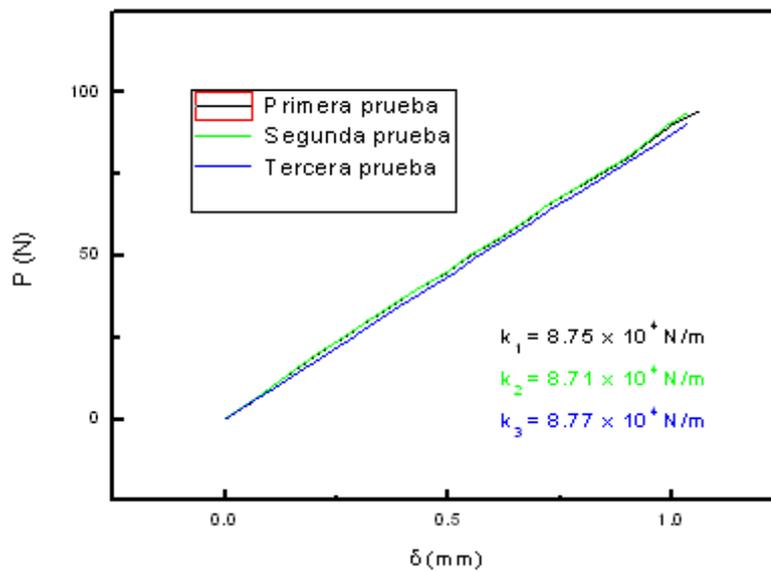


Fig.47. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm con el comparador.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

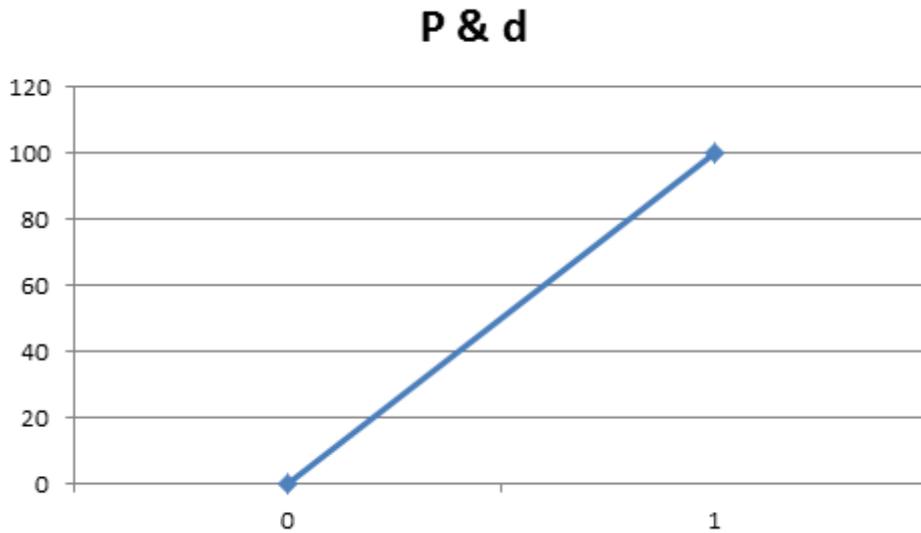


Fig. 48. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte final de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elasticamente y empezó a deformarse plásticamente.

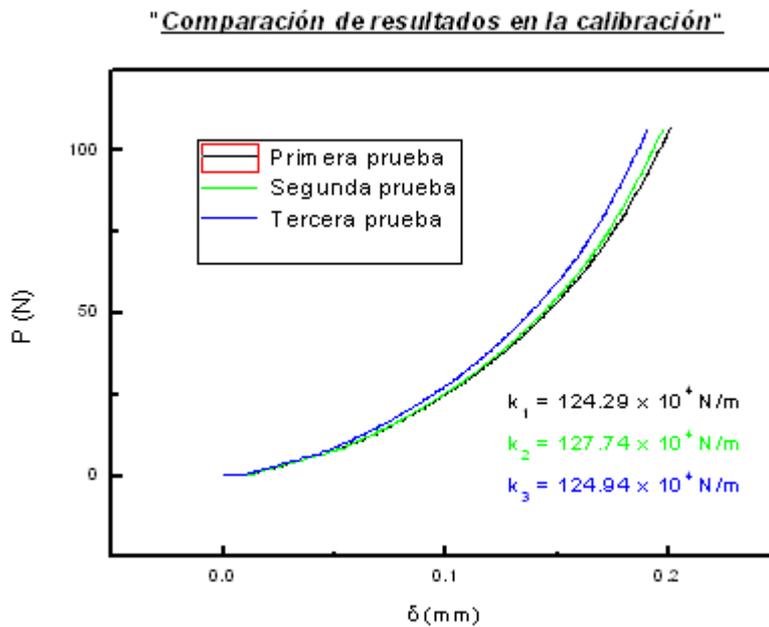


Fig. 49. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a la calibración.

Si fuera totalmente recta nos daría lo siguiente:

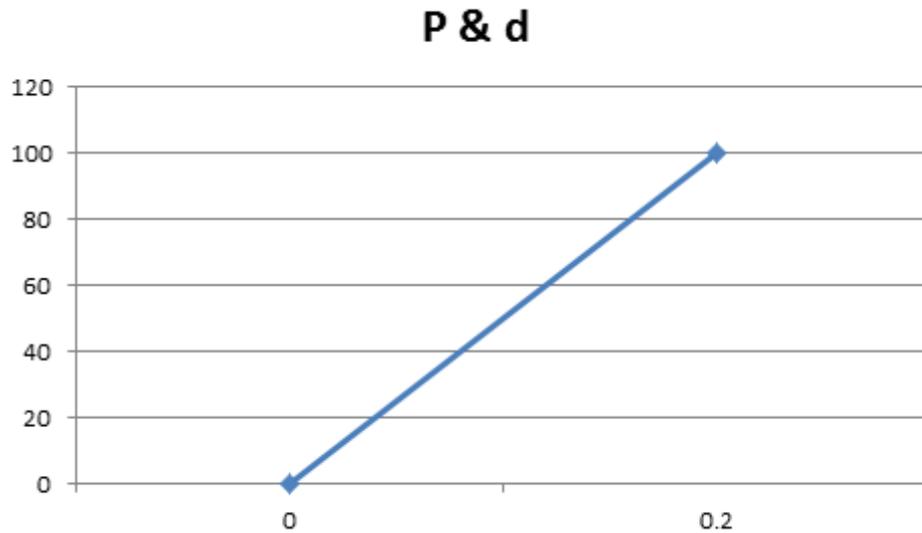


Fig. 50. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a la calibración.

Sin embargo no fue así. Al principio hubo mucha curvatura de la gráfica. Esto se debió a la indentación de los pines sobre el material. Osea al acomodamiento de los pines. Y al final de la gráfica hubo un poco de encogimiento de los puntos de  $\partial$ .

<b>"Resultados de las complianzas calculadas para el núcleo de triplay de 12.5 X 12.5 cm"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)
1	8.61E+04	1.16E-05	8.75E+04	1.14E-05	1.24E+06	8.05E-07
2	8.79E+04	1.14E-05	8.71E+04	1.15E-05	1.28E+06	7.83E-07
3	8.81E+04	1.14E-05	8.77E+04	1.14E-05	1.25E+06	8.00E-07
<b>Promedio</b>	8.74E+04	1.14E-05	8.74E+04	1.14E-05	1.26E+06	7.96E-07
<b>Desv. Std.</b>	1101.51	0.00	305.51	0.00	18332.58	0.00
<b>Coef. Var.</b>	1.26%	1.27%	0.35%	0.35%	1.46%	1.45%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 1.07E-05 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 9.39E+04 \text{ N/m}$$

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $G_{12}$  EN EL NÚCLEO DE TRIPLAY DE 12.5 X 12.5 CM"**

Se sabe que:  $C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$

Donde :

$C$  = Complianza =  $1.07 \times 10^{-5} \text{ m/N}$

$\delta$  = Deflexión en los extremos

$P$  = Carga aplicada

$a$  = Ancho de la lámina =  $0.1089 \text{ m}$

$b$  = Largo de la lámina =  $0.1089 \text{ m}$

$D_{66}$  = Rigidez torsional

Despejando  $D_{66}$  se obtiene:  $D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 6.96E^{+01} \text{ N.m}$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:  $D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$

Donde :

$G_{12}$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de la lámina

$h$  = Espesor de la lámina =  $0.00897 \text{ m}$

Despejando  $G_{12}$ , se tiene que:  $G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \longrightarrow G_{12} = 1.16 \text{ Gpa}$

De acuerdo a la norma ASTM D 3044-94,  $G_{12}$  está dado por:

$$G_{12} = \frac{3u^2 P}{2h^3 \delta}$$

Donde :

$G_{12}$  = Módulo a cortante en el plano 1 - 2 del panel

$u$  = Distancia del centro del panel al punto donde la deflexión es medida =  $0.077 \text{ m}$

$P$  = Carga aplicada

$h$  = Espesor del panel =  $0.00897 \text{ m}$

$\delta$  = Deflexión en los extremos

Sabiendo que:  $K = \frac{P}{\delta} = \frac{1}{C}$

$C = 1.07 \times 10^{-5} \text{ m/N}$

Se tiene:  $G_{12} = \frac{3u^2}{2h^3 C} \longrightarrow G_{12} = 1.16 \text{ Gpa}$

"Comparación de resultados medidos con el cabezal"

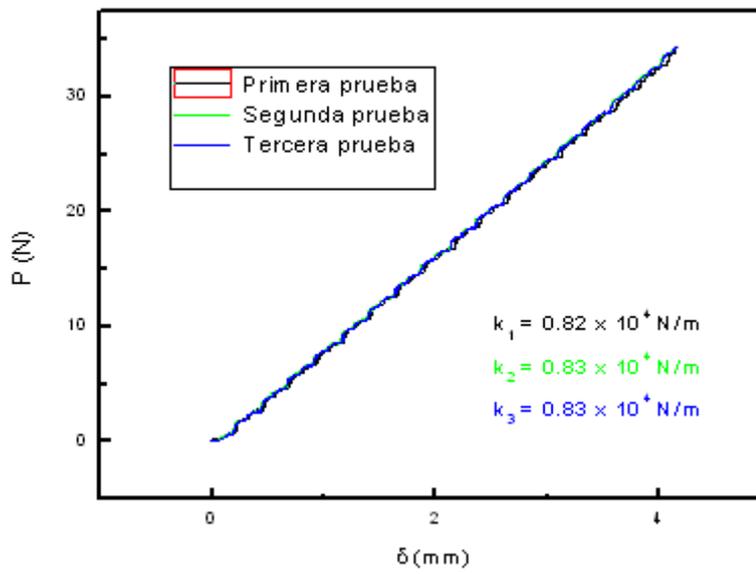


Fig. 51. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el cabezal.

