

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Mecánica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

**Análisis por Elemento Finito del Problema de Contacto en Uniones
Mecánicas con Elementos Rugosos**

presentada por

Ing. Manuel Salgado Cruz

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Mecánica

Directora de tesis
Dra. Claudia Cortés García

Codirector de tesis
Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz Wasik

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

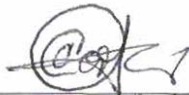
Cuernavaca, mor., 24/agosto/2015

OFICIO No. DIM/220/2015
Asunto: Aceptación de documento de tesis

C. DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del C. Ing. Manuel Salgado Cruz, con número de control M13CE025, de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "Análisis por elemento finito del problema de contacto en uniones mecánicas con elementos rugosos" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



M.C. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA
Maestra en Ciencias en Ingeniería Mecánica
3146405

REVISOR 1



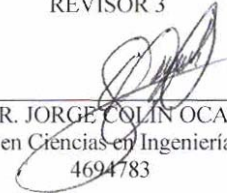
DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA
Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica
6559298

REVISOR 2



Dr. ELADIO MARTÍNEZ RAYÓN
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
8500740

REVISOR 3



DR. JORGE COLÍN OCAMPO
Doctor en Ciencias en Ingeniería Mecánica
4694783

C.p. (Lic. Guadalupe Garrido Rivera).- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

Iniciales AAP/mrst



"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 24 de agosto de 2015
OFICIO No. SAC/189/2015

Asunto: Autorización de impresión de tesis

**ING. MANUEL SALGADO CRUZ
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Análisis por elemento finito del problema de contacto en uniones mecánicas con elementos rugosos"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO"

**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



CENTRO NACIONAL DE
INVESTIGACIÓN Y
DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCION
ACADEMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

A la memoria de...

Sra. Alicia Castrejón Miranda
(1931-2015)



Mi Querida Abuelita

Dedicatoria

A Dios todo poderoso y al Sr. Santiago Apóstol, por darme fortaleza y paciencia para concluir con mis estudios de maestría.

A mis padres, Clara Cruz Domínguez y Espiridión Salgado Castrejón por apoyarme en todo momento, son los mejores padres que pude haber tenido, espero se sientan orgullosos de su hijo que los ama.

A mis hermanos, Pedro, Claudia, Alicia y Fernando por el amor que me tienen y brindarme muchos momentos de alegría. Mi hermano Pedro, cauteloso y gruñón pero de buen corazón. Mi hermana Claudia, la persona más terca que he conocido, pero eso la hace única, gracias por apoyarme en la recta final de la maestría. Mi hermana Alicia, inteligente y dedicada, a quien le falta mucho por aprender. Y mi hermano Fernando, piensa como hombre grande, el “lobismoy”.

A mis abuelitos, Alicia†, Pedro, Claudia y Librado†, por sus consejos y estar al pendiente de mi preparación. Abuelita Alicia†, siempre estarás en mi corazón. Abuelito Pedro, me sorprende tu forma de ver la vida y tus consejos. Abuelita Claudia, me admira lo luchona que eres, madre y padre a la vez y abuelito Librado†, me hubiera encantado conocerte.

Todos ustedes me han ayudado a no desanimarme en aquellos momentos difíciles y a seguir adelante, son unos guerreros.

Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por brindarme el apoyo económico para la realización de mis estudios de maestría.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) por brindarme la oportunidad de formar parte de esta gran institución.

A mis directores: Dra. Claudia Cortés García y Dr. Dariusz Slawomir Szwedowicz Wasik, por su apoyo en la realización de este trabajo, paciencia, confianza, amistad y sus aportaciones para mi formación profesional.

Al comité revisor de mi tesis: Dr. Jorge Colín Ocampo, Dr. Andrés Blanco Ortega y Dr. Eladio Martínez Rayón, por sus valiosos consejos y por el tiempo dedicado a este trabajo.

A mis compañeros de generación: Angel, Fredy, Nango, Magui, Rubi, Pedro y Javi, por su amistad y las experiencias inolvidables que tuvimos en el transcurso de la maestría.

En general a toda la planta administrativa, técnica y de biblioteca del Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET).

Resumen

En esta investigación se presenta un estudio numérico y experimental de la influencia de la rugosidad en la unión eje-cubo con ajuste de interferencia H7/s6. Para realizar el estudio numérico se empleó el método de elemento finito por medio del programa computacional ABAQUS, en donde se realizaron cuatro modelos discretos.

El **primer modelo** discreto se utilizó para comparar el método de elemento finito con las ecuaciones del contacto elástico de Hertz, por medio de un modelo entre dos esferas en contacto.

En el **segundo modelo** discreto se analizó la influencia de la rugosidad en la distribución de presión y la concentración de esfuerzos entre una superficie con rugosidades simétricas y una superficie lisa.

En el **tercer modelo** discreto se analizó la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$ por medio de la opción "*interference fit*", considerando las superficies geoméricamente perfectas (lisas) y se comparan con la ecuaciones analíticas de cilindros de pared gruesa.

Y en el **cuarto modelo** discreto se estudió la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$ considerando la rugosidad entre las superficies de contacto, El tipo de análisis fue "acoplamiento de temperatura-desplazamiento", el modelo considera tres diferentes perfiles de rugosidad obtenidos de la medición de las probetas (eje y cubo) con el rugosímetro, considerando valores de coeficiente de fricción de acuerdo a la rugosidad obtenidos de pruebas experimentales entre acero-acero obtenidos de la literatura. Con este modelo discreto se obtuvo la fuerza axial máxima que soporta la unión antes de desplazarse, y se validó de forma experimental con la realización de pruebas de tensión de la unión eje-cubo en la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus.

Los resultados obtenidos de este trabajo fueron en relación a la presión de contacto, la distribución de esfuerzos, el área real en contacto y la fuerza máxima que soporta la unión eje-cubo a tensión, considerando la rugosidad entre las superficies en contacto.

Abstract

In this research a numerical and experimental study of the influence of roughness in the shaft hub joint with interference fit H7/s6, is presented. For the numerical study, the finite element method was used by the computer program ABAQUS. Four discrete models were performed.

The first discrete model was used to compare the finite element method with the Hertz elastic contact equations, by a model of two spheres in contact.

In the second discrete model, the influence of the roughness in the pressure distribution and the stress concentration between a surface with symmetrical roughness and a smooth surface, was analyzed.

In the third discrete model shaft-hub joint with interference fit $\emptyset 10H7/s6$ by the "interference fit" option in ABAQUS, considering the geometrically perfect surfaces (smooth) was analyzed and compared with the analytical equations of thick-walled cylinders.

And in the fourth discrete model, a shaft hub joint with interference fit $\emptyset 10H7/s6$ and considering the roughness between the contact surfaces, was studied. The analysis type used was "coupling temperature-displacement", this model considered three different roughness profiles based on measurements of the surface profile of the specimens (shaft-hub) with a profilometer data, considering friction coefficient values according to the roughness of experimental evidence from steel-steel obtained from the literature. This discrete model was used to obtain the maximum axial force that the union supports before moving, and then it was validated experimentally by tensile tests with the universal machine Shimadzu AG-X plus.

The results of this study were related to the contact pressure, stress distribution, the real contact area and the maximum tension force that the shaft hub joint supports before moving, considering the roughness between the contact surfaces.

Contenido

Resumen	i
Contenido	iii
Nomenclatura	v
Lista de figuras	vii
Lista de tablas	x
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. ANTECEDENTES	3
1.1 Estado del arte.	3
1.2 Justificación.	12
1.3 Objetivos.	12
1.4 Alcances.	12
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	13
2.1 Unión eje – cubo.	13
2.2 Ajustes por contracción y expansión.	14
2.3 Límites y ajustes.	15
2.4 Esfuerzo y capacidad de fuerza de tensión en ajustes por interferencia.	19
2.5 Acabado o textura de la superficie.	21
2.6 Teoría de contacto elástico de Hertz.	25
2.7 Fricción.	27
CAPÍTULO III. ANÁLISIS NUMÉRICO	29
3.1 MODELO DISCRETO 1. Comparación del método de elemento finito con las ecuaciones de contacto elástico de Hertz.	29

3.2	MODELO DISCRETO 2. Modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.	36
3.3	MODELO DISCRETO 3. Unión eje-cubo (superficie lisa-superficie lisa) con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio de la opción “ <i>interference fit</i> ”.	47
3.4	MODELO DISCRETO 4. Unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 de acuerdo con el análisis experimental.	56
CAPÍTULO IV. ANÁLISIS EXPERIMENTAL		78
4.1	Diseño de las probetas.	78
4.2	Maquinado de las probetas.	79
4.3	Medición de la rugosidad.	80
4.4	Ensamble de las probetas por medio de temperatura.	86
4.5	Pruebas de tensión en la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus.	88
4.6	Resultados y conclusiones.	93
CAPÍTULO V. ANÁLISIS DE RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES		94
5.1	Análisis de resultados numéricos y experimentales.	94
5.2	Conclusiones.	96
5.3	Recomendaciones para trabajos futuros.	99
Bibliografía		100
Anexos		102

Nomenclatura

Símbolo	Descripción	Unidades
D_2	Diámetro de la pieza en T_2	mm
D_1	Diámetro de la pieza en T_1	mm
T_2	Temperatura a la cual se han calentado o enfriado las piezas	$^{\circ}C$
T_1	Temperatura ambiente inicial	$^{\circ}C$
α	Coefficiente de expansión térmica lineal	$mm/mm - ^{\circ}C$
D	Tamaño básico del agujero	mm
d	Tamaño básico del eje	mm
δ_u	Desviación superior	mm
δ_F	Desviación fundamental	mm
ΔD	Grado de tolerancia del agujero	----
Δd	Grado de tolerancia del eje	----
$D_{m\acute{a}x}$	Tamaño máximo del agujero	mm
$D_{m\acute{i}n}$	Tamaño mínimo del agujero	mm
$d_{m\acute{a}x}$	Tamaño máximo del eje	mm
$d_{m\acute{i}n}$	Tamaño mínimo del eje	mm
p	Presión generada en la interfaz del ajuste por interferencia	N/mm^2
d_i	Diámetro interno (si hay alguno) del eje	mm
d_o	Diámetro externo del cubo	mm
E_i	Módulo de Young para el elemento interno (eje)	N/mm^2
E_o	Módulo de Young para el elemento externo (cubo)	N/mm^2
ν_i	Relación de Poisson para el elemento interno (eje)	adimensional
ν_o	Relación de Poisson para el elemento externo (cubo)	adimensional
δ_d	Interferencia diametral entre el eje y el cubo	mm
$\delta_{m\acute{i}n}$	Interferencia mínima entre el eje y el cubo	mm
$\delta_{m\acute{a}x}$	Interferencia máxima entre el eje y el cubo	mm
d_{eje}	Diámetro externo del eje	mm
d_{cubo}	Diámetro interno del cubo	mm
$\sigma_{t, eje}$	Esfuerzo tangencial en la interfaz del eje	N/mm^2
$\sigma_{t, cubo}$	Esfuerzo tangencial en la interfaz del cubo	N/mm^2
$\sigma_{r, eje}$	Esfuerzo radial en la interfaz del eje	N/mm^2
$\sigma_{r, cubo}$	Esfuerzo radial en la interfaz del cubo	N/mm^2
F_f	Fuerza de fricción	N
μ	Coefficiente de fricción	adimensional
N	Fuerza normal que actúa en la interfaz	N
A	Área de la superficie en la interfaz	mm^2
l	Longitud axial del cubo en interferencia	mm
R_a	Media aritmética de la rugosidad	μm

Rq	Raíz cuadrada de la media de las desviaciones elevadas al cuadrado sobre la longitud de muestra	μm
Rz	Media aritmética del valor extremo Ry de la rugosidad	μm
Lc	Longitud de corte	mm
L_m	Longitud de medición	mm
a	Radio de contacto	m
δ	Deformación en el contacto de Hertz	m
P	Fuerza normal en el contacto de Hertz	N
p_o	Presión máxima en el centro del contacto Hertziano	N/m^2
R^*	Radio efectivo	m
E^*	Módulo de Young efectivo	N/m^2
R_1	Radio de la esfera 1	m
R_2	Radio de la esfera 2	m
E_1	Módulo de Young de la esfera 1	N/m^2
E_2	Módulo de Young de la esfera 2	N/m^2
ν_1	Relación de Poisson para la esfera 1	adimensional
ν_2	Relación de Poisson para la esfera 2	adimensional
F_{adh}	Fuerza de adhesión	N
d_p	Distribución de presión	N/m^2
n	Coefficiente de endurecimiento	adimensional
σ_y	Esfuerzo de fluencia	N/mm^2
E	Módulo de Young	N/mm^2
σ	Esfuerzo	N/mm^2
$\epsilon_{plástica}$	Deformación plástica	----
$p_{mín}$	Presión mínima de acuerdo a la interferencia mínima	N/mm^2
$p_{máx}$	Presión máxima de acuerdo a la interferencia máxima	N/mm^2
$\sigma_{t-mín, eje}$	Esfuerzo tangencial mínimo en la interfaz del eje	N/mm^2
$\sigma_{t-máx, eje}$	Esfuerzo tangencial máximo en la interfaz del eje	N/mm^2
$\sigma_{t-mín, cubo}$	Esfuerzo tangencial mínimo en la interfaz del cubo	N/mm^2
$\sigma_{t-máx, cubo}$	Esfuerzo tangencial máximo en la interfaz del cubo	N/mm^2
$\sigma_{r-mín, eje}$	Esfuerzo radial mínimo en la interfaz del eje	N/mm^2
$\sigma_{r-máx, eje}$	Esfuerzo radial máximo en la interfaz del eje	N/mm^2
$\sigma_{r-mín, cubo}$	Esfuerzo radial mínimo en la interfaz del cubo	N/mm^2
$\sigma_{r-máx, cubo}$	Esfuerzo radial máximo en la interfaz del cubo	N/mm^2
h	Interferencia superpuesta en la opción "interference fit"	mm

Lista de figuras

Figura 1. 1 Modelo de una superficie lisa y otra con una serie de rugosidades de acuerdo con Greenwood y Williamson [7].	3
Figura 1. 2 La corona se muestra en la posición final en la rueda [8].	4
Figura 1. 3 Una superficie rugosa puede ser sustituida por una superficie equivalente [10].	5
Figura 1. 4 Modelo discreto. a) Dimensiones del modelo discreto, b) mallado y condiciones de frontera [11].	5
Figura 1. 5 Modelo discreto donde se aprecia la malla utilizada en la superficie rugosa deformable la cual es empujada hacia abajo contra una superficie plana, por una carga W [12].	6
Figura 1. 6 Modelo discreto con un par de aros deformables [13].	7
Figura 1. 7 Modelo discreto y condiciones de frontera de la unión con aros cónicos deformables [1].	8
Figura 1. 8 Concentración y distribución de esfuerzos de la unión con aros cónicos deformables [1].	8
Figura 1. 9 Modelo discreto; a) Mallado del eje y el cubo [5], b) Condiciones de frontera [5].	9
Figura 1. 10 Concentración de esfuerzos en los cubos (circular y rectangular) [5].	9
Figura 1. 11 Zona homogenizada que toma en cuenta la influencia de la rugosidad [4].	10
Figura 1. 12 Prueba experimental y modelo numérico para la validación de la técnica de homogenización [4].	10
Figura 1. 13 Esquema del modelo del prototipo de tope de impacto; a) perfil axisimétrico del modelo, b) ampliación de la zona de ubicación de los aros posteriores, c) ampliación de la zona de ubicación de los aros frontales [14].	11
Figura 2. 1 Definiciones aplicadas a un ajuste cilíndrico [18].	16
Figura 2. 2 Rasgos de la textura de una superficie [3].	21
Figura 2. 3 Orientaciones posibles de una superficie [3].	22
Figura 2. 4 Símbolos para la textura de la superficie en los planos de ingeniería: a) el símbolo, y b) símbolo con leyendas de identificación. Los valores de R_a están dados micropulgadas; las unidades para otras mediciones se dan en pulgadas. Los diseñadores no si siempre especifican todos los parámetros en los planos de ingeniería [3].	23
Figura 2. 5 Contacto de Hertz entre dos esferas [20].	26
Figura 3. 1 Modelo axisimétrico de dos esferas rígidas; donde a) condiciones de frontera y carga, b) asignación de la superficie maestra y esclava, c) mallado de las esferas, d) zoom de la malla en la zona de contacto.	30
Figura 3. 2 Resultados numéricos del modelo de dos esferas rígidas en contacto; donde, a) distribución de esfuerzos y zoom en la zona de contacto, b) presión de contacto obtenida en la opción "CPRESS" y zoom en la zona de contacto.	31
Figura 3. 3 Resultados numéricos del modelo de dos esferas rígidas en contacto; donde, a) distribución de esfuerzos en la dirección "X" y zoom en la zona de contacto, b) distribución de esfuerzos en la dirección "Y" y zoom en la zona de contacto.	32
Figura 3. 4 Distribución de presión de acuerdo a las ecuaciones de Hertz.	33
Figura 3. 5 Comparación de la distribución de presión analítica y numérica (variando el tamaño de malla).	34
Figura 3. 6 Modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.	36

Figura 3. 7 Interacción del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.	37
Figura 3. 8 Condiciones de frontera y carga.	37
Figura 3. 9 Mallado del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.	38
Figura 3. 10 Presión de contacto [MPa] entre una superficie rugosa y una superficie lisa, donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.	40
Figura 3. 11 Gráfica de la distribución de presión [MPa] en la longitud de contacto del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa, donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.	41
Figura 3. 12 Concentración de esfuerzos de Von Mises [MPa], donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.	42
Figura 3. 13 Gráfica de la distribución de esfuerzos de Von Mises [MPa], donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.	43
Figura 3. 14 Gráficas del área de contacto, donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.	44
Figura 3. 15 Distribución de la presión de contacto, variando el número de rugosidades.	45
Figura 3. 16 Distribución de esfuerzos de Von Mises, variando el número de rugosidades.	45
Figura 3. 17 Área de contacto variando el número de rugosidades.	46
Figura 3. 18 Esquema representativo del desarrollo de la opción “ <i>interference fit</i> ” en el paso de la simulación [23].	49
Figura 3. 19 Mallado de los modelos discretos; donde, a) mallado del cubo, b) mallado del eje, c) ensamble de las piezas malladas, d) interferencia superpuesta entre el eje y el cubo antes de iniciar el paso de la simulación.	50
Figura 3. 20 Superficie maestra y esclava en la interacción “ <i>int-1</i> ”.	50
Figura 3. 21 Distribución de esfuerzos en la unión eje-cubo con interferencia mínima.	51
Figura 3. 22 Presión de contacto en la unión eje-cubo con interferencia mínima.	51
Figura 3. 23 Esfuerzo radial en la unión eje-cubo con interferencia mínima.	52
Figura 3. 24 Esfuerzo tangencial en la unión eje-cubo con interferencia mínima.	52
Figura 3. 25 Distribución de esfuerzos en la unión eje-cubo con interferencia máxima.	53
Figura 3. 26 Presión de contacto en la unión eje-cubo con interferencia máxima.	53
Figura 3. 27 Esfuerzo radial en la unión eje-cubo con interferencia máxima.	54
Figura 3. 28 Esfuerzo tangencial en la unión eje-cubo con interferencia máxima.	54
Figura 3. 29 Piezas del modelo discreto; a) eje y b) cubo.	57
Figura 3. 30 Perfiles de rugosidad dibujados en el paquete comercial Abaqus, donde: a) perfil del eje seis [Ra= 5.973 μm], b) perfil del eje cinco [Ra= 5.870 μm], c) perfil del eje cuatro [Ra= 1.434 μm].	58
Figura 3. 31 Condiciones iniciales de temperatura (20°C).	59
Figura 3. 32 Contracción del eje y dilatación del cubo por medio de temperatura.	59
Figura 3. 33 Desplazamiento del eje en el interior del cubo para realizar el ensamble.	60
Figura 3. 34 Presión de contacto en la unión eje-cubo.	60
Figura 3. 35 Fuerza axial máxima que soporta la unión.	61
Figura 3. 36 Interacción de contacto “ <i>eje-cubo</i> ”.	61
Figura 3. 37 Gráficas del coeficiente de fricción estático en función de la rugosidad superficial; donde a) prueba experimental [24], b) prueba experimental [25] y c) cálculo analítico [25].	62
Figura 3. 38 Interacción “ <i>eje-cuerpo rígido</i> ”.	64
Figura 3. 39 Mallado del modelo axisimétrico que representa la unión mecánica eje-cubo.	65
Figura 3. 40 Concentración de esfuerzos de Von mises en el paso 3 (presión de contacto); donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.	66

Figura 3. 41 Presión de contacto en el paso 3 de la simulación, obtenida por la opción CPRESS; donde, a) modelo discreto 1 y zoom en la zona de contacto, b) modelo discreto 2 y zoom en la zona de contacto, c) modelo discreto 3 y zoom en la zona de contacto.....	67
Figura 3. 42 Área real de contacto en la simulación ; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.....	69
Figura 3. 43 Área real de contacto para los tres modelos discretos en función del tiempo.	71
Figura 3. 44 Fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.	72
Figura 3. 45 Fuerza axial v/s tiempo de la unión eje-cubo para los tres modelos discretos.	73
Figura 3. 46 Desplazamiento del eje en función del tiempo; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.	74
Figura 3. 47 Comparación de la fuerza axial en relación con el desplazamiento de los tres modelos discretos.....	75
Figura 3. 48 Fuerza axial en relación con el área real de contacto; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.	76
Figura 3. 49 Comparación de la fuerza axial en relación con el área real de contacto de los tres modelos discretos.	77
Figura 4. 1 Eje y cubo en 3D [mm].....	78
Figura 4. 2 a) Maquinado de las probetas en el torno, b) probetas maquinadas (ejes y cubos).....	79
Figura 4. 3 Rugosímetro Surftest SJ-210.....	80
Figura 4. 4 Lecturas de rugosidad separadas radialmente por un ángulo de 90°.	80
Figura 4. 5 Representación esquemática del procedimiento de medición de la rugosidad en las probetas; a) punta palpadora, b) unidad de avance, c) unidad de visualización, d) unidad de control y almacenamiento.....	81
Figura 4. 6 Perfiles de rugosidad de los ejes, donde: a) eje 1, b) eje 2 y c) eje 3.....	82
Figura 4. 7 Perfiles de rugosidad de los ejes, donde: d) eje 4, e) eje 5 y f) eje 6.	83
Figura 4. 8 Perfiles de rugosidad de los cubos, donde: a) cubo 1, b) cubo 2 y c) cubo 3.	84
Figura 4. 9 Perfiles de rugosidad de los cubos, donde: d) cubo 4, e) cubo 5 y f) cubo 6.	85
Figura 4. 10 Contracción de los ejes con hielo seco; a) ejes a temperatura ambiente, b) hielo seco a -78.5°C, c) ejes a una temperatura de -51°C.....	86
Figura 4. 11 Dilatación de los cubos, donde: a) cubos a temperatura ambiente (26°C), b) horno eléctrico a 250°C, c) medición de la temperatura de los cubos con el termopar obteniéndose 230°C.....	86
Figura 4. 12 Ensamble de la unión eje-cubo, donde: a) tomar del horno eléctrico el cubo con las pinzas de presión, b) sujetar el cubo en el tornillo de banco, c) extraer del recipiente aislante el eje con los guantes de carnaza, d) posicionar el eje y realizar el ensamble con un impacto del martillo, f) unión eje-cubo realizada, g) todas las uniones eje-cubo hechas.	87
Figura 4. 13 Máquina universal Shimadzu AG-X plus.	88
Figura 4. 14 Máquina universal Shimadzu AG-X plus con el equipo para la prueba de tensión.	89
Figura 4. 15 Colocación de la unión eje-cubo, donde: a) sujetar la unión eje-cubo con las mordazas, b) colocación del extensómetro.	89
Figura 4. 16 Aplicación del método; a) unidad de control y almacenamiento, b) desensamble de la unión eje-cubo.....	90
Figura 4. 17 Gráficas de fuerza contra desplazamiento, donde: a) unión 1, aluminio-acero, b) unión 2, aluminio-acero c) unión 3, aluminio-acero.	91
Figura 4. 18 Gráficas de fuerza contra desplazamiento, donde: e) unión 4, acero-acero, f) unión 5, acero-acero, g) unión 6, acero-acero.....	92

Lista de tablas

Tabla 2. 1 Descripciones de ajustes recomendables mediante el sistema del agujero base[18].	17
Tabla 2. 2 Rugosidad producida en los procesos de fabricación [19].	24
Tabla 2. 3 Rugosidad superficial en relación con la tolerancia y el costo para producir [19].	25
Tabla 3. 1 Parámetros, ecuaciones y resultados del contacto hertziano entre dos esferas.	33
Tabla 3. 2 Comparación de resultados de la presión máxima, variando el tamaño de malla.	34
Tabla 3. 3 Comparación de resultados analíticos y numéricos en relación a la interferencia mínima.	55
Tabla 3. 4 Comparación de resultados analíticos y numéricos en relación a la interferencia máxima.	55
Tabla 3. 5 Características de cada modelo discreto.	57
Tabla 3. 6 Estimación del coeficiente de fricción de acuerdo a las gráficas de la figura 3.36.	63
Tabla 3. 7 Características de los modelos discretos.	63
Tabla 3. 8 Influencia de la rugosidad en la concentración de esfuerzos y la presión de contacto.	68
Tabla 3. 9 Área real de contacto vs área nominal.	70
Tabla 3. 10 Fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo.	73
Tabla 3. 11 Resultados de los modelos discretos de la unión eje-cubo.	77
Tabla 4. 1 Características de las probetas.	79
Tabla 4. 2 Especificaciones de la medición	80
Tabla 4. 3 Valores de rugosidad de las probetas (eje y cubo).	81
Tabla 4. 4 Características del método para las pruebas de tensión.	90
Tabla 4. 5 Resultados de las pruebas de tensión.	93
Tabla 5. 1 Características de la unión seis.	94
Tabla 5. 2 Modelos discretos analizados.	95
Tabla 5. 3 Resultados de los modelos discretos.	95
Tabla 5. 4 Comparación numérica y experimental del modelo discreto 4 y la unión 6.	95
Tabla 5. 5 Porcentaje de diferencia de la fuerza axial máxima de los tres modelos discretos tomando como referencia el modelo tres.	96

INTRODUCCIÓN

En la actualidad la industria mecánica requiere diseños óptimos en maquinaria, con el fin de mantener altos índices de producción. Es necesario que todos los elementos en las máquinas se encuentren en excelentes condiciones, para que en conjunto lleven a cabo su función. Las uniones mecánicas son dispositivos que comúnmente forman parte en los mecanismos de máquinas [1].

Las uniones representan una discontinuidad en la estructura provocando esfuerzos localizados en las mismas, lo que propicia en la mayoría de los casos que cuando existe una falla se presente directamente en la unión [2].

Con propósitos de organización, los métodos de ensamble mecánico se han clasificado en las siguientes categorías: sujetadores roscados, remaches, ajustes de interferencia, otros métodos de sujeción mecánica e insertos en moldeado y sujetadores integrales [3].

La unión mecánica eje-cubo, por medio de la técnica de montaje por contracción y expansión se utiliza cada vez más hoy en día [4], ya que permite el ensamble de dos piezas que tienen un ajuste por interferencia a temperatura ambiente [3], lo cual genera un apriete por la diferencia en los diámetros de las dos piezas ensambladas. En los modelos teóricos propuestos para la determinación de sus características, se supone que la interfaz de contacto es perfecta, basándose en la solución clásica de tubos de pared gruesa con presiones internas desarrolladas por Timoshenko [5], la cual limita los defectos geométricos y el acabado superficial del proceso de maquinado.

La calidad superficial obtenida en un proceso de manufactura es afectada por diversos factores propios del proceso. Las imperfecciones geométricas que se presentan en todas las superficies de la unión mecánica al momento de su fabricación, ocasionan concentraciones de esfuerzos y deformaciones intermitentes a lo largo de la longitud axial de contacto. Las altas concentraciones de esfuerzos provocan deformaciones permanentes, desgaste y grietas en las superficies de la unión eje-cubo. Es complejo tratar de resolver el contacto entre las superficies de la unión mecánica eje cubo con imperfecciones geométricas, con ecuaciones analíticas y con un comportamiento del material elasto-plástico o totalmente plástico [6]. Sin embargo es necesario que el diseñador tenga conocimiento sobre los efectos antes mencionados y así garantizar un diseño óptimo.

Por tal motivo, es cada vez más común el uso del método de elemento finito para adaptar mejor el modelo a las formas complejas de las superficies de las piezas que estarán en contacto y así predecir su comportamiento más apegado a la realidad. Debido a ello, en este trabajo se desarrolla un análisis por medio del método de elemento finito del problema de contacto de la unión mecánica eje-cubo considerando la influencia de la rugosidad superficial de un proceso de torneado, y se valida de forma experimental. El presente trabajo se ha estructurado en 5 capítulos, donde:

En el capítulo 1 corresponde a los antecedentes, en el cual se presenta la revisión del estado del arte, la justificación y se determinan los objetivos.

En el capítulo 2 se da a conocer el marco teórico, en donde se incluyen los conceptos básicos para el desarrollo del tema de investigación.

En el capítulo 3 se desarrollan cuatro modelos discretos los cuales van delimitando el tema de investigación; en el **primer modelo** se realiza la comparación del método de elemento finito con las ecuaciones analíticas del contacto elástico de Hertz. En el **segundo modelo** se analiza la influencia de la rugosidad en la distribución de presión entre una superficie lisa y la otra con rugosidades simétricas. En el **tercer modelo** discreto se analiza la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio de la opción "*interference fit*", considerando las superficies geoméricamente perfectas (lisas) y se comparan con la ecuaciones de cilindros de pared gruesa. Y en el **cuarto modelo** discreto se estudia la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 con tres diferentes perfiles de rugosidad obtenidos de la medición de las probetas con el rugosímetro, dicho modelo discreto se basa en el análisis experimental que se desarrolla en el capítulo 4.

En el capítulo 4 se presenta el análisis experimental de la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6, en este capítulo las actividades que destacan son el diseño, el maquinado en el torno, el ensamble y las pruebas de tensión de las probetas (eje y cubo) en la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus.

En el capítulo 5 se hace la comparación de resultados numéricos y experimentales, se dan a conocer las conclusiones a las que se llegó la investigación y se mencionan las recomendaciones para trabajos futuros acerca del tema de investigación.

CAPÍTULO I. ANTECEDENTES

En este capítulo se presenta el estado del arte, la justificación, los objetivos, los alcances y limitaciones del tema de investigación.

1.1 Estado del arte.

Se presenta una descripción de algunos estudios numéricos y experimentales relacionados con la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia, que contribuyeron para la realización de este trabajo.

Greenwood y Williamson [7] analizaron el contacto entre una superficie lisa y otra con una serie de rugosidades, asumieron que todos los picos de las rugosidades o asperezas, tienen el mismo radio de curvatura R , y que la altura de los mismos está estocásticamente distribuida alrededor de un valor promedio, como se muestra en la figura 1.1. Si los picos de contacto están lo suficientemente separados entre sí, entonces sus deformaciones pueden considerarse independientes. Por tanto, la posición de los picos, así como la configuración exacta de la superficie, influye poco en el problema de contacto según este modelo, y sólo importa la distribución de las alturas de los picos.

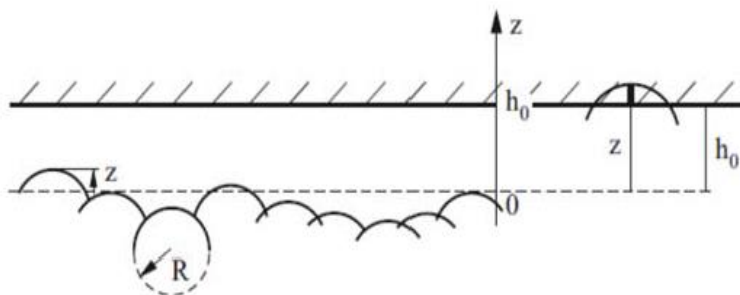


Figura 1. 1 Modelo de una superficie lisa y otra con una serie de rugosidades de acuerdo con Greenwood y Williamson [7].

Zhang *et al* [8] desarrollaron un nuevo método de diseño mejorado, el cual utiliza dos factores de seguridad, λ_s y λ_p , aportando un nuevo enfoque para la evaluación de la calidad de la interferencia, basado en la interferencia mínima y máxima. El método de montaje selectivo combinado con el método basado en elemento finito (el modelo discreto se observa en la figura 1.2) para la interferencia proporciona una guía cuantitativa para el diseño y un enfoque más reflexivo para lograr una interferencia confiable, más preciso y con el menor costo de fabricación.

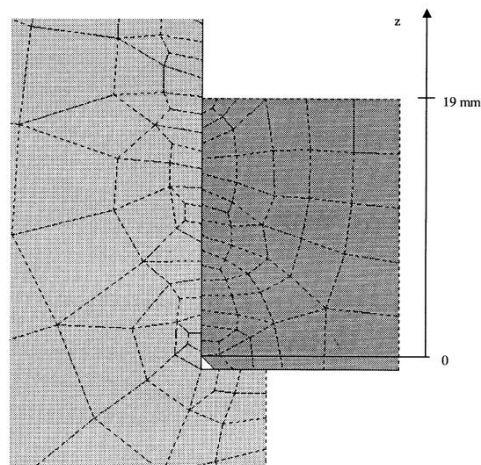


Figura 1. 2 La corona se muestra en la posición final en la rueda [8].

Concluyeron que las ecuaciones de Lamé no dan buenos resultados para las tensiones de interferencia y deformaciones. Esto es debido a la compleja geometría del problema, lo que implica un delgado anillo en un hueco, el eje que sobresale (escalonado), las grandes distancias más allá de los extremos del anillo escalonado.

Por lo tanto, el método tradicional para el diseño de ajuste de interferencia basado en la teoría de cilindro grueso tiene algunas limitaciones. Los resultados de esfuerzos basado en FEM análisis de ajustes de interferencia son más completos y precisos que los obtenidos a partir del método tradicional.

Yang *et al* [9] analizaron el comportamiento de superficies en contacto, bajo el efecto de la presión del ajuste de interferencia; utilizaron un enfoque experimental en correlación con el modelado numérico del ensamble, proponen un coeficiente de fricción entre el acero-aluminio de 0.15 para los modelos discretos con diferente valor de rugosidad. El trabajo muestra que las rugosidades juegan un papel importante y positivo en el ajuste cilíndrico de interferencia; proponen una definición de apriete pico a pico como el parámetro correcto que permite el cálculo de la presión. Concluyen que el factor importante es la altura media de las rugosidades y recomiendan utilizar procesos de fabricación económicos como el torneado para producir las superficies de ajuste, en lugar de métodos como el pulido que son mucho más caros.

Yang et al [10] proponen un modelo sencillo para calcular la presión real de un ajuste con interferencia. Este modelo consiste en la sustitución de la compleja área real para un área equivalente (figura 1.3).

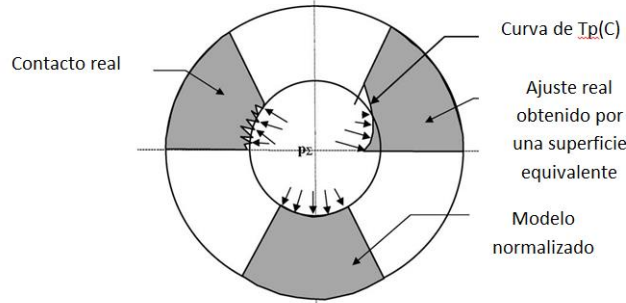


Figura 1. 3 Una superficie rugosa puede ser sustituida por una superficie equivalente [10].

Este enfoque ha sido comparado con una prueba experimental, cosa que muestra una fuerte consistencia. Sin embargo, se debe estudiar en detalle el comportamiento plástico de las rugosidades.

Sen y Aksakal [11] investigaron la distribución de esfuerzos en la unión eje-cubo con interferencia en relación con la longitud en contacto del eje, usando el método de elemento finito. En la figura 1.4 se aprecia el modelo discreto de la unión eje-cubo.

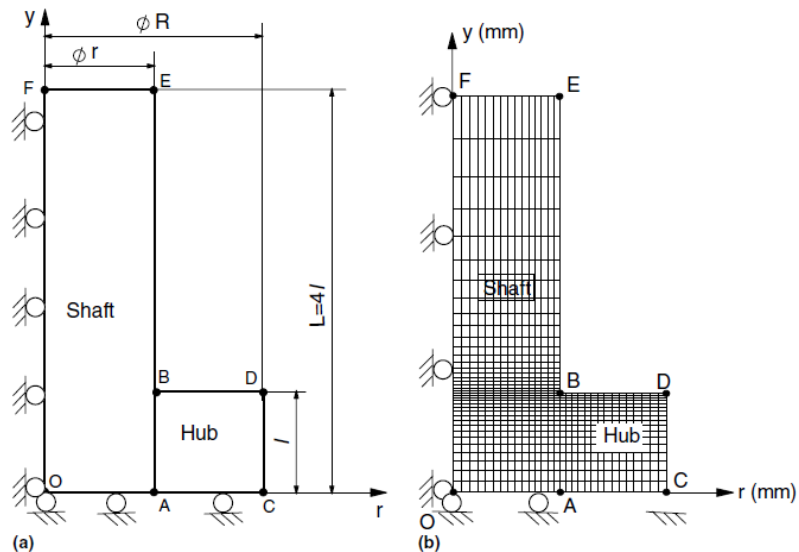


Figura 1. 4 Modelo discreto. a) Dimensiones del modelo discreto, b) mallado y condiciones de frontera [11].

Concluyeron que el nivel de interferencia afectó a los esfuerzos y deformaciones, así como sus distribuciones. El aumento de la cantidad de interferencia causó un aumento de la deformación plástica en el cubo, mientras que ninguna deformación plástica se produjo en el eje.

Pei, Hyun et al [12] presentaron un cálculo de elementos finitos del contacto entre un plano rígido y un sólido elasto-plástico con una superficie fractal auto-afín. El modelo se muestra en la figura 1.5.

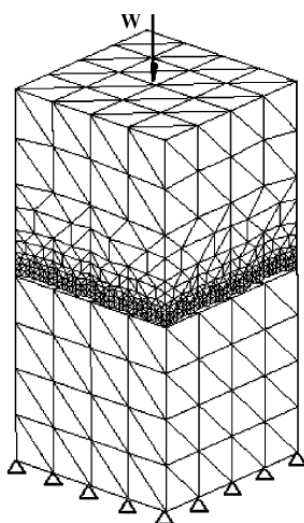


Figura 1. 5 Modelo discreto donde se aprecia la malla utilizada en la superficie rugosa deformable la cual es empujada hacia abajo contra una superficie plana, por una carga W [12].

