

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Electrónica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

**Detección de Fallas en Sensores con Filtros H ∞ para Sistemas
Difusos Takagi-Sugeno. Aplicación a un Proceso de Fermentación**

presentada por

Ing. Amairany Lizet Rosas Carrasco

como requisito para la obtención del grado de
Maestra en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis

Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza

Codirector de tesis

Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez

Cuernavaca, Morelos, México. Julio de 2015.

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 30 de junio de 2015.
OFICIO No. SAC/169/2015

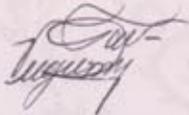
Asunto: Autorización de impresión de tesis

ING. AMAIRANY LIZET ROSAS CARRASCO
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado "**Detección de Fallas en Sensores con Filtros H ∞ para Sistemas Difusos Takagi-Sugeno. Aplicación a un Proceso de Fermentación**", ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"CONOCIMIENTO Y TECNOLOGÍA AL SERVICIO DE MÉXICO"



DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



CENTRO NACIONAL DE
INVESTIGACIÓN Y
DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

"2015, Año del Generalísimo José María Morelos y Pavón"

Cuernavaca, Mor., 26/Junio/2015

OFICIO No. DIE/103/2015

Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

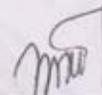
Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial de la C. **Amairany Lizet Rosas Carrasco**, con número de control M13CE009, de la Maestría en Ciencias Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**Detección de Fallas en Sensores con Filtros H_{∞} para Sistemas Difusos Takagi-Sugeno. Aplicación a un Proceso de Fermentación**", y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



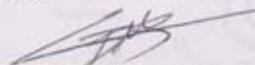
Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
Doctor en Ingeniería Electrónica
Cédula Profesional 5505019

REVISOR 1



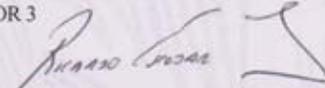
Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula Profesional 5992003

REVISOR 2



Dr. Carlos Daniel García Beltrán
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula Profesional REV. FOLIO B 045431

REVISOR 3



Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
Doctor en Ciencias en Ingeniería electrónica
Cédula Profesional 7534115

C.p. L.I. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

CMAZ/lrr



Dedicatoria

*A mis **padres** que me han enseñado a soñar y a trabajar por mis sueños,
que han creído en mí y cuidan cada uno de mis pasos con amor.*

*A mis **hermanos**, por estar a mi lado siempre con su apoyo y cariño.*

*A mi **familia**.*

Esto es para ustedes.

Agradecimientos

Primero gracias a Dios por permitirme concluir esta etapa de mi vida.

A mi padre Felipe, gracias por siempre ser mi ejemplo a seguir, por que gracias a ti y mamá soy la persona que soy y de la cual me siento orgullosa. Te admiro y te amo por sobre todas las cosas.

A mi madre Rosa, gracias por el inmenso amor que siempre me has proporcionado, por que gracias a tu ejemplo se que puedo lograr cualquier cosa, te amo.

A mis hermanos Edwin, monstruo gracias por ser un gran apoyo, y Eber mi pequeño grandote que siempre me brindas tu cariño, gracias a ustedes por ser mis compañeros de aventuras.

A mis asesores Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza y Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez, gracias por sus enseñanzas, su apoyo, su paciencia para conmigo y por acompañarme en este trayecto, mil gracias.

A mis revisores Dr. Carlos Daniel García Beltrán y Dr. Manuel Adam Medina, gracias por sus valiosos consejos y comentarios en la realización de este trabajo.

A mis profesores Dr. Juan Reyes Reyes, Dr. Alejandro Rodríguez Palacios, Dr. Gerardo Vicente Guerrero, Dr. Guadalupe Madrigal, Dr. Jesús Mina, gracias por guiarme y apoyarme a lo largo de mi formación académica. Sinceramente muchas gracias.

A mis compañeros de generación, que con ustedes compartí buenos y malos momentos durante nuestros días de estudio a pesar de todo. A mis compañeros de Potencia, que compartimos muchos momentos gracias por su amistad. Tiki gracias por el cariño y tu amistad.

