

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Mecánica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

Modelado por Elemento Finito de la Unión Perno Agujero

presentada por

Ing. Angel Refugio Aguirre Villarreal

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Directora de tesis

Dra. Claudia Cortés García

Codirector de tesis

Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz Wasik

"30 Aniversario del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico"

Cuernavaca, Mor., 16/enero/2017

OFICIO No. DIM/010/2017
Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Ángel Refugio Aguirre Villarreal, con número de control M13CE013, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **"Modelado Por elemento finito de la unión perno agujero** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTORA DE TESIS



DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
Doctora en Ciencias en Ingeniería Mecánica
9336586

REVISOR 1



DR. ARTURO ABÚNDEZ PLIEGO
Doctor En Ciencias en Ing. Mecánica
6801139

REVISOR 2



DR. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
Doctor en Ciencias en Ing. Mecánica
8500740

REVISOR 3



DR. JORGE COLÍN OCAMPO
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
4694783

C.p. Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

Iniciales JD/secretaria

S.E.P. CENTRO NACIONAL DE INVESTIGACION
Y DESARROLLO TECNOLÓGICO
RECIBIDO
16 ENE 2017
Omep
SERVICIOS ESCOLARES

SEP

SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

"30 Aniversario del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico"

Cuernavaca, Mor. 17 de enero de 2017
OFICIO No. SAC/074/2017

Asunto: Autorización de impresión de tesis

**ING. ÁNGEL REFUGIO AGUIRRE VILLAREAL
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Modelado por elemento finito de la unión perno agujero"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO"

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. M.T.I. María Elena Gómez Torres- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C.P. 62490, Cuernavaca, Mor.
Tels. (01) 777 362-77-70 Ext. 4106, e-mail: direccion@cenidet.edu.mx
www.cenidet.edu.mx



Dedicatoria

A mis padres Apolinar Aguirre y Carmen Villarreal

A mi hermana Leticia Aguirre

Lo más valioso que tengo...

Agradecimientos

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por todo el apoyo brindado y la formación académica otorgada a través de sus profesores.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico brindado durante la realización de mis estudios de maestría.

A mis asesores de tesis: Dra. Claudia Cortés García y Dr. Dariusz Szwedowicz por la orientación y apoyo que me otorgaron para la realización de este proyecto de investigación, paciencia, amistad y aportaciones para mi formación profesional.

En forma especial al Dr. Eladio Martínez Rayón, por el apoyo que me brindó durante mis estudios de maestría y sus sinceras muestras de amistad.

A los miembros del comité revisor: Dr. Jorge Colín Ocampo y Dr. Arturo Abúndez Pliego por su apoyo y por sus valiosas aportaciones durante la revisión de este trabajo.

A todos los investigadores del área de diseño mecánico de este centro de investigación que contribuyeron en mi formación profesional.

A todo el personal administrativo y de servicios del CENIDET, en especial a Anita Perez, Rocío Salazar y Nadia López por su indispensable apoyo.

A mis compañeros de generación por todas las experiencias compartidas y por su apoyo a lo largo de toda la maestría.

A todos mis amigos y las personas que me acompañaron durante mi estancia en Cuernavaca, en especial a Manuel Salgado, Fredy Montoya, Javier Bencor y a la maestra Lilian Ornelas por su apoyo incondicional y sus consejos.

Especialmente a mis padres Apolinar Aguirre y Carmen Villarreal, y a mi hermana Leticia Aguirre por todo su amor, su apoyo incondicional y por estar siempre a mi lado. Sin ustedes esto no habría sido posible.

¡MUCHAS GRACIAS!

Resumen

Entre los muchos tipos de uniones usados en la industria, la unión por pernos es una de las más usadas debido a que presenta algunas ventajas como: un fácil y rápido montaje y desmontaje, bajos costos y la habilidad para resistir cargas transversales y longitudinales.

En este trabajo se analizó el comportamiento mecánico de uniones empernadas durante el estado de precarga y ante fuerzas externas de tensión, usando los métodos analíticos convencionales y mediante el modelado por elemento finito. Se utilizaron modelos axisimétricos con comportamiento elástico y elasto-plástico en el material de los elementos de la unión.

Se evaluó el comportamiento de la rigidez de los elementos de la unión mecánica y se determinó su estado de esfuerzos y deformaciones incluyendo precarga, mediante estudios paramétricos. Estos estudios incluyeron la variación en el tamaño de los elementos y el efecto de la razón de Poisson en la rigidez de las partes unidas. Se compararon los resultados numéricos con los resultados disponibles en la literatura. Además, se estudiaron la presión y el área de contacto entre las piezas unidas para diferentes tamaños de uniones y valores de precarga.

Se estudiaron las fuerzas alternas en los elementos mecánicos de la unión con precarga debido a al efecto de una carga externa variable, incluyendo cambio de materiales en las piezas y la adición de arandelas. Se analizó la fracción de carga externa compartida por el perno (factor de carga) para efectos de fatiga considerando la ubicación de la carga externa.

Abstract

Among the many types of joints used in the industry, the bolted joint is one of the most used because it has some advantages such as: quick and easy assembly and disassembly, low costs and the ability to withstand transversal and longitudinal loads.

In this work, the mechanical behavior of bolted joints during the pre-loading phase and under separating tensile forces was analyzed, using conventional analytical methods and by finite element modelling. Axisymmetric models with elastic and elastoplastic behavior in the material of the joint members were used.

The elements stiffness behavior of the mechanical joint was evaluated and its state of stresses and deformations including preloading was determined by means of parametric studies. These studies included variation in the size of the elements and the effect of the Poisson ratio on joined parts stiffness. Numerical results were compared with results available in the literature. In addition, the pressure and contact area between the joined parts for different sizes of joints and preload values were studied.

Alternate forces in the mechanical elements of the preloaded joint due to the effect of a variable external load, including material change in the parts and the addition of washers were studied. The external load fraction shared by the bolt (load factor) was analyzed for fatigue effects, considering the location of the external load.

Contenido

Contenido	i
Lista de figuras	iv
Lista de tablas	x
CAPÍTULO 1	1
1. Introducción	1
1.1 Métodos de unión	1
1.1.1 Uniones empernadas	2
1.1.1.1 Criterios necesarios para el diseño de uniones empernadas	4
CAPÍTULO 2	5
2. Estado del arte	5
2.1 Modelado de la unión	5
2.2 Estudios sobre la rigidez de los miembros de la unión	16
2.3 Fatiga de la unión	21
2.4 Conclusiones del estado del arte	29
CAPÍTULO 3	30
3. Conceptos teóricos	30
3.1 Ensamble de la unión	30
3.1.1 Precarga del perno	30
3.2 Esfuerzos y deformaciones en el perno	31
3.2.1 Curvas elásticas para pernos en tensión	31
3.2.2 Concentraciones de esfuerzo en el perno	32
3.2.3 Resistencia del perno bajo cargas estáticas	33
3.3 Unión a tensión con fuerza externa de separación	33
3.4 Modelos teóricos para el cálculo de la rigidez de los componentes de la unión	36
3.4.1 Cálculo de la rigidez del perno	36
3.4.2 Cálculo de la rigidez de los miembros de la unión	38
3.4.2.1 Modelo de Rasmussen	38

3.4.2.2 Modelo de Shigley y Mischke	40
3.4.2.3 Modelo de Nawras	41
3.4.2.4 Modelo de Juvinall y Marshek	42
3.4.2.5 Expresión de Wileman	43
3.5 Comportamiento teórico de la unión con fuerza externa de tensión	44
3.5.1 Diagrama de la unión empernada	44
3.6 Elasticidad y plasticidad	46
3.7 Mecanismo de fatiga	49
3.7.1 Etapas de la falla por fatiga	50
3.7.2 Métodos para el cálculo de la vida a la fatiga	50
3.7.2.1 Método de esfuerzo-vida	51
3.7.3 Esfuerzos fluctuantes	53
3.7.4 Influencia del esfuerzo medio en la resistencia a la fatiga	54
3.8 Análisis por elemento finito	58
3.8.1 Ecuaciones básicas	58
3.8.1.1 Principio de trabajo virtual	58
3.8.1.2 Ecuaciones de elementos	61
CAPÍTULO 4	63
4. Análisis numérico general de los elementos de la unión empernada (rigidez y presiones de contacto)	63
4.1 Introducción	63
4.1 Simulación de los pernos	64
4.1.1 Modelo geométrico de los pernos	64
4.1.2 Modelos discretos 3D	65
4.1.3 Modelos discretos axisimétricos	66
4.1.4 Resultados numéricos de los pernos	67
4.1.4.2 Resultados de los modelos axisimétricos	69
4.1.5 Comportamiento plástico de los pernos	71
4.2 Simulación de los miembros de la unión	72
4.2.1 Modelo geométrico de las uniones utilizadas para el estudio de la rigidez de los miembros	73
4.2.2 Modelo Discreto	74
4.2.2 Influencia del diámetro del perno en la rigidez axial del miembro de la unión	76

4.2.2.1 Resultados	76
4.2.3 Influencia del espesor de los miembros en su rigidez axial y en la distribución de presión de contacto	81
4.2.3.1 Resultados	81
4.2.4 Influencia de la razón de Poisson en la rigidez axial de los miembros de la unión	84
4.2.4.1 Resultados	84
4.2.5 Influencia de la precarga del perno en la distribución de presión de contacto entre los miembros de la unión	85
4.3 Conclusiones	87
CAPÍTULO 5	88
5. Análisis numérico de la unión empernada	88
5.1. Introducción	88
5.2 Esfuerzos y deformaciones de la unión empernada en el estado de precarga	88
5.2.1 Unión empernada estudiada	88
5.2.2 Modelo de elementos finitos de la unión empernada	90
5.2.3 Condiciones de frontera y aplicación de la carga	91
5.2.4 Resultados numéricos	93
5.2.5 Comparación con la teoría clásica	96
5.3 Unión empernada con fuerza externa	99
5.3.1 Descripción del modelo discreto	100
5.3.2 Condiciones de frontera y aplicación de la carga	101
5.3.3 Esfuerzos de Von Mises y diagrama de la unión	102
5.3.4 Efecto de la precarga en la capacidad de carga externa (estática) de la unión	104
5.3.5 Consideraciones de fatiga en la unión	110
5.4 Conclusiones	129
6. Conclusiones	132
7. Trabajos futuros	135
Referencias	136

Lista de figuras

Fig. 1. 1 Métodos de uniones permanentes [3].....	2
Fig. 1. 2 Tipos básicos de sujetadores roscados [1].	2
Fig. 1. 3 Algunas aplicaciones de los pernos.	3
Fig. 1. 4 Tipos de uniones emperradas. A tensión (<i>a</i>), a cortante o traslape (<i>b</i>) y terminología (<i>c</i>) [6].....	3
Fig. 2. 1 Unión emperrada con capas de material compuesto y elementos en contacto [8].	5
Fig. 2. 2 Modelo de elementos finitos de la unión a traslape simple con condiciones de frontera y distribución de malla [8].....	5
Fig. 2. 3 Distribución de esfuerzo radial en el agujero de la unión emperrada a traslape. Resultados de varios modelos con diferentes refinamientos de malla y tipos de elementos [8].	6
Fig. 2. 4 Casos de carga de la unión emperrada en el análisis por elemento	7
Fig. 2. 5 Variación del factor de carga aparente de la unión emperrada con respecto a la razón entre la fuerza externa y la precarga [9].....	7
Fig. 2. 6 Dibujo esquemático de la unión de un rodamiento de giro (bola)[10].....	8
Fig. 2. 7 Principio de modelado y discretización del rodamiento de giro [10].	8
Fig. 2. 8 Modelo 3D representativo de la unión emperrada en el rodamiento de bola [10].	8
Fig. 2. 9 Modelos por elemento finito con cuatro diferentes formas de representar el perno en una unión emperrada [11].	9
Fig. 2. 10 Representación de una unión emperrada mediante un modelo 2D axisimétrico [12].	10
Fig. 2. 11 Campo de esfuerzos de una unión emperrada sujeta a una carga externa de tensión [12].	11
Fig. 2. 12 Modelo de elementos finitos (3D) de la unión emperrada con precarga y carga excéntrica [13].	12
Fig. 2. 13 Ensamble de la unión emperrada para el análisis experimental [13].	12
Fig. 2. 14 Variación de la fuerza en el perno y la fuerza de apriete debido a una carga cíclica de separación [13].	12
Fig. 2. 15 Modelos simplificados en 3D de la unión emperrada. Distribución de esfuerzo [14].....	13
Fig. 2. 16 Cantiléver unido con pernos, condiciones de frontera (verde) y condiciones de carga (magenta) a). Ubicación de las fuerzas y superficies de contacto monitoreadas en las piezas b) [15].	14
Fig. 2. 17 Distribución de esfuerzo en el cantiléver y el marco a). Desplazamientos en los pernos inducidos por la precarga b)[15].	14
Fig. 2. 18 Modelo de la unión emperrada para el análisis por elementos finitos con condiciones de frontera en estado de precarga a), en el caso con fuerza externa de tensión b) y esfuerzos Mises en las cuerda del perno en el caso de una precarga igual al 80% de su esfuerzo de fluencia c) [16].	15
Fig. 2. 19 Esfuerzos Mises normalizados a lo largo de la rosca del perno en estado de precarga a) y fuerza externa b).	16
Fig. 2. 20 Formas equivalentes sustitutas para el cálculo de la rigidez de los miembros [6].	17
Fig. 2. 21 Unión emperrada separada en secciones para el análisis de la rigidez de sus elementos [23].	17
Fig. 2. 22 Modelo axisimétrico del perno, la tuerca y el miembro sujetado (porción angular de 3°)[23].....	18
Fig. 2. 23 Modelo discreto de la unión con densidad de malla y condiciones de frontera para simular la simetría [18].	19
Fig. 2. 24 Desplazamientos en el miembro con arandela rígida a) y arandela suave (presión) b) [18].	19
Fig. 2. 25 Distribución polinomial de esfuerzo a través del miembro de la unión utilizada en el modelo analítico [17].	20

Fig. 2. 26 Distribución de esfuerzos a través del modelo simulado mediante elemento finito [17].	20
Fig. 2. 27 Modelo global en 3D de la biela a) y modelo local 2D axisimétrico de las cuerdas de la unión b) [25].	21
Fig. 2. 28 Fractura de fatiga del perno en una biela. Presenta marcas de playa en a) y la formación de hoyuelos que corresponden a la superficie de fractura inestable en b) [26].	22
Fig. 2. 29 Modelo por elemento finito del ensamble biela-perno. Condiciones de frontera y generación de malla [26].	22
Fig. 2. 30 Correlación de la amplitud de esfuerzo normal que experimenta el perno y la fuerza de apriete, debido a tres magnitudes de fuerza externa usadas [26].	22
Fig. 2. 31 Superficie de fractura del perno en tracción simple (copa-cono con zona central plana y fibrosa formada con una corona exterior de paredes a 45º) [27].	23
Fig. 2. 32 Superficie de fractura en fatiga del perno. Muestra una primera región fatigada, seguida de una zona de fractura plana y finalmente una fractura inclinada o labio cortante [27].	23
Fig. 2. 33 Curvas de Wöhler ($\sigma_{max} - N_f$) de uniones empernadas [27].	24
Fig. 2. 34 Curvas de Wöhler ($\Delta\sigma - N_f$) de uniones empernadas [27].	24
Fig. 2. 35 Dibujo esquemático y configuración de la probeta usada en las pruebas de fatiga por fretting de una unión empernada a traslape [28].	25
Fig. 2. 36 Evolución de la vida de fatiga por fretting de una unión empernada, respecto a la fuerza de contacto entre las piezas [28].	25
Fig. 2. 37 Modelo de elementos finitos de la placa empernada (a), superficies de contacto (b), y modelado de la sujeción (c) [28].	25
Fig. 2. 38 Unión tipo brida de un compresor de gas sometida a un estudio de fatiga. Muestra los pernos numerados [4].	26
Fig. 2. 39 Fractura por fatiga de un perno M24x3 clase 8.8. Presenta marcas de inicio a lo largo del radio de la cuerda, fractura plana con marcas de playa seguida finalmente por la fractura rugosa [4].	26
Fig. 2. 40 Modelo de elementos finitos tridimensional correspondiente a la cuarta parte de una unión empernada a traslape doble. [29].	27
Fig. 2. 41 Historial de esfuerzos en las tres direcciones principales, debido a la aplicación de un ciclo de carga externa y una precarga de 4880 N [29].	28
Fig. 2. 42 Curvas S-N obtenidas de las pruebas experimentales de fatiga de las probetas con tres diferentes niveles de torque [29].	28
Fig. 3. 1 Diagrama Esfuerzo de Tensión-Deformación de un Perno[32].	31
Fig. 3. 2 Transmisión de la carga : (a) Barra con cambio de sección a tensión; (b) Cabeza tipo T [33].	32
Fig. 3. 3 Unión a tensión modelada como resortes lineales.	33
Fig. 3. 4 Fuerzas en una unión empernada simple a tensión. Estado de precarga y estado con fuerza externa[12].	34
Fig. 3. 5 Aplicación de la fuerza externa en un plano interno de los miembros de la unión.	35
Fig. 3. 6 Modelo de cálculo de la longitud efectiva del perno en relación con su rigidez: a) Dimensiones del perno y tuerca; b) Longitudes equivalentes del perno.	36
Fig. 3. 7 Denotación de las partes y dimensiones del ensamble[17].	39
Fig. 3. 8 Modelo cilíndrico equivalente usado por Rasmussen, con la misma rigidez axial que los miembros empernados[23].	39
Fig. 3. 9 Compresión de un elemento por el método del tronco de un cono hueco[1].	40
Fig. 3. 10 Distribución del esfuerzo en forma polinomial a través de los miembros y nomenclatura del modelo utilizado por Nawras[17].	41

Fig. 3. 11 Distribución de esfuerzo a través de los miembros usada en el método de Juvinal[5].	43
Fig. 3. 12 Diagramas fuerza – deflexión del perno a) y los miembros sujetos b) debido a la precarga y fuerza externa.	44
Fig. 3. 13 Diagrama de la unión con estado de precarga y fuerza externa de tensión[6].	45
Fig. 3. 14 Relaciones de fuerza en uniones empernadas[5].	46
Fig. 3. 15 Diagramas esfuerzo-deformación unitaria: a) material elástico lineal, b) material elástico no lineal, c) material inelástico o plástico[36].	47
Fig. 3. 16 Diagramas idealizados esfuerzo-deformación: a) material rígido, perfectamente plástico; b) material rígido plástico; c) material elástico, perfectamente plástico; y d) material elasto-plástico[38].	47
Fig. 3. 17 Falla por fatiga en un perno. La falla comenzó en la raíz de la rosca en A, se propagó casi de lado a lado en la sección transversal, lo cual se muestra por las marcas de playa en B, antes de la fractura rápida en C [1].	50
Fig. 3. 18 Máquina de R. R. Moore para probar a la fatiga una viga giratoria [5]	51
Fig. 3. 19 Diagrama $S - N$ a partir de los resultados de ensayos a la fatiga axial completamente invertidos. Material: acero UNS G41300 normalizado; $S_{ut} = 116$ kpsi; $S_{ut} = 125$ kpsi [1].	52
Fig. 3. 20 Relaciones de esfuerzo-tiempo y notación de esfuerzo fluctuante: a) esfuerzo fluctuante con pulsaciones de alta frecuencia; b) y c) esfuerzo fluctuante no sinusoidal; d) esfuerzo fluctuante sinusoidal e) esfuerzo repetido; f) esfuerzo sinusoidal completamente invertido [1].	53
Fig. 3. 21 Esfuerzos fluctuantes uniaxiales, los cuales corresponden a una misma vida a la fatiga [5].	55
Fig. 3. 22 Diagrama de fatiga donde con varios criterios de falla [1].	55
Fig. 3. 23 Cuerpo elástico. Sujeto a fuerzas de volumen PV , fuerzas de superficie PS sobre la superficie S_p y desplazamientos prescritos sobre S_u [33].	58
Fig. 4. 1 Geometría de los pernos.	64
Fig. 4. 2 Discretización de los pernos y condiciones de frontera. Donde: a) M10, b) M12, c) M16 y d) Condiciones de frontera.	65
Fig. 4. 3 Modelos discretos axisimétricos de los pernos, donde: a) M10, b) M12, c) M16 y d) Condiciones de frontera.	66
Fig. 4. 4 Campo de esfuerzos de Von Mises [MPa] en el perno M10, Modelo 3D (Fuerza 23 kN).	68
Fig. 4. 5 Campo de deflexiones en dirección axial “x” [mm] en los pernos. Donde: a) M10, b) M12, c) M16 (Fuerza 23 kN).	68
Fig. 4. 6 Esfuerzos de Von Mises [MPa] en el perno M16, modelo axisimétrico (Fuerza 23 kN). Donde: a) Corte transversal y b) Vista isométrica.	69
Fig. 4. 7 Deflexión en dirección axial “x” [mm] en el perno (Fuerza 23 kN).	69
Fig. 4. 8 Campo de deflexiones en dirección axial “Y” [mm] en los pernos. Donde: a) M12 y b) M16 (Fuerza 23 kN).	70
Fig. 4. 9 Modelos en 3D de la rosca real a) y rosca plana o axisimétrica c) del perno M10 con su respectiva deflexión axial [mm] (Fuerza 23 kN).	70
Fig. 4. 10 Diagrama fuerza-deformación de los pernos con comportamiento plástico.	72
Fig. 4. 11 Modelo geométrico de las uniones empernadas estudiadas.	73
Fig. 4. 12 Modelos de elementos finitos axisimétricos de las uniones empleadas para analizar la rigidez de los miembros con condiciones de carga, de frontera y densidad de malla (perno M23). 1) Modelo completo con contacto entre los miembros y 2) Modelo simplificado equivalente de la unión.	74
Fig. 4. 13 Series de nodos para el monitoreo de esfuerzos, deformaciones y presiones de contacto en la unión empernada.	75

Fig. 4. 14 Campo de desplazamientos espaciales en dirección “y” de la unión con perno M22 [mm], con precarga de 10 kN. La unión presenta una escala de deformación de +500.....	77
Fig. 4. 15 a) Campo de desplazamientos espaciales en dirección “y” y b) esfuerzos de Von Mises en el miembro 1 en la unión emperrada. Debido a una precarga en el perno de 10 kN.....	77
Fig. 4. 16 Desplazamientos nodales en el miembro unido con perno M22 con una precarga de 10 kN.	78
Fig. 4. 17 Presión de contacto [MPa] entre los miembros del modelo con perno M22 (precarga 10 kN).	78
Fig. 4. 18 Gráfico de rigidez adimensional contra relación de aspecto geométrico de seis uniones emperradas para el modelo completo y modelo simplificado (cada miembro de 19.1 mm de espesor)	79
Fig. 4. 19 Comparación de varias fórmulas y el método numérico en el cálculo de la rigidez de miembros con espesor constante, unidos con pernos de diferente tamaño.....	81
Fig. 4. 20 Comparación de varias fórmulas y el método numérico en el cálculo de la rigidez axial de miembros de diferentes espesores, unidos con un perno (M14).....	82
Fig. 4. 21 Diagrama Fuerza-Desplazamiento para miembros de uniones emperradas de diferente espesor, sujetos con perno M14 y precarga de 10 kN.....	83
Fig. 4. 22 Desarrollo de la presión de contacto [MPa] entre los miembros de uniones emperradas con perno M14. Utilizando diferentes espesores en los miembros de la unión, mismo material y precarga de 10 kN.	84
Fig. 4. 23 Variación de la rigidez de un miembro de unión emperrada respecto a la razón de Poisson del material.	85
Fig. 4. 24 Desarrollo de la presión de contacto entre los miembros de la unión emperrada para varios valores de precarga.....	86
Fig. 4. 25 Comportamiento del área de la región de contacto [mm ²] entre los miembros de la unión respecto a la precarga aplicada en el perno [N].	86
Fig. 5. 1 Modelo geométrico de la unión emperrada estudiada.....	88
Fig. 5. 2 Geometría del perno.....	89
Fig. 5. 3 Modelo de elementos finitos axisimétricos de la unión estudiada.....	91
Fig. 5. 4 Condiciones de frontera, carga e interacciones de contacto en la unión emperrada a). Series de nodos para monitoreo de desplazamientos b).	92
Fig. 5. 5 Esfuerzos Mises [MPa] en la unión emperrada con una precarga en el perno de 60 kN.....	93
Fig. 5. 6 Distribución de esfuerzos de Von Mises en la unión a) cabeza del perno y b) Tuerca y roscas para una precarga de 60 kN. La escala de esfuerzo usada es la misma que en la Fig. 5.5.	93
Fig. 5. 7 Deformación plástica equivalente [mm/mm] en el perno de la unión emperrada (precarga 60kN).....	94
Fig. 5. 8 Campo de desplazamientos en dirección “Y” en la unión emperrada debido a la precarga de 60 kN. El mayor desplazamiento es de 0.099 mm, mientras el menor desplazamiento es 0.054 mm.	95
Fig. 5. 9 Desplazamientos nodales (dirección “Y”) de la parte superior bajo la cabeza del perno debido a una de precarga de 60 kN.	95
Fig. 5. 10 Desplazamientos nodales (dirección “Y”) de la parte inferior bajo la cara de la tuerca debido a una de precarga de 60 kN.	96
Fig. 5. 11 Diagrama Fuerza-desplazamiento de la unión emperrada estudiada en el estado de precarga (método numérico). Precargas de 60 kN y 94.2 kN.....	97
Fig. 5. 12 Diagrama Fuerza-desplazamiento de la unión emperrada estudiada en el estado de precarga (método analítico). Precargas de 60 kN y 94.2 kN.	98
Fig. 5. 13 Diagramas Fuerza-Desplazamiento de la unión estudiada en estado de precarga. Calculados con el método analítico y numérico.	99

Fig. 5. 14 Modelo de elementos finitos axisimétricos simplificado de la unión estudiada, con las interacciones de contacto.....	100
Fig. 5. 15 Condiciones de frontera de la unión estudiada a) para el estado de precarga y b) para el estado de fuerza externa.	101
Fig. 5. 16 Esfuerzos de Von Mises [MPa] en la unión empernada con modelo simplificado con una precarga en el perno de 60 kN.	102
Fig. 5. 17 Campo de desplazamientos espaciales en dirección “y” en la unión empernada con modelo simplificado debido a la precarga de 60 kN.....	103
Fig. 5. 18 Diagramas Fuerza-Desplazamiento de la unión estudiada en estado de precarga. Calculados con el método analítico y numérico.	103
Fig. 5. 19 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada. Con una precarga de 70.65 kN y una fuerza externa de separación de 112 kN.	105
Fig. 5. 20 Esfuerzos Mises de la unión empernada a) en estado de precarga (70.65 kN) y b) en el estado de fuerza externa (112 kN). La escala máxima de esfuerzo de ambas figuras fue de 800 MPa.....	106
Fig. 5. 21 Capacidad de carga estática de separación de la unión empernada para varios niveles de precarga. Comparación del método analítico y numérico.	108
Fig. 5. 22 Deformación plástica equivalente [mm/mm] en la unión empernada (precarga 94.2 kN).	109
Fig. 5. 23 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada con comportamiento elástico y plástico. Con una precarga de 94.2 kN y una fuerza externa de separación de 131 kN.	109
Fig. 5. 24 Diagrama de Goodman para el perno M16x2x70 clase 8.8 de la unión	110
Fig. 5. 25 Amplitud de la fuerza externa aplicada en la unión empernada.	113
Fig. 5. 26 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada con partes de acero y aluminio debido a una precarga de 60 kN y una fuerza externa fluctuante de 60 kN.	114
Fig. 5. 27 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada con partes de aluminio debido a una precarga de 60 kN y una fuerza externa fluctuante de 60 kN.	115
Fig. 5. 28 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada con partes de acero debido a una precarga de 60 kN y una fuerza externa fluctuante de 60 kN.	116
Fig. 5. 29 Comparación de las fuerzas fluctuantes en los elementos de las uniones con partes unidas de acero-acero y aluminio-aluminio.	117
Fig. 5. 30 Modelo de elementos finitos axisimétricos simplificado de la unión con arandelas. Incluye las interacciones de contacto.	118
Fig. 5. 31 Esfuerzos de Von Mises en la unión empernada con arandelas y ambas partes de acero, en estado de precarga (60 kN). La escala máxima de esfuerzo fue de 660 MPa.	119
Fig. 5. 32 Comparación de la fuerza alterna en el perno debida a una fuerza externa de 60 kN en los modelos con partes de acero con arandelas y sin arandelas.	119
Fig. 5. 33 Comparación de la fuerza alterna en el perno debida a una fuerza externa de 60 kN en los modelos con partes de aluminio con arandelas y sin arandelas.	120
Fig. 5. 34 Posición de la aplicación de la fuerza externa en la unión empernada <i>Di</i> . Relaciones de fuerza en el perno <i>Fb</i> y la fuerza de sujeción en las partes o miembros <i>Fm</i>	121
Fig. 5. 35 Condiciones de frontera de la unión estudiada en el estado de fuerza externa, para el análisis del factor de carga.....	122
Fig. 5. 36 Factores de carga de la unión empernada axisimétrica debido a la aplicación de la fuerza externa a determinada distancia radial desde el eje central del perno.	123

Fig. 5. 37 Fuerza en el perno debido a la aplicación de la misma fuerza externa en la posición D_0 y D_7 en la unión empernada.	124
Fig. 5. 38 Esfuerzos Mises de la unión empernada en estado de fuerza externa (precarga y fuerza externa de 70.65 kN). La escala máxima de esfuerzo fue 660 MPa y escala de deformación de +50.....	124
Fig. 5. 39 Planos internos de aplicación de la carga externa en la unión empernada.....	125
Fig. 5. 40 Condiciones de frontera de la unión estudiada en el estado de fuerza externa, para el análisis del factor del plano de carga.....	126
Fig. 5. 41 Factores de carga de la unión empernada axisimétrica debido a la aplicación de la fuerza externa en los planos de carga internos.....	127
Fig. 5. 42 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada. Con factor de carga igual a 0.034, precarga de 70.65 kN y una fuerza externa de separación de 100 kN.	128
Fig. 5. 43 Posición de la fuerza externa en la unión empernada D_i (Ver detalles en sección 5.3.5.4).....	133
Fig. 5. 44 Aplicación de la carga externa en planos intermedios de los elementos de la unión empernada (Ver detalles en sección 5.3.5.4).	134

Lista de tablas

Tabla 3. 1 Factores generalizados de la resistencia a la fatiga para materiales dúctiles [5].....	52
Tabla 3. 2 Factores de concentración de esfuerzos por fatiga, k_f , para elementos de acero roscados (valores aproximados para cuerdas unificadas e ISO) [5]	54
Tabla 4. 1 Nomenclatura y medidas nominales de los pernos.	64
Tabla 4. 2 Características principales de los modelos 3D de los pernos.....	66
Tabla 4. 3 Características principales de los modelos axisimétricos de los pernos.	67
Tabla 4. 4 Deformaciones axiales máximas en los pernos (Fuerza: 23 kN).....	70
Tabla 4. 5 Comparación de la rigidez axial de los pernos (Método numérico y analítico).	71
Tabla 4. 6 Valores esfuerzo y deformación plástica unitaria del acero de los pernos SAE clase 5.8	71
Tabla 4. 7 Características principales del modelo discreto completo y simplificado.....	75
Tabla 4. 8 Lista de pernos y dimensiones relacionadas.	76
Tabla 4. 9 Rigidez de un miembro de la unión con diferentes pernos.....	80
Tabla 4. 10 Rigidez axial de miembros en uniones empernadas de diferentes espesores unidos con un perno M14.....	82
Tabla 5. 1 Nomenclatura y dimensiones de la unión empernada.....	89
Tabla 5. 2 Nomenclatura y dimensiones del perno.	89
Tabla 5. 3 Propiedades mecánicas de los materiales de los elementos de la unión empernada.	90
Tabla 5. 4 Valores esfuerzo y deformación plástica unitaria del acero de los pernos SAE clase 8.8	90
Tabla 5. 5 Características principales del modelo discreto de la unión empernada.....	91
Tabla 5. 6 Deflexiones de los elementos de la unión empernada estudiada con el método analítico..	98
Tabla 5. 7 Capacidad de carga estática a tensión de la unión empernada para varios valores de precarga (método numérico).	107
Tabla 5. 8 Capacidad de carga estática a tensión de la unión empernada para varios valores de precarga (método analítico).....	107
Tabla 5. 9 Propiedades mecánicas de los materiales de los elementos de la unión empernada.	108
Tabla 5. 10 Materiales usados en los modelos de estudio de la unión y sus propiedades mecánicas.	113
Tabla 5. 11 Carga alterna en el perno debido a una fuerza externa de 60 kN en los tres modelos estudiados.	116
Tabla 5. 12 Factor de carga de la unión empernada correspondiente a la posición de la fuerza externa.	123
Tabla 5. 13 Factores de carga de la unión empernada correspondientes a la posición de la fuerza externa.	127

CAPÍTULO 1

1. Introducción

Diseñar es formular un plan para satisfacer una necesidad específica o resolver un problema particular. Si el plan resulta en la creación de algo físicamente real, entonces el producto debe ser funcional, seguro, confiable, competitivo, útil, que pueda fabricarse y/o comercializarse [1].

Cuando se fabrican máquinas o estructuras es necesario unir sus componentes y para ello se dispone de las uniones mecánicas. Éstas son definidas como cualquier conexión entre dos distintas partes mecánicas de un sistema.

Debido al gran impacto que tienen las uniones en la tecnología, especialmente para grandes estructuras, es necesario tomar en consideración el costo por unidad e instalación de las uniones. Esto incrementa la necesidad de desarrollar uniones de alto rendimiento, ya que en muchas ocasiones resultan ser las zonas más débiles en estructuras o en mecanismos, por lo que conocer su comportamiento resulta clave cuando se someten a una carga monótona creciente hasta rotura (en un mal diseño) o cuando aparecen cargas fluctuantes (fatiga).

La mayor parte de los diseños de componentes involucran, en su mayoría, partes sometidas a cargas fluctuantes o cíclicas en vez de cargas estáticas o cuasi-estáticas. Esas cargas inducen consecuentemente esfuerzos fluctuantes o cíclicos que comúnmente resultan en la falla del componente por fatiga, se dice que el 95% de todas las fallas estructurales ocurren debido a un mecanismo de fatiga [2].

Las uniones empernadas representan uno de los métodos más comunes para conectar partes en estructuras, por ello implican una amplia gama de intereses. Aunque en muchos casos los pernos pueden estar sometidos a múltiples tipos de fuerzas (torsión, flexión) siempre presentan una fuerte componente a tracción, condición de carga que ha sido estudiada en este trabajo.

1.1 Métodos de unión

Los métodos de unión pueden ser: permanentes como la unión mediante remaches, soldadura y pegantes; o semipermanentes (desmontables) como los sujetadores roscados (tornillos, pernos, birlos y barras roscadas).

Los métodos de unión permanentes (Fig. 1.1) son aquellos en los que las piezas quedan unidas de una forma difícil de desmontar, por ejemplo, para desunir dos piezas remachadas es necesario destruir los remaches.

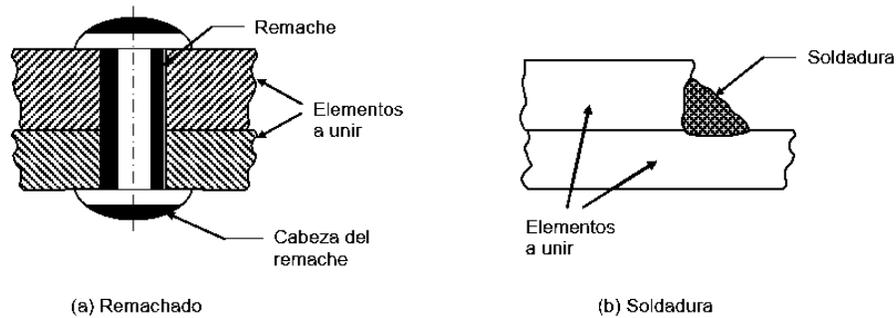


Fig. 1. 1 Métodos de uniones permanentes [3].

En los métodos de unión semipermanentes el elemento que une puede montarse y desmontarse fácil y repetidamente, sin necesidad de destruirlo. Entre ellas se encuentran las uniones mediante sujetadores roscados (Fig. 1.2).

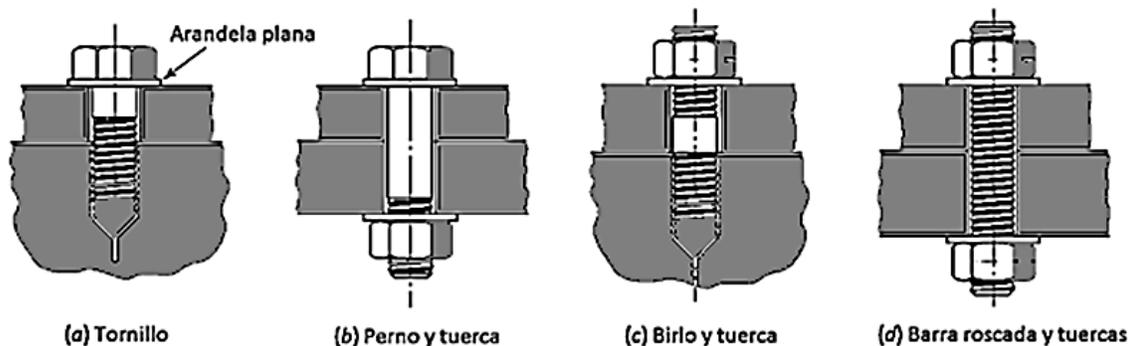


Fig. 1. 2 Tipos básicos de sujetadores roscados [1].

1.1.1 Uniones empernadas

Entre los muchos tipos de uniones usados en la industria, la unión por pernos es una de las más usadas para crear ensambles de piezas[4]. La diferencia entre los pernos y los tornillos es sólo el uso al que se destinan: los pernos son diseñados para pasar por orificios en los miembros unidos y asegurarse al apretar una tuerca desde el extremo opuesto a la cabeza del perno[3]; los tornillos se deben atornillar en agujeros con cuerda [5].

Los pernos han sido usados como elementos de unión por siglos, incluso en sistemas con gran responsabilidad ya que presentan algunas ventajas como:

- Fácil y rápido montaje y desmontaje sin dañar las partes unidas.
- Bajos costos.
- Poseen habilidad para resistir cargas transversales y longitudinales.
- Existe gran variedad y versatilidad de pernos, además que están normalizados.
- Pueden unir materiales híbridos.

Estas uniones son usadas frecuentemente en construcciones mecánicas, civiles, aeronáuticas, etc. Se utilizan en la fijación de motores, bombas hidráulicas, tramos de tuberías, tapas en tanques y compresores, bastidores de máquinas, estructuras, chumaceras, piñones, poleas, tapones de tuberías de calderas, entre otras cosas (Fig. 1.3).

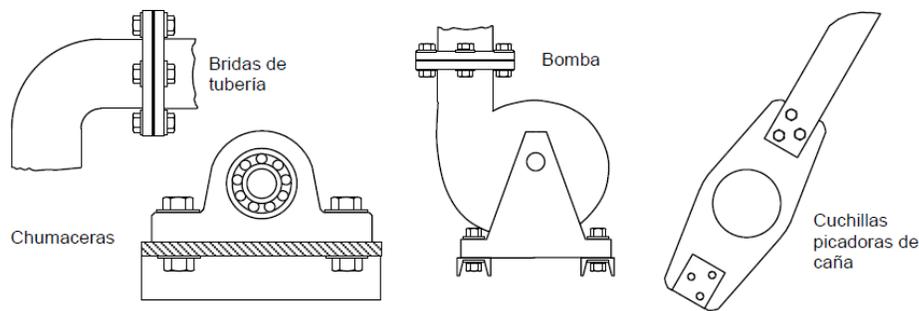


Fig. 1. 3 Algunas aplicaciones de los pernos.

Las uniones emperradas pueden ser de dos tipos dependiendo de la dirección de las cargas externas actuando sobre la unión (Fig. 1.4). Si la línea de acción de las fuerzas es paralela al eje del perno, se dice que la unión está cargada a tensión y es llamada unión a tensión; si la línea de acción de la carga es más o menos perpendicular al eje del perno, la unión está cargada a cortante y es llamada unión a cortante o traslape. Algunas uniones están sometidas a cargas combinadas de tensión y cortante, y serán llamadas a tensión o cortante dependiendo de cuál fuerza sea de mayor magnitud.

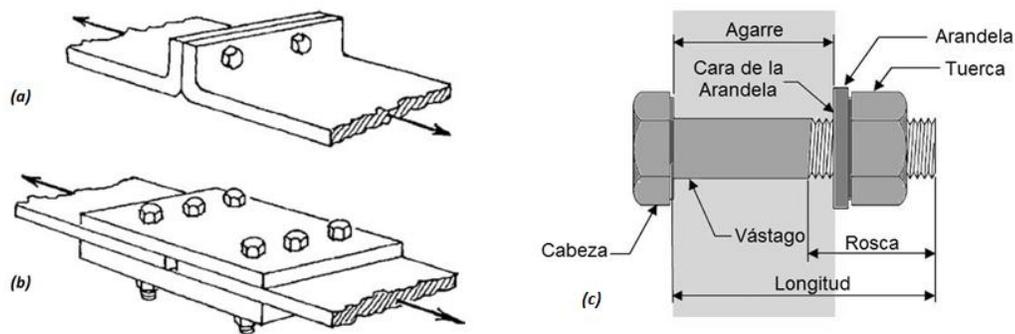


Fig. 1. 4 Tipos de uniones emperradas. A tensión (a), a cortante o traslape (b) y terminología (c) [6].

- Unión a tensión. En estas uniones los pernos deben mantener juntos a los miembros de la unión (partes) con suficiente fuerza como para evitar que éstos se separen o se produzcan fugas en la unión.
- Unión a cortante. El principal trabajo del perno en estas uniones es evitar que la unión se deslice debido a la fuerza externa o desgarre en dirección del deslizamiento.

La distinción entre los dos tipos de uniones empernadas es importante porque los dos difieren en la forma en que éstas responden a cargas, la forma en que fallan, la manera en que se ensamblan, etc. En general, las uniones a tensión son las más complejas de las dos en cuanto al comportamiento y modo de falla. Sin embargo, es el tipo de unión más común [6].

1.1.1.1 Criterios necesarios para el diseño de uniones empernadas

Las uniones empernadas juegan un papel importante en el diseño seguro de los sistemas mecánicos críticos. La falla de dicha unión puede causar una falla catastrófica del sistema completo, que puede conducir a pérdidas económicas y humanas.

Hay dos hechos importantes que se deben tener en mente al tratar con uniones empernadas: Primero, el perno es el mecanismo usado para crear y mantener la fuerza de sujeción entre los miembros de la unión. Segundo, el comportamiento y vida de la unión empernada depende en gran cantidad de la magnitud y estabilidad de la fuerza de sujeción [6].

La unión empernada debe reunir por lo menos los siguientes tres requerimientos básicos[7]:

- a) El perno debe tener una resistencia adecuada.
- b) La unión debe demostrar un factor de seguridad ante separación a una carga límite. Usualmente se requiere que no ocurra separación de los miembros.
- c) El perno debe tener una adecuada vida de fractura (por carga estática) y fatiga (por cargas variables).

Para un diseño fiable de las uniones empernadas, es necesario evaluar la fracción actual de fuerza externa transmitida a través del perno. La rigidez del perno y la rigidez de los miembros de la unión determinan la fracción de fuerza externa compartida entre el perno y los miembros.

CAPÍTULO 2

2. Estado del arte

El estado de arte que se presenta en este capítulo incluye investigaciones que tratan los principales factores que intervienen en el modelado de la unión emperrada mediante la técnica de elementos finitos, comportamiento y vida a la fatiga. Se divide en tres partes: 1) Modelado de la unión, 2) Estudios de la rigidez de los miembros de la unión y 3) Fatiga de la unión.

2.1 Modelado de la unión

Existen diversos estudios desarrollados por diferentes autores en los que modelan el comportamiento de la unión emperrada sometida a precarga y fuerzas externas. Para ello, han utilizado diferentes modelos y técnicas para representar las piezas y fuerzas. Estos estudios manejan en sus modelos diferentes tipos de elementos, densidades de malla, condiciones de frontera, entre otros factores que afectan el tiempo de cómputo consumido, eficiencia y precisión del análisis.

En 2004, McCarthy *et al* [8] realizaron modelados por elementos finitos tridimensionales de uniones emperradas a traslape simple, incluyendo materiales compuestos, y validaron sus modelos comparando los resultados con pruebas experimentales. Variaron parámetros en el modelado como la densidad de malla, orden del elemento, condiciones de frontera, tipo de análisis y material del modelo. Aplicaron la carga externa en forma de desplazamiento prescrito (Fig. 2.2), mientras que la precarga del perno fue mediante la técnica de expansión térmica, aplicada en una arandela en la dirección longitudinal del eje del perno.

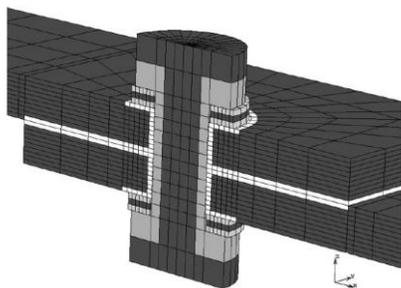


Fig. 2. 1 Unión emperrada con capas de material compuesto y elementos en contacto [8].

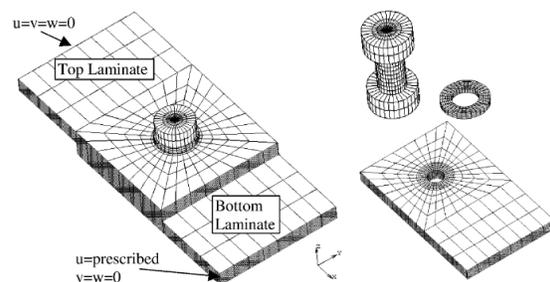


Fig. 2. 2 Modelo de elementos finitos de la unión a traslape simple con condiciones de frontera y distribución de malla [8].

Obtuvieron las deformaciones y distribución de esfuerzo en la unión, posteriormente las compararon con mediciones experimentales mediante galgas extensométricas colocadas en las placas y el perno.

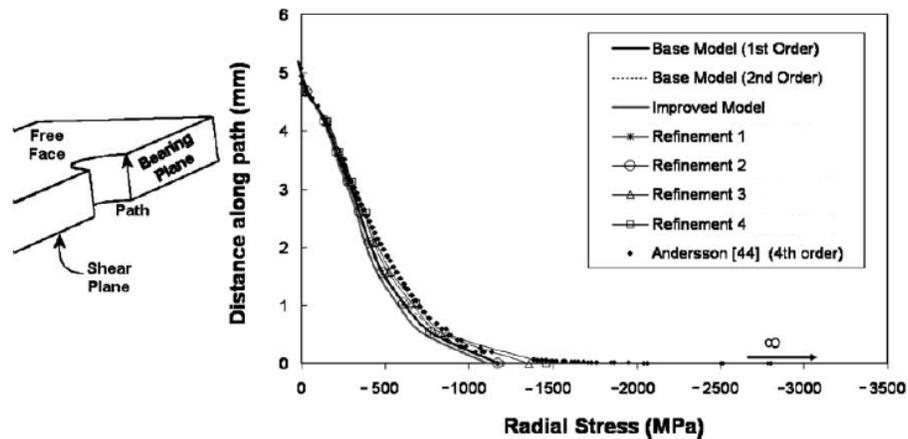


Fig. 2. 3 Distribución de esfuerzo radial en el agujero de la unión emperrada a traslape. Resultados de varios modelos con diferentes refinamientos de malla y tipos de elementos [8].

Sus resultados indicaron que los modelos con más refinamiento de malla mejoraron su correlación con los resultados experimentales. El efecto más perjudicial en el costo computacional ocurrió cuando el número de elementos en contacto se incrementó, o cuando los elementos de segundo orden entraron en contacto.

En conclusión, encontraron que los modelos de elementos finitos con tiempos de corrida razonables en una computadora estándar pueden producir resultados en estrecho acuerdo con los experimentos. Sólo que el proceso requiere de cuidadosas consideraciones de la geometría, contacto, tipo de elemento, malla, entre otros, ya que puede sobreestimar los esfuerzos en lugares singulares.

En 2004, Zhang y Poirier [9] analizaron el comportamiento de uniones emperradas simples a tensión mediante elemento finito y desarrollaron un modelo analítico representativo que considera las no linealidades que esta presenta. Demostrando que el comportamiento de las uniones emperradas es mucho más complicado que el descrito por la teoría convencional.

Principalmente estudiaron la variación del factor de carga (porcentaje de carga externa tomada por el perno que incrementa la tensión en éste) con respecto a la razón entre la fuerza externa y la precarga aplicada en la unión. Además consideraron tres casos de posición de la fuerza externa (Fig. 2.4) para analizar el estado de deformación de la unión y su efecto en la transferencia de las fuerzas.

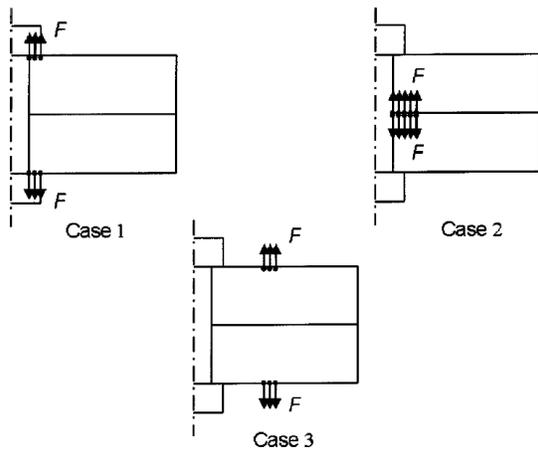


Fig. 2. 4 Casos de carga de la unión emperrada en el análisis por elemento finito [9].

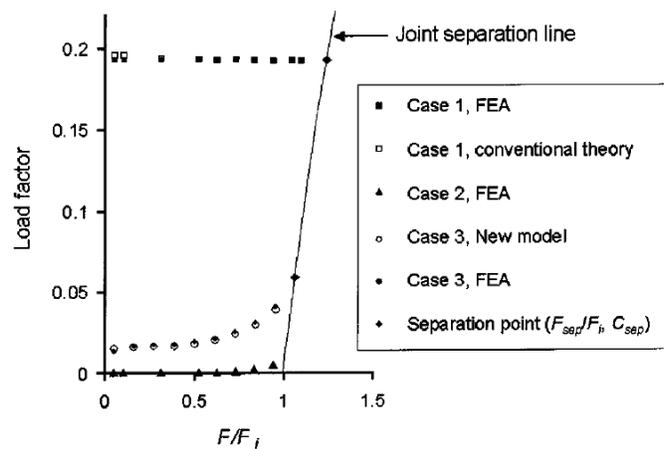


Fig. 2. 5 Variación del factor de carga aparente de la unión emperrada con respecto a la razón entre la fuerza externa y la precarga [9].

Encontraron deficiencias importantes en la teoría clásica de uniones emperradas [1], [5], [6] en el cálculo de la fuerza en el perno después de aplicar una fuerza externa sobre la unión al no distinguir donde se aplica. Sin embargo, el comportamiento de la deformación de la unión sujeta a una fuerza externa de separación depende del nivel y la ubicación de esta, por tal motivo la teoría convencional puede predecir resultados de fuerza en el perno muy diferentes a los obtenidos experimentalmente.

Además desarrollaron un modelo analítico representativo que describe el comportamiento de la unión en estrecho acuerdo con los resultados de las simulaciones, considerando rigideces adicionales en los miembros a las calculadas durante la precarga. Pero los valores de estas rigideces fueron obtenidos previamente de las simulaciones por elemento finito.

En 2005, Aurelian Vadean *et al* [10] desarrollaron un modelo numérico usando el método de elemento finito para el cálculo rápido de rodamientos de giro de gran diámetro (hasta 13 m) sujetos a un momento flexionante, unidos con un gran número de pernos. Modelaron sólo la parte exterior del rodamiento (Fig. 2.6) y utilizaron elementos 2D y 3D para representar las partes de la unión (Fig. 2.7).

Este modelo toma en cuenta simultáneamente la rigidez a la flexión y la rigidez en dirección axial del perno y los miembros. El perno lo modelaron mediante un elemento tipo viga; los miembros con elementos tipo tubo modificado (híbrido), basados en la formulación de elementos tipo cascarón cilíndricos; la zona de contacto entre el anillo del rodamiento y el

montaje incluyó elementos tipo placa y elementos tipo resorte para simular un contacto con comportamiento elástico.

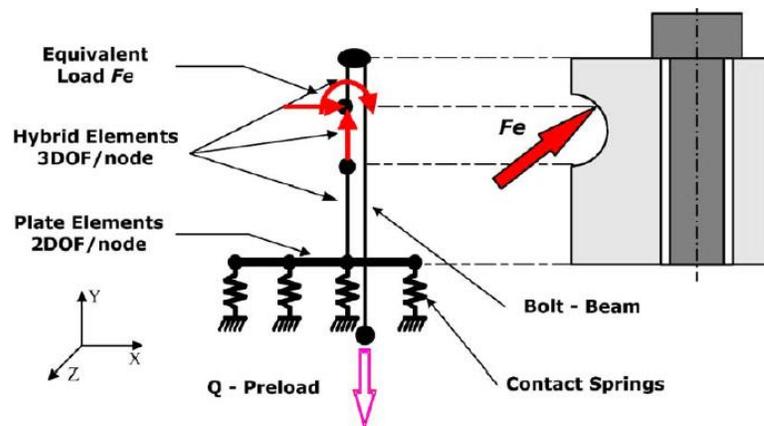
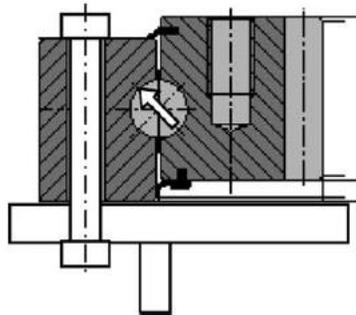


Fig. 2. 6 Dibujo esquemático de la unión de un rodamiento de giro (bola)[10].