Destacando en este estudio que la plasticidad produce cambios cualitativos en las distribuciones de presiones locales en el contacto y del tamaño de las regiones de contacto conectados. El área de contacto aumenta linealmente con la carga en todos los casos y la deformación plástica actúa como un ecualizador que reduce el efecto de las propiedades del material y de la superficie.

Bedolla y Szwedowicz [13] presentaron un estudio de modificación de la región nominal de contacto entre elementos de una unión mecánica eje cubo por fricción, con aros cónicos deformables como interfaz. Analizaron la relación del área nominal de contacto y el coeficiente de fricción; además, encontraron el desplazamiento axial mediante una aproximación analítica y numérica en función de la carga axial aplicada. En la simulación numérica (ver en la figura 1.6 el modelo discreto) se usó el método de elemento finito mediante el paquete computacional ABAQUS.

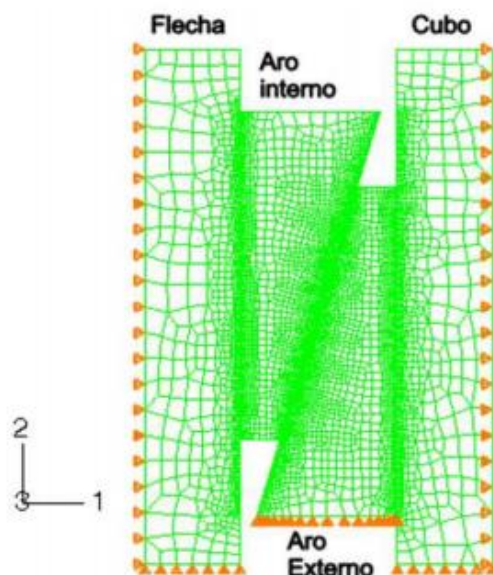


Figura 1. 6 Modelo discreto con un par de aros deformables [13].

Encontraron también que el desplazamiento h simulado decrece cuando se incrementa el coeficiente de fricción, mientras que el resultado analítico permanece sin variaciones significativas. Concluyeron que al aumentar la fricción entre las superficies cónicas de los aros, estos tienen menor movimiento relativo y en consecuencia su deformación radial es menor.

Paz [1] analizó por medio del método de elemento finito un modelo discreto de la unión mecánica con aros cónicos deformables considerando imperfecciones geométricas a nivel de rugosidades. Los análisis los realizó variando el coeficiente de fricción (0.0, 0.1, y 0.3). En la figura 1.7 se muestra el modelo discreto y sus condiciones de frontera. La concentración de esfuerzos y deformaciones de la unión mecánica con aros cónicos se observa en la figura 1.8.

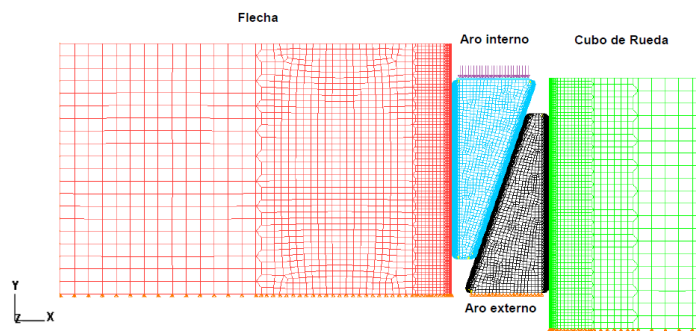


Figura 1. 7 Modelo discreto y condiciones de frontera de la unión con aros cónicos deformables [1].

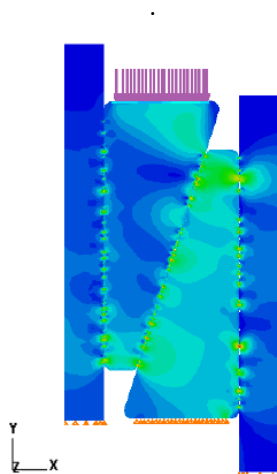


Figura 1. 8 Concentración y distribución de esfuerzos de la unión con aros cónicos deformables [1].

Concluyó que la tolerancia del maquinado en la región cónica de la unión mecánica con aros deformables, influye notablemente en los resultados del área de contacto de toda la unión mecánica, así como también, en los esfuerzos normales, tangenciales, presión de contacto, la deformación superficial de la unión mecánica con aros cónicos deformables y el área de contacto se encuentra deformada en la región elasto-plástica.

Boutoutaou *et al* [5] analizaron la fuerza de extracción para la unión eje-cubo de forma numérica variando defectos de forma (lóbulos). En el modelo numérico consideraron el apriete máximo y el apriete medio, se consideró un valor convencional del coeficiente de fricción de 0.15 entre el acero y duraluminio para los modelos discretos. El paso de dilatación térmica no se toma en cuenta y utilizan la opción “*interference fit*” de Abaqus para realizar el ajuste con interferencia de manera automática. En la figura 1.9 se muestra el mallado de la unión, el tamaño de malla en la zona de contacto es de 0.2 mm para el eje y 0.05 mm para el cubo.

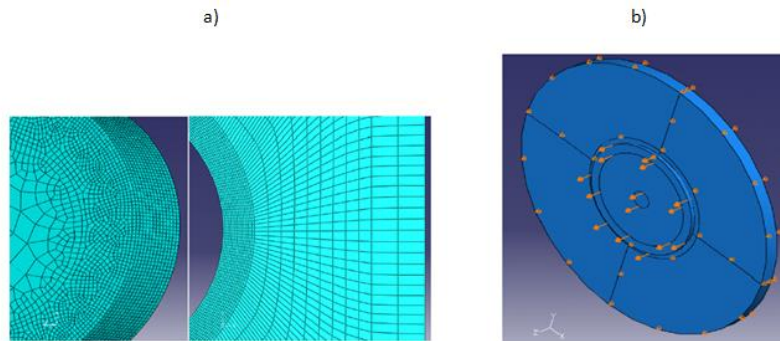


Figura 1.9 Modelo discreto; a) Mallado del eje y el cubo [5], b) Condiciones de frontera [5].

Los defectos de forma fueron lóbulos, donde se analizaron modelos con 1, 2, 3 y 4 lóbulos. En la figura 1.10 se muestran las condiciones de frontera para la extracción del eje, donde se aprecia que el cubo se fijó en la dirección z y el eje tiene un desplazamiento en la dirección z también. En la figura 1.6 se muestra la concentración de esfuerzos en dos cubos (circular y rectangular) a causa de la interferencia.

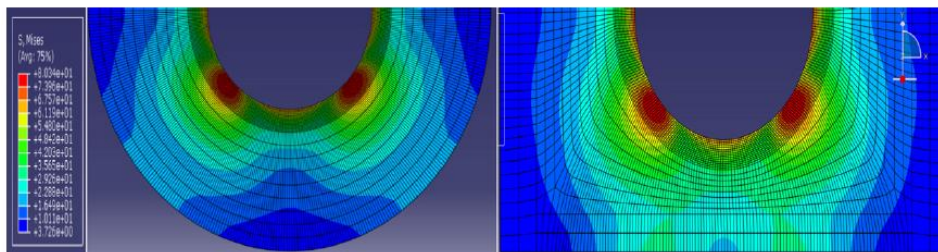


Figura 1.10 Concentración de esfuerzos en los cubos (circular y rectangular) [5].

Llegaron a la conclusión de que la fuerza de extracción incrementa conforme se aumenta el número de lóbulos, y que considerando los defectos de forma de la interfaz de un ajuste de interferencia, la unión eje-cubo permite el uso de un proceso de fabricación menos costosa que el proceso indicado por la norma clásica.

Boutoutaou *et al* [4] presentaron una técnica de homogeneización numérica en el comportamiento de un ajuste de interferencia por contracción. Este enfoque permite tomar en cuenta la influencia de la rugosidad en el modelado de piezas industriales que por lo general tienen una geometría compleja.

La interfaz rugosa puede ser considerada como una zona homogeneizada, como se puede apreciar en la figura 1.11.

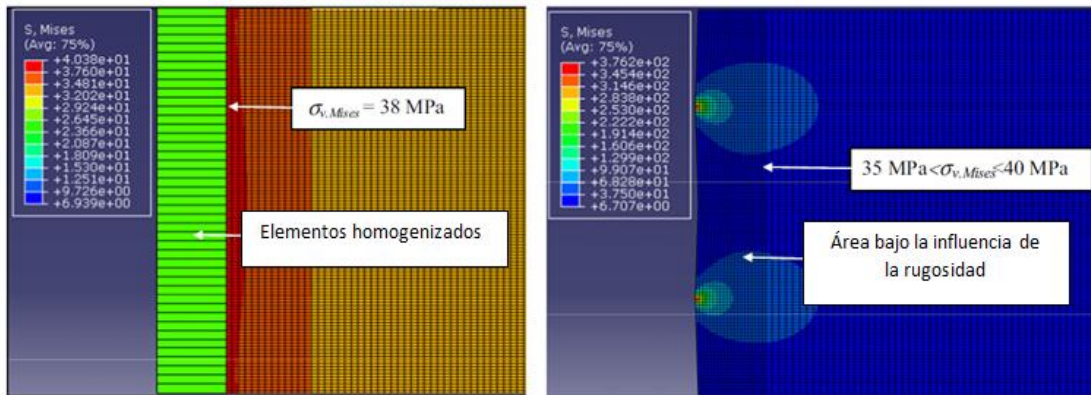


Figura 1. 11 Zona homogeneizada que toma en cuenta la influencia de la rugosidad [4].

Para la validación de la técnica de homogeneización realizaron pruebas experimentales y numéricas de la extracción del eje, como se aprecia en la figura 1.12.

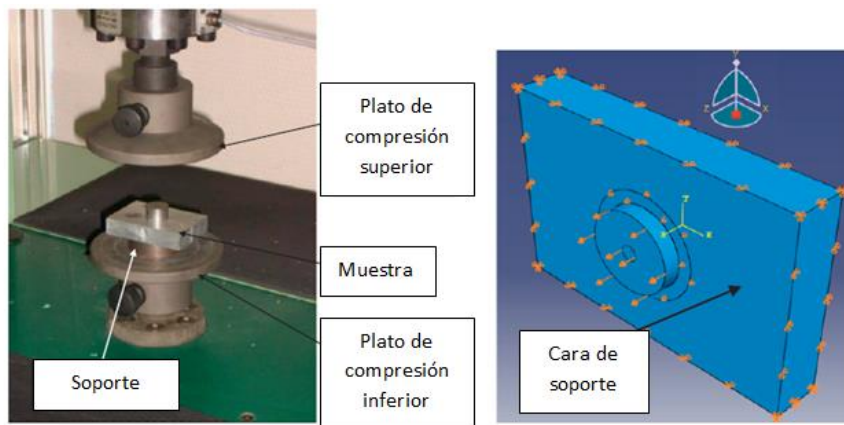


Figura 1. 12 Prueba experimental y modelo numérico para la validación de la técnica de homogeneización [4].

Los resultados del modelado muestran que la predicción de la resistencia a la extracción en el uso de los elementos homogeneizados se mejoró en comparación con un enfoque que considera las superficies en contacto entre las dos partes ensambladas perfectamente lisas (sin rugosidad).

Cortés [14] presentó el estudio por el método del elemento finito, de un prototipo de un sistema de amortiguamiento de impacto con aros cónicos elásticos deformables como elementos de disipación de energía (ver figura 1.13). El trabajo está dividido en dos etapas: en la primera, que corresponde al análisis estático, se estudia el comportamiento del prototipo cuando está sujeto a una fuerza de apriete en el primer par de aros, para inducir un estado de precarga.

En la segunda etapa el análisis es dinámico, se estudia el comportamiento del prototipo, conservando el estado de precarga, cuando es sometido a fuerzas de impacto. Se investiga tanto el comportamiento estático como dinámico del problema de contacto, representado por superficies planas e irregulares, con datos basados en mediciones del perfil de las superficies del prototipo realizadas con un rugosímetro. El análisis de las superficies planas e irregulares se centra en la interacción de contacto entre los aros externos y el cilindro, donde tiene lugar la disipación de energía. Se realizó un estudio paramétrico comparando variables tales como el coeficiente de fricción entre las superficies deslizantes, la rigidez de los resortes, la velocidad y la masa de impacto, las tolerancias geométricas, la presión del área de contacto y la distribución de esfuerzos, con fines de validación de resultados teóricos con experimentales.

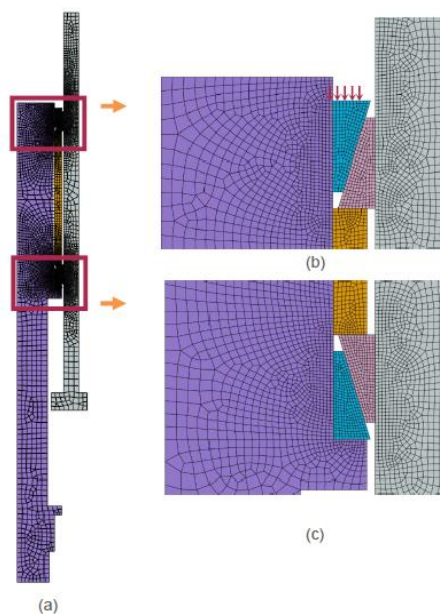


Figura 1. 13 Esquema del modelo del prototipo de tope de impacto; a) perfil axisimétrico del modelo, b) ampliación de la zona de ubicación de los aros posteriores, c) ampliación de la zona de ubicación de los aros frontales [14].

Concluyendo, en que los resultados del estudio pueden ser útiles en el diseño de los topes de impacto. Proporcionan información sobre la distribución real de los esfuerzos en las zonas de contacto de interés, contraria a la distribución teóricamente uniformemente distribuida mencionada en la literatura. Sirviendo al ingeniero como referencia para definir la utilización de los aros cónicos en función de su aplicación, ya sea en una unión fija o móvil. En ambos casos es importante tomar en cuenta los parámetros de la longitud de la unión, la rugosidad, la ondulación y la fuerza de apriete.

1.2 Justificación.

De acuerdo a la revisión del estado del arte, existe gran cantidad de trabajos relacionados con la unión mecánica eje-cubo analizada por medio del método de elemento finito y pruebas experimentales, donde consideran el efecto de la rugosidad superficial del proceso de maquinado. Estos trabajos han sido muy importantes en el desarrollo de la unión eje-cubo considerando la rugosidad.

Para seguir desarrollando este tema, se propone realizar el estudio de la unión eje-cubo considerando valores de coeficiente de fricción de acuerdo a la rugosidad, ya que el valor de rugosidad superficial según la literatura [15], [16], [17] contribuye al coeficiente de fricción.

Por tal motivo en este trabajo de investigación se analiza la máxima fuerza a tensión que soporta la unión eje-cubo con coeficientes de fricción obtenidos de pruebas experimentales entre acero-acero considerando el efecto de la rugosidad superficial del proceso de maquinado.

La unión mecánica eje-cubo se analizará con un ajuste de interferencia H7/s6, el cual es un ajuste de apriete medio según [18], común para partes de acero ordinarias o ajustes por contracción en secciones ligeras, es el ajuste más firme que se puede realizar con elementos de hierro fundido.

1.3 Objetivos.

Predecir el comportamiento de la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia H7/s6 tomando en cuenta la rugosidad superficial producida en el proceso de maquinado, por medio del método de elemento finito (MEF) con validación experimental.

1.4 Alcances.

El trabajo comprende la simulación numérica en el paquete computacional ABAQUS del ensamble y desensamble de la unión por el método de contracción y expansión, el cual se respalda con el análisis experimental.

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

A continuación se presenta la teoría básica relacionada con el tema de investigación para poder llevar a cabo el desarrollo del mismo.

2.1 Unión eje – cubo.

Una flecha es un elemento rotatorio, por lo general de sección transversal circular, que se emplea para transmitir potencia o movimiento. Ella constituye el eje de rotación u oscilación de elementos como engranes, poleas, volantes de inercia, manivelas, catarinas y miembros similares y, además, controla la geometría de su movimiento. Un eje es un elemento no giratorio que no transmite par de torsión, que se utiliza para soportar ruedas rotatorias, poleas y elementos parecidos[18].

Soporte de cargas axiales

En los casos donde las cargas axiales no son triviales, es necesario proporcionar un medio para transferir las cargas axiales al eje, y después, mediante un cojinete, al suelo. Esto será particularmente necesario con engranes helicoidales o cónicos, o cojinetes ahusados de rodillo, puesto que cada uno de ellos produce componentes de fuerza axial. Con frecuencia, el mismo medio por el que se proporciona localización axial, por ejemplo, hombros, anillos de retención y pasadores, también se usará para transmitir la carga axial en el eje[18].

Transmisión de par de torsión

Muchas flechas sirven para transmitir un par de torsión de un engrane o polea de entrada, a través del eje, a un engrane o polea de salida. Por supuesto, el eje debe tener el tamaño adecuado para soportar el esfuerzo y la deflexión por torsión. También es necesario proporcionar un medio para transmitir el par de torsión entre el eje y los engranes. Los elementos comunes para transmitir el par de torsión son [18]:

- Cuñas
- Ejes estriados
- Tornillos de fijación
- Pasadores
- Ajustes a presión o por contracción
- Ajustes ahusados

Los ajustes a presión y por contracción para asegurar piezas a los ejes se utilizan para transferir el par torsión y preservar la ubicación axial, en esta investigación se utilizará los ajustes por contracción y expansión.

2.2 Ajustes por contracción y expansión.

Estos términos hacen referencia al ensamble de dos piezas que tienen un ajuste por interferencia a temperatura ambiente. El caso típico es un pasador o flecha cilíndrica ensamblada dentro de un collarín. Para ensamblar con **ajuste por contracción**, se calienta la pieza externa para agrandarla mediante expansión térmica y la parte interna permanece a temperatura ambiente o se enfría para contraer su tamaño. Posteriormente se ensamblan las piezas y se devuelven a la temperatura ambiente para que la pieza externa se encoja, y si se enfría previamente, la pieza interna se expande para formar un ajuste por interferencia fuerte. El **ajuste por expansión** ocurre cuando sólo la pieza interna se enfría y se contrae para un ensamble; una vez que se inserta en el componente correspondiente, se calienta a temperatura ambiente, expandiéndola para crear el ensamble por interferencia. Estos métodos de ensamble se usan para ajustar engranes, poleas, mangas y otros componentes sobre flechas sólidas y huecas [3].

Para obtener el calentamiento o enfriamiento de las piezas de trabajo se usan varios métodos. El equipo incluye sopletes, hornos, calentadores por resistencia eléctrica y calentadores por inducción eléctrica. Los métodos de enfriamiento incluyen la refrigeración convencional, el empaquetado en hielo seco y la inmersión en líquidos fríos, incluido el nitrógeno líquido. El cambio de diámetro resultante depende del coeficiente de expansión térmica y de la diferencia de temperatura que se aplica a la pieza. Si se supone que el calentamiento o enfriamiento se produjo a una temperatura uniforme durante todo el trabajo, el cambio en el diámetro está dado por [3]:

$$D_2 - D_1 = \alpha D_1 (T_2 - T_1) \quad (2.1)$$

donde α = el coeficiente de expansión térmica lineal [mm/mm-°C]; T_2 = la temperatura a la cual se han calentado o enfriado las piezas [°C]; T_1 = temperatura ambiente inicial; D_2 = diámetro de la pieza en T_2 [mm] y D_1 = diámetro de la pieza en T_1 .

2.3 Límites y ajustes.

El diseñador tiene libertad para adoptar cualquier configuración geométrica de ajuste para ejes y agujeros que garantice la función propuesta. Se ha acumulado una experiencia suficiente con situaciones comúnmente recurrentes para hacer normas útiles. En Estados Unidos existen dos normas de límites y ajustes: una se basa en unidades del sistema inglés y la otra en unidades del sistema métrico. Las normas difieren en nomenclatura, definiciones y organización[18].

No serviría de nada estudiar por separado cada uno de los sistemas. La versión métrica es la más reciente de las dos y está bien organizada, por lo que aquí sólo se presenta esta versión. Al utilizar la norma, las letras mayúsculas siempre se refieren al agujero; las minúsculas se usan para el eje.

Las definiciones que se dan en la figura 2.1 se explican de la manera siguiente:

Tamaño básico es el tamaño al cual se asignan límites o desviaciones y es el mismo para ambos elementos del ajuste.

Desviación es la diferencia algebraica entre un tamaño y el tamaño básico correspondiente.

Desviación superior es la diferencia algebraica entre el límite máximo y el tamaño básico correspondiente.

Desviación inferior es la diferencia algebraica entre el límite mínimo y el tamaño básico correspondiente.

Desviación fundamental es la desviación superior o inferior, en función de cuál se aproxime más al tamaño básico.

Tolerancia es la diferencia entre los límites de tamaño máximo y mínimo de una parte.

Grado de tolerancia internacional es el conjunto de números IT (siglas en inglés de la tolerancia internacional) que designan grupos de tolerancia tales que las tolerancias de un número IT en particular tengan el mismo nivel relativo de exactitud, pero varíen según el tamaño básico.

Agujero base representa un sistema de ajustes correspondientes a un tamaño de agujero básico. La desviación fundamental es H.

Árbol base representa un sistema de ajustes correspondiente a un tamaño de eje básico. La desviación fundamental es h. Aquí no se incluye al sistema de eje base.

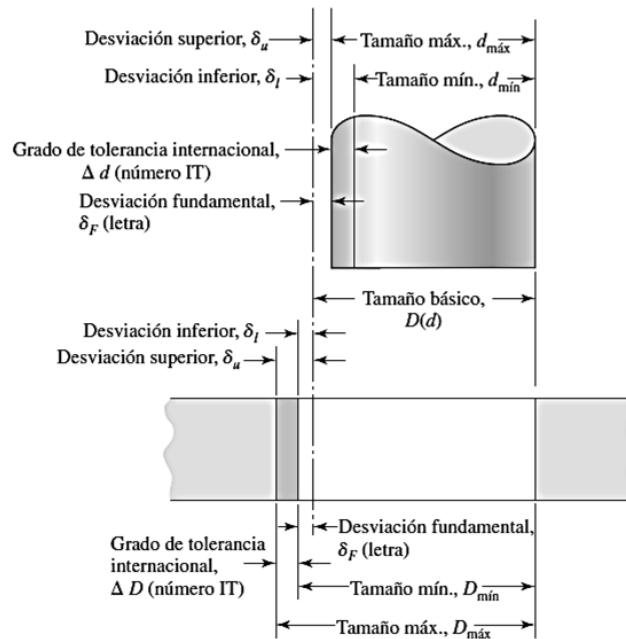


Figura 2. 1 Definiciones aplicadas a un ajuste cilíndrico [18].

La magnitud de la zona de tolerancia es la variación de tamaño de la parte y es igual para las dimensiones internas y externas. Las zonas de tolerancia se especifican en números de grado de tolerancia internacional, llamados números IT. Los números de grado menores especifican una zona de tolerancia menor, y varían de IT 0 a IT16, pero para los ajustes preferentes sólo se necesitan los grados IT6 a IT11. En las tablas de la A-1 a la A-3 localizada en anexos se presentan los ajustes para tamaños básicos de hasta 400 [mm].

En la norma se emplean letras de posición de tolerancia, donde las letras mayúsculas representan dimensiones internas (agujeros) y las minúsculas denotan dimensiones externas (ejes). Como se muestra en la figura 2.1, la desviación fundamental localiza la zona de tolerancia con relación al tamaño básico.

En la tabla 2.1 se muestra la forma en que se combinan las letras con los grados de tolerancia para establecer un ajuste preferente. El símbolo de la ISO que corresponde al agujero para un ajuste deslizante, con un tamaño básico de 32 mm, es $\phi 32H7$. En ambos casos, la letra mayúscula H establece la desviación fundamental y el número 7 define un grado de

tolerancia de IT7. Para un ajuste deslizante, las dimensiones correspondientes del eje se definen por el símbolo $\text{Ø}32g6$.

Tabla 2. 1 Descripciones de ajustes recomendables mediante el sistema del agujero base[18].

Tipo de ajuste	Descripción	Símbolo
Holgura	Ajuste suelto en operación: para tolerancias comerciales amplias o márgenes en elementos externos	H11/c11
	Ajuste libre en operación: no se debe emplear cuando la exactitud es esencial, pero resulta adecuado para grandes variaciones de temperatura, altas velocidades de operación o grandes presiones en el cojinete	H9/d9
	Ajuste estrecho en operación: para operación en máquinas de precisión y para la ubicación exacta a velocidades y presiones moderadas en el cojinete	H8/f7
	Ajuste deslizante: donde las partes no se van a operar libremente, pero se deben mover y girar con libertad y tener una ubicación precisa	H7/g6
	Ajuste de holgura localizada: proporciona un ajuste firme para la ubicación de partes estacionarias, pero se puede ensamblar y desensamblar libremente	H7/h6
Transición	Ajuste de transición localizada: para ubicación precisa; un parámetro intermedio entre holgura e interferencia	H7/k6
	Ajuste de transición localizada: para una ubicación más precisa, donde es permisible una mayor interferencia	H7/n6
Interferencia	Ajuste de interferencia localizada: para partes que requieren rigidez y alineación con la mejor precisión de ubicación, pero sin requisitos especiales de presión en el diámetro interior	H7/p6
	Ajuste de apriete medio: para partes de acero ordinarias o ajustes por contracción en secciones ligeras; el ajuste más firme que se puede realizar con elementos de hierro fundido	H7/s6
	Ajuste forzado: adecuado para partes que se puedan someter a esfuerzos elevados, o para ajustes por contracción donde resulten imprácticas las fuerzas de alta presión requeridas	H7/u6

Las desviaciones fundamentales para ejes se dan en las tablas A-1 y A-2. En el caso de los códigos de letras c, d, f, g y h,

Desviación superior = desviación fundamental

Desviación inferior = desviación superior – grado de tolerancia

Para los códigos de letra k, n, p, s y u, las desviaciones de ejes son:

Desviación superior = desviación fundamental

Desviación inferior = desviación superior + grado de tolerancia

La desviación inferior H (para agujeros) es cero. Para éstos, la desviación superior es igual al grado de tolerancia.

Como se muestra en la figura 2.1, se utiliza la siguiente notación:

D = tamaño básico del agujero

d = tamaño básico del eje

δ_u = desviación superior

δ_l = desviación inferior

δ_F = desviación fundamental

ΔD = grado de tolerancia del agujero

Δd = grado de tolerancia del eje

Observe que todas estas cantidades son determinísticas. Por lo que, para el agujero [18],

$$D_{m\acute{a}x} = D + \Delta D \quad D_{m\acute{i}n} = D \quad (2.2)$$

Para ejes con ajustes de holgura c, d, f, g y h,

$$d_{m\acute{a}x} = d + \delta_F \quad d_{m\acute{i}n} = d + \delta_F - \Delta d \quad (2.3)$$

Para ejes con ajustes por interferencia k, n, p, s y u,

$$d_{m\acute{i}n} = d + \delta_F \quad d_{m\acute{a}x} = d + \delta_F + \Delta d \quad (2.4)$$

2.4 Esfuerzo y capacidad de fuerza de tensión en ajustes por interferencia.

Los ajustes por interferencia entre un eje y sus componentes pueden usarse para minimizar la necesidad de hombros y cuñeros. Los esfuerzos debidos a un ajuste por interferencia pueden obtenerse si se considera al eje como un cilindro con presión externa uniforme, y el cubo como un cilindro hueco con una presión interna uniforme[18].

La presión p generada en la interfaz del ajuste por interferencia, está dada por

$$p = \frac{\delta_d}{\frac{d}{E_o} \left(\frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} + \nu_o \right) + \frac{d}{E_i} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu_i \right)} \quad (2.5)$$

en el caso donde ambos elementos son del mismo material,

$$p = \frac{E \delta_d}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] \quad (2.6)$$

donde d es el diámetro nominal del eje, d_i es el diámetro interno (si hay alguno) del eje, d_o es el diámetro externo del cubo, E es el módulo de Young y ν es la relación de Poisson, con subíndices o e i para el elemento externo (cubo) e interno (eje), respectivamente. Por su parte, δ_d es la interferencia diametral entre el eje y el cubo, esto es, la diferencia entre el diámetro externo del eje y el diámetro interno del cubo.

$$\delta_d = d_{eje} - d_{cubo} \quad (2.7)$$

Como habrá tolerancias en ambos diámetros, la presión máxima y mínima puede encontrarse mediante la aplicación de las interferencias máxima y mínima. Adoptando la notación de la figura 2.1, se escribe

$$\delta_{mín} = d_{mín} - D_{máx} \quad (2.8)$$

$$\delta_{máx} = d_{máx} - D_{mín} \quad (2.9)$$

donde los términos del diámetro se definen en las ecuaciones (2.2), (2.3) y (2.4). La interferencia máxima debe usarse en la ecuación (2.5) o (2.6) para determinar la presión máxima en busca del esfuerzo excesivo.

Los esfuerzos tangenciales en la interfaz del eje y el cubo son:

$$\sigma_{t, eje} = -p \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} \quad (2.10)$$

$$\sigma_{t, cubo} = p \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} \quad (2.11)$$

Los esfuerzos radiales en la interfaz son simplemente

$$\sigma_{r, eje} = -p \quad (2.12)$$

$$\sigma_{r, cubo} = -p \quad (2.13)$$

Los esfuerzos tangenciales y radiales son ortogonales, y deben combinarse mediante una teoría de falla para comparar con la resistencia a la fluencia. Si el eje o el cubo fluyen durante el ensamble, no se logrará la presión completa, lo que disminuye el par de torsión que se puede transmitir. La interacción de los esfuerzos debidos al ajuste por interferencia con los otros esfuerzos debidos a las cargas sobre el eje no es trivial. El análisis de elemento finito para la interfaz será útil siempre que esté garantizado.

La cantidad de fuerza de tensión que puede transmitirse a través de un ajuste de interferencia puede estimarse mediante un análisis simple de fricción en la interfaz. La fuerza de fricción es el producto del coeficiente de fricción estático μ y la fuerza normal que actúa en la interfaz. La fuerza normal N puede representarse mediante el producto de la presión p y el área de la superficie A en la interfaz. Por lo tanto, la fuerza de fricción F_f es:

$$F_f = \mu N = \mu(pA) = \mu p \pi d l \quad (2.14)$$

donde l es la longitud axial del cubo en interferencia.

2.5 Acabado o textura de la superficie.

El acabado de la superficie se refiere a las irregularidades geométricas de superficies de materiales sólidos y las características de los instrumentos para la medición de la rugosidad [19]. La textura superficial se define en términos de rugosidad, ondulación, orientación y defectos o fallas (Figura 2.2):

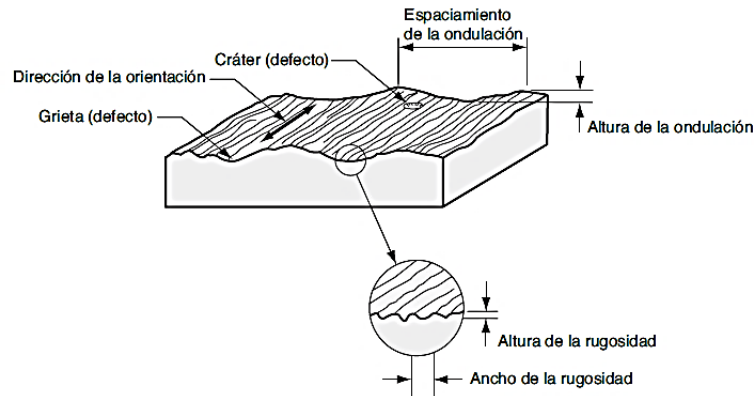


Figura 2. 2 Rasgos de la textura de una superficie [3].

La **rugosidad** se refiere a las desviaciones pequeñas, espaciadas finamente, de la superficie nominal y que están determinadas por las características del material y el proceso que formó la superficie [19].

La **ondulación** se define como las desviaciones de espaciamiento mucho mayor; ocurren debido a la deflexión del trabajo, vibraciones, tratamiento térmico, y factores similares. La rugosidad está sobreimpuesta a la ondulación [19].

La **orientación** es la dirección predominante o patrón de la textura de la superficie. Está determinada por el método de manufactura utilizado para crear la superficie, por lo general a partir de la acción de una herramienta de corte. En la figura 2.2 se ilustran la mayoría de las orientaciones posibles que puede haber en una superficie, junto con el símbolo que utiliza el diseñador para especificarlas [19].

Por último, los **defectos** son irregularidades que ocurren en forma ocasional en la superficie; incluyen grietas, rayaduras, inclusiones y otros defectos similares [19].








Símbolo de la orientación	Patrón de la superficie	Descripción
=		La orientación es paralela a las líneas que representan a la superficie a que se aplica el símbolo.
⊥		La orientación es perpendicular a la línea que representa la superficie a que el símbolo se aplica.
X		La orientación es angular en ambas direcciones a la línea que representa la superficie a que se aplica el símbolo.
M		La orientación es multidireccional.
C		La orientación es circular en relación con el centro de la superficie para la que se utiliza el símbolo.
R		La orientación es aproximadamente radial en relación con el centro de la superficie para la que se emplea el símbolo.
P		La orientación es particular, no direccional o protuberante.

Figura 2. 3 Orientaciones posibles de una superficie [3].

Rugosidad de la superficie y acabado de la superficie La rugosidad de una superficie es una característica mensurable, con base en las desviaciones de la rugosidad según se definió antes. El **acabado de la superficie** es un término más subjetivo que denota la suavidad y calidad general de una superficie. En el habla popular, es frecuente utilizar el acabado superficial o de la superficie como sinónimo de su rugosidad [3].

Denominaciones de rugosidad de la superficie. El método más común de designar la rugosidad de la superficie en los Estados Unidos es la media aritmética R_a , aunque también se utiliza el valor eficaz R_q [19].

A continuación se presentan los conceptos de los parámetros estadísticos de la rugosidad: R_a , es la media aritmética del valor absoluto de las distancias desde la línea media al perfil R (Y_i) dentro de la longitud de muestra; se expresa [1]:

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i| \quad (2.15)$$

R_y , es el valor extremo que describe la distancia entre la altura del máximo pico Y_p y la profundidad del mayor valle Y_v , dentro de la longitud de muestra; su expresión es la siguiente [1]:

$$R_y = Y_p + Y_v \quad (2.16)$$

R_q , es la raíz cuadrada de la media de las desviaciones elevadas al cuadrado sobre la longitud de muestra (l_m); está dado como [1]:

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i|^2} \quad (2.17)$$

La rugosidad de la superficie tiene la misma clase de deficiencias que cualquier medida que se use para evaluar un atributo físico complejo. Por ejemplo, falla para tomar en cuenta las orientaciones del patrón superficial; así, la rugosidad de la superficie varía en forma significativa, en función de la dirección en que se mida [3].

Otra deficiencia es que la ondulación queda incluida en el cálculo de R_a . Para evitar este problema se emplea un parámetro denominado longitud de corte L_c , que se usa como un filtro que separa la ondulación de una superficie medida de las desviaciones de la rugosidad. En realidad, la longitud de corte es una distancia muestral a lo largo de la superficie. Una distancia muestral más corta que el ancho de la ondulación eliminará las desviaciones verticales asociadas con ésta y sólo incluirá aquellas que se relacionan con la rugosidad. En la práctica, la longitud de corte más común es 0.8 [mm]. La longitud de medición L_m se establece normalmente como de cinco veces la longitud de corte [3].

Símbolos para la textura de la superficie Los diseñadores especifican la textura de la superficie en un plano de ingeniería, por medio de símbolos como los que se ven en la figura 2.5

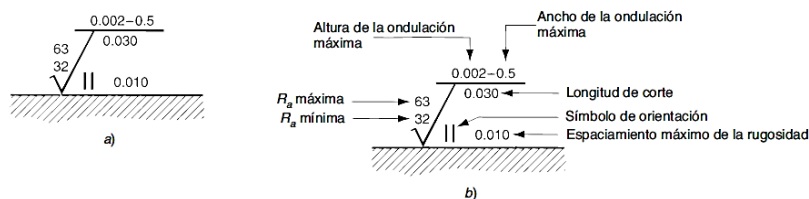


Figura 2. 4 Símbolos para la textura de la superficie en los planos de ingeniería: a) el símbolo, y b) símbolo con leyendas de identificación. Los valores de R_a están dados micropulgadas; las unidades para otras mediciones se dan en pulgadas. Los diseñadores no si siempre especifican todos los parámetros en los planos de ingeniería [3].

La rugosidad superficial producida en los procesos de fabricación. El método predominante de producción de superficies de ingeniería es por un proceso de mecanizado, aunque algunas superficies acabadas son el resultado de técnicas primarias tales como fundición, extrusión o forja. Cada método de producción de superficie tiene un rango de rugosidad de la superficie característica [19], algunos de los cuales se muestran en la Tabla 2.2.

Tabla 2. 2 Rugosidad producida en los procesos de fabricación [19].

PROCESO	Rugosidad promedio en micrómetros (Ra)												
	50	25	12.5	6.3	3.2	1.6	0.80	0.40	0.20	0.10	0.05	0.025	0.012
Arenado	█	█	█										
Aserrado	█	█	█	█	█	█	█						
Brochado				█	█	█	█	█					
Bruñido							█	█	█	█			
Cepillado		█	█	█	█	█	█						
Cillazado	█	█	█	█									
Corte con soplete	█	█	█										
Corte electroquímico		█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█	█
Corte láser		█	█	█	█	█	█	█	█				
Electroerosión							█	█	█	█			
Estampado		█	█	█	█	█	█	█					
Esmerilado													
Extrusión													
Forjado													
Fresado													
Fundición a presión													
Fundición en arena													
Laminado en caliente													
Laminado en frío													
Lapeado													
Limado													
Mandrilado													
Mortajado													
Oxicorte													
Pulido													
Recalcado													
Rectificado													
Superacabado													
Taladrado													
Torneado													
Trefilado													

Aplicación frecuente
 Aplicación menos frecuente

La rugosidad superficial y las tolerancias dimensionales. La rugosidad superficial está íntimamente ligada a la exactitud o la tolerancia de un componente de la máquina (Tabla 2.3). Una dimensión cerca de la tolerancia requiere un acabado muy fino, y el acabado de un componente a un valor muy bajo de rugosidad puede requerir múltiples operaciones de mecanizado. Por ejemplo, un 3.2 micras de rugosidad de la superficie puede ser producido por fresado o torneado, mientras que un (bajo valor de rugosidad) de superficie muy fina requeriría operaciones posteriores adicionales, tales como el bruñido, superacabado, pulido,

o el flujo de abrasivo [19]. Por lo tanto, la especificación de acabados muy finos normalmente resultará aumento de los costos (Tabla 2.3).