"Comparación de resultados medidos con el comparador"

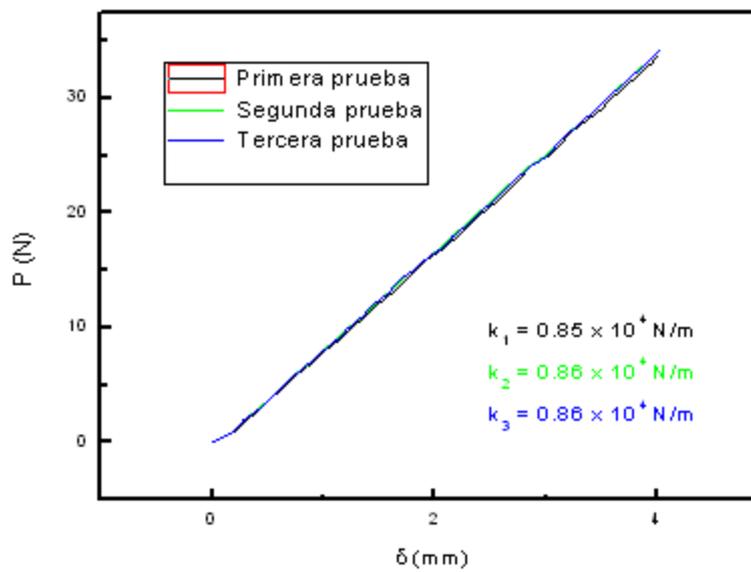


Fig. 52. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el comparador.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

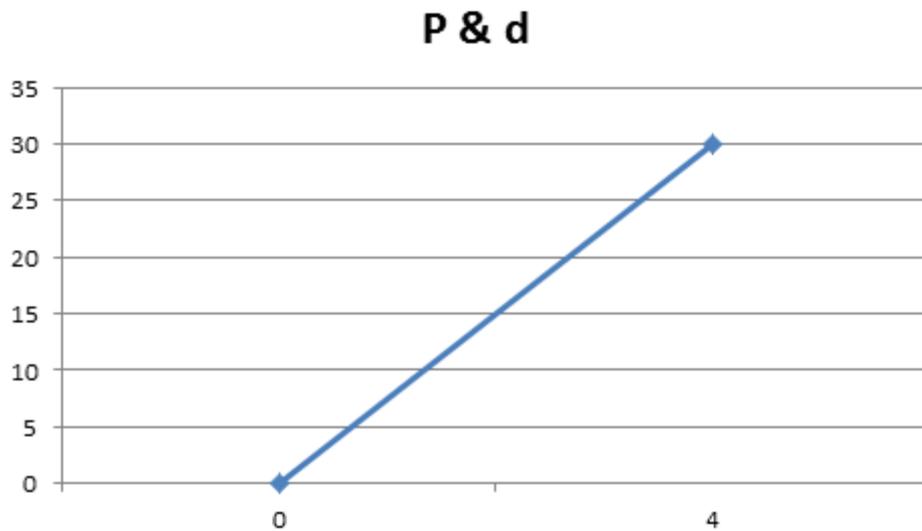


Fig. 53. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte media de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elásticamente y empezó a deformarse plásticamente.

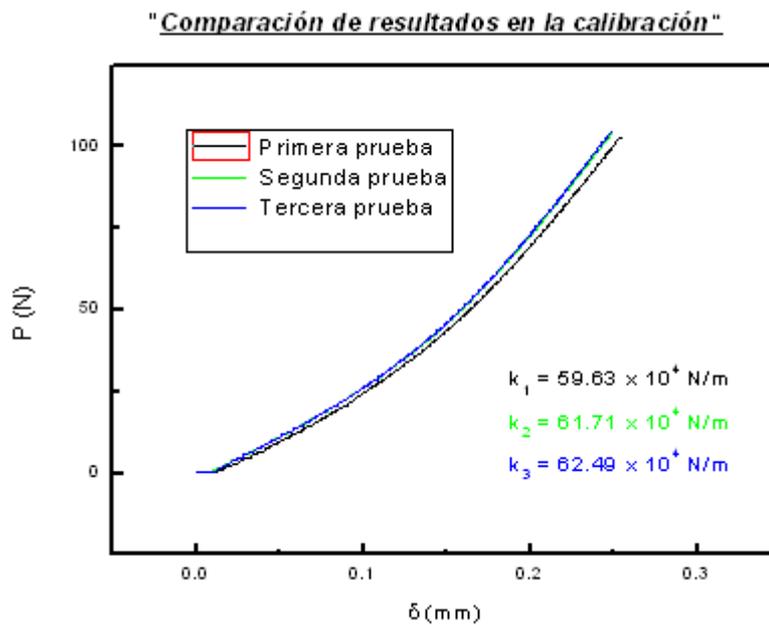


Fig. 54. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm sometida a la calibración.

Si fuera totalmente recta nos daría lo siguiente:

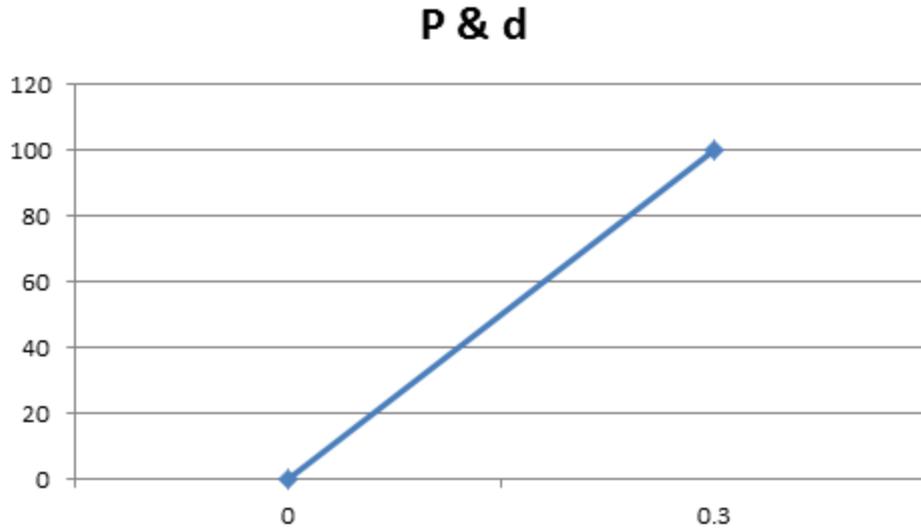


Fig. 55. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a la calibración.

Sin embargo no fue así. Al principio hubo mucha curvatura de la gráfica. Esto se debió a la indentación de los pines sobre el material. Osea al acomodamiento de los pines. Y al final de la gráfica hubo un poco de encogimiento de los puntos de  $\partial$ .

<b>"Resultados de las complianzas calculadas para el núcleo de triplay de 31 x 31 cm"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>
1	8.20E+03	1.22E-04	8.50E+03	1.18E-04	5.96E+05	1.68E-06
2	8.30E+03	1.20E-04	8.60E+03	1.16E-04	6.17E+05	1.62E-06
3	8.30E+03	1.20E-04	8.60E+03	1.16E-04	6.25E+05	1.60E-06
<b>Promedio</b>	8.27E+03	1.21E-04	8.57E+03	1.17E-04	6.13E+05	1.63E-06
<b>Desv. Std.</b>	57.74	0.00	57.74	0.00	14784.23	0.00
<b>Coef. Var.</b>	0.70%	0.70%	0.67%	0.68%	2.41%	2.44%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 1.19E-04 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 8.38E+03 \text{ N/m}$$

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $G_{12}$  EN EL NÚCLEO DE TRIPLAY DE 31 X 31CM"**

Se sabe que:

Donde : 
$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$$

$C =$  Complianza  $= 1.19 \times 10^{-4} \text{ m/N}$

$\delta =$  Deflexión en los extremos

$P =$  Carga aplicada

$a =$  Ancho de la lámina  $= 0.2889\text{m}$

$b =$  Largo de la lámina  $= 0.2889\text{m}$

$D_{66} =$  Rigidez torsional

Despejando  $D_{66}$  se obtiene: 
$$D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 4.37E^{+01} \text{ N.m}$$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado: 
$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$$

Donde :

$G_{12} =$  Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de la lámina

$h =$  Espesor de la lámina  $= 0.00897\text{m}$

Despejando  $G_{12}$ , se tiene que: 
$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \longrightarrow G_{12} = 0.73 \text{ Gpa}$$

De acuerdo a la norma ASTM D 3044-94,  $G_{12}$  está dado por:

Donde : 
$$G_{12} = \frac{3u^2 P}{2h^3 \delta}$$

$G_{12} =$  Módulo a cortante en el plano 1 - 2 del panel

$u =$  Distancia del centro del panel al punto donde la deflexión es medida  $= 0.2043\text{m}$

$P =$  Carga aplicada

$h =$  Espesor del panel  $= 0.00897\text{m}$

$\delta =$  Deflexión en los extremos

Sabiendo que: 
$$K = \frac{P}{\delta} = \frac{1}{C}$$

$C = 1.19 \times 10^{-4} \text{ m/N}$

Se tiene: 
$$G_{12} = \frac{3u^2}{2h^3 C} \longrightarrow G_{12} = 0.73 \text{ Gpa}$$

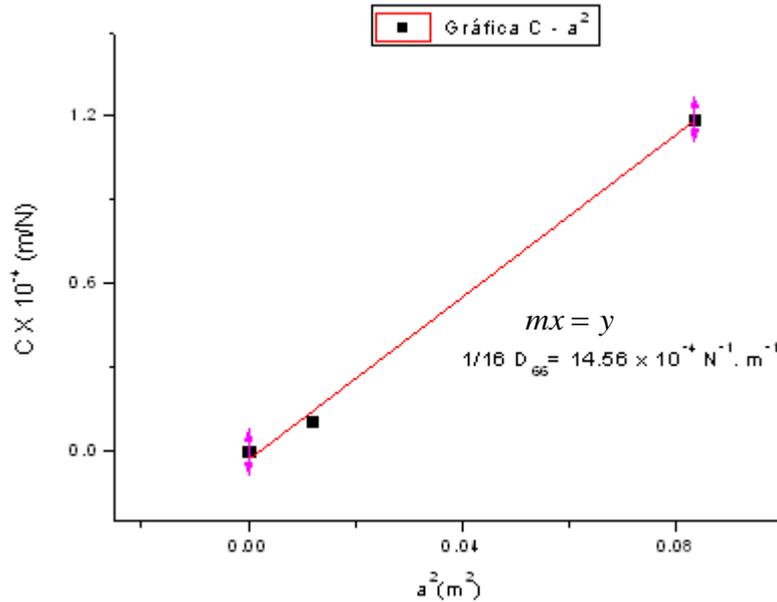


Fig. 56. Gráfica de los núcleos de triplay.