Fig. 2. 7 Principio de modelado y discretización del rodamiento de giro [10].

Tomaron como base los resultados de la simulación de la unión mediante un software comercial, usando un modelo 3D (Fig. 2.8) para comparar y modificar su modelo numérico, obteniendo valores de la fuerza en el perno y momento con 20% de margen de error relativo en el intervalo de carga establecido por el fabricante de los rodamientos.

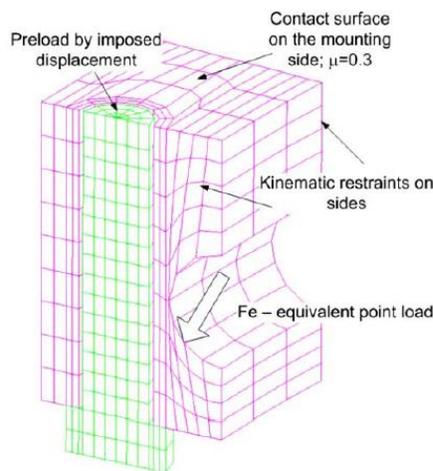


Fig. 2. 8 Modelo 3D representativo de la unión empernada en el rodamiento de bola [10].

En 2006, Kim *et al* [11] investigaron la técnica de modelado estructural de uniones empernadas. Para ello, trabajaron con cuatro modelos de elemento finito en los cuales los miembros o bridas estuvieron constituidos por elementos 3D. Sin embargo, representaron al perno de diferentes formas: un modelo con perno sólido, un modelo acoplado, un modelo

tipo araña y un modelo sin perno (presión). Todos éstos consideraron el efecto de la precarga y contacto entre las bridas unidas.

El modelo con perno sólido (Fig. 2.9a) fue conformado por elementos 3D en todas sus partes y contó con contacto tipo superficie-a-superficie entre las regiones de la cabeza, la tuerca y las bridas; la precarga fue mediante el método de deformación térmica virtual aplicada al perno.

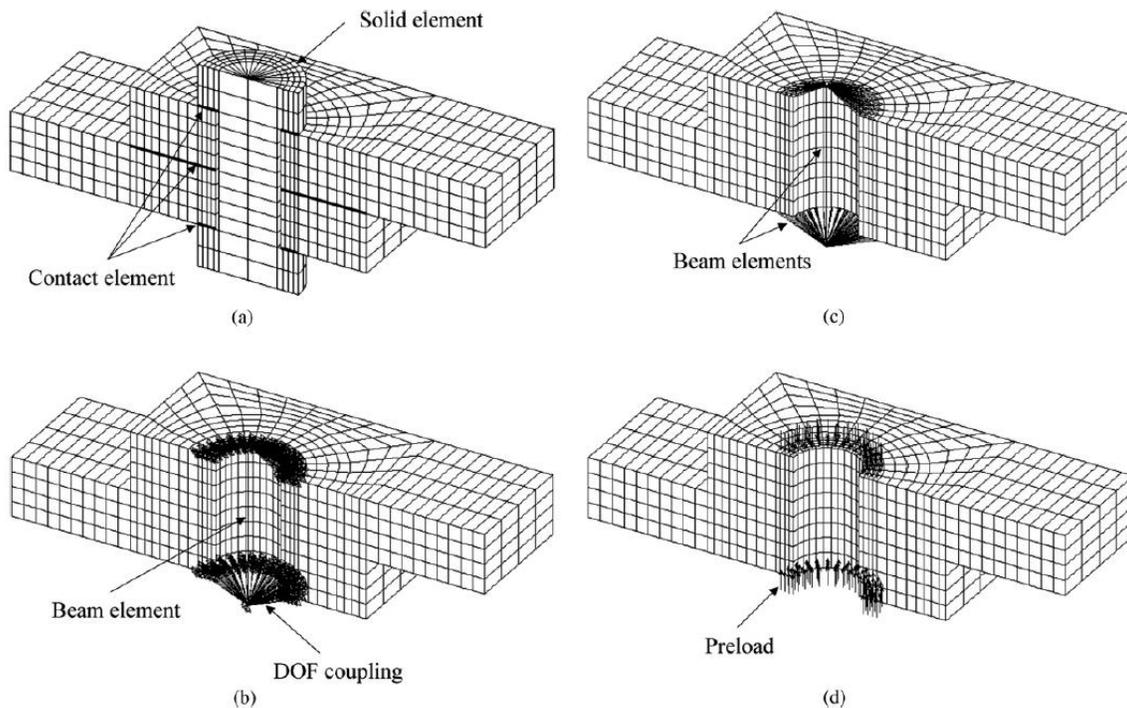


Fig. 2. 9 Modelos por elemento finito con cuatro diferentes formas de representar el perno en una unión emperrada [11].

En el modelo con perno acoplado (Fig. 2.9b) el vástago del perno fue modelado mediante un elemento viga, y los nodos de las bridas correspondientes al área de la cabeza del perno y la tuerca fueron conectados al vástago mediante el acoplamiento de sus grados de libertad; la precarga fue mediante la aplicación directa de una deformación inicial al vástago del perno. En el modelo de perno araña (Fig. 2.9c.) aplicaron la precarga mediante un desplazamiento inicial en el perno; además, éste consta de elementos vigas tridimensionales para representar la tuerca, el vástago y la cabeza del perno. En el modelo sin perno (Fig. 2.9d), la presión correspondiente a la fuerza de sujeción fue impuesta sobre la

superficie de la arandela para adoptar el efecto de la precarga, pero dicho modelo no puede ser capaz de considerar la influencia de la rigidez del perno en la simulación.

Encontraron la distribución de esfuerzos en la unión, destacando que el modelo de perno sólido puede predecir más precisamente el comportamiento físico de la estructura, ya que proporcionó la respuesta que más se aproximó a los resultados experimentales. Además, el modelo del perno acoplado, mostró la mayor eficiencia en cuanto al uso de tiempo computacional y consumo de memoria. El modelo acoplado y el modelo tipo araña pueden ahorrar el 62% y 49% del tiempo computacional respectivamente, y 21% y 19% de uso de memoria comparado con el modelo del perno sólido.

En 2008, Williams *et al* [12] realizaron un análisis del comportamiento de una unión empernada simple a tensión bajo una carga de separación mediante el modelado por elemento finito y técnicas experimentales. Utilizaron un modelo en 2D axisimétrico para representar la unión utilizada en el experimento, el cual se muestra en la Fig. 2.10 con sus respectivas condiciones de frontera, distribución de malla y fuerzas aplicadas.

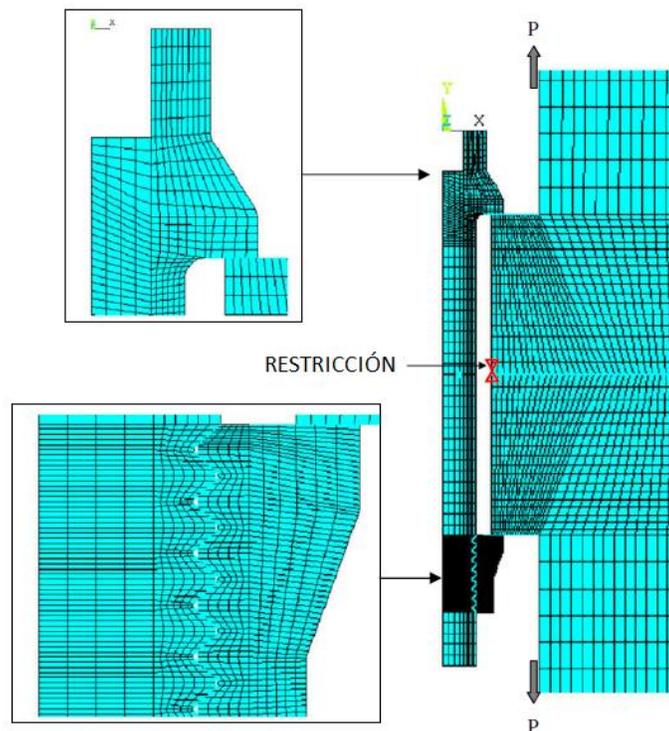


Fig. 2. 10 Representación de una unión empernada mediante un modelo 2D axisimétrico [12].

En su estudio demostraron que no es necesario modelar la interacción entre las roscas del perno y la tuerca para obtener resultados confiables con respecto a las pruebas experimentales. También encontraron diferencias entre la carga tomada por el perno debido a una carga externa calculada mediante el método analítico tradicional y la obtenida en las simulaciones. Además, observaron que de acuerdo con la aplicación de la carga en su modelo, las superficies de los miembros sujetos pierden contacto en la región del diámetro exterior como se ve en la Fig. 2.11.

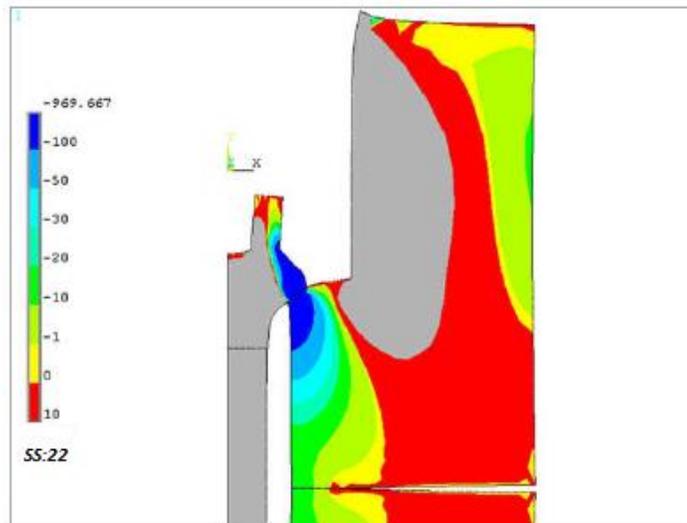


Fig. 2. 11 Campo de esfuerzos de una unión emperrada sujeta a una carga externa de tensión [12].

La variación de la carga del perno debido a una carga externa calculada mediante su análisis numérico coincidió con los resultados experimentales, lo que admite el uso de modelos axisimétricos para representar uniones emperradas axisimétricas.

En 2012, Yang *et al* [13] analizaron el comportamiento no lineal de una unión emperrada bajo carga excéntrica de separación debido a la deformación plástica, usando técnicas analíticas, elemento finito y experimentales. Utilizaron un modelo elasto-plástico para estudiar la pérdida de la fuerza de apriete en los miembros de la unión debido a una precarga que provoca fluencia en el perno y a una fuerza externa cíclica de tensión.

El modelo de elementos finitos de la unión emperrada utilizado fue construido usando el programa comercial ABAQUS/Standard 6.7 que incluyó precarga y una fuerza excéntrica de separación se muestra en la Fig. 2.12. Así como el ensamble de la unión para el análisis experimental Fig. 2.13.

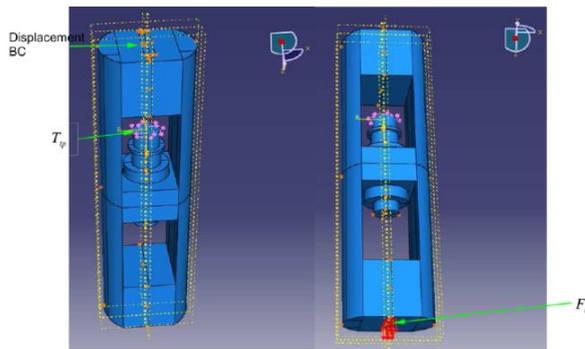


Fig. 2. 12 Modelo de elementos finitos (3D) de la unión emperrada con precarga y carga excéntrica [13].



Fig. 2. 13 Ensamble de la unión emperrada para el análisis experimental [13].

Encontraron la variación en la tensión del perno y la fuerza de apriete en los miembros de la unión para una precarga y una fuerza externa dada. Mostrando una pérdida de la fuerza de apriete debido a la deformación plástica del perno después del primer ciclo de aplicación de la fuerza externa (Fig. 2.14).

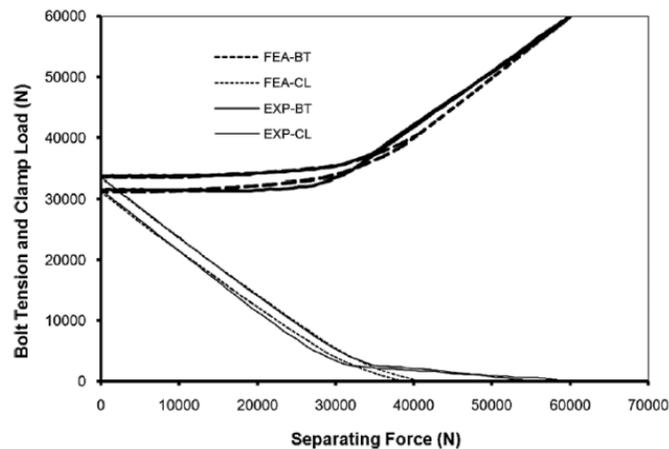


Fig. 2. 14 Variación de la fuerza en el perno y la fuerza de apriete debido a una carga cíclica de separación [13].

Los resultados obtenidos de la simulación y la experimentación presentaron gran concordancia. Concluyendo que la cantidad total de reducción de la fuerza de apriete (pérdida permanente) ocurre durante el primer ciclo de fuerza externa y luego se mantiene constante, esta cantidad de fuerza de sujeción perdida es proporcional al incremento de deformación plástica en el perno. La ubicación de la carga de separación puede afectar tanto el incremento de la tensión en el perno como la reducción de la fuerza de apriete en la unión emperrada.

En 2013, László Molnár *et al* [14] realizaron un modelado por elemento finito, en el cual analizaron los esfuerzos en uniones mecánicas con pernos en el estado de precarga, aplicando leyes elásticas y elasto-plásticas en el material de las piezas. Examinaron la diferencia entre los cálculos de la unión empernada en el caso considerar y de omitir la parte roscada entre el perno y la tuerca, con el propósito de simplificar el modelo de la unión.

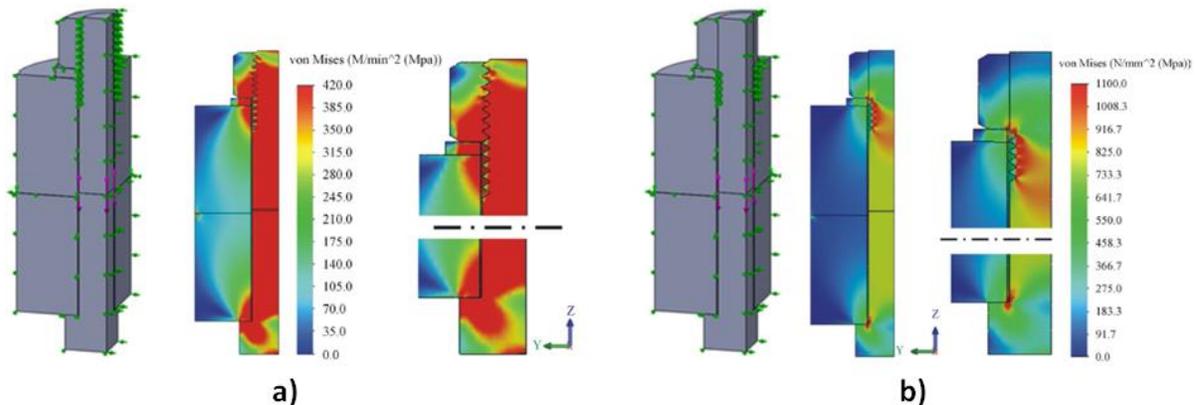


Fig. 2. 15 Modelos simplificados en 3D de la unión empernada. Distribución de esfuerzo [14].

Utilizaron dos modelos 3D, en los que aprovecharon la ventaja de la simetría para analizar sólo la cuarta parte de la unión, y así, reducir el tiempo de cómputo en el modelado. En un modelo consideraron la interacción de las roscas del perno y la tuerca (Fig. 2.15a), mientras que en el segundo consideraron al perno y a la tuerca como una sola pieza, excluyendo la zona roscada (Fig. 2.15b). Sus modelos discretos y los resultados de la distribución de esfuerzos de Von Mises se encuentran en la Fig. 2.15.

Con base en los desplazamientos presentados en su análisis, concluyeron que el modelo simplificado de la Fig. 2.15 b) mostró un comportamiento 9% más rígido que el modelo de la Fig. 2.15 a) por no considerar la interacción entre los elementos roscados.

Posteriormente, en el 2014 László Molnár *et al* [15] realizaron un análisis numérico de un cantiléver fijado a un marco mediante cuatro pernos (Fig. 2.16) tensionados hasta su resistencia de fluencia. Dicho estudio trata con el dimensionamiento del marco y los problemas de fijación, la distribución de la fuerza en los pernos, las relaciones de deslizamientos y contacto local.

Elaboraron un modelo de elementos finitos (Fig. 2.16a) en el que fijaron el marco en su plano de corte y aplicaron las fuerzas a través de los dos agujeros del cantiléver.

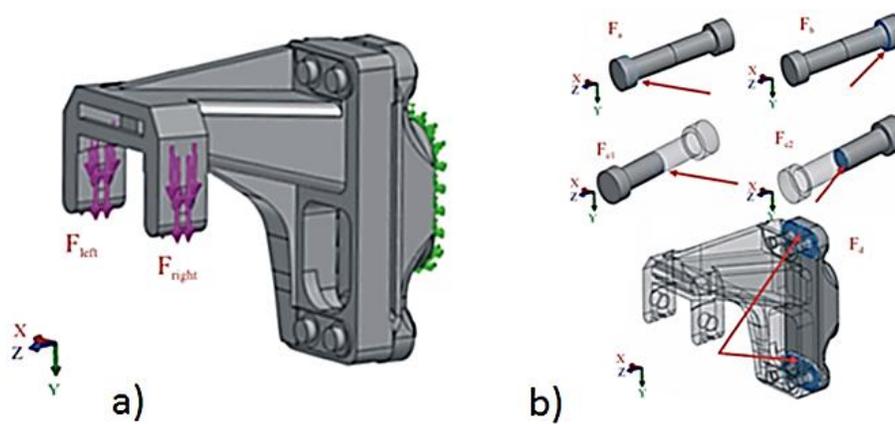


Fig. 2. 16 Cantiléver unido con pernos, condiciones de frontera (verde) y condiciones de carga (magenta) a). Ubicación de las fuerzas y superficies de contacto monitoreadas en las piezas b) [15].

La Fig. 2.16b. presenta los pernos analizados, los cuales fueron cortados en la mitad de su longitud y contienen una muesca que separa las dos mitades, lo que les permitió aplicar la precarga sobre las dos superficies generadas en el vástago. Además, se muestran las superficies estudiadas de las partes donde se monitorearon las fuerzas y el contacto.

Para simular la precarga en los pernos y las condiciones de carga en servicio de la unión les fue necesario realizar el análisis en tres etapas. Esto, debido a que su modelo ensamblado no fue capaz de manejar fuerzas sino sólo desplazamientos, por lo que calcularon las deflexiones por separado: primeramente obtuvieron la deflexión de los pernos causada por la precarga; enseguida pegaron las dos piezas y aplicaron las fuerzas externas para obtener la deflexión en el cantiléver. Una vez obtenidos los desplazamientos, fueron prescritos en el modelo ensamblado con condiciones de contacto.

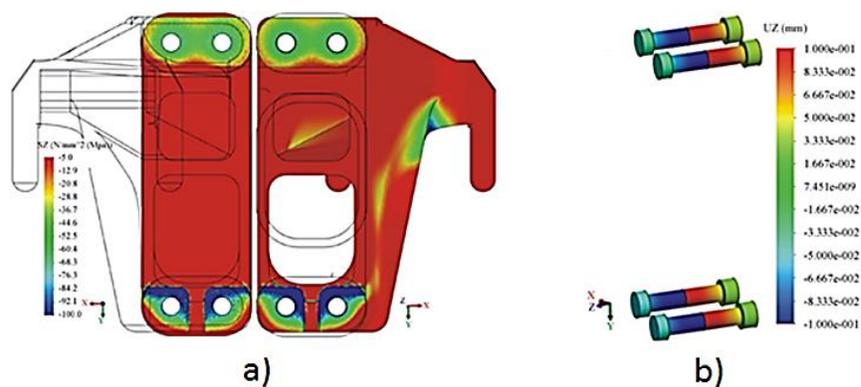


Fig. 2. 17 Distribución de esfuerzo en el cantiléver y el marco a). Desplazamientos en los pernos inducidos por la precarga b)[15].

Las Fig. 2.17a y Fig. 2.17b muestran los resultados que obtuvieron de la distribución de esfuerzo en las piezas y los desplazamientos en los pernos respectivamente. Compararon cómo varían las fuerzas de contacto en las superficies alrededor de los pernos al aplicar la precarga y las fuerzas externas sobre el cantiléver, obteniendo diferencias en magnitud debido a las deformaciones elásticas de los elementos.

Concluyeron que la magnitud de los deslizamientos en las superficies de contacto no son iguales y encontraron el coeficiente de fricción mínimo para evitar los deslizamientos relativos de las piezas.

En 2014, Shunichiro *et al* [16] analizaron el factor de concentración de esfuerzos en la raíz de las cuerdas de un perno en una unión empernada sujeta a cargas estáticas mediante un modelado por elementos finitos en 3D considerando comportamiento elástico y elasto-plástico en el material, tomando en cuenta la espiral de las cuerdas del perno. Utilizaron dos cilindros huecos para representar las partes unidas por el perno Fig. 2.18 y manejaron varios valores de precarga en la unión.

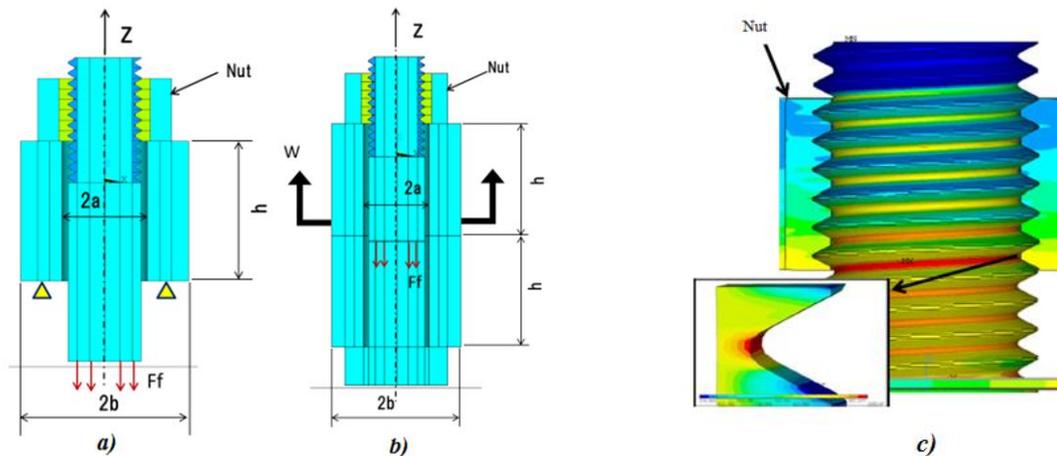


Fig. 2. 18 Modelo de la unión empernada para el análisis por elementos finitos con condiciones de frontera en estado de precarga a), en el caso con fuerza externa de tensión b) y esfuerzos Mises en las cuerdas del perno en el caso de una precarga igual al 80% de su esfuerzo de fluencia c) [16].

Obtuvieron el campo de esfuerzos Mises en la rosca del perno Fig. 2.18 c) y los esfuerzos Mises normalizados a lo largo de esta para los casos de precarga y fuerza externa Fig. 2.19 a) y b). Encontrando que el valor máximo de esfuerzo se desplaza de la primera cuerda libre del perno (en estado de precarga) a la primera cuerda ensamblada con la tuerca (en estado de carga externa) Fig. 2.19 b).

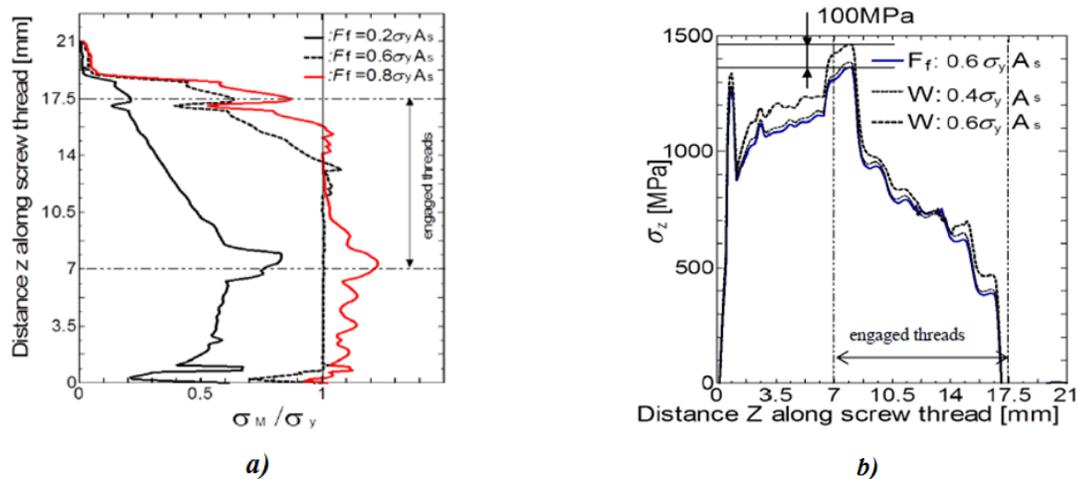


Fig. 2. 19 Esfuerzos Mises normalizados a lo largo de la rosca del perno en estado de precarga a) y fuerza externa b).

Obtuvieron un factor de concentración de esfuerzos en las cuerdas del perno estudiado de 3.2 y concluyeron que la ruptura del perno en uniones bajo carga estáticas de tensión ocurre en las cuerdas libres del perno dentro del agarre y la ruptura por fatiga ocurre en la primera cuerda del perno ensamblada con la tuerca, por lo que las rupturas del perno son diferentes entre cargas estáticas y cargas repetidas.

2.2 Estudios sobre la rigidez de los miembros de la unión

La rigidez de los miembros de la unión influye directamente en la seguridad de un diseño respecto a cargas estáticas y de fatiga al gobernar las variaciones de fuerza, así como, en la prevención de la separación de la conexión [17].

Es complicado calcular la rigidez de los miembros de la unión debido a que presentan deformaciones tridimensionales y heterogéneas al ser comprimidos por el perno [18], por lo que no hay disponible un método analítico exacto para calcular el área comprimida efectiva y a su vez la rigidez de éstos. Por ello, es que diferentes investigadores han desarrollado muchas técnicas analíticas para evaluar la rigidez de los miembros de la unión, basadas en distintas hipótesis. Algunas consideran el material de las piezas, coeficientes de fricción y otros modelos son puramente geométricos.

La Fig. 2.20 muestra algunas de las formas tomadas para sustituir los miembros de la unión en compresión en el cálculo de su rigidez y deformaciones.

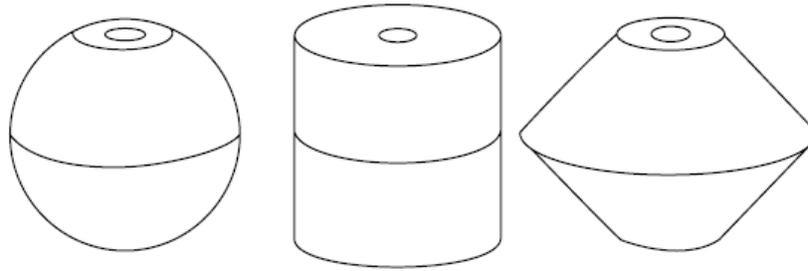


Fig. 2. 20 Formas equivalentes sustitutas para el cálculo de la rigidez de los miembros [6].

El procedimiento más común, es usar un cono de presión en el cual la distribución de esfuerzo es parecida a un cono truncado con un ángulo envolvente, donde la magnitud del campo de esfuerzo fuera de la región del cono de presión es considerada despreciable [1][5]. Otros autores como [6][19][20] determinan la rigidez de los miembros usando partes cilíndricas equivalentes cuya área depende del tamaño de la unión.

En 1971, Bradley *et al* [21] desarrollaron un análisis fotoelástico tridimensional para estimar la distribución de presión de contacto entre los miembros. Posteriormente, otros investigadores han usado métodos numéricos como el *método de elementos finitos* (MEF). En 1991, Wileman *et al* [22] desarrollaron un análisis axisimétrico por MEF de la unión y propuso una expresión exponencial para la rigidez de los miembros.

En 2006, Feras Alkatan *et al* [23] presentaron un nuevo enfoque para el cálculo de la rigidez axial de varios elementos de la unión empernada mediante modelados por elementos finitos basados en la energía de deformación, tomando en cuenta el tipo de material y coeficientes de fricción de los elementos en contacto.

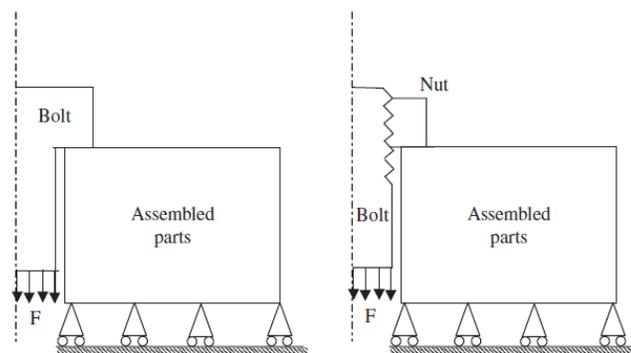


Fig. 2. 21 Unión empernada separada en secciones para el análisis de la rigidez de sus elementos [23].

Para calcular la rigidez de la unión partitionaron el ensamble en dos secciones: la cabeza del perno y miembro sujetado; la porción roscada del perno, las cuerdas roscadas de la tuerca y el miembro sujetado (Fig. 2.21).

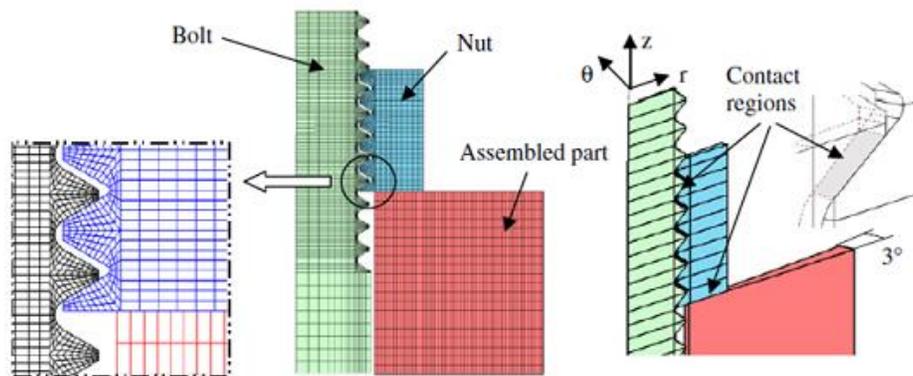


Fig. 2. 22 Modelo axisimétrico del perno, la tuerca y el miembro sujetado (porción angular de 3°) [23]

En la simulación, utilizaron un modelo axisimétrico (Fig. 2.22) con una porción angular de 3° con condiciones de contacto entre las piezas y condiciones de frontera en las caras para representar la unión completa.

Posteriormente obtuvieron una expresión para la rigidez de las partes funcionales, considerando cada subconjunto como resortes con una rigidez equivalente y usando el principio de conservación de la energía. Para ello, igualaron el trabajo realizado por las fuerzas externas en la unión con la energía de deformación elástica de las piezas y la disipación de energía friccional en el área de contacto extraída directamente de la simulación.

En 2009, Sethuraman y Kumar [18] evaluaron la rigidez de los miembros de uniones empernadas mediante un análisis por elemento finito, usando el software ANSYS. Su estudio paramétrico incluyó la variación del diámetro del agujero, longitud de agarre de la unión y la razón de Poisson del material de los miembros. Sin embargo, no consideró los efectos del diámetro de los mismos, la fricción en las cuerdas, ni fricción entre la cabeza del perno, la arandela y los elementos unidos.

Para el modelado de la unión, asumieron una geometría perfectamente axisimétrica, así como, los dos miembros de igual espesor y material, por lo que utilizaron un modelo simétrico para representar la unión (Fig. 2.23). Simuló la transferencia de carga mediante dos diferentes métodos y compararon sus resultados.

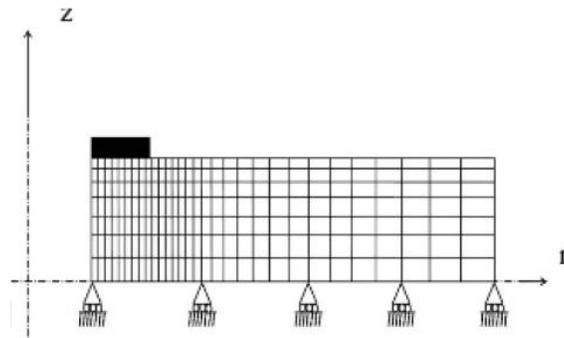


Fig. 2. 23 Modelo discreto de la unión con densidad de malla y condiciones de frontera para simular la simetría [18].

En el primer método consideraron una arandela altamente resistente en comparación con los miembros y aplicaron la carga mediante un desplazamiento prescrito a los nodos superiores ubicados en la zona de contacto entre la arandela y el miembro superior (Fig. 2.24a), posteriormente obtuvieron la rigidez del miembro sumando las fuerzas de reacción de los nodos debajo de la arandela y dividiéndolos entre el desplazamiento inicial aplicado.

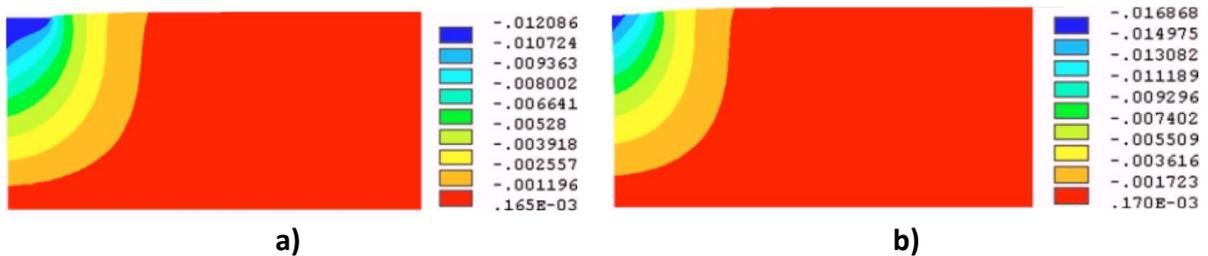


Fig. 2. 24 Desplazamientos en el miembro con arandela rígida a) y arandela suave (presión) b) [18].

En el segundo método consideraron una arandela suave comparada con el miembro de la unión, por lo que aplicaron una presión uniforme sobre los nodos superiores del mismo, tomando en cuenta el diámetro de la arandela. La rigidez del miembro se obtuvo usando la presión aplicada sobre el área de la arandela y el promedio de los desplazamientos de los nodos en dicha zona (Fig. 2.24b).

Obtuvieron valores de rigidez más altos al asumir la arandela rígida. Destacando que la rigidez de los miembros depende de las dimensiones del agujero, diámetro de la arandela, longitud de agarre de la unión, módulo de Poisson y la constante de Lamé del material.

En 2011, Nawras Haidar *et al* [17] desarrollaron un modelo analítico para el cálculo de la rigidez de los miembros en uniones empernadas, para campos de esfuerzo parcial y

totalmente desarrollado. Este modelo considera una distribución de esfuerzo polinomial de tercer orden. Además se basaron en los resultados de análisis por elemento finito para estimar el ángulo envolvente que provee resultados más precisos, utilizado en el modelo analítico.

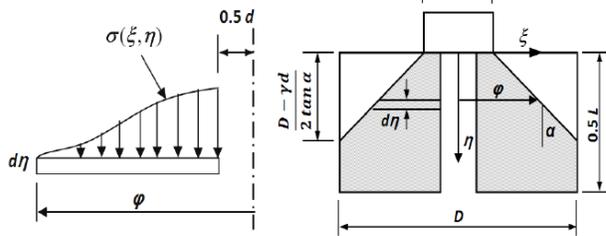


Fig. 2. 25 Distribución polinomial de esfuerzo a través del miembro de la unión utilizada en el modelo analítico [17].

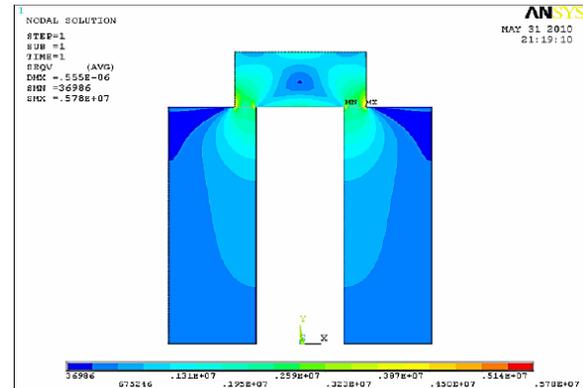


Fig. 2. 26 Distribución de esfuerzos a través del modelo simulado mediante elemento finito [17].

La Fig. 2.25 presenta la distribución de esfuerzo generada por el polinomio de tercer orden, así como las variables incluidas en el modelo para el cálculo de la rigidez del miembro. En la Fig. 2.26 se muestra el campo de esfuerzos obtenidos del modelo simulado en un software de elemento finito (ANSYS). Los resultados de rigidez que obtuvieron con el modelo analítico presentaron un porcentaje de diferencia menor al 3 %, comparado con los resultados de la simulación usando un ángulo envolvente de 36°.

En 2005, Zhang [24], realizó un estudio del comportamiento de las uniones empernadas axisimétricas y presentó un nuevo modelo analítico representativo para estas uniones que incluyó diferencias respecto a la teoría convencional. En su modelo, consideró que además de la rigidez de los miembros calculada durante la precarga (utilizada en la teoría convencional), cuando se presenta una carga externa entran en juego otras rigideces de los miembros como: la rigidez rotacional o de flexión asociada con el momento causado por la fuerza externa; la variación de rigidez asociada con la fuerza residual; y la rigidez de compresión asociada a la fuerza externa, lo que influye en la respuesta de la unión a fuerzas externas.

Menciona que el factor del plano de carga afecta directamente el factor de carga de la unión, el cual se presenta cuando la carga externa es aplicada en los niveles intermedios de los miembros. Éste factor no ha sido bien documentado como un coeficiente exacto de

ajuste, pero en la práctica se usa un número artificial que va desde 1 a 0.5, o los diseñadores recurren a análisis por elemento finito y experimentos de laboratorio.

2.3 Fatiga de la unión

Una de las principales causas de falla de las uniones empernadas es la fatiga. Esto sigue siendo una preocupación, ya que la falla de sólo un perno puede provocar inestabilidad y consecuentemente la pérdida del sistema entero. Se han reportado diversos casos de falla por fatiga de la unión en servicio, por lo que investigadores han realizado estudios por elemento finito y pruebas experimentales para identificar las causas de la falla, las zonas más vulnerables y comportamiento de la vida de fatiga de la unión.

En 1995, Rabb [25] realizó un estudio acerca de la falla por fatiga de una biela en un motor diésel. Al examinar las superficies donde se presentó la fractura, determinó que la grieta por fatiga se originó en la quinta cuerda del perno que sujeta la biela, por lo que desarrolló un análisis de elementos finitos. Utilizó dos modelos: uno burdo en 3D de la geometría completa de las piezas para determinar las fuerzas en el perno (Fig. 2.27a) y otro modelo axisimétrico (Fig. 2.27b) para determinar los factores de concentración de esfuerzo en la rosca, en el cual introdujo la geometría real de la misma.

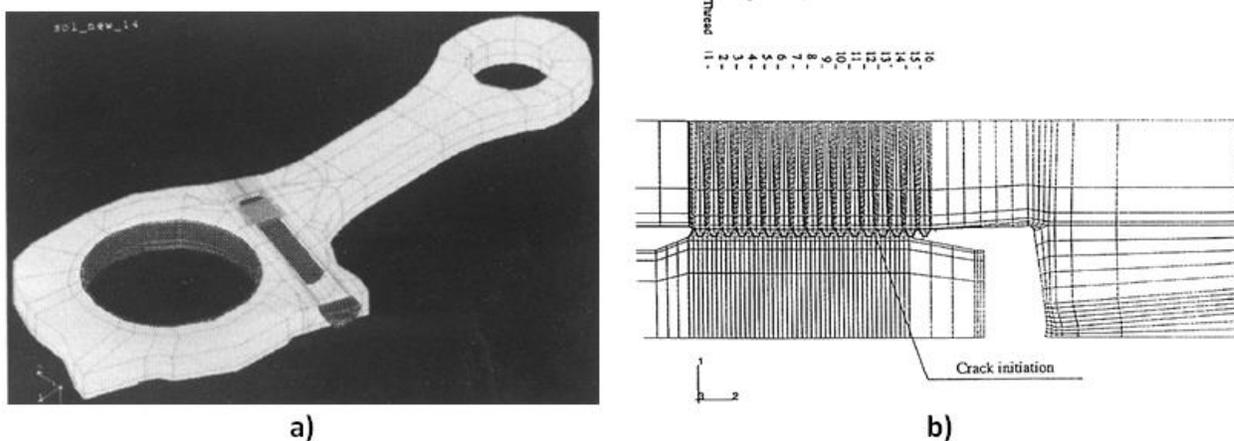


Fig. 2. 27 Modelo global en 3D de la biela a) y modelo local 2D axisimétrico de las cuerdas de la unión b) [25].

Basándose en los resultados obtenidos del análisis por elemento finito le dio solución al problema modificando el perfil de la rosca, de manera que redujo la concentración de esfuerzos en la raíz de la misma donde se originó la falla por fatiga.

En 2008, Griza *et al* [26], desarrollaron un análisis para evaluar la principal causa de falla en un motor diésel que colapsó. Determinaron que hubo ruptura por fatiga en uno de los cuatro pernos de una biela del motor (Fig. 2.28) mediante el escaneo y observación de la superficie de la fractura a través de un microscopio electrónico de barrido (MEB).

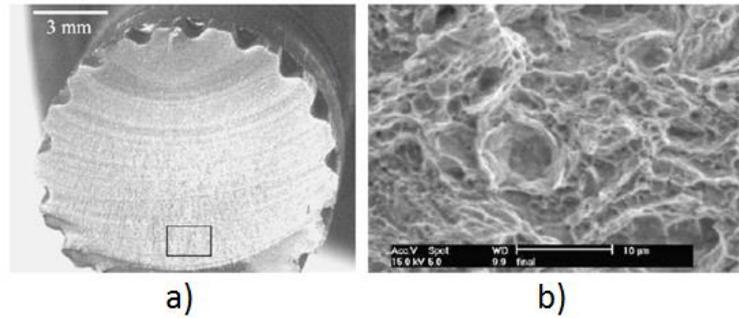


Fig. 2. 28 Fractura de fatiga del perno en una biela. Presenta marcas de playa en a) y la formación de hoyuelos que corresponden a la superficie de fractura inestable en b) [26].

Realizaron un análisis por elemento finito del ensamble entre la biela y los pernos para analizar la correlación entre la fuerza de apriete, las fuerzas externas en servicio y la magnitud de esfuerzos resultantes en el vástago del perno. La Fig. 2.29 muestra un cuarto del ensamble de la biela, incluyendo las condiciones de frontera y la malla generada.

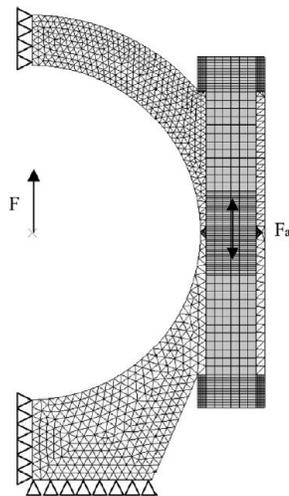


Fig. 2. 29 Modelo por elemento finito del ensamble biela-perno. Condiciones de frontera y generación de malla [26].

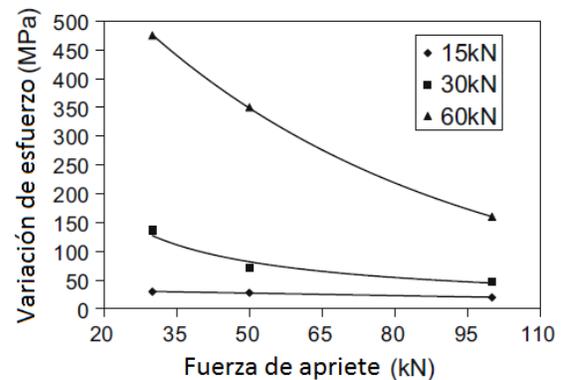


Fig. 2. 30 Correlación de la amplitud de esfuerzo normal que experimenta el perno y la fuerza de apriete, debido a tres magnitudes de fuerza externa usadas [26].

Hicieron algunas simplificaciones importantes como el no incluir la supervisión de la concentración de esfuerzo en los surcos donde ocurrió la falla, ya que el vástago del perno modelado fue cilíndrico liso, sin surcos. Por tal razón sólo contemplaron el esfuerzo en la sección constante del vástago del perno. Concluyeron que al incrementar el par de apriete en la unión, proporciona una disminución no lineal de la amplitud de esfuerzo experimentada en el vástago del perno (Fig. 2.30). También que incrementando la fuerza externa incrementa la amplitud de esfuerzo y la no linealidad de la curva (Fuerza de apriete-Variación de esfuerzo en el perno).

En 2009, Gonzales [27] realizó ensayos de tensión simple y a fatiga en control de carga a uniones emperradas para observar sus modos de fallo. Empleó intervalos de oscilaciones de tensiones constantes con distintos valores del factor R , que es la razón de tensiones o tipo de carga ($\sigma_{min} / \sigma_{max}$).

De los ensayos de tensión simple con control de desplazamiento (velocidad de movimiento de mordaza de 2mm/min) hasta rotura, obtuvieron las fracturas correspondientes en el perno (Fig. 2.31).

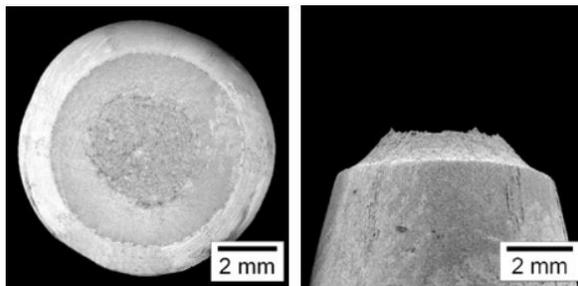


Fig. 2. 31 Superficie de fractura del perno en tracción simple (copa-cono con zona central plana y fibrosa formada con una corona exterior de paredes a 45°) [27].

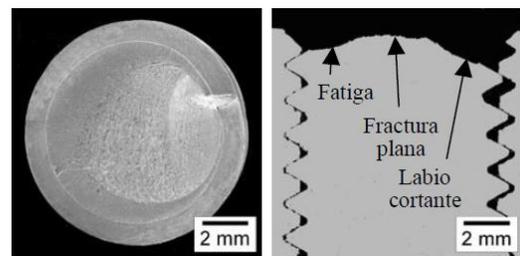


Fig. 2. 32 Superficie de fractura en fatiga del perno. Muestra una primera región fatigada, seguida de una zona de fractura plana y finalmente una fractura inclinada o labio cortante [27].

Para la caracterización de fatiga de la unión, realizaron ensayos en control de carga ($\Delta\sigma_{constante}$) con forma de onda sinusoidal, frecuencia de 10Hz y diferentes valores del factor R (0, 0.25 y 0.50). Los ensayos se mantuvieron hasta rotura o hasta que se consiguieron 10^6 ciclos, obteniendo las curvas de Wöler (Fig. 2.33 y 2.34) y las superficies de fractura (Fig. 2.32)

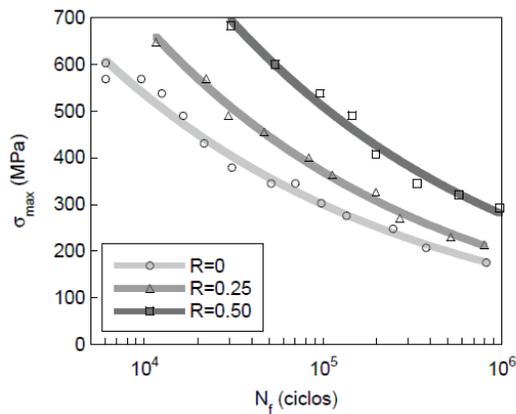


Fig. 2. 33 Curvas de Wöhler ($\sigma_{max} - N_f$) de uniones empernadas [27].

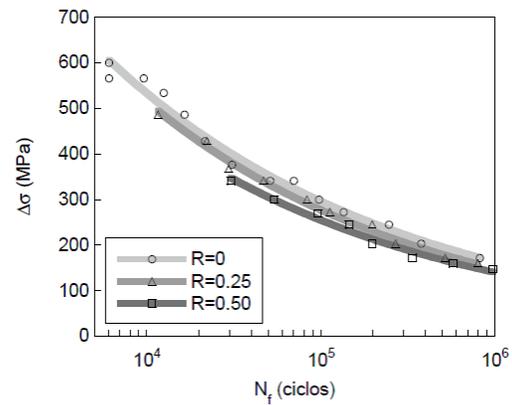


Fig. 2. 34 Curvas de Wöhler ($\Delta\sigma - N_f$) de uniones empernadas [27].

Concluyeron que en la prueba de tensión simple, la rotura de las probetas no siempre sucedió en la parte roscada. Si el tornillo no había sido enroscado por completo, la rotura se produjo en el fondo de alguno de los filetes exteriores de la unión. Mientras que si todos los filetes estaban dentro de la unión y no había libres, la rotura sucedió en la caña del tornillo.

Agregaron que la fatiga es un fenómeno biparamétrico, donde el aumento de σ_{max} o de $\Delta\sigma$ disminuye la vida en fatiga. El tipo de carga aplicada a la unión interviene en la vida en fatiga de ésta, de modo que las curvas de mayor valor de R , al presentar valores más altos de esfuerzos medios reducen la capacidad de amplitud de esfuerzo de la unión. La fractura por fatiga sucede en el fondo del flanco cargado correspondiente al primer filete dentro de la unión roscada, donde existe la mayor tensión superficial.

En 2011, Benhamena *et al* [28] realizaron análisis experimentales y simulaciones numéricas por elemento finito para describir el efecto de las fuerzas de contacto en el comportamiento de fatiga por *fretting* en placas unidas con pernos.

La Fig. 2.35 muestra la unión sometida a pruebas experimentales de fatiga. Dichas pruebas se realizaron usando una frecuencia de 25 Hz y aplicando una fuerza sinusoidal. Además variaron las fuerzas de contacto y las monitorearon durante la prueba mediante galgas extensométricas colocadas en la probeta. La Fig. 2.36 muestra los resultados que obtuvieron de las pruebas, donde observaron un incremento de la vida de fatiga al aumentar la fuerza de contacto entre las piezas.

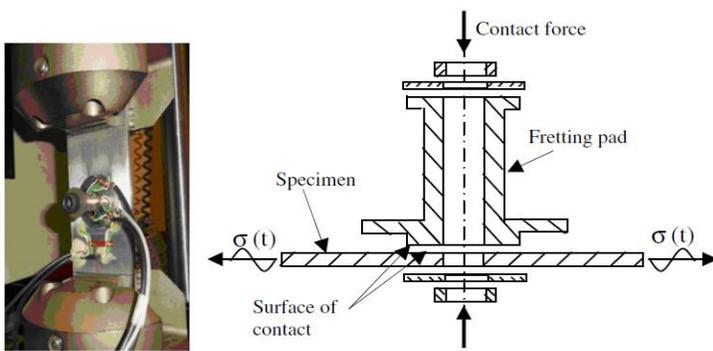


Fig. 2. 35 Dibujo esquemático y configuración de la probeta usada en las pruebas de fatiga por fretting de una unión empernada a traslape [28].

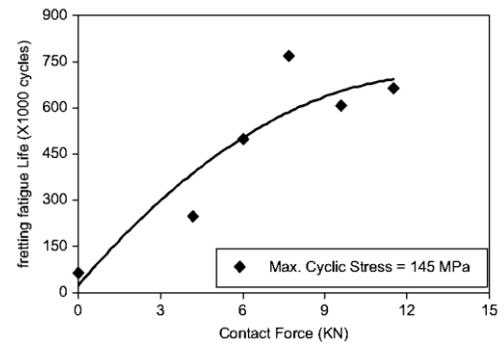


Fig. 2. 36 Evolución de la vida de fatiga por fretting de una unión empernada, respecto a la fuerza de contacto entre las piezas [28].

Generaron un modelo de elementos finitos tridimensional usando el software comercial ANSYS para realizar el análisis del campo de esfuerzos en la zona de contacto (Fig. 2.37). Usaron un modelo simétrico en la dirección longitudinal y transversal, por lo que simularon sólo un cuarto de la unión con el fin de reducir el tiempo de cálculo del modelo. Aplicaron la precarga en el perno mediante una presión negativa en el vástago y una presión positiva en la tuerca, la fuerza externa presente en el ensamble fue del tipo sinusoidal.