Tabla 2. 3 Rugosidad superficial en relación con la tolerancia y el costo para producir [19].

Clase	Rugosidad Ra [μm]	Adecuada para la tolerancia de más o menos [mm]	Método típico para producir el acabado	Costo relativo aproximado para producir
Superacabado	0.10	0.0125	Micro-afilado, lapeado	40
Pulido	0.20	0.0125	Afilado, lapeado	35
Lustro	0.40	0.025	Lapeado	25
Liso	0.80	0.050	Fresado	18
Fino	1.60	0.075	Fresado, lustrado, escariado, brochado	13
Semifino	3.2	0.100	Lustrado, brochado, fresado, torneado	9
Medio	6.3	0.175	Conformado, fresado, torneado	6
Semirugoso	12.5	0.330	Fresado, torneado	4
Rugoso	25	0.635	Torneado	2
Libre	50	1.25	Torneado	1

2.6 Teoría de contacto elástico de Hertz.

Para este estudio la teoría de contacto elástico de Hertz se utiliza para el proceso de refinamiento de malla de los modelos discretos para garantizar la confiabilidad de los resultados del Método de Elemento Finito.

Hertz consideró que dos cuerpos esféricos (figura 2.5) podían tratarse como sólidos elásticos, sometidos a presiones distribuidas sobre la superficie circular de contacto.

Las características tomadas por el modelo de contacto hertziano son las siguientes[20]:

- Las cargas son estáticas y normales a la superficie de contacto
- Se mantiene la validez de la ley de Hooke
- El área de contacto superficial es muy pequeña en comparación con el radio de curvatura de los cuerpos
- La superficie en contacto es perfectamente lisa
- No existe fuerzas tangenciales (fricción)
- El material de los cuerpos es isotrópico

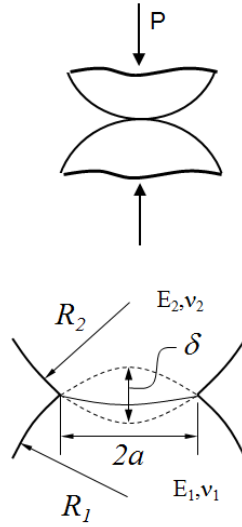


Figura 2. 5 Contacto de Hertz entre dos esferas [20].

El radio de contacto se encuentra expresado como [20]:

$$a^3 = \frac{3PR^*}{4E^*} \quad (2.18)$$

La deformación δ está dada por:

$$\delta = \frac{a^2}{R^*} \quad (2.19)$$

La presión máxima de contacto en el centro del contacto es:

$$p_o = \left(\frac{3P}{2\pi a^2} \right) = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^{*2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.20)$$

El radio efectivo R^* y el módulo de Young efectivo E^* se obtienen:

$$R^* = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]^{-1} \quad E^* = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]^{-1} \quad (2.21)$$

2.7 Fricción.

Se define como fuerza de rozamiento, o fuerza de fricción, entre dos superficies en contacto, a aquella que se opone al movimiento entre ambas superficies (fuerza de fricción dinámica) o a la fuerza que se opone al inicio del movimiento (fuerza de fricción estática). Se expresa como la fuerza de resistencia tangencial, la cual actúa en dirección opuesta a la dirección del movimiento. Se genera debido a las imperfecciones, mayormente microscópicas, entre las superficies en contacto. Debe destacarse que la fricción no es una propiedad del material, sino una respuesta del sistema[21].

Guillaume Amonton y Charles Coulomb establecieron las leyes del mecanismo de fricción:

- La fuerza de fricción es directamente proporcional a la carga aplicada.
- La fuerza de fricción es independiente del área de contacto.
- La fricción cinética es independiente de la velocidad de deslizamiento.

Con estas tres leyes se puede describir el mecanismo de fricción de forma macroscópica, donde lo que sucede en la interfaz de contacto no tiene mayor importancia; pero en investigaciones recientes se demuestran que en la interfaz de contacto de dos cuerpos con movimiento relativo, existe una fuerte interacción entre las superficies de los materiales.

Fricción seca

La fricción seca es la resistencia relativa al movimiento de dos superficies sólidas en contacto. Ésta es gobernada por la ecuación:

$$F_f = \mu N \quad (2.22)$$

donde:

F_f = fuerza de fricción [N]

N= fuerza normal [N]

μ = coeficiente de fricción

La fuerza de fricción siempre aparece en dirección contraria a la dirección del movimiento entre las superficies. Si el objeto se ubica en una superficie horizontal la fuerza normal es igual al peso del propio objeto, por el contrario, si el objeto se encuentra sobre el plano inclinado, la fuerza normal corresponde únicamente a una fracción del peso del objeto (Figura 2.6).

La fuerza normal es definida como la fuerza neta que comprime al contacto dos superficie paralelas. Su dirección es perpendicular a las superficies[22].

Fricción y adhesión.

Partiendo que la fricción y la adhesión tienen el mismo origen entre las moléculas de dos superficies, la fricción se incrementa con el aumento de la adhesión. Una fuerte adhesión entre dos cuerpos es originada por fuertes fuerzas de atracción[20].

Tomando esta fuerza de adhesión y agregándola a la ecuación de la carga, se tiene:

$$F_f = \mu(N + F_{adh}) \quad (2.23)$$

CAPÍTULO III. ANÁLISIS NUMÉRICO

En este capítulo se desarrollan cuatro modelos discretos los cuales van delimitando el tema de investigación; en el **primer modelo** se realiza la comparación del método de elemento finito con las ecuaciones analíticas del contacto elástico de Hertz. En el **segundo modelo** se analiza la influencia de la rugosidad en la distribución de presión entre una superficie lisa y la otra con rugosidades simétricas. En el **tercer modelo** discreto se analiza la unión eje-cubo por medio de la opción “*interference fit*”, considerando las superficies geoméricamente perfectas (lisas) y se comparan con la ecuaciones de cilindros de pared gruesa. Y en el **cuarto modelo** discreto se estudia la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\varnothing 10 \text{ H7/s6}$ con tres diferentes perfiles de rugosidad obtenidos de la medición de las probetas con el rugosímetro, dicho modelo discreto se basa en el análisis experimental que se desarrolla en el capítulo 4.

3.1 MODELO DISCRETO 1. Comparación del método de elemento finito con las ecuaciones de contacto elástico de Hertz.

Se presenta el modelo discreto de contacto hertziano empleando el método de elemento finito por medio del paquete computacional ABAQUS, el cual consiste en el análisis de dos esferas rígidas en contacto debido a una carga aplicada en una de ellas. El objetivo principal es para ver qué tamaño de malla es el correcto.

Se realizó el modelo axisimétrico de dos esferas rígidas (ver figura 3.1 a)), por medio del método de elemento finito. En este ejemplo se modelaron 2 esferas de acero ASTM A36 en contacto, ambas con un radio de 0.1 m y una carga aplicada en la esfera superior de 100 N. Las propiedades del acero ASTM A36 se encuentran en el Anexo A en la tabla A-4. Se tomó en cuenta la consistencia de unidades en ABAQUS por medio de la tabla A-2 localizada en el Anexo A.

En el modelo se colocó la condición de frontera (encastre) en la parte inferior de la esfera de abajo, ya que como el modelo es axisimétrico queda fijado en la dirección “X” y La carga de

100 N se aplicó en la esfera superior como se muestra en la figura 3.1 b). El tamaño de malla utilizado en la zona de contacto se varió de $7.00E-05$ m hasta $5.00E-05$ m (ver figura 3.1 c)) y se asignaron la superficie maestra y esclava que entrarán en contacto (figura 3.1 d)).

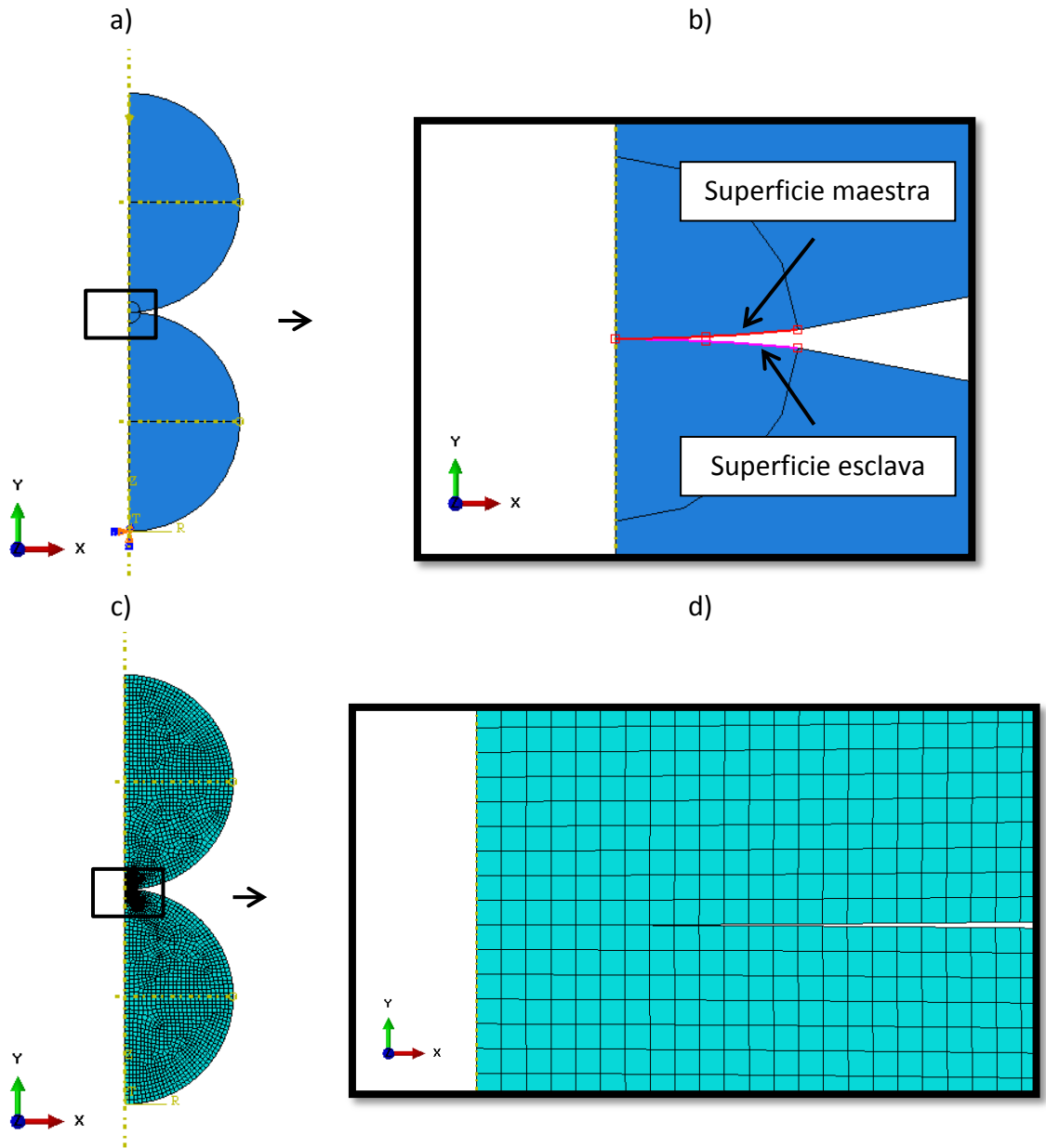


Figura 3. 1 Modelo axisimétrico de dos esferas rígidas; donde a) condiciones de frontera y carga, b) asignación de la superficie maestra y esclava, c) mallado de las esferas, d) zoom de la malla en la zona de contacto.

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la simulación con ABAQUS. La distribución de esfuerzos en la figura 3.2 a), muestra que los esfuerzos se ubicaron en el contacto entre las esferas, obteniéndose un máximo valor de $2.744 \times 10^8 \text{ N/m}^2$.

Se utilizó la opción “CPRESS” (*contact pressure at surface nodos*) para conocer la distribución de presión de los nodos en la superficie de contacto, obteniéndose una presión máxima de $4.474 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ en donde comienza el contacto (ver la figura 3.2 b)).

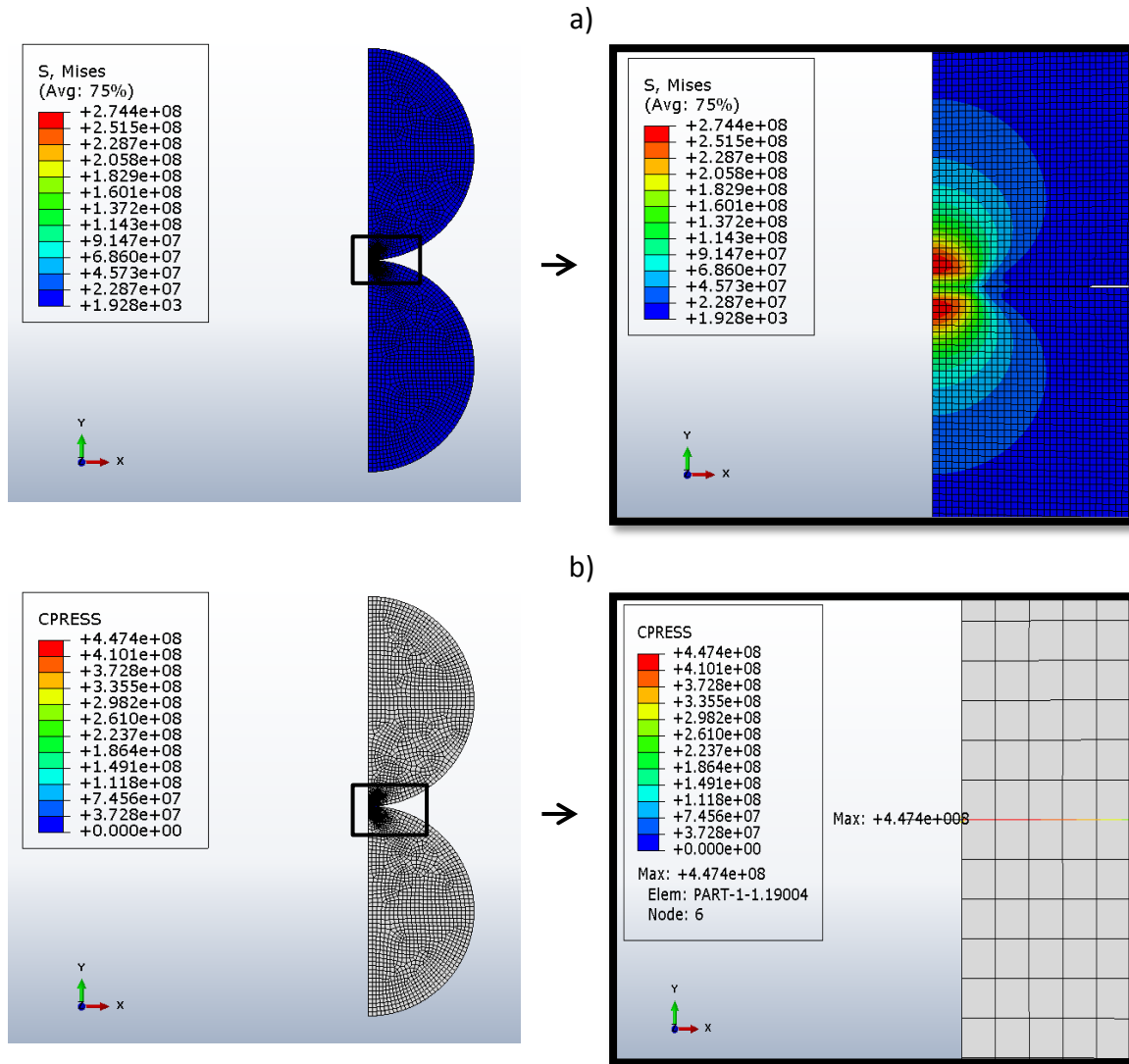


Figura 3. 2 Resultados numéricos del modelo de dos esferas rígidas en contacto; donde, a) distribución de esfuerzos y zoom en la zona de contacto, b) presión de contacto obtenida en la opción “CPRESS” y zoom en la zona de contacto.

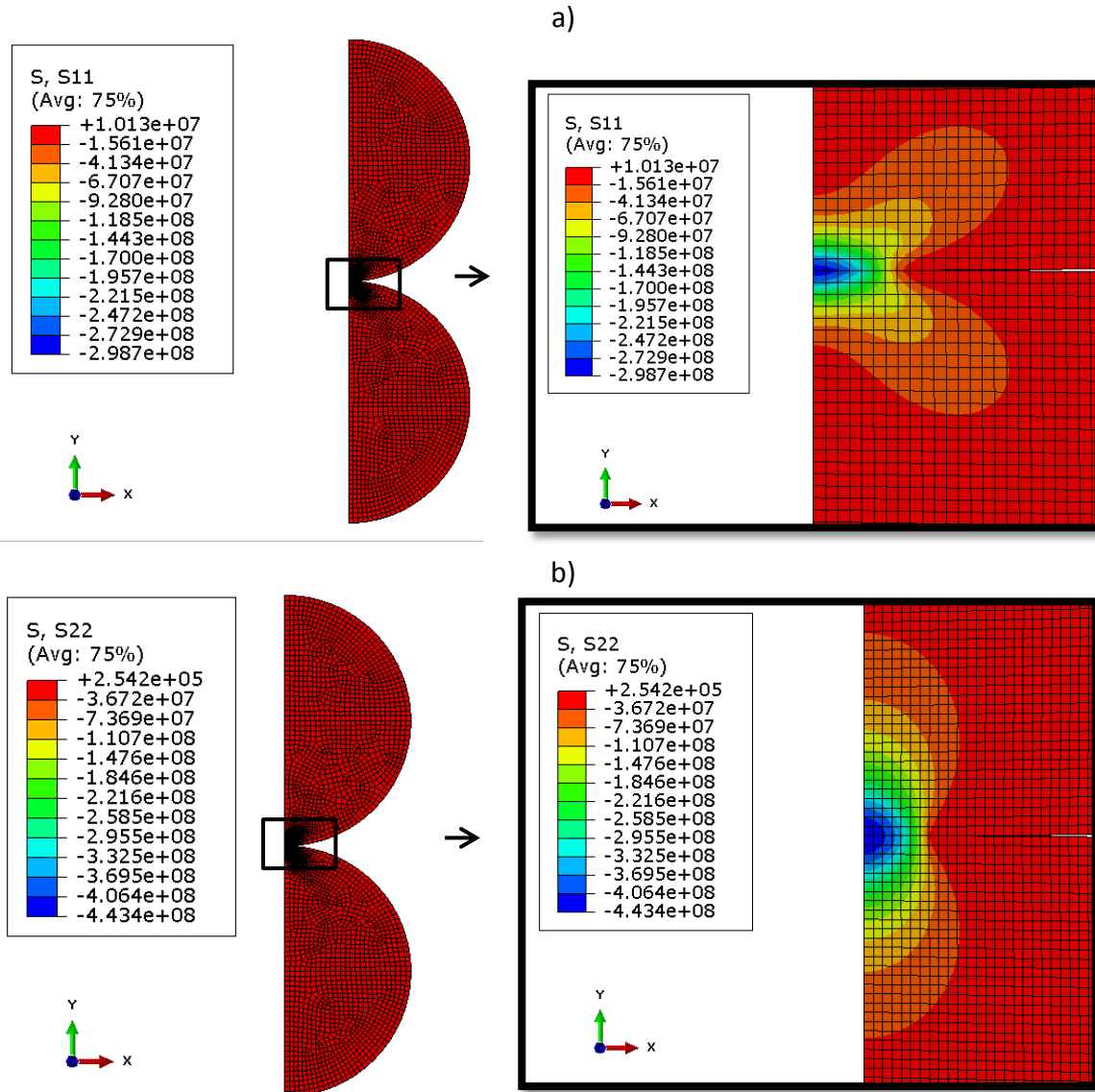


Figura 3. 3 Resultados numéricos del modelo de dos esferas rígidas en contacto; donde, a) distribución de esfuerzos en la dirección "X" y zoom en la zona de contacto, b) distribución de esfuerzos en la dirección "Y" y zoom en la zona de contacto.

Para comparar los resultados numéricos con la teoría se usó las ecuaciones de Hertz. Con las ecuaciones de la teoría de contacto elástico de Hertz, se calculó el contacto entre las dos esferas rígidas, los parámetros que se calcularon son el radio de contacto, la deformación, la presión máxima y la distribución de la presión. En la tabla 3.2 se muestran los parámetros, las ecuaciones y los resultados del contacto hertziano entre las dos esferas.

Tabla 3. 1 Parámetros, ecuaciones y resultados del contacto hertziano entre dos esferas.

Parámetros	Ecuación	Resultado	Unidades
Radio efectivo	$R^* = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]^{-1}$	0.5	[m]
Módulo de Young efectivo	$E^* = \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]^{-1}$	1.0989×10^{11}	[N/m ²]
Radio de contacto	$a^3 = \frac{3PR^*}{4E^*}$	3.2435×10^{-4}	[m]
Deformación	$\delta = \frac{a^2}{R^*} = \left(\frac{9P^2}{16R^*E^{*2}} \right)^{1/3}$	2.1041×10^{-6}	[m]
Presión máxima	$p_o = \left(\frac{3P}{2\pi a^2} \right) = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^{*2}} \right)^{1/3}$	4.5382×10^8	[N/m ²]
Distribución de presión	$d_p = p_o \{1 - (r/a)^2\}^{1/2}$	(ver la figura 3.4)	[N/m ²]

La distribución de presión con las ecuaciones de contacto elástico de Hertz se muestra en la figura 3.4 para observar cómo varía la presión en el radio de contacto.

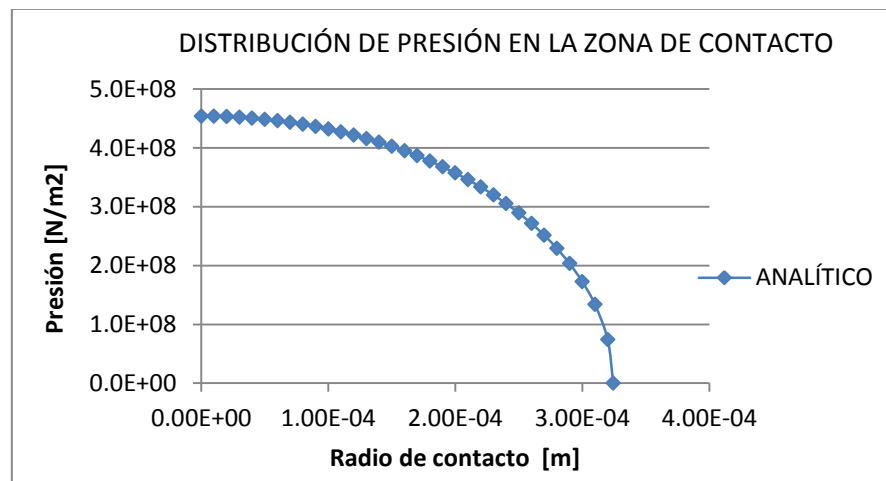


Figura 3. 4 Distribución de presión de acuerdo a las ecuaciones de Hertz.

A continuación se presenta la comparación de los resultados numéricos y analíticos. Una vez realizados los dos análisis (numérico y analítico), se compararon para observar las diferencias entre ambos. La comparación se llevó a cabo por medio de los parámetros de la presión máxima y la distribución de presión en función del tamaño de malla.

Los resultados obtenidos variando el tamaño de malla en el modelo discreto y calculando el porcentaje de diferencia en relación a la presión máxima se muestran en la tabla 3.2.

Tabla 3. 2 Comparación de resultados de la presión máxima, variando el tamaño de malla.

Malla [m]	Presión máxima [N/m ²] (analítica)	Presión máxima [N/m ²] (numérica)	% Diferencia
5×10^{-5}	4.5382×10^8	4.474×10^8	1.41
6×10^{-5}	4.5382×10^8	4.446×10^8	2.03
7×10^{-5}	4.5382×10^8	4.389×10^8	3.29

Por último se graficaron los resultados numéricos de la distribución de presión obtenidos variando el tamaño de malla en comparación con la distribución de presión calculada de forma analítica con las ecuaciones de contacto elástico de Hertz para observar la tendencia. En la figura 3.4 se muestra la comparación de la distribución de presión.

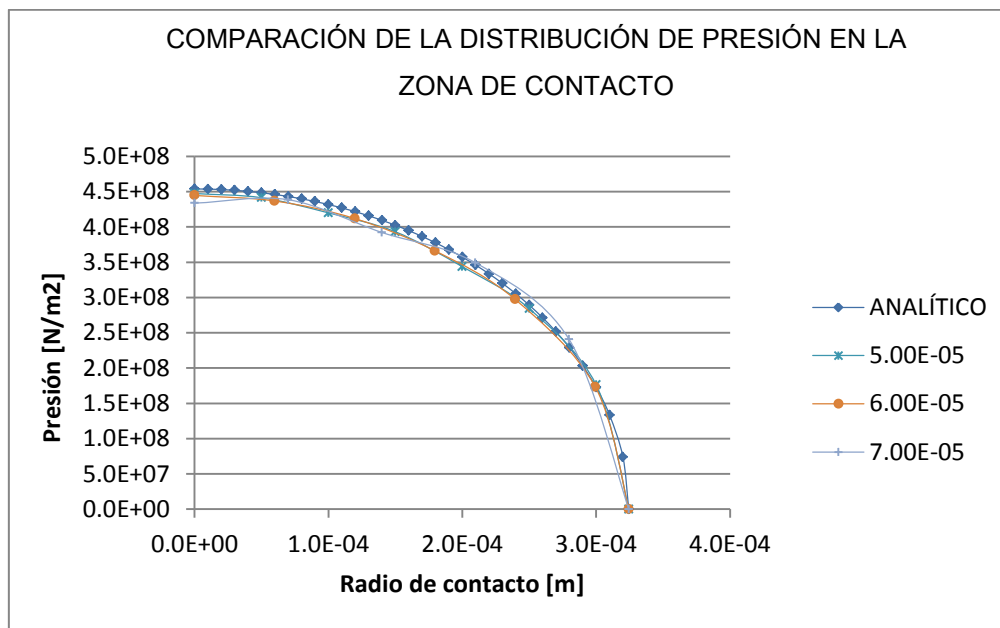


Figura 3. 5 Comparación de la distribución de presión analítica y numérica (variando el tamaño de malla).

En el presente estudio se puede concluir de acuerdo a:

Presión máxima: Con un tamaño de malla de 5×10^{-5} [m] en la zona de contacto se obtiene un porcentaje de diferencia del 1.41% con respecto a la presión máxima calculada analíticamente.

Curva de distribución de presión: En la figura se observa que a medida que se reduce el tamaño de malla, las gráficas de CPRESS se asemejan más a la gráfica calculada analíticamente.

De acuerdo a la similitud de resultados numéricos y analíticos, se concluye que el uso del modelo discreto del problema en ABAQUS, es adecuado para realizar el análisis numérico del contacto mecánico, en la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia.

3.2 MODELO DISCRETO 2. Modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.

Se modeló el contacto de una superficie rugosa y una superficie lisa, ambas superficies del mismo material, se le dio un comportamiento elasto-plástico, en este modelo se analiza la presión de contacto, la distribución de esfuerzos y el área de contacto de acuerdo a una presión normal aplicada.

Las consideraciones para el problema de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa son las siguientes:

- Las dimensiones en la zona de contacto son del orden de las rugosidades (micras).
- El material es isotrópico.
- El comportamiento del material es elastoplástico.
- Se utilizó el método Penalty para analizar el comportamiento normal.

El modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa se analizó variando el número de las rugosidades en contacto (cinco, tres y una). El material utilizado para este modelo discreto de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa fue de acero AISI 1045. En el Anexo B se muestran las propiedades del acero AISI 1045.

El modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa se modeló en 2D, ambas superficies miden 0.05 mm de largo y de ancho miden 0.02 y 0.01 mm para la superficie rugosa y lisa respectivamente, y la altura de las rugosidades simétricas es de 0.001 mm (ver figura 3.6).

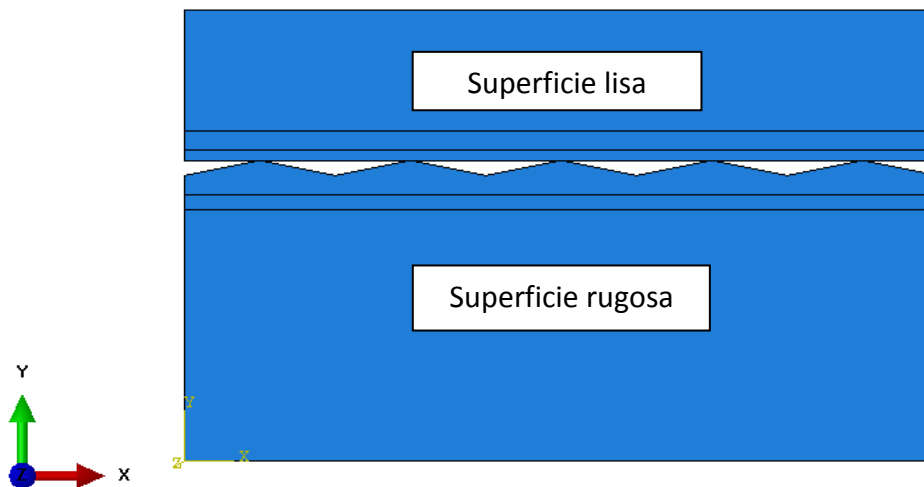


Figura 3. 6 Modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.

Se declaró la interacción de contacto del modelo discreto, asignando como superficie maestra y esclava a la parte lisa y rugosa repectivamente, tal como se muestra en la figura 3.7.

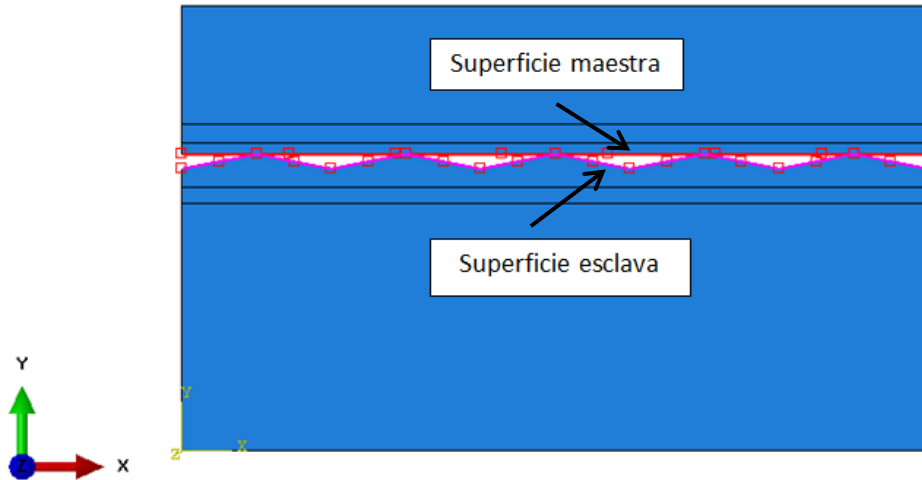


Figura 3. 7 Interacción del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.

Las condiciones de frontera y carga fueron las siguientes (ver figura 3.8). Se le aplicó la condición de frontera de encastre "fijo" en la parte inferior de la superficie rugosa, por otra parte a la superficie lisa se le dio la libertad de moverse en el eje "Y" y se le aplicó una presión en la parte superior de 50 N/mm^2 .

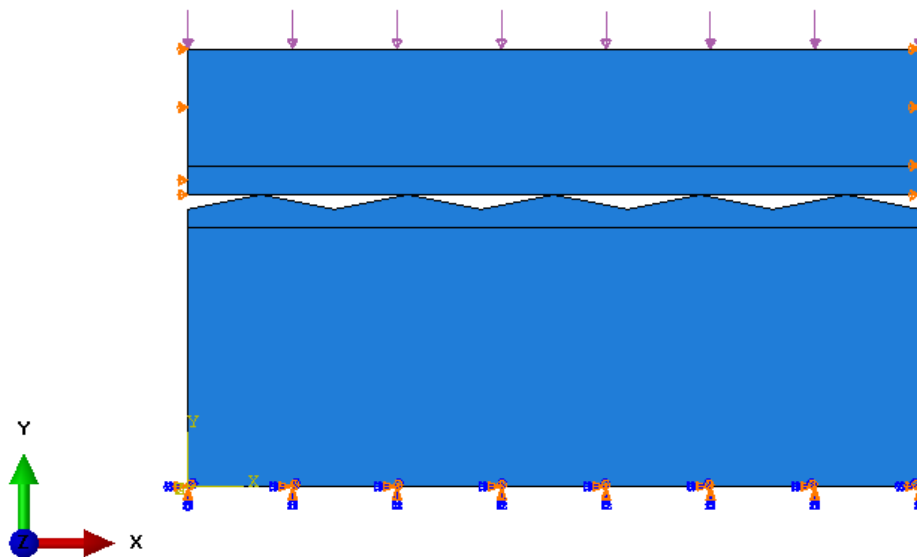


Figura 3. 8 Condiciones de frontera y carga.

El tamaño de malla en la región de contacto fue de $4 \times 10^{-5} \text{ mm}$ para la superficie con rugosidad y de $5 \times 10^{-5} \text{ mm}$ para el plano liso. El mallado del modelo variando las rugosidades (cinco, tres y una) se aprecia en la figura 3.9.

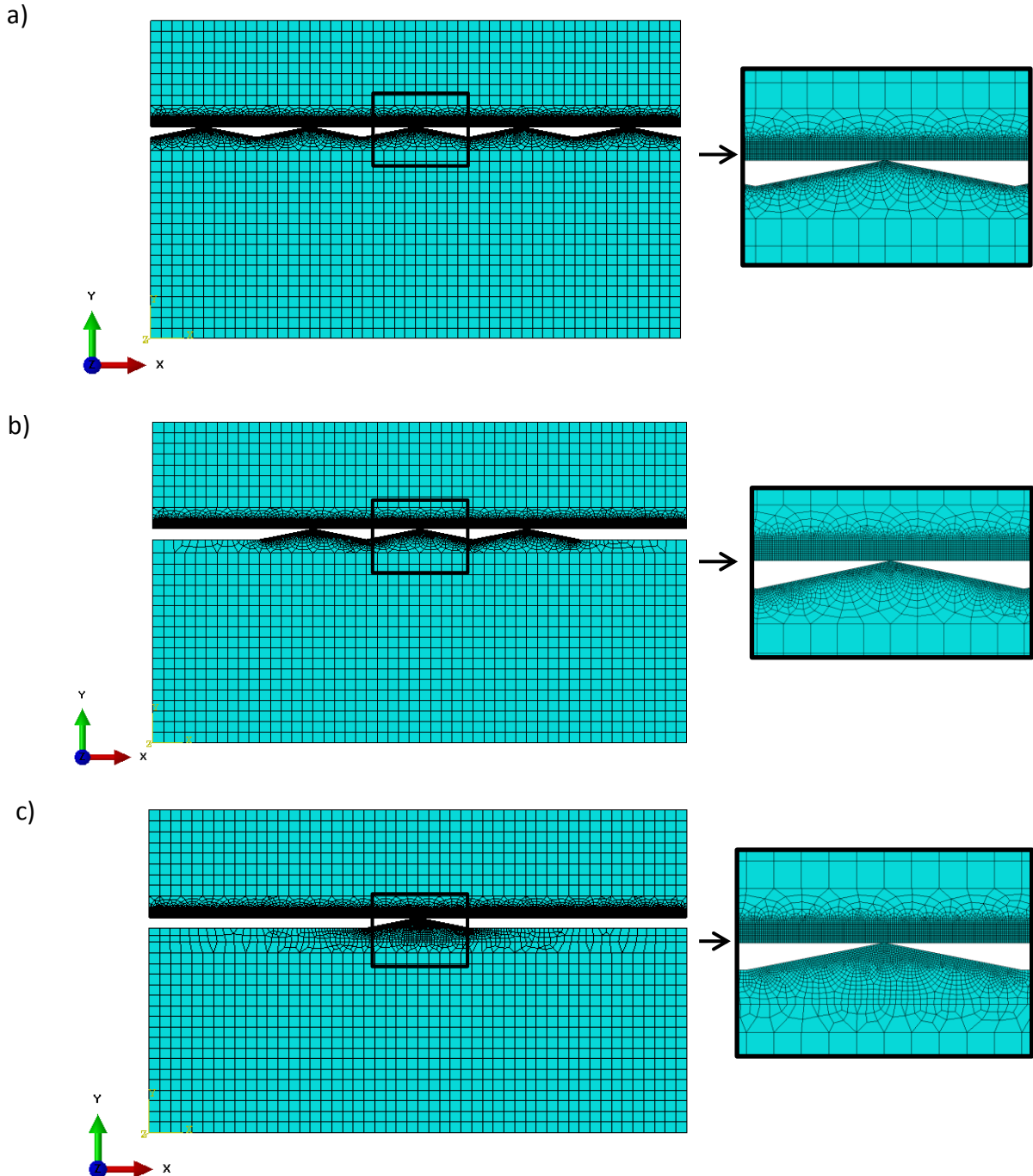


Figura 3. 9 Mallado del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa.

Los resultados obtenidos del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa se basaron en la presión de contacto, la concentración de esfuerzos y el área en contacto entre las superficies en contacto.

La presión de contacto se obtuvo por medio de la opción "CPRESS", en la figura 3.10 se observa que la máxima presión ocurre en la punta de las rugosidades al estar en contacto con la superficie lisa debido a la presión de 50 N/mm^2 aplicada. La presión máxima de contacto obtenida variando las rugosidades simétricas (cinco, tres y una) fue de 849.5, 868.9 y 881.2 MPa respectivamente. En la figura 3.11 se muestra la gráfica de la distribución de la presión de contacto a lo largo de la longitud en contacto.

La presión de contacto rebasa el límite de fluencia " σ_y " del acero 1045 el cual es de 310 MPa , revisando la literatura Johnson [22] menciona en el capítulo 13 "*Rough surfaces*" que para el caso de superficies rugosas pueden deformarse plásticamente a una presión de contacto de tres veces el límite de fluencia " $3\sigma_y$ ".

La concentración de esfuerzos de Von Mises obtenida en la figura 3.12 muestra que la máxima concentración de esfuerzos de Von Mises se obtuvo en los picos de las rugosidades, con un valor de 674.4, 684.8 y 692.6 MPa para cinco, tres y una rugosidades respectivamente. Para observar el comportamiento de los esfuerzos en la figura 3.13 se muestra la gráfica de la distribución de esfuerzos de Von Mises a lo largo de la longitud en contacto.