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $G_{12}$  EN LOS NÚCLEOS DE TRIPLAY MEDIANTE  $D_{66}$ "**

De la gráfica C –  $a^2$  para núcleos de triplay, se obtiene:

$$\frac{1}{16D_{66}} = 14.56 \times 10^{-4} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \longrightarrow D_{66} = 42.93 \text{ N} \cdot \text{m}$$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:

$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$$

Donde :

$G_{12}$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de la lámina

$h$  = Espesor de la lámina = 0.00897m

Despejando  $G_{12}$ , se tiene que:

$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3} \longrightarrow \boxed{G_{12} = 0.71 \text{ GPa}}$$

### 8.4.3 Prueba de torsión en sándwich estructural de triplay.

Con los sándwiches estructurales de triplay ya fabricados se procedió a hacer las pruebas de torsión debidas.



Fig. 57. Sándwich estructural de triplay sometido a la prueba de torsión.

Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración de los sándwiches estructurales de triplay.



Fig. 58. Calibración del sándwich de triplay.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano de las caras ( $G_{12}^f$ ) obtenido fue de 6.67 GPa aproximadamente.

**"Comparación de resultados medidos con el cabezal"**

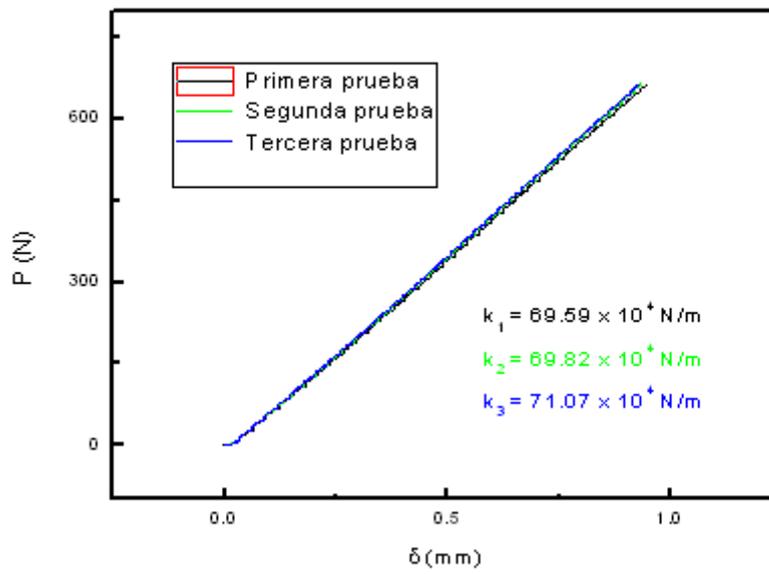


Fig. 59. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm con el cabezal.

**"Comparación de resultados medidos con el comparador"**

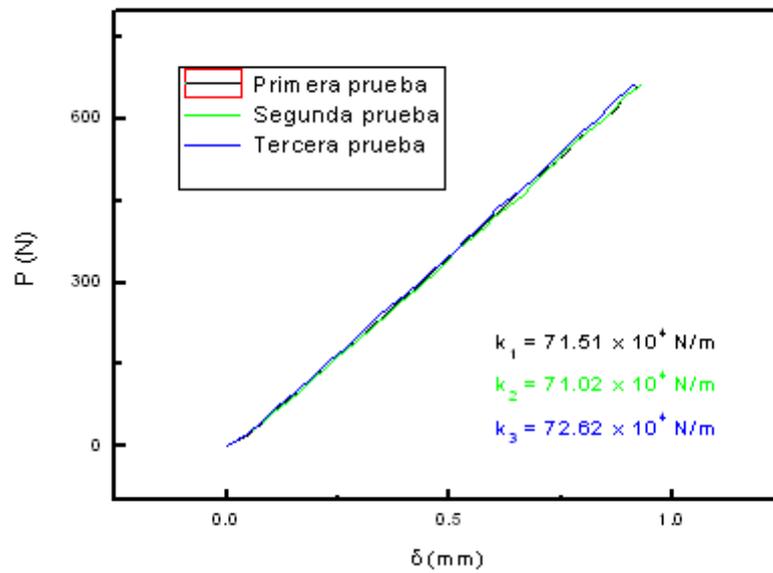


Fig. 60. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm con el comparador.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

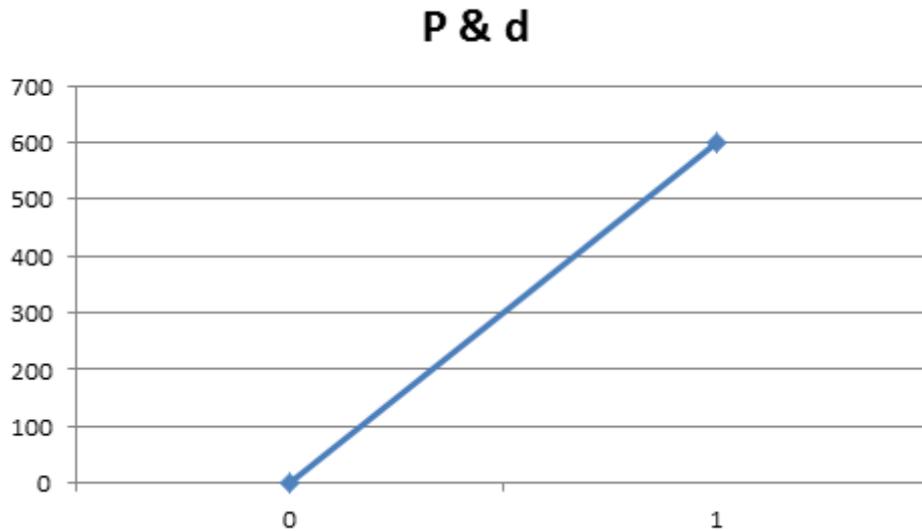


Fig. 61. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte final de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elasticamente y empezó a deformarse plásticamente.

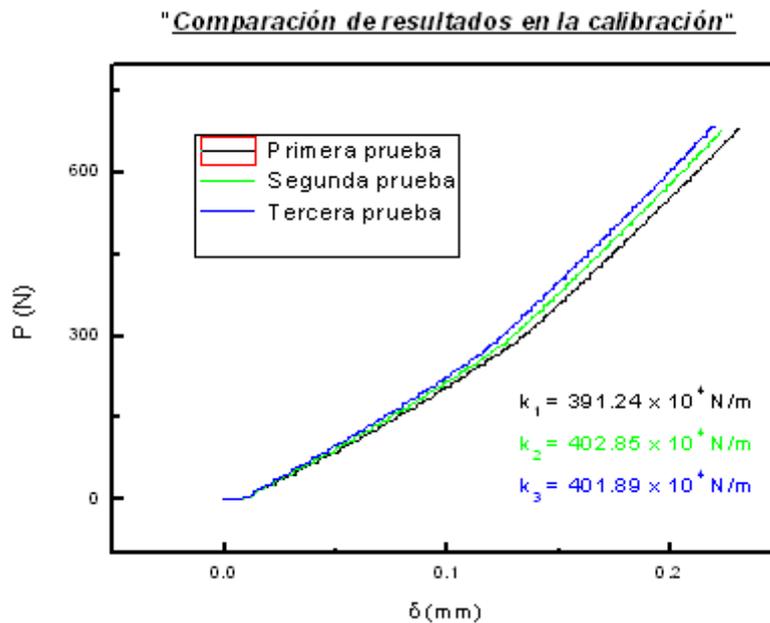


Fig. 62. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm en la calibración.

## P & d

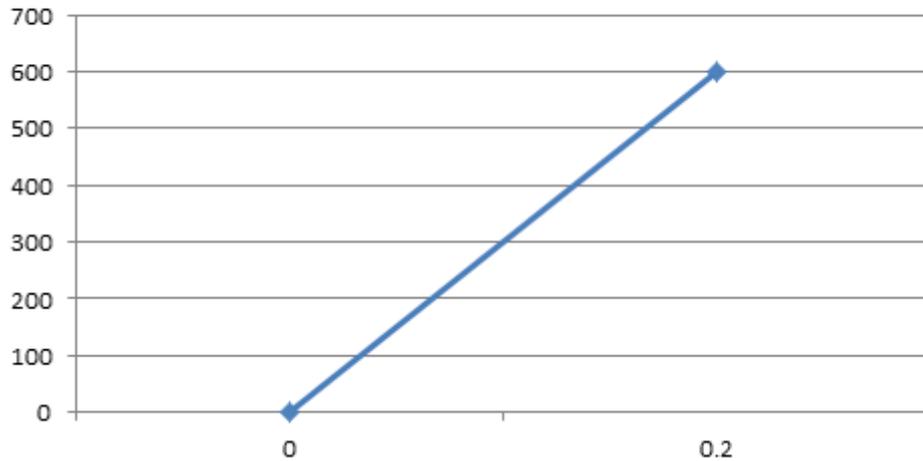


Fig. 63. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a la calibración.

<b>"Resultados de las complianzas calculadas para SW-Triplay de 12.5 x 12.5 cm"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)
1	6.96E+05	1.44E-06	7.15E+05	1.40E-06	3.91E+06	2.56E-07
2	6.98E+05	1.43E-06	7.10E+05	1.41E-06	4.03E+06	2.48E-07
3	7.11E+05	1.41E-06	7.26E+05	1.38E-06	4.02E+06	2.49E-07
<b>Promedio</b>	7.02E+05	1.43E-06	7.18E+05	1.39E-06	3.99E+06	2.51E-07
<b>Desv. Std.</b>	7964.30	0.00	11313.71	0.00	64438.11	0.00
<b>Coef. Var.</b>	1.14%	1.13%	1.58%	1.58%	1.62%	1.63%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 1.17E-06 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 8.51E+05 \text{ N/m}$$

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $(G_{12})_f$  EN SW-TRIPLAY DE 12.5 X 12.5 CM"**

Se sabe que:  $C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$

Donde :

$C = \text{Complianza} = 1.17 \times 10^{-6} \text{ m/N}$

$\delta = \text{Deflexión en los extremos}$

$P = \text{Carga aplicada}$

$a = \text{Ancho del SW} = 0.1089 \text{ m}$

$b = \text{Largo del SW} = 0.1089 \text{ m}$

$D_{66} = \text{Rididez torsional}$

Despejando  $D_{66}$ , se obtiene:  $D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 6.31E^{+02} \text{ N.m}$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$$

Donde :

$(G_{12})_f = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de las caras}$

$(G_{12})_c = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 del núcleo} = 1.16 \text{ MPa}$

$h_f = \text{Espesor de cada cara} = 0.00148 \text{ m}$

$h_c = \text{Espesor del núcleo} = 0.00897 \text{ m}$

Debido a que  $(G_{12})_f \gg (G_{12})_c$ , se desprecia el segundo término de la ecuación anterior:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)$$

Despejando  $(G_{12})_f$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow \boxed{(G_{12})_f = 7.76 \text{ GPa}}$$

Tomando en cuenta a  $(G_{12})_c$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow \boxed{(G_{12})_f = 6.90 \text{ GPa}}$$

**"Comparación de resultados medidos con el cabezal"**

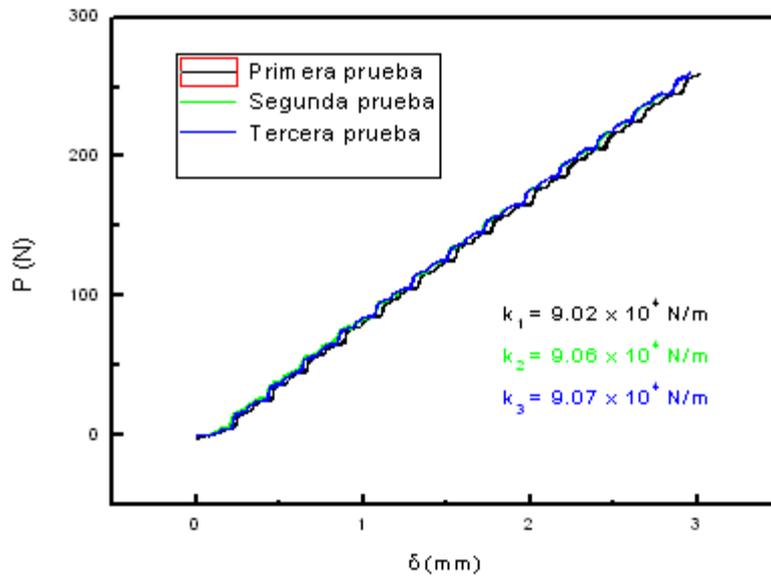


Fig.64. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el cabezal.