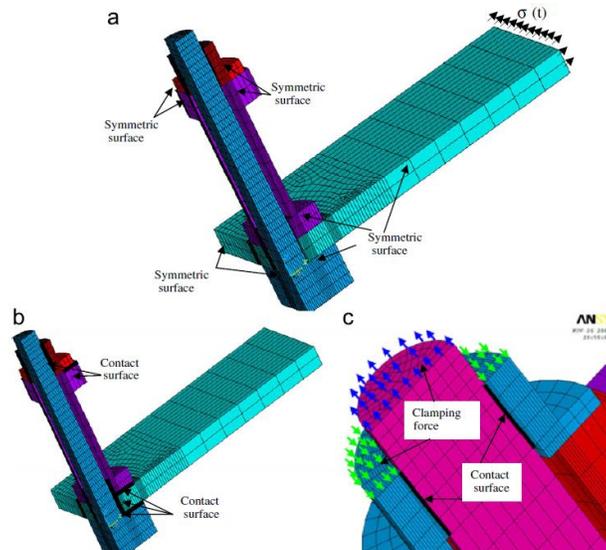


Fig. 2. 37 Modelo de elementos finitos de la placa empernada (a), superficies de contacto (b), y modelado de la sujeción (c) [28].

De los resultados numéricos obtuvieron la distribución de esfuerzo a lo largo de la orilla del agujero central y el borde de contacto, así como el micro-deslizamiento relativo de las superficies para tres diferentes magnitudes de fuerza de contacto.

Con base en sus resultados numéricos y experimentales, concluyeron que dependiendo de las fuerzas de contacto se presentaron dos tipos de falla por fatiga: 1) con fuerzas de contacto bajas, la unión falló por concentración de esfuerzo en el agujero y 2) al superar un límite de fuerza de contacto específico, el ensamble falló por fretting en la superficie de contacto aunque a un número mayor de ciclos. Con el incremento de las fuerzas de contacto, los sitios de iniciación de la grieta cambiaron de posición: de la orilla del agujero central, a cerca del borde de contacto.

En 2013 Griza *et al* [4] evaluaron el efecto de la longitud del perno en el rendimiento a la fatiga de uniones empernadas tipo brida en la carcasa de un compresor de gas (Fig. 2.38). En su estudio, emplearon pernos con dos diferentes longitudes y en el caso de los pernos de mayor longitud usaron un tubo de metal para compensar el espesor de la unión y crear el ensamble.



Fig. 2. 38 Unión tipo brida de un compresor de gas sometida a un estudio de fatiga. Muestra los pernos numerados [4].

Controlaron el torque de apriete de los pernos para alcanzar una precarga adecuada y diseñaron un dispositivo para reproducir la unión en servicio donde monitorearon los esfuerzos cíclicos y deformaciones de la unión causados por las diferentes etapas de compresión del compresor. Obtuvieron las curvas S-N tomando como límite 5 millones de ciclos por prueba, aplicando la carga cíclica sinusoidal a una frecuencia de 5 Hz.



Fig. 2. 39 Fractura por fatiga de un perno M24x3 clase 8.8. Presenta marcas de inicio a lo largo del radio de la cuerda, fractura plana con marcas de playa seguida finalmente por la fractura rugosa [4].

Los resultados que obtuvieron con base en las pruebas de fatiga fueron que las uniones con pernos más largos mostraron una resistencia a la fatiga más alta. Sin embargo, en su estudio el factor de carga (porción de la carga externa tomada por el perno) medido para los pernos largos y pernos cortos fue de 0.3 y 0.4 respectivamente, mientras que dichos factores de carga calculados de manera analítica correspondieron a 0.3 y 0.2 respectivamente para las uniones con pernos largos con tubo y las uniones cortas. Lo que contradice que los pernos cortos fallen antes que los largos. El análisis de la fractura mostró que la propagación de la grieta se originó en la raíz de la cuerda, mostrando marcas de playa hasta la falla a tensión.

En 2013, Esmaeili *et al* [29] investigaron el efecto del torque de apriete en la resistencia a la fatiga del aluminio 2024-T3 en una unión emperrada a traslape doble, vía experimental y mediante un análisis multiaxial de fatiga. Para ello, prepararon probetas a las que aplicaron diferentes niveles de torque de apriete y las sometieron a pruebas de fatiga con cargas cíclicas longitudinales a una frecuencia de 10 Hz y amplitud constante.

Para el modelado de la unión usaron un modelo de elementos finitos que incluyó no linealidad (plasticidad) en el material a través del software ANSYS, con el fin de obtener la distribución e historial de esfuerzos y deformaciones en las placas de la unión, para usarlos en el cálculo de la vida de fatiga mediante seis diferentes criterios multiaxiales de fatiga (SWT, Glinka, KBM, FS, Crossland y VF).

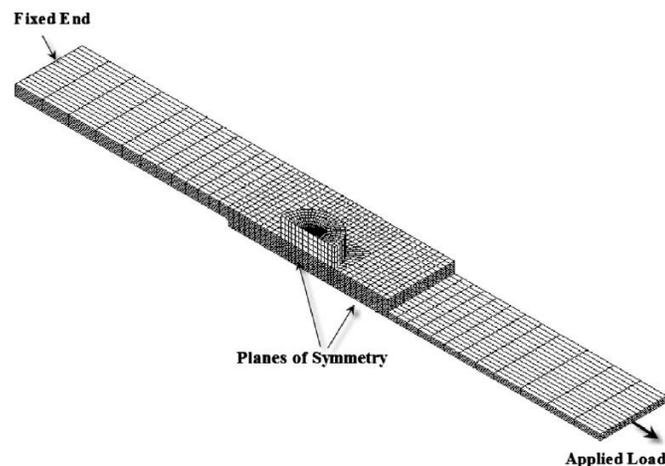


Fig. 2. 40 Modelo de elementos finitos tridimensional correspondiente a la cuarta parte de una unión emperrada a traslape doble. [29].

La Fig. 2.40 muestra una vista detallada del modelo de elementos finitos en 3D de la unión, con sus condiciones de simetría, densidad de malla y condiciones de frontera. Los

datos del modelado fueron tomados en los nodos situados alrededor del agujero, ya que ahí se presenta la máxima tendencia de iniciación y propagación de la grieta, al ser la menor área de sección transversal. Obtuvieron la distribución inicial de esfuerzos inducidos por la fuerza de sujeción en la placa debido a la precarga, así como el historial de esfuerzos en las tres direcciones de la placa para cada ciclo de carga y su torque de apriete correspondiente (Fig. 2.41).

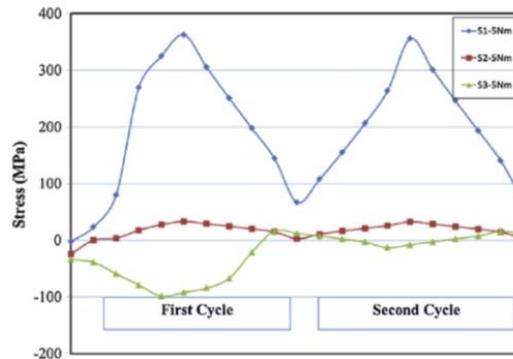


Fig. 2. 41 Historial de esfuerzos en las tres direcciones principales, debido a la aplicación de un ciclo de carga externa y una precarga de 4880 N [29].

Presentaron el efecto del torque de apriete en la vida de fatiga de la unión mediante las curvas S-N (Fig. 2.42) obtenidas de las pruebas experimentales de fatiga.

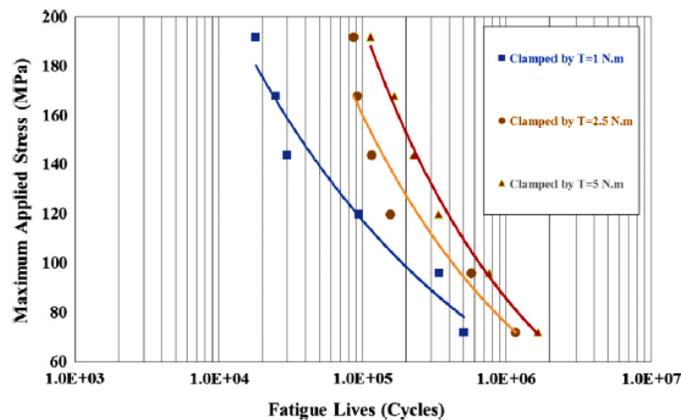


Fig. 2. 42 Curvas S-N obtenidas de las pruebas experimentales de fatiga de las probetas con tres diferentes niveles de torque [29].

Con base en los resultados obtenidos del análisis de fatiga multiaxial y experimental concluyeron que incrementando el torque de apriete o la fuerza de sujeción de la unión se incrementa su resistencia a la fatiga. El Criterio de Crossland obtuvo mejor precisión de la vida de fatiga al no sobre estimarla.

2.4 Conclusiones del estado del arte

Las investigaciones revisadas acerca de la unión emperrada indicaron que modelados por elementos finitos pueden producir resultados en estrecho acuerdo con las pruebas experimentales. Inclusive modelos axisimétricos, que toman una fracción del tiempo de cómputo consumido por los modelos 3D.

Las principales causas de falla de las uniones emperradas a tensión son la fatiga del perno y la separación de las partes unidas. La resistencia a la fatiga del perno depende de la magnitud de los esfuerzos cíclicos que experimenta, y la amplitud de dichos esfuerzos depende de varios factores como:

- La rigidez del perno y de los miembros, la cual gobierna la fracción de fuerza compartida entre éstos. Además, influye en la prevención de la separación de la conexión.
- La magnitud y ubicación de la carga externa axial.
- La precarga.
- El factor del plano de carga.

Los estudios consultados indicaron que el comportamiento de las uniones emperradas es mucho más complicado que el descrito por la teoría convencional que no distingue donde se aplica la fuerza externa. Sin embargo, la ubicación de la carga de separación puede afectar tanto el incremento de la tensión en el perno como la reducción de la fuerza de apriete en la unión emperrada. A diferencia de lo que considera la teoría convencional, cuando se presenta una carga externa entran en juego otras rigideces de los miembros como la rigidez rotacional o de flexión del miembro asociada con el momento de la fuerza externa y la rigidez de compresión del miembro asociada a la fuerza externa. Todo esto influye en la respuesta de la unión a fuerzas externas.

Por tanto es necesario hacer un análisis detallado del comportamiento de la unión emperrada que incluya los principales factores que influyen en las variaciones de fuerza en los componentes cuando se presenta una fuerza externa, encontrados en el estado de arte.

CAPÍTULO 3

3. Conceptos teóricos

Este capítulo incluye la teoría básica para tratar las uniones empernadas a tensión, así como los procedimientos básicos para predecir la vida de fatiga de dichas uniones. Primero se describen algunos conceptos sobre el ensamble, las curvas elásticas del perno, concentraciones de esfuerzo, cálculo de las rigideces de los componentes de la unión durante la precarga y el comportamiento ante una carga externa de tensión. Enseguida se mencionará la naturaleza del proceso de fatiga en estas uniones y finalmente se presentan algunas ecuaciones básicas del método de elementos finitos, usado comúnmente para el análisis detallado de estas uniones.

3.1 Ensamble de la unión

El propósito en el proceso de ensamble, es que el perno o grupo de pernos creen una fuerza de sujeción entre dos o más partes, llamadas miembros de la unión. La fuerza de sujeción en la conexión se crea inicialmente cuando se tensiona el perno girando la tuerca o la cabeza del mismo, a esta acción se le conoce como estado de precarga.

Se necesita suficiente fuerza de sujeción para prevenir diversas fallas, pero teniendo en cuenta que la tensión en el perno y la fuerza de sujeción no excedan los límites de fluencia de los materiales, considerando también las cargas de la unión en servicio. Si las precargas durante el ensamble son muy altas, los pernos pueden ceder o fracturarse cuando entren en contacto con las cargas en servicio. Sin embargo, si las precargas del ensamble son muy pequeñas, la fuerza de sujeción de la que depende la unión puede desaparecer a medida que las cargas en servicio la disminuyen.

Desde el punto de vista del material del perno, la magnitud de la fuerza de sujeción inicial depende primordialmente de las resistencias a tensión y cortante del material del que está hecho el perno. Un material resistente significa un perno más fuerte, que puede producir una fuerza de sujeción mayor.

3.1.1 Precarga del perno

Una parte crítica en el diseño de uniones empernadas, es determinar la precarga apropiada para el perno y el torque que necesita ser aplicado para alcanzar la precarga deseada [30]. En Machinery's Handbook [31] se recomienda el uso del 75% de la carga de prueba (o del 75% al

85% de la resistencia de fluencia del material si no se conoce la resistencia del pruebo del perno) para pernos removibles y 90% de la carga de prueba para pernos permanentes. Una relación general entre el torque aplicado T , y la precarga F_i en el perno, puede ser descrita en términos del diámetro del perno d y el factor del par de torsión de K como:

$$T = K * d * F_i \quad (3.1)$$

A valores bajos del factor K se obtienen altas precargas y fuerzas de sujeción que pueden llevar al perno cerca de su límite de fluencia, mientras que valores altos del factor K provocan bajas precargas y fuerzas de sujeción, pero se reduce la capacidad de la unión de resistir cargas externas de tensión [30].

3.2 Esfuerzos y deformaciones en el perno

3.2.1 Curvas elásticas para pernos en tensión

Al colocar el perno en una máquina de pruebas de tensión y aplicar una carga puramente de tensión entre la cabeza del perno y la tuerca, éste generará una curva de tensión contra deformación como se muestra en la Fig. 3.1.

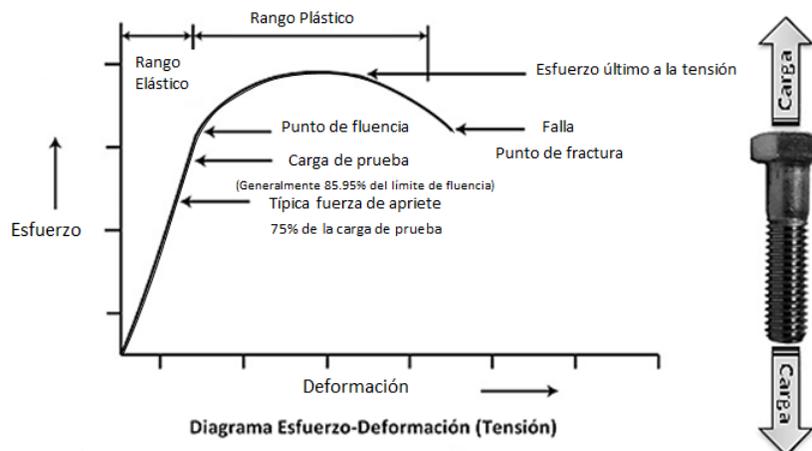


Fig. 3. 1 Diagrama Esfuerzo de Tensión-Deformación de un Perno[32]

A la porción de línea recta inicial de la curva elástica se le llama “región elástica”. La carga y descarga repetida del perno dentro de esta porción de la curva, no resultará en deformación permanente (aunque puede aparecer en la falla por fatiga).

El límite superior de la línea recta indica el “límite proporcional”, donde la línea deja de ser recta, seguida de cerca por el “límite elástico” (cargas a tensión más allá de este punto producirán deformación permanente), seguido por el “punto de fluencia” o “resistencia de fluencia”. Cuando se carga el perno hasta este último punto, se producirá una cantidad

particular de deformación permanente, usualmente entre el 0.2% y 0.5% de la longitud inicial del perno. La “resistencia última a la tensión” o “esfuerzo último a la tensión” del perno es la tensión máxima que puede ser creada en el perno, siempre es mayor que la resistencia de fluencia y ocurre en la región plástica de la curva. El punto final en la curva elástica es el “punto de fractura”, donde el perno se rompe bajo la carga aplicada.

A medida que el perno se aproxima a su resistencia última en la porción roscada, éste se deformará permanentemente. Para evitar este riesgo, la mayoría de los pernos de acero al carbono o de aleación tienen una “carga de prueba” definida S_p , lo que representa el rango de resistencia utilizable para ese sujetador en particular [32]. Por definición, la carga de prueba es una carga de tracción aplicada que el elemento de fijación debe soportar sin deformación permanente, generalmente equivale al 90% de la resistencia de fluencia.

3.2.2 Concentraciones de esfuerzo en el perno

Un perno cargado a tensión durante el ensamble de la unión presenta puntos con niveles de esfuerzo muy por encima del esfuerzo promedio. Un análisis de magnitudes de esfuerzo revelaría tres puntos de peligro que son: el filete, donde la cabeza se une al vástago del perno; la zona donde termina la sección lisa del perno y comienza la cuerda; y la primera cuerda que enrosca en la tuerca [6]. De acuerdo a estas zonas de concentración de esfuerzo, la falla en el perno se presenta: (1) 15% en el filete bajo la cabeza, (2) 20% donde comienza la cuerda, y (3) 65% en la cuerda correspondiente a la cara de la tuerca[33].

Existe diferencia en el cálculo del factor de concentración de esfuerzo entre una barra con cambio de sección cargada a tensión y la cabeza de un perno en el ensamble debido a la transmisión de la carga.

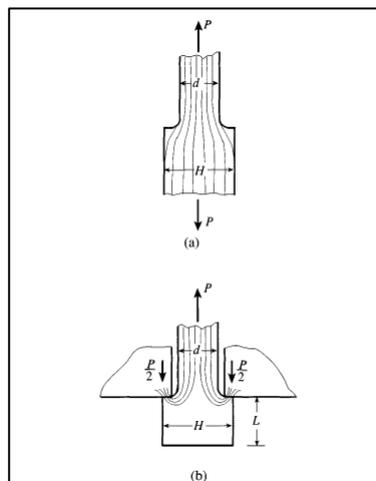


Fig. 3. 2 Transmisión de la carga : (a) Barra con cambio de sección a tensión; (b) Cabeza tipo T [33].

En la Fig. 3.2a se debe tratar un factor de concentración de esfuerzo basado en tensión, mientras que en la Fig. 3.2b un factor basado en flexión.

3.2.3 Resistencia del perno bajo cargas estáticas

El perno fallará bajo cargas estáticas de tensión si éstas superan la resistencia del mismo, la cual se calcula usualmente en la sección roscada. La fuerza de tensión necesaria para llevar al perno a la fluencia o a la ruptura es[6]:

$$F = \sigma A_s \quad (3.2)$$

donde:

F = fuerza a la cual fallará el perno.

σ = Esfuerzo último a tensión o resistencia de fluencia del material del perno.

A_s = Área de esfuerzo a la tensión de las cuerdas.

3.3 Unión a tensión con fuerza externa de separación

Una fuerza externa de tensión actuando sobre la unión incrementará la tensión en el perno y simultáneamente reducirá la fuerza de sujeción entre los miembros. Ésta es la razón por la cual es necesario calcular las cantidades exactas de fuerza de tensión en el perno y las fuerzas de sujeción desarrolladas en la unión[6].

La teoría convencional o clásica de uniones emperradas es ampliamente aceptada en muchos libros de texto de ingeniería [1][4][6]. Esta teoría se basa en la premisa de que el perno y los miembros sujetos en la unión pueden ser modelados como resortes lineales teniendo rigideces K_b y K_m respectivamente, actuando en paralelo (Fig. 3.3).

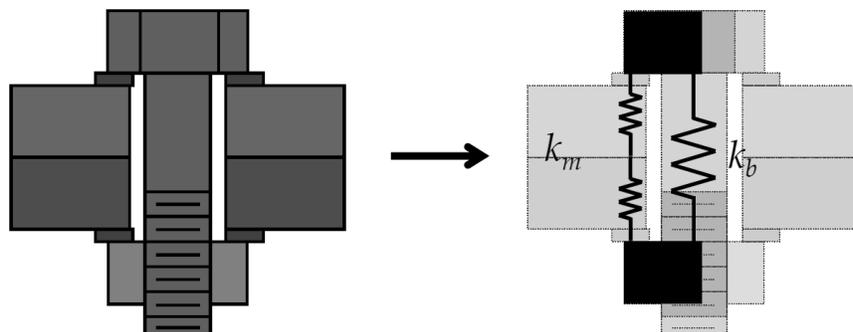


Fig. 3. 3 Unión a tensión modelada como resortes lineales.

En la Fig. 3.4 se presenta tanto la configuración de una unión emperrada simple a tensión, como la denotación de las fuerzas presentes en ella debido a la precarga F_i y a la fuerza externa de separación a tensión F_e .

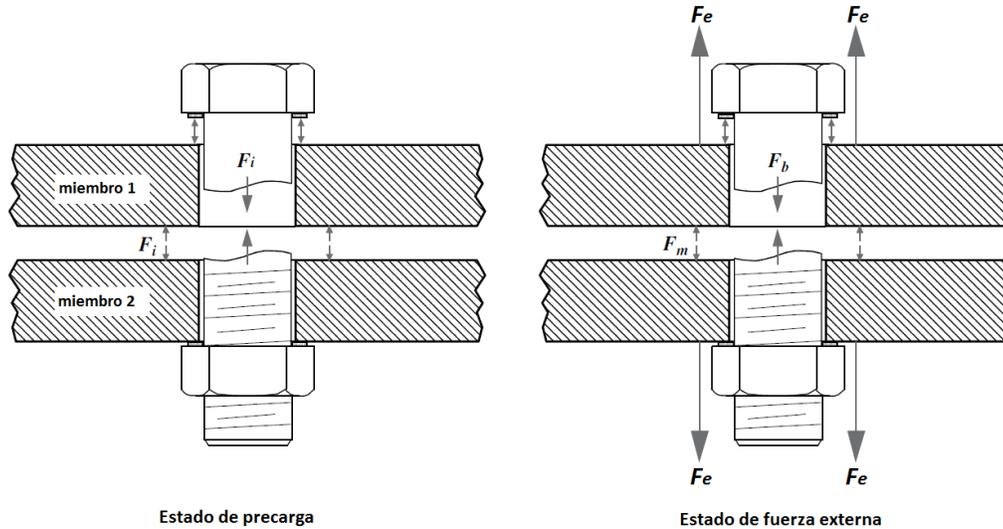


Fig. 3. 4 Fuerzas en una unión emperrada simple a tensión. Estado de precarga y estado con fuerza externa[12].

La carga F_e es de tensión y causa que la unión se alargue o estire, a través de una distancia δ . Como esta deflexión es la misma para el perno y los miembros, puede relacionarse con la rigidez de los miembros sujetos k_m y la rigidez del perno k_b , de manera que:

$$\delta = \frac{F_b}{K_b} \quad \text{y} \quad \delta = \frac{F_m}{K_m} \tag{3.3}$$

La fuerza externa F_e debe ser igual a la suma de la fuerza incrementada en el perno más la fuerza de sujeción reducida en los miembros[5]:

$$\Delta F_e = \Delta F_b + \Delta F_m \tag{3.4}$$

por definición:

$$\Delta F_b = k_b \delta \quad \text{y} \quad \Delta F_m = k_m \delta \tag{3.5}$$

sustituyendo 3.5 en 3.4:

$$F_e = (k_b + k_m)\delta, \quad \text{o bien} \quad \delta = \frac{F_e}{k_b+k_m} \tag{3.6}$$

combinando 3.6 y 3.5:

$$\Delta F_b = \left(\frac{k_b}{k_b+k_m}\right) F_e \quad \text{y} \quad \Delta F_m = \left(\frac{k_m}{k_b+k_m}\right) F_e \quad (3.7)$$

Entonces, las ecuaciones para la fuerza en el perno F_b y la fuerza en los miembros F_m son:

$$F_b = F_i + \left(\frac{k_b}{k_b+k_m}\right) F_e \quad \text{y} \quad F_m = F_i - \left(\frac{k_m}{k_b+k_m}\right) F_e \quad (3.8)$$

Se nombra *factor de carga* (C) al porcentaje de carga externa que incrementa la fuerza en el perno[24], está dado por:

- Relación de rigideces:

$$C = \frac{1}{1 + k_m/k_b} = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad (3.9)$$

- Relaciones de fuerzas:

$$C = \frac{F_b - F_i}{F_e} \quad (3.10)$$

El *factor del plano de carga* (Q) aparece cuando la carga externa es aplicada en un nivel intermedio de los miembros. Tiene como efecto disminuir la porción de carga externa tomada por el perno (C), modificando la ecuación 3.8:

$$F_b = F_i + QCF_e \quad (3.11)$$

Si la fuerza se aplica sobre la superficie exterior del miembro, Q toma valor de 1 y disminuye conforme se aplique la carga externa en los planos internos del miembro (Fig. 3.5). Así, el perno no experimenta la carga calculada con la ecuación 3.8. En la práctica se toman valores artificiales que van desde 1 a 0.5 [24].

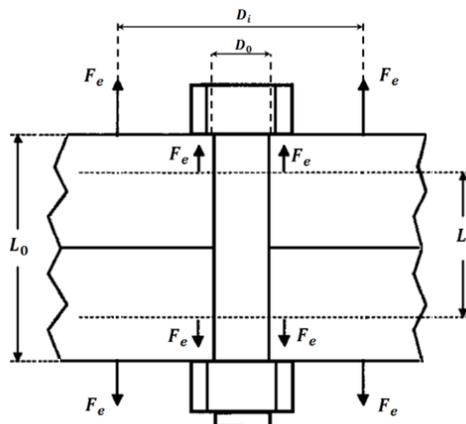


Fig. 3. 5 Aplicación de la fuerza externa en un plano interno de los miembros de la unión.

Al aplicar F_e en la superficie exterior de los miembros, el valor del factor C de la relación de rigideces y el de la relación de fuerzas será igual. Sin embargo, al aplicar F_e en un plano interno de los miembros, ambos valores del factor C serán diferentes. Por lo que Q será:

$$Q = \frac{C_{fuerzas}}{C_{rigideces}} \quad (3.12)$$

3.4 Modelos teóricos para el cálculo de la rigidez de los componentes de la unión

3.4.1 Cálculo de la rigidez del perno

Las fuerzas de tensión a las que se somete el perno, no son aplicadas de extremo a extremo del mismo, éstas son aplicadas entre la cara interna de la tuerca y la superficie inferior de la cabeza del perno. Lo que implica que no se tensiona el perno completo, es decir, no existe esfuerzo de tensión en los extremos[6].

La rigidez del perno normalmente se obtiene considerando la porción del perno dentro de la unión como una barra uniforme a tensión[12]:

$$k_b = \frac{E_b A_0}{L} \quad (3.13)$$

Sin embargo, no se debe asumir que el perno es meramente una barra uniforme con sección igual al diámetro nominal del perno (d) y de longitud igual a la longitud de agarre de la unión (L). En vez de ello, también se debe tomar en cuenta el cambio de sección en la zona roscada.

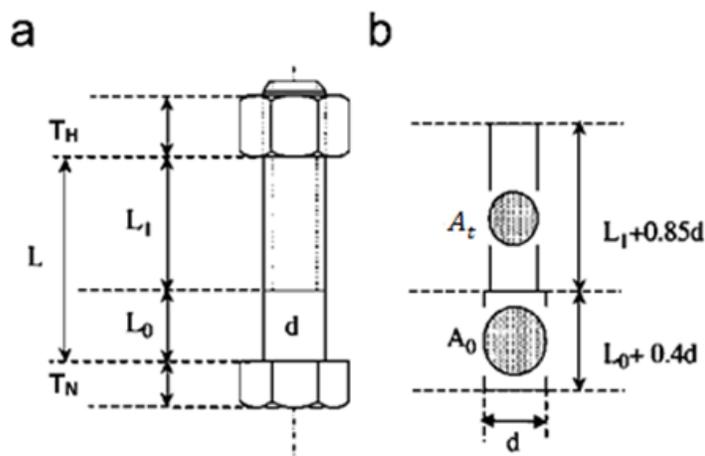


Fig. 3. 6 Modelo de cálculo de la longitud efectiva del perno en relación con su rigidez: a) Dimensiones del perno y tuerca; b) Longitudes equivalentes del perno.

Las reglas alemanas VDI 2230[19] y Fukuoka[34] consideran que la longitud de agarre se incrementa para dar una longitud equivalente que reconoce la contribución de la deformación en la cabeza del perno y la tuerca (Fig. 3.6).

A la longitud roscada del perno dentro de la unión L_1 , con área correspondiente al área de esfuerzo a tensión de las cuerdas (A_t) se le agrega una longitud equivalente a la deformación de las cuerdas cargadas y la tuerca dada por una expresión relacionada con el diámetro nominal del perno (d) igual a $0.85d$ [19][34]. Mientras que a la longitud del vástago liso (L_0), con área nominal (A_0) se le agrega la longitud equivalente a la deformación de la cabeza igual a $0.4d$ [19].

Con base en lo anterior, la longitud efectiva del perno (L_E) es igual a:

$$L_E = (L_0 + 0.4d) + (L_1 + 0.85d) \quad (3.14)$$

la deflexión aproximada del perno bajo carga de tensión es:

$$\delta_b = P \left(\frac{L_{B0}}{E_b A_0} + \frac{L_{B1}}{E_b A_s} \right) \quad (3.15)$$

donde:

$$L_{B0} = (L_0 + 0.4d) \quad \text{y} \quad L_{B1} = (L_1 + 0.85d) \quad (3.16)$$

la rigidez del perno puede ser estimada con la relación:

$$k_b = \frac{F_b}{\delta_b} \quad (3.17)$$

asumiendo que la rigidez del cuerpo del perno es la misma que la de la sección roscada, o que el perno está totalmente roscado y usando la Ley de Hooke para eliminar el término F_b

$$E_b = (F_b/A_s)/(\delta_b/L) \quad (3.18)$$

reescribiendo

$$F_b = \frac{E_b A_s \delta_b}{L} \quad (3.19)$$

sustituyendo esta expresión para F_b en la ecuación 3.17 se tiene que:

$$k_b = \frac{E_b A_s}{L} \quad (3.20)$$

Considerando que la rigidez de la parte roscada es diferente a la del cuerpo del perno, se usa la siguiente ecuación tomando ambas rigideces como en dos resortes en serie:

$$\frac{1}{k_b} = \frac{L_{B0}}{E_b A_0} + \frac{L_{B1}}{E_b A_s} \quad (3.21)$$

3.4.2 Cálculo de la rigidez de los miembros de la unión

Todos los modelos que adelante se presentan asumen implícitamente un campo de esfuerzos axisimétricos. Cualquier efecto geométrico que viole significativamente esta asunción hace inválido el cálculo de la rigidez. Esto puede incluir pernos demasiado juntos o muy cerca de una frontera física, así como, geometrías no axisimétricas.

Puede haber más de dos elementos incluidos en el agarre del perno. En conjunto actúan como resortes en serie a compresión[1], entonces la rigidez total de los elementos será:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \dots + \frac{1}{k_i} \quad (3.22)$$

3.4.2.1 Modelo de Rasmussen

Rasmussen[20] expresó una ecuación para la estimación del área efectiva equivalente A_m en el cálculo de la rigidez de los miembros de la unión basada en análisis por elemento finito. Sin embargo, recomienda no usar la ecuación para L/d mayores a 5.

Considera que la rigidez de los miembros unidos es equivalente a la rigidez de piezas cilíndricas bajo una carga uniforme P_e con un área efectiva equivalente constante A_m dependiente del tamaño de la unión y una longitud de agarre L igual a la longitud del ensamble (Fig. 3.8).

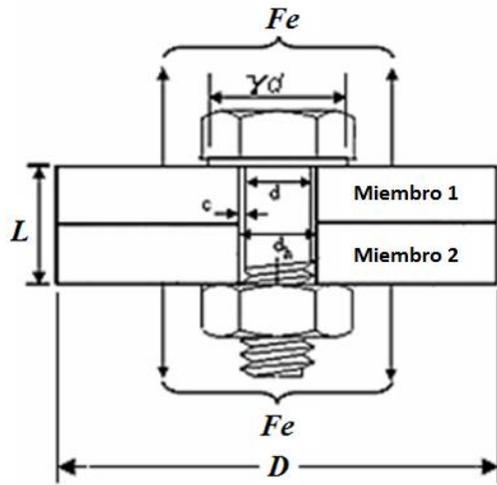


Fig. 3. 7 Denotación de las partes y dimensiones del ensamble[17].

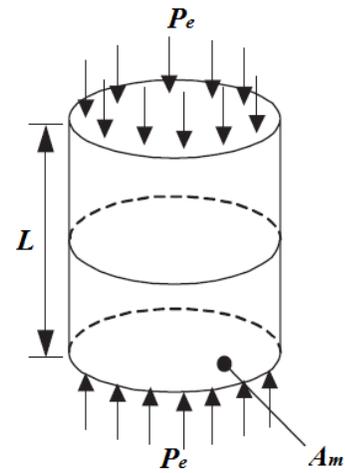


Fig. 3. 8 Modelo cilíndrico equivalente usado por Rasmussen, con la misma rigidez axial que los miembros emperrados[23].

Para cada sub-ensamble, el área efectiva equivalente es deducida por la rigidez de compresión, usando la siguiente relación:

$$A_m = \frac{L \cdot k_m}{E_m} \quad (3.23)$$

el área efectiva equivalente adimensional es:

$$A_m^* = \frac{A_m}{\gamma d^2} \quad (3.24)$$

donde γd es el diámetro de la cabeza del perno.

Otras magnitudes geométricas de la unión emperrada son definidas en relación con γd como sigue:

$$D^* = \frac{D}{\gamma d}; \quad d_h^* = \frac{d_h}{\gamma d}; \quad L^* = \frac{L}{\gamma d}; \quad (3.25)$$

Llegando a la siguiente fórmula empírica para la sección transversal adimensional equivalente:

$$A_m^* = \frac{\pi}{4} (1 - d_h^{*2}) + 0.5(D^{*2} - 1) \tan^{-1} \left\{ \frac{0.35\sqrt{L^*} + \sqrt{1 + 2L^{*2}} - 1}{2(D^{*2} - d_h^{*2})} \right\} \quad (3.26)$$

3.4.2.2 Modelo de Shigley y Mischke

Shigley y Mischke[1] han propuesto un método simple para el cálculo de la rigidez de los miembros sujetos por el perno. Usando un ángulo fijo para el cono de presión de $\alpha = 30^\circ$, seleccionado como el valor más adecuado para el cálculo de la rigidez de los miembros.

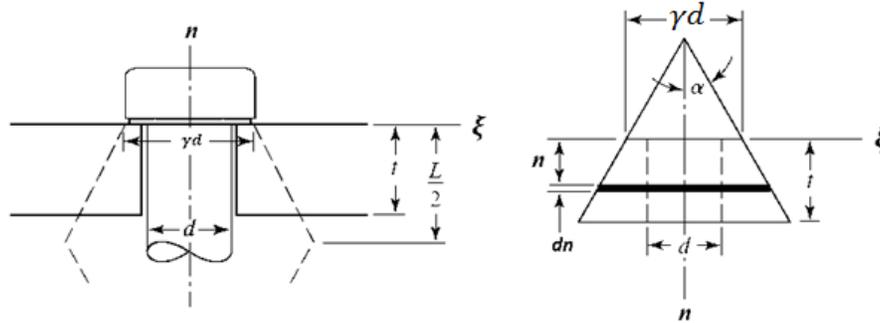


Fig. 3. 9 Compresión de un elemento por el método del tronco de un cono hueco[1].

Con relación a la Fig. 3.9, la deflexión de un elemento del cono de espesor dn sujeto a una fuerza compresiva P es:

$$d\delta = \frac{Pdn}{E_m A} \tag{3.27}$$

donde el área del elemento está dada por:

$$A = \pi \left[\left(n \tan \alpha + \frac{\gamma d}{2} \right)^2 - \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right] = \pi \left(n \tan \alpha + \frac{\gamma d + d}{2} \right) \left(n \tan \alpha + \frac{\gamma d - d}{2} \right) \tag{3.28}$$

Sustituyendo el área en la ecuación 3.27 e integrando, se obtiene la deflexión total y la rigidez del miembro queda dada por:

$$k_m = \frac{P}{\delta} = \frac{\pi E_m d \tan \alpha}{\ln \frac{(2t \tan \alpha + \gamma d - d)(\gamma d + d)}{(2t \tan \alpha + \gamma d + d)(\gamma d - d)}} \tag{3.29}$$

con $\alpha = 30^\circ$, esto se convierte en

$$K_m = \frac{0.577\pi E_m d}{\ln \frac{(1.155t + \gamma d - d)(\gamma d + d)}{(1.155t + \gamma d + d)(\gamma d - d)}} \tag{3.30}$$

Si los miembros de la unión tienen el mismo módulo de Young E_m y son simétricos; entonces actúan como dos resortes idénticos en serie. A partir de la ecuación 3.22, se sabe que $k_m = k/2$. Usando agarre $L = 2t$, $\alpha = 30^\circ$ y $\gamma d = 1.5d$, se encuentra que la rigidez de esa unión está dada por:

$$k = \frac{0.577\pi E d}{2 \ln \left(5 \frac{0.5774L + 0.5d}{0.5774L + 2.5d} \right)} \quad (3.31)$$

3.4.2.3 Modelo de Nawras

Asume que el esfuerzo compresivo en el material de los miembros es mayor directamente bajo el perno y disminuye lateralmente desde el eje central del perno como se muestra en la Fig. 3.10. A determinada distancia lateral, el esfuerzo compresivo en la interfaz de la unión tiende a cero y a partir de este punto, la unión tiende a separarse ya que no puede sostener el esfuerzo a tensión[17].

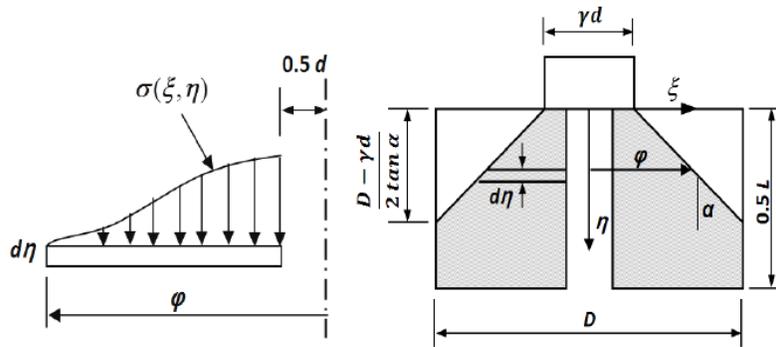


Fig. 3. 10 Distribución del esfuerzo en forma polinomial a través de los miembros y nomenclatura del modelo utilizado por Nawras[17]

Supone una distribución de presión a través del miembro en forma de cono con un ángulo envolvente (α). Asume un polinomio de tercer orden en la dirección (ξ) para la distribución del esfuerzo como se muestra en la Fig. 3.10.

$$\sigma(\xi, n) = \bar{A}\xi^3 + \bar{B}\xi^2 + \bar{C}\xi + \bar{D} \quad (3.32)$$

donde las constantes \bar{A} , \bar{B} , \bar{C} y \bar{D} son funciones de n . Son determinadas con la aplicación de condiciones de frontera y equilibrio estático.

En el rango elástico, la deformación del material del miembro se obtiene usando la ley de Hooke. La deflexión promedio de la unión representa el cambio promedio del espesor del disco tomando en cuenta la distribución de presión presentada por la ecuación 3.32:

$$d\delta_{promedio} = \int_{0.5d}^{\varphi} \left(\frac{\delta}{\varphi - 0.5d} \right) d\xi = \left(\frac{1}{\varphi - 0.5d} \right) \int_{0.5d}^{\varphi} \left(\frac{\sigma}{E_m} \right) d\xi \quad (3.33)$$

conduce a:

$$d\delta_{promedio} = \int_0^{0.5L} \left(\frac{1}{\varphi - 0.5d} \right) \int_{0.5d}^{\varphi} \left(\frac{\sigma}{E_m} \right) d\xi \quad (3.34)$$

una vez obtenida la deflexión de la unión. La rigidez viene dada por:

$$k_m = \frac{P}{\delta} \quad (3.35)$$

la rigidez individual de los miembros para diferentes espesores o diferentes materiales queda dada por:

- Para esfuerzo parcialmente desarrollado ($\gamma d < D < (L \tan(\alpha) + \gamma d)$):

$$k_{m1} = \frac{P}{\delta_{general}} = \frac{0.5\pi E_m \tan \alpha}{\left\{ \frac{1}{d} \ln \left[\frac{(3\gamma + 7)(D - d)}{(3D + 7d)(\gamma - 1)} \right] + \left[\frac{10(L \tan(\alpha) - D + \gamma d)}{(3D + 7d)(D - d)} \right] \right\}} \quad (3.36)$$

- Para esfuerzo totalmente desarrollado ($D \geq (L \tan(\alpha) + \gamma d)$):

$$k_{m2} = \frac{P}{\delta_{general}} = \frac{0.5\pi E_m \tan \alpha}{\ln \left[\frac{(3\gamma + 7)(L \tan(\alpha) + \gamma d - d)}{(\gamma - 1)(3L \tan(\alpha) + 3\gamma d + 7d)} \right]} \quad (3.37)$$

3.4.2.4 Modelo de Juvinall y Marshek

Juvinall y Marshek [5] proveen una ecuación para la estimación del área efectiva de los miembros sujetos en el cálculo de su rigidez (k_m).

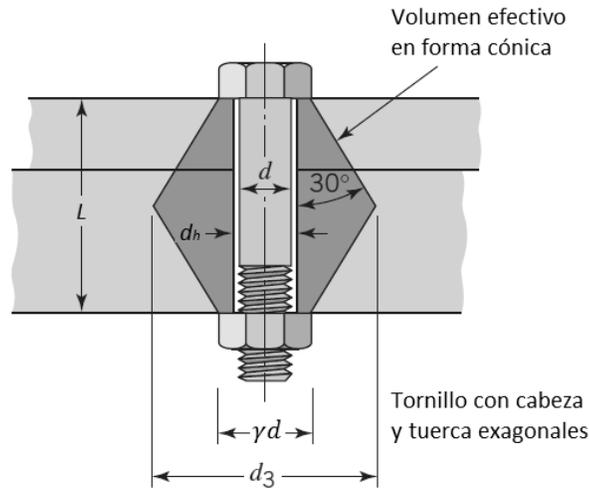


Fig. 3. 11 Distribución de esfuerzo a través de los miembros usada en el método de Juvinal[5].

El área efectiva A_m es aproximadamente igual al área promedio de la sección sombreada más oscura en la Fig. 3.11. Por lo tanto,

$$A_m = \frac{\pi}{4} \left[\left(\frac{d_3 + \gamma d}{2} \right)^2 - d_1^2 \right] \quad (3.38)$$

donde:

$d_h \approx d$ (para holguras pequeñas)

$\gamma d = 1.5d$ (para pernos con cabeza hexagonal estándar)

$d_3 = \gamma d + L \tan 30^\circ = 15d + L \tan 30^\circ$

la sustitución de estos valores conduce a:

$$A_m = \frac{\pi}{16} [5d^2 + 6dL \tan 30^\circ + L^2 \tan^2 30^\circ] \approx d^2 + 0.68dL + 0.065L^2 \quad (3.39)$$

3.4.2.5 Expresión de Wileman

Wileman et al [22] realizaron análisis por elemento finito para estimar la rigidez de los miembros de uniones empernadas, donde utilizaron modelos con elementos finitos axisimétricos. Con base en los resultados de las simulaciones de uniones con diferentes tamaños, propusieron la siguiente relación para evaluar la rigidez de los miembros:

$$K_m = E_m d_h A e^{B(d_h/L)} \quad (3.40)$$

donde A y B son constantes del material. Los valores de A y B son 0.78952 y 0.62914, respectivamente, y son válidas para materiales ingenieriles como el acero, cobre, hierro y aluminio. Esta fórmula es principalmente aplicable para el caso de uniones con razones de tamaño $d_h/L \leq 2$ y muestra ser un método simple y eficiente para el cálculo de la rigidez de los miembros en uniones empernadas.

3.5 Comportamiento teórico de la unión con fuerza externa de tensión

3.5.1 Diagrama de la unión empernada

El diagrama de la unión empernada ayuda a ilustrar lo que pasa en los elementos de la unión cuando se aplica la precarga y también los efectos de las fuerzas externas a base de fuerzas y desplazamientos[32].

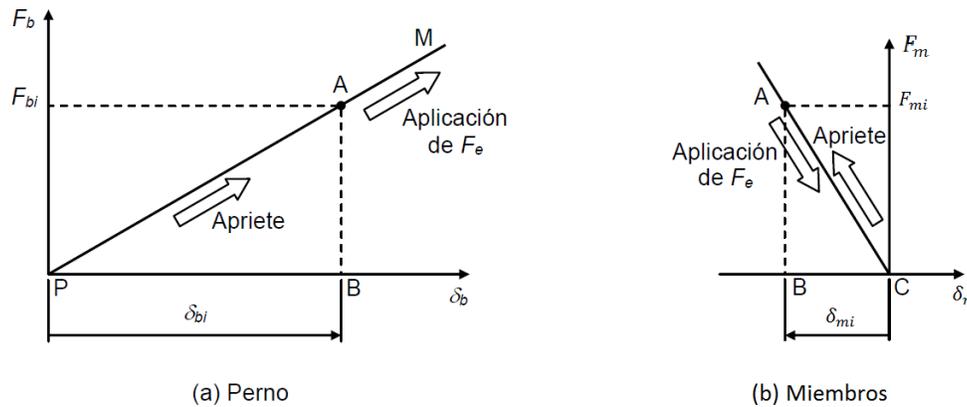


Fig. 3. 12 Diagramas fuerza – deflexión del perno a) y los miembros sujetos b) debido a la precarga y fuerza externa.

A medida que es apretado el perno, se produce una fuerza de tensión y una deflexión en éste, las cuales crecen desde P hasta A de acuerdo con la línea PA de la Fig. 3.12 dentro del límite elástico del perno. La fuerza en el perno al terminarse el apriete se denomina fuerza inicial en el perno F_{bi} y la deflexión inicial δ_{bi} .

Los miembros a unir también se deforman (comprimen) a medida que se aprieta el perno. Al terminar el apriete y antes de aplicar la fuerza externa ($F_e = 0$) todas las fuerzas están en equilibrio por lo que $F_{bi} = F_{mi} = F_i$ (punto A en Fig. 3.12). Donde F_{mi} es la fuerza inicial en los miembros, F_i la precarga y la deflexión en los miembros δ_{mi} .

Al aplicar una fuerza externa, el perno experimenta una deflexión adicional y aumenta su fuerza de tensión desde A , en la dirección $A-M$. Los miembros, por el contrario tienden a

recuperar su espesor inicial y tanto su fuerza como su deflexión se reducen desde *A* en la dirección *A-C*; si se alcanza el punto *C* los miembros comenzarán a separarse.

En el diagrama de la unión (Fig. 3.13) se representa simultáneamente la variación de fuerzas y deformaciones en los elementos de la unión debido a la precarga y también a una fuerza externa de tensión.

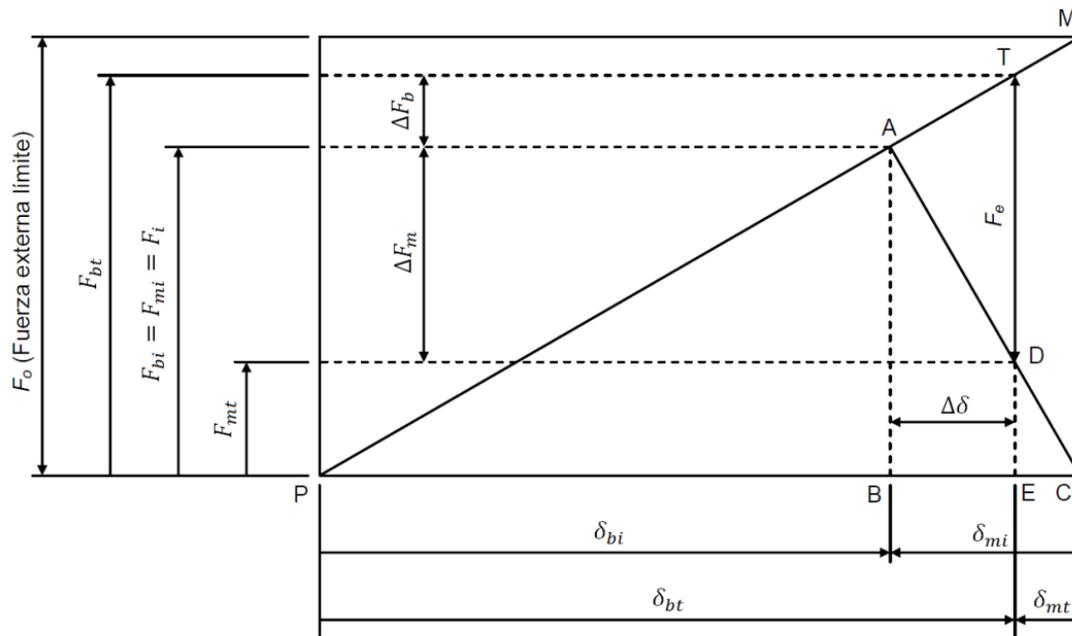


Fig. 3. 13 Diagrama de la unión con estado de precarga y fuerza externa de tensión[6].

En el estado de precarga (Fig. 3.13) se presentan las siguientes fuerzas y deflexiones en la unión: por equilibrio las fuerzas en los elementos son iguales a la precarga ($F_{bi} = F_{mi} = F_i$) y las deflexiones en el perno y los miembros serán δ_{bi} y δ_{mi} respectivamente.

En el estado de fuerza externa (Fig. 3.13) ocurren variaciones en las fuerzas y deflexiones de los elementos como sigue: en el perno, a la fuerza inicial F_{bi} se le suma la porción de carga externa tomada por el perno, tal variación se representa como ΔF_b y dan lugar a una fuerza total en el perno F_{bt} , la fuerza externa genera una deformación adicional en el perno pasando de δ_{bi} a δ_{bt} ; en los miembros, la fuerza externa los relaja disminuyendo la fuerza inicial F_{mi} a F_{mt} y la deflexión de δ_{mi} a δ_{mt} , si F_e es suficiente para relajar los miembros desde *B* hasta *C* se separa la unión y a ese límite de fuerza se le conoce como fuerza externa límite F_o .

Cuando la carga externa se aplica alternadamente, las fuerzas en la unión se representan en forma gráfica como se indica en la Fig. 3.14. Las fuerzas en los elementos son en función de la rigidez axial de estos y la fuerza externa.

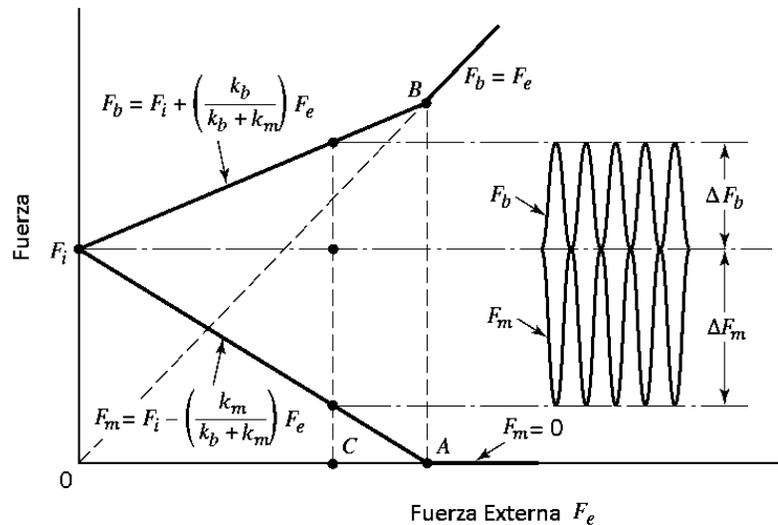


Fig. 3. 14 Relaciones de fuerza en uniones emperradas[5].

Haciendo referencia a la Fig. 3.14, cuando la carga externa es suficiente para hacer que la fuerza de sujeción F_m llegue a cero (punto A), la fuerza en el perno F_b y la fuerza externa F_e deben ser iguales. Por lo tanto, la figura muestra “ $F_m = 0$ ” y “ $F_b = F_e$ ” para valores de F_e que excedan de A . Cuando la carga externa se aplica y se retira alternadamente, las fluctuaciones de F_b y F_m se determinan en forma aceptable como se indica en la Fig. 3.14.

3.6 Elasticidad y plasticidad

Por concepto, elasticidad es la propiedad que hace que un cuerpo que ha sido deformado regrese a su forma original después de que han sido removidas las fuerzas deformadoras[35].

Que un material sea elástico implica usualmente que el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación unitaria, dichos materiales se llaman elásticos o lineales[36]. La ley de Hooke se usa para describir el comportamiento de un cuerpo elástico que está sometido a un sistema de cargas externas. Un material que responde de manera no lineal y que, sin embargo, al ser descargado regresa a lo largo de la trayectoria de carga a su estado de deformación inicial libre de esfuerzo, es también un material elástico. Tales materiales se llaman elásticos no lineales.

La diferencia entre los dos tipos de materiales elásticos se ilustra en las Fig. 3.15a y 3.15b. Si al someter a esfuerzo un material se excede su límite elástico, al descargarlo, el material usualmente responde de manera elástica lineal, como se muestra en la Fig. 3.15c, y se desarrolla una deformación permanente bajo carga externa nula.