El área de contacto obtenida en el modelo fue de 3.33702×10^{-3} , 3.41899×10^{-3} y $3.4677 \times 10^{-3} \text{ mm}^2$ para cinco, tres y una rugosidades respectivamente (figura 3.14). La mayor área de contacto se presentó en el modelo con una rugosidad en contacto con la superficie lisa.

A continuación se muestra en la figura 3.10 la presión de contacto variando las rugosidades. Las unidades de los resultados se encuentran en MPa [N/mm^2].

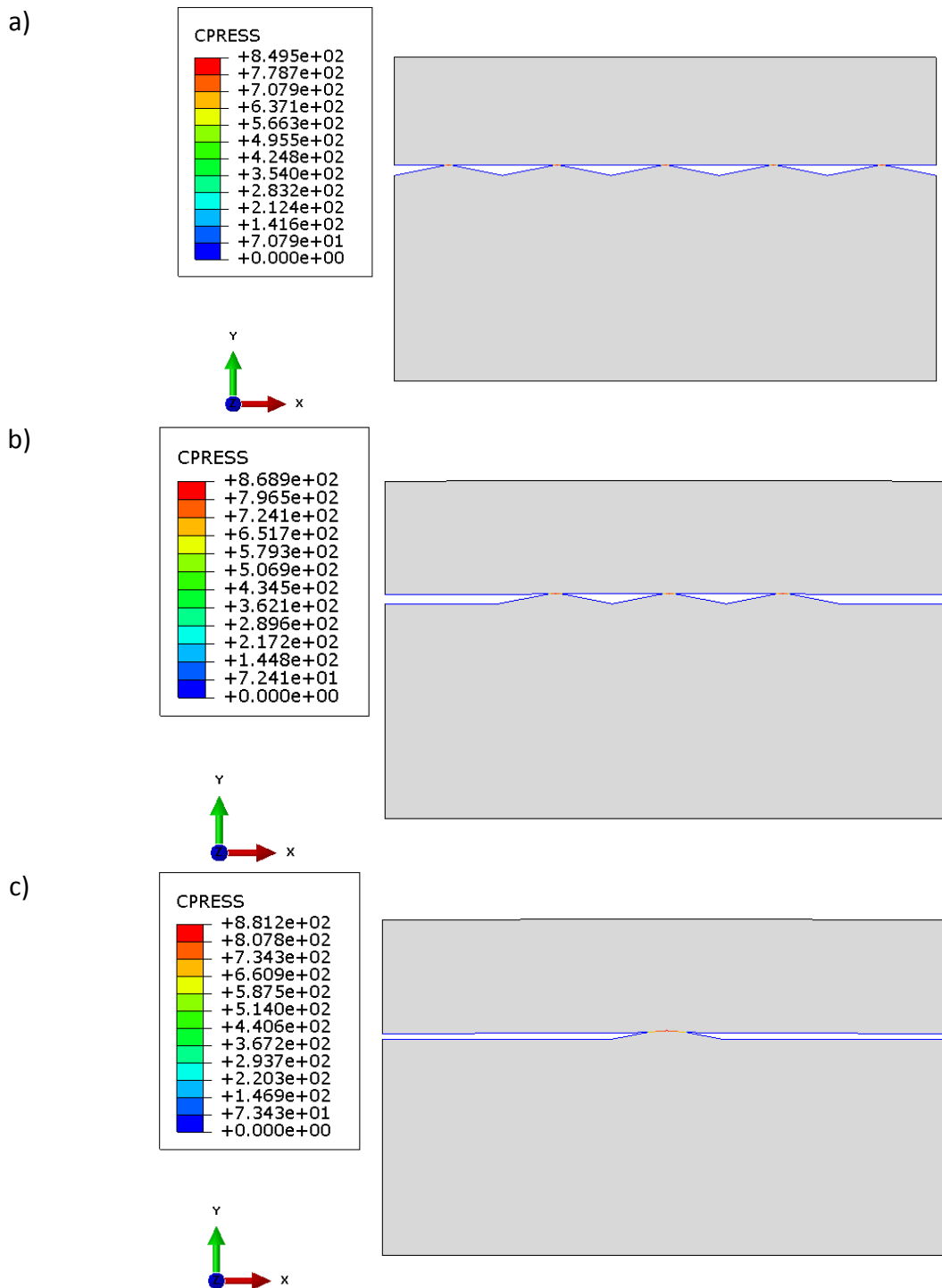


Figura 3. 10 Presión de contacto [MPa] entre una superficie rugosa y una superficie lisa, donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.

Para observar el comportamiento de la presión de contacto entre las superficies en contacto del modelo, se graficó en la figura 3.11 la distribución de presión de contacto [MPa].

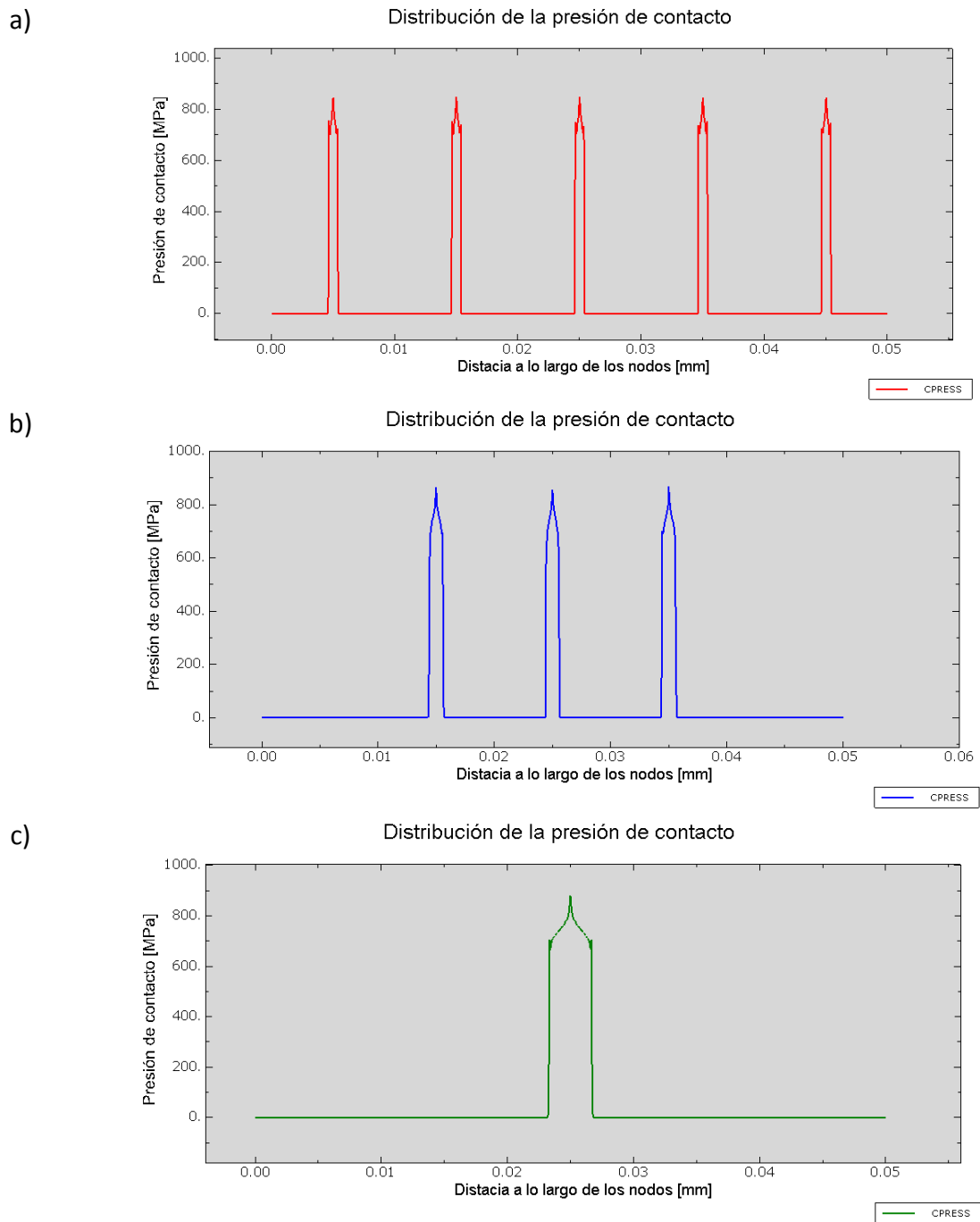


Figura 3. 11 Gráfica de la distribución de presión [MPa] en la longitud de contacto del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa, donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.

Enseguida se muestra en la figura 3.12 la distribución de esfuerzos de Von Mises.

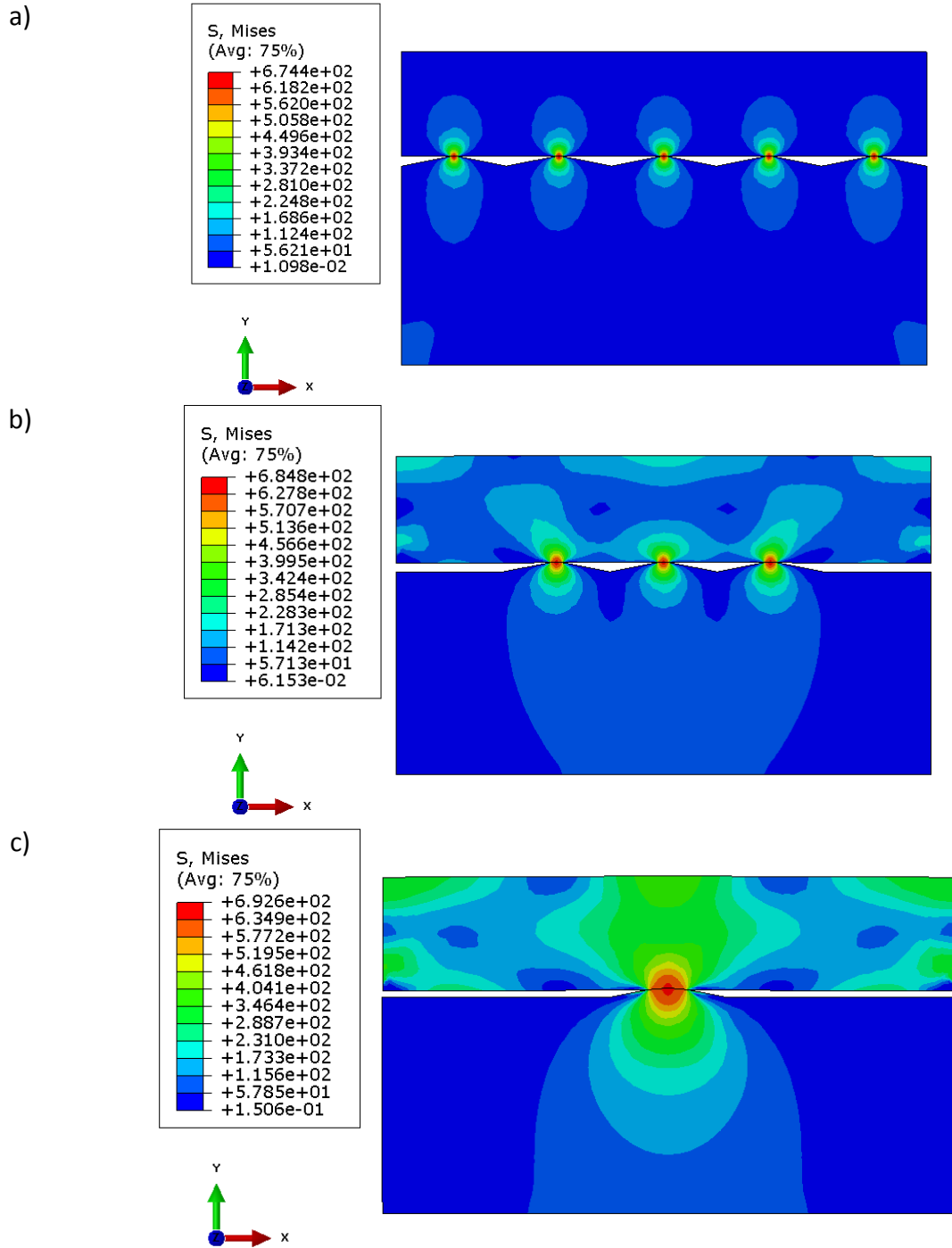


Figura 3. 12 Concentración de esfuerzos de Von Mises [MPa], donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.

En la figura 3.13 se graficó el comportamiento de la distribución de los esfuerzos de Von Mises [MPa] entre las superficies en contacto del modelo.

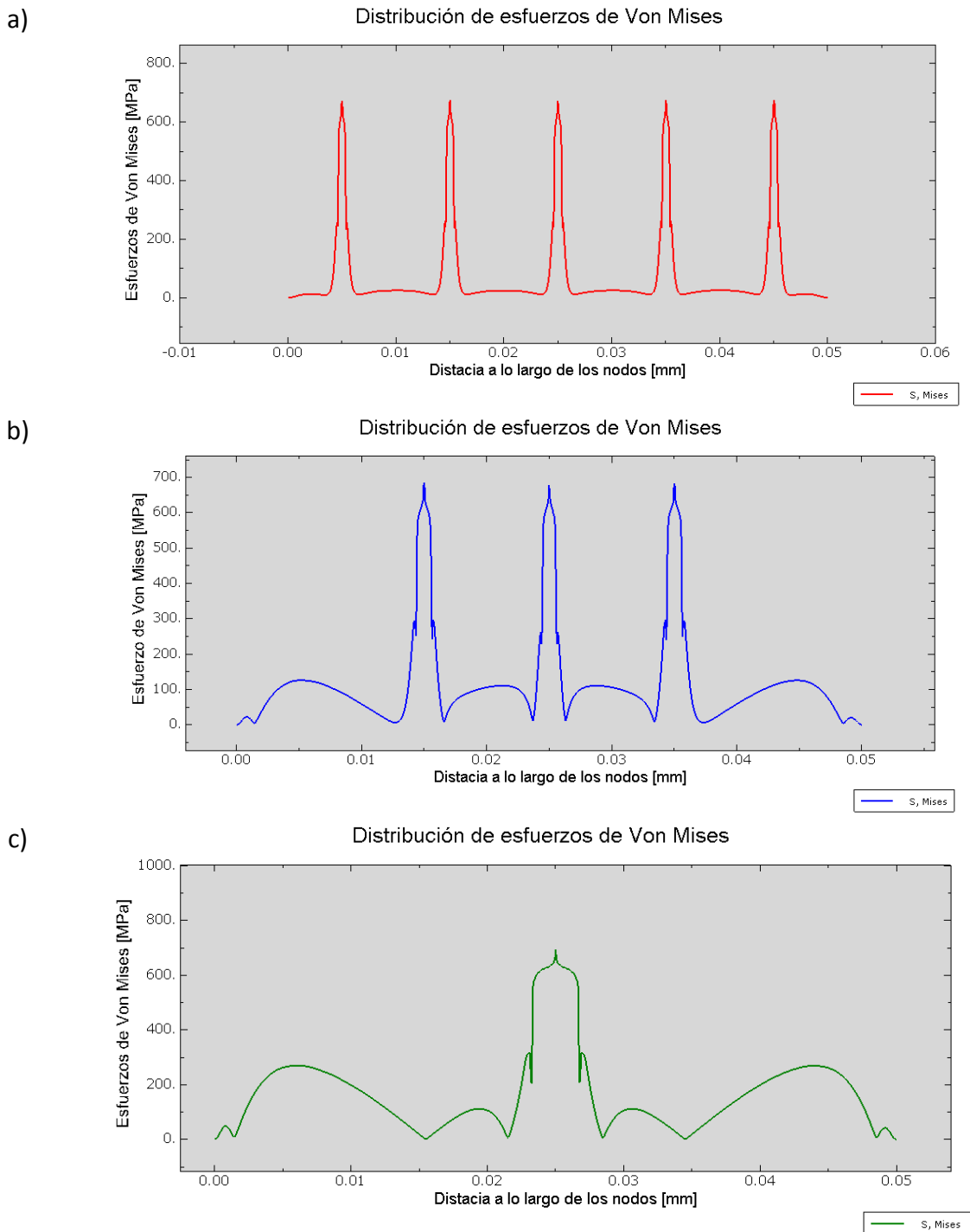


Figura 3. 13 Gráfica de la distribución de esfuerzos de Von Mises [MPa], donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.

A continuación se observa en la figura 3.14 las gráficas del área de contacto en función del tiempo.

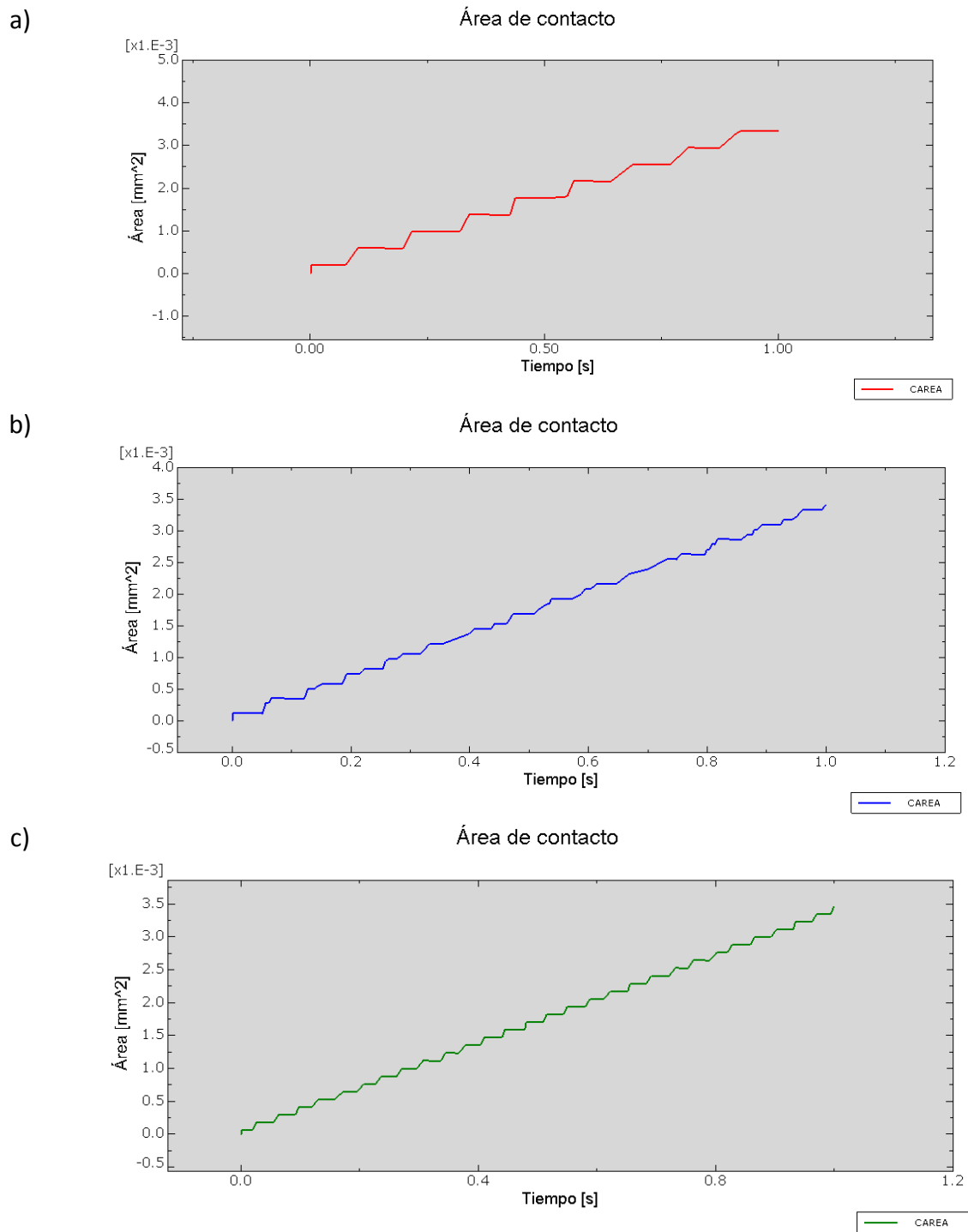


Figura 3. 14 Gráficas del área de contacto, donde a) cinco rugosidades, b) tres rugosidades y c) una rugosidad.

En la figura 3.15 y 3.16 se muestran la distribución de la presión de contacto y los esfuerzos de Von Mises respectivamente. De acuerdo a los resultados obtenidos del modelo de contacto entre una superficie rugosa y una superficie lisa variando el número de rugosidades, se puede concluir que la gráfica de la presión y la concentración de esfuerzos en la zona de contacto varían por la influencia de la rugosidad, lo cual ocasiona una distribución no uniforme. Esto se debe por el número de rugosidades en contacto con la superficie lisa, ya que para el caso de una rugosidad en contacto se obtienen los valores más altos en presión de contacto y esfuerzos de Von Mises, mientras que en el contacto de 5 rugosidades se obtienen valores menores.

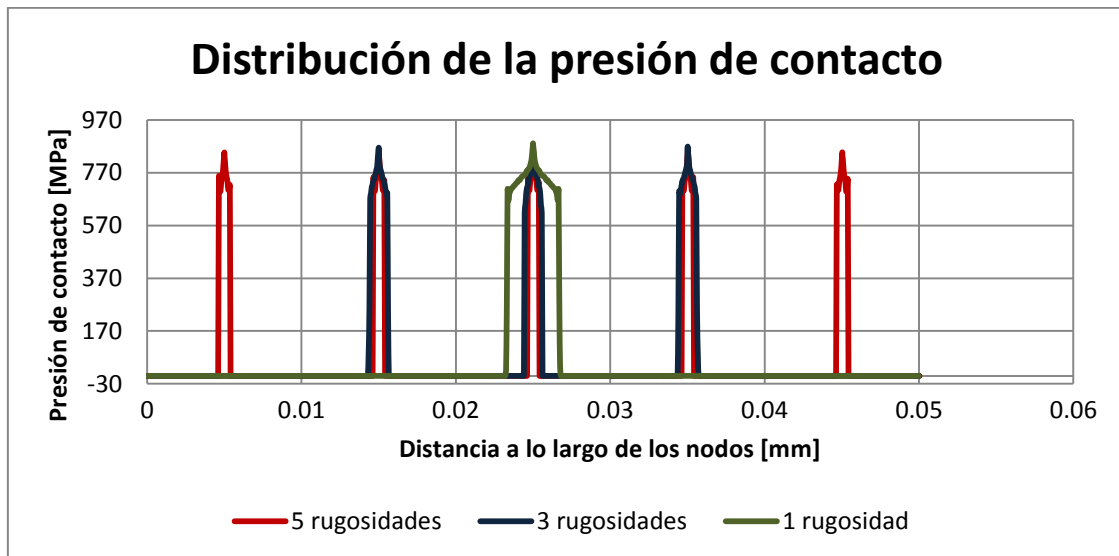


Figura 3. 15 Distribución de la presión de contacto, variando el número de rugosidades.

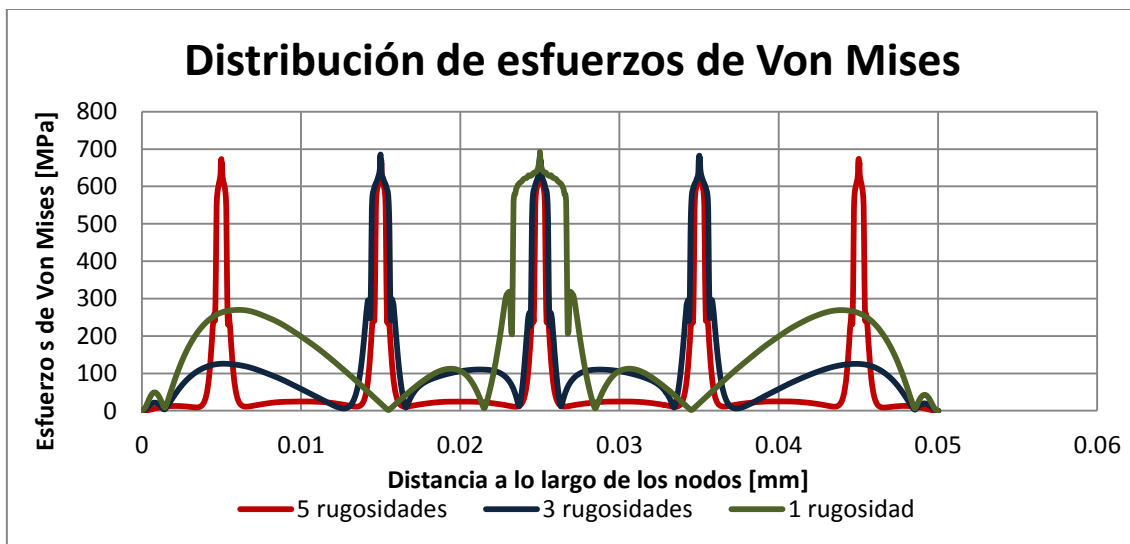


Figura 3. 16 Distribución de esfuerzos de Von Mises, variando el número de rugosidades.

Otro parámetro importante es el área de contacto, en la figura 3.17 se grafica el área de contacto variando el número de rugosidades, la mayor área de contacto se alcanzó con el modelo de una rugosidad en contacto con la superficie lisa, se observa una serie de escalones los cuales varían de tamaño para cada tipo de modelo (cinco, tres y una rugosidades) esto se debe al número de incrementos para cada análisis ya que para el modelo de cinco rugosidades fueron 57, para el de tres rugosidades 124 y el de una rugosidad 178 incrementos para terminar el paso, y a la contribución de cada rugosidad en el incremento del área de contacto.

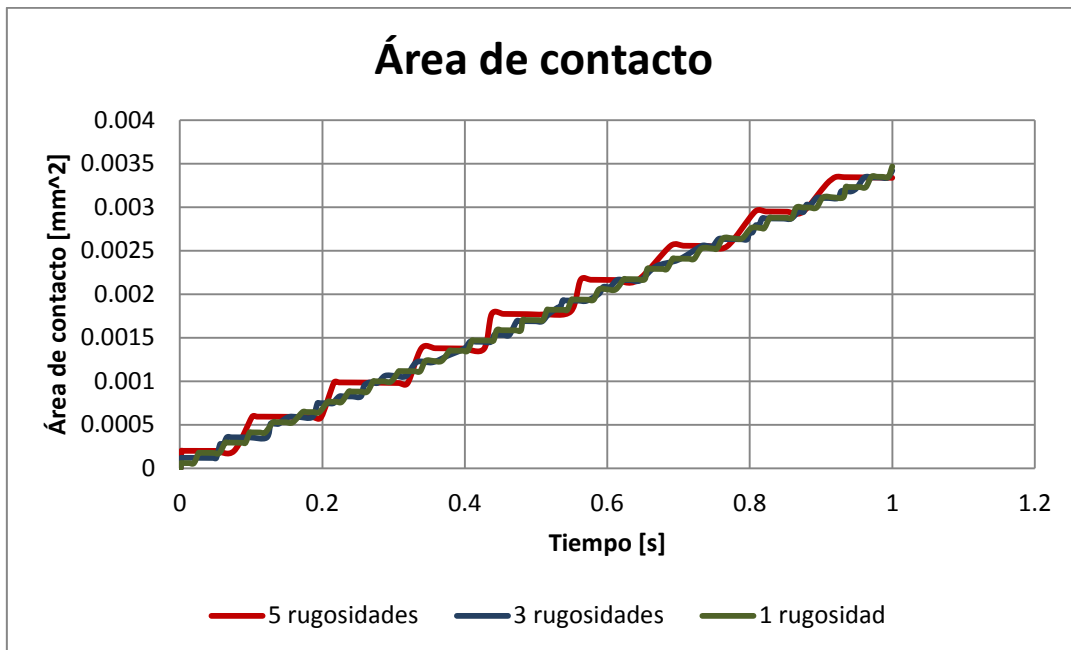


Figura 3. 17 Área de contacto variando el número de rugosidades.

Con este modelo discreto de una superficie rugosa y una superficie lisa en contacto variando el número de rugosidades simétricas, se encontró que el número de rugosidades presentes en el contacto influye en la presión de contacto, la distribución de esfuerzos y el área de contacto.

3.3 MODELO DISCRETO 3. Unión eje-cubo (superficie lisa-superficie lisa) con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio de la opción “*interference fit*”.

En este modelo discreto se analizó la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio de la opción “*interference fit*” en ABAQUS y se comparó con las ecuaciones de cilindros de pared gruesa. Se analizó la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio de las ecuaciones de cilindros de pared gruesa [18].

Primero se analizó por medio de las ecuaciones de cilindros de pared gruesa el ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 se basa en el sistema de agujero base. En la tabla 2.1, el símbolo ISO $\emptyset 10$ H7/s6 representa un ajuste de interferencia de apriete medio. Por medio de la tabla A-1 localizada en anexos, el grado de tolerancia IT7 es $= \Delta D$ (incremento de diámetro) para el cubo es de 0.015 mm. Por lo que, de la ecuación (2.2) obtenemos:

$$D_{m\acute{a}x} = D + \Delta D = 10 + 0.015 = 10.015 \text{ mm.}$$

$$D_{m\acute{i}n} = D = 10 \text{ mm.}$$

El grado de tolerancia IT6 para el eje, es $\Delta_d = 0.009 \text{ mm}$. Asimismo, en la tabla A-2, la desviación fundamental está dada por $\delta_F = +0.023 \text{ mm}$. Usando la ecuación (2.4), para el eje obtenemos:

$$d_{m\acute{i}n} = d + \delta_F = 10 + 0.023 = 10.023 \text{ mm.}$$

$$d_{m\acute{a}x} = d + \delta_F + \Delta_d = 10 + 0.023 + 0.009 = 10.032 \text{ mm.}$$

Debido a las tolerancias en ambos diámetros, la presión máxima y mínima puede encontrarse mediante la aplicación de las interferencias máxima y mínima de las ecuaciones (2.8) y (2.9).

$$\delta_{m\acute{i}n} = d_{m\acute{i}n} - D_{m\acute{a}x} = 10.023 - 10.015 = 0.008 \text{ mm}$$

$$\delta_{m\acute{a}x} = d_{m\acute{a}x} - D_{m\acute{i}n} = 10.032 - 10 = 0.032 \text{ mm}$$

Se calculó la presión de contacto mínima y máxima utilizando la interferencia mínima y máxima. Se determinó por la ecuación (2.6), ya que las piezas son del mismo material.

$$p_{\text{mín}} = \frac{E\delta_{\text{mín}}}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] = 59.40 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{\text{máx}} = \frac{E\delta_{\text{máx}}}{2d^3} \left[\frac{(d_o^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)}{d_o^2 - d_i^2} \right] = 237.61 \text{ N/mm}^2$$

Los esfuerzos tangenciales mínimos y máximos en la interfaz del eje y el cubo se obtienen por las ecuaciones (2.10) y (2.11).

$$\sigma_{t-\text{mín}, \text{ eje}} = -p_{\text{mín}} \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} = -59.40 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{máx}, \text{ eje}} = -p_{\text{máx}} \frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} = -237.61 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{mín}, \text{ cubo}} = p_{\text{mín}} \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} = 104.59 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{máx}, \text{ cubo}} = p_{\text{máx}} \frac{d_o^2 + d^2}{d_o^2 - d^2} = 418.38 \text{ N/mm}^2$$

Los esfuerzos radiales mínimos y máximos en la interfaz utilizando las ecuaciones (2.12) y (2.13), son los siguientes:

$$\sigma_{r-\text{mín}, \text{ eje}} = -p = -59.40 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{r-\text{máx}, \text{ eje}} = -p = -237.61 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{r-\text{mín}, \text{ cubo}} = -p = -59.40 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{r-\text{máx}, \text{ cubo}} = -p = -237.61 \text{ N/mm}^2$$

Enseguida se presenta el análisis numérico con la opción “*interference fit*”. En este análisis se crearon dos modelos discretos, el primero de acuerdo a la interferencia mínima y el segundo

en relación a la interferencia máxima del ajuste $\varnothing 10\text{ H7/s6}$ de la unión eje-cubo, por medio de la opción “*interference fit*” en ABAQUS. Las consideraciones generales de la opción “*interference fit*” son las siguientes:

- Crea el ajuste de interferencia entre dos superficies.
- La interferencia de las superficies debe de estar superpuesta al iniciar el paso.
- Se realiza sin condiciones de frontera y carga.
- La interacción debe ser sin fricción (*frictionless*).

En la figura 3.18 se muestra el esquema representativo del desarrollo de la opción “*interference fit*” en el paso de la simulación; en donde, al iniciar el paso la interferencia “*h*” de las superficies esta superpuesta, a la mitad del paso las superficies comienzan a desplazarse para eliminar la interferencia superpuesta y al final de paso la interferencia “*h*” se ha desplazado por completo y las superficies se encuentra en contacto, creándose así el ajuste de interferencia.

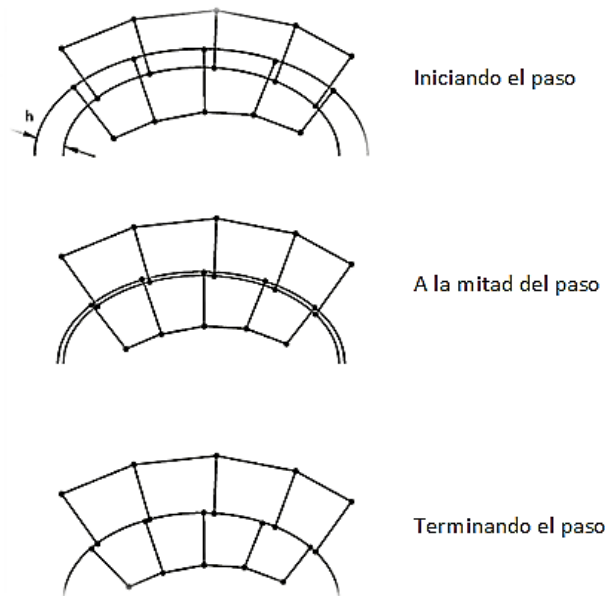


Figura 3. 18 Esquema representativo del desarrollo de la opción “*interference fit*” en el paso de la simulación [23].

Se crearon las piezas eje y cubo para cada modelo discreto, el material utilizado fue acero AISI 1045 para ambos modelos y las propiedades del material se encuentran en la tabla A-4 localizada en el Anexo A.

El tamaño de malla utilizado en ambos modelos discretos en la zona de contacto fue de 0.050 mm , en la figura 3.19 se muestra el mallado de las piezas, el ensamble de las mismas y

al hacer un zoom en el ensamble, se distingue la interferencia superpuesta para formar el ajuste de acuerdo a la interferencia mínima y máxima.

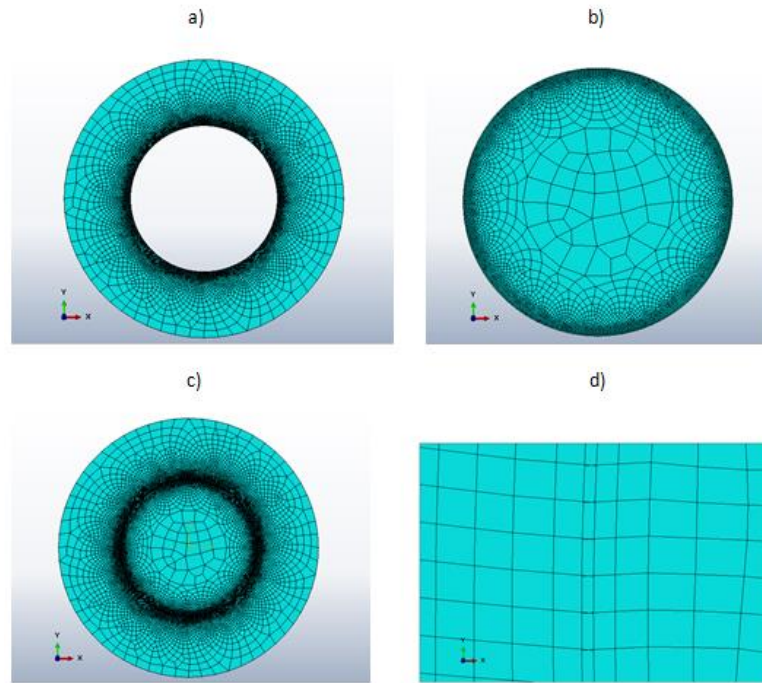


Figura 3. 19 Mallado de los modelos discretos; donde, a) mallado del cubo, b) mallado del eje, c) ensamble de las piezas malladas, d) interferencia superpuesta entre el eje y el cubo antes de iniciar el paso de la simulación.

En el paso de la simulación se crea la interacción “int-1” entre el eje y el cubo, en la cual se declara la superficie maestra y esclava (ver en figura 3.20), asignándole comportamiento tangencial sin fricción (*fritionless*) y se activa la opción “*interference fit*”.

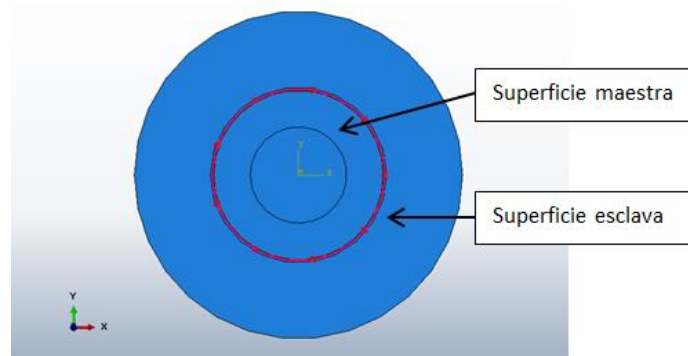


Figura 3. 20 Superficie maestra y esclava en la interacción “int-1”.

De acuerdo a la interferencia mínima, se presentan los resultados obtenidos. Se muestra la distribución de esfuerzos en la figura 3.21, donde el esfuerzo máximo fue de 142.8 N/mm^2 y la presión de contacto (ver figura 3.22) estuvo en el rango de $59.01 - 59.75 \text{ N/mm}^2$.

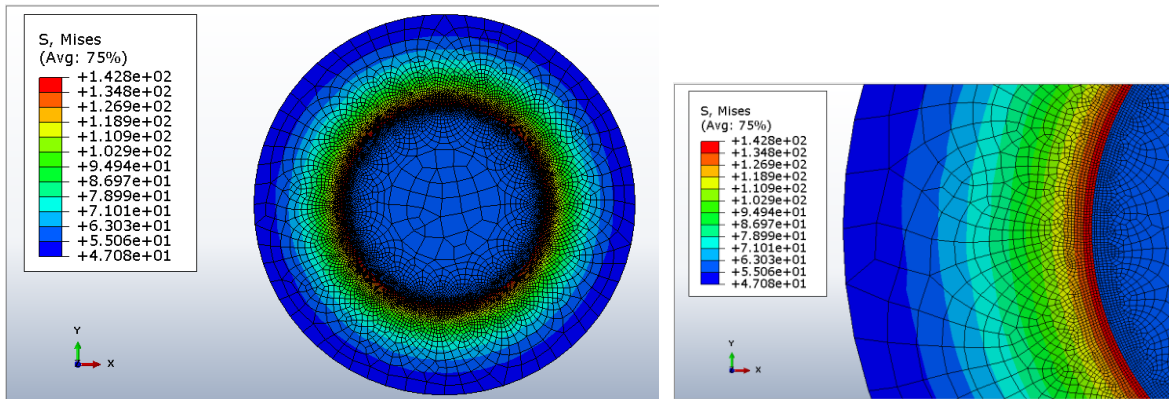


Figura 3. 21 Distribución de esfuerzos en la unión eje-cubo con interferencia mínima.