**"Comparación de resultados medidos con el comparador"**

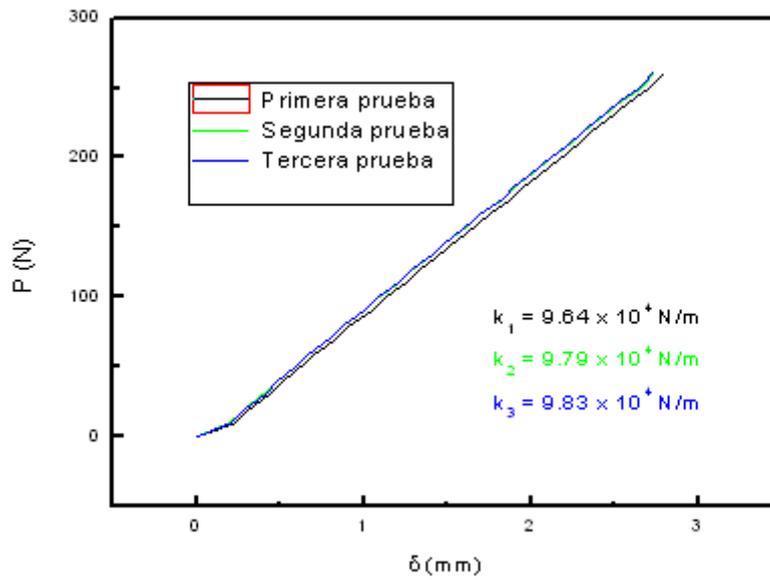


Fig. 65. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el comparador.

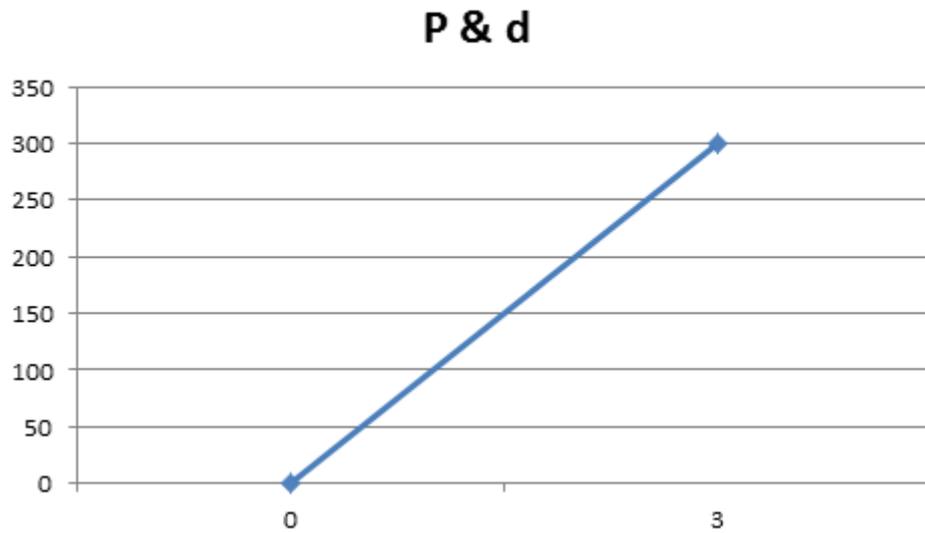


Fig. 66. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a torsión.

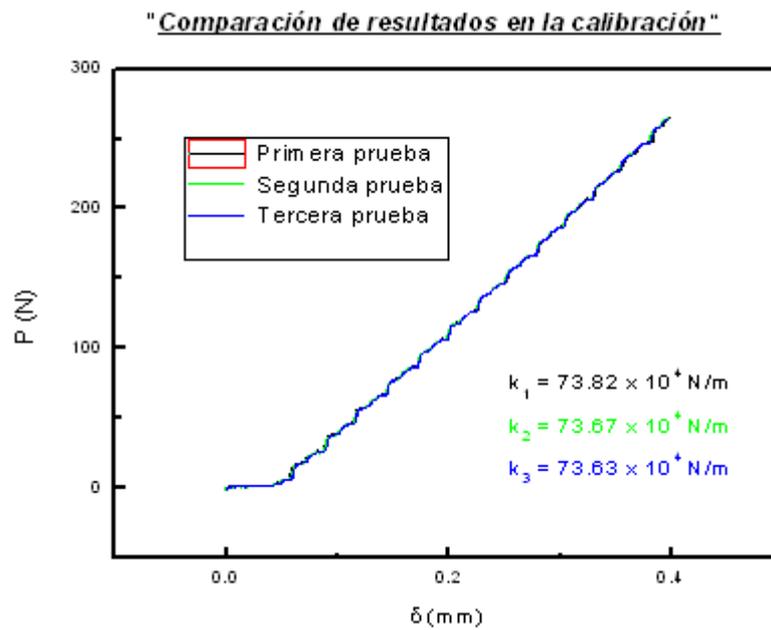


Fig. 67. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm en la calibración.

## P & d

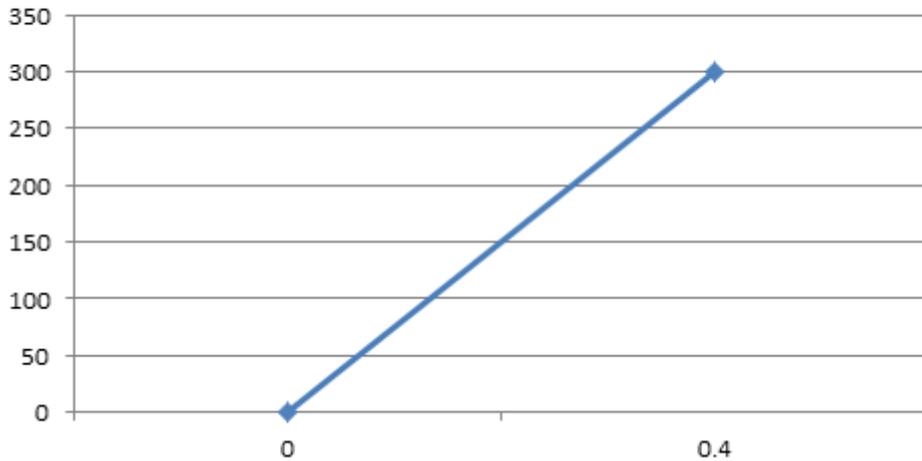


Fig. 68. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a la calibración.

"Resultados de las complianzas calculadas para SW-Triplay de 31 x 31 cm"						
No. de prueba	Con cabezal		Con comparador		Calibración	
	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)
1	9.02E+04	1.11E-05	9.64E+04	1.04E-05	7.38E+05	1.35E-06
2	9.06E+04	1.10E-05	9.79E+04	1.02E-05	7.37E+05	1.36E-06
3	9.07E+04	1.10E-05	9.83E+04	1.02E-05	7.36E+05	1.36E-06
<b>Promedio</b>	9.05E+04	1.10E-05	9.81E+04	1.02E-05	7.37E+05	1.36E-06
<b>Desv. Std.</b>	264.58	0.00	282.84	0.00	1001.67	0.00
<b>Coef. Var.</b>	0.29%	0.29%	0.29%	0.29%	0.14%	0.14%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 9.69E-06 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 1.03E+05 \text{ N/m}$$

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $(G_{12})_f$  EN SW-TRIPLAY DE 31 X 31 CM"**

Se sabe que:  $C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$

Donde :

$C = \text{Complianza} = 9.69 \times 10^{-6} m/N$

$\delta = \text{Deflexión en los extremos}$

$P = \text{Carga aplicada}$

$a = \text{Ancho del SW} = 0.2889m$

$b = \text{Largo del SW} = 0.2889m$

$D_{66} = \text{Rididez torsional}$

Despejando  $D_{66}$ , se obtiene:  $D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 5.38E^{+02} N.m$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$$

Donde :

$(G_{12})_f = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de las caras}$

$(G_{12})_c = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 del núcleo} = 0.73GPa$

$h_f = \text{Espesor de cada cara} = 0.00137m$

$h_c = \text{Espesor del núcleo} = 0.00897m$

Debido a que  $(G_{12})_f \gg (G_{12})_c$ , se desprecia el segundo término de la ecuación anterior:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)$$

Despejando  $(G_{12})_f$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow \boxed{(G_{12})_f = 7.31 \text{ GPa}}$$

Tomando en cuenta a  $(G_{12})_c$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow \boxed{(G_{12})_f = 6.71 \text{ GPa}}$$

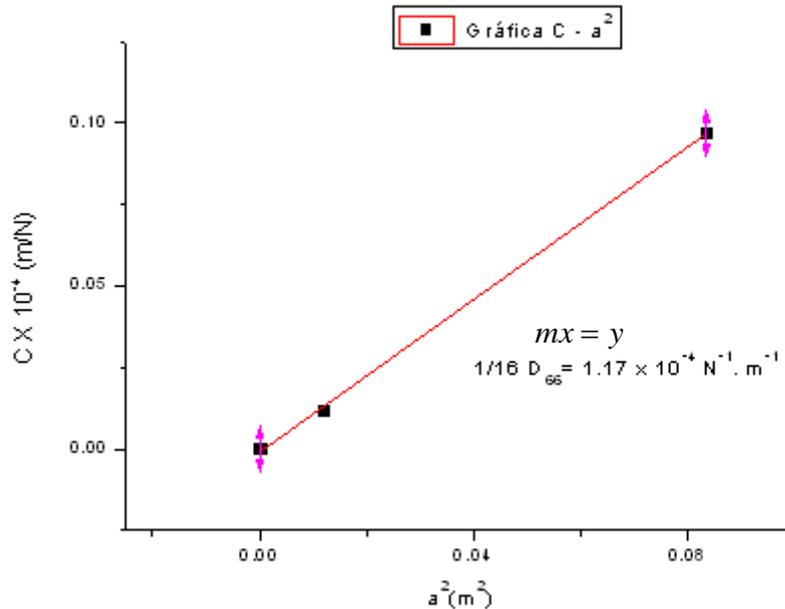


Fig. 69. Gráfica de sándwiches de triplay.