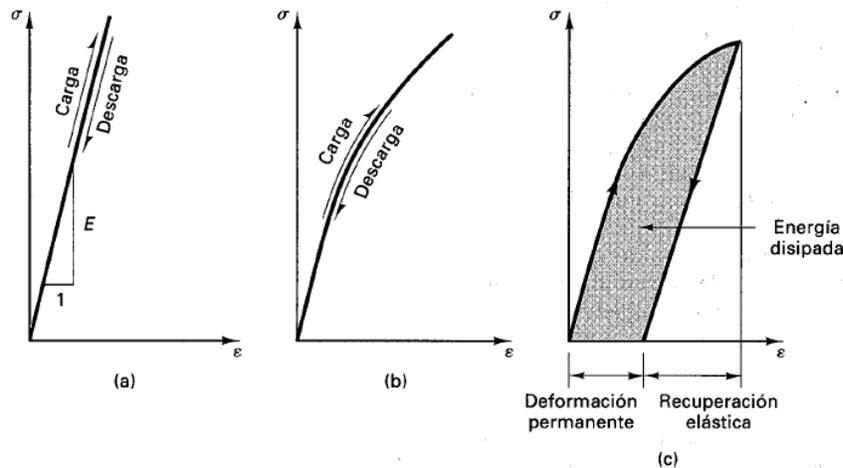


Fig. 3. 15 Diagramas esfuerzo-deformación unitaria: a) material elástico lineal, b) material elástico no lineal, c) material inelástico o plástico[36].

Para la mayoría de los metales la deformación elástica únicamente persiste hasta deformaciones unitarias alrededor de 0.005. A medida que el material se deforma más allá de este punto, la tensión deja de ser proporcional a la deformación y empieza el régimen plástico[37].

La Fig. 3.16 muestra las curvas idealizadas de esfuerzo-deformación de cuatro tipos de materiales. La Fig. 3.16a representa un material rígido perfectamente plástico, ejemplos de éste son el acero dulce y nylon, que exhiben deformaciones elásticas despreciables en comparación con las grandes deformaciones plásticas a prácticamente esfuerzo constante. La Fig. 3.16b muestra una representación más realista que incluye endurecimiento por deformación, por lo que este material es llamado sólido rígido plástico[38].

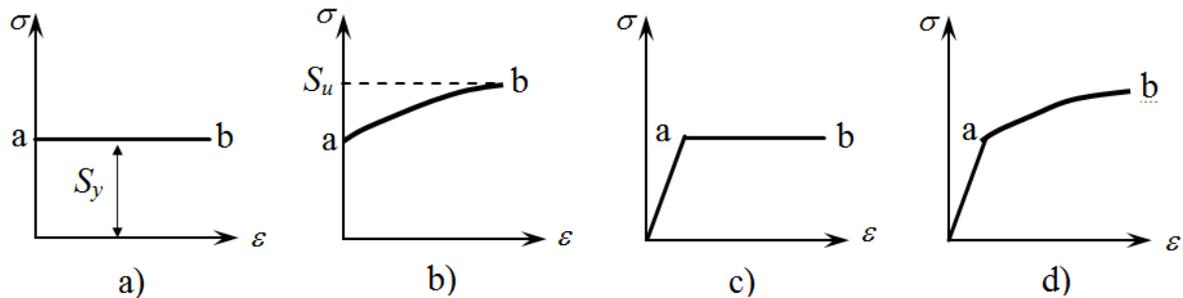


Fig. 3. 16 Diagramas idealizados esfuerzo-deformación: a) material rígido, perfectamente plástico; b) material rígido plástico; c) material elástico, perfectamente plástico; y d) material elasto-plástico[38]

Las curvas de las Fig. 3.16c y 3.16d no ignoran la deformación elástica, la cual debe ser incluida en una representación más general de esfuerzo-deformación. En las curvas, a y b indican el esfuerzo de fluencia y el esfuerzo último a la tensión, respectivamente.

Se han desarrollado análisis teóricos para predecir el comportamiento plástico de materiales por arriba de su rango elástico y proporcionar una descripción teórica de la relación entre esfuerzo-deformación. La curva esfuerzo verdadero-deformación verdadera puede ser representada por la forma parabólica[38]:

$$\sigma = K\varepsilon^\omega \quad (3.41)$$

donde ω y K son el coeficiente de endurecimiento del material y el coeficiente de resistencia del material respectivamente.

Para muchos metales ingenieriles puros y aleados, su comportamiento plástico-macro puede ser modelado mediante la ley de endurecimiento potencial[39]. El endurecimiento del material por deformación plástica, también es llamado trabajo en frío, puesto que la temperatura a la que ocurre la deformación es mucho menor comparada con la temperatura de fusión del material[40]. El comportamiento esfuerzo-deformación elasto-plástico puede ser expresado como[39]:

$$\sigma = S_y \left(1 + \frac{E}{S_y} \varepsilon_p \right)^\omega \quad (3.42)$$

donde: ε_p es la deformación plástica, E es el módulo elástico del material, S_y es el esfuerzo de fluencia, σ es el esfuerzo aplicado y ω es el coeficiente de endurecimiento del material. Para la deformación plástica, la expresión queda[40]:

$$\varepsilon_p = \frac{S_y}{E} \left(\frac{\sigma}{S_y} \right)^{\frac{1}{\omega}} - \frac{\sigma}{E} \quad (3.43)$$

3.6 Teoría de falla

En las situaciones donde se puede esperar en forma razonable que una parte sobrecargada en servicio falle en la misma forma que una barra del mismo material en una prueba estándar a la tensión, se recomienda que se use la teoría de la energía máxima de distorsión para pronosticar la cedencia cuando el material se comporta como dúctil [5]. En el caso de la unión, la falla estática en los miembros es menos común que en el perno [6], al tener mayor área efectiva a la compresión.

La teoría de la energía de la máxima distorsión sostiene que cualquier material esforzado en forma elástica sufre un (ligero) cambio en forma, volumen o en ambos. La energía necesaria para producir este cambio se almacena en el material en forma de energía elástica. Además, se postuló que un material dado tiene una capacidad limitada y definida para absorber energía de distorsión (energía que tiende a cambiar la forma, pero no el tamaño), y que los intentos de someter el material a cantidades mayores de energía de distorsión provocaban cedencia.

Cuando se usa esta teoría es conveniente trabajar con un esfuerzo equivalente, σ_e definido como el valor del esfuerzo uniaxial a la tensión que producirá el mismo nivel de energía de distorsión (según la teoría, la misma posibilidad de falla) que los esfuerzos reales indicados. En términos de los esfuerzos principales que existen, la ecuación para el esfuerzo equivalente es:

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_2 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2]^{1/2} \quad (3.44)$$

para el caso común del esfuerzo biaxial, ésta se reduce a:

$$\sigma_e = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2)^{1/2} \quad (3.45)$$

si los esfuerzos directos σ_x , σ_y y τ_{xy} se obtienen con más facilidad, una forma conveniente de la ecuación del esfuerzo equivalente es:

$$\sigma_e = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \quad (3.46)$$

Una vez que se ha calculado el esfuerzo equivalente, se compara con la resistencia a la cedencia obtenida con la prueba estándar a la tensión. Si σ_e excede S_y se pronostica la cedencia.

3.7 Mecanismo de fatiga

Una parte metálica sujeta a esfuerzos de tensión repetitivos o fluctuantes fallará a un esfuerzo mucho más bajo que el requerido para que falle en una sola aplicación de carga. Las fallas que ocurren bajo cargas cíclicas son llamadas por fatiga[41].

Como la falla por fatiga es más común que ocurra bajo cargas cíclicas de tensión que bajo cargas compresivas, sólo los pernos fallarán en uniones a tensión (pero no los miembros de la unión) y sólo los miembros (pero no los pernos) en uniones a cortante [6].

En general, entre más altas sean las cargas cíclicas en el perno, más pronto fallará. Éste fallará dependiendo del nivel de esfuerzo medio y la variación en el nivel del esfuerzo bajo cargas cíclicas.

3.7.1 Etapas de la falla por fatiga

Una falla por fatiga tiene una apariencia similar a la fractura frágil, dado que las superficies de la fractura son planas y perpendiculares al eje del esfuerzo con la ausencia de adelgazamientos. Las tres etapas de desarrollo de una fractura de una falla por fatiga son [1]:

- *Etapa I:* Es el inicio de una o más microgrietas debido a la deformación plástica cíclica seguida de propagación cristalográfica que se extiende de dos a cinco granos alrededor del origen.
- *Etapa II:* Las microgrietas se convierten en macrogrietas y forman superficies paralelas en forma de mesetas separadas por crestas longitudinales. Durante las cargas cíclicas, estas superficies con grietas se abren y cierran, frotándose entre sí.
- *Etapa III:* Ocurre durante el ciclo de esfuerzo final cuando el material restante no puede soportar las cargas, lo que resulta en una fractura súbita y rápida.

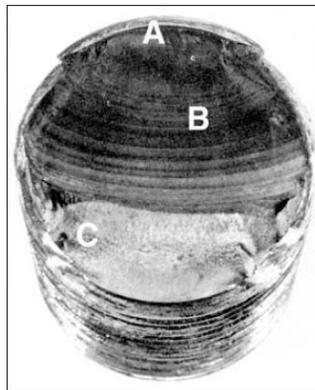


Fig. 3. 17 Falla por fatiga en un perno. La falla comenzó en la raíz de la rosca en A, se propagó casi de lado a lado en la sección transversal, lo cual se muestra por las marcas de playa en B, antes de la fractura rápida en C [1].

3.7.2 Métodos para el cálculo de la vida a la fatiga

Es necesario predecir la vida a la fatiga en número de ciclos hasta la falla, N , para un nivel específico de carga. Por lo general, la vida de $1 \leq N \leq 10^3$ ciclos se clasifica como fatiga de bajo ciclaje, mientras que la fatiga de alto ciclaje se considera que tiene $N \geq 10^3$ ciclos.

Los tres métodos más importantes de fatiga-vida que se usan en el diseño y el análisis son:

- El método de esfuerzo-vida: Se basa sólo en niveles de esfuerzo. Es el método más tradicional, tiene una gran cantidad de datos de soporte y representa de manera adecuada las aplicaciones de alto ciclaje. Por lo que es usado en el cálculo de vida infinita.
- El método de deformación-vida: Implica un análisis de la deformación plástica en regiones localizadas, donde se considera a los esfuerzos y deformaciones para la estimación de la vida. Este método es especialmente bueno para aplicaciones con fatiga de bajo ciclaje.
- El método de la mecánica de fractura: Supone que ya existe una grieta y que ésta se ha detectado. Entonces, se emplea para predecir el crecimiento de la grieta con respecto a la intensidad de esfuerzo.

3.7.2.1 Método de esfuerzo-vida

La resistencia de materiales bajo la acción de cargas de fatiga generalmente se determina sometiendo probetas de este material a fuerzas repetidas o variables de magnitudes especificadas, mientras se cuentan los ciclos o inversiones del esfuerzo hasta su destrucción. El dispositivo de ensayo a la fatiga que se emplea con más frecuencia es la máquina de viga rotativa de alta velocidad de R.R. Moore. En esta máquina, la muestra se somete a flexión pura (sin cortante transversal) mediante pesos Fig. 3.18.

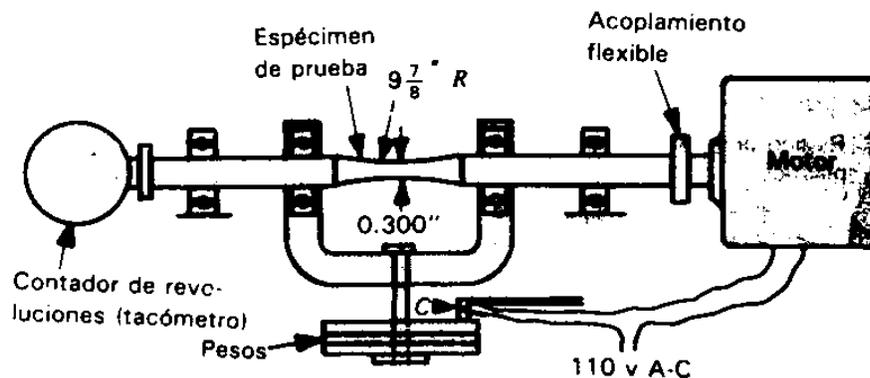


Fig. 3. 18 Máquina de R. R. Moore para probar a la fatiga una viga giratoria [5]

En el caso de la viga rotativa se realiza un gran número de ensayos, donde se aplica una carga constante de flexión y se registra el número de revoluciones (inversiones del esfuerzo) que soporta hasta que se presente la falla.

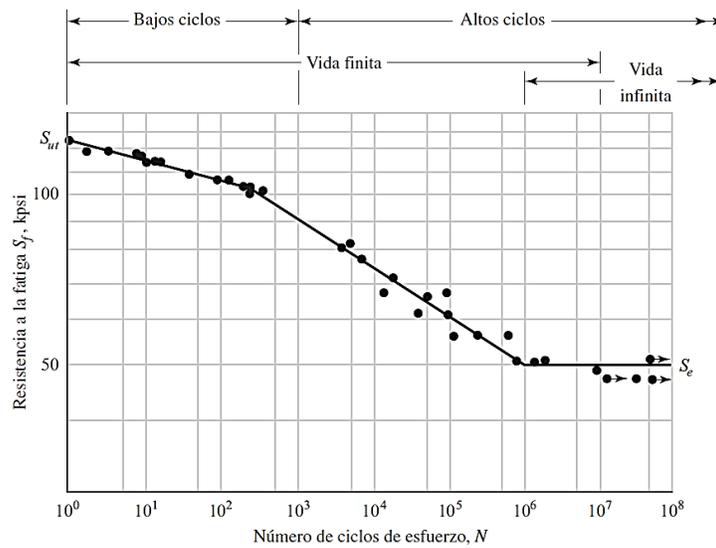


Fig. 3. 19 Diagrama $S - N$ a partir de los resultados de ensayos a la fatiga axial completamente invertidos. Material: acero UNS G41300 normalizado; $S_{ut} = 116$ kpsi; $S_{ut} = 125$ kpsi [1]

El primer ensayo se hace con un esfuerzo que es un poco menor que la resistencia última del material, el segundo ensayo a un esfuerzo menor que el primero. Este proceso continúa y los resultados se grafican como un diagrama $S - N$ (Fig. 3.19). La ordenada del diagrama $S - N$ se llama resistencia a la fatiga S_f . Es la intensidad del esfuerzo invertido que causa la falla después de un número dado de ciclos de carga, cuyo enunciado siempre se debe acompañar por su número de ciclos correspondiente N .

En el caso de los aceros, se presenta un cambio brusco de dirección en la gráfica, y más allá de este cambio no ocurrirá falla, sin importar que tan grande sea el número de ciclos. La resistencia correspondiente al cambio en la gráfica se llama *límite de resistencia* S_e o límite de fatiga. La Tabla 3.1 contiene los factores que se utilizan en el cálculo de la resistencia a la fatiga de materiales dúctiles (cuando se sujetan a cargas inversas totalmente) [5].

Tabla 3. 1 Factores generalizados de la resistencia a la fatiga para materiales dúctiles [5]

Límite de resistencia a la fatiga $S_e = S'_e C_L C_G C_S$.			
	Flexión	Axial	Torsión
S'_e (Límite de resistencia a la fatiga de R. R. Moore.)	$0.5S_u$	$0.5S_u$	$0.5S_u$
C_L (factor de carga)	1	1	0.58
C_G (factor de gradiente por tipo de carga)	1	.7 a .9	1
C_S (factor superficial)	-	-	-
Resistencia a 10^3 ciclos	$0.9 S_u$	$0.75 S_u$	$0.9 S_u$

3.7.3 Esfuerzos fluctuantes

Es común que los esfuerzos fluctuantes en las uniones adopten la forma de un patrón sinusoidal, por ejemplo, debido a la naturaleza de algunas máquinas rotatorias. En los patrones periódicos que presentan sólo un máximo y sólo un mínimo de la fuerza, la forma de la onda no resulta fundamental, pero los picos máximos y mínimos son importantes. F_{min} y F_{max} en un ciclo de fuerza se emplean para caracterizar el patrón de fuerza. Al variar por arriba y por debajo de una línea base, se construye una componente uniforme y una alternante:

$$F_m = \frac{F_{max} + F_{min}}{2} \quad F_a = \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \quad (3.47)$$

donde F_m es la componente de intervalo medio de la fuerza y F_a es la componente de la amplitud de la fuerza.

Las propiedades de un material son medidas en su mayor parte por pruebas a tensión-compresión o por flexión alternante. En general, el número de ciclos para falla N es sensible a la amplitud del esfuerzo σ_a , esfuerzo medio σ_m , frecuencia y forma de onda.

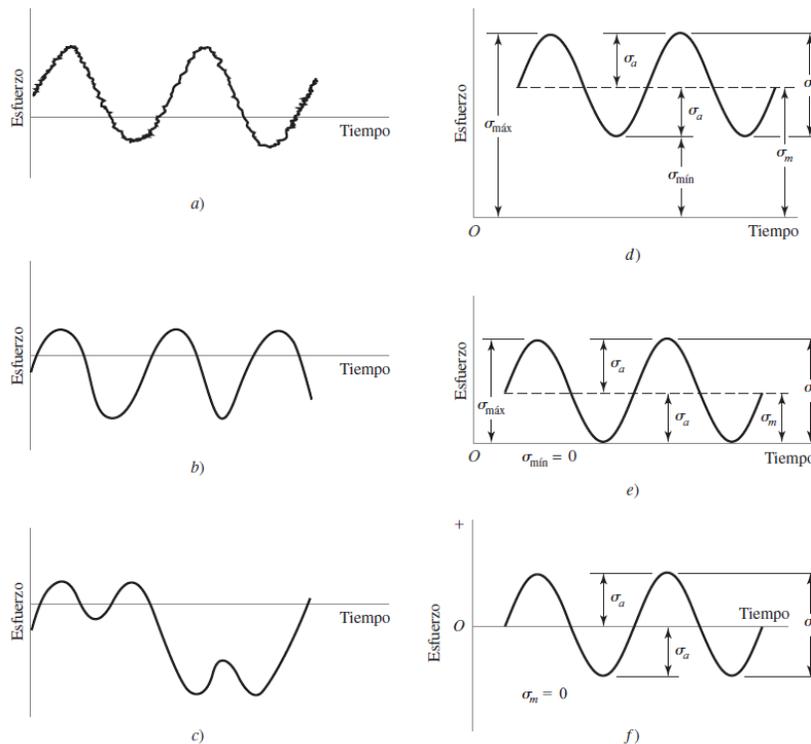


Fig. 3. 20 Relaciones de esfuerzo-tiempo y notación de esfuerzo fluctuante: a) esfuerzo fluctuante con pulsaciones de alta frecuencia; b) y c) esfuerzo fluctuante no sinusoidal; d) esfuerzo fluctuante sinusoidal e) esfuerzo repetido; f) esfuerzo sinusoidal completamente invertido [1]

Los esfuerzos generalmente se describen en las componentes (Fig. 3.20): σ_{min} -esfuerzo mínimo; σ_{max} - esfuerzo máximo; σ_a -esfuerzo alternante; σ_m -esfuerzo medio; σ_r -intervalo de esfuerzo. Las relaciones entre los esfuerzos son:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \tag{3.48}$$

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right| \tag{3.49}$$

además la razón de esfuerzos:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{3.50}$$

La razón de esfuerzos describe la forma en que se aplica la carga. Si los esfuerzos están totalmente invertidos, la razón de esfuerzo R se convierte en -1; si los esfuerzos están parcialmente invertidos R se convierte en un número negativo menor que 1. Si el esfuerzo se cicla entre el esfuerzo máximo y sin carga, la razón R se vuelve cero. Si el esfuerzo se cicla entre dos esfuerzos a tensión, R se convierte en un número positivo menor que 1. Un valor de R igual a 1 indica que no hay variación en el esfuerzo.

En casos con presencia de muesca, como en las roscas de los pernos, los esfuerzos anteriores se multiplican por el factor de concentración de esfuerzos k_f (Tabla 3.2).

Tabla 3. 2 Factores de concentración de esfuerzos por fatiga, k_f , para elementos de acero roscados (valores aproximados para cuerdas unificadas e ISO) [5]

Dureza	Grado SAE (roscas unificadas)	Grado SAE (roscas ISO)	k_f Cuerdas roladas	k_f Cuerdas cortadas
Debajo de 200 Bhn (recocido)	2 y menores	5.8 y menores	2.2	2.8
Arriba de 200 Bhn (endurecido)	4 y mayores	8.8 y mayores	3.0	3.8

3.7.4 Influencia del esfuerzo medio en la resistencia a la fatiga

Las partes de máquinas y estructuras raramente se encuentran sometidas a esfuerzos completamente reversibles, por lo general se encuentran con esfuerzo fluctuante que es una combinación de esfuerzo estático más otro completamente reversible. La existencia de un esfuerzo estático a tensión reduce la amplitud de esfuerzo reversible que pueden presentarse sin alcanzar el límite de resistencia a la fatiga S_e . Un método para graficar el

efecto del esfuerzo medio en la resistencia a la fatiga es el diagrama de Goodman modificado Fig. 3.21.

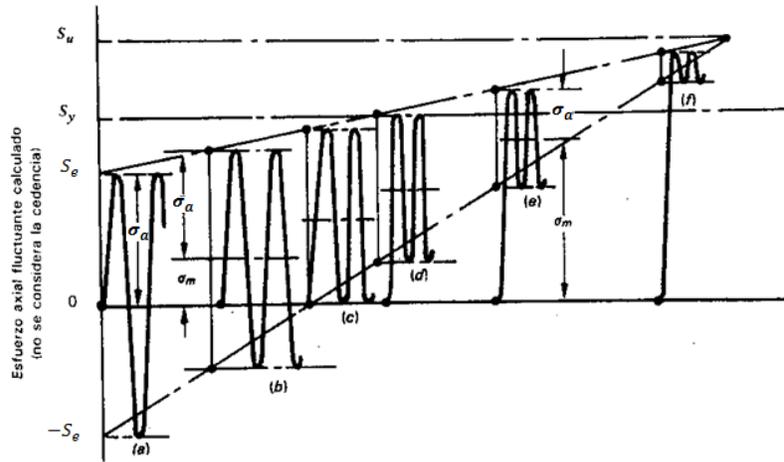


Fig. 3. 21 Esfuerzos fluctuantes uniaxiales, los cuales corresponden a una misma vida a la fatiga [5]

Referente a la Fig. 3.21, la fluctuación en *a)* corresponde a un esfuerzo completamente reversible igual al límite de resistencia a la fatiga con esfuerzo medio igual a cero. Para tener una vida a la fatiga igual, el esfuerzo alternante debe ser menor que S_e . Al pasar de *b)* a *c)*, *d)*, *e)*, y *f)* el esfuerzo medio incrementa, y el esfuerzo alternante debe disminuir correspondientemente. Desde *a)* puede comenzar a presentarse fluencia microscópica, pero al alcanzar *d)*, inicia la fluencia macroscópica.

Para cargas cíclicas de amplitud constante, hay múltiples teorías que definen las curvas esfuerzo-vida en términos de esfuerzo alterno σ_a , esfuerzo medio σ_m , resistencia a la fatiga S_e , esfuerzo de fluencia S_y , esfuerzo último S_u .

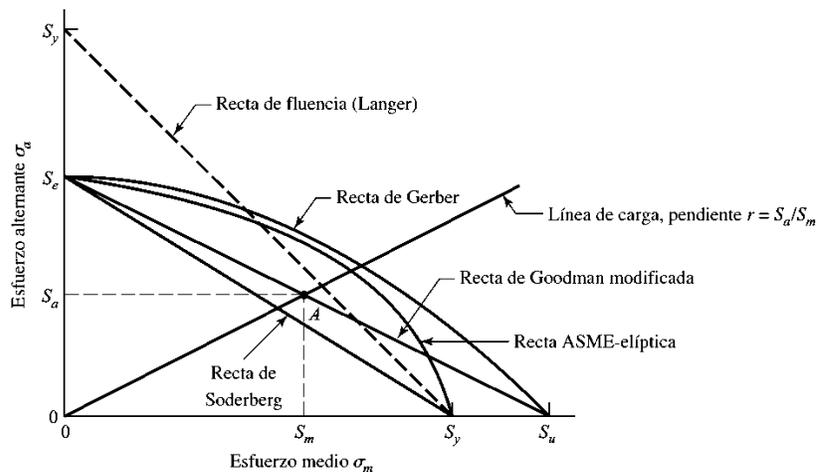


Fig. 3. 22 Diagrama de fatiga donde con varios criterios de falla [1].

La Fig. 3.22 presenta cinco criterios de falla, para cada criterio, los puntos “arriba” o sobre la recta respectiva indican falla. La ecuación de cada criterio es:

- Recta de Soderberg

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1 \quad (3.51)$$

- Línea de Goodman

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad (3.52)$$

- Parábola de Gerber

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1 \quad (3.53)$$

- ASME-elíptica

$$\left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1 \quad (3.54)$$

- Criterio geométrico de fluencia al primer ciclo de Langer

$$\sigma_a + \sigma_m = S_y \quad (3.55)$$

Bannantine *et al* [42] hace las siguientes generalizaciones acerca de la relación entre estos criterios para el área general de fatiga. El método de Soderberg es muy conservativo y rara vez usado. Los datos de pruebas actuales tienden a caer entre las curvas de Goodman y Gerber. Para aceros duros donde la resistencia última se aproxima al esfuerzo real de fractura, las líneas de Morrow y Goodman son esencialmente las mismas. Lindeburg [43] y Jvinall [5] sugieren usar la teoría de Goodman multiplicada por un apropiado factor de concentración de esfuerzos en la sección roscada del perno.

Los esfuerzos residuales mejoran el límite de resistencia a la fatiga o lo afectan de manera negativa. En general, si el esfuerzo residual en la superficie de la parte es de compresión, el límite de resistencia a la fatiga mejora. Las fallas por fatiga parecen ser fallas de tensión, o al menos las provoca un esfuerzo de tensión, por lo cual cualquier cosa que reduzca el esfuerzo de tensión también reducirá la posibilidad de una falla por fatiga.

Para cargas de amplitud variable, la regla de Miner puede ser usada para estimar la vida de fatiga [44]. De acuerdo con esta regla, el daño que la pieza sufrió bajo la acción de una amplitud de tensión cíclica dada es directamente proporcional al número de ciclos en que actuó aquella amplitud de tensión, es una teoría lineal para la acumulación de daño porque supone que la suma de las relaciones de ciclos a una amplitud dada entre la vida de fatiga a esa amplitud puede sumarse para obtener el efecto total de la carga variable y es independiente del orden de la carga.

Bannantine *et al* [42] notó que esta regla puede ser no-conservativa para dos niveles de prueba donde el primer nivel es una amplitud alta y el segundo nivel es una amplitud baja. Además notó que las pruebas hechas usando historiales de carga aleatorios con muchos niveles de esfuerzo mostraron buena correlación con la regla de Miner. Esta regla para la determinación de falla por fatiga puede ser escrita en la siguiente forma simple:

$$\sum \frac{n_i}{N_i} \geq 1 \quad (3.56)$$

Donde n_i es el número de ciclos actuantes para cierta amplitud de tensión y N_i la vida que el material tendría al ser sometido a dicha amplitud de carga, actuando aisladamente. En contraste, la parte no se fracturará debido a la carga de amplitud variable si la suma de relaciones es menor a 1.

La complicación de usar la regla de Miner para partes reales es la determinación de las amplitudes de carga y el número de ciclos. Además presenta algunas desventajas como:

- En muchos casos fue verificado que la suma de los daños parciales en el instante de falla es muy diferente de uno, pudiendo alcanzar en situaciones extremas, valores tan bajos como 0,13 o tan elevados como 22. Estos valores son alcanzados cuando la carga es de amplitud sucesivamente creciente o de amplitud sucesivamente decreciente, respectivamente.
- El daño en fatiga no es necesariamente lineal con el número de ciclos o con la razón n_i/N_i .
- La regla lineal del daño no considera, por lo menos explícitamente, la existencia de una interacción en los daños entre varios niveles de tensión, principalmente por la presencia de tensiones residuales que quedan en los puntos críticos.

3.8 Análisis por elemento finito

El método de elementos finitos es un procedimiento numérico para el análisis de estructuras y continuos. Usualmente el problema abordado es muy complicado como para ser resuelto satisfactoriamente por los métodos analíticos clásicos. El problema puede referirse a análisis de esfuerzo, transferencia de calor, o cualquiera de varias otras áreas. El procedimiento del elemento finito produce muchas ecuaciones algebraicas simultáneas, que son generadas y resueltas en una computadora digital. Los resultados son lo suficiente precisos para los propósitos ingenieriles a un costo razonable [45].

La pieza se discretiza para modelarla como una serie de elementos finitos y la precisión mejora entre más elementos se usen.

3.8.1 Ecuaciones básicas

3.8.1.1 Principio de trabajo virtual

La Fig. 3.23 muestra un cuerpo elástico sujeto a las fuerzas de volumen $\bar{P}_V = [\bar{P}_{V_x} \bar{P}_{V_y} \bar{P}_{V_z}]^T$, las fuerzas de superficie $\bar{P}_S = [\bar{P}_{S_x} \bar{P}_{S_y} \bar{P}_{S_z}]^T$, sobre S_p y las condiciones de desplazamientos prescritos $\bar{u} = [\bar{u}_x \bar{u}_y \bar{u}_z]^T$ sobre S_u [33].

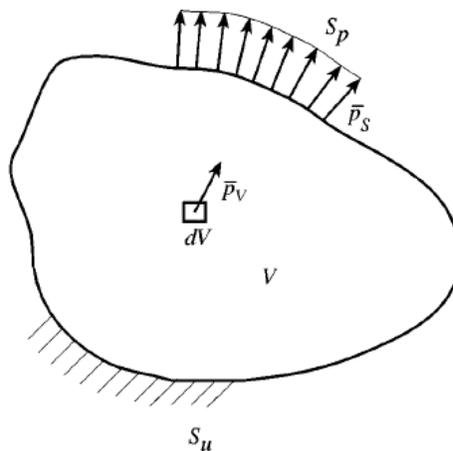


Fig. 3. 23 Cuerpo elástico. Sujeto a fuerzas de volumen \bar{P}_V , fuerzas de superficie \bar{P}_S sobre la superficie S_p y desplazamientos preescritos sobre S_u [33].

Las ecuaciones básicas de la teoría de elasticidad, usando cálculo matricial son:

1. Ecuaciones de equilibrio

$$D^T \sigma + \bar{P}_V = 0 \tag{3.57}$$

2. Ecuaciones constitutivas

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3.58)$$

3. Relación de esfuerzo-deformación

$$\varepsilon = Du \quad (3.59)$$

En estas relaciones el vector de esfuerzos $\sigma = [\sigma_{xx} \sigma_{yy} \sigma_{zz} \tau_{xy} \tau_{xz} \tau_{yz}]^T$ contiene las componentes del tensor de esfuerzos, E es la matriz del material, el vector de deformación $\varepsilon = [\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} \gamma_{xy} \gamma_{xz} \gamma_{yz}]^T$ incluye las componentes del tensor de deformaciones, el vector $u = [u_x u_y u_z]^T$ contiene los desplazamientos, y D es la matriz diferencial operadora:

$$D^T = \begin{bmatrix} \partial_x & 0 & 0 & \partial_y & \partial_z & 0 \\ 0 & \partial_y & 0 & \partial_x & 0 & \partial_z \\ 0 & 0 & \partial_z & 0 & \partial_x & \partial_y \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

con $\partial_x = \partial/\partial x$.

Las relaciones de las ecuaciones 3.57, 3.58 y 3.59 pueden ser expresadas como un sistema de ecuaciones diferenciales para desplazamientos de un cuerpo elástico llamado ecuaciones de desplazamiento de Lamé expresado:

$$D^T E D u + \bar{P}_V = 0 \quad (3.61)$$

Las condiciones de frontera correspondientes, seguidas de las condiciones de equilibrio en la frontera del cuerpo:

$$A^T \sigma = \bar{P}_S \text{ sobre } S_p \quad (3.62)$$

$$u = \bar{u} \text{ sobre } S_u \quad (3.63)$$

donde A^T es la matriz de transformación:

$$A^T = \begin{bmatrix} n_x & 0 & 0 & n_y & n_z & 0 \\ 0 & n_y & 0 & n_x & 0 & n_z \\ 0 & 0 & n_z & 0 & n_x & n_y \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

Los coeficientes de esta matriz son las componentes del vector unitario normal (cosenos directores) $n = [n_x \ n_y \ n_z]^T$ sobre la superficie del cuerpo elástico. Las condiciones de frontera de la ecuación 3.63 son llamadas condiciones de frontera de desplazamiento. Estas condiciones de frontera están limitando el espacio de todos los desplazamientos admisibles U .

Los esfuerzos estáticamente admisibles σ satisfacen las relaciones de equilibrio de la ecuación 3.57 y las condiciones de frontera de esfuerzo de la ecuación 3.62. En forma de integral, este conjunto de ecuaciones puede ser expresado como:

$$\int_V \delta u^T (D^T \sigma + \bar{P}_V) dV + \int_{S_p} \delta u^T (A^T \sigma - \bar{P}_S) dS = 0 \quad (3.65)$$

Para los desplazamientos cinemáticamente admisibles, desplazamientos que satisfacen las condiciones cinemáticas de la ecuación 3.59 y los desplazamientos de las condiciones de frontera de la ecuación 3.63, la integración por partes (teorema integral de Gauss) lleva a:

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV - \int_V \delta u^T \bar{P}_V dV - \int_{S_p} \delta u^T \bar{P}_S dS = 0 \quad (3.66)$$

Esta ecuación es llamada principio de trabajo virtual, que es la base de la derivación de las ecuaciones de elemento finito para resolver problemas elásticos.

La suma del trabajo virtual de las fuerzas internas δW_{int} y el trabajo virtual de las fuerzas externas δW_{ext} es cero:

$$-\delta W_{int} - \delta W_{ext} = 0 \quad (3.67)$$

con

$$\delta W_{int} = - \int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV \quad (3.68)$$

$$\delta W_{ext} = \int_V \delta u^T \bar{P}_V dV + \int_{S_p} \delta u^T \bar{P}_S dS \quad (3.69)$$

sustituyendo las ecuaciones 3.58 y 3.59 en la ecuación 3.65 lleva a:

$$\int_V (D \delta u)^T E D u dV - \int_V \delta u^T \bar{P}_V dV - \int_{S_p} \delta u^T \bar{P}_S dS = 0 \quad (3.70)$$

3.8.1.2 Ecuaciones de elementos

La estructura que será analizada es dividida en elementos finitos. Tales elementos se definen por n_e nodos. Un ejemplo sería un elemento cuadrilateral para problemas en dos dimensiones definido por cuatro nodos ($n_e = 4$). Los desplazamientos en los nodos del elemento se resumen en el vector de desplazamiento del elemento $V^e = [V_x^e \ V_y^e \ V_z^e]^T$, con $V_x^e = [u_{x1} \ u_{x2} \ \dots \ u_{xn_e}]$, donde $u_{x1} \ u_{x2} \ \dots \ u_{xn_e}$ son desplazamientos nodales.

Los vectores V_y^e, V_z^e se definen de manera similar. Las fuerzas nodales aplicadas \bar{P} son debido a fuerzas de volumen \bar{P}_V y fuerzas de superficie \bar{P}_S , ya que el elemento es cortado del cuerpo elástico, debe haber fuerzas internas desconocidas $P^e = [P_x^e \ P_y^e \ P_z^e]^T$, con $P_x^e = [P_{x1} \ P_{x2} \ \dots \ P_{xn_e}]$, donde P_y^e, P_z^e se definen de manera similar y $P_{x1} \ P_{x2} \ \dots \ P_{xn_e}$ son fuerzas nodales internas. Estas fuerzas están en equilibrio con las fuerzas nodales internas de los elementos adyacentes si el cuerpo se ensambla a partir de elementos. Usando estas definiciones, el principio de trabajo virtual para un solo elemento e aparece como:

$$\int_{V^e} (D\delta u)^T E D u dV - \int_{V^e} \delta u^T \bar{P}_V dV - \int_{S_p^e} \delta u^T \bar{P}_S dS - \delta V^{eT} P^e = 0 \quad (3.71)$$

o

$$-\delta W_{int}^e - \delta W_{ext}^e = 0 \quad (3.72)$$

El último término de la ecuación 3.71 representa el trabajo de las fuerzas nodales internas P^e .

Los componentes de los desplazamientos u del continuo son aproximados para cada elemento usando funciones que son dependientes únicamente de la posición en el elemento y de los desplazamientos nodales desconocidos. Tales funciones son llamadas funciones de interpolación. Para la componente x del desplazamiento es como sigue:

$$u_x \approx \hat{u}_x = \sum_{i=1}^{n_e} N_i u_{xi} = \bar{N} V_x^e \quad (3.73)$$

Las funciones N_i son llamadas funciones de forma. En general, estas funciones puede ser cualquier función de x, y, z . Usualmente, éstas se obtienen mediante la transformación de polinomios en forma de interpolación. Estas se resumen en el vector $\bar{N} = [N_1 \ \dots \ N_i \ \dots \ N_{n_e}]$. \hat{u}_x es una aproximación del desplazamiento u_x .

La aproximación de desplazamiento de la ecuación 3.73 se puede resumir para todos los desplazamientos en la forma:

$$u = \hat{u} = \begin{bmatrix} \bar{N} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{N} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{N} \end{bmatrix} V^e = NV^e \quad (3.74)$$

La aproximación de desplazamiento se introduce en la ecuación 3.67, el rendimiento para el elemento e :

$$0 = \delta V^{eT} \left[\int_{V^e} (DN)^T EDN dV \right] V^e - \delta V^{eT} \int_{V^e} N^T \bar{P}_V dV - \delta V^{eT} \int_{S_p^e} N^T \bar{P}_S dS - \delta V^{eT} P^e \quad (3.75)$$

introduciendo la abreviatura $B = DN$, ya que las variaciones δV^e son distintas a cero, se deduce de la ecuación 3.75 que:

$$\left[\int_{V^e} B^T EB dV \right] V^e - \int_{V^e} N^T \bar{P}_V dV - \int_{S_p^e} N^T \bar{P}_S dS - P^e = 0 \quad (3.76)$$

Donde (3.76) es la ecuación de equilibrio para el elemento e . En forma abreviada esta ecuación se lee:

$$k^e V^e = \bar{P}^e + P^e \quad (3.77)$$

con la matriz de rigidez del elemento:

$$k^e = \int_{V^e} B^T EB dV \quad (3.78)$$

y el vector de fuerza del elemento:

$$\bar{P}^e = \int_{V^e} N^T \bar{P}_V dV - \int_{S_p^e} N^T \bar{P}_S dS \quad (3.79)$$

Estos sistemas de ecuaciones pueden ser resueltos usando un software comercial de elemento finito. Incluyen complementos completos de elementos lineales y no lineales, así como leyes para distintos materiales. Pueden encargarse de los ensambles más complejos, especialmente los que incluyen contacto no lineal, y son la mejor opción para determinar esfuerzos, temperaturas, desplazamientos y distribuciones de presiones de contacto en todos los componentes de un ensamble.

CAPÍTULO 4

4. Análisis numérico general de los elementos de la unión empernada (rigidez y presiones de contacto)

4.1 Introducción

Para un diseño confiable de uniones empernadas, es necesario garantizar la integridad del perno evaluando la fracción de carga externa transmitida a través de éste en condiciones de trabajo. Además, en ocasiones la función de la unión empernada es mantener las superficies de las piezas unidas, sin permitirse su separación para no dar origen a fugas como en los recipientes a presión.

La rigidez del perno y de los miembros decide la porción de carga externa compartida por el perno y los miembros de la unión [18]. Estas rigideces reflejan el comportamiento general de la unión sujeta a cargas axiales que se desplazan mayormente a lo largo del eje del perno, por lo tanto, es necesario manejarlas con precisión para el dimensionamiento de la unión en fatiga. La presión de contacto generada por la sujeción del perno sobre los miembros influye en la separación de los mismos.

El método de elemento finito puede producir resultados más fiables en cuanto a fuerzas, esfuerzos, deformaciones y presiones de contacto presentes en la unión por dar una geometría más precisa, modelo de carga y condiciones de frontera específicas, además mediante la aplicación de las leyes lineales y no lineales del material.

Este capítulo presenta el análisis de la rigidez axial de los elementos que componen la unión y las presiones de contacto entre estos, empleando un paquete comercial de elemento finito "ABAQUS". Se simuló tres pernos métricos, usando elementos axisimétricos y 3D con el fin de encontrar la influencia del tamaño de éstos en su rigidez axial y comparar los resultados de los modelos. Además se simuló los miembros de la unión utilizando elementos finitos axisimétricos, para obtener su rigidez axial en función de los desplazamientos inducidos por el perno variando parámetros como el diámetro del agujero, espesor y razón de Poisson del material. Los resultados obtenidos fueron comparados con los modelos analíticos de diferentes autores.

4.1 Simulación de los pernos

Este primer estudio consistió en realizar una prueba a tensión simple en los pernos para caracterizar su comportamiento mecánico general utilizando modelos axisimétricos y 3D en las simulaciones. El propósito principal fue encontrar la deformación inducida por la carga a tensión en el perno en los dos tipos de elementos finitos, usarla para calcular la rigidez axial aparente de éste, mostrar su tendencia debido a los tres diferentes tamaños de pernos utilizados y comparar los resultados. Todo esto incluyendo las leyes lineales y no lineales del material para construir sus diagramas de fuerza-deformación.

La condición de trabajo a la que se someten los pernos en este primer análisis no corresponde totalmente a lo que ocurre en un ensamble real, eso se realiza en el siguiente capítulo. Sin embargo, los resultados de rigidez servirán como referencia respecto a cómo varía ésta en relación al tamaño de los pernos y se presentará la diferencia de resultados entre los modelos con elementos finitos axisimétricos y 3D.

4.1.1 Modelo geométrico de los pernos

Se simularon tres pernos con elementos 3D y axisimétricos para evaluar su rigidez axial. Los modelos en 3D incluyeron la geometría real de las cuerdas, mientras que en los modelos axisimétricos se omite el ángulo de las cuerdas del perno.

Los pernos analizados fueron: M10x1.5x75, M12x1.75x60 y M16x2x40 para considerar un mayor rango tamaños. Las medidas nominales y nomenclatura se presentan en la Tabla 4.1, así como, la geometría en la Fig. 4.1.

Tabla 4. 1 Nomenclatura y medidas nominales de los pernos.

Nomenclatura	M10 (mm)	M12 (mm)	M16 (mm)
D_T	8.59	10.36	14.138
d	10	12	16
l	75	60	40
LB	55	38	14
LC	20	22	26
TH	6.5	7.8	10.4
γd	15	18	24

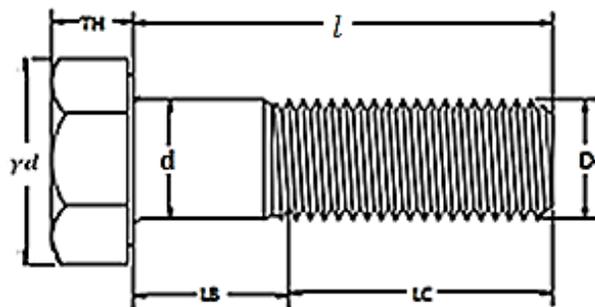


Fig. 4. 1 Geometría de los pernos.

Donde: D_T es el diámetro correspondiente al área de esfuerzo a la tensión de las cuerdas; d es el diámetro nominal del perno; l es la longitud del vástago; LB es la longitud de la caña; LC es la longitud de la rosca, γd es el diámetro de la cabeza y TH es el espesor de la cabeza.

El material de los pernos fue acero SAE clase 5.8, cuyas características mecánicas son: módulo elástico $E = 203.4$ GPa [46], límite de fluencia $S_y = 420$ MPa [1], razón de Poisson $\nu = 0.29$ [47], coeficiente de endurecimiento $\omega = 0.17$ [48].

4.1.2 Modelos discretos 3D

La Fig. 4.2 muestra los modelos discretos en 3D de los pernos con su distribución de malla, condiciones de frontera y la ubicación de la carga de tensión a la que son sometidos. Estos modelos consideran la geometría real de las roscas, sólo se omite la parte hexagonal de la cabeza de los pernos, considerándola en forma cilíndrica.

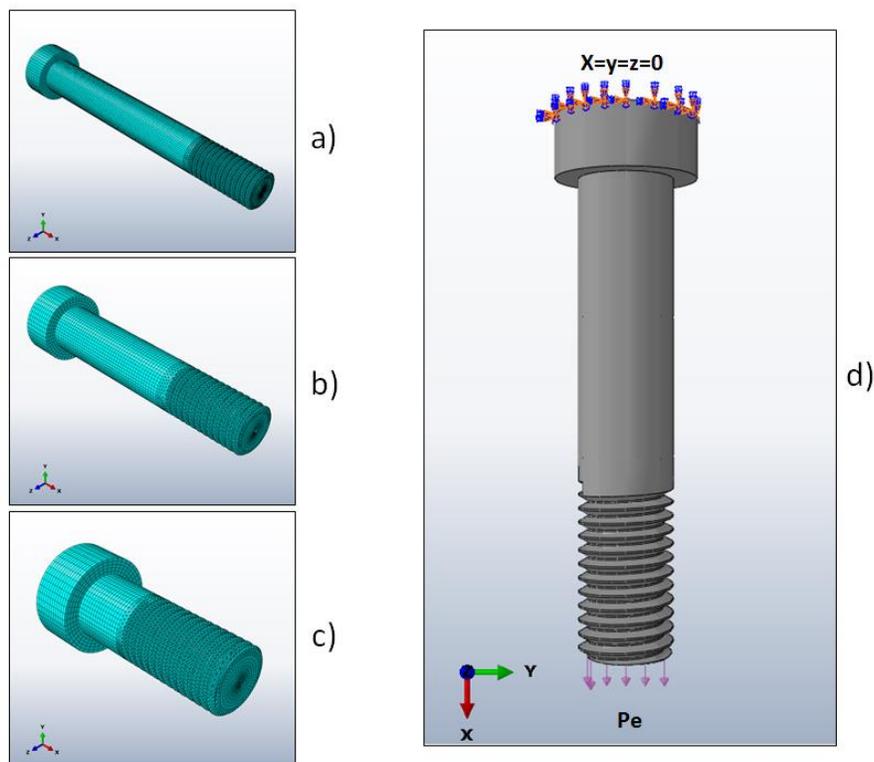


Fig. 4. 2 Discretización de los pernos y condiciones de frontera. Donde: a) M10, b) M12, c) M16 y d) Condiciones de frontera.

Como condiciones de frontera (Fig. 4.2d), en los tres pernos se restringieron los desplazamientos axiales de los nodos ubicados sobre la cara superior de la cabeza y se aplicó

una fuerza axial de presión en el extremo del perno de 23 kN en un radio de 3.56 mm, 4.31 mm y 5.93 mm respectivamente en los perno M10, M12 y M16. Las características principales de los modelos discretos se presentan en la Tabla 4.2:

Tabla 4. 2 Características principales de los modelos 3D de los pernos.

Perno	Tipo de Elemento	Forma del Elemento	Número de Elementos	Número Total de Elementos	Tamaño Prom. de Elementos (mm)	Número de Nodos
M10	C3D8R	Hexaédrico	101056	149834	0.5	122514
	C3D6	Cuña	10688			
	C3D4	Tetraédrico	38090			
M12	C3D8R	Hexaédrico	29450	55607	0.8	40262
	C3D6	Cuña	4700			
	C3D4	Tetraédrico	21457			
M16	C3D8R	Hexaédrico	28464	60492	0.8	39752
	C3D6	Cuña	3024			
	C3D4	Tetraédrico	29004			

Los elementos tipo cuña y tetraédrico se utilizaron en la rosca del perno, debido a que se adaptan mejor a su geometría que los elementos de forma hexaédrica.

4.1.3 Modelos discretos axisimétricos

Tomar la geometría de revolución de los pernos en el modelo discreto permite usar elementos finitos axisimétricos, ya que el eje del sistema axisimétrico (Fig. 4.3) coincide con el eje geométrico del perno.

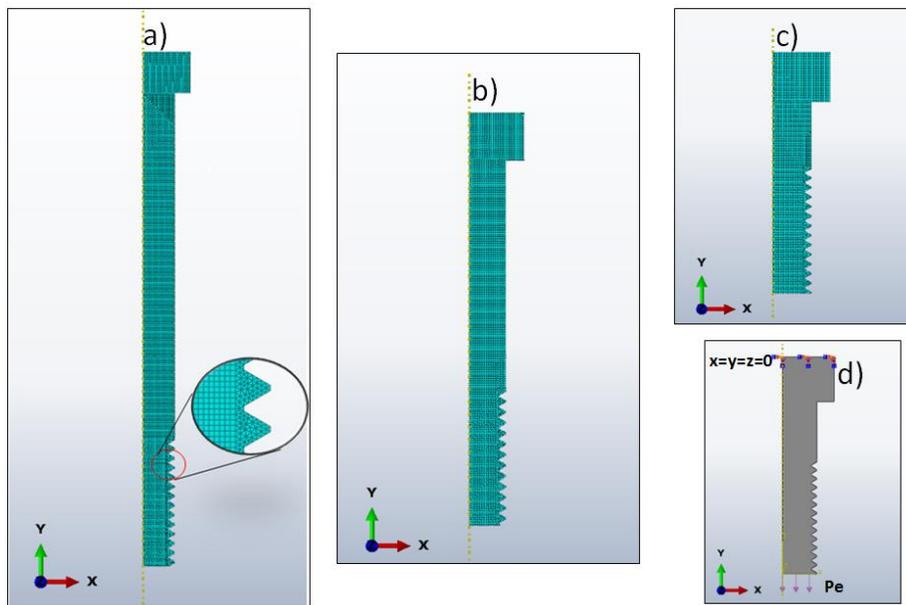


Fig. 4. 3 Modelos discretos axisimétricos de los pernos, donde: a) M10, b) M12, c) M16 y d) Condiciones de frontera.

La Fig. 4.3 incluye los modelos discretos axisimétricos de los tres pernos, condiciones de frontera y distribución de malla. Se aplicó una carga de tensión de 23 kN en la parte inferior de cada perno, de la misma forma que en los modelos 3D.

La Tabla 4.3 muestra las características principales de los modelos discretos: el tipo, la forma, el número y tamaño de los elementos utilizados en cada modelo, así como el número total de nodos. Esta información se puede utilizar para fines comparativos con la tabla 4.2 correspondiente a los modelos 3D en cuestión de optimización de recursos, como el tiempo de cómputo de los modelados.

Tabla 4. 3 Características principales de los modelos axisimétricos de los pernos.

Perno	Tipo de Elemento	Forma del Elemento	Número de Elementos	Número Total de Elementos	Tamaño Prom. de Elementos (mm)	Número de Nodos
M10	CAX4R	Cuadrilateral	10023	11010	0.2	11005
	CAX3	Triangular	987			
M12	CAX4R	Cuadrilateral	9859	11213	0.2	10954
	CAX3	Triangular	1354			
M16	CAX4R	Cuadrilateral	9923	11575	0.2	11114
	CAX3	Triangular	1652			

Los elementos triangulares fueron colocados en la rosca del perno porque se ajustan mejor a la geometría de las cuerdas. Esto facilita la convergencia del modelado y genera campos de esfuerzo bien definidos

4.1.4 Resultados numéricos de los pernos

De las simulaciones numéricas se obtuvo la deflexión axial y la distribución de esfuerzos inducida por la carga de tensión simple en los pernos tanto de los modelos 3D como axisimétricos. Esta deflexión se utilizó para calcular la rigidez axial y se comparó con la rigidez obtenida mediante el método analítico simple.

4.1.4.1 Resultados de los modelos en 3D

Estos resultados son el campo de esfuerzos de Von Mises inducidos por la fuerza de tensión en el perno M10 (Fig. 4.4), donde la mayor concentración de esfuerzo se localizó en la raíz de las cuerdas.

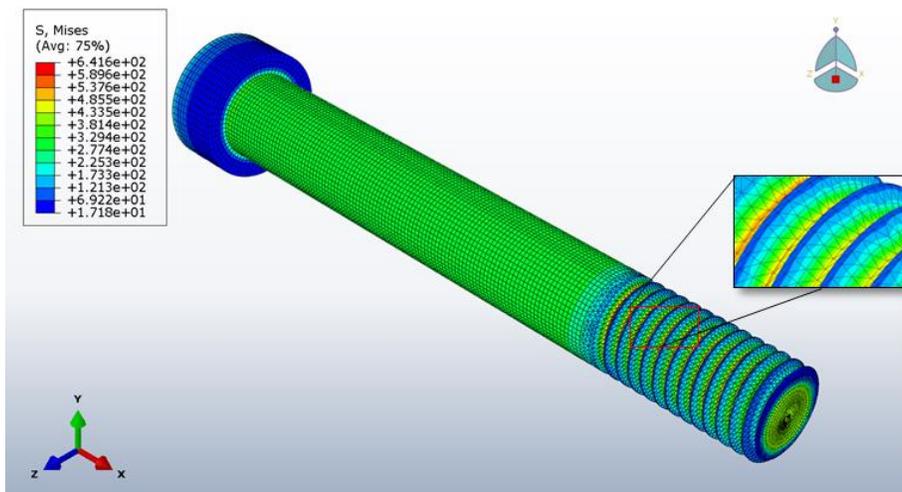


Fig. 4. 4 Campo de esfuerzos de Von Mises [MPa] en el perno M10, Modelo 3D (Fuerza 23 kN).

La sección uniforme del vástago del perno presentó esfuerzos elásticos de 293 MPa, mientras que en las cuerdas el esfuerzo superó este límite. El campo de desplazamientos en dirección axial “X” causados por la carga de 23 kN en los pernos se muestra en la Fig. 4.5.