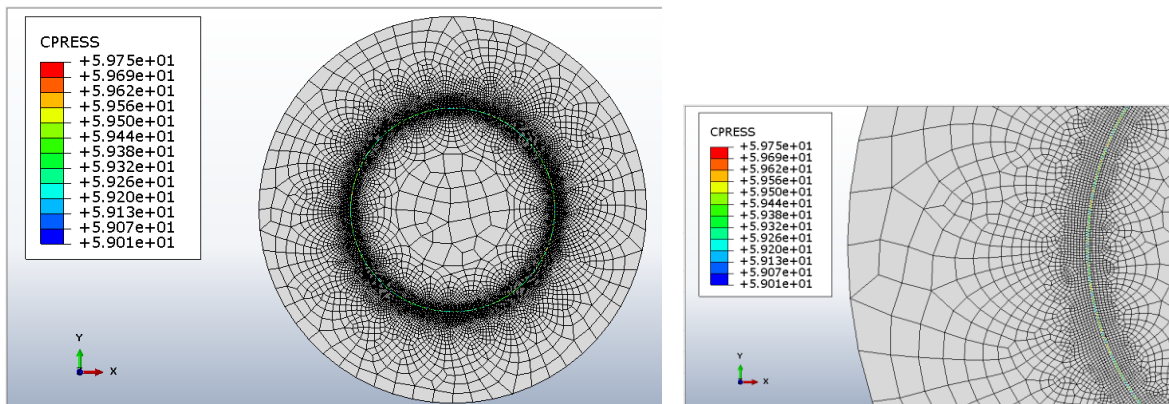


Figura 3. 22 Presión de contacto en la unión eje-cubo con interferencia mínima.

Para la de terminación de los esfuerzos radiales y tangenciales, se necesita cambiar el sistema de coordenadas cartesianas por el sistema de coordenadas cilíndricas, en donde el

esfuerzo en la dirección “X” (S11), se convierte en el esfuerzo radial (σ_r). Por otra parte el esfuerzo en la dirección “Y” (S22), se convierte en el esfuerzo tangencial (σ_t). En la figura 3.23 y 3.24 se muestran σ_r y σ_t respectivamente para la unión eje-cubo con interferencia mínima. En donde los esfuerzos radiales y tangenciales obtenidos fueron los siguientes:

$$\sigma_{r-\text{mín}, \text{ eje}} = -59.64 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{mín}, \text{ eje}} = -59.49 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{r-\text{mín}, \text{ cubo}} = -59.64 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{mín}, \text{ cubo}} = 103.80 \text{ N/mm}^2$$

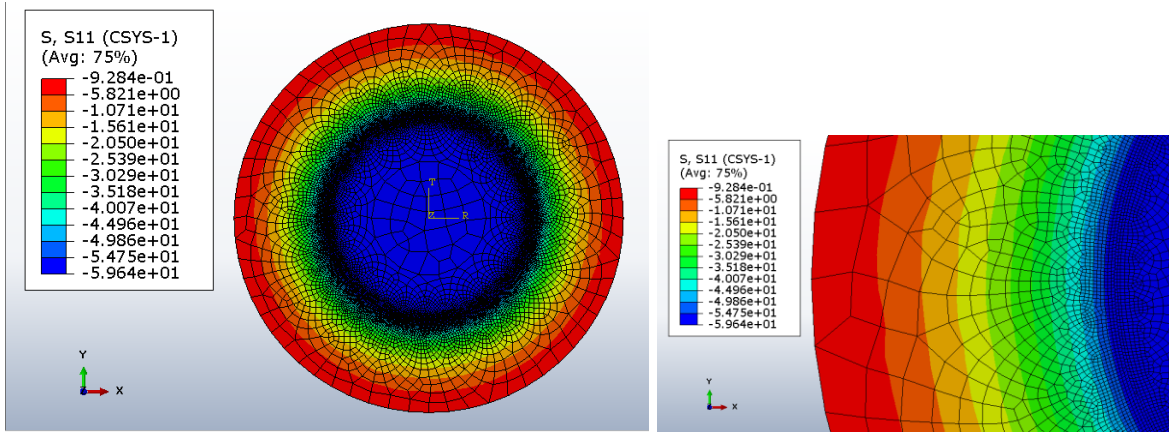


Figura 3. 23 Esfuerzo radial en la unión eje-cubo con interferencia mínima.

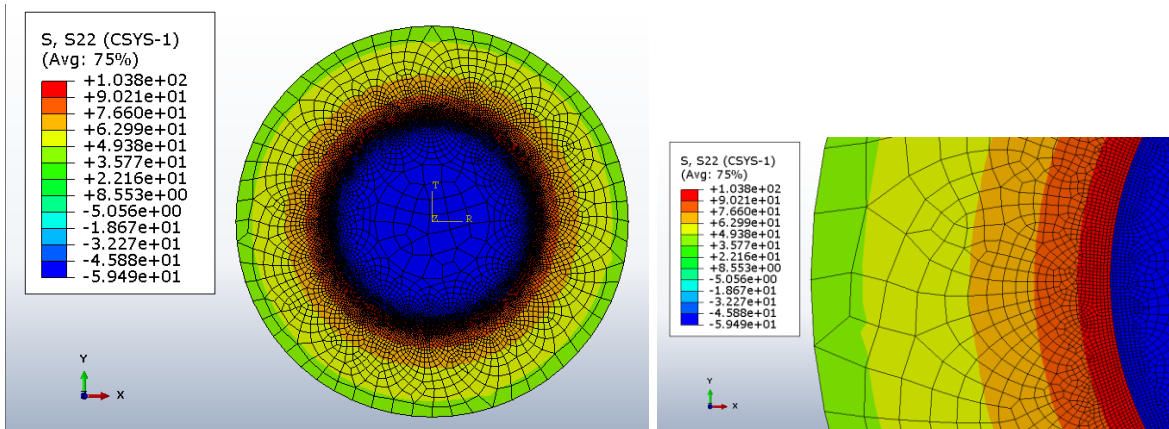


Figura 3. 24 Esfuerzo tangencial en la unión eje-cubo con interferencia mínima.

De acuerdo a la interferencia máxima, se presentan los resultados obtenidos. Se muestra la distribución de esfuerzos en la figura 3.25, donde el esfuerzo máximo fue de 572.7 N/mm^2 y la presión de contacto (ver figura 3.26) estuvo en el rango de $235.9 - 237.6 \text{ N/mm}^2$

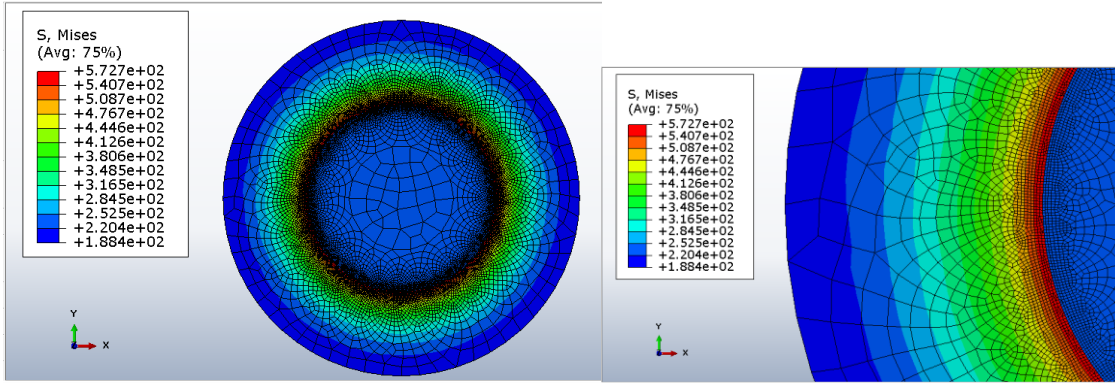


Figura 3. 25 Distribución de esfuerzos en la unión eje-cubo con interferencia máxima.

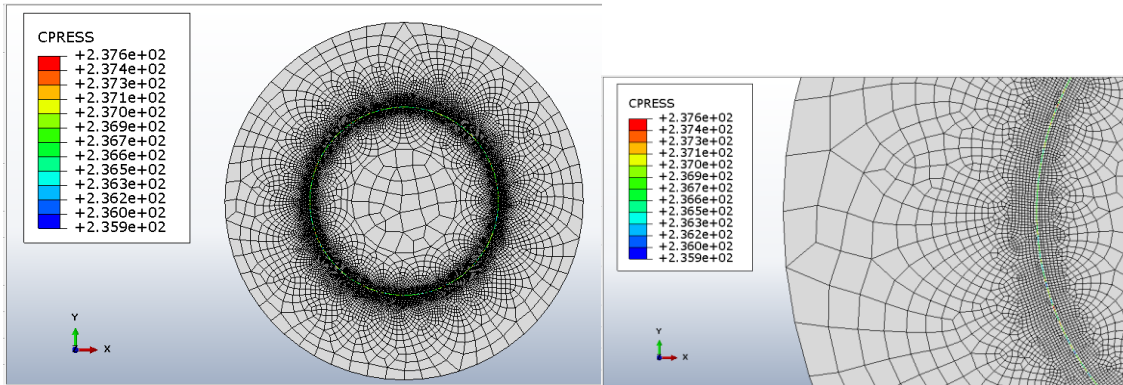


Figura 3. 26 Presión de contacto en la unión eje-cubo con interferencia máxima.

En la figura 3.27 y 3.28 se muestran σ_r y σ_t respectivamente para la unión eje-cubo con interferencia máxima, en donde los esfuerzos radiales y tangenciales fueron:

$$\sigma_{r-\text{m}\acute{a}\text{x}, \text{ eje}} = -237.70 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{m}\acute{a}\text{x}, \text{ eje}} = -237.00 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{r-\text{m}\acute{a}\text{x}, \text{ cubo}} = -237.70 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t-\text{m}\acute{a}\text{x}, \text{ cubo}} = 417.20 \text{ N/mm}^2$$

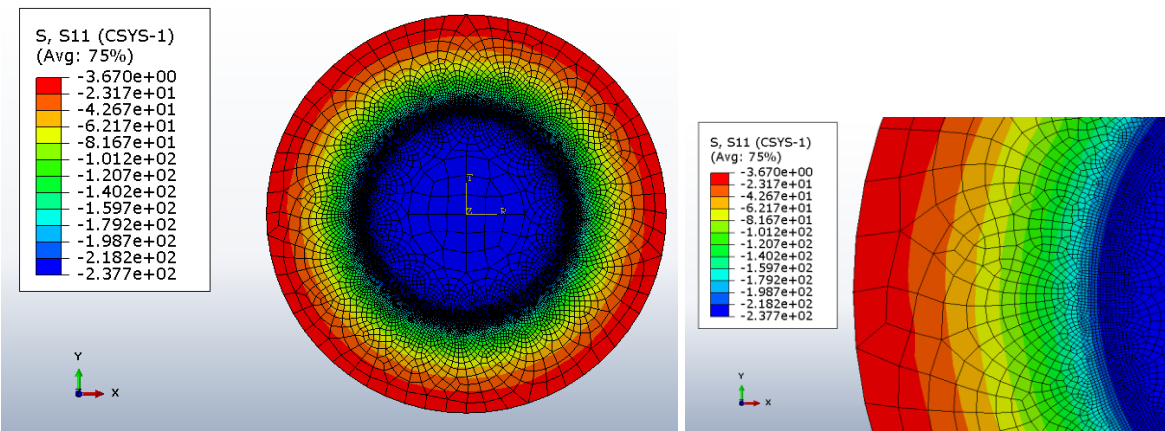


Figura 3. 27 Esfuerzo radial en la unión eje-cubo con interferencia máxima.

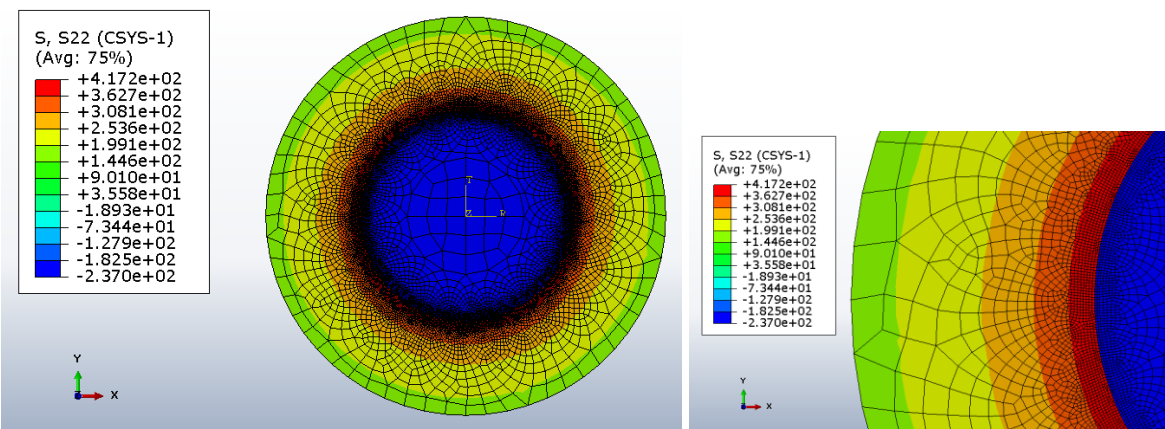


Figura 3. 28 Esfuerzo tangencial en la unión eje-cubo con interferencia máxima.

Una vez realizado el análisis analítico y la simulación numérica, se realiza la comparación de los resultados. En las tablas 3.3 y 3.4 se muestran la comparación de los resultados de los análisis (numérico y analítico) de acuerdo a la interferencia mínima y máxima.

Tabla 3. 3 Comparación de resultados analíticos y numéricos en relación a la interferencia mínima.

Parámetro	Interferencia mínima		% Diferencia
	Analítico	Numérico	
$p_{mín}$	59.40	59.01 – 59.75	0.65-0.58
$\sigma_{t-mín, eje}$	-59.40	-59.49	0.15
$\sigma_{t-mín, cubo}$	104.59	103.80	0.75
$\sigma_{r-mín, eje}$	-59.40	-59.64	0.40
$\sigma_{r-mín, cubo}$	-59.40	-59.64	0.40

Tabla 3. 4 Comparación de resultados analíticos y numéricos en relación a la interferencia máxima.

Parámetro	Interferencia máxima		% Diferencia
	Analítico	Numérico	
$p_{máx}$	237.61	235.9 – 237.6	0.71-0.004
$\sigma_{t-máx, eje}$	-237.61	-237.00	0.25
$\sigma_{t-máx, cubo}$	418.38	417.20	0.28
$\sigma_{r-máx, eje}$	-237.61	-237.70	0.03
$\sigma_{r-máx, cubo}$	-237.61	-237.70	0.03

La comparación de los resultados numéricos, realizados con la opción “*interference fit*” y los resultados analíticos, obtenidos con las ecuaciones de cilindros de pared gruesa muestran una gran similitud como se puede observar en las tablas 3.3 y 3.4, donde en todos los casos analizados el porcentaje de diferencia es menor al 1%. De acuerdo a esta comparación se puede concluir que la opción “*interference fit*” es adecuada para realizar ajustes de interferencia para superficies geoméricamente perfectas.

La desventaja de la opción “*interference fit*”, es que al realizar el análisis de un modelo considerando la rugosidad en la zona de contacto, la opción “*interference fit*” no pudo realizar el ajuste de interferencia debido al perfil de rugosidad montado en la superficie de contacto. Por esta razón, se buscará otra manera de simular el ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 con influencia de la rugosidad, ya que la opción “*interference fit*” sólo funciona en superficies geoméricamente perfectas (lisas).

3.4 MODELO DISCRETO 4. Unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 de acuerdo con el análisis experimental.

En el modelo discreto 3, analizado por la opción “*interference fit*” y comparado con las ecuaciones de cilindros de pared gruesa, se llegó a la conclusión de que la opción “*interference fit*” presenta muy buenos resultados pero solo considerando las superficies lisas (sin rugosidad). Dado que el objetivo de esta investigación, es calcular la fuerza máxima que soporta la unión a tensión, y al no tener un perfil de rugosidad real, se determinó la realización de pruebas experimentales de la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6.

El desarrollo de las pruebas experimentales se presenta en el capítulo 4. En este modelo discreto el tipo de análisis utilizado es “acoplamiento de temperatura-desplazamiento”, el modelo discreto se basa en las pruebas experimentales y se analiza únicamente una unión eje-cubo de las seis uniones hechas para las pruebas experimentales.

En éste modelo discreto se estudia la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio del paquete comercial Abaqus. Se analizó únicamente la unión eje-cubo número seis, de acuerdo al análisis experimental realizado en el capítulo 4.

La unión seis eje-cubo es de acero AISI 1045 (ambas piezas), el valor de rugosidad (R_a) del eje y el cubo es de 5.973 y 4.730 μm respectivamente, la longitud axial de interferencia fue de 17.82 mm, la prueba de tensión se realizó a una velocidad de 2 mm/min, la fuerza axial que soportó la unión seis fue de 19 665.10 N, se obtuvo por medio de la ecuación (2.14) que la fuerza axial para 1 mm de interferencia es de 1103.54 N.

Para el modelado de la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 se adoptaron las siguientes consideraciones:

- Se realizaron tres modelos discretos, donde el cubo se considera que es geoméricamente perfecto, solamente el eje es el que presenta diferentes perfiles de rugosidad para cada modelo discreto.
- El comportamiento del material es elasto-plástico e isotrópico.
- El coeficiente de fricción estático (μ) varía de acuerdo a la rugosidad superficial, los datos de μ se tomaron de la literatura, tanto de pruebas experimentales y cálculos analíticos.
- El tipo de análisis es “acoplamiento de temperatura-desplazamiento”.
- El modelado se realiza con el método de elemento finito utilizando el paquete comercial ABAQUS.

Se modelaron las piezas eje y cubo las cuales forman la unión con interferencia, tomando en cuenta la simetría axial de las piezas se trabajó con un modelo axisimétrico. Se realizaron tres modelos discretos para analizar la influencia de la rugosidad superficial en la unión seis del análisis experimental, en la tabla 3.5 se muestran las características de cada modelo discreto.

Tabla 3.5 Características de cada modelo discreto.

Modelo discreto	Material	Rugosidad superficial, Ra[μm]	
		Eje	Cubo
1	Acero 1045	4 = 1.434	Liso
2	Acero 1045	5 = 5.870	Liso
3	Acero 1045	6 = 5.973	Liso

A continuación se muestra en la figura 3.29 el modelado de las piezas.

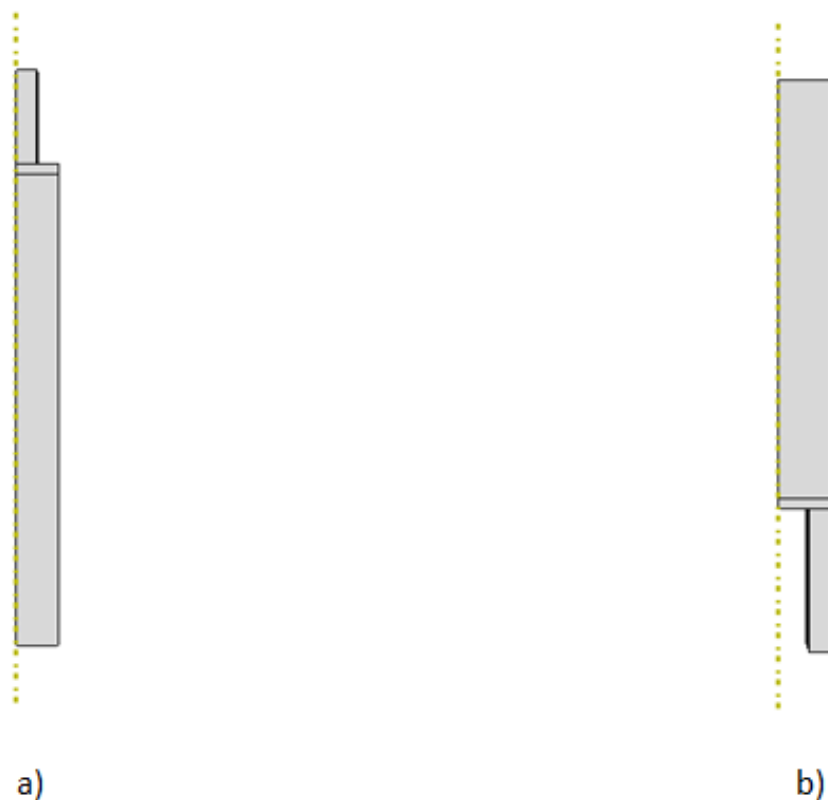


Figura 3.29 Piezas del modelo discreto; a) eje y b) cubo.

Como se había comentado al inicio de este capítulo, los perfiles de rugosidad que se dibujaron en el paquete comercial Abaqus se tomaron de las mediciones realizadas con el rugosímetro SJ-210 Mitutoyo, ya que el rugosímetro proporciona los puntos del perfil de

rugosidad, cada $1.5 \mu\text{m}$ de avance de la punta palpadora se registra un punto del perfil, enseguida se muestra (figura 3.30) el perfil de puntos capturado en Abaqus para cada uno de los tres ejes caracterizados con la rugosidad.

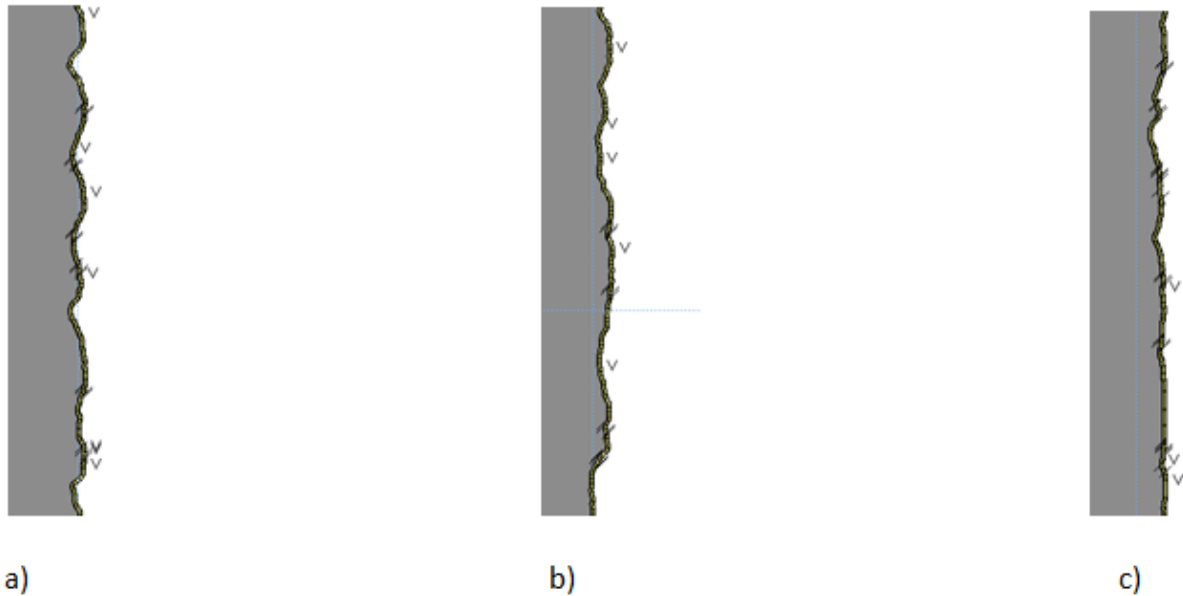


Figura 3. 30 Perfiles de rugosidad dibujados en el paquete comercial Abaqus, donde: a) perfil del eje seis [$R_a= 5.973 \mu\text{m}$], b) perfil del eje cinco [$R_a= 5.870 \mu\text{m}$], c) perfil del eje cuatro [$R_a= 1.434 \mu\text{m}$].

En los tres modelos discretos de la unión eje-cubo, el material utilizado fue acero AISI 1045, el cual se consideró como isotrópico, en el Anexo B se muestran sus propiedades del material obtenidas de la página de materiales MatWeb [11]

A continuación se describen los pasos y condiciones de frontera para realizar la simulación del modelo discreto que representa la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia $\varnothing 10\text{H7/s6}$.

Paso inicial. Condiciones iniciales de temperatura (20°C).

En este paso inicial se declararon las condiciones iniciales de temperatura del eje y el cubo, la cual es la temperatura ambiente considerada en 20°C . En la figura 3.31 se observa el paso inicial.

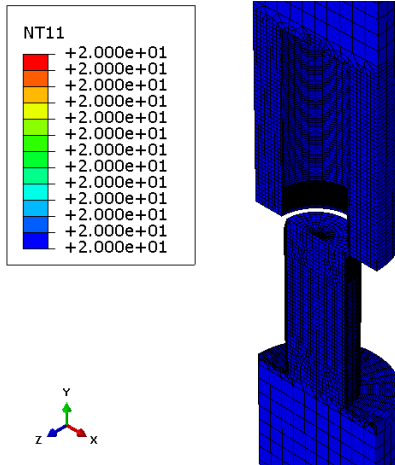


Figura 3. 31 Condiciones iniciales de temperatura (20°C).

Paso 1. Contracción del eje y dilatación del cubo por medio de temperatura.

Se contrae el eje por efecto de la temperatura hasta -52°C , tal como se realizó en el análisis experimental por medio del hielo seco (CO_2). El cubo se dilata hasta alcanzar una temperatura de 250°C (figura 3.32), como se hizo con el horno eléctrico en el capítulo anterior.

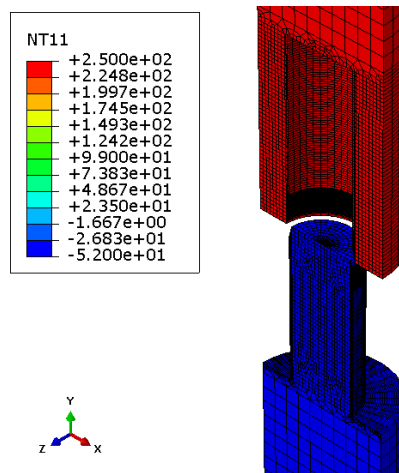


Figura 3. 32 Contracción del eje y dilatación del cubo por medio de temperatura.

Paso 2. Desplazamiento del eje en el interior del cubo para formar la unión.

Una vez realizada la contracción del eje y la dilatación del cubo, se mantuvieron esas condiciones de temperatura y se procedió a posicionar las piezas para formar el ensamble (figura 3.33) por medio de un desplazamiento del cubo de -4mm en el eje Y.

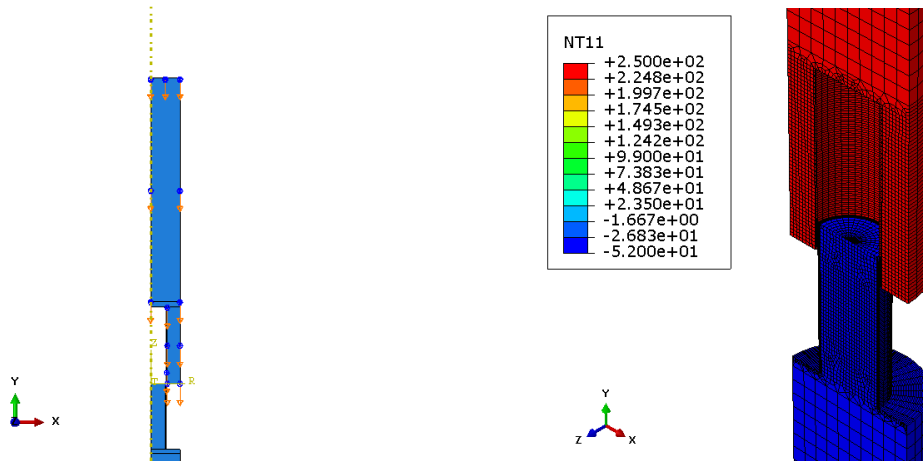


Figura 3. 33 Desplazamiento del eje en el interior del cubo para realizar el ensamble.

Paso 3. Presión de contacto en la unión.

Después de posicionar las piezas para formar el ensamble, se procedió a regresar a su temperatura ambiente (20°C) ambas piezas, para obtener la unión con interferencia realizada por medio de temperatura. Como se puede apreciar en la figura 3.34.

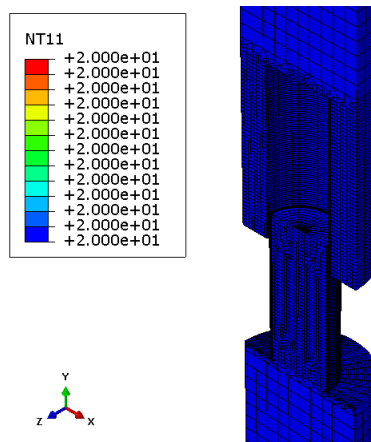


Figura 3. 34 Presión de contacto en la unión eje-cubo.

Paso 4. Fuerza axial máxima que soporta la unión.

Por último, ya teniendo la unión de interferencia eje-cubo a temperatura ambiente (20°C), se efectuó la prueba de tensión, fijando el cubo con la opción de ENCASTRE y restringiendo el desplazamiento del eje a la dirección Y; dichas condiciones de frontera simulan el agarre de las mordazas de la máquina universal de ensayos. Con la ayuda de un cuerpo rígido que se

puso en contacto con el eje de la unión mecánica, se aplicó un desplazamiento al cuerpo rígido de -3 mm en la dirección Y, con lo cual se logró el desensamble de la unión eje-cubo con interferencia $\emptyset 10H7/s6$ y se obtuvo la máxima fuerza axial que soporta la unión (figura 3.35).

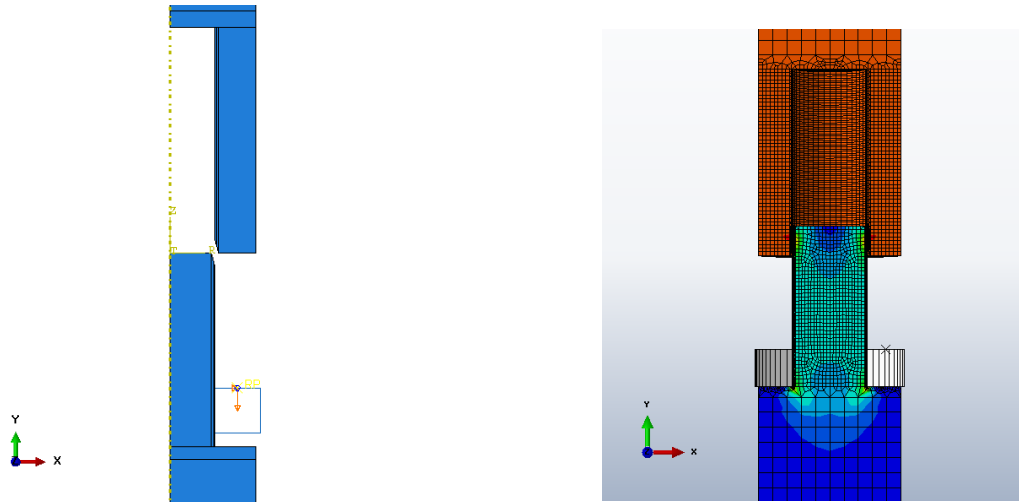


Figura 3. 35 Fuerza axial máxima que soporta la unión.

Se crearon dos interacciones de contacto “eje-cubo” y “eje-cuerpo rígido” la interacción de contacto “eje-cubo” entre ambas piezas (figura 3.36) se creó en el paso 3 (presión de contacto de la unión) y se propagó para el paso 4 (fuerza axial máxima que soporta la unión), se declaró la superficie maestra (eje) y la superficie esclava (cubo) y se asignaron las propiedades mecánicas de la interacción.

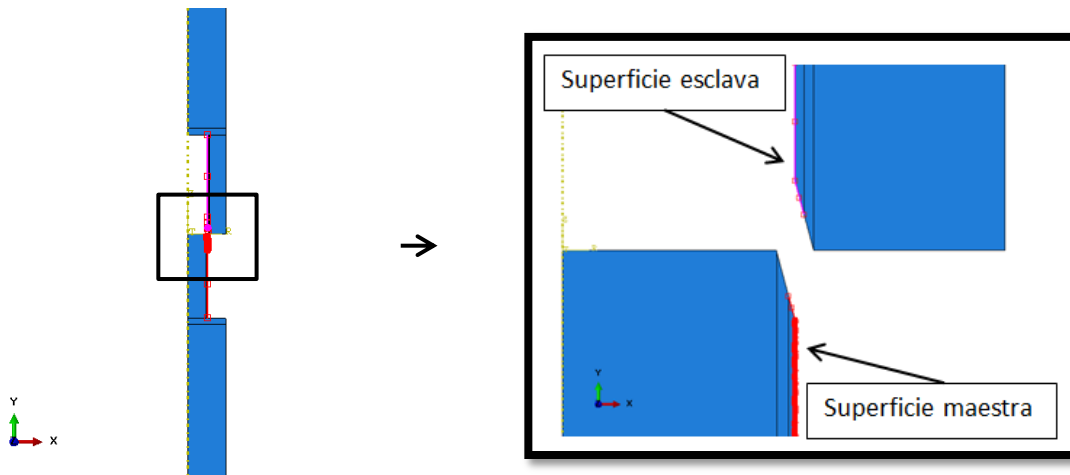


Figura 3. 36 Interacción de contacto “eje-cubo”.

Propiedades mecánicas de la interacción “eje-cubo”. Se declaró el comportamiento normal por default y en el comportamiento tangencial de la interacción se llevó a cabo la formulación de la fricción en la opción “Penalty”, donde se introdujo el valor del coeficiente de fricción estático. Dicho valor utilizado para los tres modelos, varió en función de la rugosidad superficial; los valores para el coeficiente de fricción estático acero-acero se tomaron de la literatura tanto de pruebas experimentales y cálculos analíticos [24] y [25]. En la figura 3.37 se muestran las gráficas del coeficiente de fricción estático en relación con la rugosidad superficial.

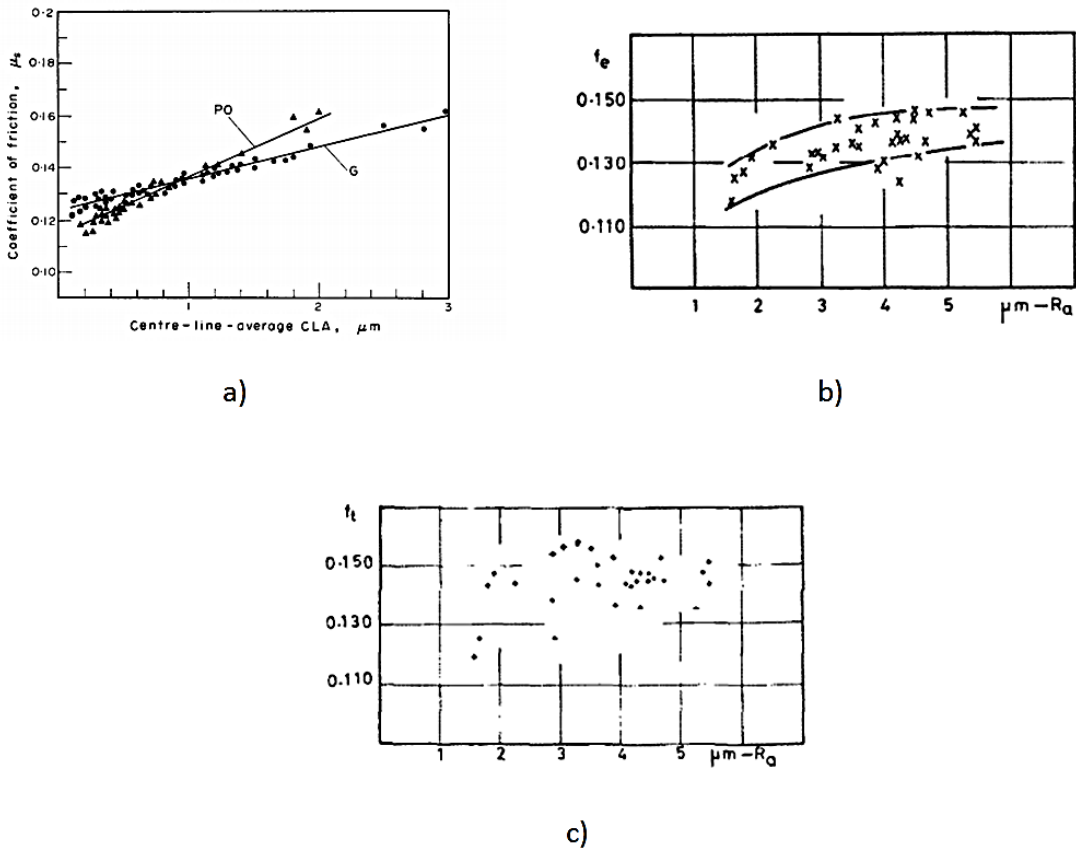


Figura 3. 37 Gráficas del coeficiente de fricción estático en función de la rugosidad superficial; donde a) prueba experimental [24], b) prueba experimental [25] y c) cálculo analítico [25].

En la tabla 3.6 se da un estimado del coeficiente de fricción estático en relación con la rugosidad de los ejes, de acuerdo a las gráficas presentadas en la figura 3.36.

Tabla 3. 6 Estimación del coeficiente de fricción de acuerdo a las gráficas de la figura 3.36.

Eje	Ra [μm]	Gráfica a) μ experimental	Gráfica b) μ experimental	Gráfica c) μ teórico
4	1.434	0.142	0.125	0.123
5	5.870	0.190	0.145	0.148
6	5.973	0.200	0.150	0.150

Para las simulaciones del modelo discreto de la unión mecánica eje-cubo, se eligieron los valores de coeficiente de fricción estático de la gráfica b), ya que tienen una mejor tendencia y cubre los valores de rugosidad que se necesitan para el estudio. En la tabla 3.7 se muestran las características de rugosidad y coeficientes de fricción estática para los tres modelos discretos.

Tabla 3. 7 Características de los modelos discretos.