A Iris y Regalado, no tengo como agradecerles todo el cariño y apoyo que me han brindado

desde siempre. Se que a pesar de todo siempre estaremos para apoyarnos, mil gracias por permitirme vivir muchas aventuras a su lado, pero en especial por esta sincera amistad que me brindan.

A Rita, por cuidar de mi con todo y los regaños como muestras de cariño, gracias por brindarme tu sincera amistad.

A mis compañeros y amigos del CENIDET, todos aquellos a los que conocí a lo largo de mi estancia y con los cuales compartí buenas experiencias.

Al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico (CENIDET) y a todos los laboran el él. Por brindarme los medios necesarios para mi formación académica, así como brindarme siempre una amable atención durante mi estancia. Gracias a Anita, Sra. Eli, Lic. Garrido, Prof. Paty, Ing. Alfredo, Ing. Gongora, Lic. Alfredo Terraza, Ing. Mario Moreno y en especial a Lorena que siempre me brindo su apoyo, su paciencia y sus consejos con cariño.

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado para poder realizar y culminar mis estudios de maestría.

Resumen

Esta tesis presenta el diseño y aplicación de un esquema de detección de fallas para Sistemas Lineales de Parámetros Variables LPV Takagi-Sugeno, aplicado a un proceso de fermentación.

Este esquema de detección de fallas es empleado para la localización de fallas en los sensores involucrados en el proceso de fermentación, utilizando un esquema de observadores generalizados (GOS).

Dicho esquema cuenta con observadores basados en modelos difusos Takagi-Sugeno robustos a ruido por parte de la norma H_∞ . Para su diseño se realiza una representación Takagi-Sugeno del proceso de fermentación para la estimación de los estados, utilizando el enfoque de Linealización por Series de Taylor.

Posteriormente el esquema de detección de fallas es validado por medio de simulaciones numéricas aplicadas al caso de estudio de un proceso de fermentación alcohólica de flujo continuo para la producción de etanol por medio de frutos.

Finalmente, se analiza el desempeño del esquema de detección de fallas y se describen las conclusiones y las limitaciones del mismo.

Abstract

This thesis presents the design and implementation of a scheme for fault detection for Parameter Linear Systems LPV Takagi-Sugeno Variable applied to a fermentation process. This fault detection scheme is used for locating faults in the sensors involved in the fermentation process, using a scheme of generalized observers (GOS).

This scheme has based on Takagi-Sugeno fuzzy models robust to noise by the performance H_∞ observers. For one Takagi-Sugeno design of the fermentation process for estimating state representation is performed using the approach of Taylor series linearization.

Subsequently the fault detection scheme is validated by numerical simulations applied to the case study of a process of continuous flow fermentation for ethanol production through fruits. Finally the performance of fault detection scheme is analyzed and described the conclusions and limitations.

Índice general

Índice general	VI
Índice de cuadros	XI
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del Problema	3
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivo General	4
1.2.2. Objetivos Específicos	4
1.3. Hipótesis	5
1.4. Estado del Arte	5
1.4.1. Sistemas Takagi-Sugeno	5
1.4.2. Fermentadores	6
1.4.3. Filtro H_∞	6
1.5. Justificación	7
1.6. Metodología	8
1.7. Organización del documento	9
2. Teoría de Sistemas LPV tipo Takagi-Sugeno	11
2.1. Sistemas LPV	11
2.2. Tipos de Sistemas LPV	12
2.2.1. Sistemas LPV Afines y Multi-afines	13

2.2.2.	Sistemas LPV Polinomiales	13
2.2.3.	Sistemas LPV Singulares	14
2.2.4.	Sistemas LPV Politópicos	14
2.2.5.	Sistemas LPV Takagi-Sugeno	15
2.3.	Sistemas LPV Takagi-Sugeno	16
2.3.1.	Sistemas Difusos	16
2.3.2.	Sistemas Takagi-Sugeno	17
2.3.3.	Modelo TS basado en enfoque del Sector No Lineal	20
2.3.4.	Modelo TS basado en Linealización por Series de Taylor	21
3.	Caso de Estudio: Biorreactor de Fermentación Continua	24
3.1.	Generalidades	24
3.1.1.	Fermentación	25
3.1.2.	Tipos de Fermentación	26
3.1.3.	Fermentación Alcohólica	28
3.1.4.	Biorreactor	30
3.2.	Modelo del Biorreactor	32
3.2.1.	Modelo para la Temperatura	33
3.2.2.	Modelo para el Oxígeno Disuelto y pH	34
3.2.3.	Modelo para el Proceso del biorreactor	35
3.2.4.	Modelo Conjunto	36
3.3.	Simulación del Modelo No Lineal	37
3.4.	Diseño de un Modelo Takagi-Sugeno del Fermentador	40
4.	Diseño de Esquema de Detección de Fallas	47
4.1.	Observador basado en modelos difusos	47
4.2.	Observador Robusto de Detección de Fallas para modelos Takagi-Sugeno	50
4.2.1.	Formulación del Problema	50
4.2.2.	Condición de Robustez H_∞	53
4.3.	Esquema de Detección de Fallas	55