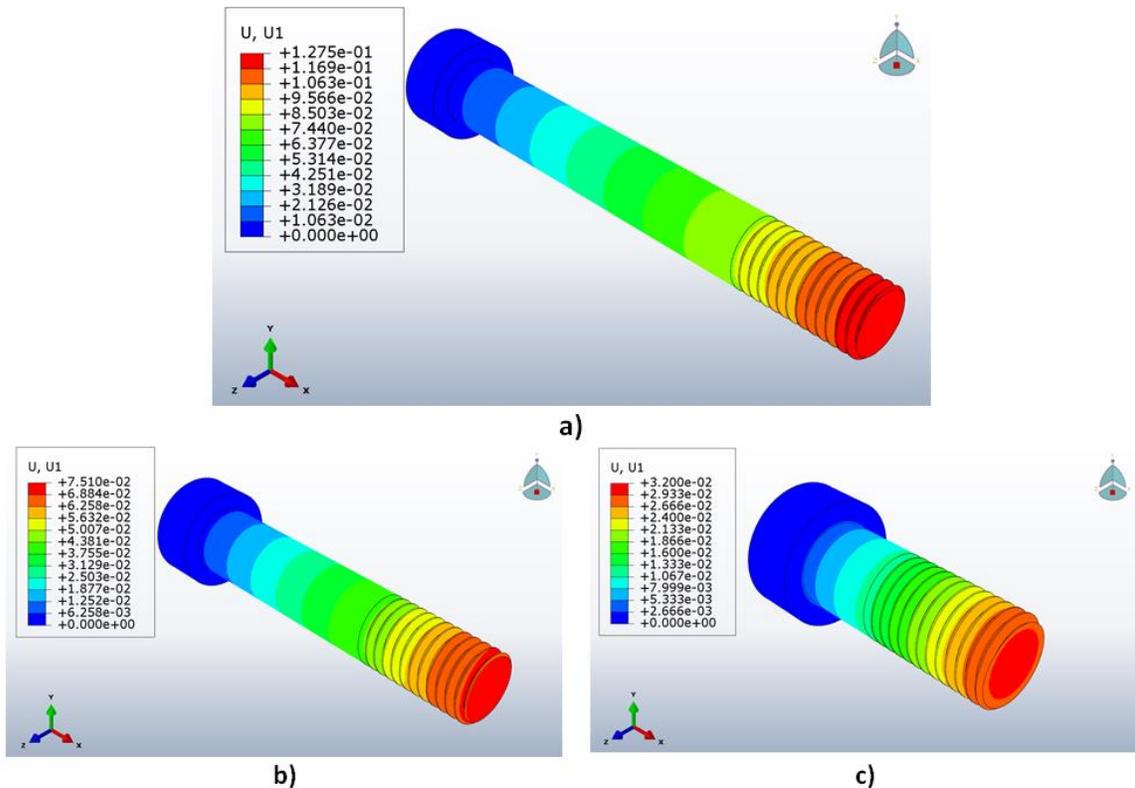


Fig. 4. 5 Campo de deflexiones en dirección axial “x” [mm] en los pernos. Donde: a) M10, b) M12, c) M16 (Fuerza 23 kN).

La deflexión máxima en dirección axial del perno M10 fue de 0.127 mm (Fig. 4.5a), mientras que en los pernos M12 y M16 fue de 0.075 mm y 0.032 mm respectivamente, como se muestra en las Fig. 4.5b y c.

4.1.4.2 Resultados de los modelos axisimétricos

El uso de estos modelos axisimétricos permitió reducir el tiempo de cómputo de las simulaciones de los pernos en comparación con los modelos 3D y utilizar elementos de menor tamaño. La Fig. 4.6a presenta el campo de esfuerzo equivalente de Von Misses del perno M16 inducido por la carga de tensión de 23 kN, se observa la concentración de esfuerzo en las cuerdas y en la zona de transición entre la cabeza y el vástago del perno.

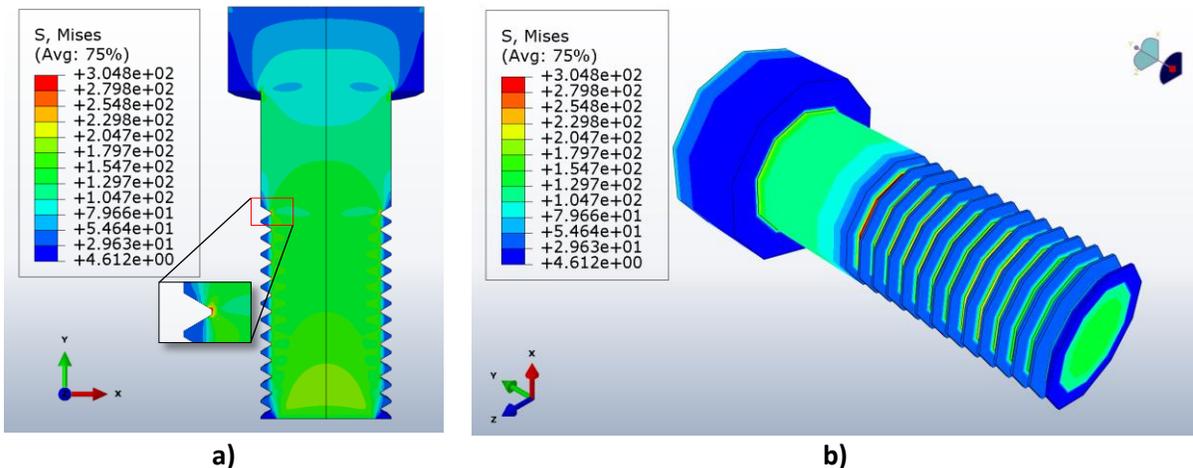


Fig. 4. 6 Esfuerzos de Von Mises [MPa] en el perno M16, modelo axisimétrico (Fuerza 23 kN). Donde: a) Corte transversal y b) Vista isométrica.

La deflexión máxima en dirección axial obtenida de los modelos axisimétricos se presenta en las Fig. 4.7 y 4.8. En el perno M10 dicha deflexión fue de 0.12 mm (Fig. 4.7), mientras que en los pernos M12 y M16 fue de 0.076 mm y 0.032 mm (Fig. 4.8 a y b).

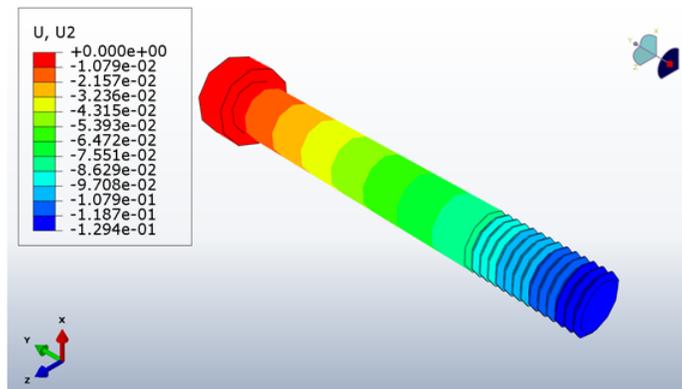


Fig. 4. 7 Deflexión en dirección axial “x” [mm] en el perno (Fuerza 23 kN).

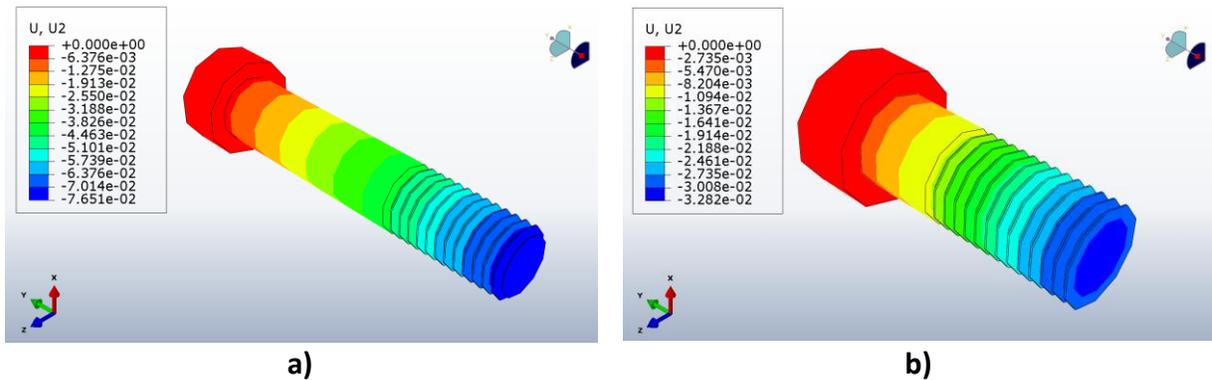


Fig. 4. 8 Campo de deflexiones en dirección axial “Y” [mm] en los pernos. Donde: a) M12 y b) M16 (Fuerza 23 kN).

La Tabla 4.4 resume las deformaciones axiales provocadas en los pernos por la fuerza de tensión de los modelos 3D, axisimétricos y la diferencia entre estos resultados. Además, expone que los modelos axisimétricos presentan menor rigidez que los modelos 3D. Por tal razón se simularon las roscas del perno M10 con el ángulo de inclinación presente en los modelos en 3D y las roscas planas consideradas en los modelos axisimétricos.

Tabla 4. 4 Deformaciones axiales máximas en los pernos (Fuerza: 23 kN)

Perno	Deformación Axial Modelos 3D [mm]	Deformación Axial Mod. Axisimétricos [mm]	% Diferencia
M10	0.1275	0.1294	1.49
M12	0.0751	0.0765	1.86
M16	0.0320	0.0328	2.5

La fig. 4.9 contiene las condiciones de frontera de los modelos 3D de la rosca real y rosca plana (fijación de la parte superior), la fuerza aplicada (fuerza de presión de 23 kN en un radio de 3.56 mm) y los resultados de deflexión en dirección axial “x” de las dos roscas.

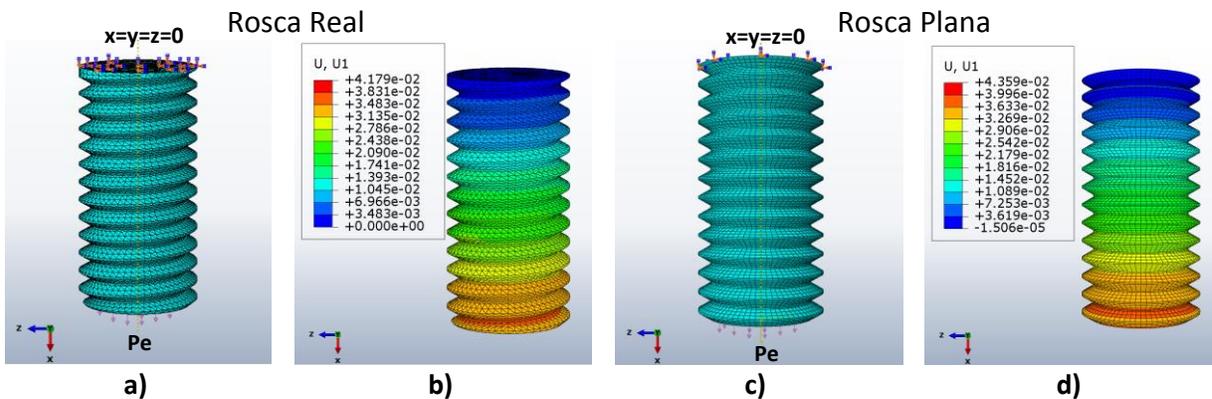


Fig. 4. 9 Modelos en 3D de la rosca real a) y rosca plana o axisimétrica c) del perno M10 con su respectiva deflexión axial [mm] (Fuerza 23 kN).

De acuerdo a la deflexión axial presentada en los dos modelos de roscas, la rosca con cuerdas planas resultó comportarse 4.3% menos rígida que la rosca real. Por ello la diferencia de resultados entre modelos 3D y axisimétricos de los pernos.

Las rigideces de los pernos obtenidas mediante simulación numérica (y ecuación 3.17) y el método analítico simple (ecuaciones 3.13 y 3.22) se presentan en la Tabla 4.5. Además contiene la diferencia porcentual para cada perno.

Tabla 4. 5 Comparación de la rigidez axial de los pernos (Método numérico y analítico).

Perno	Rigidez		% Diferencia
	Método Analítico	Método Numérico (3D)	
M10	188.00 MN/m	180.392 MN/m	1.31
M12	324.06 MN/m	306.258 MN/m	2.1
M16	787.65 MN/m	718.750 MN/m	3.3

Los resultados presentes en la tabla anterior muestran poco porcentaje de diferencia. Ésta principalmente porque la ecuación (3.13) considera una distribución de esfuerzo uniforme sobre toda el área transversal de los pernos. Sin embargo, la Fig. 4.6a muestra zonas de bajo esfuerzo en los cambios de sección del perno, lo que resulta en la reducción de rigidez observada.

4.1.5 Comportamiento plástico de los pernos

Este análisis consistió en inducir esfuerzos en los pernos que superan el límite de fluencia del material que los compone, se realizó con los modelos axisimétricos para observar su comportamiento plástico, aplicando una carga distribuida. Para ello, se introdujo la teoría de endurecimiento por plasticidad y usando la ecuación 3.43 se generó la Tabla 4.6 para introducirla en las propiedades plásticas del material en las simulaciones. El acero empleado en la simulación tiene un módulo de Young de 203400 MPa [46], un coeficiente de Poisson de 0.29 [47], límite de fluencia de 420 MPa [1] y coeficiente de endurecimiento de 0.17 [48][40].

Tabla 4. 6 Valores esfuerzo y deformación plástica unitaria del acero de los pernos SAE clase 5.8

σ (Mpa)	ϵ
420	0
430	0.00025
440	0.00055
450	0.00088

460	0.0013
470	0.0017
480	0.0022
490	0.0027
500	0.0033
510	0.0040
520	0.0047

Los resultados de las simulaciones se resumen en el diagrama fuerza-deformación de la Fig. 4.10, donde se hace la comparación de los tres pernos cargados axialmente. Considerando la rigidez como la pendiente de la recta en la gráfica, los pernos más cortos y gruesos son los más rígidos.

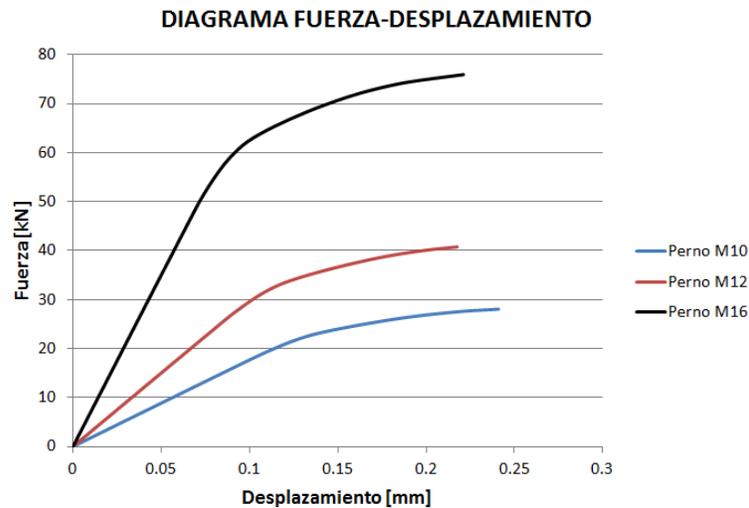


Fig. 4. 10 Diagrama fuerza-deformación de los pernos con comportamiento plástico.

Los pernos largos y delgados admiten mayores deflexiones antes de alcanzar su límite elástico en comparación con los pernos gruesos y cortos, sin embargo, lo hacen a menor fuerza aplicada.

4.2 Simulación de los miembros de la unión

Como las rigideces de los miembros de la unión juegan un papel importante en el comportamiento general de la unión, se realizó un estudio sistemático mediante la técnica de elementos finitos para evaluar el comportamiento característico de la rigidez axial de los miembros de la unión sujetos por un perno, ya que el cálculo de su rigidez es difícil debido a que presentan deformación heterogénea y los métodos analíticos disponibles presentan diferencias considerables entre sí[17]. Además se estudió la presión de contacto entre los

miembros por ser un factor importante a considerar en el diseño de uniones empernadas que no admiten separación entre los miembros.

Se crearon modelos de elementos finitos axisimétricos para representar a los elementos de la unión, los materiales usados en este análisis se consideraron como isotrópicos y homogéneos. Se variaron parámetros en la unión como el diámetro del perno (agujero en el miembro), el espesor de los miembros y la razón de Poisson del material de los mismos. La deflexión obtenida de las simulaciones se usó para calcular la rigidez axial aparente de los miembros y se comparó con los resultados de métodos analíticos.

4.2.1 Modelo geométrico de las uniones utilizadas para el estudio de la rigidez de los miembros

Para el modelado por elemento finito de los miembros de una unión empernada se consideró una geometría perfectamente axisimétrica. En todos los casos la unión corresponde a un ajuste H7/h6 donde el perno y el agujero tienen la misma dimensión; los miembros sujetos por el perno y su tuerca son del mismo material e igual espesor. Se omitió el vástago del perno en los modelos, ya que el objeto de estudio fue la rigidez de los miembros. El modelo geométrico de la unión se encuentra en la Fig. 4.11.

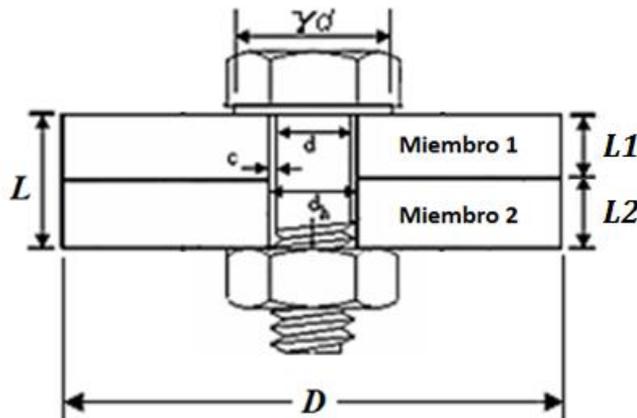


Fig. 4. 11 Modelo geométrico de las uniones empernadas estudiadas.

La variación en las dimensiones de los componentes de la unión dependerá del tipo de análisis al que se someten, por lo que serán proporcionadas más adelante.

Los materiales de las piezas se consideraron linealmente elásticos. Se utilizó un material blando (aluminio) en el miembro con un módulo elástico de 70 GPa, límite de fluencia a compresión de 248 MPa y razón de Poisson de 0.33 [47]; y un material más

resistente en el perno (acero) con módulo elástico de 210 GPa y razón de Poisson de 0.3[47] para que al aplicar la precarga, el perno no sufra deformación relativa significativa.

En todos los modelos se aplicó la precarga al perno mediante una fuerza de presión en la cabeza, equivalente a 10 kN.

4.2.2 Modelo Discreto

La primera parte del estudio se trabajó con dos modelos discretos (Fig. 4.12). Un modelo que incluye los dos miembros sujetados, la cabeza del perno y la tuerca (Fig. 4.12 a); y otro modelo simplificado que aprovecha la doble geometría (radial y axial) de la unión incluyendo sólo un miembro, la cabeza del perno y un cuerpo rígido sobre el que se apoya el miembro (simulando la cara del segundo miembro) (Fig. 4.12 b).

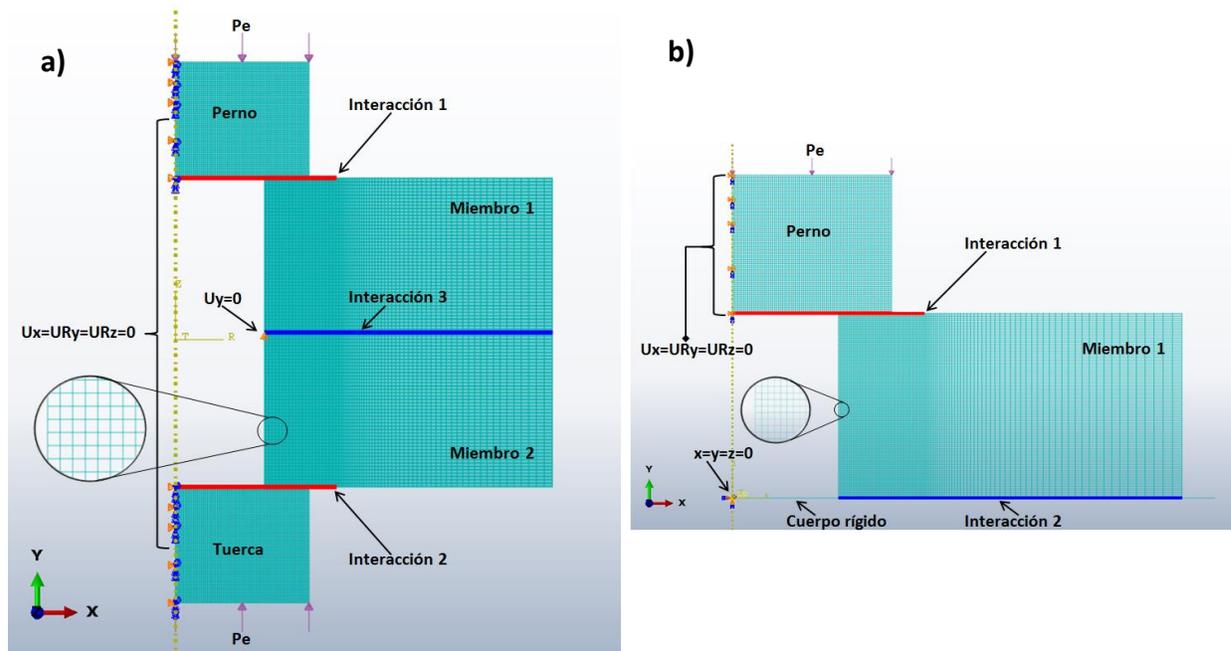


Fig. 4. 12 Modelos de elementos finitos axisimétricos de las uniones empleadas para analizar la rigidez de los miembros con condiciones de carga, de frontera y densidad de malla (perno M23). 1) Modelo completo con contacto entre los miembros y 2) Modelo simplificado equivalente de la unión.

La cabeza hexagonal del perno y la tuerca fueron modeladas como cuerpos cilíndricos cuyo diámetro es el mismo que el diámetro real de la cara de ambas piezas que hace contacto con los miembros sujetos. Se espera que el modelo completo, al incluir todos los componentes de la unión y sus regiones de contacto muestre un comportamiento más real mientras que el modelo simplificado se usará para realizar diversos estudios sistemáticos en la unión optimizando recursos computacionales.

Ambos modelos mostrados en la Fig. 4.12 incluyen un perno M22, sin embargo, irán tomando diferentes tamaños a lo largo del análisis. La Tabla 4.7 muestra las características principales de los dos modelos discretos equivalentes de la unión emperrada para hacer una comparación de su composición:

Tabla 4. 7 Características principales del modelo discreto completo y simplificado.

Modelo	Tipo de Elemento	Forma del Elemento	Número Total de Elementos	Tamaño Min. de Elementos (mm)	Número de Nodos
Completo	CAX4R	Cuadrilateral	40400	0.15	41192
Simplificado	CAX4R	Cuadrilateral	22107	0.15	22533

Todas las interacciones de contacto en los modelos son del tipo superficie a superficie. El modelo completo (Fig. 4.12a) incluye tres interacciones: La interacción 1 es entre la superficie de la cabeza del perno y la superficie superior del miembro 1; la interacción 2 corresponde al contacto entre la cara interna de la tuerca y la superficie inferior el miembro 2; y la interacción 3 es entre las superficies de los dos miembros sujetos. El modelo simplificado (Fig. 4.12b) sólo incluye dos interacciones, todas con un coeficiente de fricción de 0.2.

Se crearon dos series de nodos en cada modelo para monitorear desplazamientos y presión de contacto: la serie 1 está compuesta por los nodos del miembro situados bajo la cabeza del perno y la serie 2 por los nodos que están en contacto entre los miembros. La Fig. 4.13 indica la posición de estas series de nodos.

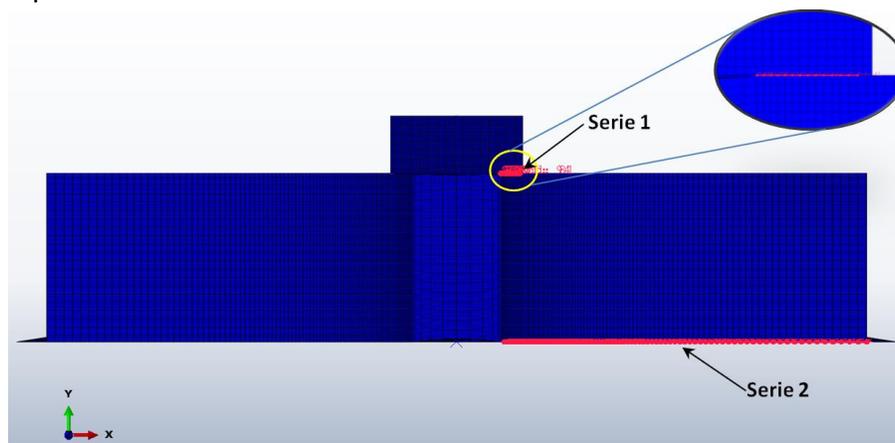


Fig. 4. 13 Series de nodos para el monitoreo de esfuerzos, deformaciones y presiones de contacto en la unión emperrada.

La serie 1 proveerá los desplazamientos espaciales (dirección “y”) del miembro para el cálculo de la rigidez, mientras que la serie 2 las presiones de contacto entre los miembros, así como, el área total de contacto en las dos superficies en contacto.

4.2.2 Influencia del diámetro del perno en la rigidez axial del miembro de la unión

El primer análisis consistió en evaluar la influencia del diámetro del perno (y agujero del miembro) en la rigidez axial de los miembros de la unión, manteniendo constante el espesor de estos. Para ello, se realizaron simulaciones de la unión variando el diámetro del perno desde un M10 hasta un M30 y cada miembro de espesor igual a 19.1 mm y diámetro exterior de 90 mm. La Tabla 4.8 contiene la lista de las medidas nominales de los pernos utilizados en las simulaciones.

Tabla 4. 8 Lista de pernos y dimensiones relacionadas.

Tamaño del Perno	Diámetro del perno-agujero d [mm]	Diámetro de la cabeza del perno-arandela $\gamma d = 1.5d$ [mm]
M10	10	15
M14	14	21
M18	18	27
M22	22	33
M27	27	40.5
M30	30	45

4.2.2.1 Resultados

Los resultados obtenidos en las simulaciones de los modelos fueron el campo de desplazamientos nodales espaciales de los miembros, la distribución de esfuerzos, la presión de contacto, y la rigidez axial del miembro respecto al diámetro del perno.

La Fig. 4.14 muestra el campo de desplazamientos axiales inducidos en la unión empernada por un perno M22 que sujeta los dos miembros con una precarga de 10 kN. Nótese que a cierta distancia radial desde el agujero, los miembros empiezan a separarse, condición no deseada en algunas aplicaciones de la unión.

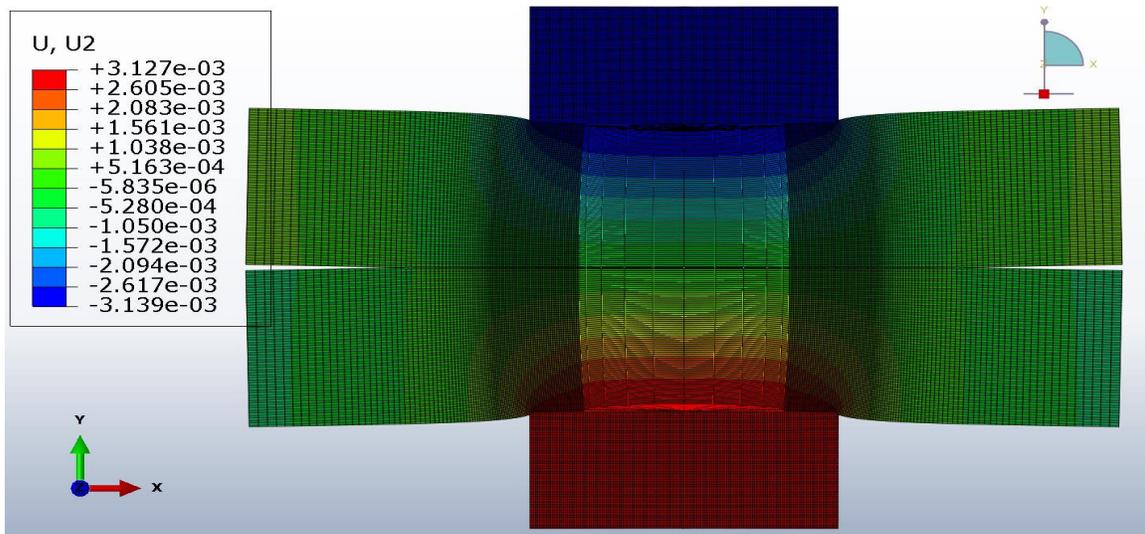
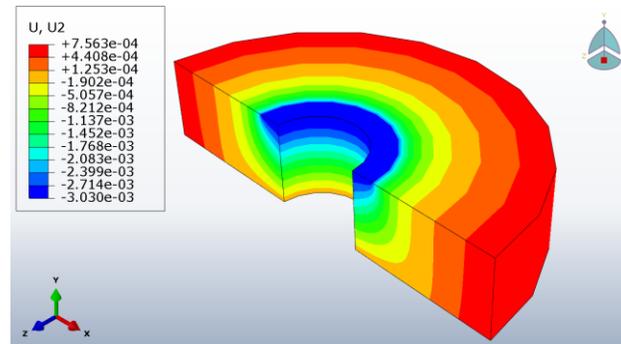
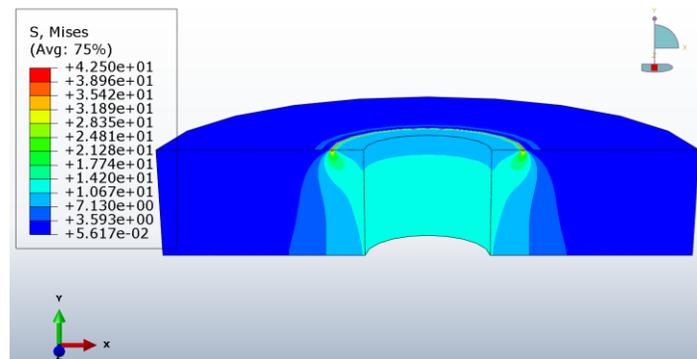


Fig. 4. 14 Campo de desplazamientos espaciales en dirección “y” de la unión con perno M22 [mm], con precarga de 10 kN. La unión presenta una escala de deformación de +500.



a) Desplazamientos axiales en el miembro 1.



b) Esfuerzos de Von Mises en el miembro 1.

Fig. 4. 15 a) Campo de desplazamientos espaciales en dirección “y” y b) esfuerzos de Von Mises en el miembro 1 en la unión emperrada. Debido a una precarga en el perno de 10 kN.

La Fig. 4.15 muestra al miembro 1 de la unión en el estado de precarga. Se ocultaron las otras piezas para visualizar claramente el estado del miembro 1: en a) se presenta la deformación inducida por el perno y en b) los esfuerzos de Von Mises. Los desplazamientos negativos son los provocados por la presión de la cabeza del perno sobre el miembro y los positivos corresponden a la flexión secundaria, la mayor concentración de esfuerzos aparece en el borde de la cabeza del perno.

Los desplazamientos axiales de los nodos del miembro 1 correspondientes a la serie 1 se encuentran en la Fig. 4.16. Los nodos ubicados en la frontera del agujero (distancia=0 en Fig. 4.16) presentan el mayor desplazamiento, mientras disminuye al incrementar la distancia radial.

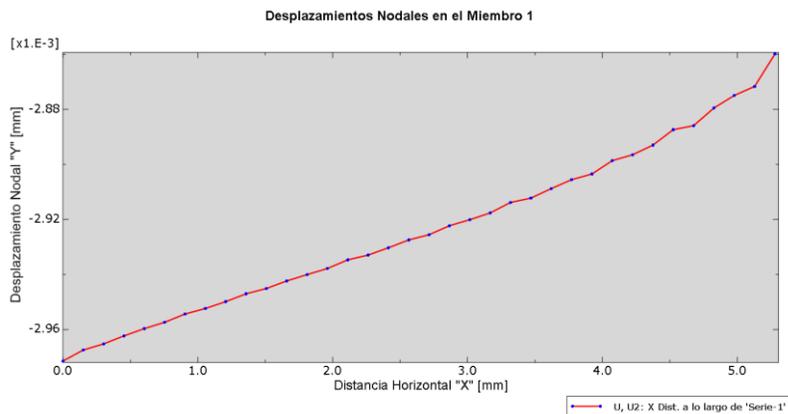


Fig. 4. 16 Desplazamientos nodales en el miembro unido con perno M22 con una precarga de 10 kN.

La rigidez del miembro fue calculada usando el promedio de estos desplazamientos nodales [17][49] y la ecuación (3.35). La serie 2 de nodos se utilizó para obtener los valores de presión de contacto entre las superficies de los miembros una vez aplicada la precarga en el perno. La Fig. 4.17 contiene los valores de presión de contacto (MPa) de los nodos de contacto en la unión estudiada.

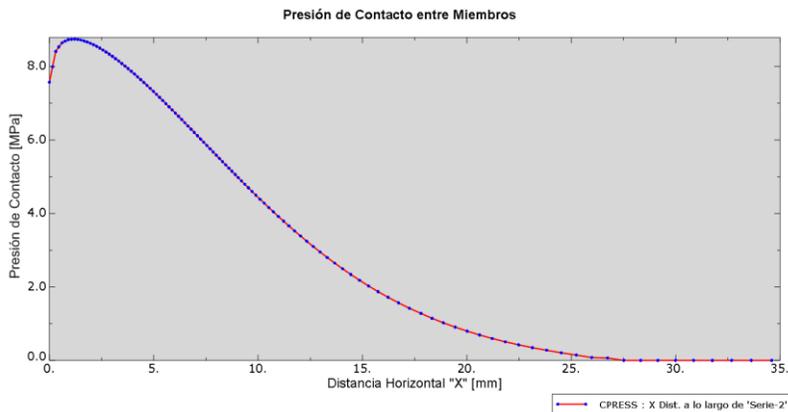


Fig. 4. 17 Presión de contacto [MPa] entre los miembros del modelo con perno M22 (precarga 10 kN).

La presión de contacto fue mayor cerca de la frontera del agujero (distancia=0) y decae hasta llegar a cero a determinada distancia radial. Esta presión de contacto es importante en uniones donde no se acepta la separación de los miembros, influyendo directamente en la separación de los pernos en la unión y el número necesario de éstos para lograr un buen sellado libre de fugas.

Se compararon los resultados de rigidez obtenidos de las simulaciones de los dos modelos: el modelo completo con tres interacciones de contacto y el modelo simplificado con sólo dos interacciones para seis uniones con miembros de espesor constante, pero diferente tamaño de perno. Los resultados se presentan en la gráfica de rigidez adimensional ($K_m/E_m d_h$) contra la relación de aspecto geométrico (d_h/L_m) (Fig. 4.18).

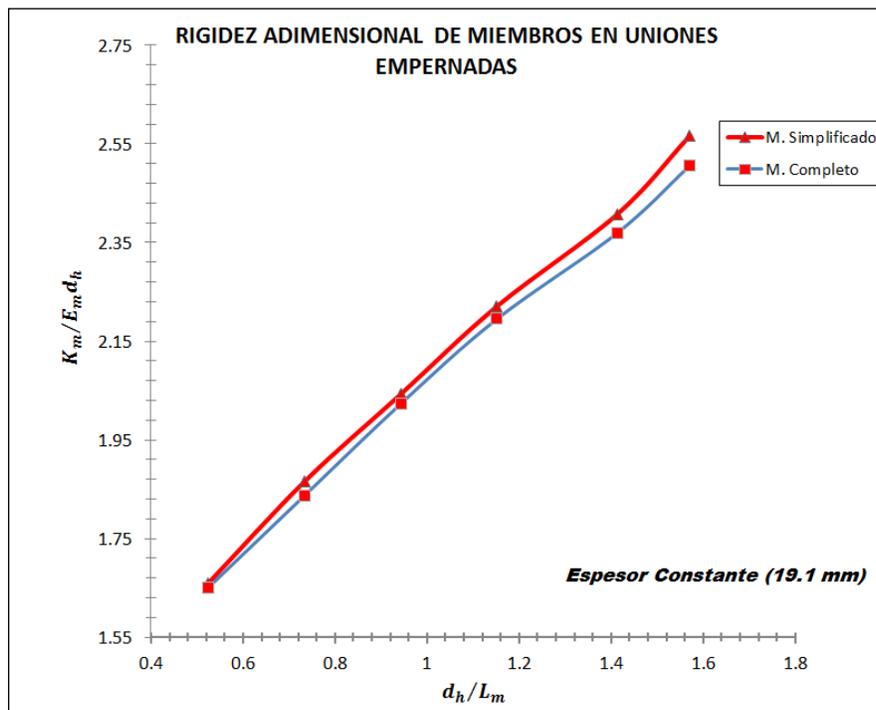


Fig. 4. 18 Gráfico de rigidez adimensional contra relación de aspecto geométrico de seis uniones empernadas para el modelo completo y modelo simplificado (cada miembro de 19.1 mm de espesor)

Se obtuvo un porcentaje de diferencia total en la rigidez adimensional de los miembros de 1.6%. El modelo simplificado mostró un comportamiento más rígido que el modelo completo por incluir más regiones de contacto y la deformación adicional de la tuerca.

La unión del modelo simplificado (Fig. 4.12b) se utilizó para realizar los estudios paramétricos de rigidez en los miembros porque requiere menos recursos computacionales.

Se encontraron los valores de rigidez de diferentes miembros de aluminio para uniones con dos miembros idénticos (mismo espesor y material), pero cada una incluyó diferentes pernos (Tabla 4.8), generando los valores de rigidez mostrados en la Tabla 4.9. En esta también se compararon los resultados numéricos de rigidez con los resultados de los métodos analíticos de Shigley [1], Juvinal [5], Nawras [17], Rasmussen [20] y Wileman[22].

Tabla 4. 9 Rigidez de un miembro de la unión con diferentes pernos.

PERNO	RIGIDEZ (MN/m)					
	Método Numérico	Método Analítico				
	FEM	Wileman	Shigley	Nawras	Rasmussen	Juvinall
M10	1161.38	1303.2	1160.2	1196.9	1029.4	1666.1
M14	1828.06	1948.8	1835.3	1886.8	1581.2	2398.7
M18	2573.77	2676.2	2626.5	2690.4	2216.9	3248.7
M22	3420.29	3493.6	3532.5	3605.8	2939.2	4215.8
M27	4550.76	4655.6	4825.0	4905.0	3948.5	5589.7
M30	5389.58	5434.9	5685.5	5766.5	4722.0	6502.0
% Diferencia global con FEM		-3.109	-3.91	-5.95	13.14	-24.82

Los resultados de los métodos analíticos de Wileman[22] y Shigley[1] presentaron mayor concordancia con los del método numérico. Sobrestimando la rigidez del miembro en un 3.1% y 3.9% respectivamente comparada con los resultados del método numérico.

La Fig. 4.19 muestra la gráfica de las rigideces de los miembros obtenidas de las simulaciones y los métodos analíticos. Se observa que en miembros del mismo espesor, pero unidos con pernos de diferentes tamaños, la rigidez del miembro es mayor en las uniones con pernos de tamaño mayor debido a una mayor área de contacto entre el miembro y la cabeza del perno o arandela.

La mayoría de los métodos analíticos arrojaron de resultados de rigidez de los miembros mayores que los resultados de las simulaciones, principalmente en las uniones con mayor diámetro del perno. La rigidez del miembro aumenta en forma exponencial con respecto al incremento del tamaño de los pernos. Los modelos de Juvinal[5] y Rasmussen[20] arrojaron los valores más altos y más bajos de rigidez respectivamente, en comparación con los otros modelos utilizados.

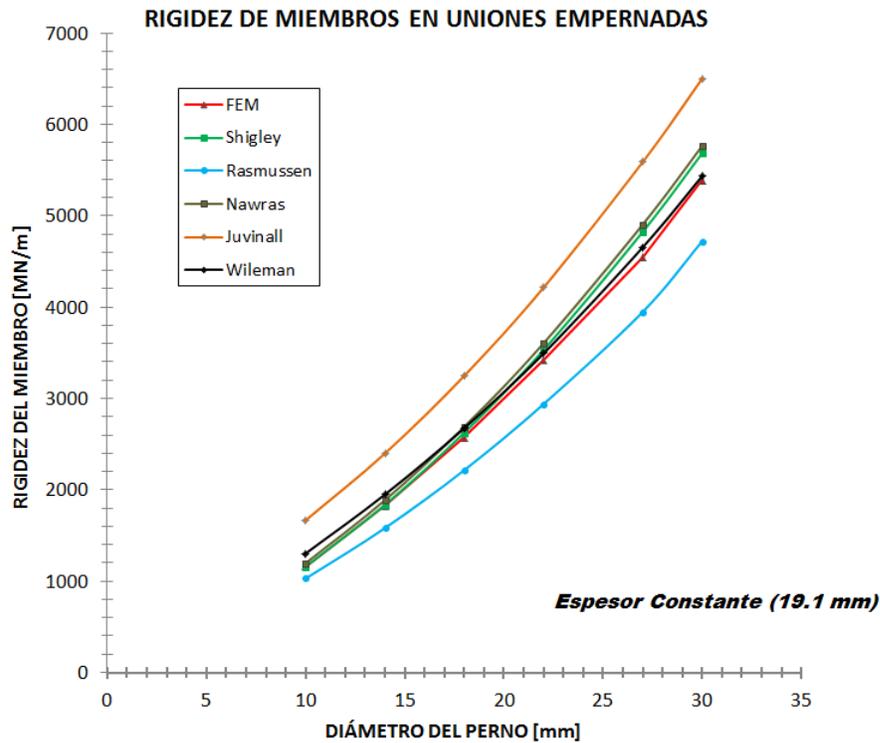


Fig. 4. 19 Comparación de varias fórmulas y el método numérico en el cálculo de la rigidez de miembros con espesor constante, unidos con pernos de diferente tamaño.

4.2.3 Influencia del espesor de los miembros en su rigidez axial y en la distribución de presión de contacto

El segundo análisis consistió en evaluar la relación entre el espesor del miembro y su rigidez axial. Para ello, se crearon modelos de elementos finitos en los que se varía el espesor del miembro desde 5 mm hasta 35 mm con intervalos de 5 mm manteniendo fijo el tamaño del perno (M14). Además, se estudiaron las presiones de contacto entre la superficie del miembro y la superficie del cuerpo rígido del modelo (entre miembros), ya que ésta es un factor importante en el diseño de uniones emperradas a tensión.

4.2.3.1 Resultados

La rigidez del miembro se calculó de acuerdo a los desplazamientos verticales presentados en los nodos del miembro que están en contacto con la cabeza del perno, encontrados en la serie 1 de nodos (ver Fig. 4.13), obtenidos después de aplicar la carga al perno (10 kN) y la ecuación (3.35). La Tabla 4.10 muestra los resultados numéricos y analíticos de la rigidez axial del miembro de la unión.

Tabla 4. 10 Rigidez axial de miembros en uniones empernadas de diferentes espesores unidos con un perno M14.

ESPESOR DEL MIEMBRO (mm)	RIGIDEZ (MN/m)					
	Método Numérico	Método Analítico				
	FEM	Nawras	Shigley	Wileman	Rasmussen	Juvinall
5	3915.4	3823.9	3822.8	3733.7	3362.7	4167.8
10	2463.2	2530.5	2488.7	2403.7	2108.8	2886.8
15	2031.9	2083.7	2033.9	2075.5	1731.2	2520.5
20	1832.2	1853.9	1802.3	1928.6	1553.3	2382.8
25	1718.0	1712.9	1661.3	1845.5	1449.7	2336.6
30	1643.3	1617.0	1566.1	1792.1	1381.4	2336.1
35	1589.5	1547.5	1497.5	1755.0	1332.5	2361.8
% Diferencia global con FEM		0.15	2.11	2.24	14.96	25.00

La rigidez del miembro decae a medida que se incrementa el espesor del mismo. Los métodos analíticos que presentan mayor similitud en sus resultados con el método numérico son los de Nawras[17] y Shigley[1], con una diferencia total menor al 2.2%.

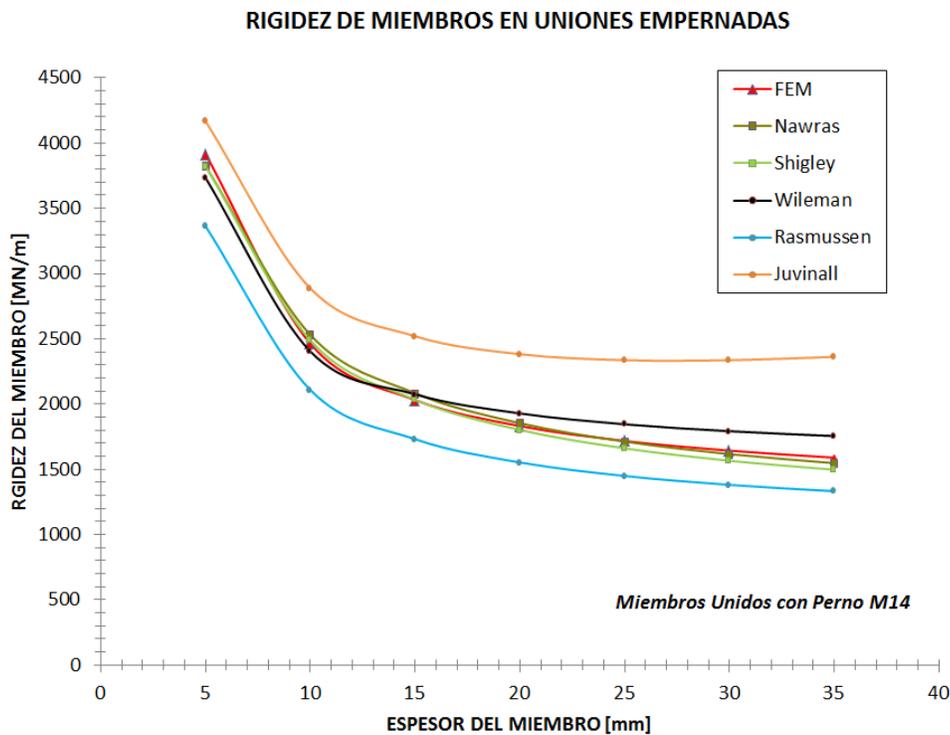


Fig. 4. 20 Comparación de varias fórmulas y el método numérico en el cálculo de la rigidez axial de miembros de diferentes espesores, unidos con un perno (M14).

La gráfica de la Fig. 4.20 indica la tendencia de la rigidez axial del miembro de la unión respecto a su espesor. Las curvas muestran un comportamiento asintótico, indicando que a determinado espesor los miembros alcanzan el valor mínimo de rigidez, donde ésta ya no es sensible al aumento del espesor.

También se obtuvieron los diagramas fuerza-desplazamiento de los miembros de la unión analizados (Fig. 4.21), donde se tomó su deflexión promedio para su elaboración. Se visualiza el cambio de rigidez aparente (pendiente de la recta) de los miembros de acuerdo con su espesor; siendo más rígidos los miembros de la unión de menor espesor, al presentar menor deflexión axial siendo todos sometidos a la misma fuerza de precarga (10 kN).

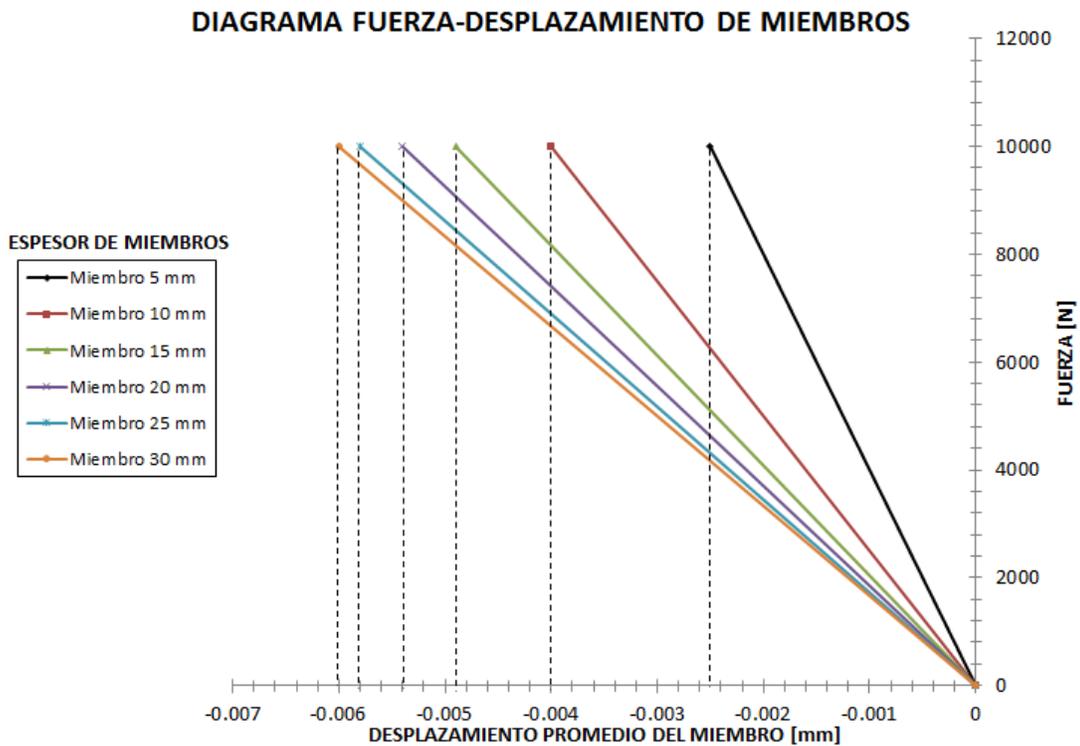


Fig. 4. 21 Diagrama Fuerza-Desplazamiento para miembros de uniones emperradas de diferente espesor, sujetos con perno M14 y precarga de 10 kN.

La presión de contacto entre miembros de uniones emperradas de diferentes espesores fue obtenida a través de los nodos de contacto de la serie 2 (Fig. 4.22). El valor y distribución de la presión de contacto se ve influida por el espesor del miembro; de manera que en los miembros de mayor espesor la presión de contacto se distribuye sobre más superficie que en los miembros de menor espesor.

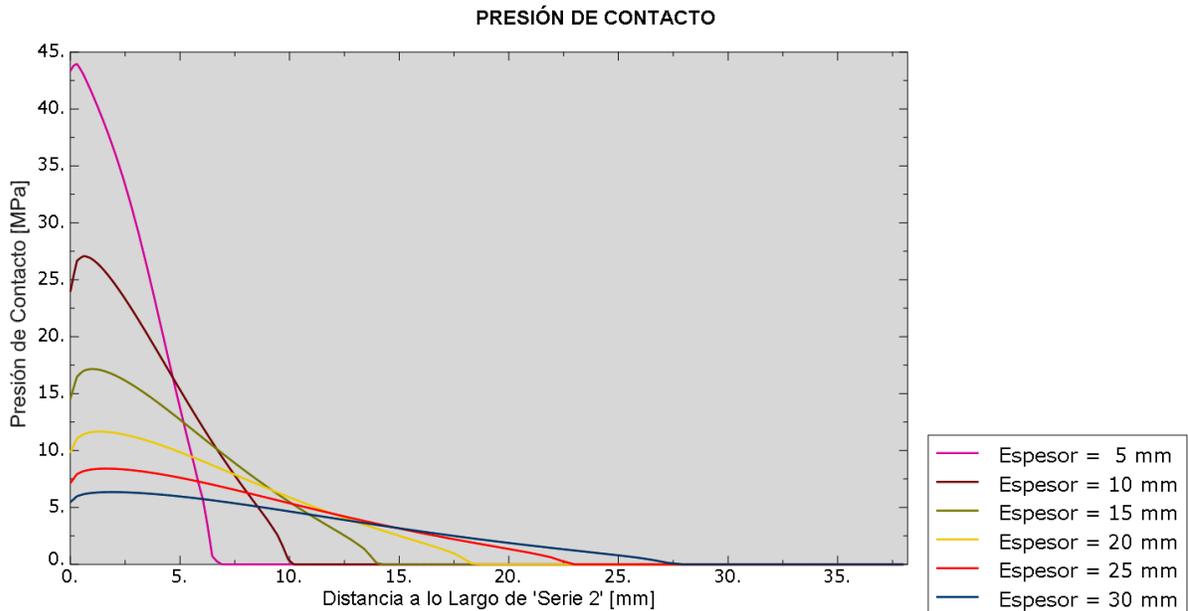


Fig. 4. 22 Desarrollo de la presión de contacto [MPa] entre los miembros de uniones emperradas con perno M14. Utilizando diferentes espesores en los miembros de la unión, mismo material y precarga de 10 kN.

Se obtuvieron presiones altas en los miembros de uniones con poco espesor y razón $(d/(L/2)) > 0.7$ y presiones de menor magnitud en razones menores a 0.7, pero involucran mayor área de contacto entre los miembros.

4.2.4 Influencia de la razón de Poisson en la rigidez axial de los miembros de la unión

Se evaluó el comportamiento de la rigidez axial del miembro de la unión respecto a la razón de Poisson de su material, con el objetivo de encontrar su influencia en las deformaciones. Para ello, se analizó la misma unión compuesta de dos miembros de espesor igual a 15 mm y módulo elástico del material igual a 70 GPa, un perno M16 con módulo elástico de 210 GPa y precarga de 10 kN; variando la razón de Poisson del material desde 0.15 hasta 0.4 con intervalos de 0.05.