Modelo discreto	Material	Rugosidad superficial, Ra[μm]		Coeficiente de fricción de acuerdo a la rugosidad[25]
		Eje	Cubo	
1	Acero 1045	4 = 1.434	Liso	0.125
2	Acero 1045	5 = 5.870	Liso	0.145
3	Acero 1045	6 = 5.973	Liso	0.150

La interacción “eje-cuerpo rígido” (figura 3.38) se creó en el paso 4 (fuerza axial máxima que soporta la unión), dicha interacción se utilizó para desensamblar la unión mecánica con interferencia y obtener la fuerza máxima que soporta la unión, se declaró la superficie maestra (cuerpo rígido) y la superficie esclava (eje) y se asignaron las propiedades mecánicas de la interacción, en donde solo se declaró comportamiento normal por default.

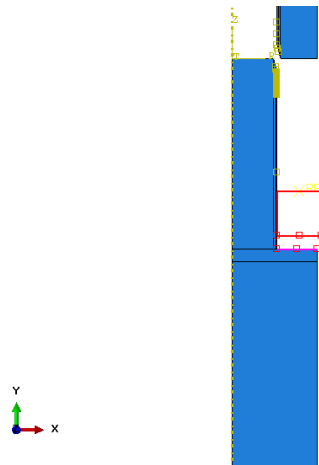


Figura 3. 38 Interacción “eje-cuerpo rígido”.

En la discretización del modelo se utilizaron elementos que son denominados CAX4T, los elementos CAX4T de acuerdo a sus siglas significan lo siguiente:

C= Continuo para esfuerzos y desplazamientos

AX= Axisimétricos

4= Número de nodos

T= Temperatura-desplazamiento

Los elementos axisimétricos [23] se usan para modelar cuerpos de revolución bajo condiciones de cargas simétricas axiales. Se tienen elementos axisimétricos regulares que permiten para aplicaciones estructurales solo cargas axiales y radiales. Los elementos acoplados de temperatura-desplazamiento se usan para problemas en los cuales el análisis de esfuerzos depende de la temperatura y el análisis térmico depende del desplazamiento.

El tamaño de malla utilizado en el modelo de la unión mecánica varía en función de las zonas que entraran en contacto, las cuales necesitan un mayor refinamiento. El tamaño de malla en tales zonas de contacto fue de 0.001-0.005 mm. En la figura 3.39 se observa el mallado del modelo de la unión mecánica eje-cubo.

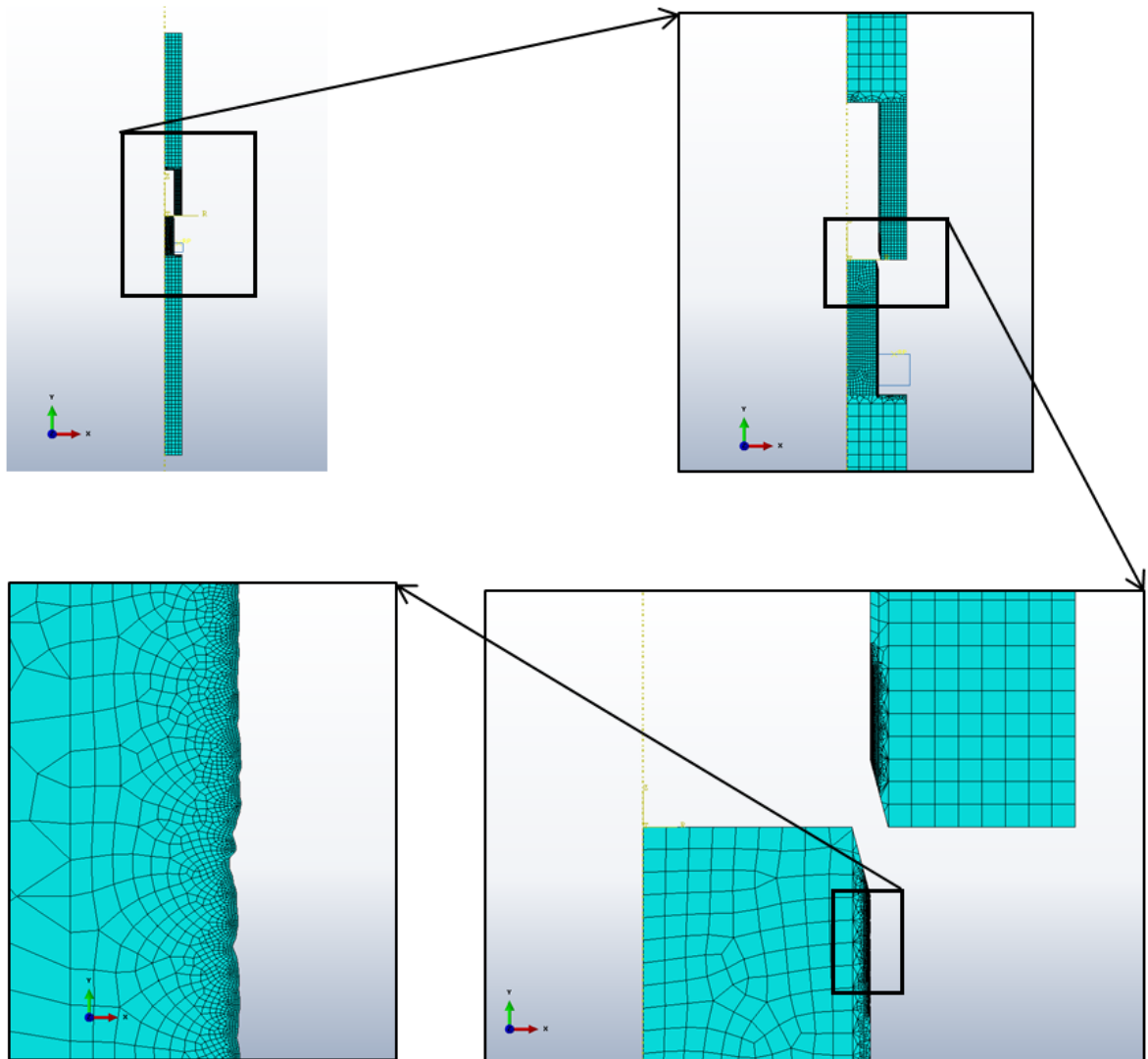


Figura 3. 39 Mallado del modelo axisimétrico que representa la unión mecánica eje-cubo.

Después de haber realizado las simulaciones de los tres modelos discretos con diferentes perfiles de rugosidad que representan la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\varnothing 10H7/s6$, se obtuvieron los resultados numéricos conforme a los siguientes puntos importantes en los cuales influye la rugosidad superficial:

La concentración de los esfuerzos obtenida en el paso 3 de la simulación para cada modelo discreto variando la rugosidad superficial, se muestra en la figura 3.40, donde los valores de esfuerzos de Von Mises obtenidos fueron 714.9, 786.8 y 972.4 y MPa para el modelo 1, 2 y 3 respectivamente, los cuales se localizan en el contacto entre las rugosidades del eje y el cubo liso.

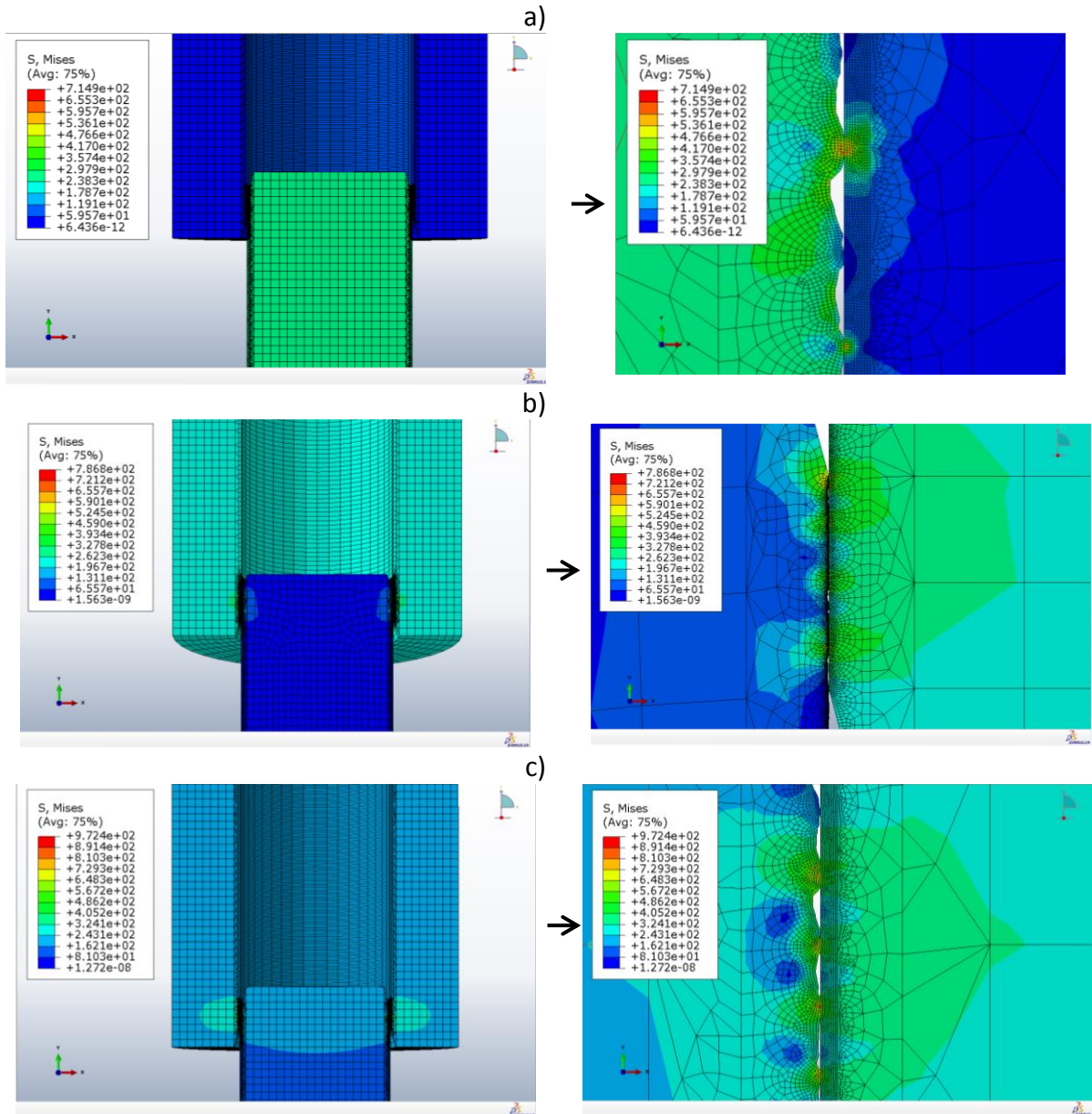


Figura 3. 40 Concentración de esfuerzos de Von mises en el paso 3 (presión de contacto); donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.

En la figura 4.41 se muestran las zonas de contacto para cada modelo discreto en el paso 3 de la simulación, las cuales comienzan en los picos más altos de las rugosidades, donde se obtuvieron presiones de contacto de 1769, 2258 y 2436 MPa para el modelo 1, 2 y 3 respectivamente. La opción CPRESS de Abaqus permite visualizar las presiones de contacto que se presentan en la zona de interacción.

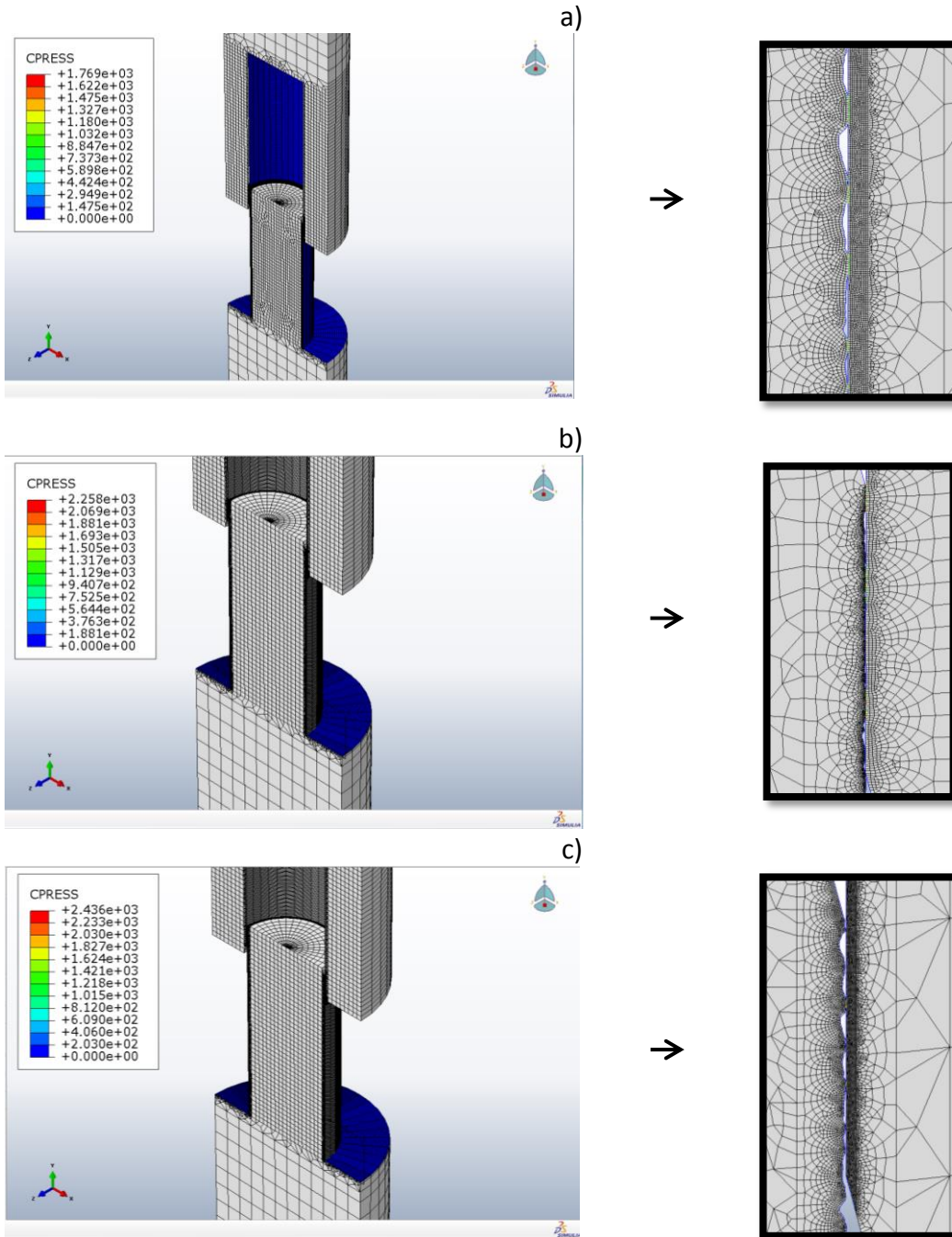


Figura 3. 41 Presión de contacto en el paso 3 de la simulación, obtenida por la opción CPRESS; donde, a) modelo discreto 1 y zoom en la zona de contacto, b) modelo discreto 2 y zoom en la zona de contacto, c) modelo discreto 3 y zoom en la zona de contacto.

Se observa que en las figuras 3.40 y 3.41 que a mayor valor de rugosidad se incrementa la concentración de esfuerzos y la presión de contacto respectivamente. En la tabla 3.8 se muestra el comparativo de la influencia de la rugosidad en la concentración de esfuerzos y la presión de contacto, en donde se aprecia un aumento de la concentración de esfuerzos y la presión de contacto a mayor valor de rugosidad.

Tabla 3. 8 Influencia de la rugosidad en la concentración de esfuerzos y la presión de contacto.

Modelo discreto	Rugosidad superficial, Ra[μm]		Concentración de esfuerzos [N/mm^2]	Presión de contacto [N/mm^2]
	Eje	Cubo		
1	Eje 4 = 1.434	Liso	714.9	1769
2	Eje 5 = 5.870	Liso	786.8	2258
3	Eje 6 = 5.973	Liso	972.4	2436

El área de contacto se obtiene directamente en cada paso de integración, con la opción "CAREA" es calculada en Abaqus directamente como el área real de contacto. En la figura 3.42 se muestra el área de contacto real para cada modelo discreto, en donde se observa como varía el área a través que se realiza el análisis de la unión eje-cubo, el área comienza en cero para el paso 1 "Contracción del eje y dilatación del cubo por medio de temperatura", de igual manera para el paso 2 "Desplazamiento del eje en el interior del cubo para formar la unión" ya que en estos pasos no hay contacto entre el eje y el cubo, es en el paso 3 "Presión de contacto en la unión" es cuando empieza el área de contacto entre el eje y el cubo por efecto de la temperatura y se forma por completo la unión, y en el paso 4 "Máxima fuerza que soporta la unión" el área de contacto comienza a disminuir a medida que se produce el desensamble hasta que el área de contacto llega a cero. En la figura 3.42 a) no se logró realizar por completo el desensamble de la unión eje-cubo del modelo discreto 1, por tal razón es que la gráfica del área de contacto está incompleta.

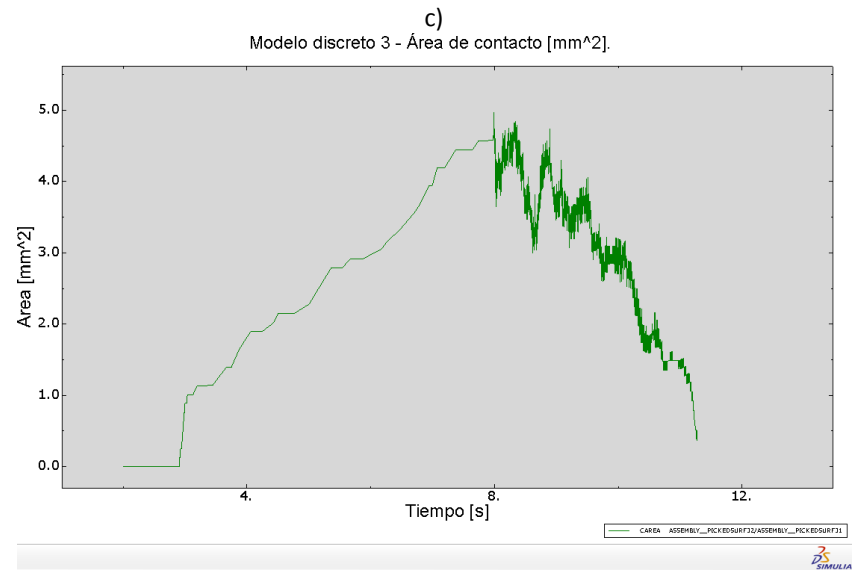
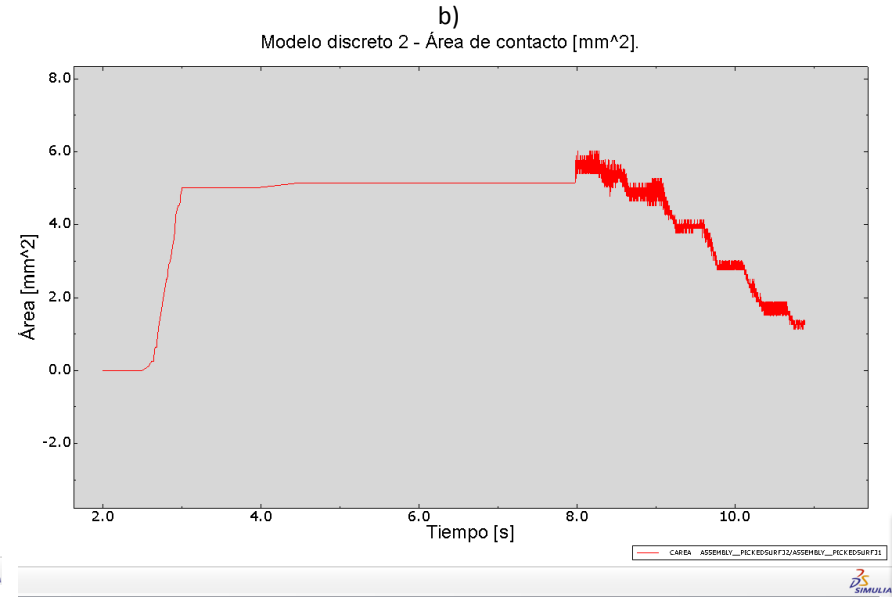
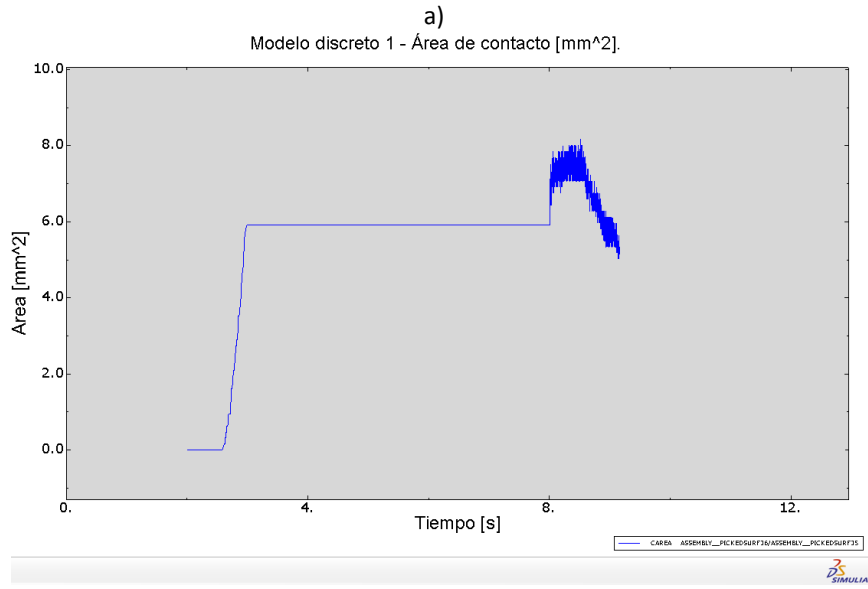


Figura 3. 42 Área real de contacto en la simulación ; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.

El área real de contacto varía en el desarrollo de la simulación; en el paso 1 y 2 no han entrado en contacto el eje y el cubo, por lo tanto no existe área de contacto, es en el paso 3 que comienza a existir área de contacto debido a la presión de contacto ocasionada por efecto de la temperatura; la máxima área de contacto se registra en el paso 4 como se ilustra en la figura 3.42, pero también en el paso 4 comienza a disminuir debido al desensamble de la unión, hasta que el área llega a cero.

El área real de contacto obtenida de las simulaciones es comparada con el área nominal de contacto, la cual está definida como:

$$A_n = \pi dl$$

Donde A_n es el área nominal, d es el diámetro nominal y l es la longitud axial con interferencia. En la tabla 3.9 se muestra el área real de contacto de cada uno de los modelos discretos y se comparan con el área nominal.

Tabla 3. 9 Área real de contacto vs área nominal.

Modelo discreto	Área de contacto nominal [mm^2]	Área real de contacto [mm^2]	% de área real en relación al área nominal
1	31.4159	8.16855	26.00
2	31.4159	6.02732	19.18
3	31.4159	4.97686	15.84

Se puede apreciar en la tabla 3.9 que el área de contacto es mayor para el modelo discreto 1, con un porcentaje de 26 % en relación con el área nominal, dicho modelo presenta menor valor de rugosidad superficial $Ra = 1.434$; mientras que en los modelos 2 y 3 el área de contacto real es de 19.18 % y 15.84 % respectivamente.

En la figura 3.43 se muestra la comparación del área real de contacto de los tres modelos discretos en función del tiempo.

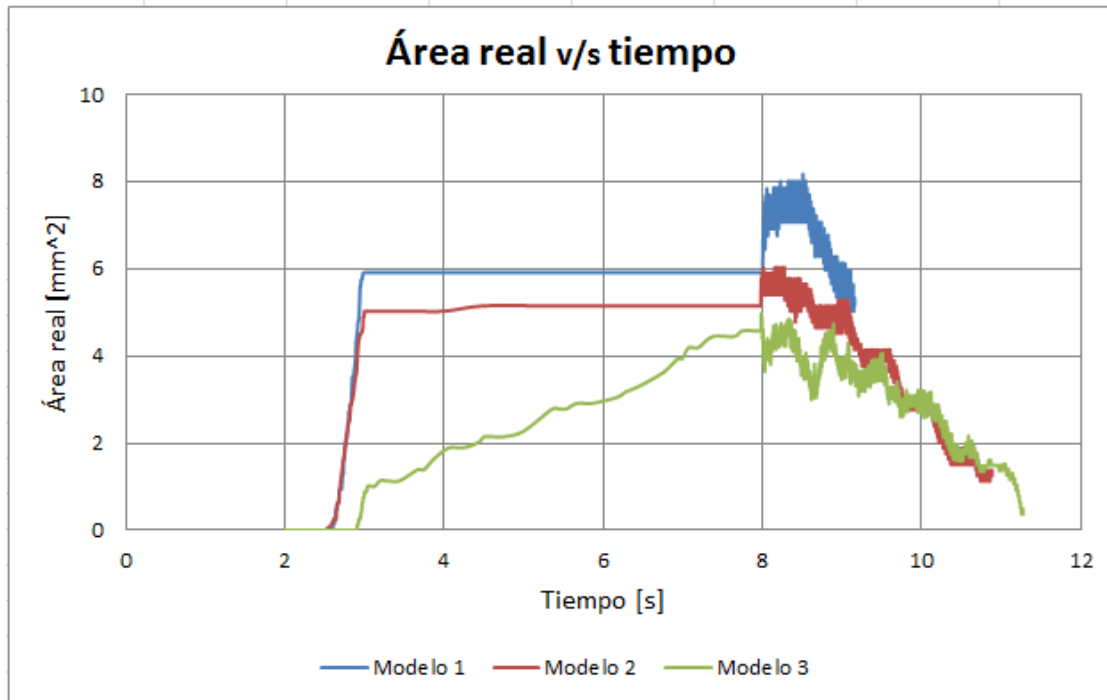


Figura 3. 43 Área real de contacto para los tres modelos discretos en función del tiempo.

Como conclusión en esta parte del trabajo, se aprecia (en la figura 3.43) que el área real de contacto entre las superficies disminuye a medida que se incrementa la rugosidad superficial de las superficies en contacto de la unión eje-cubo.

Un parámetro importante es la fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo debido a la influencia de la rugosidad presente en el eje en cada uno de los modelos discretos se puede apreciar en la figura 3.44, en dicha figura se observa la gráfica de la fuerza a tensión máxima que soporta cada una de las modelos discretos. Es en el paso 4 "Fuerza máxima que soporta la unión" donde se lleva a cabo el desensamble por medio de un desplazamiento.

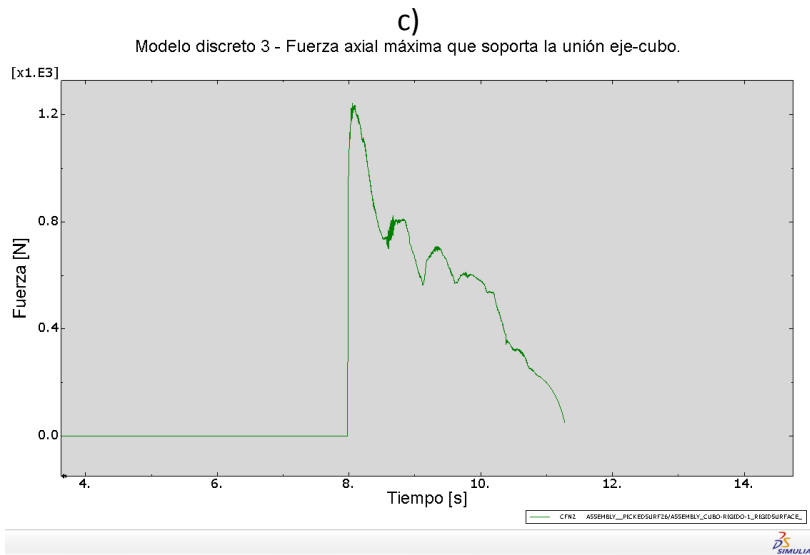
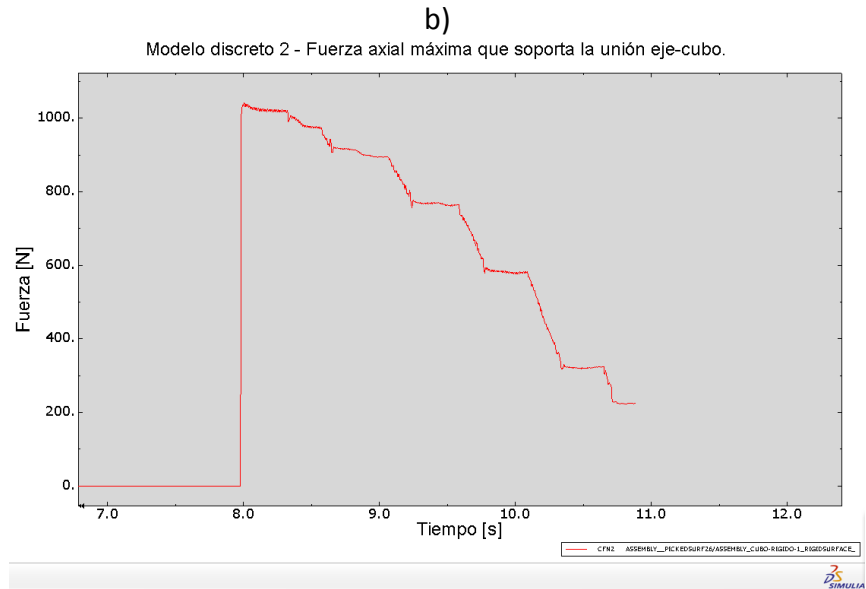
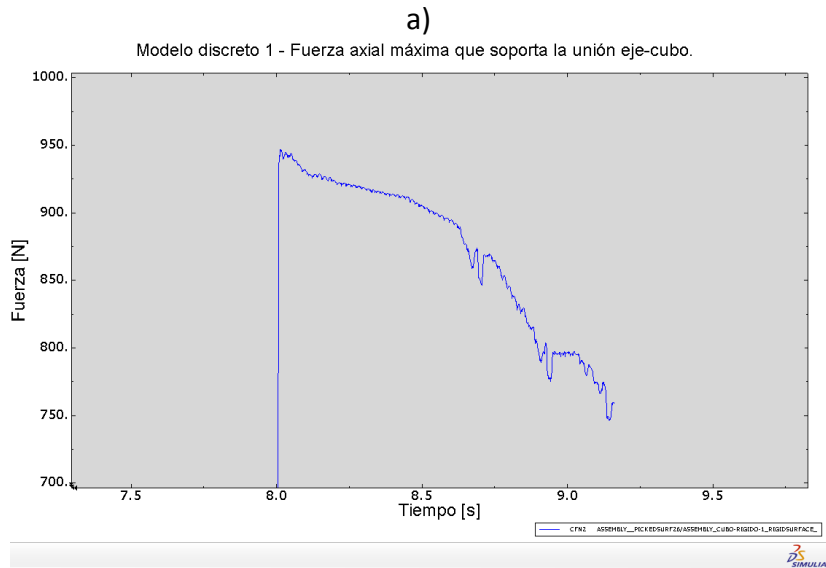


Figura 3. 44 Fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.

La máxima fuerza que soporta cada modelo discreto en función de la rugosidad del eje, se muestra en la tabla 3.10, donde el modelo discreto 3 obtuvo la mayor fuerza axial, el cual tiene un valor Ra de 5.973 μm .

Tabla 3. 10 Fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo.

Modelo discreto	Rugosidad del eje [Ra]	Fuerza axial máxima [N]
1	1.434	946.885
2	5.870	1042.55
3	5.973	1242.84

A continuación se muestra en la figura 3.45 la comparación de la fuerza axial en función del tiempo de los tres modelos discretos.

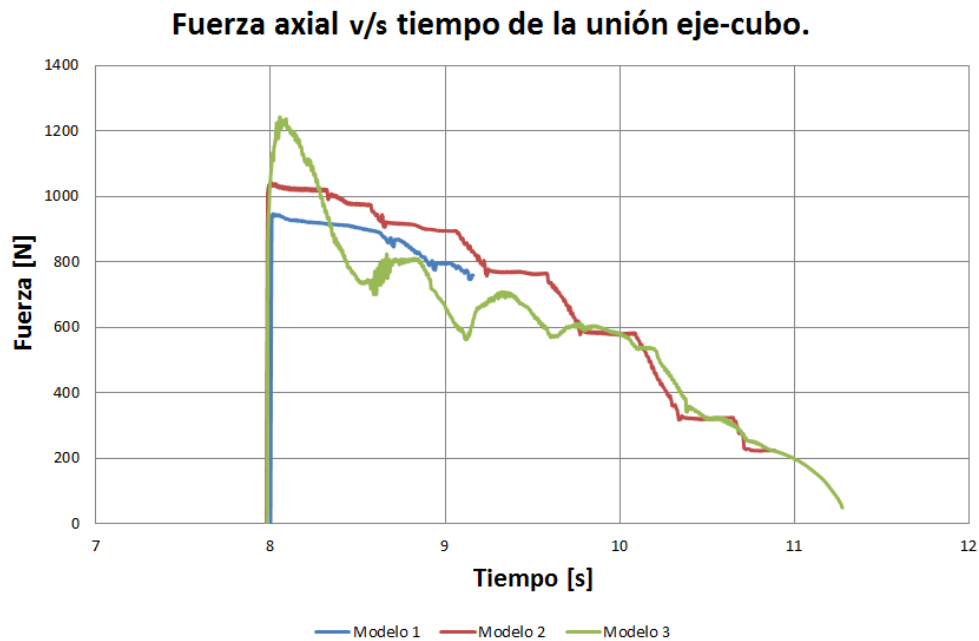


Figura 3. 45 Fuerza axial v/s tiempo de la unión eje-cubo para los tres modelos discretos.

Como se observa en la figura 3.45, se puede concluir que la fuerza axial máxima que soporta la unión en función del tiempo, tiende a incrementarse a medida que la rugosidad superficial aumenta.

El desplazamiento del eje en función del tiempo, que realiza a causa de la fuerza axial en la unión eje-cubo para cada uno de los modelos discretos se muestra en la figura 3.46.

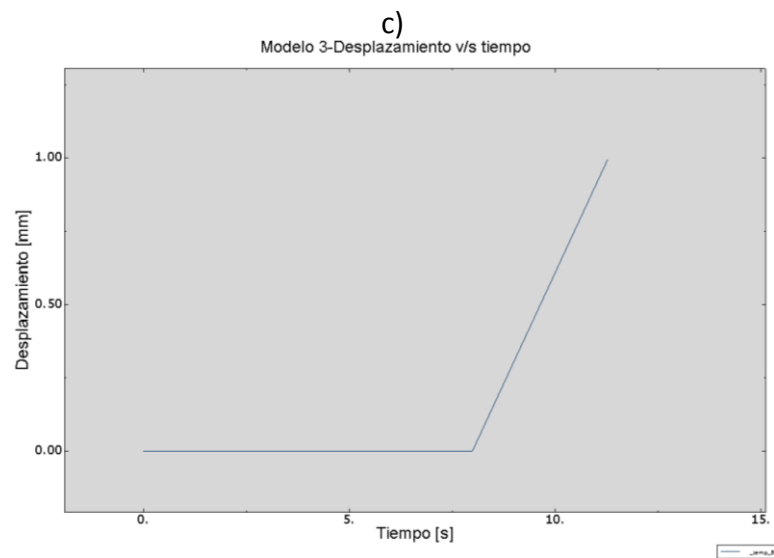
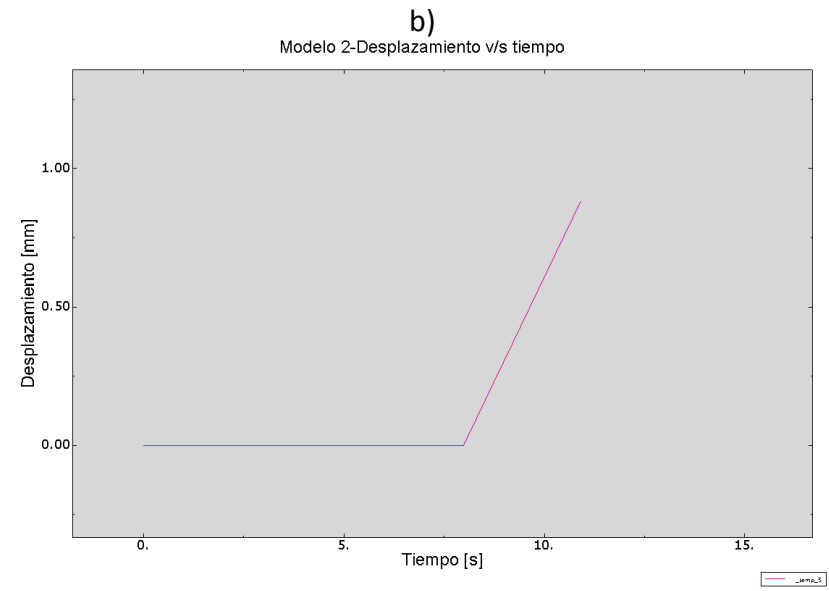
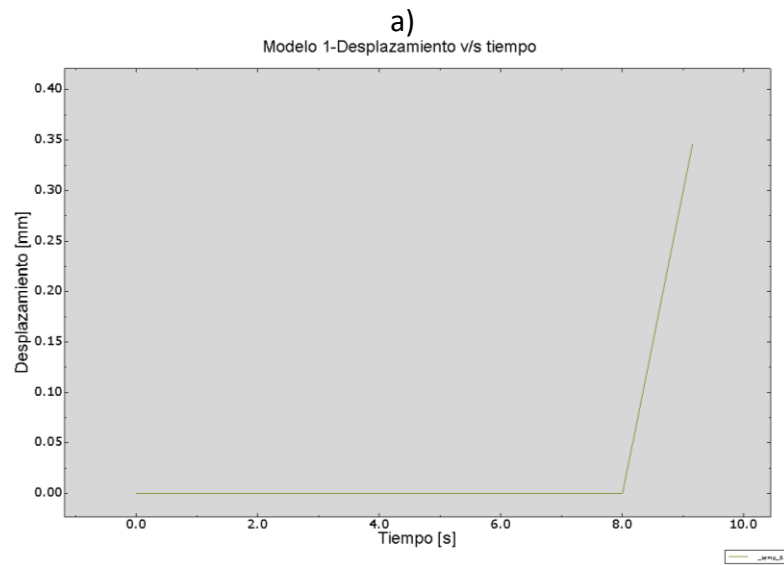


Figura 3. 46 Desplazamiento del eje en función del tiempo; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.