4.4.	Aplicación al Proceso de Fermentación	56
4.4.1.	Localización de Fallas	58
5.	Conclusiones Generales	64
5.1.	Ventajas y Limitaciones	64
5.1.1.	Ventajas	64
5.1.2.	Limitaciones	65
5.2.	Aportaciones	65
5.3.	Conclusiones	65
	Bibliografía	67
.1.	ANEXO 1: Nomenclatura	71
.2.	ANEXO 2: Parámetros de Simulación	72
.3.	ANEXO 3: Matrices Locales	73
.3.1.	Componentes de Matrices Locales	73
.3.2.	Ejemplos de Matrices Locales	77

Índice de Figuras

1.1. Metodología.	9
2.1. Configuración típica de un modelo difuso.	16
2.2. Ejemplo de Fusificación	17
3.1. Principales vías de Fermentación.	27
3.2. Diagrama de fermentación alcohólica.	29
3.3. Desarrollo químico de la fermentación alcohólica	30
3.4. Configuración típica de un bioreactor de fermentación alcohólica	31
3.5. Efecto térmico según Shuler y Kargy.	32
3.6. Simulación de variables de temperatura en el reactor.	38
3.7. Simulación de variables del reactor.	39
3.8. Funciones de pertenencia para cada estado.	44
3.9. Comparación de modelo TS ante el modelo No Lineal en las Temperaturas. .	45
3.10. Comparación de modelo TS ante el modelo No Lineal en las Concentraciones.	46
4.1. Diseño de Observador basado en modelo difuso	48
4.2. Esquema GOS para IFD	56
4.3. Estimación de estados vs Modelo TS	57
4.4. Error de estimación	58
4.5. Obtención de Residuos	59
4.6. Falla en el sensor de Concetración de Sustrato	60
4.7. Residuos del Observador con falla en Cs	61

4.8. Residuos del Observador con falla en C_x	62
4.9. Residuos del Observador con falla en C_p	62
4.10. Residuos del Observador con falla en Tr	63

Índice de cuadros

3.1. Ejemplos de productos obtenidos a partir de la fermentación	26
4.1. Firma de fallas.	59
1. Valores de simulación.	73

Capítulo 1

Introducción

Es común la utilización y/o aplicación de procesos biológicos dentro del ámbito industrial, como consecuencia de la comprensión de sistemas biológicos complejos y la alta demanda de productos facturados biológicamente. Así la fermentación es un proceso bastante popular en áreas como alimentación, medicina, energía, química entre otras.

Ya que se define a la fermentación como una reacción bioquímica, implica un proceso anaeróbico propio del catabolismo (una parte del metabolismo) en la que la degradación de una sustancia ofrece como resultado un compuesto orgánico. Se dice anaeróbico por que no requiere oxígeno y a pesar de ello el compuesto resultante obtiene energía. Existen diversos tipos de fermentaciones definidos por el tipo de producto final de la reacción.

La fermentación más común es la producida por las levaduras, que son básicamente diversos hongos microscópicos unicelulares que tienen la capacidad de realizar una fermentación de hidratos de carbono, azúcares y otras sustancias para producir diversos compuestos. Por ejemplo en la llamada fermentación alcohólica, los microorganismos (levaduras presentes habituales en las frutas y cereales) procesan los hidratos de carbono (generalmente glucosa, fructuosa, sacarosa, etc.) para obtener como producto final un alcohol en forma de etanol. En el proceso las levaduras obtienen energía disociando las moléculas de glucosa y generan como desecho alcohol y dióxido de carbono.