**CÁLCULOS PARA OBTENER  $(G_{12})_f$  EN LOS SÁNDWICHES DE TRIPLAY MEDIANTE  $D_{66}$**

De la gráfica C – a<sup>2</sup> para sándwiches de triplay, se obtiene:

$$\frac{1}{16D_{66}} = 1.17E^{-04} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \longrightarrow D_{66} = 534.19 \text{ N.m}$$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$$

Donde :

$(G_{12})_f$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de las caras

$(G_{12})_c$  = Modulo a cortante en el plano 1 - 2 del núcleo = 713.71MPa

$h_f$  = Espesor de cada cara = 0.00137m

$h_c$  = Espesor del núcleo = 0.00897m

Debido a que  $(G_{12})_f \ll (G_{12})_c$ , se desprecia el segundo término de la ecuación anterior:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)$$

Despejando  $(G_{12})_f$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow (G_{12})_f = 7.25 \text{ GPa}$$

Tomando en cuenta a  $(G_{12})_c$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow (G_{12})_f = 6.67 \text{ GPa}$$

#### 8.4.4 Prueba de torsión en sándwich estructural de balsa.

Con los sándwiches estructurales de balsa ya fabricados se procedió a hacer las pruebas de torsión debidas.

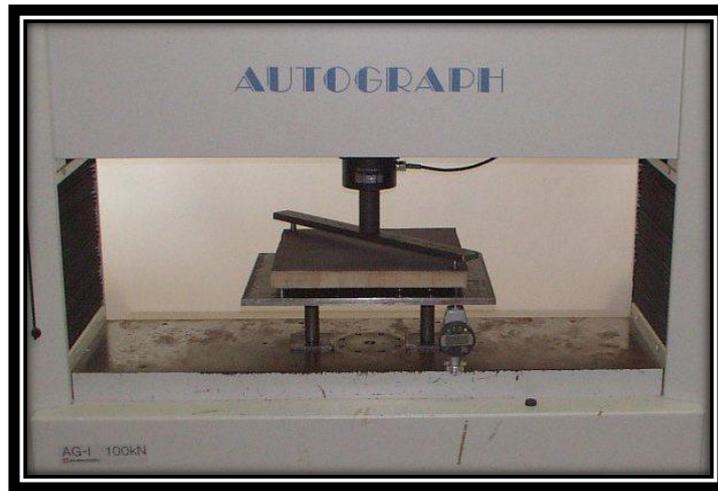


Fig. 70. Sándwich estructural de balsa sometido a la prueba de torsión.

Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración del sándwich estructural de balsa.



Fig. 71. Calibración del sándwich de balsa.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano de las caras ( $G_{12}^f$ ) obtenido fue de 4.83 GPa aproximadamente.

***"Comparación de resultados medidos con el cabezal"***

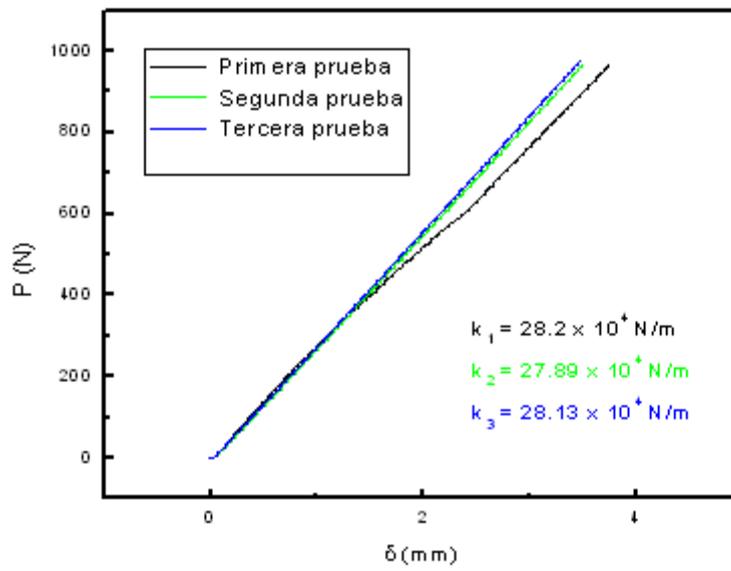
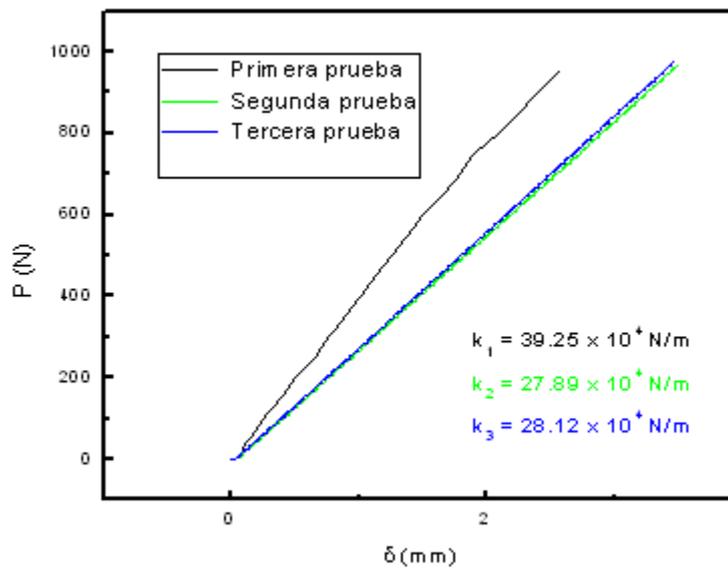


Fig. 72. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el cabezal.

***"Comparación de resultados medidos con el comparador"***



73. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el comparador.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

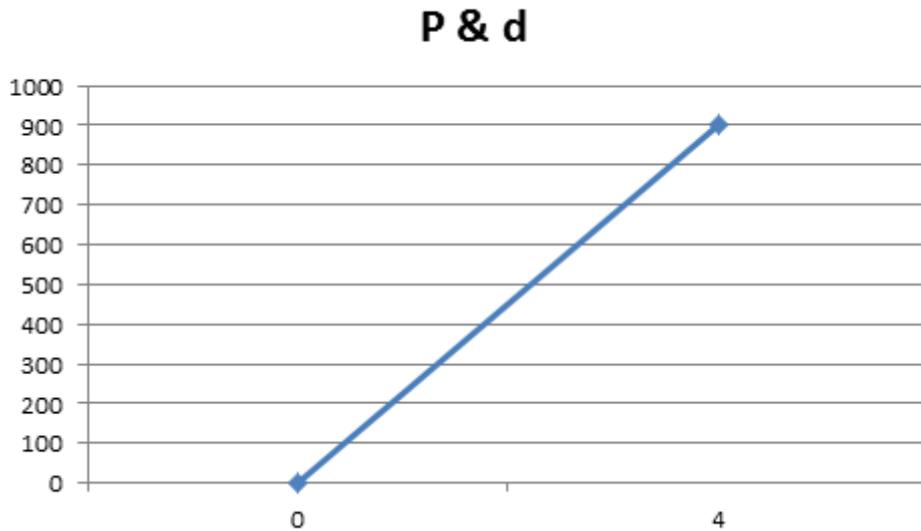


Fig. 74. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte final de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elasticamente y empezó a deformarse plásticamente.

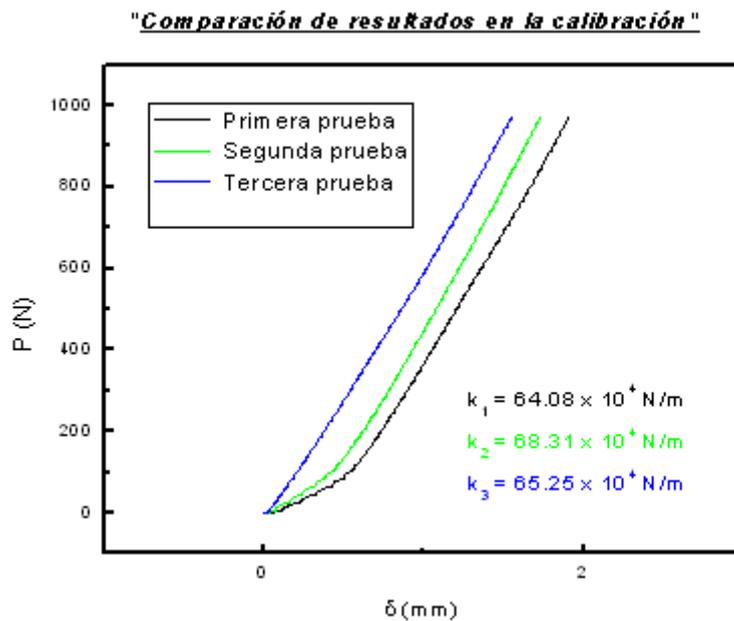


Fig. 75. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm en la calibración.

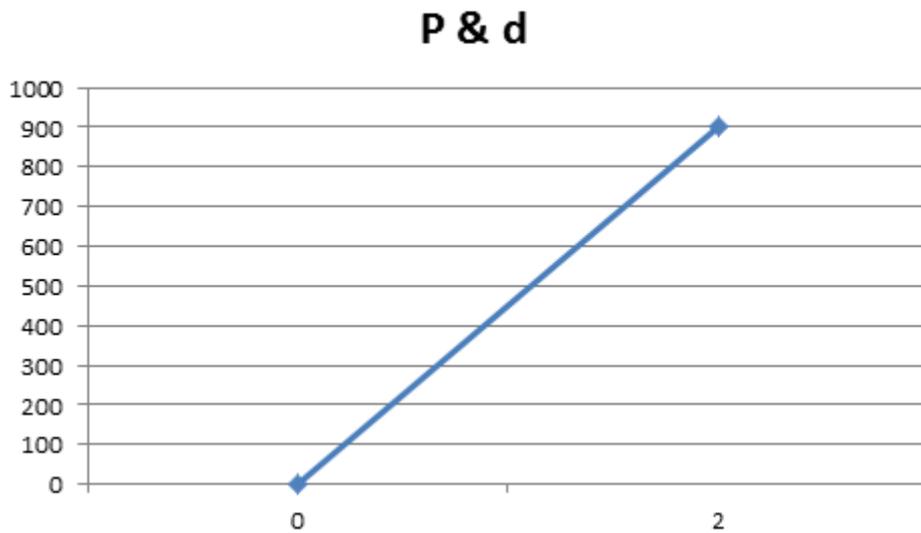


Fig. 76. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a la calibración.