4.2.4.1 Resultados

Los resultados muestran cómo se incrementa la rigidez del miembro de la unión considerando incrementos en la razón de Poisson de su material (Fig. 4.23). Al aumentar desde 0.15 hasta 0.4, la rigidez incrementó 12%.

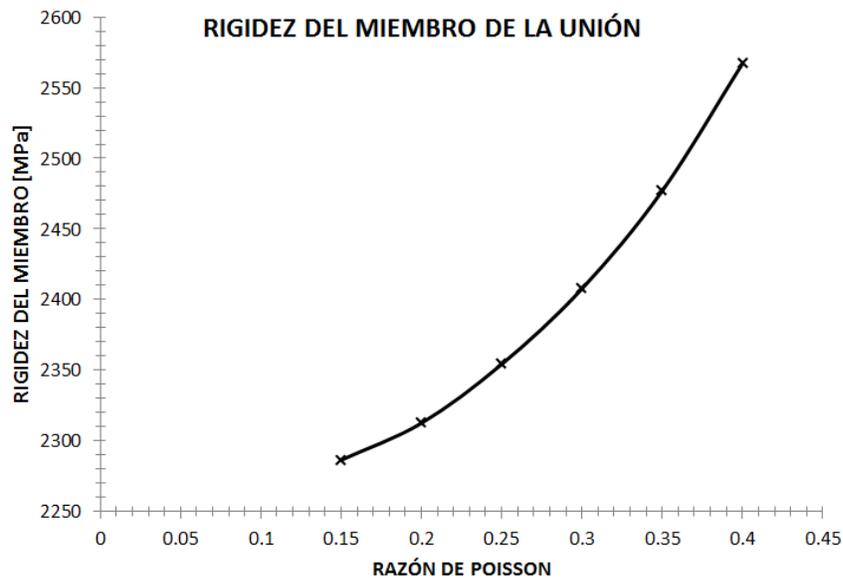


Fig. 4. 23 Variación de la rigidez de un miembro de unión emperrada respecto a la razón de Poisson del material.

En los materiales con valores de Poisson altos, cuando el miembro de la unión es comprimido axialmente por el perno, el material bajo la cabeza del perno intenta expandirse en dirección radial debido al efecto de la razón de Poisson y el material alrededor tiende a resistir tal expansión, de modo que se inducen esfuerzos radiales en el miembro. Estos esfuerzos influyen en la rigidez del miembro, incrementándola.

4.2.5 Influencia de la precarga del perno en la distribución de presión de contacto entre los miembros de la unión

A continuación se presenta el efecto de la precarga del perno sobre el cono de presión desarrollado a través del espesor de los miembros de la unión que resulta en un área de contacto de radio determinado. Se utilizó una unión compuesta de dos miembros de aluminio con espesores iguales de 15 mm y un perno M16 de acero; los materiales de las piezas son los mismos descritos en la sección 4.2.1.

Se aplicaron precargas de diferentes valores en el perno y se graficaron las presiones de contacto generadas entre los miembros de la unión. La gráfica de la Fig 4.24 muestra las presiones de contacto obtenidas contra la distancia radial a través de la serie 2 de nodos en la que se desarrollan. Las presiones de contacto para precargas mayores a 16.8 kN se desarrollaron en un radio de contacto muy similar, considerado como el máximo.

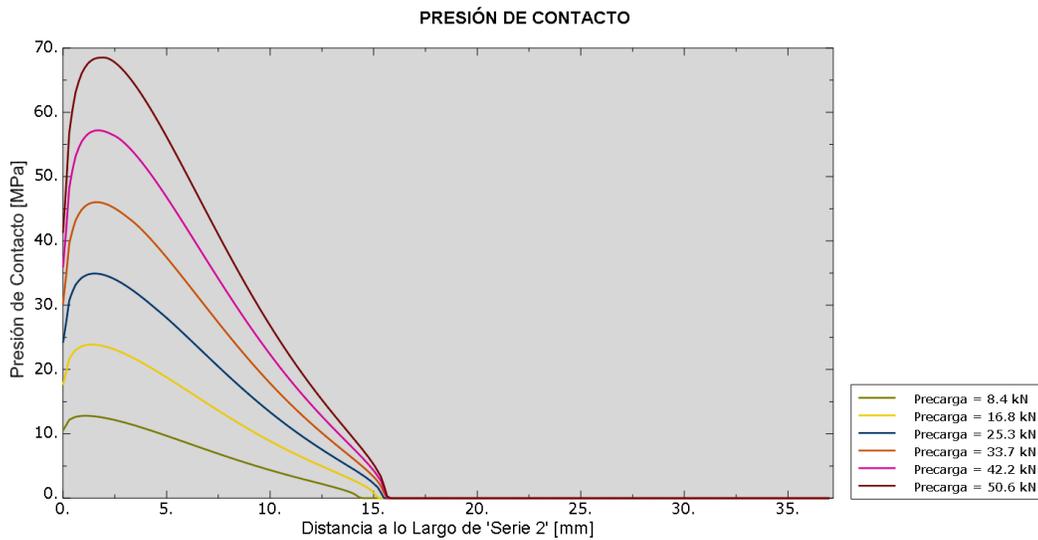


Fig. 4. 24 Desarrollo de la presión de contacto entre los miembros de la unión empernada para varios valores de precarga.

También se aplicó una precarga al perno desde 0 hasta 50.6 kN de fuerza y se obtuvo la evolución del área de contacto entre los miembros de la unión debido al incremento de la precarga del perno (Fig. 4.25.). Resultó un incremento en el área de contacto de la unión con 5 kN de precarga respecto a la misma unión con 30 kN del 17.63%, es decir, el cono de presión incrementó su radio de acuerdo a la precarga aplicada al perno.

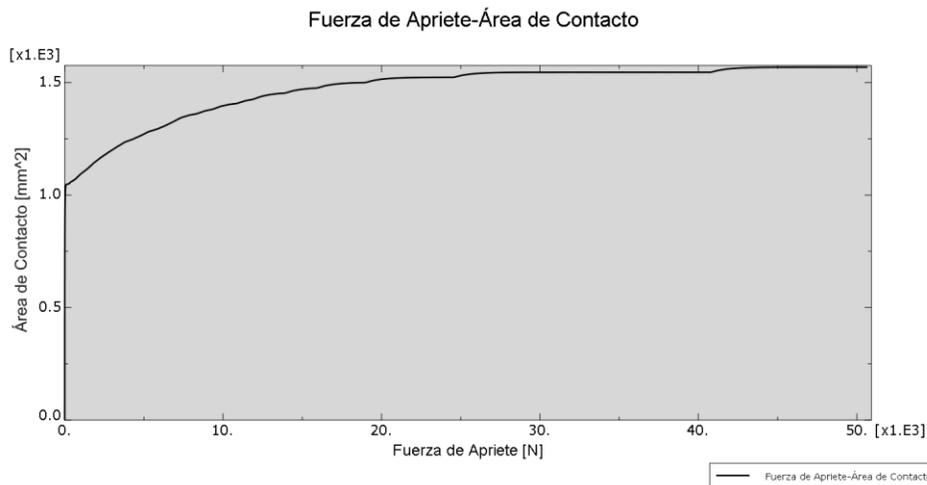


Fig. 4. 25 Comportamiento del área de la región de contacto [mm²] entre los miembros de la unión respecto a la precarga aplicada en el perno [N].

Sin embargo desde una precarga de 30 kN hasta 50 kN el radio de contacto se mantuvo casi constante, con sólo 1.44% de variación. Todo esto para el caso de uniones con miembros con los extremos libres consideradas en los modelos discretos.

4.3 Conclusiones

En este capítulo se realizaron estudios paramétricos de los elementos de la unión empernada para determinar su comportamiento general de rigidez y presiones de contacto. El objetivo principal de la simulación por separado de los elementos de la unión fue encontrar sus diagramas de esfuerzo-deformación, ya que éstos en conjunto conforman el diagrama de la unión, el cual define en gran medida el comportamiento de la unión. Y así obtener una visión general del comportamiento de uniones empernadas de distintos tamaños.

En el caso de los pernos se compararon los resultados obtenidos al modelarlos usando elementos axisimétricos y 3D, mostrando mayor rigidez los modelos 3D debido al ángulo de la rosca del perno.

Los resultados de la caracterización de la rigidez de los miembros de la unión en función de su tamaño indicaron que la rigidez incrementa en forma exponencial al usar pernos de mayor tamaño para sujetar miembros de espesor constante. La tendencia de las curvas de rigidez axial de los miembros de la unión obtenidas al variar su espesor y mantener constante el tamaño del perno que los sujeta dio como resultado curvas con comportamiento asintótico: indicando que a determinado espesor los miembros alcanzan el valor mínimo de rigidez efectiva, donde ésta no varía con el incremento de espesor.

La razón de Poisson del material de los miembros tiene influencia en la rigidez de los mismos, ya que al incrementar su valor desde 0.15 hasta 0.4 incrementó la rigidez del miembro de la unión en un 12%, lo cual no toman en cuenta de manera directa los métodos analíticos consultados.

Se obtuvieron valores de presión de contacto entre los miembros de la unión empernada para distintos espesores. Indicando valores de presión altos en miembros poco espesor y valores de presión bajos en miembros de mayor espesor, pero el área de contacto se incrementó en estos últimos.

El valor de la precarga en el perno tuvo poco efecto en el desarrollo del área de la región de contacto entre los miembros de la unión. Cuando se incrementó el valor de las precargas, también lo hicieron las presiones de contacto pero el radio de contacto se mantuvo casi constante.

CAPÍTULO 5

5. Análisis numérico de la unión empernada

5.1. Introducción

Este capítulo presenta la metodología para analizar una unión empernada simple a tensión de geometría axisimétrica, mediante la técnica de modelado por elemento finito. Se determinó el estado de esfuerzos y deformaciones que presenta la unión en la etapa de precarga, localizando las zonas críticas. Además, se generaron los diagramas de la unión con base en los resultados numéricos y se compararon con el método analítico.

Se realizaron estudios paramétricos en la unión con fuerza externa de separación para determinar la capacidad de ésta para soportar cargas externas estáticas y variables que conducen a la falla por fatiga en el perno. Estos estudios incluyeron cambio de materiales en las piezas, variación de la precarga en el perno, adición de arandelas y la aplicación de la fuerza externa en diferentes zonas de la unión para determinar su efecto en las relaciones de fuerza de los elementos.

5.2 Esfuerzos y deformaciones de la unión empernada en el estado de precarga

5.2.1 Unión empernada estudiada

El modelo de la unión empernada a estudiar se compone de cuatro partes: dos miembros a unir (partes) de diferente material y espesor, el perno y la tuerca. Se utilizó una unión simple a tensión con geometría axisimétrica, que podría representar a dos partes de una máquina que se encuentran unidas mediante un perno (Fig. 5.1).

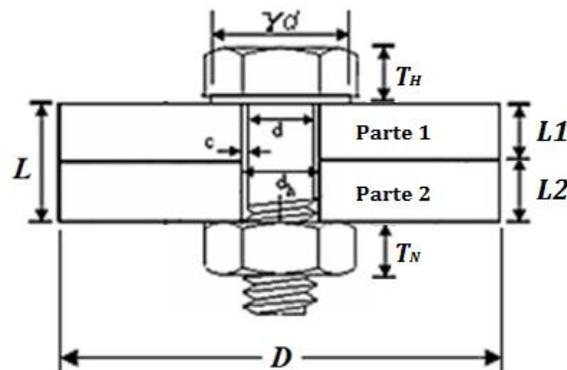


Fig. 5. 1 Modelo geométrico de la unión empernada estudiada.

La unión cuenta con un ajuste H7/h6 que permite la holgura entre el perno y la placa de 0.018 mm. La nomenclatura y dimensiones se describen en la Tabla 5.1.

Tabla 5. 1 Nomenclatura y dimensiones de la unión emperrada.

Definición	Nomenclatura	Unidades	Valor
Holgura de la unión	c	mm	0.009
Diámetro nominal del perno	d	mm	16.000
Diámetro del agujero para el perno	d_h	mm	16.018
Diámetro de la unión	D	mm	95.000
Longitud de agarre de la unión	L	mm	50.800
Espesor de la parte 1	$L1$	mm	19.100
Espesor de la parte 2	$L2$	mm	31.700
Espesor de la tuerca	T_N	mm	14.000

Las dimensiones estandarizadas del perno y la tuerca corresponden a las relaciones: $\gamma d = 1.5d$, $T_H = 0.65d$, $T_N = \frac{7}{8}d$. El perno utilizado en la unión es M16x2x70 clase 8.8 con rosca métrica DIN 13 (Fig. 5.2).

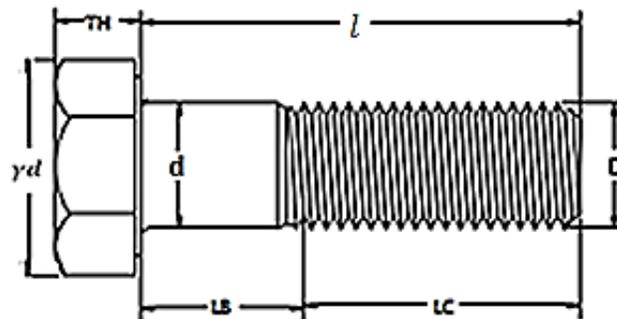


Fig. 5. 2 Geometría del perno.

La nomenclatura y medidas nominales del perno se presentan en la Tabla 5.2

Tabla 5. 2 Nomenclatura y dimensiones del perno.

Definición	Nomenclatura	Unidades	Valor
Diámetro nominal del perno	d	mm	16.000
Diámetro del área de esfuerzo a tensión	D_T	mm	14.138
Longitud del vástago	l	mm	40.000
Longitud de la caña	L_B	mm	14.000
Longitud de la rosca	L_C	mm	26.000
Espesor de la cabeza del perno	T_H	mm	10.400
Diámetro de la cabeza del perno	γd	mm	24.000

La parte 1 es de acero ASTM A36 y la parte 2 de aluminio 6063-T6 [47]. Las propiedades mecánicas de los materiales de las piezas de la unión se presentan en la Tabla 5.3.

Tabla 5. 3 Propiedades mecánicas de los materiales de los elementos de la unión emperrada.

Elementos	Material	Módulo de Young	Coefficiente de Poisson	Límite de Fluencia
Parte 1	Acero ASTM A36	200 GPa	0.26	250 MPa
Parte 2	Aluminio 6063 T6	68.9 GPa	0.33	214 MPa
Perno y Tuerca	Acero clase 8.8	206 GPa	0.29	660 MPa

Se consideró comportamiento plástico en el material del perno, incluyendo la teoría de endurecimiento por plasticidad y usando la ecuación (3.43) se generó la Tabla 5.4. El coeficiente de endurecimiento del acero clase 8.8 usado fue de 0.17 [48][40].

Tabla 5. 4 Valores esfuerzo y deformación plástica unitaria del acero de los pernos SAE clase 8.8

σ (Mpa)	ϵ
660	0
680	0.00081
700	0.0011
720	0.0019
740	0.0027
760	0.0037
780	0.0048
800	0.0061

El comportamiento de la unión durante la precarga se analizará mediante el diagrama fuerza-deformación generado a partir de las deformaciones de los elementos.

5.2.2 Modelo de elementos finitos de la unión emperrada

El modelo de elementos finitos fue desarrollado en el programa Abaqus 6.10 [50] y se compone de cuatro partes deformables: los dos miembros unidos, el perno y la tuerca. Todas las partes de la unión están constituidas por elementos del tipo cuadrilátero axial simétrico CAX4R, que son elementos axisimétricos de cuatro nodos con integración reducida y cada nodo tiene dos grados de libertad. El modelo introduce aproximaciones geométricas menores como la cabeza cilíndrica del perno y la tuerca, además no toma en cuenta los efectos inducidos por el ángulo de la rosca al no presentar efectos negativos en la distribución de carga entre las cuerdas ensambladas como lo muestran Fukuoka et al. [34]

El modelo axisimétrico de la unión emperrada con su densidad de malla se muestra en la Fig. 5.3. El radio real en la cabeza del perno es de 0.8 mm como lo indica Petersson [33] ya que un ángulo recto generaría alta concentración de esfuerzos en el cambio de sección.

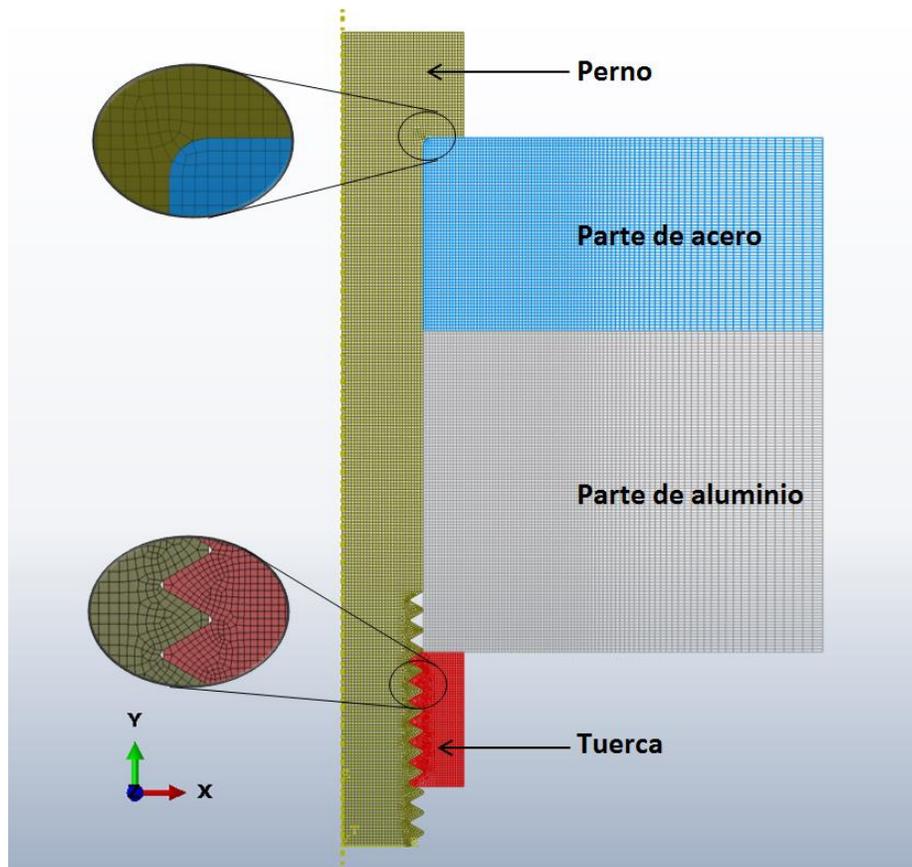


Fig. 5. 3 Modelo de elementos finitos axisimétricos de la unión estudiada.

La Tabla 5.5 muestra las características principales del modelo.

Tabla 5. 5 Características principales del modelo discreto de la unión emperrada.

Tipo de Elemento	Forma del Elemento	Número Total de Elementos	Tamaño Min. de Elementos (mm)	Número Total de Nodos
CAX4R	Cuadrilateral	25224.0	0.2	26035.0

5.2.3 Condiciones de frontera y aplicación de la carga

Se aplicaron dos condiciones de frontera en el modelo: una para simular que la unión es parte de una estructura, fijando los nodos de los extremos de los miembros unidos aplicando la condición de *encastre*; y la otra para restringir los desplazamientos de los nodos en el eje neutro en la dirección “X” y las rotaciones en ambos ejes (Fig. 5.4).

Se aplicó una fuerza de tipo *bolt-load* (carga de perno) disponible en la librería de Abaqus 6.10 para tensar el vástago del perno y generar la fuerza de sujeción en las partes. Ésta es una fuerza de ensamble predefinida que funciona creando una “superficie de corte” en la sección del perno para sujetarla a una fuerza de tensión, desplazando los elementos de la superficie para ajustar automáticamente la longitud del perno para alcanzar la cantidad de fuerza predefinida. Se utilizaron dos niveles de precarga, una de 60 kN y la otra de 94.2 kN

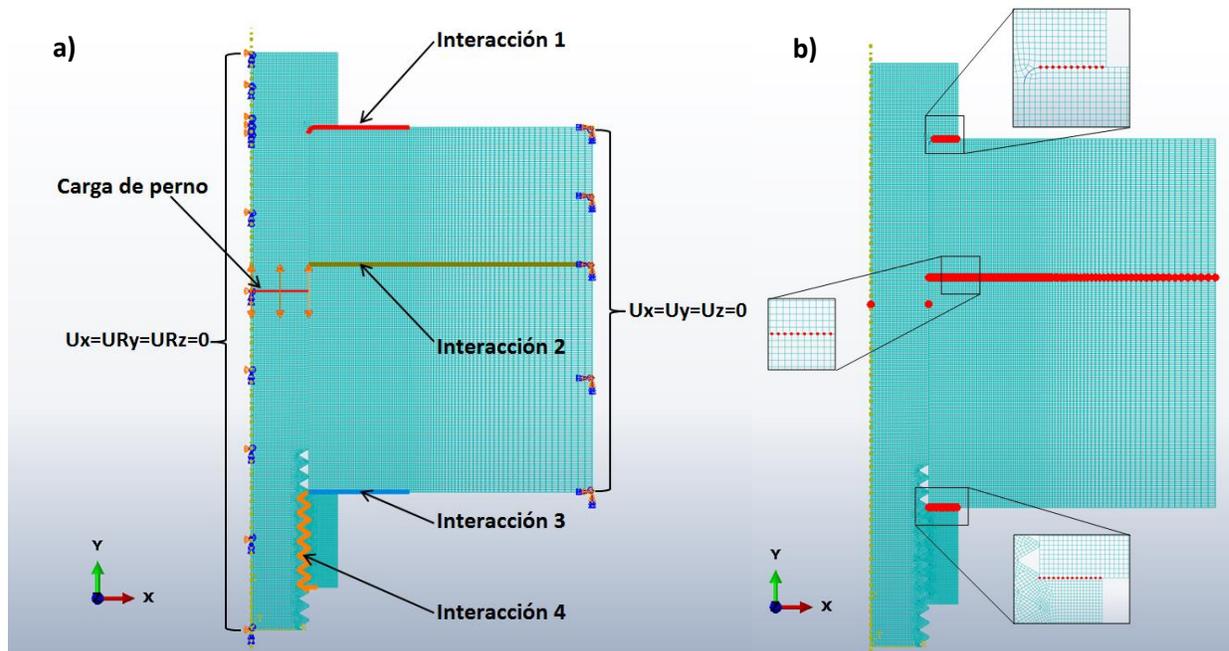


Fig. 5.4 Condiciones de frontera, carga e interacciones de contacto en la unión empernada a). Series de nodos para monitoreo de desplazamientos b).

Se generaron ocho superficies que entran en contacto, cada par forman una interacción de contacto, de modo que el modelo contiene cuatro interacciones (Fig. 5.4):

1. Entre la cabeza del perno y la superficie de contacto de la parte 1.
2. Entre las partes 1 y 2.
3. Entre la cara de la tuerca y la parte 2.
4. Entre las superficies de la cuerda del perno y de la tuerca.

Se modelaron usando el algoritmo *master-slave* (maestro-esclavo) con la opción *finite sliding* (desplazamiento finito). El modelo de fricción utilizado fue el de fricción de Coulomb, con un coeficiente de fricción de 0.2.

5.2.4 Resultados numéricos

5.2.4.1 Esfuerzos de Von Mises

La Fig. 5.5 muestra los resultados de esfuerzos de Von Mises en la unión, generados por la aplicación de la precarga en el perno. Como se puede apreciar, las concentraciones de esfuerzo ocurren en rosca del perno, las primeras tres roscas de la tuerca son las que soportan la mayoría de la fuerza transmitida.

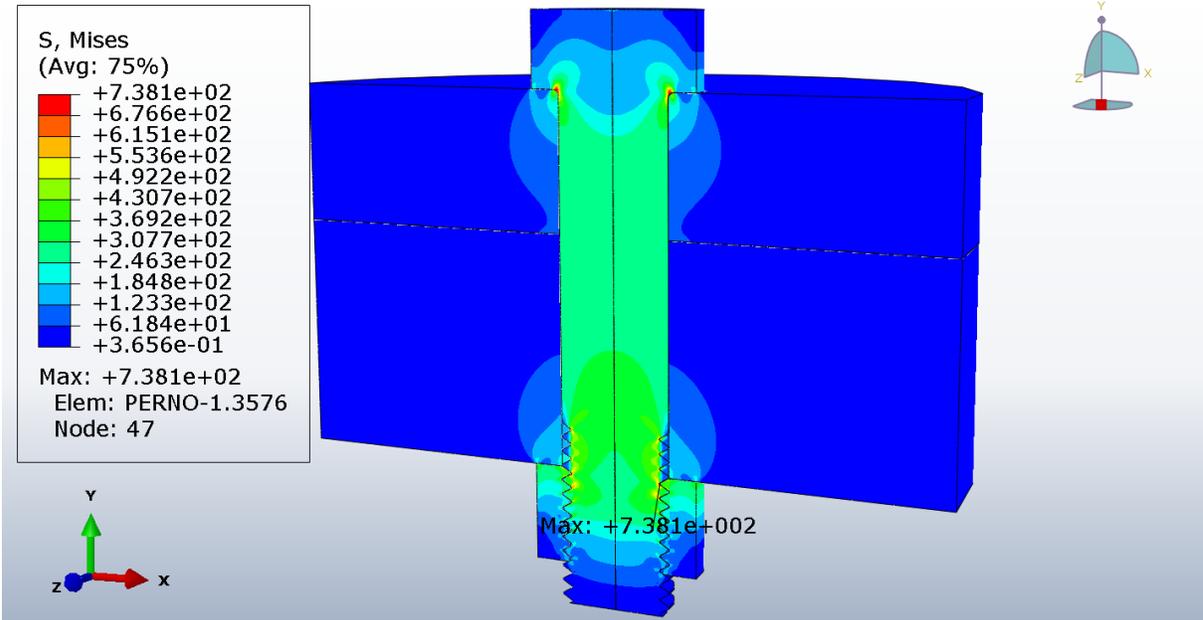


Fig. 5. 5 Esfuerzos Mises [MPa] en la unión empernada con una precarga en el perno de 60 kN.

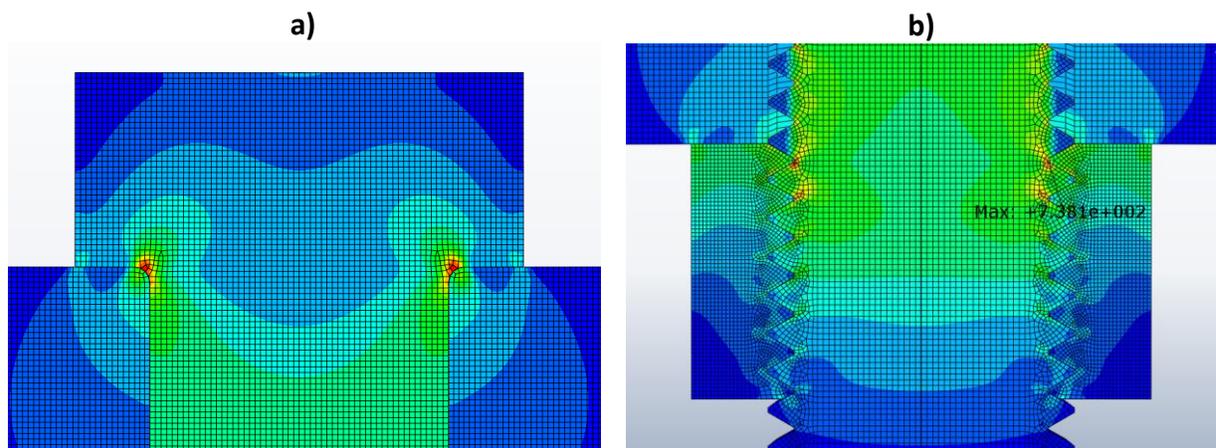


Fig. 5. 6 Distribución de esfuerzos de Von Mises en la unión a) cabeza del perno y b) Tuerca y roscas para una precarga de 60 kN. La escala de esfuerzo usada es la misma que en la Fig. 5.5.

La primera cuerda de la rosca del perno en contacto con la rosca de la tuerca presentó la mayor concentración de esfuerzos de toda la unión Fig. 5.6 b). El esfuerzo de Von Mises máximo se encuentra en la raíz de la rosca con un valor de 781 MPa, equivalente a un factor de concentración de esfuerzo de 2.5 comparado con la sección uniforme del vástago del perno, siendo ésta la zona más crítica de la unión. La segunda zona de concentración de esfuerzos es en la cabeza del perno Fig. 5.6 a).

5.2.4.2 Deformación plástica equivalente

La Fig. 5.7 muestra la distribución de las deformaciones plásticas equivalentes del perno en la unión en el estado de precarga. Puede apreciarse una relación congruente entre los esfuerzos de Von Mises y las deformaciones plásticas. Cabe destacar que la mayoría del cuerpo del perno presenta deformaciones elásticas (contornos de color azul), ya que sólo aparecen deformaciones plásticas en la raíz de la rosca y la cabeza.

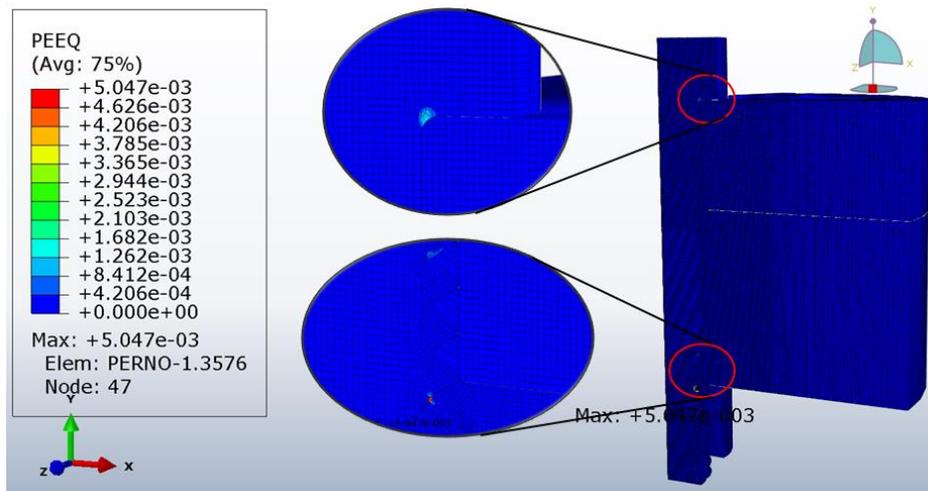


Fig. 5. 7 Deformación plástica equivalente [mm/mm] en el perno de la unión emperrada (precarga 60kN).

Los valores máximos de deformaciones plásticas se encuentran en la rosca del perno. Así pues, para efectos de análisis por fatiga, ésta sería la zona de estudio.

5.2.4.3 Desplazamientos resultantes en la unión

Los desplazamientos axiales (dirección “Y”) resultantes en la unión debido a la precarga del perno se muestran en la Fig. 5.8. De acuerdo al código de colores empleado, puede destacarse que los mayores desplazamientos se encuentran en el perno en el plano donde se aplica la carga. Esto se debe a que el perno posee menor área transversal sometida a esfuerzo que las placas.

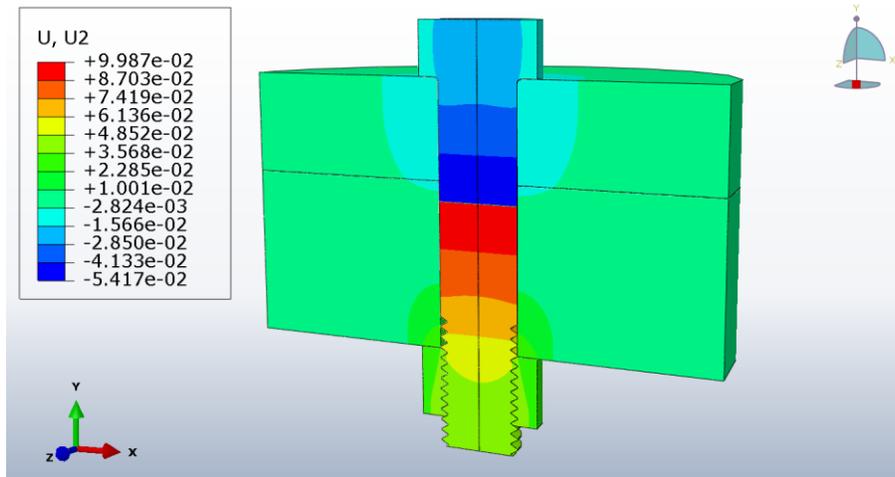


Fig. 5. 8 Campo de desplazamientos en dirección “Y” en la unión emperrada debido a la precarga de 60 kN. El mayor desplazamiento es de 0.099 mm, mientras el menor desplazamiento es 0.054 mm.

El perno presenta desplazamientos máximos y mínimos en el vástago debido a que ahí se encuentra el plano donde se aplica la fuerza que genera la precarga. De igual manera, la placa superior presenta desplazamientos negativos sobre el eje “Y”. Por el contrario los desplazamientos de la placa inferior son positivos.

La Fig. 5.9 muestra los desplazamientos de la parte superior en la zona bajo la cabeza del perno y la Fig. 5.10 los desplazamientos de la placa inferior bajo la superficie de la tuerca. Estos desplazamientos son correspondientes a la rigidez de cada elemento.

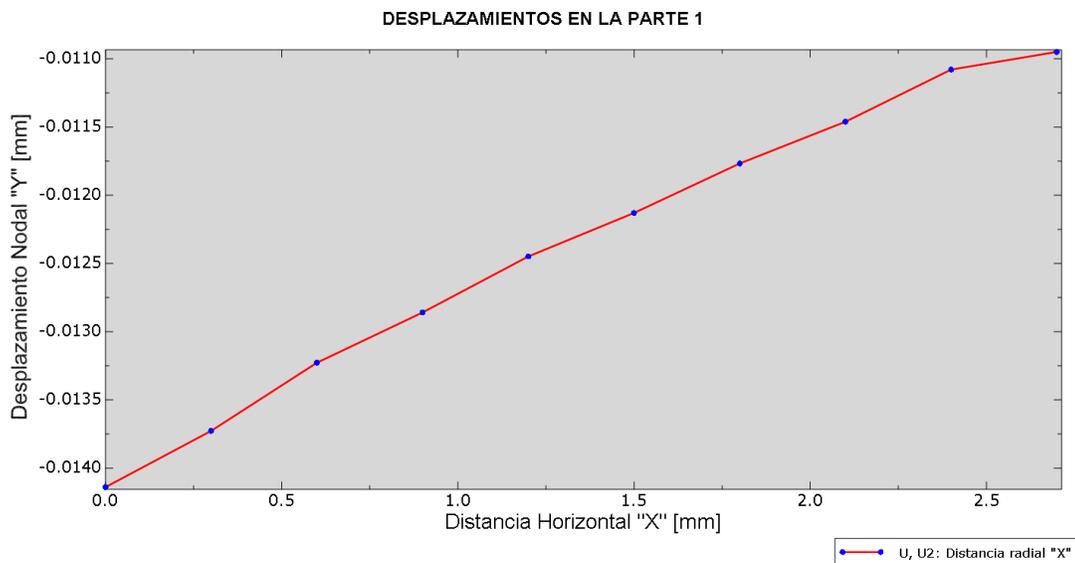


Fig. 5. 9 Desplazamientos nodales (dirección “Y”) de la parte superior bajo la cabeza del perno debido a una de precarga de 60 kN.

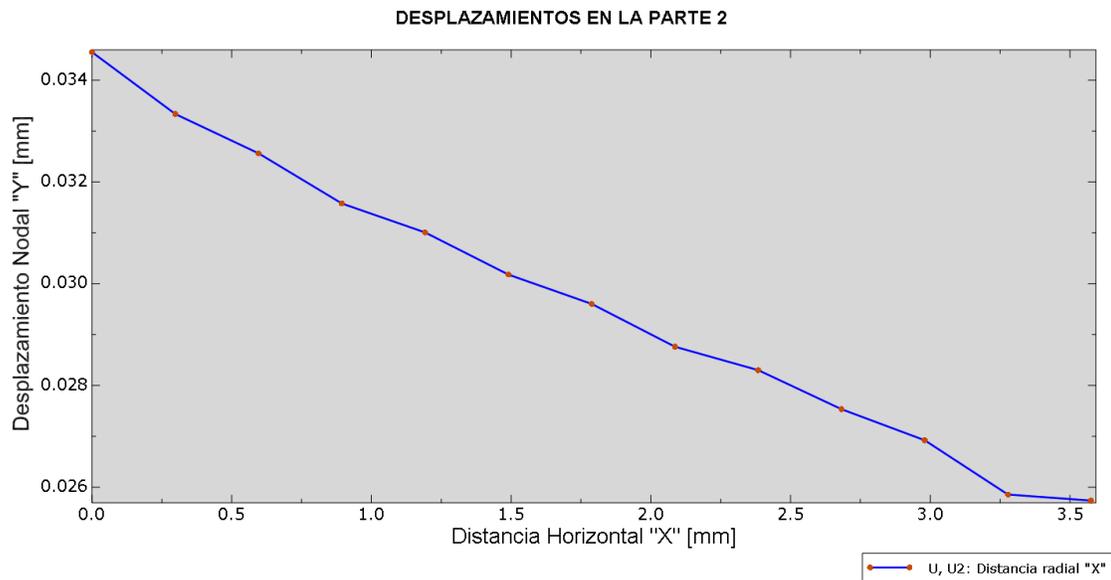


Fig. 5. 10 Desplazamientos nodales (dirección "Y") de la parte inferior bajo la cara de la tuerca debido a una de precarga de 60 kN.

Los mayores desplazamientos de las partes ocurrieron en la zona más cercana al agujero y disminuyeron a medida que la distancia radial (dirección "X") desde el agujero fue aumentando. La parte 2 (de aluminio) presentó mayores desplazamientos en comparación con la placa superior (de acero).

5.2.5 Comparación con la teoría clásica

5.2.5.1 Diagrama de la unión

Se generó el diagrama de la unión emperrada con los datos de fuerza aplicada y desplazamientos provocados en las piezas, tomando en cuenta dos precargas en el perno: una de 60 kN y la otra de 94.2 kN. En el caso numérico, se tomó en cuenta la presencia de desplazamientos relativos entre las partes, ya que los desplazamientos espaciales o globales los incluyen.

En el caso del perno, se sumaron los valores absolutos de los desplazamientos presentados en la Fig. 5.8, para luego restarle los desplazamientos de las partes unidas; ya que estos desplazamientos son incluidos en el vástago del perno. En el caso de las partes no se presenta la misma situación porque al sumar los valores absolutos de los desplazamientos de éstas, da como resultado la compresión total causada por la precarga del perno. Sin embargo, el desplazamiento de las partes graficado corresponde al promedio de los desplazamientos nodales de la zona de contacto con el perno y con la tuerca.

Una vez obtenidos los desplazamientos del perno y de las partes en la simulación, se construyó el diagrama de la unión presentado en la Fig. 5.11.

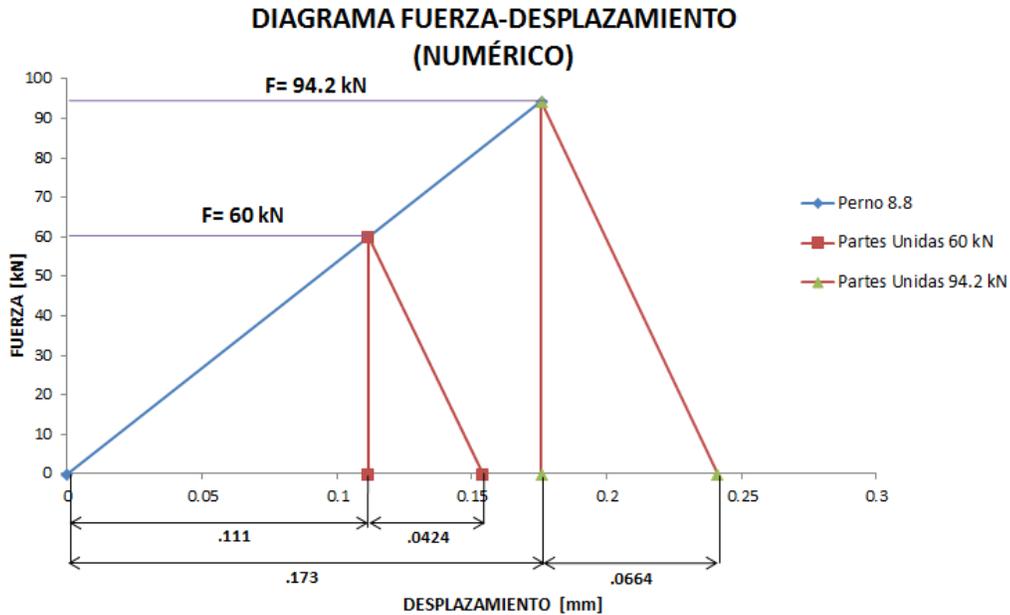


Fig. 5. 11 Diagrama Fuerza-desplazamiento de la unión emperrada estudiada en el estado de precarga (método numérico). Precargas de 60 kN y 94.2 kN.

Para obtener el diagrama de la unión de manera analítica es necesario aplicar la teoría de VDI 2230[19] y Fukuoka[34] en el caso del perno y el método de Nawras[17] en el caso de las partes unidas. Se eligió el método de Nawras porque permite calcular la deflexión independiente de partes de diferente material y espesor.

La deflexión aproximada del perno bajo carga de tensión está dada por las ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.21).

$$L_{B0} = (L_0 + 0.4d) \quad \gamma \quad L_{B1} = (L_1 + 0.85d) \tag{3.16}$$

$$\frac{1}{k_b} = \frac{L_{B0}}{E_b A_0} + \frac{L_{B1}}{E_b A_t} \tag{3.21}$$

$$k_b = \frac{F_b}{\delta_b} \tag{3.17}$$

La deflexión de cada parte unida estará dada por la ecuación (3.37):

$$k_{m2} = \frac{P}{\delta_{general}} = \frac{0.5\pi E_m \tan \alpha}{\ln \left[\frac{(3\gamma + 7)(L \tan(\alpha) + \gamma d - d)}{(\gamma - 1)(3L \tan(\alpha) + 3\gamma d + 7d)} \right]} \tag{3.37}$$

donde: (P) es la fuerza de precarga, (E_m) es el módulo de Young de la parte, (α) es el ángulo envolvente del cono de presión, (L) es el espesor de la parte, (γ) es la razón de radios de contacto, (d) es el diámetro del perno y (γd) es el diámetro de la cabeza del perno.

Las deflexiones obtenidas del perno y las partes al aplicar las ecuaciones anteriores se presentan en la Tabla 5.6:

Tabla 5. 6 Deflexiones de los elementos de la unión emperrada estudiada con el método analítico.

Parte	Precarga 1 (kN)	Deflexión (1×10^{-2} mm)	Precarga 2 (kN)	Deflexión (1×10^{-2} mm)
Perno	60	11.06	94.2	17.36
Placa Superior		0.92		1.45
Placa Inferior		3.16		4.97

La Fig. 5.12 presenta el diagrama de la unión emperrada generado a partir de los métodos analíticos. De acuerdo a los desplazamientos resultantes, las partes unidas presentaron mayor rigidez que el perno, alrededor de 2.7 veces más.

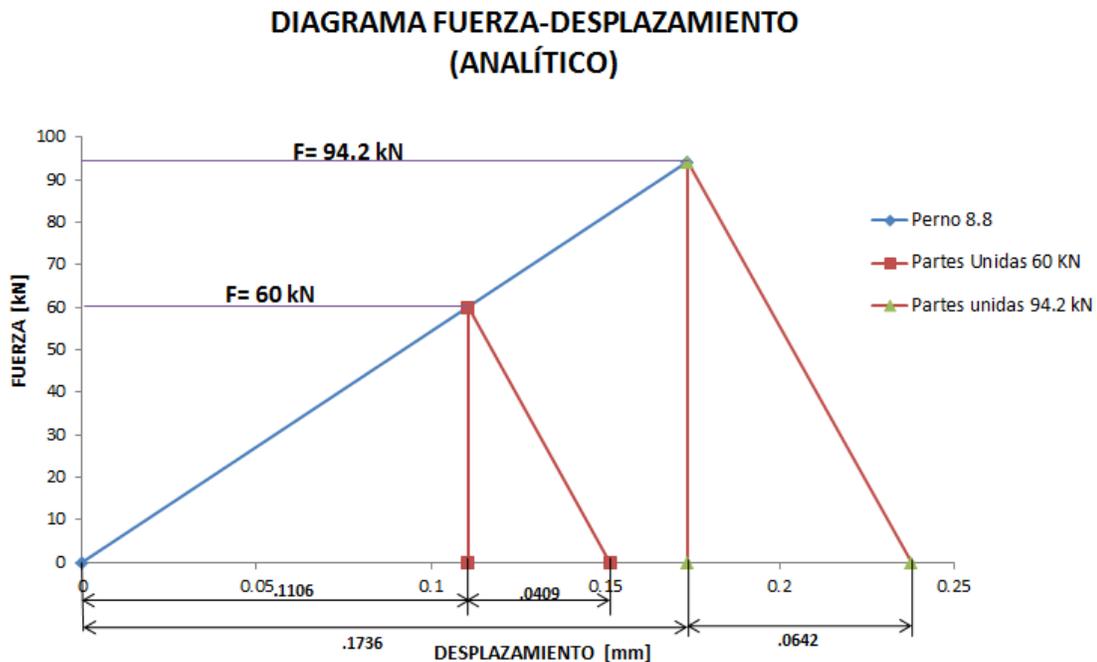


Fig. 5. 12 Diagrama Fuerza-desplazamiento de la unión emperrada estudiada en el estado de precarga (método analítico). Precargas de 60 kN y 94.2 kN.

La comparación entre los dos diagramas obtenidos anteriormente se presenta en la Fig. 5.13. Los porcentajes de diferencia fueron del 1.26 por ciento en los desplazamientos del perno y el 1.68 por ciento en los desplazamientos de las partes unidas.

DIAGRAMA FUERZA-DESPLAZAMIENTO (ANALÍTICO Y NUMÉRICO)

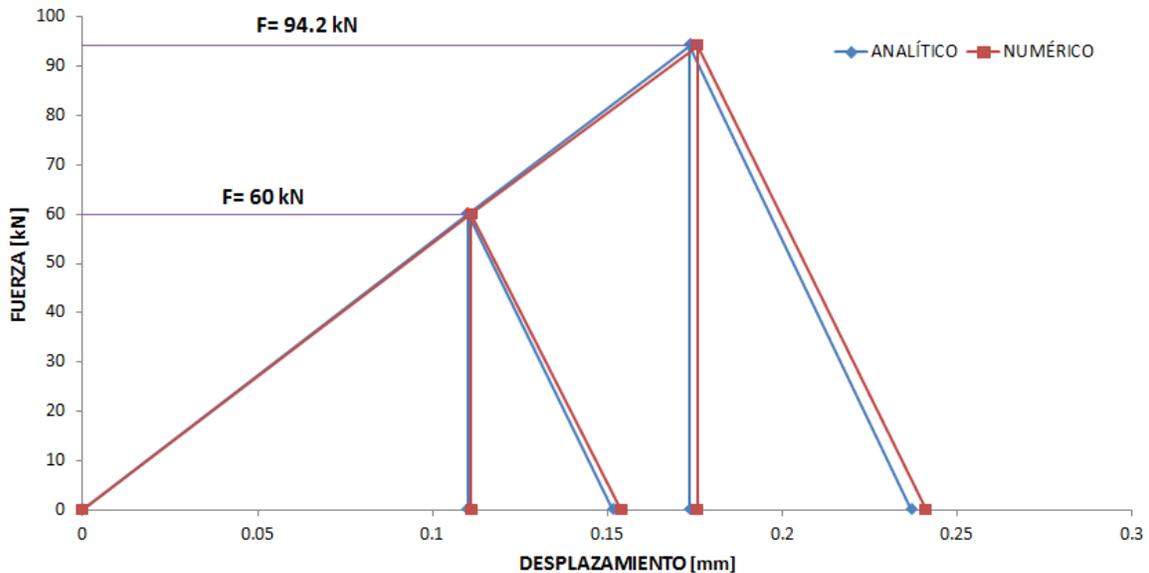


Fig. 5. 13 Diagramas Fuerza-Desplazamiento de la unión estudiada en estado de precarga. Calculados con el método analítico y numérico.

Los métodos analíticos seleccionados presentaron gran concordancia con los resultados numéricos obtenidos con las simulaciones de las piezas. En gran medida porque en la rosca utilizada, las cuerdas del perno y la tuerca ensamblaron perfectamente.

5.3 Unión emperrada con fuerza externa

La unión emperrada usada para el análisis numérico de comportamiento ante una carga externa de tensión es la misma unión del análisis anterior. Pero en este caso se utilizó un modelo de elementos finitos simplificado que considera al perno y la tuerca como una misma pieza, ignorando la interacción entre cuerdas para reducir el consumo de recursos computacionales en los modelados y facilitar la convergencia, ya que se someterá la unión a diversos estudios paramétricos.

5.3.1 Descripción del modelo discreto

Este modelo presenta características similares al modelo del análisis anterior a diferencia que éste se compone de sólo tres partes deformables: las dos partes unidas y el perno con tuerca unida. El perno y la tuerca se modelaron como un mismo cuerpo, combinando las piezas y fusionando las roscas.

Los materiales de los componentes de la unión fueron los mismos del análisis anterior. Sin embargo, se cambiarán en estudios paramétricos indicados posteriormente.

La Fig. 5.14 muestra el modelo discreto de la unión emperrada estudiada, con su densidad de malla y las interacciones de contacto consideradas. Se manejaron tamaños de elementos que van desde elementos de 0.15 mm en la zona de la rosca libre del perno, hasta elementos de 1 mm de longitud en los bordes exteriores de las partes unidas.

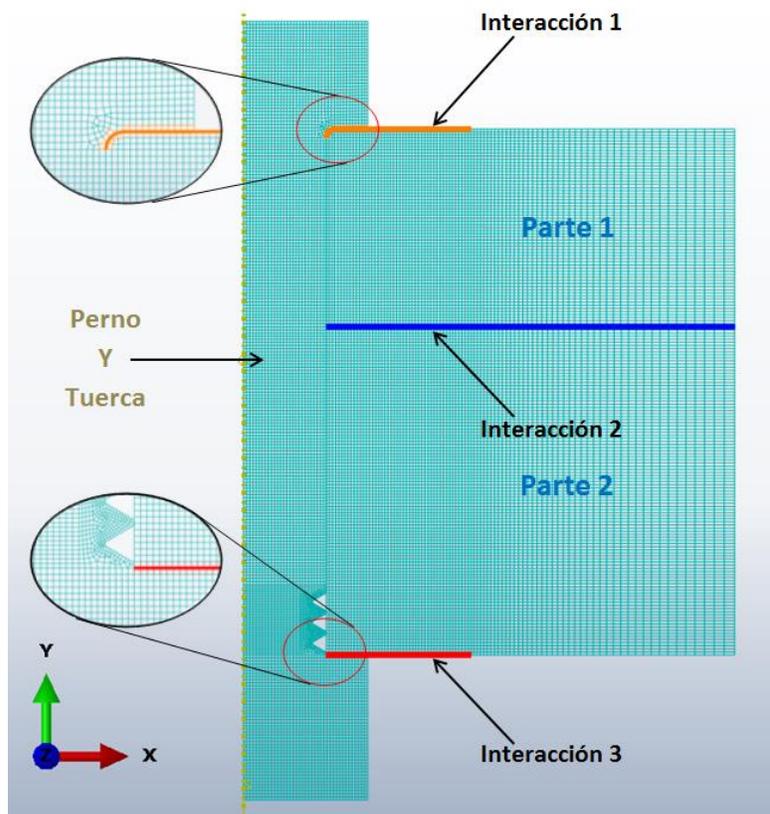


Fig. 5. 14 Modelo de elementos finitos axisimétricos simplificado de la unión estudiada, con las interacciones de contacto.

Se generaron seis superficies de contacto que conforman las tres interacciones:

1. Entre la cabeza del perno y la parte 1.
2. Entre las partes unidas.
3. Entre la cara de la tuerca y la parte 2.

Todas las interacciones se modelaron usando el método *Surface to Surface contact* (contacto superficie a superficies) y el algoritmo *master-slave* (maestra-esclava) disponibles en la librería de Abaqus 6.10 con la opción *finite sliding* (deslizamiento finito). El modelo de fricción utilizado fue el de fricción de Coulomb con un coeficiente de fricción de 0.2. La localización de las interacciones de contacto se encuentra en la Fig. 5.14.

5.3.2 Condiciones de frontera y aplicación de la carga

Se aplicaron dos configuraciones de condiciones de frontera para el modelado de la unión: la primera configuración corresponde a la aplicación de la precarga en el perno y la segunda se adaptó para la aplicación de una carga externa de tensión concéntrica sobre el perno (Fig. 5.15).