Para mantener y garantizar las condiciones ambientales propicias para el cultivo de los

microorganismos, el proceso de fermentación se lleva a cabo en bioreactores. Donde a medida que transcurre el ciclo de incubación, se añade una fuente de nutriente y la biomasa y el producto final se multiplican a medida que este se consume.

Las técnicas de monitoreo y control de estos procesos bioquímicos se utilizan como beneficios de mayor rendimiento y menor costo de producción en producciones a grandes escalas. La mayoría de las estructuras de bioreactores se enfocan en estrategias de control de la Temperatura, el pH o el Oxígeno Disuelto. Parámetros necesarios para seguir un perfil determinado para la producción óptima de los productos, por consiguiente el monitoreo en estas variables es valioso para garantizar las condiciones adecuadas.

Las necesidades de asegurar las condiciones adecuadas dentro del proceso de fermentación, determinan las características de observación enfocadas a la temperatura del reactor y a las concentraciones del flujo de salida.

Dentro de la literatura existen diferentes trabajos que abordan esta situación [1] [2] [3], generalmente con técnicas clásicas de control. Sin embargo, la utilización de estrategias cada vez más modernas dentro de la industrias, brinda la posibilidad de implementar también nuevas técnicas de control.

En la actualidad las técnicas de lógica difusa, se han popularizado en la aplicación de técnicas de control y diseño de observadores, ya que brindan ventajas en la representación de modelos no lineales.

Este trabajo se enfoca en la metodología para el diseño de un esquema de observadores en los sensores del proceso que se utilice en el monitoreo de las variables de salida y ayude a garantizar las condiciones idóneas necesarias para que el proceso de fermentación no se vea alterado y/o modificado. Basado en el uso de modelos LPV (por sus siglas en inglés *Linear Parameter Varying*) Takagi-Sugeno que brinda el beneficio de abordar fácilmente las no linealidades del sistema.

1.1. Planteamiento del Problema

En un proceso de fermentación es necesario mantener un monitoreo constante de las variables de control, para mantener un ambiente aséptico que no modifique el proceso de reproducción celular. Generalmente estas variables son: la temperatura, el pH, el suministro de oxígeno u oxidación-reducción, la agitación, la presión, el control de espuma, la alimentación auxiliar.

La mayoría de los fabricantes industriales de biorreactores usan recipientes, sensores, controladores y un sistema de control interconectados para su funcionamiento en el sistema de biorreacción.

Un biorreactor debe proveer internamente un ambiente controlado que garantice y maximice la producción y el crecimiento de un cultivo vivo. Externamente el biorreactor es la frontera que protege ese cultivo del ambiente exterior: contaminado y no controlado. Así el biorreactor debe por tanto suministrar los controles necesarios para que el proceso biológico se lleve a cabo con economía de recursos, alto rendimiento (productividad) y en el menor tiempo posible.

Sin embargo, la posibilidad de que este ambiente controlado sea amenazado teniendo afectaciones dentro proceso es latente. Existen gran cantidad de situaciones que pueden llegar a afectar el desarrollo del proceso incluso la misma propagación celular puede afectar la esterilidad y eficiencia del biorreactor, especialmente en la parte de intercambio de calor.

La existencia de fallas en los sensores que monitorean el proceso es latente, ya sea por el tiempo de vida del instrumento, la falta de mantenimiento, uso incorrecto, efectos ambientales o simplemente su presencia aleatoria. Es decir, cualquier mecanismo utilizado para monitorear las variables del proceso de fermentación (sensor), es vulnerable a interferencias o indeterminaciones que vean afectado el proceso.

Además ya que los sensores trabajan con señales eléctricas, es inevitable contar con presencia de ruido eléctrico (señales de interferencia unidas a la señal principal) que alteren la señal, ya que son particularmente vulnerables dado que funcionan a altas velocidades y con niveles de baja tensión.

Ambos (las fallas y el ruido) producen efectos en la señal que la mayoría de las veces son perjudiciales para el control del proceso.