<b>"Resultados de las complianzas calculadas para SW-Balsa"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>
1	2.82E+05	3.55E-06	3.93E+05	2.55E-06	6.41E+05	1.56E-06
2	2.79E+05	3.59E-06	2.79E+05	3.59E-06	6.83E+05	1.46E-06
3	2.81E+05	3.55E-06	2.81E+05	3.56E-06	6.53E+05	1.53E-06
<b>Promedio</b>	2.81E+05	3.56E-06	2.80E+05	3.57E-06	6.59E+05	1.52E-06
<b>Desv. Std.</b>	1625.83	0.00	1626.35	0.00	21842.39	0.00
<b>Coef. Var.</b>	0.58%	0.58%	0.58%	0.58%	3.32%	3.27%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 2.04E-06 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 4.89E+05 \text{ N/m}$$

**"CÁLCULOS PARA OBTENER  $(G_{12})_f$  EN SW-BALSA"**

Se sabe que:  $C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$

Donde :

$C = \text{Complianza} = 2.04 \times 10^{-6} m/N$

$\delta = \text{Deflexión en los extremos}$

$P = \text{Carga aplicada}$

$a = \text{Ancho del SW} = 0.2889m$

$b = \text{Largo del SW} = 0.2889m$

$D_{66} = \text{Rididez torsional}$

Despejando  $D_{66}$ , se obtiene:  $D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 2.55E^{+03} N.m$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría SW:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$$

Donde :

$(G_{12})_f = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de las caras}$

$(G_{12})_c = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 del núcleo} = 146MPa$

$h_f = \text{Espesor de cada cara} = 0.00139m$

$h_c = \text{Espesor del núcleo} = 0.02511m$

Debido a que  $(G_{12})_f \gg (G_{12})_c$ , se desprecia el segundo término de la ecuación anterior:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)$$

Despejando  $(G_{12})_f$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow \boxed{(G_{12})_f = 5.23 \text{ GPa}}$$

Tomando en cuenta a  $(G_{12})_c$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow \boxed{(G_{12})_f = 4.83 \text{ GPa}}$$

#### 8.4.6 Prueba de torsión en sándwich estructural de resina.

Con el sándwich estructural de resina ya fabricado se procedió a hacer las pruebas de torsión debidas.



Fig. 83. Sándwich de resina sometido a la prueba de torsión.

Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración del sándwich estructural de resina.

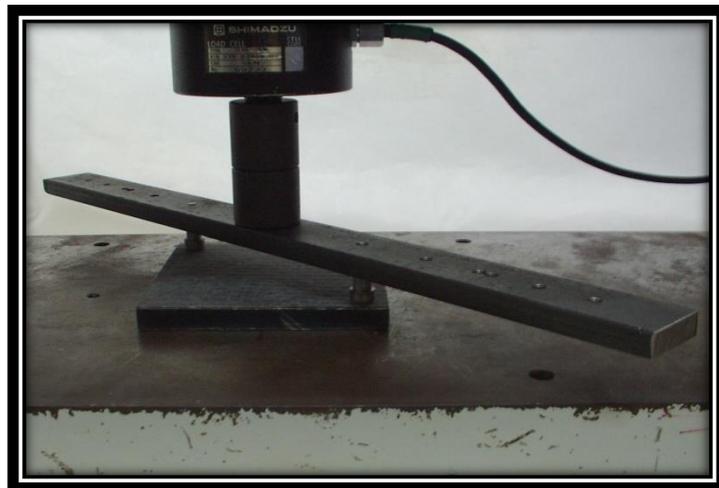


Fig. 84. Calibración del sándwich de resina.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano de las caras ( $G_{12}^f$ ) obtenido fue de 3.57 GPa aproximadamente.

**"Comparación de resultados medidos con el cabezal"**

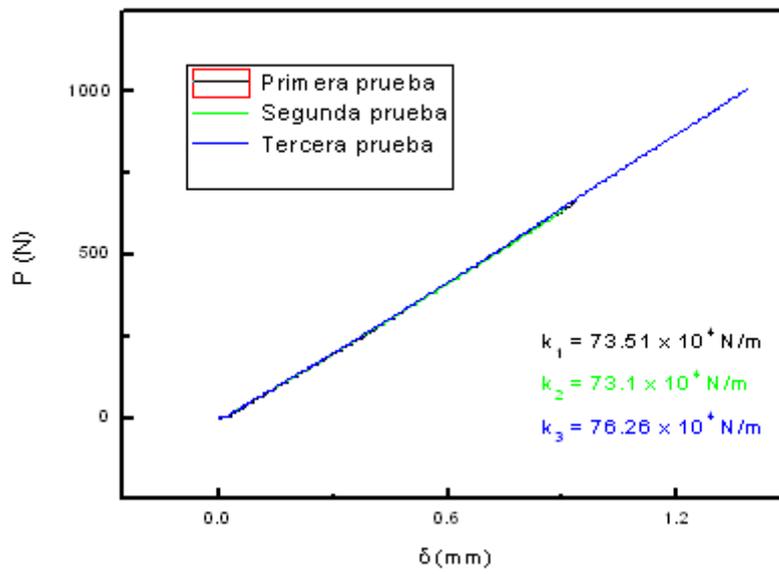


Fig. 85. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm con el cabezal.

**"Comparación de resultados medidos con el comparador"**

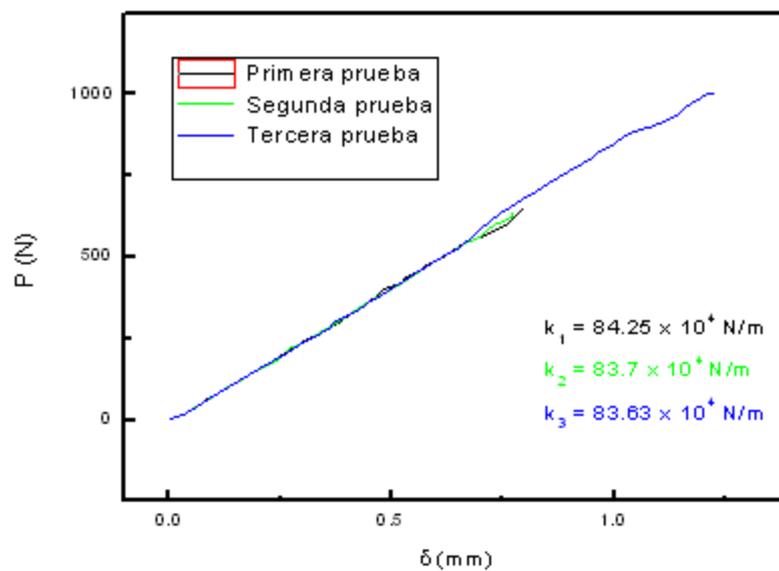


Fig. 86. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm con el comparador.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daria lo siguiente:

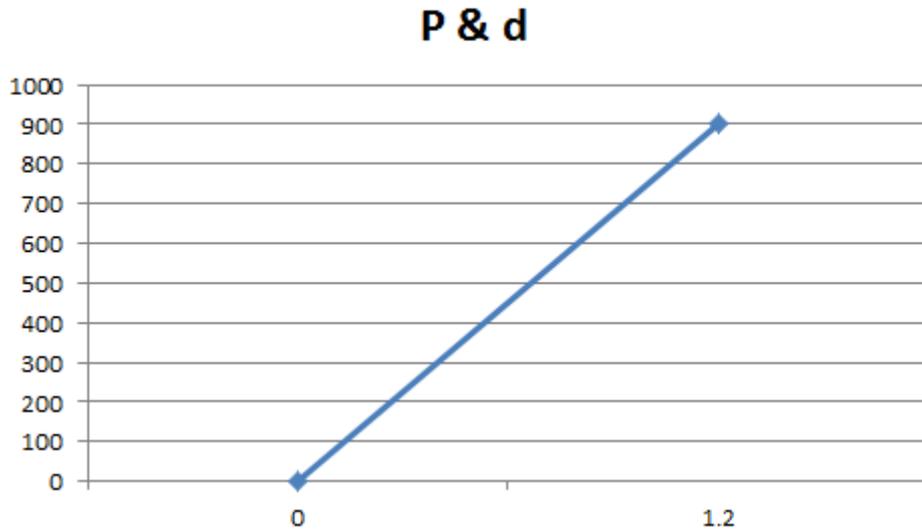


Fig. 87. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte final de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elásticamente y empezó a deformarse plásticamente.

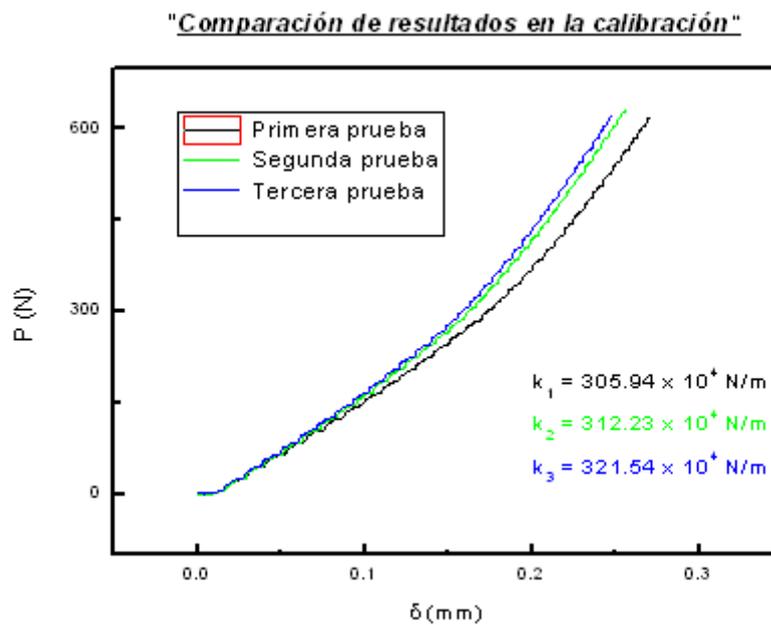


Fig. 88. Gráfica de la probeta de 12.5 x 12.5 cm en la calibración.