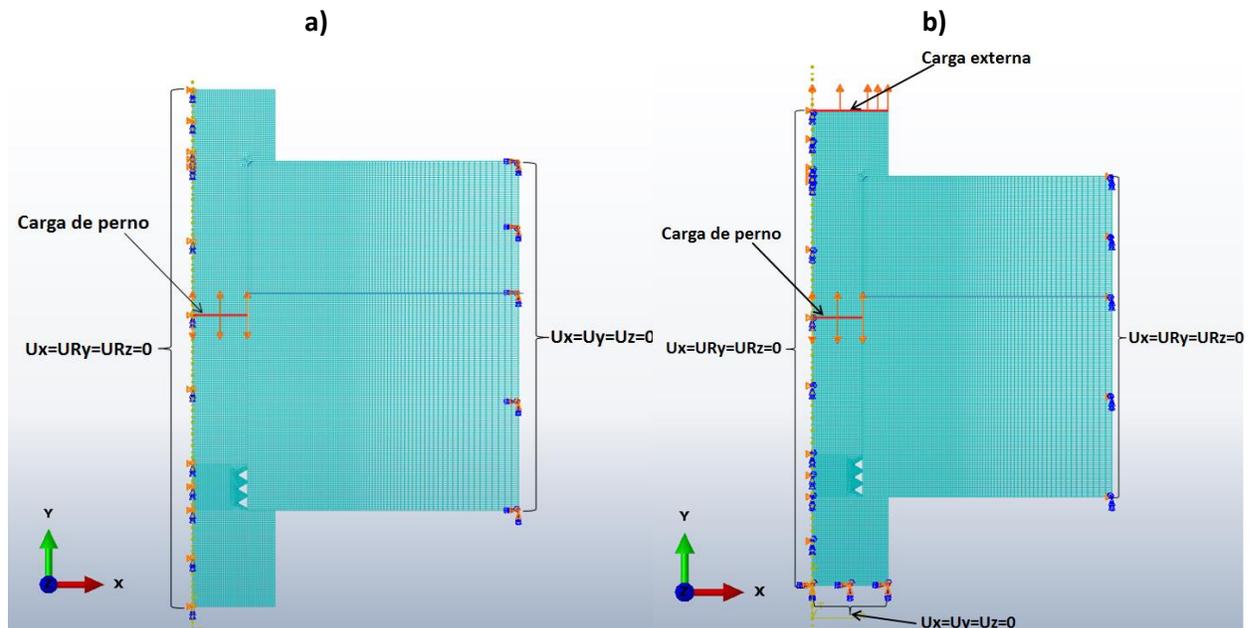


Fig. 5. 15 Condiciones de frontera de la unión estudiada a) para el estado de precarga y b) para el estado de fuerza externa.

Los estados de carga se aplicaron en dos pasos: para el primer paso de la simulación (precarga) se pueden observar las condiciones de frontera en la Fig. 5.15 a), donde se sujetaron las partes unidas con una condición de encastre en los bordes exteriores, en el eje neutro de la unión se restringieron los desplazamientos de los elementos en dirección “x” y las rotaciones en los ejes “y” y “z” permitiendo sólo desplazamientos en el eje “y” y la

precarga del perno se aplicó con una fuerza de tipo perno en el vástago del mismo con un valor de 60 kN.

El segundo paso de la simulación utilizó las condiciones de frontera mostradas en la Fig. 5.15 b): el perno conservó la condición de frontera en el eje neutro del paso anterior. Sin embargo la fuerza de perno se modificó para fijar la longitud de éste obtenida durante la precarga y permitirle al perno comportarse como un componente deformable que responde a las otras fuerzas en el ensamble, además se colocó una condición de encastre sobre la superficie de la tuerca para crear la acción de la fuerza de separación de la carga externa de presión aplicada sobre la cabeza del perno y la condición sobre los bordes exteriores de las partes unidas permite desplazamientos en la dirección “y”.

5.3.3 Esfuerzos de Von Mises y diagrama de la unión

Los resultados de esfuerzos y el diagrama de la unión aquí presentados corresponden sólo a la aplicación de la precarga (paso 1 de la simulación). La distribución de esfuerzos de Von Mises se presenta en la Fig. 5.16.

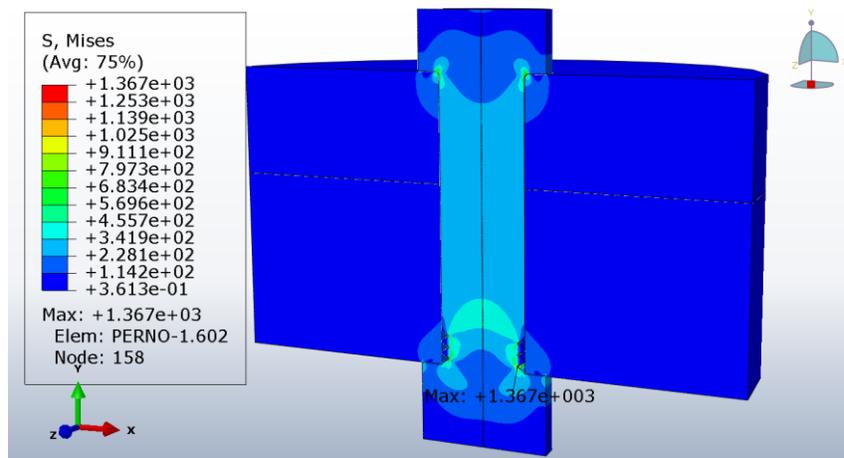


Fig. 5. 16 Esfuerzos de Von Mises [MPa] en la unión emperrada con modelo simplificado con una precarga en el perno de 60 kN.

El esfuerzo máximo se presentó en la raíz de la rosca del perno y alcanzó un valor de 1367 MPa, un poco más de 4.5 veces el esfuerzo en el vástago. Esto debido a que la tuerca se encuentra fija al perno y los esfuerzos no se distribuyen en los filetes de las roscas, además se agrega en esa rosca el momento flexionante causado por la reacción de las placas sobre la cara de la tuerca. El campo de desplazamientos espaciales en dirección “y”, inducidos en las partes de la unión debido a la precarga del perno se muestra en la Fig. 5.17.

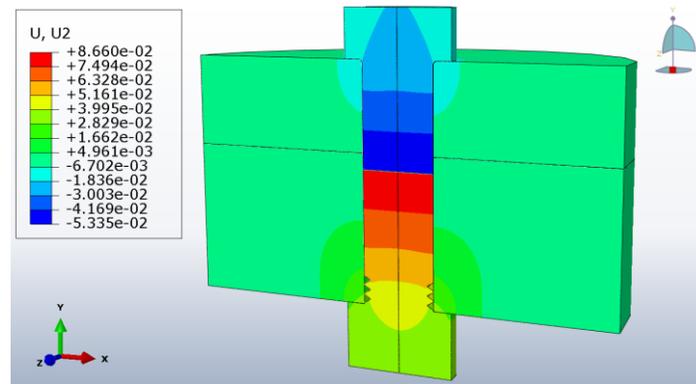


Fig. 5. 17 Campo de desplazamientos espaciales en dirección “y” en la unión emperrada con modelo simplificado debido a la precarga de 60 kN.

Los desplazamientos de mayor magnitud se presentaron en el vástago del perno y de acuerdo a la gama de colores se aprecia que la parte inferior (de aluminio) presentó mayores desplazamientos que la parte superior (de acero). Además, en la sección donde se aplicó la precarga del perno por medio de un ajuste de longitud equivalente (*bolt load*) se encuentran los valores máximos positivos y negativos de desplazamiento por la tracción en sentidos opuestos de la carga.

Una vez conocidas las deflexiones resultantes del análisis numérico, se generó el diagrama fuerza-desplazamiento de la unión y posteriormente se comparó con el diagrama generado mediante el método analítico (ver Fig. 5.12).

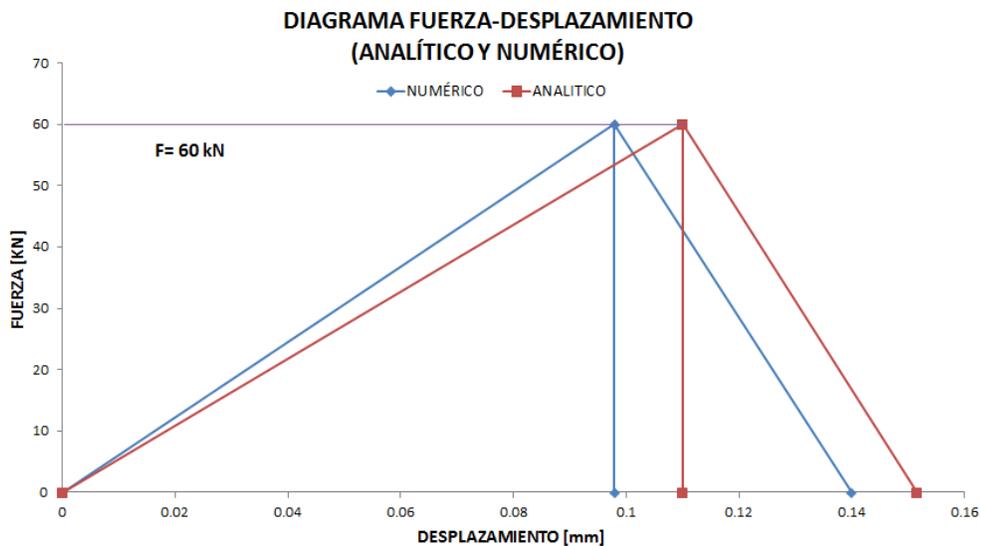


Fig. 5. 18 Diagramas Fuerza-Desplazamiento de la unión estudiada en estado de precarga. Calculados con el método analítico y numérico.

La Fig. 5.18 muestra los diagramas analítico y numérico, los cuales presentaron gran similitud en cuanto a la deformación de las placas. Sin embargo, el perno del modelo con tuerca unida tuvo un comportamiento 11.48 % más rígido que el perno y tuerca con rosca.

5.3.4 Efecto de la precarga en la capacidad de carga externa (estática) de la unión

Se sometió la unión a diferentes valores de precarga para determinar la influencia de ésta en la magnitud de la fuerza externa de tensión que puede soportar la unión hasta el momento en que se separen las partes unidas. Para alcanzar este estado, se aplican los dos pasos de la simulación: el primero de precarga y el segundo de fuerza externa.

Cuando se aplica la precarga o apriete inicial F_i en la unión, se genera una fuerza axial de tensión en el perno F_b y una fuerza de sujeción F_m en las partes; que son iguales a la fuerza de apriete inicial F_i (el sistema alcanza el equilibrio). Estas fuerzas provocan un alargamiento en el perno y una compresión en las partes unidas correspondiente a sus rigideces (diagrama de la unión, Fig. 5.18). Sin embargo, cuando se aplica una fuerza externa de tensión, el perno y las partes unidas se alargan la misma cantidad (el perno sufre una deformación adicional mientras que las partes se descomprimen) de manera que se incrementa la fuerza en el perno y se reduce la fuerza de sujeción en las partes; la suma de los dos efectos es igual a la causa que los origina, es decir, será igual a la fuerza externa.

Como las partes unidas y el perno tienen rigideces diferentes, pero se deforman la misma cantidad; un porcentaje de la fuerza externa es utilizado para alargar el perno y otro porcentaje para relajar las partes, esto depende de sus rigideces relativas.

La fuerza en el perno será igual a la fuerza de apriete inicial más el porcentaje de fuerza externa usado para provocar el nuevo alargamiento del perno, y la fuerza en las partes sujetadas corresponde a la fuerza de apriete inicial menos el porcentaje de fuerza externa usado para relajarlas o descomprimirlas. Como lo indican las ecuaciones (3.8):

$$F_b = F_i + \left(\frac{k_b}{k_b + k_m} \right) F_e \quad \text{y} \quad F_m = F_i - \left(\frac{k_m}{k_b + k_m} \right) F_e \quad (3.8)$$

Las cuales se utilizan para calcular las fuerzas en los elementos de la unión de manera analítica.

5.3.4.1 Resultados numéricos y analíticos

Este análisis inició con encontrar la máxima fuerza externa de separación que soporta la unión hasta el punto de separación de las partes unidas (cero fuerzas de sujeción por parte del perno sobre las partes) de manera numérica y analítica.

5.3.4.1.1 Comportamiento elástico

En la primera simulación se usó una precarga en el perno de 70.65 kN, correspondiente al 75% de su carga de prueba y enseguida se aplicó la fuerza externa axial de presión sobre el perno. La fuerza de sujeción en las partes se monitoreó directamente en la interacción entre las partes unidas con la opción CFN2 (*Fuerza Normal de Contacto* en dirección "Y") para obtener la máxima fuerza estática externa que soporta la unión antes de separarse, es decir, cuando la fuerza de sujeción llega cero. La fuerza en el perno se monitoreó indirectamente con el esfuerzo de un nodo ubicado en el vástago uniforme del perno donde se normalizan los esfuerzos.

La Fig. 5.19 muestra las relaciones de fuerzas en los elementos de la unión cuando se encuentra en estado de precarga y cuando entra en acción una fuerza externa de separación sobre la misma.

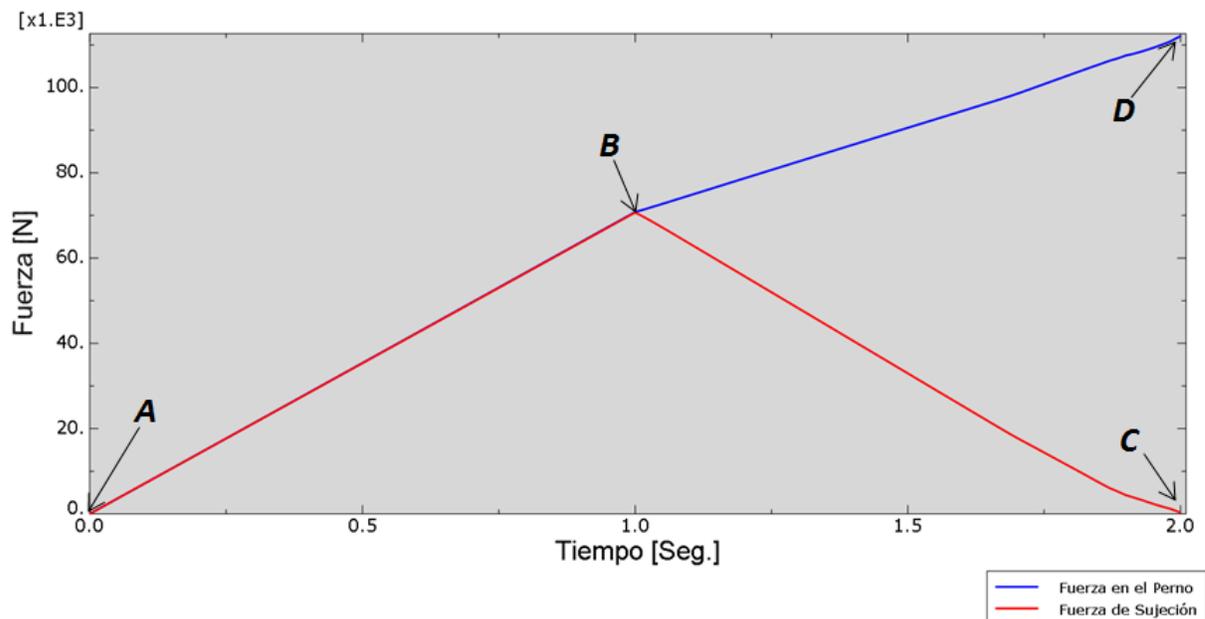


Fig. 5. 19 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión emperrada. Con una precarga de 70.65 kN y una fuerza externa de separación de 112 kN.

La línea de color azul en la gráfica de la Fig. 5.19 corresponde a la fuerza en el perno y la línea roja es la fuerza de sujeción o compresión en las partes o miembros unidos. Durante la simulación, en el intervalo de tiempo de 0 a 1 segundo se aplicó la precarga en la unión, punto *B* (70.65 kN), alcanzando el estado de equilibrio: donde la fuerza en el perno, la fuerza en las partes y la precarga son iguales en magnitud. Esto se puede ver en la línea *AB*, donde coinciden la línea de la fuerza del perno y la línea de fuerza de sujeción. En el intervalo de 1 hasta 2 segundos se aplicó la fuerza externa causando que aumente la carga en el perno (segmento *BD*) y disminuya la fuerza de compresión en las partes (segmento *BC*) hasta cero en *C*; la suma de los dos efectos corresponde a la fuerza externa que se está aplicando.

De la simulación anterior se encontró que la fuerza necesaria para separar las placas en la unión con una precarga de 70.65 kN fue de 112 kN, que es una fuerza con un valor por arriba de la precarga aplicada.

La Fig. 5.20 muestra la distribución de esfuerzos de Von Mises en los dos estados antes mencionados. La Fig. 5.20 a) contiene la unión emperrada en el estado de precarga (tiempo igual a 1 segundo en la simulación) y la b) el estado final de la aplicación de fuerza externa (tiempo igual a 2 segundos), cuando la fuerza de sujeción en los miembros llega a cero.

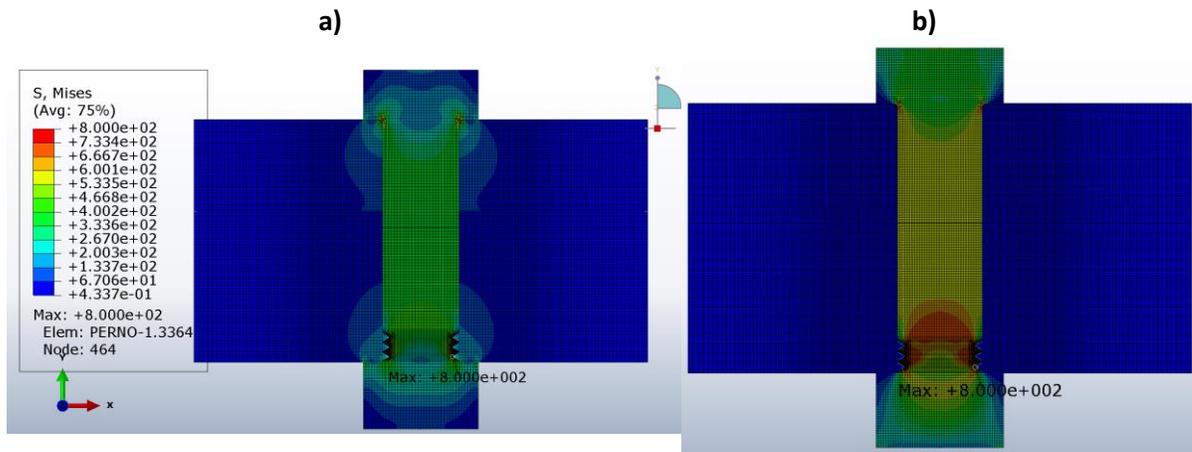


Fig. 5. 20 Esfuerzos Mises de la unión emperrada a) en estado de precarga (70.65 kN) y b) en el estado de fuerza externa (112 kN). La escala máxima de esfuerzo de ambas figuras fue de 800 MPa.

En la Fig. 5.20 a) se observa el campo de esfuerzos de las partes unidas, mientras que en la Fig. 5.20 b) se encuentran totalmente relajadas (contorno azul).

Además se realizaron cinco simulaciones adicionales variando el nivel de precarga en el perno para encontrar la capacidad de carga estática a tensión que soporta la unión. Los resultados se muestran en la Tabla 5.7.

Tabla 5. 7 Capacidad de carga estática a tensión de la unión empernada para varios valores de precarga (método numérico).

Precarga (kN)	Carga Externa (kN)
23.55	37.59
47.10	72.81
58.87	91.69
70.65	112.79
82.42	128.61
94.20	145.07

De la Tabla 5.7 se puede destacar que al aumentar la precarga incrementa la magnitud de la fuerza externa necesaria para separar la unión, es decir, aumenta la resistencia de la unión contra cargas externas de tensión.

De manera analítica, se puede encontrar la fuerza externa que separa la unión calculando las rigideces de los elementos de la unión, sustituyendo la precarga presente e igualando la fuerza de sujeción en las partes a cero en la ecuación (3.8), para despejar la fuerza externa. Esta fuerza externa será la máxima que puede soportar la unión hasta el punto de separación de las partes unidas. Estos valores calculados de manera analítica se encuentran en la Tabla 5.8:

Tabla 5. 8 Capacidad de carga estática a tensión de la unión empernada para varios valores de precarga (método analítico).

Precarga (kN)	Carga Externa (kN)
23.55	32.37
47.10	64.75
58.87	80.93
70.65	97.12
82.42	113.31
94.20	129.50

Para prevenir riesgos de separación de las partes unidas debido a cargas estáticas de tensión actuando sobre a unión es necesario usar precargar cercanas a la resistencia de prueba del perno tomando en cuenta la resistencia de los materiales de las piezas para no dañarlas. La comparación de resultados analíticos y numéricos se encuentra en la gráfica de la Fig. 5.21, presentando un porcentaje de diferencia alrededor de 13% debido a que el perno utilizado en el modelo tuvo un comportamiento más rígido y debido a su estado de deformación.

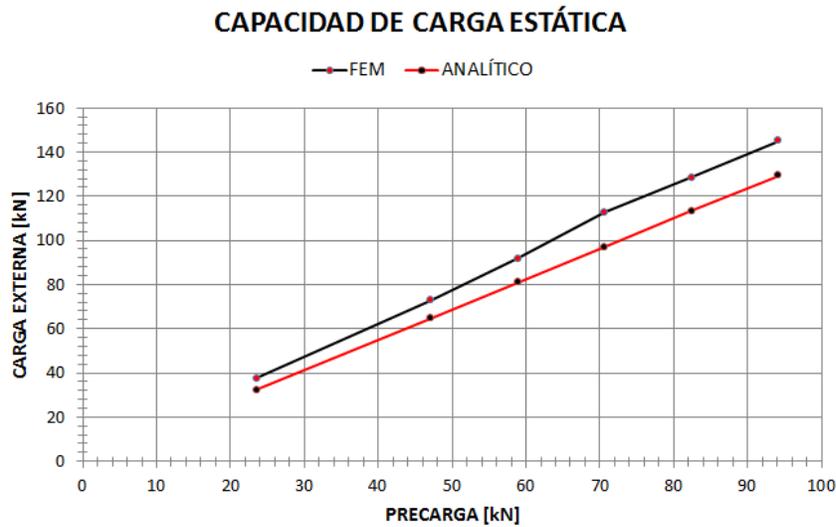


Fig. 5. 21 Capacidad de carga estática de separación de la unión emperrada para varios niveles de precarga. Comparación del método analítico y numérico.

La Fig. 5.21 muestra la influencia de la precarga en la capacidad de carga estática de la unión. A mayor precarga, mayor resistencia contra la separación de las partes debida a una carga externa de tensión.

5.3.4.1.2 Comportamiento plástico

Se analizó el efecto de utilizar una precarga que provoca deformación plástica en las partes unidas en la capacidad de carga estática de separación de la unión emperrada. Para ello, se introdujo comportamiento no lineal en los materiales de los elementos de la unión y se utilizó una precarga en el perno igual a su carga de prueba (94.2 kN) para encontrar la máxima carga externa de separación admitida en la unión.

La Tabla 5.9 contiene las propiedades mecánicas necesarias para describir el comportamiento no lineal de los materiales que componen las piezas de la unión emperrada modelada.

Tabla 5. 9 Propiedades mecánicas de los materiales de los elementos de la unión emperrada.

Elementos	Material	Módulo de Young	Coficiente de Poisson	Límite de Fluencia	Coficiente ω
Parte 1	Acero ASTM A36	200 GPa	0.26	250 MPa	0.15
Parte 2	Aluminio 6063 T6	68.9 GPa	0.33	214 MPa	0.25
Perno y Tuerca	Acero clase 8.8	206 GPa	0.29	660 MPa	0.17

* ω es el coeficiente de endurecimiento por deformación.

El modelo utilizado fue el mismo que el del análisis de la unión con comportamiento elástico, así como las condiciones de carga y de frontera. La Fig. 5.22 muestra las deformaciones plásticas equivalentes provocadas en la unión por la precarga del perno.

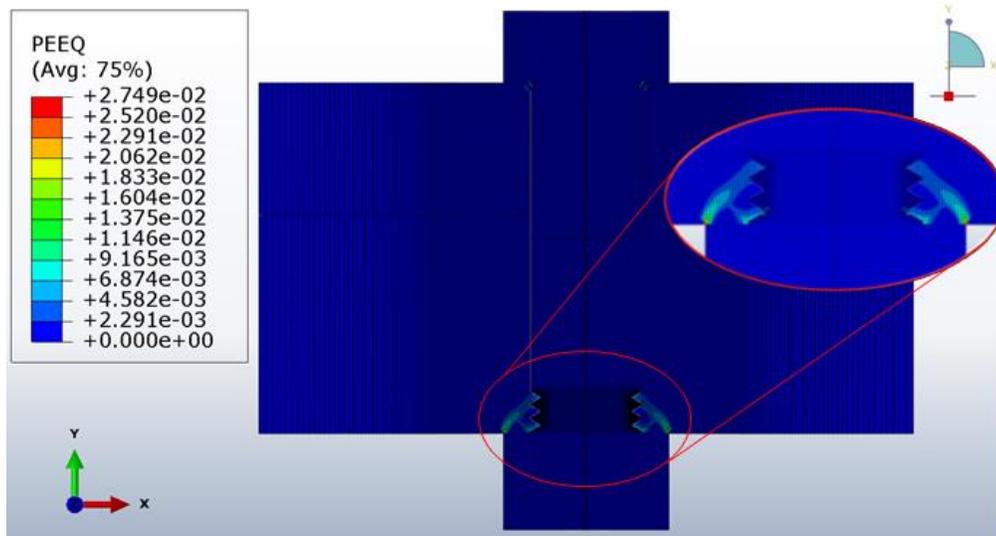


Fig. 5. 22 Deformación plástica equivalente [mm/mm] en la unión emperrada (precarga 94.2 kN).

La mayor deformación plástica por sobre apriete del perno ocurrió en la parte de aluminio. Se encontró la capacidad de carga externa de separación de la unión emperrada con comportamiento plástico al utilizar una precarga alta (94.2 kN) y se comparó con los resultados de la misma unión pero con comportamiento linealmente elástico en los materiales (Fig. 5.23)

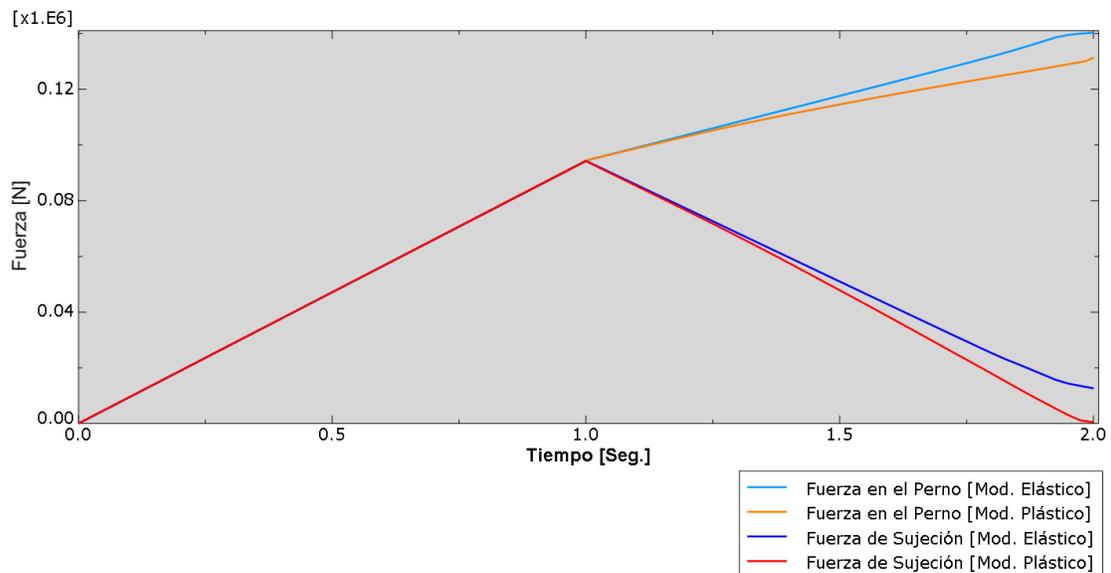


Fig. 5. 23 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión emperrada con comportamiento elástico y plástico. Con una precarga de 94.2 kN y una fuerza externa de separación de 131 kN.

Como resultado se obtuvo una disminución en la capacidad de carga externa de separación de la unión debido a la deformación plástica en las partes del 9.44 %, soportando una fuerza externa máxima de 131 kN que llevó a cero la fuerza de sujeción en las partes. Mientras que la unión con comportamiento lineal conservó una fuerza de sujeción residual de 13.7 kN (Fig. 5.23).

5.3.5 Consideraciones de fatiga en la unión

5.3.5.1 Cálculo de vida a la fatiga de la unión

La falla por fatiga ocurre comúnmente bajo cargas cíclicas de tensión en vez de cargas compresivas, por lo que los pernos están más sujetos a fallar por fatiga en las uniones a tensión [6]. Debido a la tensión inicial de apriete, los pernos tienen altos esfuerzos medios y fallarán dependiendo del nivel de éste y de la variación del esfuerzo bajo cargas cíclicas; en general, entre más altas sean las cargas cíclicas en el perno más pronto fallará la unión. A esto se le agrega el hecho de que la concentración de esfuerzos está siempre presente en los fondos de las roscas del perno.

Para mostrar la influencia de la tensión inicial y de las rigideces relativas de las piezas en la vida de fatiga de la unión, se hizo un análisis de resistencia a la fatiga de la unión sujeta a carga externa fluctuante. Esto mediante del diagrama de esfuerzo medio-esfuerzo alterno del perno aplicando la teoría de Goodman (Fig. 5.24).

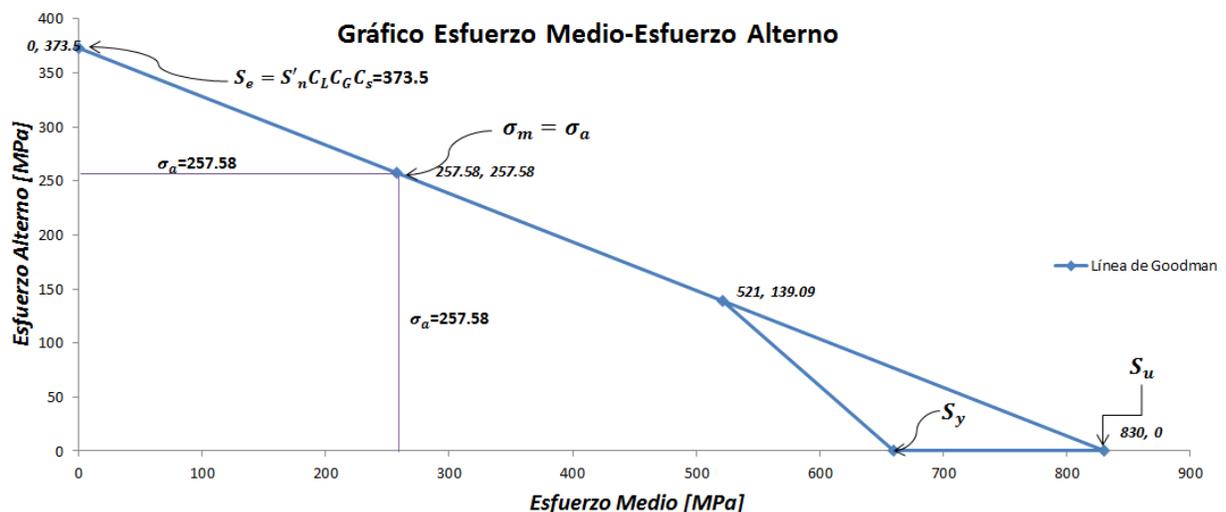


Fig. 5. 24 Diagrama de Goodman para el perno M16x2x70 clase 8.8 de la unión

En el diagrama se analizó la raíz de la rosca del perno M16x2x70 clase 8.8 (zona crítica de la unión) con los datos de: esfuerzo último a la tensión del perno $S_u = 830 \text{ MPa}$, el esfuerzo de fluencia $S_y = 660 \text{ MPa}$, y el límite de resistencia a la fatiga $S_e = 373.5 \text{ MPa}$ (ver Tabla 3.1).

Una vez hecho el diagrama de Goodman de la unión se analizó la influencia del apriete inicial (precarga) y el factor de carga de la unión (C) en la vida a la fatiga. Para ello, se calculó la máxima fuerza externa variable que puede soportar la unión para una vida infinita en el perno. Se tomaron dos casos: En el caso a) la unión no cuenta con apriete inicial y en el caso b) la fuerza de apriete inicial es igual a la carga de prueba del perno:

$$F_i = S_p A_t = (600 \text{ MPa})(157 \text{ mm}^2) = 94200 \text{ N}$$

Para el caso sin precarga a), los esfuerzos en el fondo de la rosca se deben únicamente a la carga variable, por lo que el esfuerzo medio σ_m y el esfuerzo alterno σ_a son iguales. El esfuerzo medio en el fondo de la rosca se calculó con el área a tensión A_t y es la mitad del esfuerzo máximo multiplicado por el factor de concentración de esfuerzo por fatiga de la rosca K_f que puede llegar a valer 3.8 (ver tabla 3.2):

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{F_{max}}{2A_t} K_f$$

De la ecuación anterior se tiene que $\sigma_m = \sigma_a = 0.0121 F_{max}$. Para el límite de vida infinita a la fatiga, el diagrama de Goodman de la Fig. 5.24 muestra que para la condición $\sigma_m = \sigma_a$ corresponde un valor de esfuerzo alterno igual a 257.58 MPa. Por lo tanto se iguala:

$$0.0121 F_{max} = 257.58 \text{ MPa}$$

De lo anterior, la fuerza máxima de separación variable (F_{max}) que soporta el perno de la unión para una vida de fatiga infinita es de 21284.24 N.

Para el caso b), donde se aplica una precarga inicial en la unión igual a la resistencia de prueba del perno es necesario conocer las rigideces de las partes que componen la unión para calcular el porcentaje de carga externa que es tomada por el perno, también conocido como factor de carga C . Este factor se determina con la ecuación:

$$C = \frac{k_b}{k_b + k_m} \quad (3.9)$$

Las rigideces de las partes de la unión se calcularon en los análisis anteriores: $k_b = 542.396 \text{ MN/m}$ y $k_m = 1448.041 \text{ MN/m}$, por lo que el factor de carga $C = 0.2725$, lo

cual significa que el 27.25% de la variación de la carga externa la recibe el perno y el 72.75% se utiliza para reducir la fuerza de sujeción en las partes unidas.

La carga alterna en el perno es la mitad de la variación de la carga de pico a pico, es decir $(0.2725/2) F_{max}$. Por lo tanto, el esfuerzo alterno en el perno es:

$$\sigma_a = \frac{f_a}{2A_t} K_f = \frac{0.1362 F_{max}}{(157)} (3.8) = 3.2965 \times 10^{-3} F_{max}$$

Ahora se tomó la carga máxima variable (F_{max}) calculada en el caso a) para obtener el esfuerzo alterno que genera en el caso con precarga (b).

$$\sigma_a = 3.2965 \times 10^{-3} (21284.24 \text{ N}) = 70.16 \text{ MPa}$$

De acuerdo con la línea de Goodman, debido al esfuerzo medio del perno por la precarga, el esfuerzo alterno máximo admitido para una vida infinita y que además permite deformación plástica en la raíz de la rosca puede llegar hasta 139.09 MPa, por lo que $(139.09/70.16) = 1.98$. Esto significa que el perno en la unión con precarga igual a la resistencia de prueba resiste 1.98 veces más fuerza externa variable que el perno de la unión sin precarga, es decir una fuerza de 42142.79 N.

En este estudio, el perno de la unión con precarga presentó mayor capacidad de carga alterna para alcanzar una vida infinita de fatiga que el perno de la unión sin precarga. A pesar de que los esfuerzos medios en el perno debido a una precarga reducen los esfuerzos alternos permitidos para la vida de fatiga infinita, debido a las interacciones elásticas entre el perno y los miembros de la unión por la precarga, se evita que toda la carga externa incremente directamente los esfuerzos alternos en el perno, compartiendo un porcentaje de esta en reducir la fuerza de sujeción en los miembros.

El porcentaje de fuerza externa alterna que recibe el perno es definido por el factor de carga C , y de esto depende la magnitud de los esfuerzos alternos que llevan a la falla por fatiga de la unión.

5.3.5.2 Esfuerzos fluctuantes en la unión debido al cambio de materiales en las partes unidas

Este análisis presenta la variación de la magnitud de fuerza alterna (y por tanto, esfuerzos alternos) en el perno y las partes unidas debido al cambio de materiales de éstas. Para ello, se tomó el modelo simplificado de la unión y se le aplicó una precarga inicial seguida de una

fuerza axial externa cíclica, para graficar las relaciones de fuerza en los elementos de la unión.

Se realizaron tres simulaciones de la unión para evaluar la fuerza alterna en el perno y las partes al intercambiar los materiales de éstas: en el primer análisis se tomó el modelo simplificado de la unión (Fig. 5.14) con los materiales utilizados en la sección anterior; el segundo análisis consideró dos partes de aluminio; y en el tercer análisis se usaron dos partes de acero. Los materiales que componen los modelos de estudio y sus propiedades mecánicas se muestran en la Tabla 5.10.

Tabla 5. 10 Materiales usados en los modelos de estudio de la unión y sus propiedades mecánicas.

	Elemento de la Unión	Material	Módulo de Young (GPa)	Esfuerzo de Fluencia (MPa)
MODELO 1	Perno	Acero clase 8.8	206	660
	Parte 1	Acero ASTM A36	200	250
	Parte 2	Aluminio 6063 T6	68.9	214
MODELO 2	Perno	Acero clase 8.8	206	660
	Parte 1	Aluminio 6063 T6	68.9	214
	Parte 2			
MODELO 3	Perno	Acero clase 8.8	206	660
	Parte 1	Acero ASTM A36	200	250
	Parte 2			

En todos los modelos se aplicó una precarga de 60 kN y una fuerza externa sinusoidal del tipo $F_e = P \sin^2 \theta$ de amplitud igual a 60 kN. En la Fig 5.25 se muestra el gráfico de la amplitud de la fuerza externa aplicada a la unión, esta fuerza externa varía entre cero y 60 kN con un periodo de un segundo.

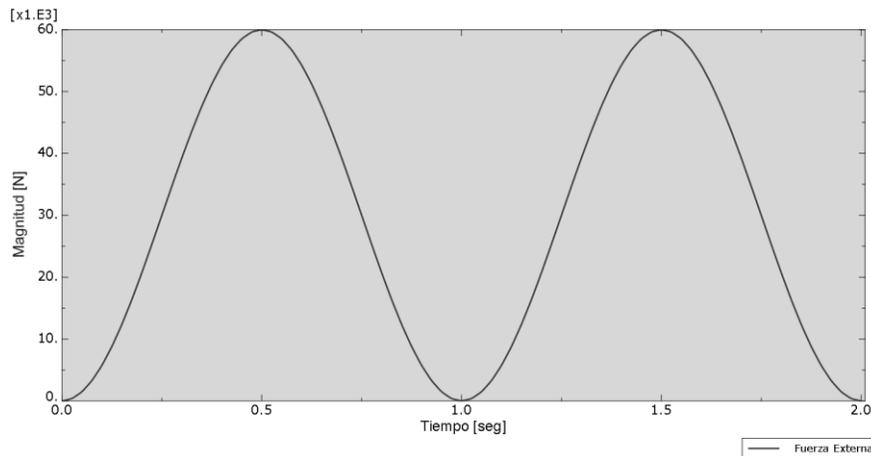


Fig. 5. 25 Amplitud de la fuerza externa aplicada en la unión empernada.

5.3.5.2.1 Resultados numéricos

Se obtuvieron las relaciones de fuerza en los elementos de la unión del modelo 1 al aplicar la precarga y una carga cíclica (Fig. 5.25). Durante la simulación, en el intervalo de tiempo de 0 a 1 segundo se aplicó la precarga generando la fuerza de tensión en el perno y la fuerza de sujeción en las partes. Hasta este punto, las fuerzas en la unión se encuentran en estado de equilibrio de modo que la fuerza de sujeción y la fuerza de tensión en el perno tienen la misma magnitud, pero al aplicar la fuerza externa en el intervalo de tiempo de 2 a 3 segundos, se rompe esta condición incrementando la fuerza en el perno y disminuyendo la fuerza de sujeción en las partes unidas, la suma de estos dos efectos es numéricamente igual a la fuerza externa aplicada (Fig. 5.26).

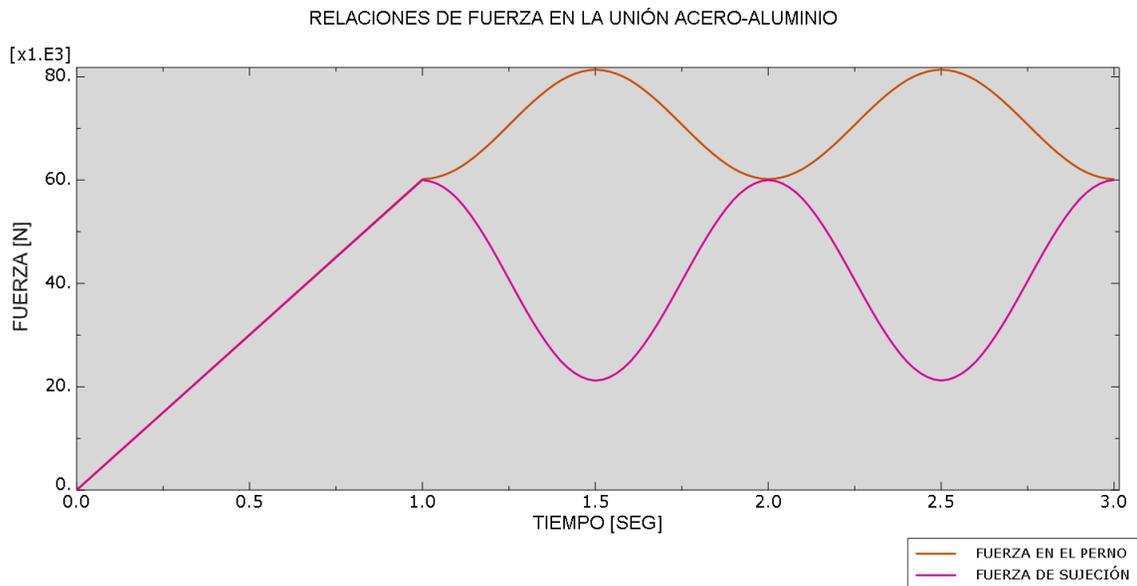


Fig. 5. 26 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión emperrada con partes de acero y aluminio debido a una precarga de 60 kN y una fuerza externa fluctuante de 60 kN.

La Fig. 5.26 muestra que la fuerza externa en su punto máximo (1.5 seg) redujo la fuerza de sujeción en las partes unidas desde los 60 kN alcanzados en la precarga hasta un valor de 21.36 kN y en el perno incrementó su fuerza desde 60 kN alcanzados en la precarga hasta 81.36 kN. Por lo tanto, la fuerza alterna presente en el perno fue de 21.36 kN en la unión con partes de acero y aluminio (factor de carga $C = 0.356$).

La reducción en la fuerza de sujeción de las partes (38.64 kN) más el incremento en la fuerza del perno (21.36 kN) fue igual a la fuerza externa aplicada (60 kN).

Los resultados de la simulación del modelo 2 se encuentran en la Fig. 5.27, donde se muestran las relaciones de fuerza en las partes de la unión al aplicar la precarga y la fuerza externa fluctuante. Esta unión está compuesta de dos placas de aluminio.

La fuerza externa en su máxima amplitud (1.5 seg) redujo la fuerza de sujeción en las partes unidas desde 60 kN hasta 25.17 kN e incrementó la fuerza en el perno desde 60 kN hasta 85.17 kN, generando una fuerza alterna en el perno de 25.17 kN. Su factor de carga fue de 0.419.

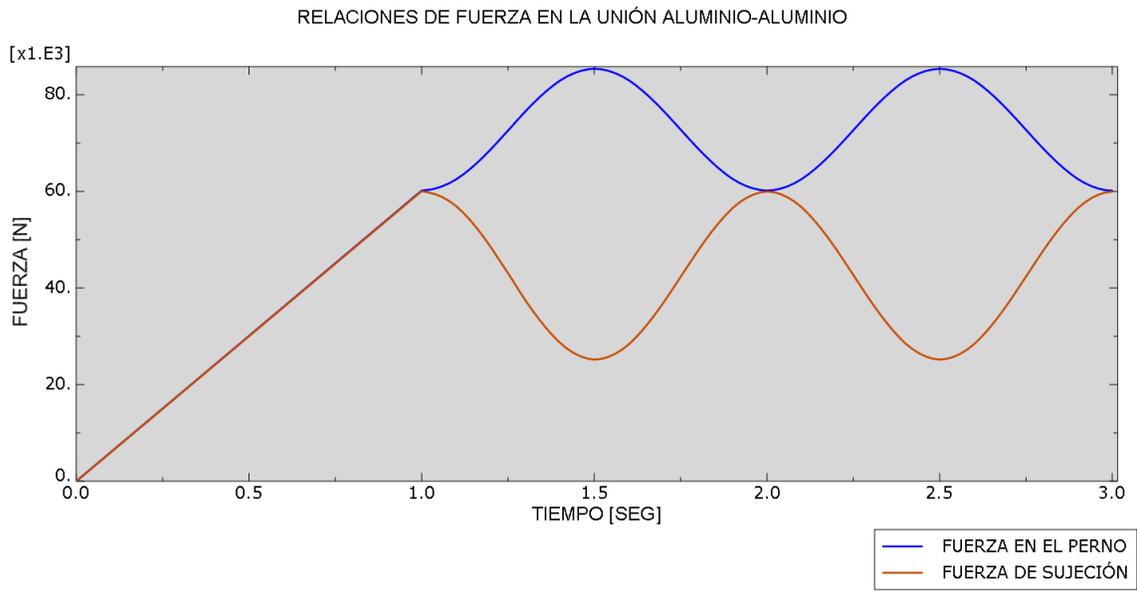


Fig. 5. 27 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión empernada con partes de aluminio debido a una precarga de 60 kN y una fuerza externa fluctuante de 60 kN.

Las relaciones de fuerza en las partes de la unión durante la simulación del modelo 3 por la aplicación de una carga externa fluctuante se encuentran en la Fig. 5.28. Ambas partes unidas fueron de acero. La fuerza mínima de sujeción en las partes causada por la fuerza externa de separación fue de 15.07 kN y la fuerza máxima en el perno fue de 75.07 kN, la cual equivale a una fuerza alterna en el perno de 15.07 kN. El factor de carga correspondiente a esta unión fue de 0.251.

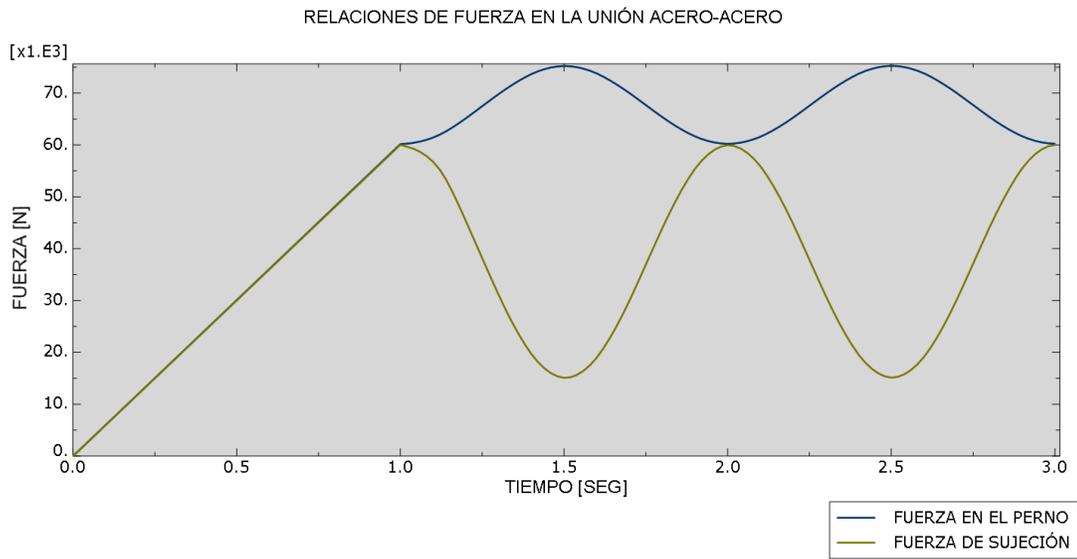


Fig. 5. 28 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión emperrada con partes de acero debido a una precarga de 60 kN y una fuerza externa fluctuante de 60 kN.

El cambio de los materiales de las partes unidas influyó directamente en la magnitud de carga alterna presentada en el perno a causa de una fuerza externa variable. Se presentó menor carga alterna en la unión compuesta de partes de acero que en la unión con partes de aluminio, lo que implica que el uso de partes con rigideces altas respecto a la rigidez del perno aumenta la capacidad de carga variable de la unión y la vida en fatiga del perno.

La tabla 5.11 muestra los valores de carga alterna en el perno en los tres modelos causada por la misma carga externa en los tres modelos.

Tabla 5. 11 Carga alterna en el perno debido a una fuerza externa de 60 kN en los tres modelos estudiados.

	Material de las partes	Fuerza alterna en el perno (kN)
Modelo 1	Acero-Aluminio	21.36
Modelo 2	Aluminio-Aluminio	25.17
Modelo 3	Acero-Acero	15.30

Los resultados presentados en la Tabla 5.11 indican que el cambio en los materiales de las partes unidas influye en la vida de fatiga del perno de la unión. Al cambiar las partes de aluminio por partes de acero se redujo un 39.2% la carga alterna en el perno.

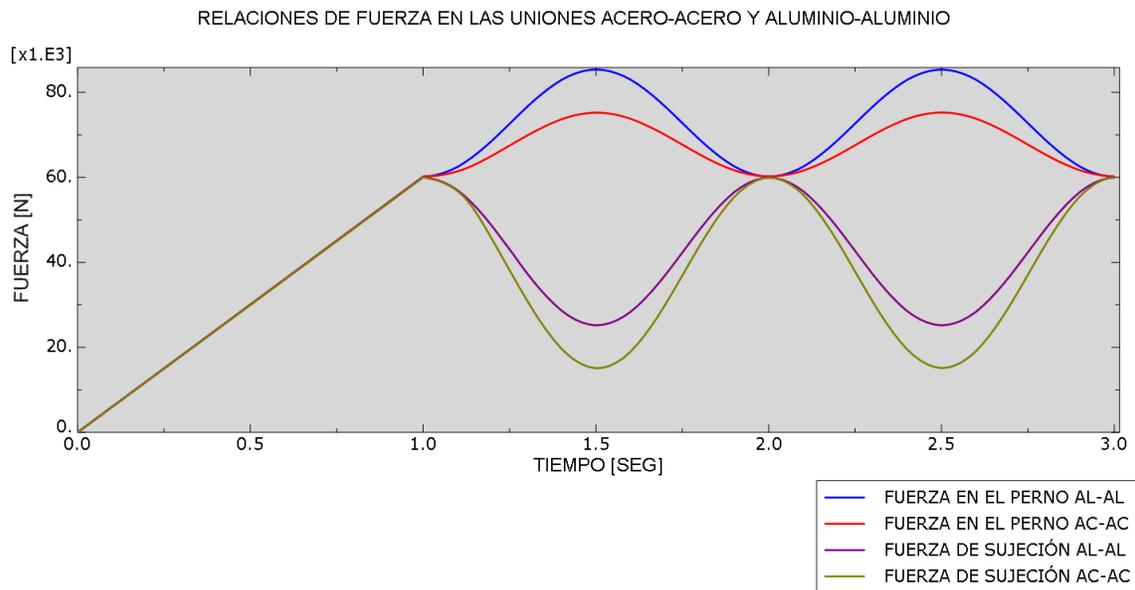


Fig. 5. 29 Comparación de las fuerzas fluctuantes en los elementos de las uniones con partes unidas de acero-acero y aluminio-aluminio.

La Fig. 5.29 muestra la comparación de la variación de la carga en el perno y en las partes unidas de las uniones con partes de acero y con partes de aluminio, causada por la aplicación de la misma carga variable a tensión. Mostrando mayor amplitud en la carga alterna del perno de la unión con placas de aluminio.

5.3.5.3 Efecto de la adición de arandelas en la carga alterna del perno

Para analizar el efecto de la adición de arandelas en la unión emperrada sobre la carga alterna en el perno, se tomó como base el modelo discreto simplificado utilizado en el análisis anterior con la misma precarga y fuerza externa (60 kN), pero se agregaron dos arandelas. Incrementando la longitud del perno en la unión, de modo que correspondió a un M16x2x75 con arandelas métricas sencillas 16R de acero AISI 1018.

Se estudiaron dos casos de uniones: el primer caso fue una unión con dos partes de aluminio 6063 T6 y el segundo caso fue una unión con partes de acero ASTM A36. El objetivo de este análisis fue encontrar el efecto de las arandelas en la carga fluctuante en el perno debido a una fuerza externa variable en uniones con partes de acero y aluminio.

La Fig. 5.30 muestra el modelo de elementos finitos de la unión emperrada con las arandelas, así como la densidad de malla.