Por tal motivo, existe la problemática de asegurar un funcionamiento aceptable para cada sensor involucrado en el proceso; detectando posibles fallas en sensores sin intromisiones causadas por el ruido en la señal.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Diseñar un filtro de detección de fallas H_∞ en sensores para sistemas de tipo Takagi-Sugeno, con aplicación a un proceso de fermentación alcohólica para la producción de etanol, el cual permita detectar fallas minimizando las afectaciones producidas por el ruido de medición.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Representación matemática de la dinámica del sistema de un proceso de fermentación alcohólica, a través de un modelo Takagi-Sugeno.
- Aplicar filtro H_∞ a sensores, a través del modelo Takagi-Sugeno.
- Determinar fallas posibles que se puedan presentar en los sensores.
- Realizar pruebas del Filtro H_∞ al modelo Takagi-Sugeno que representa el proceso.

1.3. Hipótesis

El diseño de observadores LPV Takagi-Sugeno representa una alternativa viable para la detección de fallas en los sensores que intervienen en el proceso de fermentación alcohólica. Es decir que permita estimar las variables de salida y desarrollar un esquema de detección de fallas.

Además la aplicación de la norma H_∞ proporcionará al esquema de observadores robustez ante perturbaciones desconocidas, dentro de este contexto como ruidos de medición en los sensores.

1.4. Estado del Arte

1.4.1. Sistemas Takagi-Sugeno

En la literatura la representación en Takagi-Sugeno ayuda como herramienta para la implementación de métodos de detección de fallas, como presenta Bin Jiang en su en el 2011 [4], donde se propone un observador en línea con aplicación a modelos T-S con fallas en actuadores, utilizando el modelo para poder tener una retroalimentación dinámico-difusa para compensar las fallas.

Sabrina Delrot en el 2012 [5] propone el diseño de un observador difuso para detectar la suciedad en un intercambiador de calor. Se utiliza la representación Takagi-Sugeno para representar la dinámica del intercambiador y a partir de ello aplicar el diseño con entradas desconocidas polinómicas.

Se hace uso de la herramienta de funciones de Lyapunov que garanticen la estabilidad del sistema, para diseñar un observador que permita estimar fallas en sistemas difusos TS en el trabajo de Ke Zhang del 2012 [6]. El estudio se aplica tanto para un observador de orden completo como para uno de orden reducido, aplicando solo en diseño en simulación.

Se trabaja con modelos TS inciertos, es decir el modelo está sujeto a entradas y retardos en las variables según Saeed Ahmadzadeh en el 2013 [7]. Durante el desarrollo se propone un filtro básico tomando el modelo difuso como referencia tratando de mantener a los residuos

generados desconectados e la entrada.

1.4.2. Fermentadores

Jian Ding en el 2012 [8] trabaja a partir de un esquema de detección y diagnóstico de fallas en un Fermentador Industrial de Glutamato por biotina a partir de pasta de maíz, para obtener información de las fallas posibles por contaminación de la biotina y operar un sistema de rescate a través de una máquina de vector híbrida de apoyo para restaurar en manera de lo posible las condiciones de operación dentro del proceso de fermentación. Jian logra obtener a través de un sistema de detección basado en lógica difusa detecciones “ rápida ” y un buen discernimiento en cuanto al tipo y características de la falla, sin embargo debido a la naturaleza del sistema de detección se evaluaron solo condiciones nominales y extremas presentes en el proceso sin tener la oportunidad de mostrar casos en intermedios a estos.

Por otro lado Pieter Van den Kerkhof en el 2012 [9] presenta un diseño de control basados en bases de datos de una fermentación de penicilina simulada. El diseño del control se apoya principalmente de sistema de detección y diagnóstico de fallas por medio de un conocimiento *a priori* en razón de bases de datos históricas dentro de la industria química. Se presenta la comparación del control basado en las 3 bases de datos presentadas y se determina a través de pruebas e simulación la de mejor desempeño, sin embargo al tener el control basado principalmente en el conocimiento *a priori* de la falla, el control se vuelve propenso a fallas no descritas o no contempladas dentro de las bases de datos presentadas.