A continuación se muestra la comparación de la fuerza axial en función del desplazamiento de los tres modelos discretos (figura 3.47).

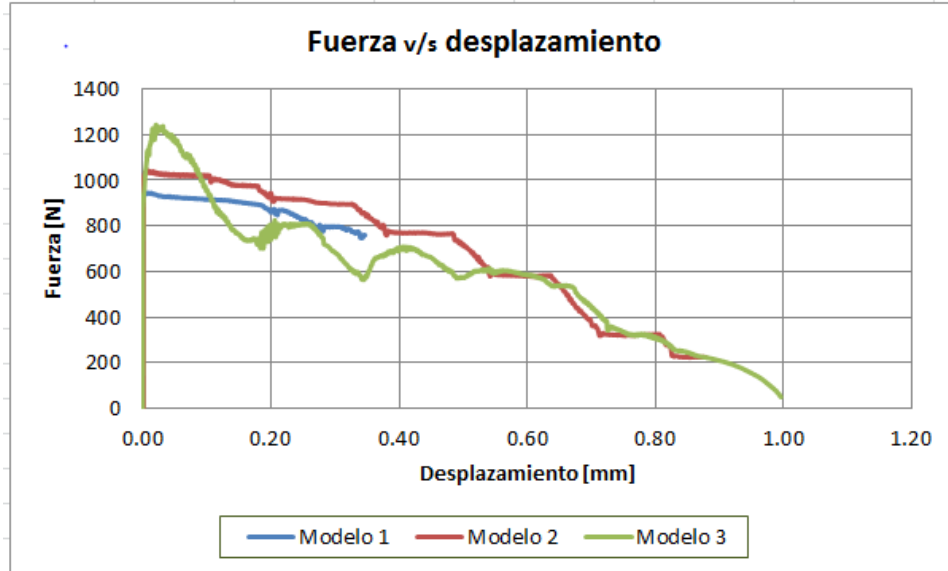


Figura 3. 47 Comparación de la fuerza axial en relación con el desplazamiento de los tres modelos discretos.

Comparando la fuerza axial en relación con el desplazamiento de los tres modelos discretos mostrada en la figura 3.47, se puede observar la fuerza máxima en donde comienza el desplazamiento. El modelo que presenta mayor fuerza axial es el modelo discreto 3, mientras que el modelo 1 registró menor fuerza axial.

Los tres modelos presentan una longitud de ajuste de 1 mm; y a medida que se desplaza el eje para desensamblar la unión, la fuerza axial disminuye hasta llegar a cero, momento en el cual ya no existe contacto entre el eje y el cubo, tal como se aprecia en la figura 3.47.

Otro aspecto que es muy importante en este tipo de uniones es el área real de contacto está relacionada con la fuerza axial, esta relación se muestra en la figura 3.48, en tal figura se muestra como varía el área de contacto en relación a la fuerza axial, primero se lleva a cabo la unión en el paso 3 "Presión de contacto" y se obtiene el área de contacto, enseguida en el paso 4 "Fuerza máxima que soporta la unión" es ahí cuando la fuerza axial se incrementa hasta desensamblar la unión eje-cubo y el área decrece hasta llegar a cero. En la figura 3.48 a) se encuentra incompleta la gráfica ya que no se realizó todo el análisis.

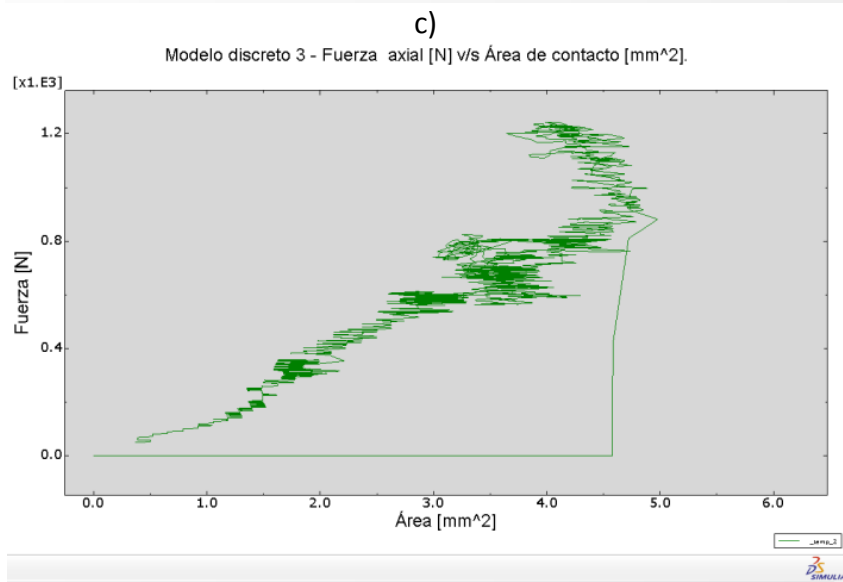
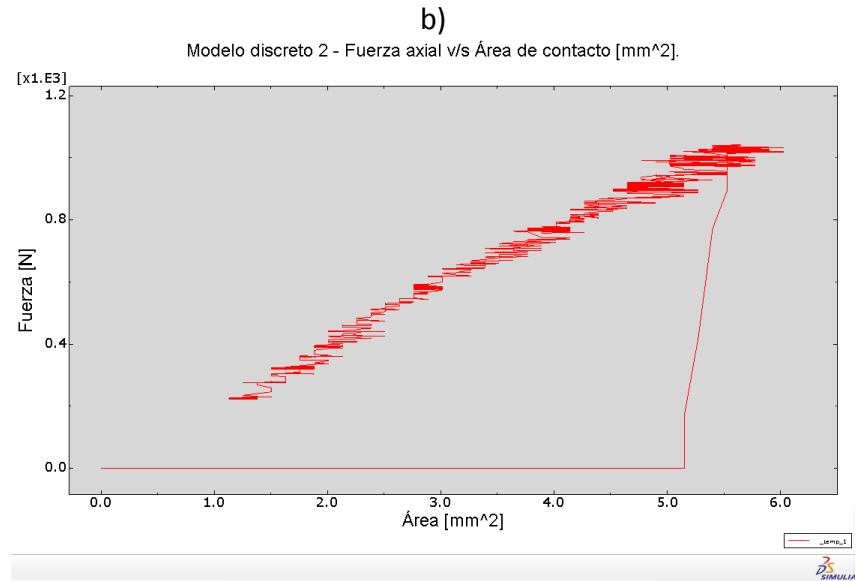
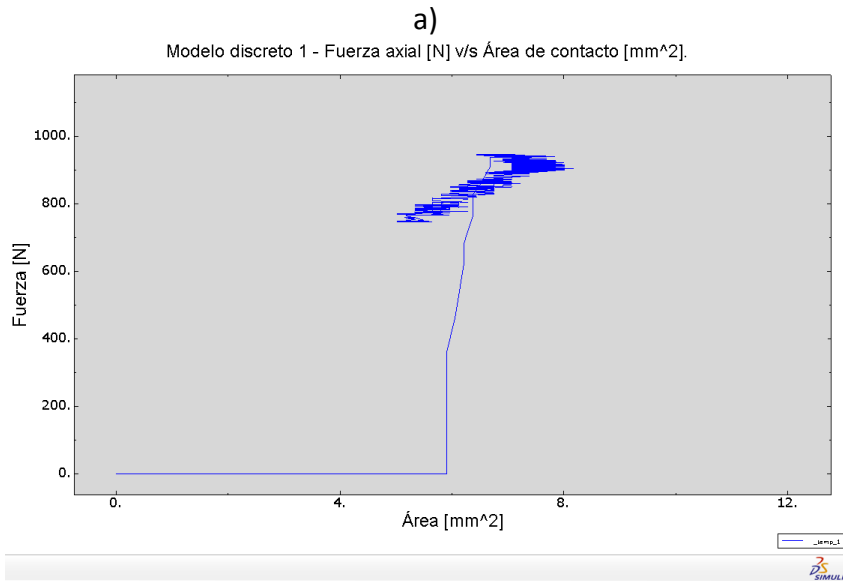


Figura 3. 48 Fuerza axial en relación con el área real de contacto; donde, a) modelo discreto 1, b) modelo discreto 2, c) modelo discreto 3.

A continuación se muestra la comparación de la fuerza axial en función del área real de contacto de los tres modelos discretos (figura 3.49).

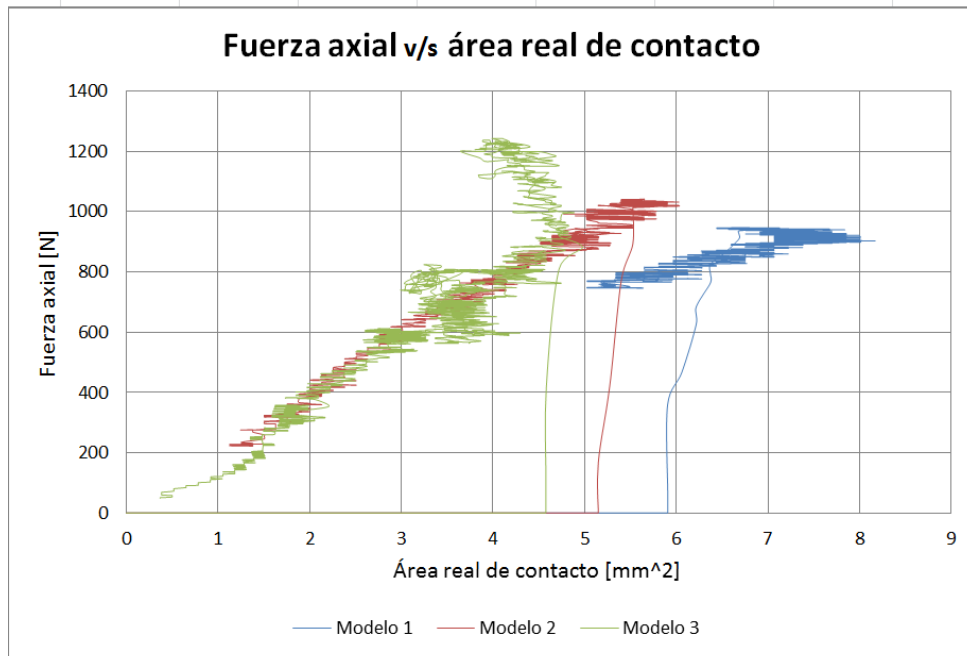


Figura 3. 49 Comparación de la fuerza axial en relación con el área real de contacto de los tres modelos discretos.

En la comparación de los tres modelos discretos mostrados en la figura 3.49 se observan dos tendencias, la primera es que a mayor fuerza axial es menor el área de contacto real y la segunda tendencia es que al aumentar el área real de contacto disminuye la fuerza axial.

En la tabla 3.11 se muestran los resultados de la concentración de esfuerzos, la presión de contacto, el área real de contacto y la fuerza axial máxima de los tres modelos discretos analizados por el método de elemento finito.

Tabla 3. 11 Resultados de los modelos discretos de la unión eje-cubo.

Modelo discreto	Concentración de esfuerzos [N/mm^2]	Presión de contacto [N/mm^2]	Área de contacto [mm^2]	Fuerza axial máxima [N]
1	786.8	1769	8.16855	946.885
2	972.4	2436	6.02732	1042.55
3	714.9	2258	4.97686	1242.84

CAPÍTULO IV. ANÁLISIS EXPERIMENTAL

En este capítulo se presenta el desarrollo del análisis experimental de la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\varnothing 10H7/s6$, las actividades realizadas en este estudio experimental son: el diseño y maquinado de las probetas (eje y cubo), la medición de los perfiles de rugosidad, el ensamble de las unión eje-cubo por medio de temperatura, las pruebas de tensión en la máquina universal de ensayos de la unión y la obtención de los resultados.

4.1 Diseño de las probetas.

El diseño de las probetas que representan el eje y el cubo de la unión con ajuste de interferencia $\varnothing 10H7/s6$, se realizó considerando la geometría de las mordazas, el extensómetro y la máquina universal de ensayos. El diseño del eje y el cubo se muestra en la figura 4.1. Los planos técnicos de las piezas se encuentran en el Anexo C, las unidades están en milímetros.

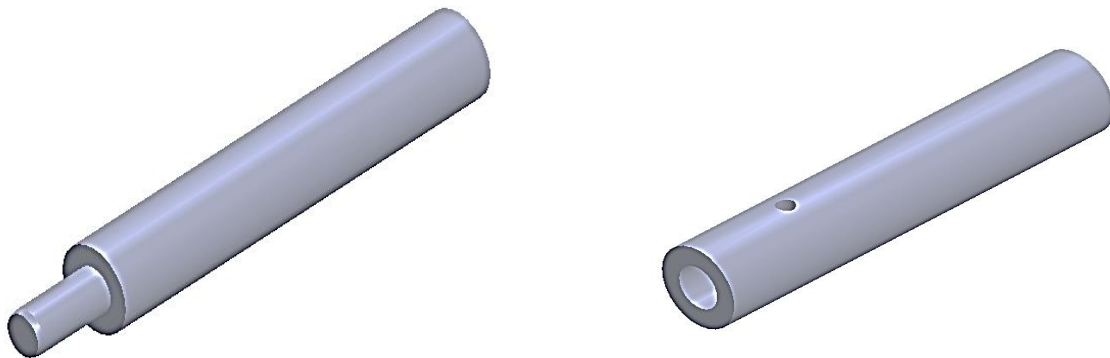


Figura 4. 1 Eje y cubo en 3D [mm].

4.2 Maquinado de las probetas.

Para el análisis experimental se maquinaron las probetas en un torno (figura 4.2 a)), se elaboraron 12 probetas, de las cuales 6 son ejes con diámetro $\varnothing 10$ H7 [mm] y las otras 6 son cubos de diámetro interior $\varnothing 10$ s6 [mm], en los ejes se varió el acabado y el material y los cubos son del mismo acabado y material (figura 4.2 b)). La tabla 4.1 muestra las características de las probetas.



a)



b)

Figura 4. 2 a) Maquinado de las probetas en el torno, b) probetas maquinadas (ejes y cubos).

Tabla 4. 1 Características de las probetas.

Eje	Material	Acabado	Cubo	Material	Acabado
1	Aluminio 6061	Fino	1	Acero 1045	Semifino
2	Aluminio 6061	Semifino	2	Acero 1045	Semifino
3	Aluminio 6061	Rugoso	3	Acero 1045	Semifino
4	Acero 1045	Fino	4	Acero 1045	Semifino
5	Acero 1045	Semifino	5	Acero 1045	Semifino
6	Acero 1045	Rugoso	6	Acero 1045	semifino

4.3 Medición de la rugosidad.

La medición de los perfiles de rugosidad se llevó a cabo con el rugosímetro SurfTest SJ-210 de la marca Mitutoyo (figura 4.3), las especificaciones que se tomaron para la medición del perfil de rugosidad (R) de las probetas se muestran en la tabla 4.2.



Tabla 4. 2 Especificaciones de la medición

Norma	Iso-1997
Perfil	R
Filtro	Gaussiano
Longitud de corte (Cut-Off)	2.5 mm
N	4

Figura 4. 3 Rugosímetro SurfTest SJ-210

Para cada superficie de contacto se realizaron cuatro lecturas de rugosidad (figura 4.4) separadas radialmente por un ángulo de 90° aproximadamente (0°, 90°, 180°, 270°). En la figura 4.5 se muestra la representación esquemática del procedimiento de medición del perfil de rugosidad de las probetas.

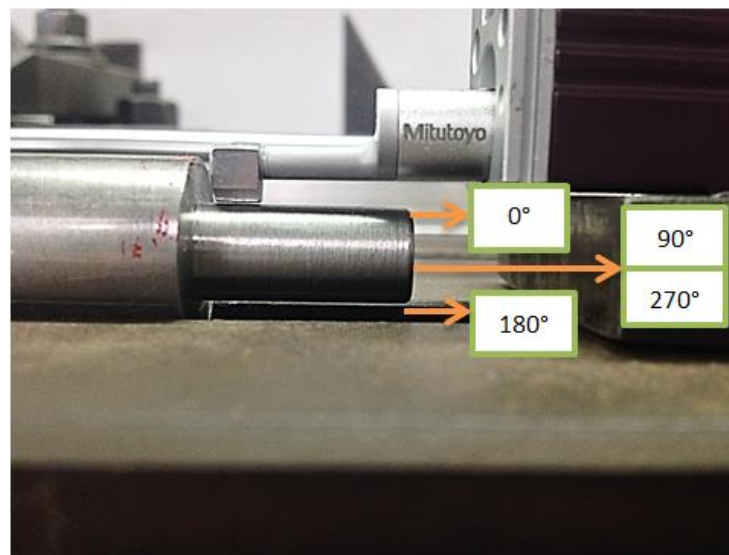


Figura 4. 4 Lecturas de rugosidad separadas radialmente por un ángulo de 90°.

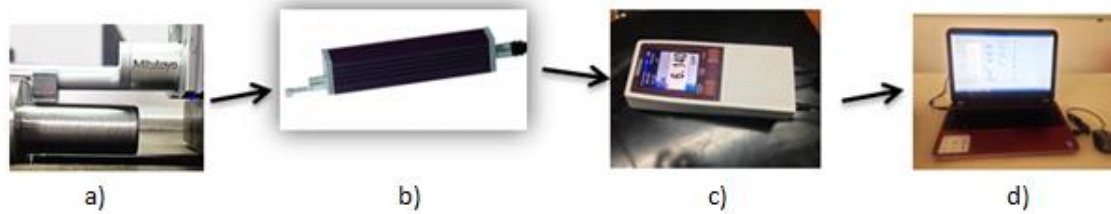


Figura 4. 5 Representación esquemática del procedimiento de medición de la rugosidad en las probetas; a) punta palpadora, b) unidad de avance, c) unidad de visualización, d) unidad de control y almacenamiento.

Se obtuvieron valores para tres parámetros de descripción vertical (o en altura) del perfil: Ra , Rq y Rz . Estos tres parámetros de rugosidad son los más representativos que caracterizan las desviaciones verticales.

Se calculó el promedio del parámetro Ra para cada conjunto de mediciones (cuatro lecturas) de cada probeta y se tomó la medición más próxima al promedio, como un perfil de rugosidad del conjunto de las mediciones realizadas. En las tablas 4.3 se muestran los valores de los parámetros de rugosidad (Ra , Rq , Rz) que se eligieron para cada grupo de mediciones realizadas en los ejes y los cubos.

Tabla 4. 3 Valores de rugosidad de las probetas (eje y cubo).

Eje	Ra	Rq	Rz
1	1.346	1.704	8.957
2	2.434	2.987	15.532
3	4.561	5.214	20.101
4	1.434	1.798	9.55
5	5.87	7.099	31.718
6	5.973	7.199	33.068

Cubo	Ra	Rq	Rz
1	2.534	3.112	15.531
2	4.064	5.494	31.093
3	3.497	4.591	23.057
4	4.224	5.78	31.429
5	2.704	3.407	18.414
6	4.73	5.923	29.465

Los perfiles obtenidos con el rugosímetro SurfTest SJ-210 nos permiten distinguir con claridad la diferencia topográfica entre cada una de las superficies de las probetas que conformarán las uniones mecánicas. A continuación se muestran en las figuras 4.6, 4.7, 4.8, 4.9 los perfiles de rugosidad obtenidos de las probetas (6 ejes y 6 cubos).

A continuación se presentan los perfiles de rugosidad de los ejes.

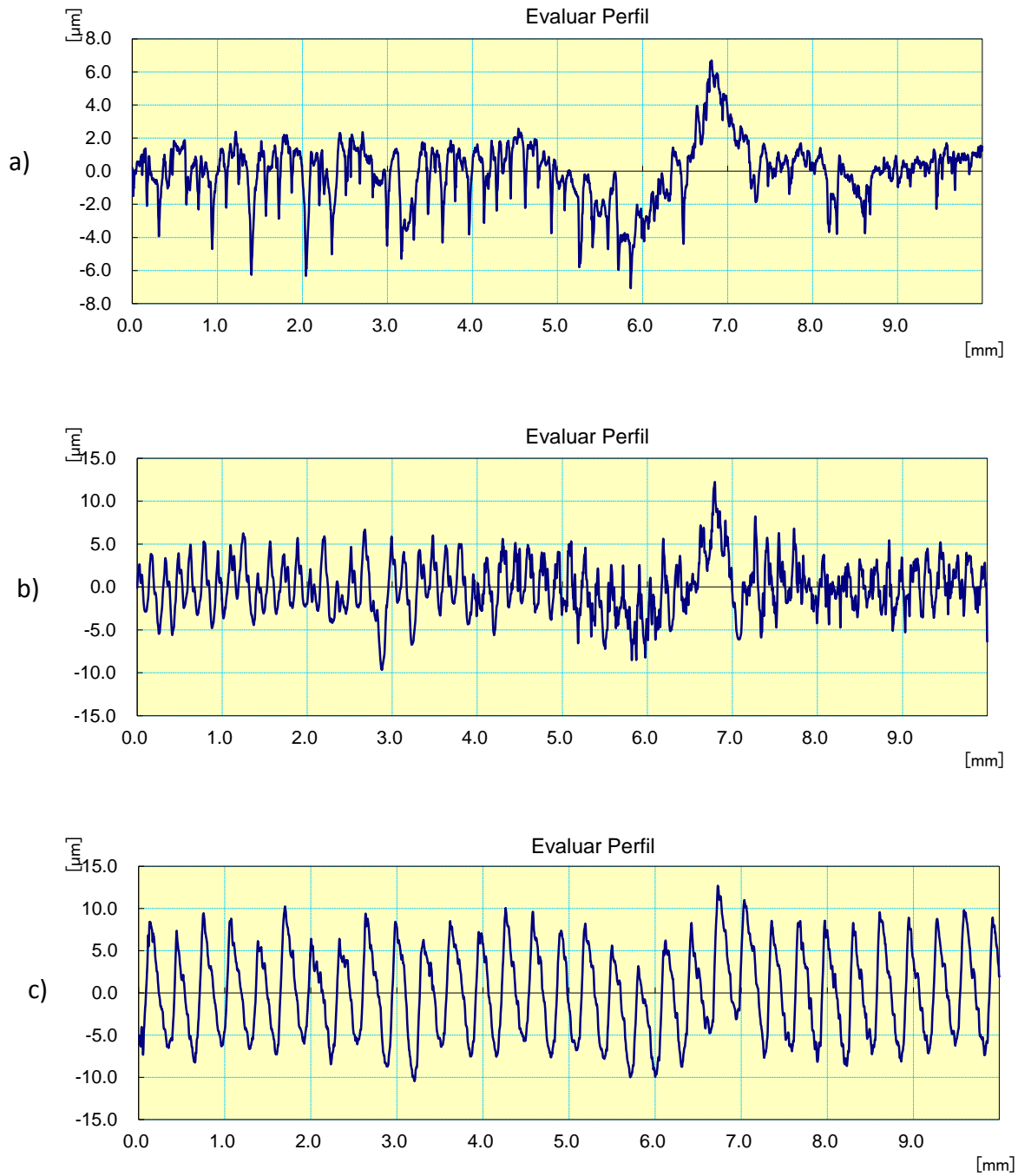


Figura 4. 6 Perfiles de rugosidad de los ejes, donde: a) eje 1, b) eje 2 y c) eje 3.

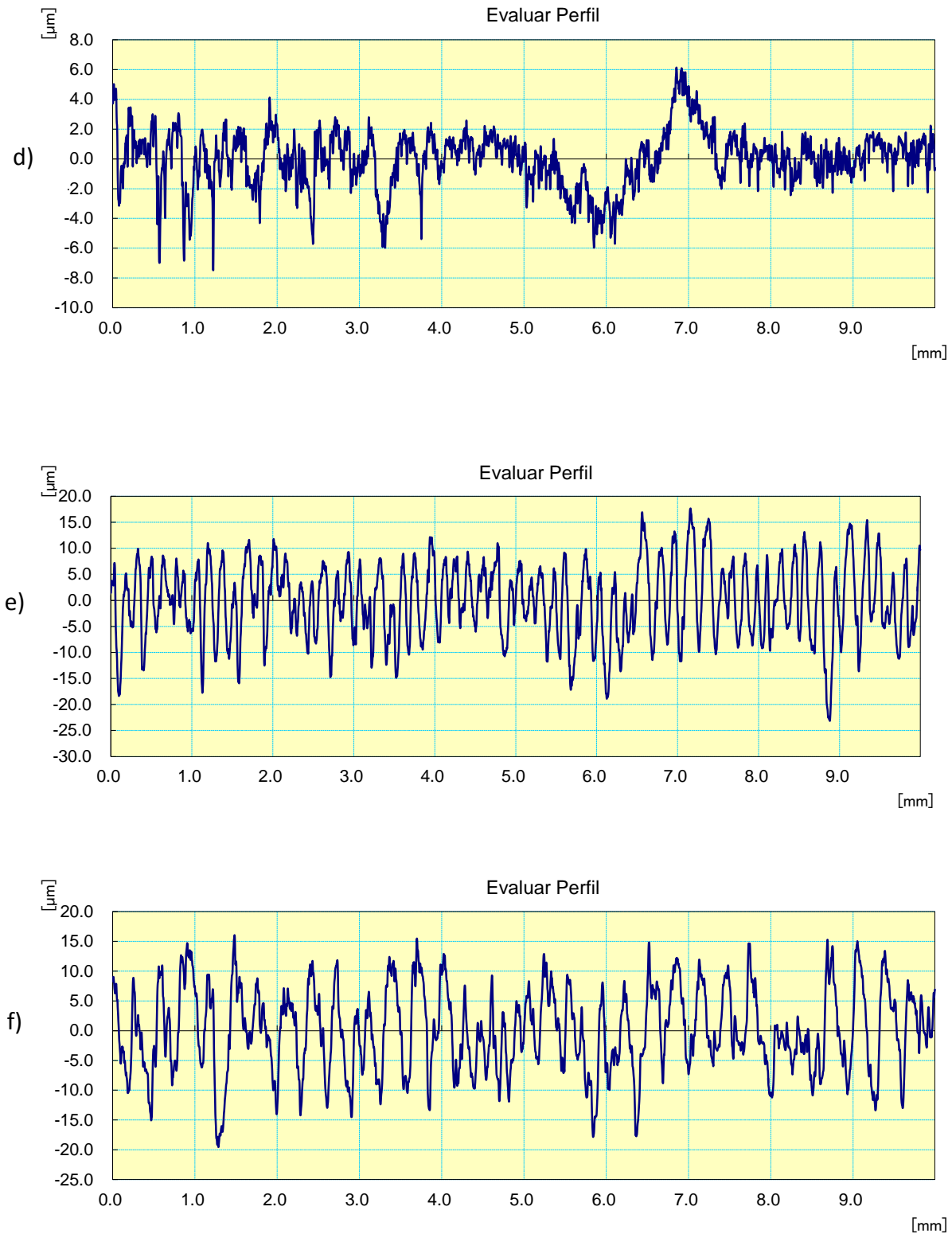


Figura 4. 7 Perfiles de rugosidad de los ejes, donde: d) eje 4, e) eje 5 y f) eje 6.

A continuación se presentan los perfiles de rugosidad de los cubos.

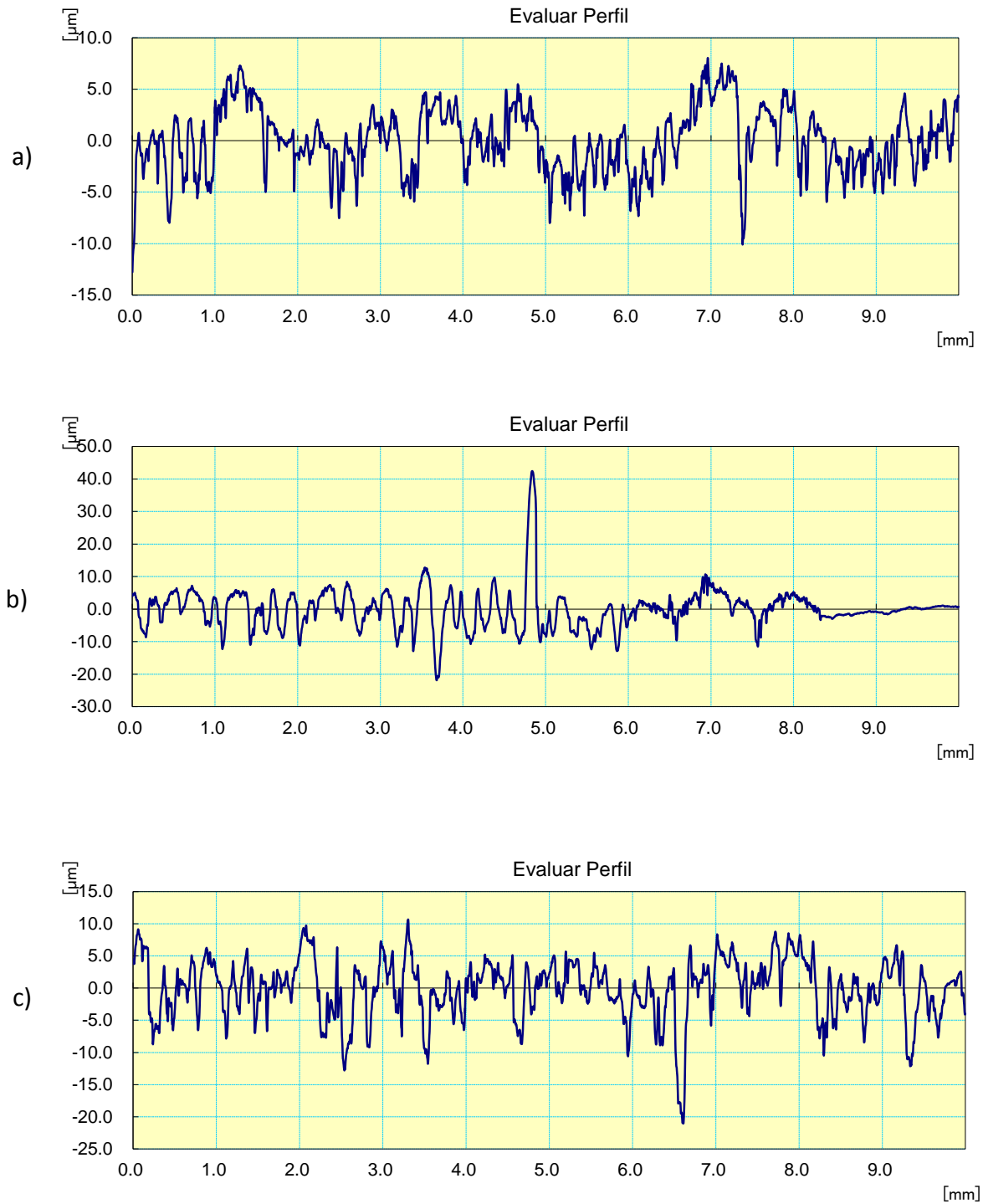


Figura 4. 8 Perfiles de rugosidad de los cubos, donde: a) cubo 1, b) cubo 2 y c) cubo 3.

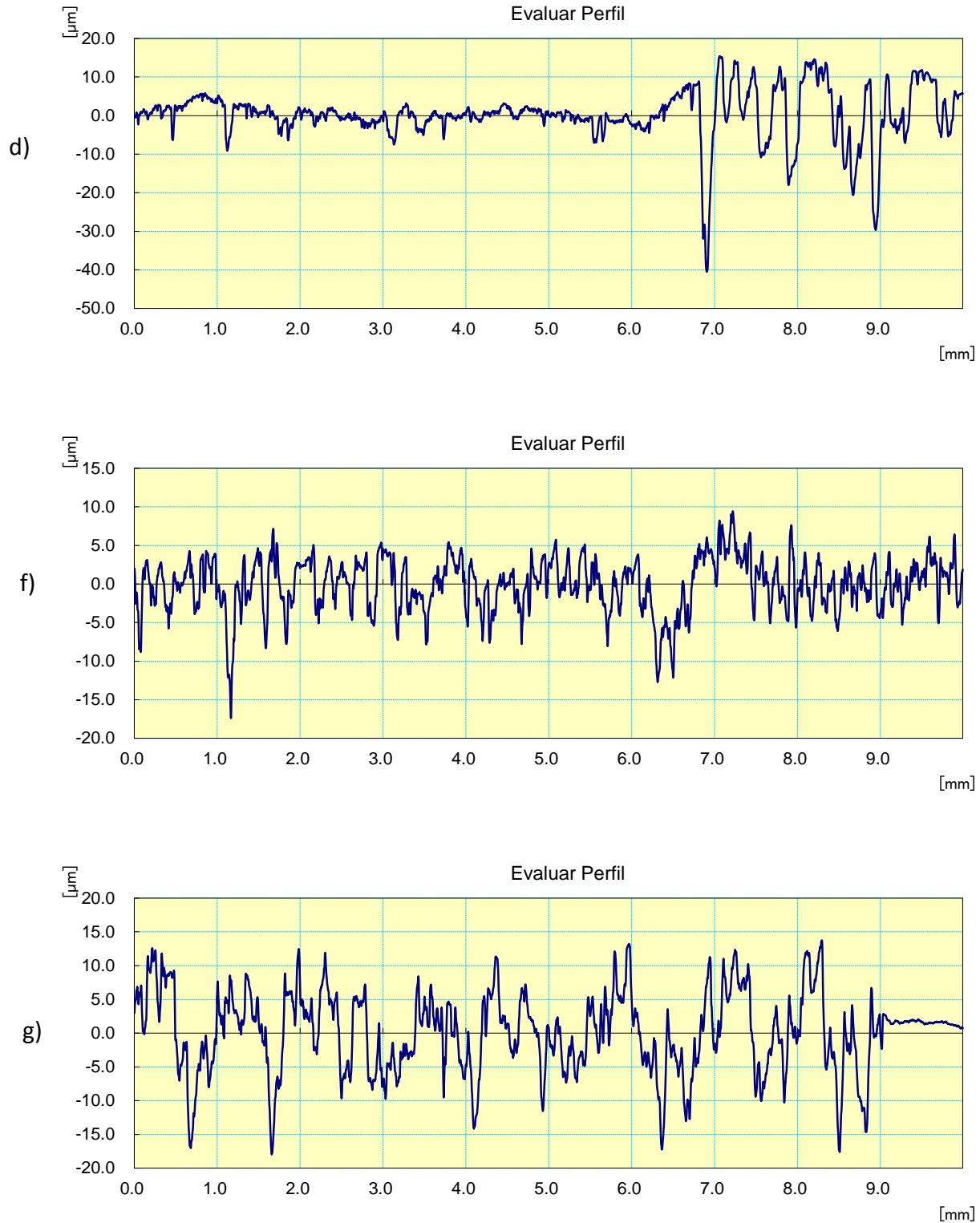


Figura 4. 9 Perfiles de rugosidad de los cubos, donde: d) cubo 4, e) cubo 5 y f) cubo 6.

4.4 Ensamble de las probetas por medio de temperatura.

Se realizó el ensamble de las probetas (eje y cubo) por medio de temperatura, para poder llevar a cabo la unión mecánica con ajuste de interferencia $\varnothing 10H7/s6$, para tal proceso la metodología fue la siguiente:

- a. Contracción de los ejes con hielo seco (CO_2). Los ejes que se encuentran a temperatura ambiente ($26^\circ C$), se colocaron en un recipiente de unicel, enseguida se depositaron 5 kg de hielo seco (CO_2) en forma de bloque, el cual se encuentra a una temperatura de $-78.5^\circ C$. Después de 2 horas se midió la temperatura de los ejes con el termopar la cual fue de $-51^\circ C$. En la figura 4.10 se muestra el proceso de contracción.

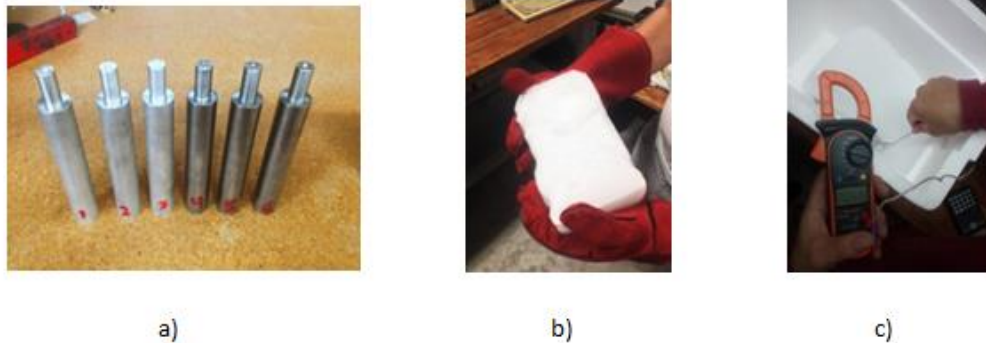


Figura 4. 10 Contracción de los ejes con hielo seco; a) ejes a temperatura ambiente, b) hielo seco a $-78.5^\circ C$, c) ejes a una temperatura de $-51^\circ C$

- b. Dilatación de los cubos por medio de un horno. Los cubos a temperatura ambiente se colocaron en un horno eléctrico y se les aplicó una temperatura de $250^\circ C$, después de una hora se midió la temperatura de los cubos con el termopar, obteniéndose una temperatura de $220^\circ C$, tal como se muestra en la figura 4.11.



Figura 4. 11 Dilatación de los cubos, donde: a) cubos a temperatura ambiente ($26^\circ C$), b) horno eléctrico a $250^\circ C$, c) medición de la temperatura de los cubos con el termopar obteniéndose $230^\circ C$.

- c. Ensamble de la unión eje-cubo. Ya que las piezas se encontraban a la temperatura deseada se procedió a realizar el ensamble: primero se tomó del horno eléctrico el cubo por medio de las pinzas de presión (figura 4.12 a)), después, se sujetó de forma vertical en el tornillo de banco (figura 4.12 b)), enseguida se tomó el eje del recipiente aislante por medio de los guantes de carnaza (figura 4.12 c)), se posicionó el eje por encima de cubo previamente sujetado en la tornillo de banco y se realizó el ensamble por medio de un impacto en la parte superior del eje con un martillo (figura 4.12 d)), por último se quitó la unión del tornillo de banco (figura 4.12 f)) y se dejó a temperatura ambiente (figura 4.12 g)).



Figura 4. 12 Ensamble de la unión eje-cubo, donde: a) tomar del horno eléctrico el cubo con las pinzas de presión, b) sujetar el cubo en el tornillo de banco, c) extraer del recipiente aislante el eje con los guantes de carnaza, d) posicionar el eje y realizar el ensamble con un impacto del martillo, f) unión eje-cubo realizada, g) todas las uniones eje-cubo hechas.