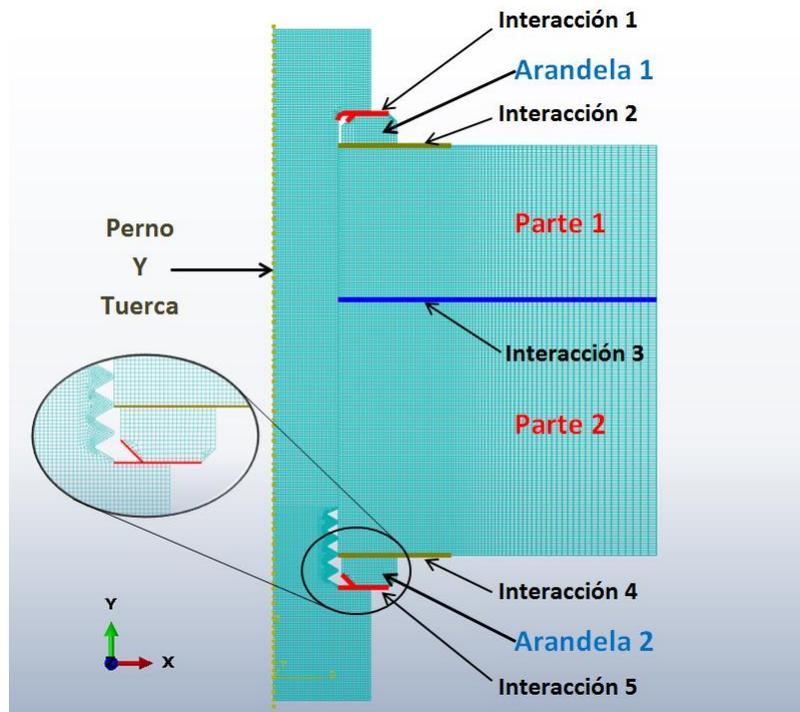


Fig. 5. 30 Modelo de elementos finitos axisimétricos simplificado de la unión con arandelas. Incluye las interacciones de contacto.

Se generaron diez superficies en contacto (Fig. 5.30) que conforman las cinco interacciones en el modelo:

1. Entre la cabeza del perno y la arandela 1.
2. Entre la arandela 1 y la parte 1.
3. Entre las partes unidas.
4. Entre arandela 2 y la parte 2.
5. Entre la cara de la tuerca y la arandela 2.

Todas las interacciones de contacto se modelaron usando el método superficie a superficie y el algoritmo maestra-esclava. El modelo de fricción utilizado fue el de fricción de Coulomb con un coeficiente de fricción de 0.2.

5.3.5.3.1 Resultados numéricos

Se obtuvieron los esfuerzos de Von Mises inducidos por la precarga de 60 kN en la unión con arandelas y partes de acero Fig. 5.31. Se observa poca concentración de esfuerzos en las partes unidas, ya que las arandelas ayudan a distribuir de manera uniforme los esfuerzos sobre éstas.

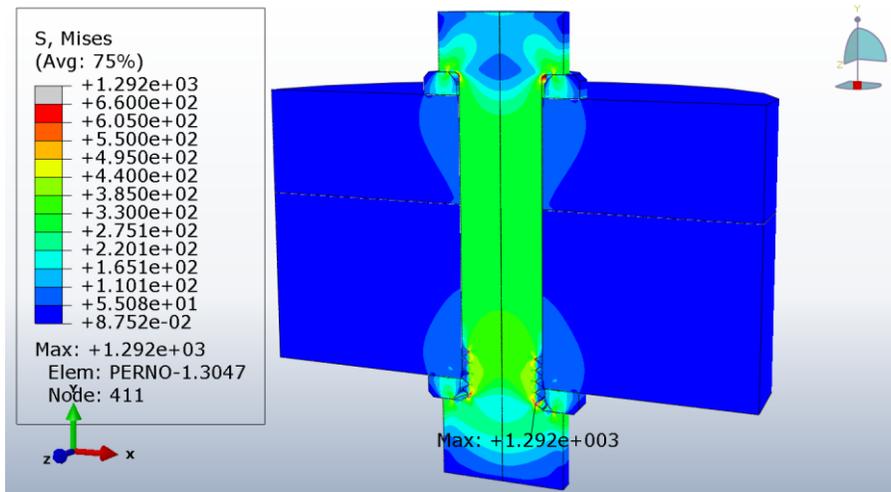


Fig. 5. 31 Esfuerzos de Von Mises en la unión emperrada con arandelas y ambas partes de acero, en estado de precarga (60 kN). La escala máxima de esfuerzo fue de 660 MPa.

Como resultado de la adición de arandelas de acero en la unión con partes de acero se incrementó la magnitud de la fuerza alterna en el perno Fig. 5.32. Esto debido a que las arandelas en conjunto con las partes unidas resultaron en una disminución de la rigidez de los miembros unidos mayor que la disminución de la rigidez del perno por el incremento de su longitud.

En la gráfica de la Fig. 5.32 se compara la fluctuación de la fuerza en el perno presentada en la unión con arandelas con la fluctuación de la fuerza en el perno de la unión sin arandelas, ambos modelos utilizaron las partes de acero.

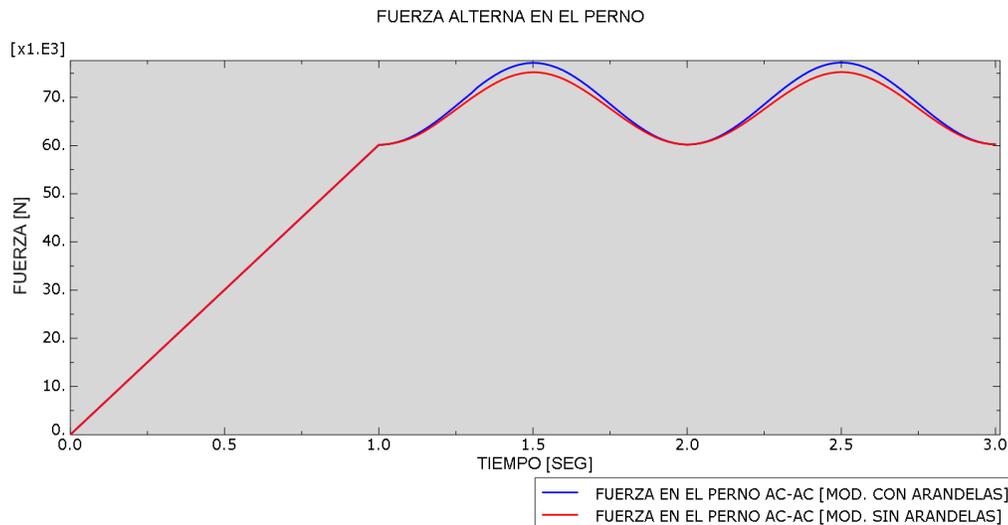


Fig. 5. 32 Comparación de la fuerza alterna en el perno debida a una fuerza externa de 60 kN en los modelos con partes de acero con arandelas y sin arandelas.

Mediante la adición de arandelas de acero en la unión con partes de aluminio se redujo la carga alterna en el perno en un 4.88% (Fig. 5.33). Además de reducir la carga variable en el perno, las arandelas protegen a las placas de daños superficiales debido a las altas presiones de contacto que se generan en la cabeza del perno y la cara de la arandela.

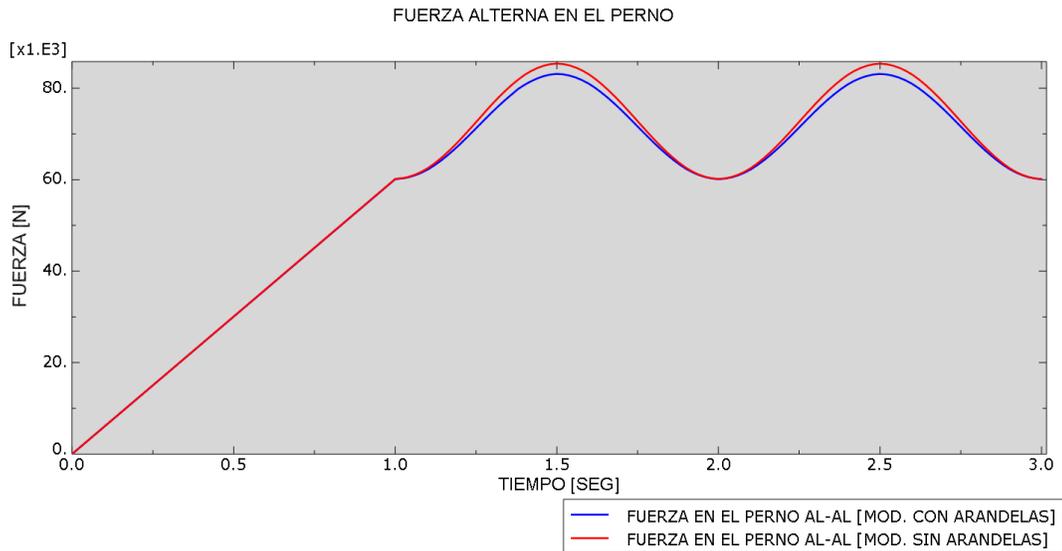


Fig. 5. 33 Comparación de la fuerza alterna en el perno debida a una fuerza externa de 60 kN en los modelos con partes de aluminio con arandelas y sin arandelas.

El uso de arandelas puede reducir la carga alterna en el perno, siempre y cuando sean de un material más resistente que las partes unidas. De lo contrario, incrementan el porcentaje de fuerza externa tomado por el perno.

5.3.5.4 Efecto de la posición radial de la carga externa en el factor de carga de la unión

En los análisis y simulaciones anteriores se trabajó con fuerzas externas concéntricas que actúan directamente en el perno de la unión. Sin embargo, ahora se estudiará el efecto de aplicar la fuerza externa en las partes unidas a una determinada distancia radial desde el eje del perno en las variaciones de fuerza en éste. Estas variaciones de fuerza en el perno ocasionadas por fuerzas externas que actúan directamente sobre éste se definen mediante el factor de carga C de la unión, calculado a partir de la relación de rigideces de los elementos en el estado de precarga.

El comportamiento de la unión se determina por cómo responde ésta ante cargas externas. Por ello, se analizó el cambio del factor de carga de la unión al aplicar la fuerza externa sobre las partes unidas, esta situación se presenta en aplicaciones reales de la unión.

El factor de carga de la unión C , o porcentaje de carga externa tomada por el perno se incluye en la ecuación (3.8) que define la fuerza total en el perno F_b , después de aplicar una precarga y una fuerza externa sobre el perno:

$$F_b = F_i + CF_e \quad (3.8)$$

Quedando definido en forma de fuerzas como:

$$C = \frac{F_b - F_i}{F_e} \quad (3.10)$$

donde F_b es la fuerza total en el perno, F_i la fuerza de precarga y F_e la fuerza externa aplicada. Para obtener la influencia del punto de aplicación de la fuerza externa en el factor de carga de la unión, se realizaron simulaciones variando la distancia radial donde se aplica la fuerza externa para obtener C . Ésta genera una distancia D_i por ser carga axisimétrica (Fig. 5.34).

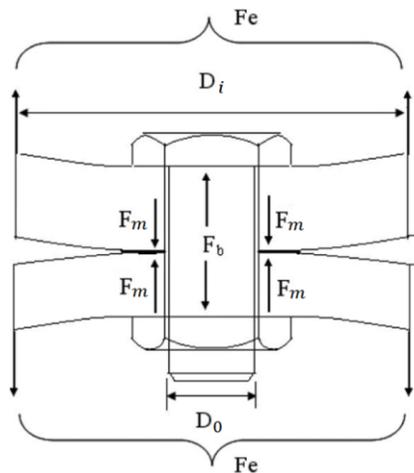


Fig. 5. 34 Posición de la aplicación de la fuerza externa en la unión emperrada D_i . Relaciones de fuerza en el perno F_b y la fuerza de sujeción en las partes o miembros F_m .

Para las simulaciones, se utilizó la misma unión emperrada estudiada en las secciones anteriores y se usó el modelo discreto simplificado con tuerca unida al perno. Sin embargo, este modelo presenta algunas diferencias como: las partes unidas tienen un espesor de 25.4 mm cada una y son de acero ASTM A16.

Esta unión utilizó el perno M16x2x75 clase 8.8 con una precarga de 70.65 kN y una carga externa de tensión en las partes de igual magnitud.

Las condiciones de frontera en el paso de la simulación donde aplica la precarga en el perno coincidieron con las de los modelos anteriores. Pero la aplicación de la carga externa concéntrica de tensión sobre las partes unidas se hizo de manera puntual a determinada distancia radial del eje del perno Fig. 5.35.

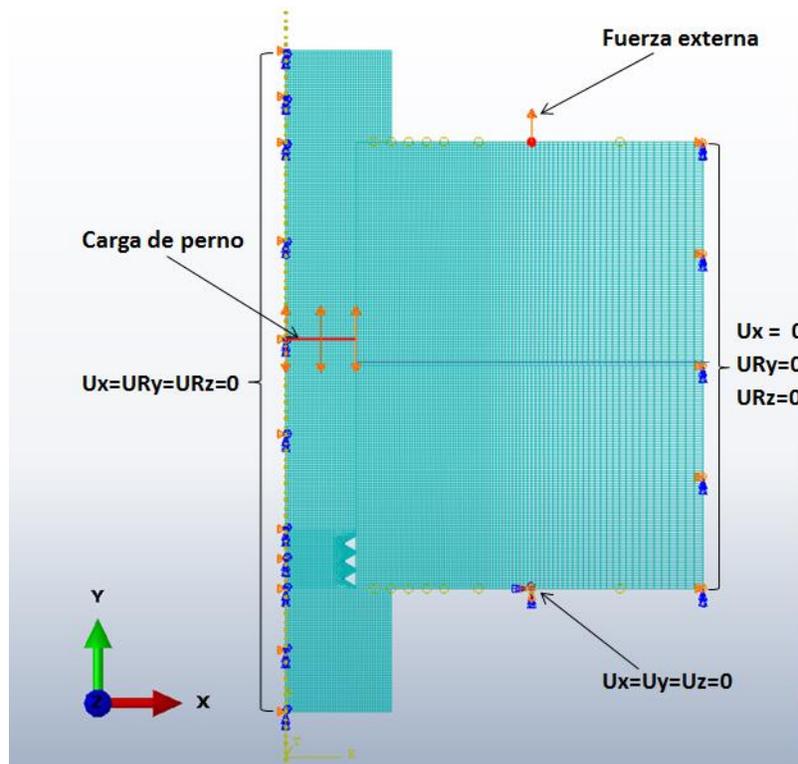


Fig. 5. 35 Condiciones de frontera de la unión estudiada en el estado de fuerza externa, para el análisis del factor de carga.

Tanto el eje de simetría del perno como los bordes exteriores de las partes unidas tienen una condición de frontera que les permite desplazarse sólo en dirección “Y”. También se restringieron todos los desplazamientos en un nodo que coincide en dirección con la fuerza externa para cargar simétricamente la unión (Fig. 5.35).

5.3.5.3.1 Resultados numéricos

Los resultados de la primera simulación indican que la fuerza externa aplicada en la posición $D_o = 16$ mm incrementó la fuerza en el perno 17.2 kN, alcanzando una fuerza total de 87.9 kN. Ésta corresponde a un factor de carga inicial de 0.24, porque el 24% de la carga externa se usó para incrementar la fuerza en el perno.

Los resultados del factor de carga de las distintas simulaciones, donde se modificó la posición de la fuerza externa, conservando los valores de precarga y fuerza externa se presentan en la Tabla 5.12.

Tabla 5. 12 Factor de carga de la unión emperrada correspondiente a la posición de la fuerza externa.

Distancia	Valor (mm)	Factor de Carga C
D_0	16	0.2441
D_1	20	0.1677
D_2	24	0.1169
D_3	28	0.0806
D_4	32	0.0591
D_5	36	0.0471
D_6	44	0.0343
D_7	76	0.0340

La gráfica de la Fig. 5.36 muestra el efecto de aplicar la fuerza externa de manera axisimétrica en las partes de la unión a determinada distancia radial desde el eje central del perno en el valor del factor de carga.

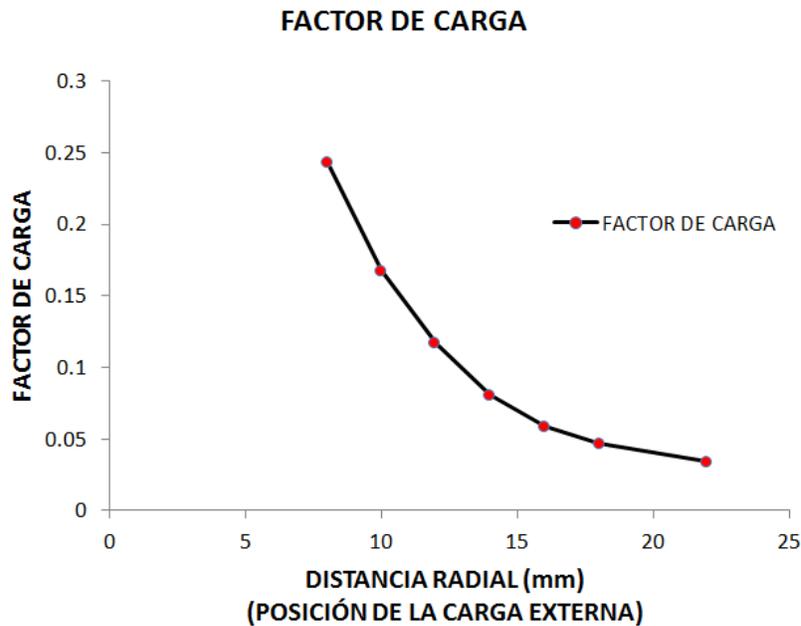


Fig. 5. 36 Factores de carga de la unión emperrada axisimétrica debido a la aplicación de la fuerza externa a determinada distancia radial desde el eje central del perno.

El factor de carga de la unión emperrada estudiada disminuyó a medida que incrementó la distancia desde el eje de simetría del perno hasta la posición de la fuerza externa, manteniéndose constante a partir de la posición D_6 .

La Fig. 5.37 presenta en forma gráfica la precarga, y la fuerza en el perno en las posiciones D_0 y D_7 en la unión emperrada. En el intervalo de 0 a 1 segundo de la gráfica, se

aplicó la precarga y de 1 a 2 segundos la carga externa, la cual incrementó la fuerza en el perno hasta su valor máximo.

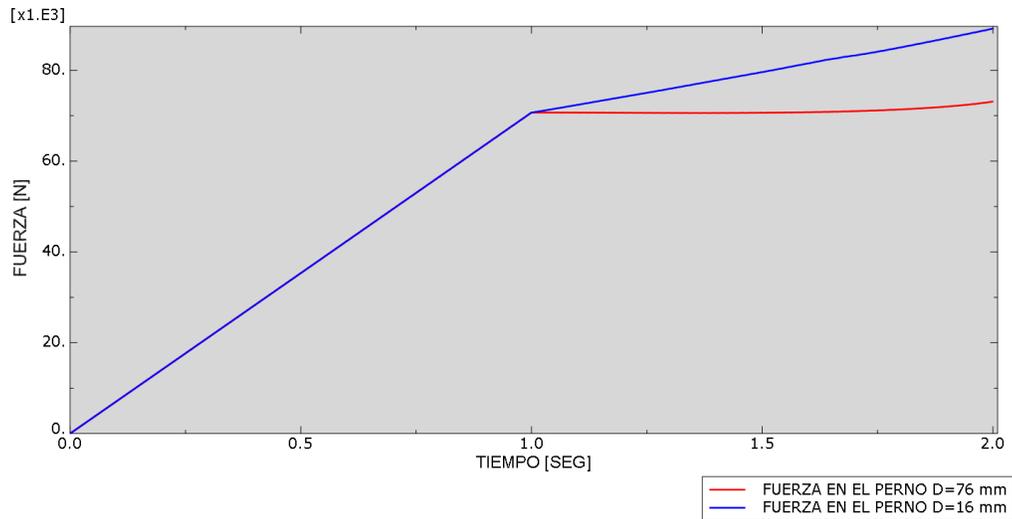


Fig. 5. 37 Fuerza en el perno debido a la aplicación de la misma fuerza externa en la posición D_o y D_7 en la unión emperrada.

La diferencia de la fuerza en el perno aplicando la fuerza externa de separación sobre las partes unidas en dos diferentes posiciones se presenta en la Fig. 5.37. En la posición más alejada ($D=76$ mm), el incremento en la fuerza del perno debido a la fuerza externa fue mínimo, lo cual difiere a lo previsto con la teoría analítica presentada (ecuación 3.8).

La Fig. 5.38 presenta la distribución de esfuerzos de Von Mises de la unión emperrada estudiada, inducidos por la precarga y fuerza externa de 70.65 kN.

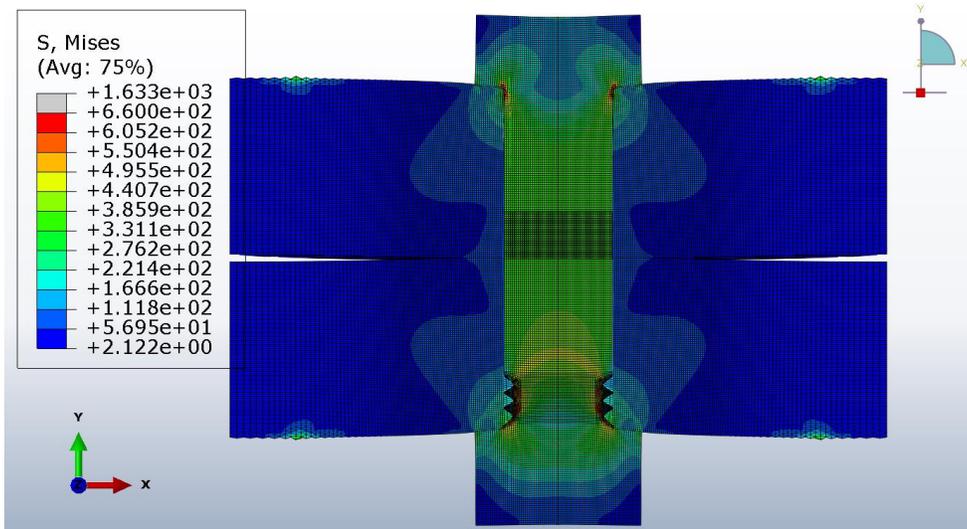


Fig. 5. 38 Esfuerzos Mises de la unión emperrada en estado de fuerza externa (precarga y fuerza externa de 70.65 kN). La escala máxima de esfuerzo fue 660 MPa y escala de deformación de +50.

De acuerdo con la teoría analítica presentada: con la precarga de 70.65 kN, esta unión tendría una capacidad de carga externa de 83.6 kN. Sin embargo, en la simulación al aplicar la fuerza externa de 70.65 kN en la posición $D_7=76$ mm, las partes unidas presentaron una separación casi total debido a la influencia de su rigidez a la flexión.

5.3.5.4 Factor del plano de carga de la unión emperrada

Otro efecto presente en el comportamiento de las uniones emperradas sujetas a fuerzas externas de tensión aplicadas en un nivel intermedio del espesor de las partes unidas es el factor del plano de carga. Este factor Q aparece en la ecuación 3.11:

$$F_b = F_i + QCF_e \quad (3.11)$$

Su efecto consiste en disminuir la porción de carga externa tomada por el perno C . Por tal razón se realizó un análisis sistemático manejando distintos planos de carga en los miembros de la unión para mostrar la influencia del factor del plano de carga en la fuerza total del perno.

El coeficiente del factor del plano de carga quedará definido como:

$$Q = \frac{C_{fuerzas}}{C_{rigideces}} \quad (3.12)$$

Donde $C_{fuerzas}$ es el factor de carga correspondiente al aplicar la carga externa en un plano interno de las partes unidas en las simulaciones y $C_{rigideces}$ es el factor de carga calculado con la relación de rigideces de los elementos de la unión o el correspondiente al aplicar la fuerza externa directamente sobre el perno.

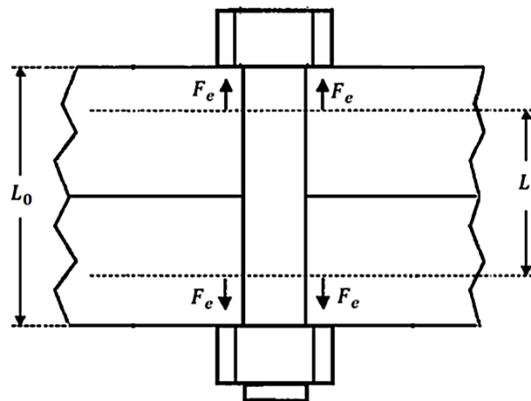


Fig. 5. 39 Planos internos de aplicación de la carga externa en la unión emperrada.

La Fig. 5.39 muestra cómo fueron tomados los planos de carga en la unión empernada donde: L_0 es la posición de la carga externa correspondiente a la superficie de las partes unidas y L_i la distancia entre los planos de carga internos. Para las simulaciones, se utilizó la unión empernada de la sección anterior con los mismos valores de precarga y fuerza externa (70.65 kN); se utilizó el mismo modelo de elementos finitos, a diferencia de la aplicación de la carga externa (Fig. 5.40).

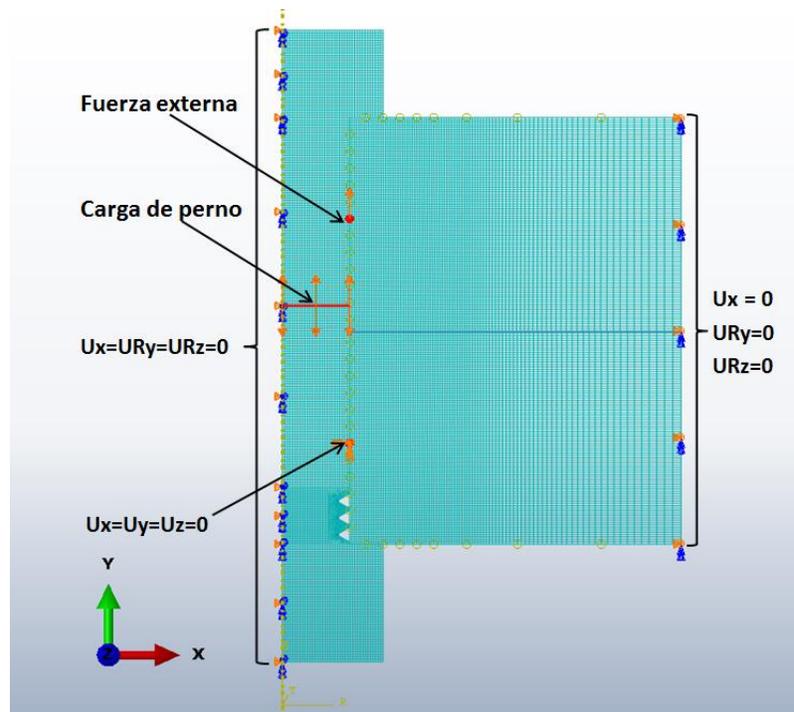


Fig. 5. 40 Condiciones de frontera de la unión estudiada en el estado de fuerza externa, para el análisis del factor del plano de carga.

La fuerza externa se aplicó en un nodo ubicado en la frontera del agujero de las partes unidas para excluir el efecto de aplicar la carga a una distancia radial desde el eje simétrico del perno, ya que ese análisis se hizo en la sección anterior. Además se restringieron los desplazamientos de un nodo que coincide con la ubicación de la fuerza externa, situado en la parte inferior para cargar simétricamente la unión (Fig. 5.40).

5.3.5.4.1 Resultados numéricos

Los resultados del factor de carga de la unión empernada correspondiente al porcentaje de fuerza externa tomado por el perno obtenidos de las simulaciones, donde se varió la posición de la carga, conservando los valores de precarga y fuerza externa se presentan en la Tabla 5.13.

Tabla 5. 13 Factores de carga de la unión emperrada correspondientes a la posición de la fuerza externa.

Distancia	Valor (mm)	Factor de Carga C	Factor del Plano de Carga Q
L_0	50.08	0.240	1
L_1	46	0.180	0.75
L_2	42	0.147	0.61
L_3	38	0.121	0.50
L_4	34	0.093	0.38
L_5	30	0.075	0.31
L_6	22	0.044	0.18
L_7	10	0.013	0.05

En la Fig. 5.41 se muestra el comportamiento del factor de carga al aplicar la fuerza externa en la unión emperrada en planos de carga internos en las partes unidas.

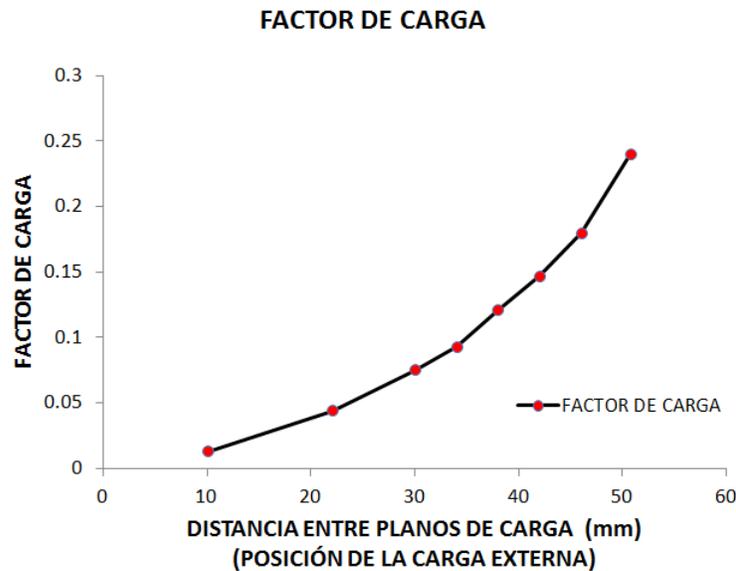


Fig. 5. 41 Factores de carga de la unión emperrada axisimétrica debido a la aplicación de la fuerza externa en los planos de carga internos.

Los resultados de las simulaciones indicaron que al aplicar la carga externa en niveles intermedios de las partes unidas (plano de carga), ésta provoca deformación adicional a la generada por el apriete del perno en las partes de la unión en el estado de precarga. Por lo tanto, una parte de la carga externa se utiliza para generar dicha deformación en vez de ser usada para relajar las partes, resultando en un factor de carga menor al previsto y por lo tanto una fuerza menor en el perno.

5.3.5.5 Factores de carga con valores cercanos a cero y su efecto en el comportamiento de la unión emperrada

El factor de carga de la unión emperrada fue definido en secciones anteriores como el porcentaje de fuerza externa tomada por el perno, que sumada a la precarga inicial dan como resultado la fuerza total en el perno (ecuación 3.8). Además se caracterizó el comportamiento de éste (en uniones con partes de acero) al aplicar la fuerza externa a determinada distancia radial del eje del perno y en los planos internos de las partes unidas, mostrando que estas dos situaciones disminuyen considerablemente su valor, aproximándolo a cero.

Para mostrar el comportamiento ante cargas externas de una unión emperrada con valor bajo de factor de carga ($C = 0.034$), se utilizó el modelo de la Fig. 5.35 con una precarga de 70.65 kN y una fuerza externa aplicada a una distancia $D = 50 \text{ mm}$ con un valor de 100 kN. La gráfica de la Fig. 5.42 muestra las relaciones de fuerzas en los elementos de la unión cuando se encuentra en estado de precarga y cuando entra en acción la fuerza externa de separación sobre la misma.

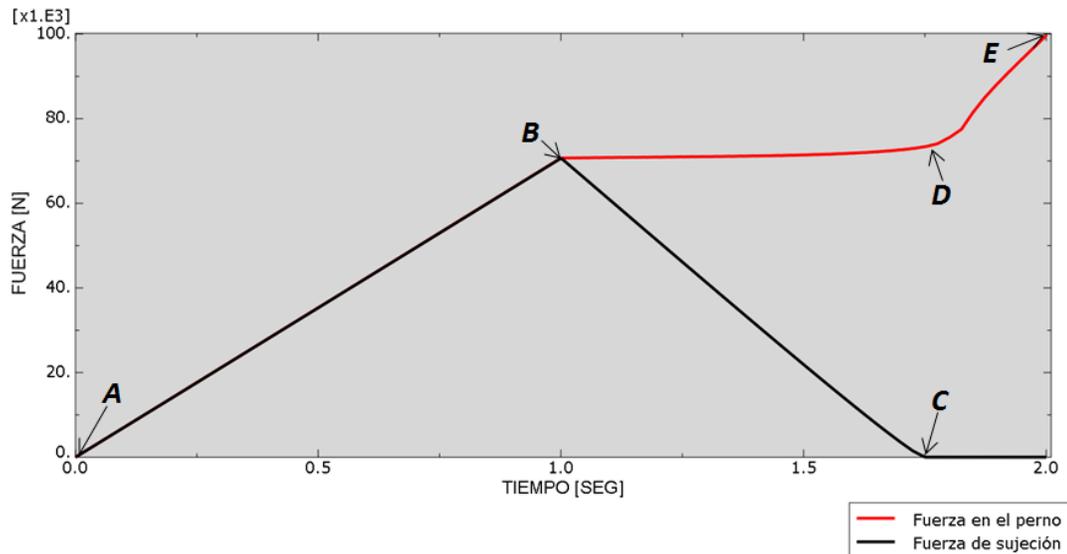


Fig. 5. 42 Relaciones de fuerza en los elementos de la unión emperrada. Con factor de carga igual a 0.034, precarga de 70.65 kN y una fuerza externa de separación de 100 kN.

La línea de color rojo en la gráfica de la Fig. 5.42 corresponde a la fuerza total en el perno y la línea negra es la fuerza de sujeción en las partes unidas. El segmento AB (0 a 1 segundo) corresponde a la aplicación de la precarga en la unión, por lo que la fuerza en el perno y la fuerza de sujeción son iguales y coinciden las dos líneas.

En el intervalo de 1 hasta 2 segundos se aplicó la fuerza externa, la cual causa poco incremento en la fuerza del perno (segmento *BD*) debido al bajo factor de fuerza de la unión. Esto porque el perno no sufre deformación axial que incremente su tensión en el vástago como para compartir fuerza externa con las partes unidas, por lo tanto, el total de la fuerza externa se utilizó para flexionar las partes, generar deformaciones adicionales y disminuir el área de contacto y la fuerza de sujeción (segmento *BC*) hasta cero en *C*. Una vez separadas las partes unidas, el total de la fuerza externa adicional es tomada por el perno incrementando la tensión en éste (segmento *DE*).

Los factores de carga con valores cercanos a cero resultan perjudiciales en las uniones empernadas debido a:

1. El total de la fuerza externa aplicada se utiliza para disminuir la fuerza de sujeción en las partes unidas, por lo tanto la unión tendrá una capacidad de fuerza externa de separación igual a la precarga. Uniones con factores de carga mayores a cero muestran capacidades de carga de separación por encima de su precarga (sección 5.3.4).
2. Al tener la unión capacidad de carga de separación igual a la precarga, en caso de ocurrir una sobrecarga que separe las piezas, el perno tomará el total de fuerza externa por encima de la precarga ocasionando altos esfuerzos alternos en el perno y una posible falla por fatiga.

5.4 Conclusiones

Se determinó el estado de esfuerzos y deformaciones de la unión empernada en el estado de precarga mediante el modelado por elementos finitos para construir su diagrama y compararlo con los resultados de la literatura, presentando poco porcentaje de diferencia.

La capacidad de carga estática de separación de la unión empernada incrementó linealmente al usar precargas desde valores bajos hasta valores altos cercanos a la carga de prueba del perno. En el caso de aplicar la fuerza externa de tensión de forma concéntrica y directamente sobre el perno. Las uniones con precargas altas presentaron mayor seguridad ante la separación de las partes unidas por cargas externas. Este caso de carga es el que considera la teoría convencional para describir el comportamiento de las uniones empernadas a tensión.

Una precarga en el perno que generó deformación plástica en las partes unidas disminuyó la capacidad de carga estática ante la separación de éstas un 9.5 % debido a la deformación permanente.

Las rigideces de los elementos de la unión calculadas en el estado de precarga gobiernan las variaciones de fuerzas que se presentan en estos cuando la fuerza externa actúa directamente sobre el perno. En uniones con precargas cercanas a su carga de prueba, el perno tiene más capacidad de carga externa en relación a la falla por fatiga que en uniones con precargas bajas, debido a que las partes de la unión comparten un porcentaje de la carga externa aplicada.

Los materiales de las partes unidas tienen efecto en la carga fluctuante presente en el perno, debido a que las partes con materiales más resistentes tienen valores de rigidez altos en comparación con las partes de material blando. Esto se refleja en el valor del factor de carga.

El uso de arandelas en la unión puede reducir los esfuerzos fluctuantes en el perno siempre y cuando éstas sean de un material más resistente que el de las partes unidas.

Las uniones con fuerza externa actuando a una distancia radial desde el eje simétrico del perno presentaron diferencias significativas con respecto al comportamiento previsto por la teoría clásica de uniones empernadas:

-Mediante la simulación de la unión se mostró que cargas por debajo del valor de la carga máxima calculada con la teoría convencional (capacidad de carga estática de separación) actuando en las partes a una distancia radial del perno generan deflexión y las separa parcialmente. De modo que la teoría convencional sobreestima la capacidad de carga estática de separación de la unión.

-Respecto a la capacidad de carga fluctuante de la unión empernada se encontró que el factor de carga disminuye cuando se incrementa la distancia radial de la posición de la carga externa. Por lo que la fuerza externa no incrementará la tensión en el perno como lo predice la teoría convencional, subestimando la carga fluctuante máxima que genera falla por fatiga en el perno. Sin embargo, factores de carga cercanos a cero conducen a que la unión tenga una capacidad de carga estática de separación igual a la precarga inicial y al separarse la unión, el perno tomará el total del incremento de carga externa.

Como el factor de carga de la unión se ve afectado por la posición de la carga externa, en situaciones donde la carga externa se aplique en un plano ubicado en un nivel intermedio del espesor de las partes unidas, ésta genera deformaciones adicionales en las partes disminuyendo el factor de carga al no permitir la relajación de las partes y por lo tanto no comparten el porcentaje de carga externa esperado, disminuyendo el factor de carga y la fuerza fluctuante en el perno.

6. Conclusiones

En este trabajo se realizó el modelado por elemento finito de uniones empernadas a tensión para determinar su comportamiento mecánico durante el estado de precarga y ante fuerzas externas de tensión utilizando modelos axisimétricos. Se consideró comportamiento elástico y elasto-plástico en el material de los elementos de la unión.

Se evaluó el comportamiento de la rigidez de los elementos de la unión mecánica y se determinó su estado de esfuerzos y deformaciones incluyendo precarga, mediante estudios paramétricos. Estos estudios incluyeron la variación en el tamaño de los elementos, y el efecto de la razón de Poisson en la rigidez de las partes unidas. Se compararon los resultados numéricos con los métodos disponibles en la literatura. Además, se estudiaron la presión y el área de contacto entre las piezas unidas para diferentes tamaños de uniones y valores de precarga. A continuación se presentan las conclusiones:

1. La rigidez de las partes unidas se incrementa en forma exponencial al mantener constante su espesor y aumentar el tamaño del perno, mientras que al incrementar el espesor de las partes unidas manteniendo constante el tamaño del perno alcanzan un valor de rigidez efectiva mínimo. En este punto deja de tener efecto el incremento de espesor mostrando comportamiento asintótico.
2. La razón de Poisson del material de los miembros tiene influencia en la rigidez de los mismos, ya que al incrementar su valor desde 0.15 hasta 0.4 incrementó la rigidez de los miembros de la unión en un 12%, lo cual no toman en cuenta los métodos analíticos consultados.
3. Se obtuvieron valores de presión de contacto entre los miembros de la unión empernada para distintos espesores. Indicando valores de presión altos en uniones con poco espesor y relación de tamaño $(d/(L/2)) > 0.7$ y valores de presión bajos en miembros de mayor espesor con relación de tamaño menor a 0.7, se observó que el área de contacto se incrementó en estos.
4. En el diagrama de los elementos de la unión, las deformaciones correspondientes al estado de precarga obtenidas mediante la teoría analítica presentaron poca diferencia respecto a los obtenidos mediante elementos finitos.

Se observó que la precarga es primordial para mantener juntos los elementos mecánicos de la unión y además define la magnitud de las relaciones de fuerzas internas en los elementos. También se estudiaron las fuerzas alternas en los elementos de la unión con precarga debido al efecto de una carga externa variable, incluyendo cambio de materiales en las piezas y la

adición de arandelas. Se analizó el porcentaje de carga externa tomada por el perno (factor de carga) para efectos de fatiga. A continuación se presentan las conclusiones de esta parte del trabajo:

1. Las precargas en el perno que generan deformaciones plásticas en las partes unidas disminuyen la capacidad máxima de carga estática de la unión debido a la deformación permanente de éstas, cuando la carga externa actúa directamente sobre el perno.
2. Las rigideces de los elementos de la unión definen los esfuerzos alternos que se presentan en el perno. Estos esfuerzos son determinados por el factor de carga de la unión.
3. Los pernos soportan más carga externa fluctuante y presentan más resistencia a la fatiga en uniones precargadas.
4. El factor de carga de la unión se ve afectado por la ubicación de la carga externa en la siguiente forma:
 - En casos donde la fuerza externa se aplica a una distancia radial (desde el eje de simetría del perno) se presentan factores de carga menores a los calculados con las rigideces del estado de precarga.

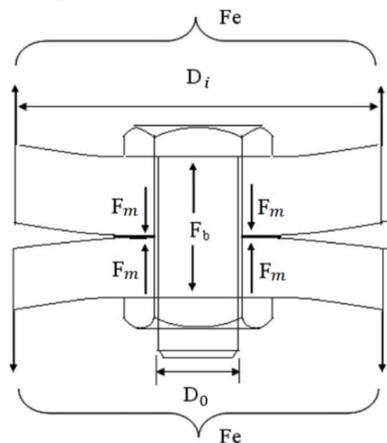


Fig. 5. 43 Posición de la fuerza externa en la unión emperrada D_i (Ver detalles en sección 5.3.5.4).

- En casos donde la carga externa se aplica en un plano intermedio del espesor de las partes unidas se obtienen valores de factor de carga menores a los calculados con la relación de rigideces del estado de precarga; esto es debido a que la fuerza externa genera deformaciones adicionales en las partes y no permite su relajación. Por tanto no comparten porcentaje de carga externa con el perno, ni se incrementa la tensión en éste como lo predice la teoría convencional.

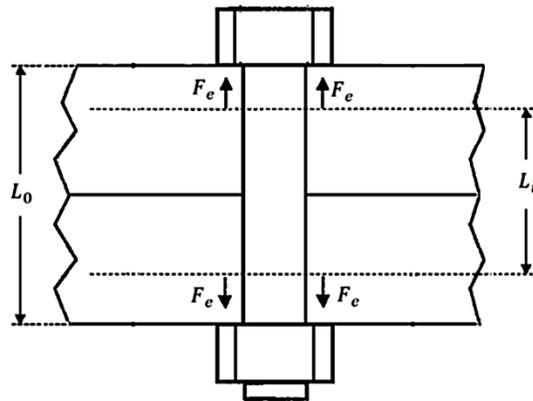


Fig. 5. 44 Aplicación de la carga externa en planos intermedios de los elementos de la unión emperrada (Ver detalles en sección 5.3.5.4).

5. Mediante la teoría clásica se puede predecir la máxima carga axial que soporta la unión antes de separarse. Sin embargo, en las simulaciones se mostró que cargas externas de magnitud menor generan deflexión de las partes unidas, separándolas de manera parcial.
6. La teoría convencional sobreestima la capacidad de carga externa estática de la unión y subestima la carga fluctuante máxima que genera falla por fatiga en uniones donde no se aplica la carga externa directamente sobre el perno. Por esta razón es necesario determinar la distancia radial (desde el eje de simetría del perno) donde actúa la fuerza externa. Lo mismo pasa en planos internos de las piezas unidas.
7. Las uniones con factores de carga de cero presentan menor capacidad de carga estática de separación en comparación con las uniones con factores de carga mayores a cero. Un factor de carga de cero indica que la unión tendrá una capacidad de carga estática igual a la precarga aplicada. En este caso cuando la fuerza externa supera el valor de la precarga, el perno tomará el total del incremento de esta.

7. Trabajos futuros

Se encontraron diversas áreas de desarrollo para la investigación de uniones empernadas, que debido a que se encuentran fuera de los alcances de este trabajo se recomiendan como trabajos futuros:

- Estudiar el comportamiento del factor de carga en uniones axisimétricas precargadas y sometidas a una fuerza externa de separación. Esta fuerza actuando en las partes a una distancia radial (desde el eje del perno) e incluyendo cambio de materiales en las piezas.
- Desarrollar un modelo analítico para calcular la rigidez a la flexión de las partes unidas, ya que interviene en las no linealidades presentadas en el factor de carga con respecto al cambio de la posición de la fuerza externa.
- Realizar simulaciones numéricas de uniones empernadas con varios pernos para estudiar la transferencia de fuerzas entre estos.
- Analizar la respuesta de las uniones empernadas ante fuerzas excéntricas.
- Realizar pruebas experimentales para monitorear las variaciones de fuerza en los elementos de la unión debido a una carga fluctuante.
- Estudiar la respuesta dinámica y amortiguamiento de las uniones empernadas.

Referencias

- [1] R. G. Budynas and J. K. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*, Novena Edi. México, D.F.: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. DE C.V., 2012.
- [2] E. B. Pérez Hernández, “Análisis de Consumo de Vida por Fatiga Térmica en las Toberas de Turbina de Gas Durante Operación con Carga Continua y Transitorios,” CENIDET, 2007.
- [3] R. L. Mott, S. Saldaña Sánchez, Á. Hernández Fernández, and J. Villanueva Sánchez, *Diseño de elementos de máquinas*. Pearson Educación, 2006.
- [4] S. Griza, M. Gomez, S. Vieira, E. Pizzio, and T. Strohaecker, “The effect of bolt length in the fatigue strength of M24 x 3 bolt studs,” *ELSEVIER*, vol. 34, pp. 397–406, 2013.
- [5] R. C. Juvinall and K. M. Marshek, *Fundamentals of Machine Component Design*, Fifth Edit. Wiley, 2012.
- [6] J. H. Bickford, *Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints*, Fourth Edi. New York: Taylor & Francis Group, LLC, 2008.
- [7] “Space Shuttle: Criteria for Preloaded Bolts,” 1998.
- [8] M. A. Mccarthy, C. T. Mccarthy, V. P. Lawlor, and W. F. Stanley, “Three-dimensional finite element analysis of single-bolt , single-lap composite bolted joints : part I — model development and validation,” *ELSEVIER*, vol. 71, pp. 140–158, 2005.
- [9] O. Zhang and J. a. Poirier, “New Analytical Model of Bolted Joints,” *J. Mech. Des.*, vol. 126, no. 4, p. 721, 2004.
- [10] A. Vadean, D. Leray, and J. Guillot, “Bolted joints for very large bearings — numerical model development,” *ELSEVIER*, vol. 42, pp. 298–313, 2006.
- [11] J. Kim, J.-C. Yoon, and B.-S. Kang, “Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints,” *ELSEVIER*, vol. 31, pp. 895–911, 2007.
- [12] J. G. Williams, R. E. Anley, D. H. Nash, and T. G. F. Gray, “Analysis of externally loaded bolted joints : Analytical , computational and experimental study,” *ELSEVIER*, vol. 86, pp. 420–427, 2009.

-
- [13] X. Yang, S. a. Nassar, Z. Wu, and A. Meng, "Nonlinear Behavior of Preloaded Bolted Joints Under a Cyclic Separating Load," *J. Press. Vessel Technol.*, vol. 134, no. 1, p. 011206, 2012.
- [14] L. Molnár, K. Váradi, and B. Liktor, "Stress Analysis of Bolted Joints Part I . Numerical Dimensioning Method," *SCIRP*, pp. 35–45, 2014.
- [15] L. Molnár, K. Váradi, J. Holubán, A. Tamási, and L. M. E. T. Al, "Stress Analysis of Bolted Joints Part II . Contact and Slip Analysis of a Four Bolt Joint," *SCIRP*, pp. 46–55, 2014.
- [16] S. Shunichiro, I. Mitsutoshi, O. Yuya, and S. Toshiyuki, "3-D FEM STRESS ANALYSIS OF SCREW THREADS IN BOLTED JOINTS UNDER STATIC TENSILE LOADINGS," *ASME J. Mech. Des.*, p. 8, 2014.
- [17] N. Haidar, S. Obeed, and M. Jawad, "Mathematical representation of bolted-joint stiffness: A new suggested model," *Springer*, vol. 25, pp. 2827–2834, 2011.
- [18] R. Sethuraman and T. S. Kumar, "Finite Element Based Member Stiffness Evaluation of Axisymmetric Bolted Joints," *J. Mech. Des.*, vol. 131, 2009.
- [19] "VDI 2230 Blatt 1, Systematic Calculation of High Duty Bolted Joints-Joints With One Cylindrical Bolt," *Verein Dtsch. Ingenieure*, p. 169, 2003.
- [20] J. Rasmussen, I. B. Norgaard, H. O., and J. Haastrup, "A two body contact problem with friction," in *Euromech Colloquium NR 110*, 1978, pp. 115–120.
- [21] T. L. Bradley, T. J. Larder, and B. B. Mikic, "Bolted joint interface pressure for thermal contact resistance," *ASME J. Mech. Des.*, vol. 38, pp. 542–545, 1971.
- [22] J. Wileman, M. Choudhury, and I. Gren, "Computation of Member Stiffness in Bolted Connections," *ASME J. Mech. Des.*, vol. 113, pp. 432–437, 1991.
- [23] F. Alkatan, P. Stephan, A. Daidie, and J. Guillot, "Equivalent axial stiffness of various components in bolted joints subjected to axial loading," *ELSEVIER*, vol. 43, pp. 589–598, 2007.
- [24] O. Zhang, "Discussions on Behavior of Bolted Joints in Tension," *J. Mech. Des.*, vol. 127, no. May, pp. 506–510, 2005.
- [25] R. Rabb, "Fatigue Failure of a Connecting Rod," *Pergamon*, vol. 3, pp. 13–28, 1996.
- [26] S. Griza, F. Bertoni, G. Zanon, A. Reguly, and T. R. Strohaecker, "Fatigue in engine connecting rod bolt due to forming laps," *ELSEVIER*, vol. 16, pp. 1542–1548, 2009.

-
- [27] B. Gonzales, J. C. Matos, F. J. Ayaso, and J. Toribio, "COMPORTAMIENTO EN FATIGA DE UNIONES ROSCADAS," Zamora, España, 2009.
- [28] A. Benhamena, A. Amrouche, A. Talha, and N. Benseddiq, "Effect of contact forces on fretting fatigue behavior of bolted plates : Numerical and experimental analysis," *ELSEVIER*, vol. 48, pp. 237–245, 2012.
- [29] F. Esmaeili, T. . N. Chakherlou, and M. Zehsaz, "Prediction of fatigue life in aircraft double lap bolted joints using several multiaxial fatigue criteria," *ELSEVIER*, vol. 59, pp. 430–438, 2014.
- [30] K. H. Brown, C. Morrow, S. Durbin, and A. Baca, "Guideline for Bolted Joint Design and Analysis : Version 1 . 0," Albuquerque, New Mexico 87185, California 94550., 2008.
- [31] O. E., F. D. Jones, L. H. Holbrook, and H. H. Riffel, *Machinery's Handbook*, 27th ed. New York: Industrial Press Inc, 2004.
- [32] "Bolted Joint Design," *Fastenal Engineering & Design Suport*, 2009. [Online]. Available: engineer@fastenal.com.
- [33] W. D. Pilkey, *PETERSON'S STRESS CONCENTRATION FACTORS*, Second Edi. New York: JOHN WILEY & SONS, INC., 1997.
- [34] T. Fukuoka, "Analysis of the tightening process of bolted joints with a tensioner using spring elements," *ASME J. Press. Vessel Technol.*, vol. 116, pp. 443–448, 1994.
- [35] R. W. Fitzgerald, *MECÁNICA DE MATERIALES*, Edición Re. México, D.F.: Alfaomega, 2006.
- [36] E. P. Popov, *Mecánica de Sólidos*, Segunda Ed. México, D.F.: Pearson Educación, 2000.
- [37] R. C. Hibbeler, *Mecánica de materiales*. México, D.F.: Pearson Prentice Hall, 2006.
- [38] A. C. Ugural and S. K. Fenster, *Advanced Strength and Applied Elasticity*, Fourth Edi. New Jersey: Prentice Hall, 2003.
- [39] J. Luo and J. Lin, "A study on the determination of plastic properties of metals by instrumented indentation using two sharp indenters," *ELSEVIER*, vol. 44, pp. 5803–5817, 2007.
- [40] C. Cortés García, "Análisis de amortiguadores de fricción con elementos deformables aplicados a vibraciones estructurales," CENIDET, 2014.

-
- [41] R. Viswnathan, "Damage Mechanisms And Life Assessment Of Hight Temperature Components," *Asm Int.*, pp. 111–133, 1989.
- [42] J. A. Bannantine, J. J. Comer, and J. L. Handrock, *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*. New Jersey: Prentice Hall, 1990.
- [43] M. R. Lindeburg, *Mechanical Engineering Reference Manuals for PE Exam*, 11 th Edit. Belmont, CA.: Professional Publications, 2001.
- [44] E. A. Avallone, *Marks Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9 th Editi. New York: McGraw-Hill, 1987.
- [45] R. D. Cook, *CONCEPTS AND APPLICATIONS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS*, Third. New York: JOHN WILEY & SONS, INC., 1988.
- [46] J. H. Bickford, *Handbook of Bolts and Bolted Joints*. New York: MARCEL DEKKER, INC., 1998.
- [47] "MatWeb 2015," 2015. [Online]. Available: <http://www.matweb.com/>.
- [48] J. Bedolla Hernández, D. Szwedowicz Wazic, and C. Cortés García, "Aproximación de perfiles discretos en elementos de contacto de ensambles mecánicos," *Ing. Investig. y Tecnol.*, vol. XIV, pp. 99–111, 2013.
- [49] T. F. Lehnholz, K. Kuang, and M. L. Mckay, "Member Stiffness and Contact Pressure Distribution of Bolted Joints," *ASME J. Mech. Des.*, vol. 117, pp. 550–557, 1994.
- [50] "Abaqus." Simulia, Fremont, Ca., 2010.