## P & d

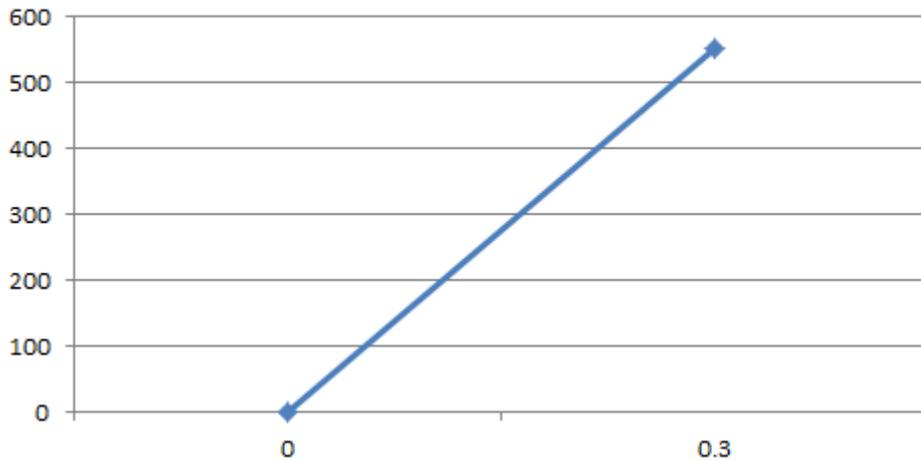


Fig. 89. Gráfica esperada de la probeta de 12.5 x 12.5 cm sometida a la calibración.

"Resultados de las complianzas calculadas para SW-Resina"						
No. de prueba	Con cabezal		Con comparador		Calibración	
	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)	k (N/m)	C (m/N)
1	7.38E+05	1.36E-06	8.43E+05	1.19E-06	3.06E+06	3.27E-07
2	7.31E+05	1.37E-06	8.37E+05	1.19E-06	3.12E+06	3.20E-07
3	7.63E+05	1.31E-06	8.36E+05	1.20E-06	3.22E+06	3.11E-07
<b>Promedio</b>	7.44E+05	1.35E-06	8.37E+05	1.20E-06	3.13E+06	3.19E-07
<b>Desv. Std.</b>	16687.42	0.00	494.97	0.00	78485.69	0.00
<b>Coef. Var.</b>	2.24%	2.22%	0.06%	0.06%	2.51%	2.49%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 1.03E-06 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 9.75E+05 \text{ N/m}$$

**“CÁLCULOS PARA OBTENER  $(G_{12})_f$  EN SW-RESINA”**

Se sabe que:  $C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$

Donde :

$C = \text{Complianza} = 1.03 \times 10^{-6} m / N$

$\delta = \text{Deflexión en los extremos}$

$P = \text{Carga aplicada}$

$a = \text{Ancho del SW} = 0.1089m$

$b = \text{Largo del SW} = 0.1089m$

$D_{66} = \text{Rididez torsional}$

Despejando  $D_{66}$ , se obtiene:  $D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 7.23E^{+02} N.m$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$

Donde:

$(G_{12})_f = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de las caras}$

$(G_{12})_c = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 del núcleo} = 1.39GPa$

$h_f = \text{Espesor de cada cara} = 0.00137m$

$h_c = \text{Espesor del núcleo} = 0.0127m$

Debido a que  $(G_{12})_f \gg (G_{12})_c$ , se desprecia el segundo término de la ecuación anterior:

$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)$

Despejando  $(G_{12})_f$ , se tiene que:

$(G_{12})_f = \frac{D_{66}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow (G_{12})_f = 5.31 \text{ GPa}$

Tomando en cuenta a  $(G_{12})_c$ , se tiene que:

$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow (G_{12})_f = 3.57 \text{ GPa}$

#### 8.4.5 Prueba de torsión en sándwich estructural de PVC H250.

Con el sándwich estructural de PVC H250 ya fabricado se procedió a hacer las pruebas de torsión debidas. Hay que tener en cuenta que se hizo la calibración del sándwich estructural de PVC H250.



Fig. 77. Calibración del sándwich estructural de PVC H250.

El módulo de elasticidad a cortante en el plano de las caras ( $G_{12}^f$ ) obtenido fue de 3.44 GPa aproximadamente.

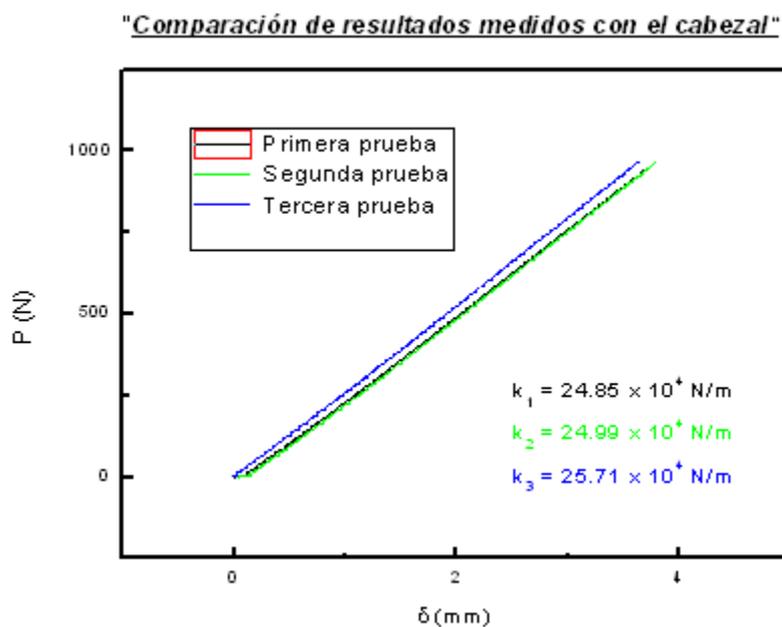


Fig. 78. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el cabezal.

**"Comparación de resultados medidos con el comparador"**

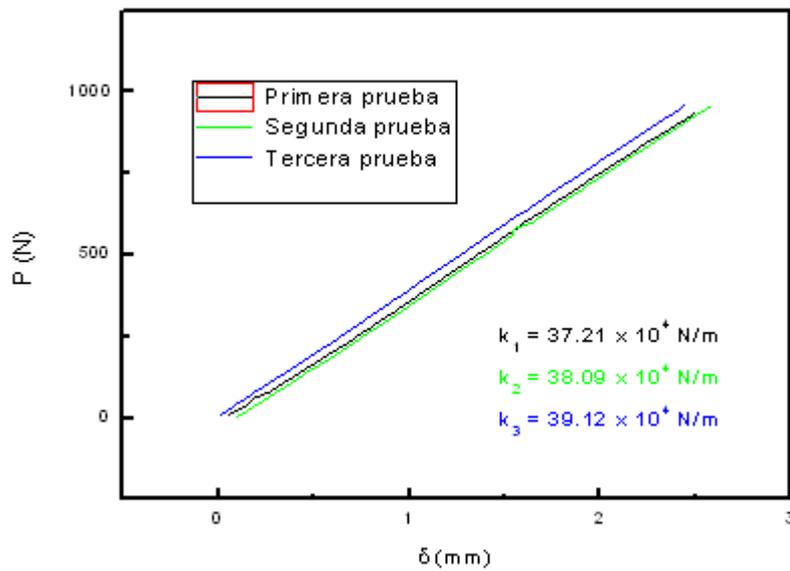


Fig. 79. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm con el comparador.

Si la grafica fuera totalmente recta nos daría lo siguiente:

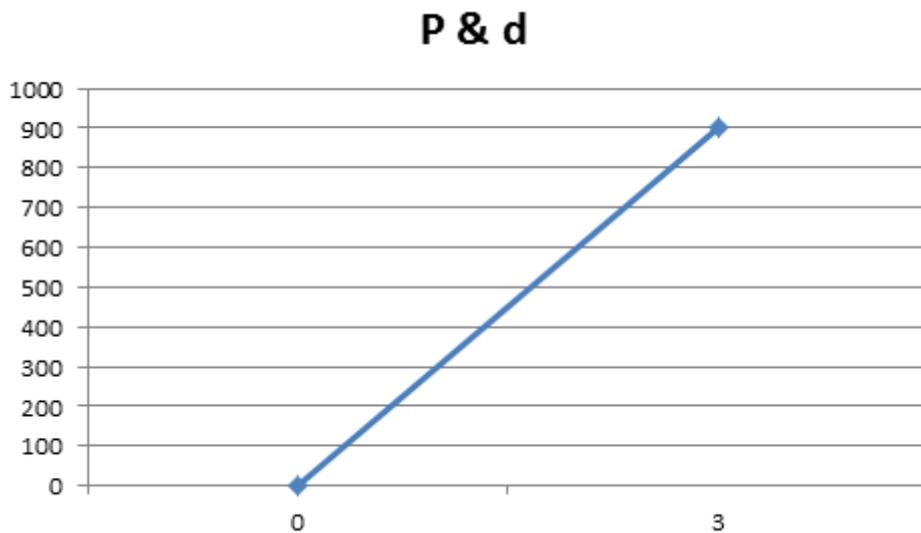


Fig. 80. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a torsión.

Sin embargo no fue así. En este caso en la parte final de la recta se alzó poquito. Esto quiere decir que se encogieron los puntos de  $\delta$  en esa zona. Osea el material dejó de deformarse elásticamente y empezó a deformarse plásticamente.

**"Comparación de resultados en la calibración"**

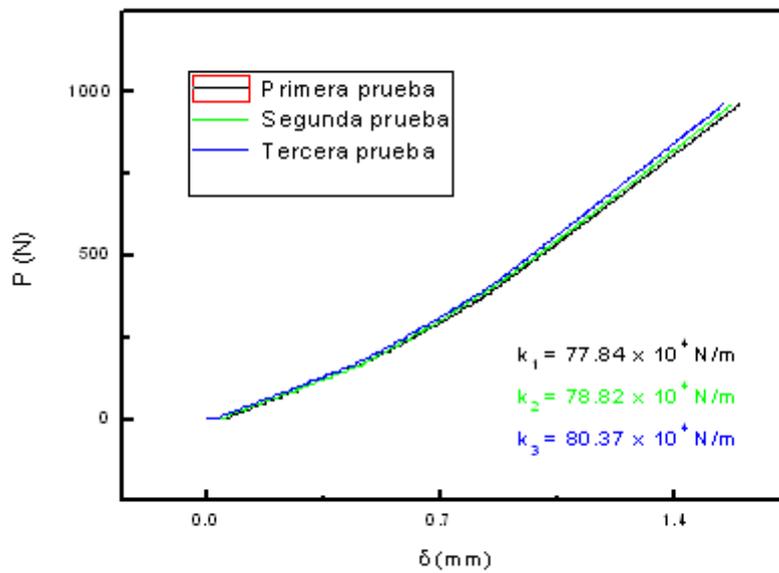


Fig. 81. Gráfica de la probeta de 31 x 31 cm en la calibración.