Este procedimiento se llevó a cabo para cada una de las uniones realizadas, en total se realizaron seis uniones con ajuste de interferencia $\varnothing 10H7/s6$ [mm] de las cuales en tres (unión tres, cinco y seis) se logró realizar completamente el ensamble (20 mm de longitud de interferencia), mientras que en las otras tres uniones (unión uno, dos y cuatro) no se logró realizar completamente el ensamble tal como se muestra en la figura 3.10 g), debido a demoras en el proceso de ensamblado.

4.5 Pruebas de tensión en la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus.

Después de haber realizado el ensamble de la seis uniones eje-cubo con ajuste de interferencia $\varnothing 10\text{ H7/s6}$, se prosiguió con las pruebas de tensión en la máquina universal Shimadzu AG-X plus (figura 4.13), la cual tiene una capacidad máxima de carga de 100 kN; con el fin de determinar la fuerza axial máxima que soportaría cada una de las seis uniones eje-cubo con diferentes valores de rugosidad (Ra) y también con diferentes longitudes de ajuste de interferencia.



Figura 4. 13 Máquina universal Shimadzu AG-X plus.

El procedimiento que se desarrolló para las pruebas de tensión de las seis uniones eje-cubo con ajuste de interferencia $\varnothing 10\text{H7/s6}$ para determinar la máxima carga axial que soportan, fue el siguiente:

- a. Instalación del equipo para la prueba de tensión. A la máquina universal Shimadzu AG-X plus se le instaló el equipo para la prueba de tensión como son: la celda de carga, las mordazas y el extensómetro. En la figura 4.14 se observa la máquina universal Shimadzu AG-X plus con el equipo para la prueba de tensión.



Figura 4. 14 Máquina universal Shimadzu AG-X plus con el equipo para la prueba de tensión.

- b. Colocación de la unión eje-cubo en las mordazas. Se sujetó por medio de las mordazas la unión eje-cubo, como se observa en la figura 4.15 a) y también se posicionó el extensómetro (figura 4.15 b)).



a)



b)

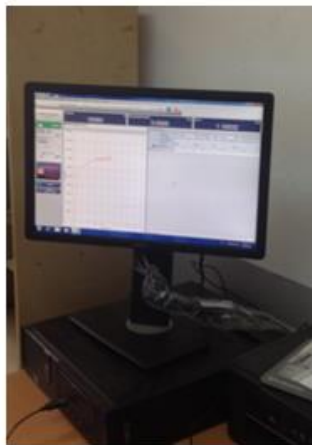
Figura 4. 15 Colocación de la unión eje-cubo, donde: a) sujetar la unión eje-cubo con las mordazas, b) colocación del extensómetro.

- c. Creación del método en el software TrapeziumX. Se creó el método para una prueba de tensión por medio de dos opciones: un desplazamiento controlado de 2 mm/min y una fuerza controlada de 30 N/seg. En la tabla 4.4 se muestran las características del método.

Tabla 4. 4 Características del método para las pruebas de tensión.

Características del método	Fuerza controlada	Desplazamiento controlado
Modo de ensayo	Sencillo	Sencillo
Tipo de ensayo	Tracción	Tracción
Velocidad	30 N/seg	2 mm/min
Forma	Cilíndrica	Cilíndrica

Aplicación del método. Una vez creado el método, se procedió con la realización de las pruebas de tensión como se observa en la unidad de control y almacenamiento (figura 4.16 a)), así como se muestra en la figura 4.16 b) el desensamble de la unión eje-cubo número tres.



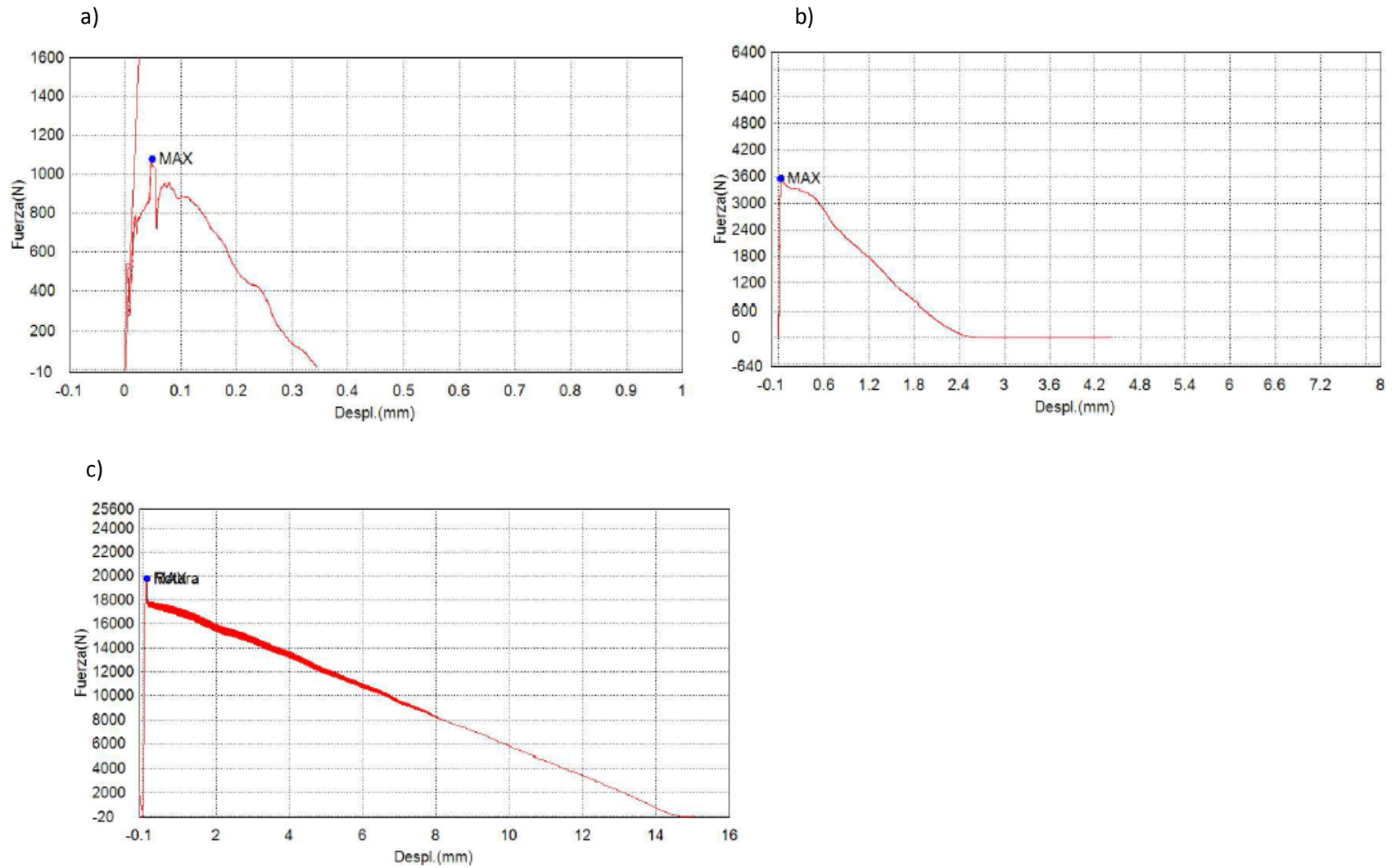
a)



b)

Figura 4. 16 Aplicación del método; a) unidad de control y almacenamiento, b) desensamble de la unión eje-cubo.

- d. Gráficas de fuerza contra desplazamiento. Al terminar las pruebas de tensión en la máquina universal Shimadzu AG-X plus, se obtuvieron las gráficas de fuerza [N] contra desplazamiento [mm]. A continuación se muestran las graficas para observar la tendencia de cada una de las seis uniones eje-cubo (ver figura 4.17 y 4.18).



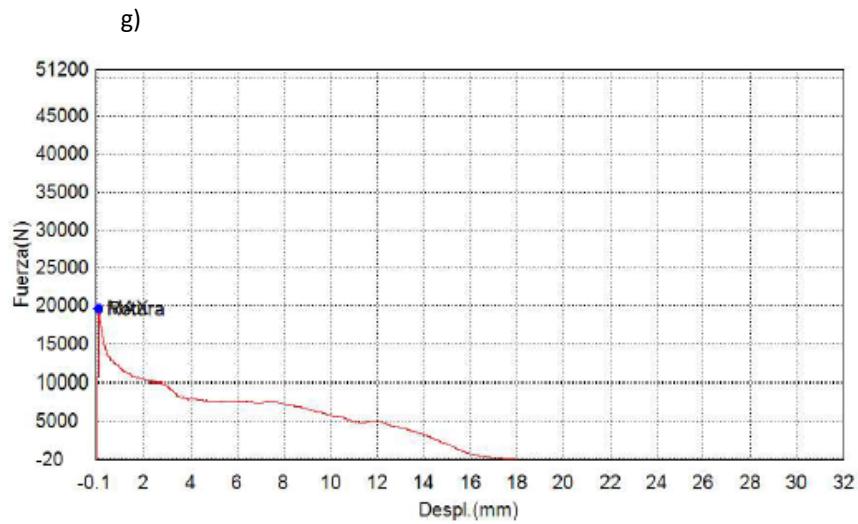
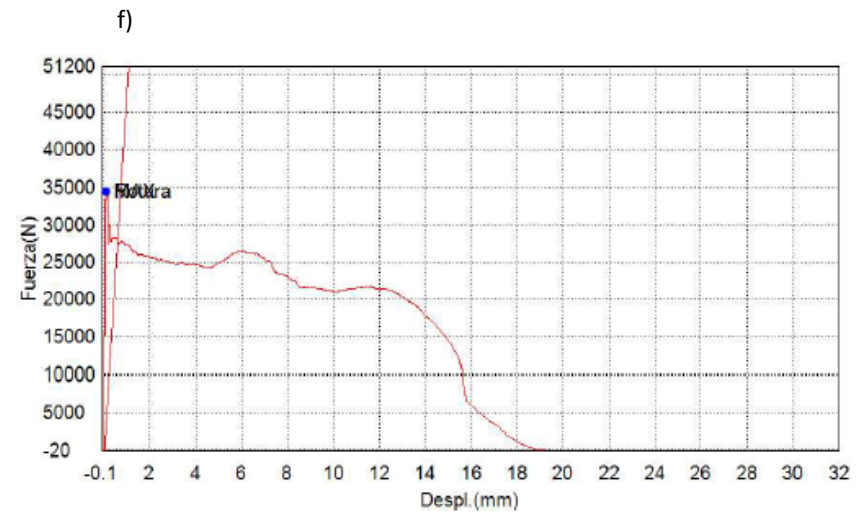
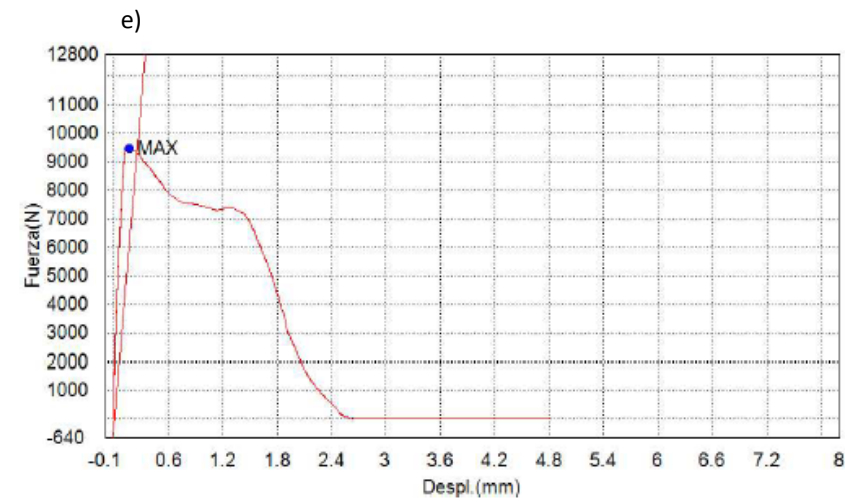


Figura 4. 18 Gráficas de fuerza contra desplazamiento, donde: e) unión 4, acero-acero, f) unión 5, acero-acero, g) unión 6, acero-acero.

4.6 Resultados y conclusiones.

Los resultados que se obtuvieron para calcular la fuerza axial máxima que soporta cada unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$ se desglosan en la tabla 4.4.

Tabla 4. 5 Resultados de las pruebas de tensión.

Unión eje-cubo	Longitud de ajuste [mm]	Fuerza controlada 30N/sec	Desplazamiento controlado 2mm/min	Fuerza axial máxima [N]	Fuerza axial [N] en 1 mm de interferencia
1	3	x		1076.02	358.67
2	2.64	x		3557.79	1347.64
3	14.5		x	19775.20	1363.80
4	2.6	x		9474.45	3644.01
5	18.94		x	34400.30	1816.27
6	17.82		x	19665.10	1103.54

En este capítulo se realizó el análisis experimental de seis uniones eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10 H7/s6$, las conclusiones a las que se llegaron fueron las siguientes.

Los resultados experimentales obtenidos de la máxima fuerza que soporta cada una de las seis uniones eje-cubo presentan variaciones debido a varios factores como son: la precisión del ajuste maquinado de las probetas en el torno, la longitud axial de interferencia del ensamble, la rigidez de los materiales y el acabado superficial el cual hace que cambie los valores de rugosidad.

Por lo tanto no se puede determinar con precisión la influencia de la rugosidad superficial en la fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo, debido a esto se realizó el análisis numérico de la unión 6 en el capítulo 3, con el modelo discreto número 4.

CAPÍTULO V. ANÁLISIS DE RESULTADOS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se presentan la comparación de resultados experimentales y numéricos, se dan a conocer las conclusiones del trabajo de investigación de la unión eje-cubo analizada con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$ considerando la rugosidad superficial en las superficies de contacto y se mencionan algunas recomendaciones de la importancia de la rugosidad en el contacto.

5.1 Análisis de resultados numéricos y experimentales.

En este trabajo de investigación los resultados experimentales se obtuvieron de las pruebas de tensión de la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus (ver en tabla 4.5). Donde se llegó a la conclusión que no era posible determinar con precisión la influencia de la rugosidad superficial en la fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo debido a factores como son: la precisión del ajuste maquinado de las probetas en el torno, la longitud de interferencia del ensamble, la rigidez de los materiales y el acabado superficial el cual hace que cambie los valores de rugosidad.

Por tal motivo se decidió analizar la unión seis por medio del método de elemento finito utilizando el paquete computacional ABAQUS, para determinar la influencia de rugosidad en la unión eje-cubo, la cual corresponde al modelo discreto 4 presentado en el capítulo 3.

En la tabla 5.1 se muestran las características de la unión seis que se analizó con elemento finito.

Tabla 5. 1 Características de la unión seis.

Unión eje-cubo	Longitud de ajuste [mm]	Desplazamiento controlado 2mm/min	Fuerza axial máxima [N]	Fuerza axial [N] en 1 mm de longitud de ajuste
6	17.82	x	19665.10	1103.54

En donde por razones de tiempo de cómputo se analizó por medio del método de elemento finito 1 mm de longitud de interferencia en la unión eje-cubo, ya que la fuerza axial es proporcional a la longitud de ajuste, como se muestra en la ecuación 5.1.

La unión seis tiene una rugosidad en el eje de 5.973 μm de Ra , la unión es de acero AISI 1045, la cual representa el modelo discreto 4 en el análisis numérico, para el modelo discreto 1 y 2 se tomaron los valores de rugosidad de los ejes 4 y 5 respectivamente. Los modelos discretos se muestran en la tabla 5.2.

Tabla 5. 2 Modelos discretos analizados.

Modelo discreto	Material	Rugosidad superficial, $Ra[\mu\text{m}]$	
		Eje	Cubo
1	Acero 1045	Eje 4 = 1.434	Liso
2	Acero 1045	Eje 5 = 5.870	Liso
3	Acero 1045	Eje 6 = 5.973	Liso

Los resultados obtenidos del análisis numérico por el método de elemento finito, se visualizan en la tabla 5.3

Tabla 5. 3 Resultados de los modelos discretos.

Modelo discreto	Concentración de esfuerzos [N/mm^2]	Presión de contacto [N/mm^2]	Área de contacto [mm^2]	Fuerza axial máxima [N]
1	714.9	1769	8.16855	946.885
2	786.8	2258	6.02732	1042.55
3	972.4	2436	4.97686	1242.84

Comparación de los resultados numéricos y experimentales.

El único resultado para comparar entre el análisis numérico y el experimental es la fuerza axial de la unión seis del análisis experimental y el modelo discreto 3 del análisis numérico. La comparación se muestra en la tabla 5.4.

Tabla 5. 4 Comparación numérica y experimental del modelo discreto 4 y la unión 6.

	Numérico Modelo discreto 4	Experimental Unión 6 eje-cubo	% de diferencia
Fuerza axial máxima [N]	1242.84	1103.54	12.62

La comparación numérica y experimental de la fuerza axial máxima que soporta la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$ presenta un porcentaje de diferencia del 12.62 % de acuerdo a la tabla 5.4.

Tomando como referencia el modelo discreto 3 para compararlo con los modelos discretos 1 y 2, se muestra en la tabla 5.5 el porcentaje de diferencia de la fuerza axial máxima en función de la rugosidad superficial del eje de la unión eje-cubo.

Tabla 5. 5 Porcentaje de diferencia de la fuerza axial máxima de los tres modelos discretos tomando como referencia el modelo tres.

Modelo discreto	Rugosidad del eje, Ra[μm]	Fuerza axial máxima [N]	% de diferencia
3	5.973	1242.84	referencia
2	5.870	1042.55	16.11
1	1.434	946.885	23.81

5.2 Conclusiones.

En este trabajo de investigación, se analizó el fenómeno del problema de contacto en la unión mecánica eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$ a nivel de rugosidad superficial, para realizar el estudio numérico se empleó el método de elemento finito por medio del programa computacional ABAQUS, en donde se realizaron cuatro modelos discretos.

El **primer modelo** discreto se utilizó para comparar el método de elemento finito con las ecuaciones del contacto elástico de Hertz, por medio de un modelo entre dos esferas en contacto, con un tamaño de malla en la zona de contacto de 5×10^{-5} [m], se obtuvo en la comparación de resultados un porcentaje de diferencia del 1.41% con respecto a la presión máxima calculada analíticamente. Por lo cual se obtuvo el adecuado tamaño de malla en el modelo discreto por medio del programa computacional ABAQUS.

En el **segundo modelo** discreto se analizó la influencia de la rugosidad en la distribución de presión y la concentración de esfuerzos entre una superficie con rugosidades simétricas (cinco, tres y una) y una superficie lisa. De dicho estudio se obtuvo que la gráfica de la presión y la concentración de esfuerzos en la zona de contacto, varían por la influencia de la rugosidad, lo cual ocasiona una distribución no uniforme. La presión máxima de contacto obtenida variando las rugosidades simétricas (cinco, tres y una) fue de 849.5, 868.9 y 881.2 MPa respectivamente.

La presión de contacto rebasa el límite de fluencia " σ_y " del acero 1045 el cual es de 310 MPa, revisando la literatura Johnson [22] menciona en el capítulo 13 "*Rough surfaces*" que para el caso de superficies rugosas pueden deformarse plásticamente a una presión de contacto de tres veces el límite de fluencia " $3\sigma_y$ ".

En el **tercer modelo** discreto se analizó la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 por medio de la opción "*interference fit*", considerando las superficies geoméricamente perfectas (lisas) y se comparan con la ecuaciones de cilindros de pared gruesa.

La comparación de los resultados numéricos, realizados con la opción "*interference fit*" y los resultados analíticos, obtenidos con las ecuaciones de cilindros de pared gruesa muestran una gran similitud, donde en todos los parámetros analizados el porcentaje de diferencia es menor al 1%. De acuerdo a esta comparación se puede concluir que la opción "*interference fit*" es adecuada para realizar ajustes de interferencia para superficies geoméricamente perfectas.

La desventaja de la opción "*interference fit*", es que al realizar el análisis de un modelo considerando la rugosidad en la zona de contacto, esta opción no pudo realizar el ajuste de interferencia debido al perfil de rugosidad montado en la superficie de contacto. Por esta razón, se buscó otra manera de como simular el ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6 con influencia de la rugosidad, ya que la opción "*interference fit*" sólo funciona en superficies geoméricamente perfectas (lisas).

En el **cuarto modelo** discreto se estudia la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10$ H7/s6, El tipo de análisis es "acoplamiento de temperatura-desplazamiento", el modelo considera tres diferentes perfiles de rugosidad obtenidos de la medición de las probetas con el rugosímetro, dicho modelo discreto se basa en el análisis experimental que se desarrolla en el capítulo 4.

Con el modelo discreto se obtuvo la fuerza axial máxima que soporta la unión antes de desplazarse, y se validó de forma experimental con la realización de pruebas de tensión en la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus. De éste modelo discreto estudiado se obtuvieron las siguientes conclusiones, de acuerdo a:

Concentración de esfuerzos: la concentración máxima de esfuerzos de la simulación del modelo discreto 1, 2 y 3 fue de 714.9, 786.8 y 972.4 [N/mm^2] respectivamente, la concentración de esfuerzos tiende a aumentar en el modelo 1, 2 y 3 a causa del aumento de la rugosidad de las superficies en contacto de la unión eje-cubo con interferencia $\emptyset 10$ H7/s6.

Presión de contacto: la presión de contacto obtenida para el modelo discreto 1, 2 y 3 fue de 1769, 2258 y 2436 [N/mm^2] correspondientemente, se observó que la presión de contacto se incrementa a mayor rugosidad superficial.

Área real de contacto: el área real de contacto entre las superficies fue de 8.16855, 6.02732 y 4.97686 [mm^2] para el modelo discreto 1, 2, y 3 respectivamente. El área de contacto aparente es 31.4159 [mm^2]; comparando el porcentaje de área real en relación con el área aparente obtenido fue 26.00, 19.18 y 15.84 [%] correspondientemente para el modelo discreto 1, 2 y 3. Se concluye que el área real de contacto disminuye a medida que se incrementa la rugosidad de las superficies en contacto de la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\emptyset 10H7/s6$.

Fuerza axial máxima: la fuerza axial máxima que soporta la unión en el instante que ocurre el desplazamiento fue de 946.885, 1042.55, y 1242.84 [N], para los modelos discretos 1, 2 y 3 respectivamente, la fuerza axial fue mayor para el modelo discreto 3 el cual tiene mayor valor de rugosidad. Se llega a la conclusión, de que la fuerza axial tiende a incrementarse a medida que se aumenta la rugosidad superficial.

Finalmente se puede resumir que los resultados obtenidos en este trabajo de investigación de la unión eje-cubo pueden ser útiles para este tipo de ajuste en particular, ya que sirven como base para trabajos siguientes en la unión eje-cubo con ajuste de interferencia por medio de temperatura ya que proporcionan información por medio del método de elemento finito de la distribución de los esfuerzos, la presión de contacto, el área real de contacto y la fuerza máxima que soporta la unión a tensión, todo esto en función de la rugosidad superficial. También proporciona información del análisis experimental, la cual queda como base para estudios siguientes como son las pruebas de tensión realizadas en la máquina universal de ensayos Shimadzu AG-X plus, los perfiles de rugosidad de las probetas y el proceso de ensamble de la unión eje-cubo por medio de temperatura.

5.3 Recomendaciones para trabajos futuros.

Se encontraron diversas actividades para continuar el desarrollo de la investigación de las uniones eje-cubo, pero debido a que se encuentran fuera de los alcances de este estudio se recomiendan como trabajos futuros. Algunas de las recomendaciones propuestas son las siguientes:

- Realizar el análisis numérico del torque máximo que soporta la unión eje-cubo con ajuste de interferencia $\text{Ø}10\text{H}7/\text{s}6$ con los perfiles de rugosidad del modelo discreto número cuatro.
- Realizar el análisis numérico y experimental de la unión eje-cubo con diferentes ajustes de interferencia.
- Analizar de forma numérica y experimental la variación de los diámetros de la unión eje-cubo.
- Realizar el análisis numérico y experimental con diferentes valores de rugosidad y procesos de maquinado.
- Hacer simulaciones numéricas y experimentales variando los materiales de la unión eje-cubo.

Bibliografía

- [1] M. L. Paz González, “Análisis de Regiones de Contacto Potencial en Uniones Mecánicas con Aros Deformables Incluyendo Imperfecciones Geométricas,” Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2009.
- [2] M. M. Frocht and H. N. Hill, “Stress-concentration factors around a central circular hole in a plate loaded through a pin in the hole,” *ASME J. Appl. Mech.*, vol. 7, 1940.
- [3] M. P. Groover, *FUNDAMENTOS DE MANUFACTURA MODERNA*. D.F.: McGraw-Hill, 2007.
- [4] H. Boutoutaou, M. Bouaziz, and J. F. Fontaine, “Modelling of interference fits with taking into account surfaces roughness with homogenization technique,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 69, pp. 21–31, 2013.
- [5] H. Boutoutaou, M. Bouaziz, and J. F. Fontaine, “Modeling of interference fits taking form defects of the surfaces in contact into account,” *Mater. Des.*, vol. 32, no. 7, pp. 3692–3701, 2011.
- [6] K. Komvopoulos and D.-H. Choi, “Elastic Finite Element Analysis of Multi- Asperity Contacts,” *ASME, J. Tribol*, vol. 114, pp. 823–831, 1992.
- [7] J. a. Greenwood and J. B. P. Williamson, “Contact of Nominally Flat Surfaces,” *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 295, no. 1442, pp. 300–319, 1966.
- [8] Y. Zhang, B. McClain, and X. D. Fang, “Design of interference fits via finite element method,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 42, no. 9, pp. 1835–1850, 2000.
- [9] G. M. Yang, J. C. Coquille, J. F. Fontaine, and M. Lambertin, “Influence of roughness on characteristics of tight interface fit of a shaft and a hub,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 38, no. 42–43, pp. 7691–7701, 2001.
- [10] G. M. Yang, J. C. Coquille, J. F. Fontaine, and M. Lambertin, “Contact pressure between two rough surfaces of a cylindrical fit,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 123, pp. 490–497, 2002.
- [11] S. Sen and B. Aksakal, “Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions,” *Mater. Des.*, vol. 25, no. 5, pp. 407–417, 2004.

- [12] L. Pei, S. Hyun, J. F. Molinari, and M. O. Robbins, "Finite element modeling of elasto-plastic contact between rough surfaces," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 53, no. 11, pp. 2385–2409, 2005.
- [13] J. Bedolla and D. Szwedowicz, "ANÁLISIS DE MODIFICACIÓN DE LA REGIÓN NOMINAL DE CONTACTO EN UNIONES MECÁNICAS CÓNICAS POR FRICCIÓN," *CAOS Concienc.*, pp. 73–82, 2007.
- [14] C. Cortés García, "Análisis de amortiguadores de fricción con elementos deformables aplicados a vibraciones estructurales," Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2014.
- [15] W. R. Chang, I. Etsion, and D. B. Bogy, "Static Friction Coefficient Model for Metallic Rough Surfaces," *J. Tribol.*, vol. 110, no. 1, p. 57, 1988.
- [16] W. R. Chang, I. Etsion, and D. B. Bogy, "An Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces," *J. Tribol.*, vol. 43, no. 03, p. 95, 2007.
- [17] W. R. Chang, I. Etsion, and D. B. Bogy, "Adhesion Model for Metallic Rough Surfaces," *J. Tribol.*, vol. 110, no. 1, p. 50, 1988.
- [18] R. G. Budynas and K. J. Nisbett, *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. México, D.F.: The McGraw-Hill, 2008.
- [19] M. Field, J. Kahles, and W. P. Koster, *Metal Handbook*, 16th ed. ASM, 1989.
- [20] H.-J. Butt and M. Kappl, *Surface and Interfacial Forces*. Weinheim, Germany: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2010.
- [21] D. Tabor, "Friction - The Present State for Ours Understanding," *ASME, J. Lubr.*, vol. 103, pp. 169–179, 1981.
- [22] K. L. Johnson, *Contact mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [23] Dassault Systemes, "Abaqus 6.10 Online Documentacion," 2010. .
- [24] S. R. Ghabrial and S. a. Zaghlool, "The Effect of Surface Roughness on Static Friction," *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, vol. 14, no. 4, pp. 299–309, 1974.
- [25] M. M. Koura and M. a. Omar, "The Effect of Surface Parameters on Friction," *Wear*, vol. 73, no. 2, pp. 235–246, 1981.

Anexo A

Tabla A-1 Selección de grados de tolerancia internacionales: serie métrica [5].

(Los intervalos de tamaño son sobre el límite inferior e incluyen el límite superior. Todos los valores están en milímetros).

Tamaños básicos	Grados de tolerancia					
	IT6	IT7	IT8	IT9	IT10	IT11
0-3	0.006	0.010	0.014	0.025	0.040	0.060
3-6	0.008	0.012	0.018	0.030	0.048	0.075
6-10	0.009	0.015	0.022	0.036	0.058	0.090
10-18	0.011	0.018	0.027	0.043	0.070	0.110
18-30	0.013	0.021	0.033	0.052	0.084	0.130
30-50	0.016	0.025	0.039	0.062	0.100	0.160
50-80	0.019	0.030	0.046	0.074	0.120	0.190
80-120	0.022	0.035	0.054	0.087	0.140	0.220
120-180	0.025	0.040	0.063	0.100	0.160	0.250
180-250	0.029	0.046	0.072	0.115	0.185	0.290
250-315	0.032	0.052	0.081	0.130	0.210	0.320
315-400	0.036	0.057	0.089	0.140	0.230	0.360

Tabla A-2 Unidades consistentes en ABAQUS.

Cantidad	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Longitud	m	mm	ft	in
Fuerza	N	N	lbf	lbf
Masa	kg	tonne (10^3 kg)	slug	lbf s ² /in
Tiempo	s	s	s	s
Esfuerzo	Pa (N/m ²)	MPa (N/mm ²)	lbf/ft ²	psi (lbf/in ²)
Energía	J	mJ (10^{-3} J)	ft lbf	in lbf
Densidad	kg/m ³	tonne/mm ³	slug/ft ³	lbf s ² /in ⁴

Tabla A-3 Desviaciones fundamentales de ejes: serie métrica [5].

(Los intervalos de tamaño son sobre el límite inferior e incluyen el límite superior. Todos los valores están en milímetros).

Tamaños básicos	Letra de la desviación superior					Letra de la desviación inferior				
	c	d	f	g	h	k	n	p	s	u
0-3	-0.060	-0.020	-0.006	-0.002	0	0	+0.004	+0.016	+0.014	+0.018
3-6	-0.070	-0.030	-0.010	-0.004	0	+0.001	+0.008	+0.012	+0.019	+0.023
6-10	-0.080	-0.040	-0.013	-0.005	0	+0.001	+0.010	+0.015	+0.023	+0.028
10-14	-0.095	-0.050	-0.016	-0.006	0	+0.001	+0.012	+0.018	+0.028	+0.033
14-18	-0.095	-0.050	-0.016	-0.006	0	+0.001	+0.012	+0.018	+0.028	+0.033
18-24	-0.110	-0.065	-0.020	-0.007	0	+0.002	+0.015	+0.022	+0.035	+0.041
24-30	-0.110	-0.065	-0.020	-0.007	0	+0.002	+0.015	+0.022	+0.035	+0.048
30-40	-0.120	-0.080	-0.025	-0.009	0	+0.002	+0.017	+0.026	+0.043	+0.060
40-50	-0.130	-0.080	-0.025	-0.009	0	+0.002	+0.017	+0.026	+0.043	+0.070
50-65	-0.140	-0.100	-0.030	-0.010	0	+0.002	+0.020	+0.032	+0.053	+0.087
65-80	-0.150	-0.100	-0.030	-0.010	0	+0.002	+0.020	+0.032	+0.059	+0.102
80-100	-0.170	-0.120	-0.036	-0.012	0	+0.003	+0.023	+0.037	+0.071	+0.124
100-120	-0.180	-0.120	-0.036	-0.012	0	+0.003	+0.023	+0.037	+0.079	+0.144
120-140	-0.200	-0.145	-0.043	-0.014	0	+0.003	+0.027	+0.043	+0.092	+0.170
140-160	-0.210	-0.145	-0.043	-0.014	0	+0.003	+0.027	+0.043	+0.100	+0.190
160-180	-0.230	-0.145	-0.043	-0.014	0	+0.003	+0.027	+0.043	+0.108	+0.210
180-200	-0.240	-0.170	-0.050	-0.015	0	+0.004	+0.031	+0.050	+0.122	+0.236
200-225	-0.260	-0.170	-0.050	-0.015	0	+0.004	+0.031	+0.050	+0.130	+0.258
225-250	-0.280	-0.170	-0.050	-0.015	0	+0.004	+0.031	+0.050	+0.140	+0.284
250-280	-0.300	-0.190	-0.056	-0.017	0	+0.004	+0.034	+0.056	+0.158	+0.315
280-315	-0.330	-0.190	-0.056	-0.017	0	+0.004	+0.034	+0.056	+0.170	+0.350
315-355	-0.360	-0.210	-0.062	-0.018	0	+0.004	+0.037	+0.062	+0.190	+0.390
355-400	-0.400	-0.210	-0.062	-0.018	0	+0.004	+0.037	+0.062	+0.208	+0.435

Tabla A-4 Propiedades del acero ASTM A36.

DATOS	MAGNITUD	UNIDADES
Módulo de Young	200×10^9	$[N/m^2]$
Poisson	0.3	-----
Esfuerzo de fluencia	250×10^6	$[N/m^2]$

Anexo B

Propiedades del acero AISI 1045.

Material	Módulo de Young [MPa]	Coefficiente de Poisson	Límite de fluencia [MPa]	Coefficiente de endurecimiento	Coefficiente de dilatación lineal, α [1/°C]
Acero AISI 1045	205000	0.29	310	0.17	1.26×10^{-5}

La relación entre esfuerzo y deformación plástica del material se define de la siguiente manera [4]:

$$\varepsilon_{plástica} = \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{\frac{1}{n}} - \frac{\sigma}{E}$$

donde

$\varepsilon_{plástica}$ = deformación plástica

E = módulo de Young

σ_y = límite de fluencia

σ = esfuerzo

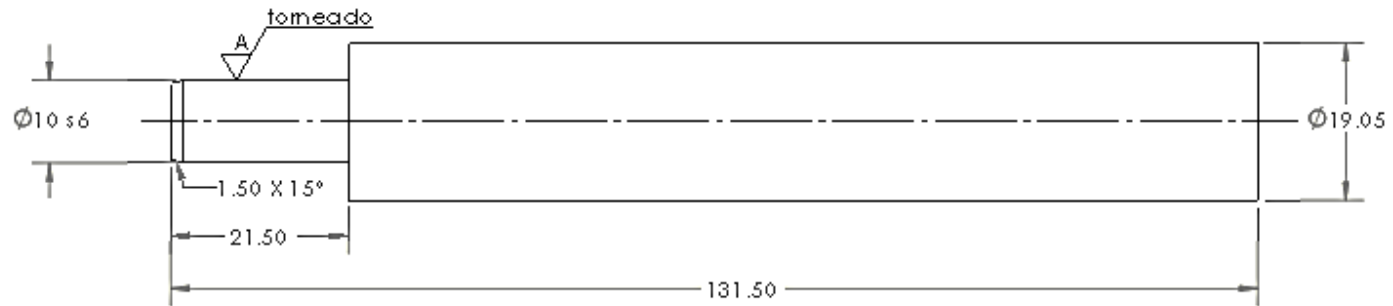
n = coeficiente de endurecimiento

Los valores discretos del comportamiento de esfuerzo – deformación plástica unitaria para el acero AISI 1045, obtenidos a partir de la ecuación 3.1, se presentan en la tabla 3.12.

Valores de esfuerzo contra deformación plástica unitaria del acero AISI 1045.

Esfuerzo	Deformación plástica
310	0
350	0.00126050
390	0.00351188
430	0.00721638
470	0.01297431
...	...

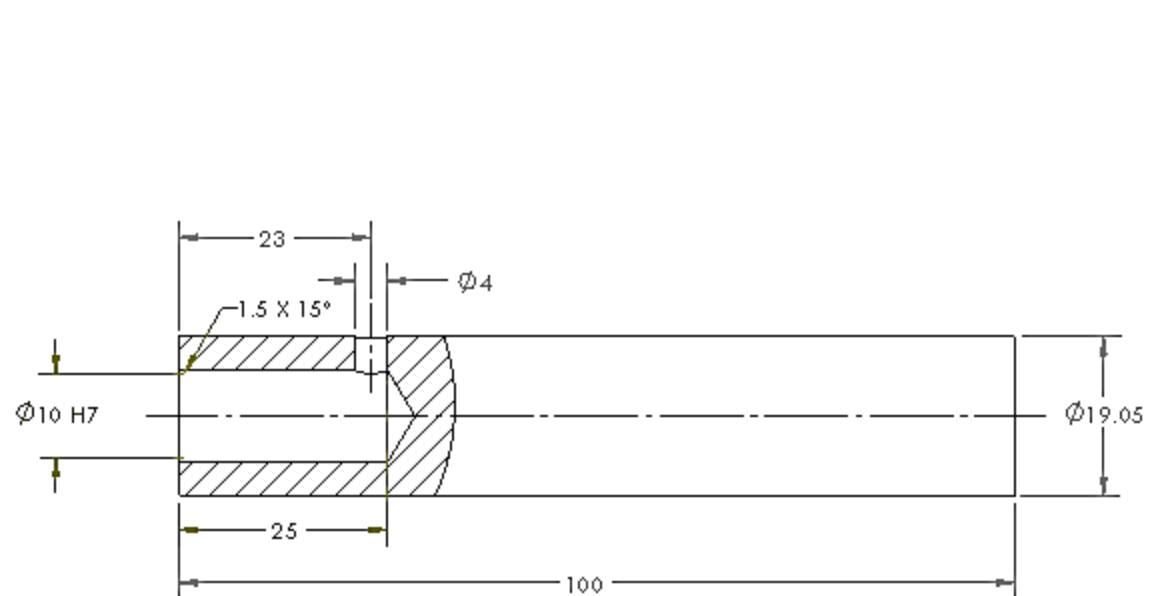
s6 = +0.032
+0.023



NOTA:

A=Tres diferentes valores de rugosidad
1.6, 3.2 y 6.3 [micras]

Acotación: mm	Escala: 1:1	Cenidet	Fecha: 24/06/15
Dibujado por: Ing. Manuel Salgado Cruz.			Material: Acero AISI 1045
Revisado por: Dra. Claudia Cortés García		Título: Eje 10s6	No. de dibujo: 1



Acotación: mm	Escala: 1:1	Cenidet	Fecha: 24/06/15
Dibujado por: Ing. Manuel Salgado Cruz.			Material: Acero AISI 1045
Revisado por: Dra. Claudia Cortés García		Título: Cubo 10H7	No. de dibujo: 2