1.4.3. Filtro H_∞

En la actualidad la aplicación de los Filtros H_∞ han tenido una popularidad creciente para sistemas estocásticos, como presenta Huiping Li en el 2012 [10] proponen un diseño del filtro considerando incertidumbres en el modelo y retardos aleatorios regidos por cadenas de Markov simultáneamente. Se toma éste diseño considerando su ventaja de robustez ante incertidumbres sobre un Filtro de Kalman convencional sobre los sistemas estocásticos, sin embargo solo presentan su aplicación para casos especiales con componentes dependientes e

independientes presentando solo simulaciones. De la misma forma se presenta otro caso de estudio en sistemas estocásticos asociados a espacios de Krein presentado por Bo Shen en el 2013, donde se aborda la problemática de los retardos en mediciones a través de horizontes finitos.

De manera general Zidong Wang en el 2012 [11] también muestra la aplicación más común de los Filtros H_∞ ante la problemática de los sistemas no lineales con información incompleta tomando como ejemplo un fenómeno de saturación en sensor dentro de una red de sensores, sin embargo el sistema no lineal debe cumplir con ciertos requisitos que aseguren su estabilidad asintótica y que la dinámica del error sea localmente medible antes de poder aplicar el método de filtrado.

Xianwei Li en el 2012 [12] y en 2013 [13], plantea un método para el diseño de un Filtro H_∞ para garantizar la estabilidad robusta en sistemas Roesser de 2 dimensiones de forma general abarcando el problema de la frecuencia robusta finita. Mientras que el 2013 se aplica este mismo procedimiento para el caso de sistemas de tiempo discreto en el espacio de estados local Fornasini-Marchesini con parámetros inciertos politópicos.

1.5. Justificación

En la actualidad dentro de la literatura, la aplicación de la representación Takagi-Sugeno como herramienta auxiliar para la detección de fallas, es altamente aceptable. Esto se puede apreciar en el Estado del Arte. Es decir, en la mayoría de las investigaciones presentadas, se aprovechan las ventajas que ofrece la representación Takagi-Sugeno para representar la dinámica de sistemas no lineales sin dejar de lado sus características complejas. Esta representación permite el diseño de observadores que aborden la complejidad de dichos sistemas no lineales. Bajo esa premisa, se considera a la representación Takagi-Sugeno como la herramienta a elegir para el diseño del esquema de detección de fallas.

Por otro lado, en la literatura las representaciones a procesos fermentativos se inclinan principalmente por representaciones básicas no lineal, representaciones basadas en datos o enfocadas en redes neuronales . Las técnicas de detección de fallas en procesos de fermen-

tación son escasas ya que su enfoque dentro del control se basa en asegurar los controles de temperatura, de pH y de concentración principalmente. Por tal motivo, el caso de estudio utilizado en el desarrollo de esta tesis se enfoca en estos procesos fermentativos, y la oportunidad de crear una representación diferente a las habitualmente utilizadas. Aunque las representaciones Takagi-Sugeno aún escasean, se pueden tomar en cuenta para abordar las complejidades que pueden representar la dinámica de un proceso fermentativo y facilitar el diseño de un esquema de control o de observabilidad para la garantía de sus variables de proceso.

Por último, los Filtros H_∞ son utilizados comúnmente en la literatura como una herramienta auxiliar para el diseño de esquemas de detección y diagnóstico de fallas, ya que se aprovechan sus cualidades contra señales de incertidumbres desconocidas o aleatorias. Las ventajas de brindar robustez al esquema de detección de fallas hacen de la aplicación de la norma H_∞ una forma popular de atacar la problemática del ruido en señales eléctricas. Este beneficio de minimizar las señales de ruido en señales eléctricas permite contemplarla como herramienta en el diseño del esquema propuesto en esta tesis. Es decir, se espera que se brinde robustez a la detección de fallas en el proceso fermentativo.

1.6. Metodología

La metodología general que implica el desarrollo de la tesis se muestra:

- Caracterización del modelo no lineal que representa la dinámica ocurrida en un biorreactor de fermentación alcohólica.
- Representación Takagi-Sugeno del proceso de fermentación para la detección de fallas basada en modelos.
- Diseño de un Filtro H_∞ propuesto por Mohammed Chadli en el 2013 [14], como observador para la estimación de variables de proceso.

- Evaluación del Filtro H_∞ propuesto por Mohammed Chadli en el 2013 [14], como observador para la estimación de variables de proceso.
- Estructuración de esquema de detección de fallas basada en observadores dedicados.
- Evaluación práctica de un sistema de Detección de fallas basada en Observadores H_∞ .