**P & d**

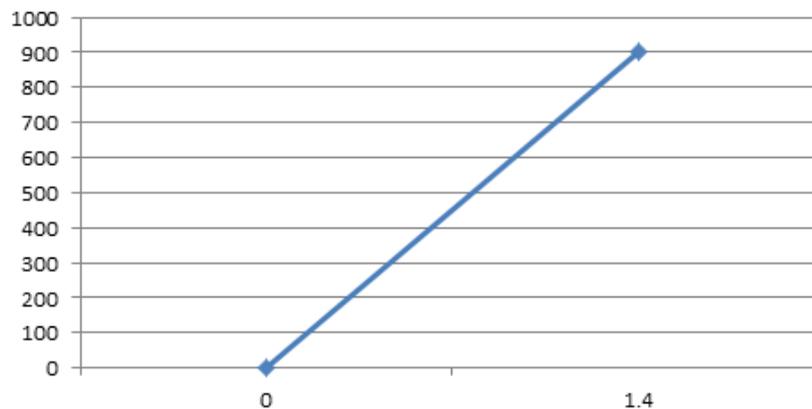


Fig. 82. Gráfica esperada de la probeta de 31 x 31 cm sometida a la calibración.

<b>"Resultados de las complianzas calculadas"</b>						
<b>No. de prueba</b>	<b>Con cabezal</b>		<b>Con comparador</b>		<b>Calibración</b>	
	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>	<b>k (N/m)</b>	<b>C (m/N)</b>
1	2.48E+05	4.03E-06	3.72E+05	2.69E-06	7.78E+05	1.29E-06
2	2.50E+05	4.00E-06	3.81E+05	2.62E-06	7.88E+05	1.27E-06
3	2.57E+05	3.89E-06	3.91E+05	2.56E-06	8.04E+05	1.24E-06
<b>Promedio</b>	2.52E+05	3.97E-06	3.81E+05	2.62E-06	7.90E+05	1.27E-06
<b>Desv. Std.</b>	4725.82	0.00	9504.38	0.00	13114.88	0.00
<b>Coef. Var.</b>	1.88%	1.86%	2.49%	2.49%	1.66%	1.65%

Debido a los desajustes ocasionados por la fijación e indentación principalmente, se obtiene la siguiente complianza corregida:

$$C_{\text{corregida}} = C_{\text{cabezal}} - C_{\text{calibración}}$$

$$C_{\text{corregida}} = 2.71E-06 \text{ m/N}$$

Por lo tanto:

$$k_{\text{corregida}} = 1 / C_{\text{corregida}}$$

$$k_{\text{corregida}} = 3.69E+05 \text{ N/m}$$

**“CÁLCULOS PARA OBTENER  $(G_{12})_f$  EN SW-H250”**

Se sabe que:  $C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$

Donde :

$C = \text{Complianza} = 2.71 \times 10^{-6} \text{ m/N}$

$\delta = \text{Deflexión en los extremos}$

$P = \text{Carga aplicada}$

$a = \text{Ancho del SW} = 0.2889 \text{ m}$

$b = \text{Largo del SW} = 0.2889 \text{ m}$

$D_{66} = \text{Rididez torsional}$

Despejando  $D_{66}$ , se obtiene:  $D_{66} = \frac{ab}{16C} \longrightarrow D_{66} = 1.93E+03 \text{ N.m}$

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$$

Donde :

$(G_{12})_f = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 de las caras}$

$(G_{12})_c = \text{Modulo a cortante en el plano 1 - 2 del núcleo} = 104 \text{ MPa}$

$h_f = \text{Espesor de cada cara} = 0.00141 \text{ m}$

$h_c = \text{Espesor del núcleo} = 0.02565 \text{ m}$

Debido a que  $(G_{12})_f \gg (G_{12})_c$ , se desprecia el segundo término de la ecuación anterior:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)$$

Despejando  $(G_{12})_f$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow (G_{12})_f = 3.73 \text{ GPa}$$

Tomando en cuenta a  $(G_{12})_c$ , se tiene que:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)} \longrightarrow (G_{12})_f = 3.44 \text{ GPa}$$

## 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

De acuerdo a los resultados obtenidos que se muestran en la tabla 1.1 se puede concluir que la prueba de torsión en conjunto con el modelo analítico para paneles en geometría de sándwich es un método eficaz para determinar el módulo elástico a cortante en el plano de las caras ( $G_{12}^f$ ) de éstos materiales debido a que:

- ✓ No es necesario separar las caras del núcleo para obtener el módulo cortante de las caras ( $G_{12}^f$ ).
- ✓ Es capaz de poder determinar  $G_{12}^f$  con una precisión bastante aceptable.
- ✓ El tamaño de la muestra a caracterizar es mucho más representativo a una estructura real en comparación con otras muestras de pruebas existentes para determinar ésta propiedad.
- ✓ Es una prueba no destructiva pues solamente se utiliza en el rango elástico del material, pudiéndose conservar las muestras para ensayos posteriores (si llegaran a requerirse).
- ✓ El tiempo de preparación de los especímenes es corto.

<i><b>MATERIAL</b></i>	<i><b><math>G_{12}^f</math></b></i>
SW de triplay	6.67 GPa
SW de balsa	4.83 GPa
SW de resina	3.57 GPa
SW de PVC H250	3.44 GPa

Tabla 1.1. Comparación de los resultados obtenidos.

## **REFERENCIAS**

1. D. Askeland, P. Phule, "The Science and Engineering of Materials", California, EUA, International Thomson Editors, 2003.
2. S. Kalpakjian, S. R. Schmid, "Manufacturing Engineering and Technology", New Jersey, EUA, Prentice-Hall Inc., 2002.
3. R. M. Jones, "Mechanics of composite materials", Dallas, Texas, EUA, Mc Graw Hill, 1975.
4. M. L. Daniel, "Mechanism of composite materials", New York, EUA, Oxford University Press, 1994.
5. D. Hull, "An introduction to composite of materials", Cambridge, England, Cambridge University Press, 1987.
6. M. Daniel, O. Ishai, "Engineering Mechanics of Composite Materials", New York, EUA, Oxford University Press, 1994.
7. P.C. Powell, "Engineering with Polymer", New York, EUA, Chapman and Hall, 1983.
8. Dan Zenkert, "An introduction to Sandwich Construction", London, England, EMAS, 1995.
9. M.W. Hyer, 1998 "Stress Analysis for Fiber Reinforced Composite Materials", McGraw-Hill.
10. Lawrence H. Van Vlack, "Materiales para ingeniería", Michigan, EUA, Ceca, 1980.
11. Kerry Flores Becerra, 2006, "Fabricación y caracterización de compuestos laminados por medio de un sistema de infusión de resina asistida por vacío", Reporte de estadía, Universidad Tecnológica Metropolitana.
12. Alejandro M. González Herrera, 2005, "Diseño de un material compuesto avanzado para reforzamiento de estructuras de concreto que presentan deterioro", Reporte de prácticas profesionales, Instituto Tecnológico de Mérida.
13. American Society for Testing and Materials, ASTM D5379M, 1998, "Shear Properties of Composites Materials by the V-Noched".
14. American Society for Testing and Materials, ASTM D3044, 2000, "Shear Modulus of Wood-Based Structural Panels".
15. F. Avilés, L. A. Carlsson, G. Browning, K. Millay, "Investigation of the Sandwich Plate Twist Test", Experimental Mechanics, 2009, en imprenta.

## APÉNDICE

De acuerdo a la Teoría Clásica de Laminación en Platos (CLPT), la complianza está dada por:

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{ab}{16D_{66}}$$

Donde:

$C$  = Complianza.

$a$  = Ancho del plato.

$\delta$  = Deflexión en los extremos.

$b$  = Largo del plato.

$P$  = Carga aplicada.

$D_{66}$  = Rigidez torsional.

Despejado a la rigidez torsional del plato, se obtiene:

$$D_{66} = \frac{ab}{16C}$$

*Modelo analítico para obtener  $G_{12}$  en laminados.*

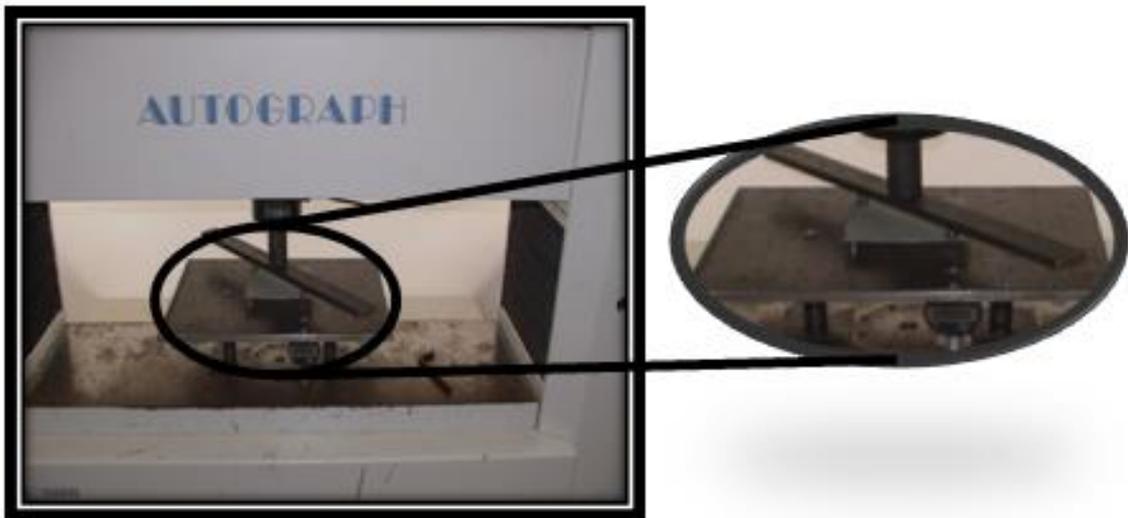


Fig. 83. Ejemplo de la prueba de torsión en laminados.

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un laminado:

$$D_{66} = \frac{G_{12}h^3}{12}$$

Donde:

$G_{12}$  = Módulo elástico a cortante en el plano 1-2 del laminado.

$h$  = Espesor del laminado.

Despejando al módulo elástico a cortante en el plano 1-2 del laminado se tiene:

$$G_{12} = \frac{12D_{66}}{h^3}$$

*Modelo analítico para obtener  $G_{12}^f$  en sándwiches.*



Fig. 83. Ejemplo de la prueba de torsión en sándwiches.

De acuerdo a la rigidez torsional  $D_{66}$  para un panel en geometría de sándwich:

$$D_{66} = (G_{12})_f h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right) + \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}$$

Donde:

$(G_{12})_f$  = Módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras.

$(G_{12})_c$  = Módulo elástico a cortante en el plano 1-2 del núcleo.

$h_f$  = Espesor de cada cara.

$h_c$  = Espesor del núcleo.

Despejando al módulo elástico a cortante en el plano 1-2 de las caras se tiene:

$$(G_{12})_f = \frac{D_{66} - \frac{(G_{12})_c h_c^3}{12}}{h_f \left( \frac{2h_f^2}{3} + \frac{h_c^2}{2} + h_f h_c \right)}$$