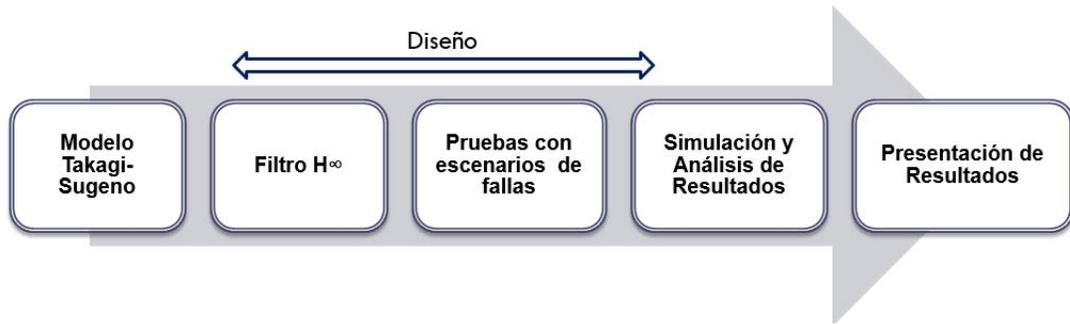


Figura 1.1: Metodología.

1.7. Organización del documento

La estructura de este documento esta dividida en cinco capítulos que se describirán a continuación.

En el Capítulo 2 se presenta una reseña de la teoría de los sistemas LPV, mostrando un panorama general referente a la estructura y algunos tipos de Sistemas LPV. Además se enfoca en la descripción de los Sistemas LPV Takagi-Sugeno, describiendo sus características y algunos métodos para su obtención.

En el Capítulo 3 se describe el caso de estudio de la investigación, es decir se muestran generalidades sobre el Proceso de Fermentación, así como sus tipos y las características principales dentro del proceso. También se describen la composición de un biorreactor, importante dentro del proceso de Fermentación. Además se describen las ecuaciones del modelo matemático de un biorreactor de fermentación continua y se describe el diseño de un modelo Takagi-Sugeno propuesto.

En el Capítulo 4 se describe el diseño de un Esquema de Detección de Fallas, basado en observadores Takagi-Sugeno. Además se describe las condiciones de robustez que brinda la

norma H_∞ . Y también se describe la aplicación de dicho esquema en el caso de estudio, es decir en el biorreactor, presentando diferentes escenarios de fallas.

Por ultimo en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones obtenidas en la investigación, además de las limitaciones y ventajas en el desarrollo del mismo, y las aportaciones.

Capítulo 2

Teoría de Sistemas LPV tipo Takagi-Sugeno

En este capítulo se muestra un panorama general sobre la teoría de sistemas LPV Takagi-Sugeno.

En la sección 2.1 se describen las definiciones de los Sistemas LPV así como sus características y/o propiedades. Además en la sección 2.2 Se muestra una breve descripción de los tipos de sistemas LPV que son más comúnmente utilizados en la literatura. Y por ultimo en la sección 2.3 se describe la teoría de los Sistemas Takagi-Sugeno, así como los métodos más comunes para la representación de Modelos No Lineales.

2.1. Sistemas LPV

Partiendo de la necesidad de encontrar alternativas para la representación matemática de un Sistema No Lineal, los Sistemas Lineales de Parámetros Variables LPV (por sus siglas en inglés *Linear Parameter Varying*) surgen como un enfoque que brinda como ventaja la oportunidad de utilizar herramientas matemáticas normalmente empleadas en Sistemas Lineales [15].

Los Sistemas LPV se consideran Sistemas Dinámicos Lineales cuya descripción matemática depende de parámetros medibles que cambian su valor a lo largo del tiempo. De forma

generalizada se representa de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) + E(\rho(t))w(t) \\ z(t) &= C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) + F(\rho(t))w(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

$$y(t) = C_y(\rho(t))x(t) + F_y(\rho(t))w(t)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $w(t) \in \mathbb{R}^p$, $z(t) \in \mathbb{R}^q$ y $y(t) \in \mathbb{R}^t$ representan respectivamente a los estados del sistema, las entradas de control, las entradas exógenas, las salidas de control y las salidas medidas. Además A , B , C , D y F son las matrices constantes de dimensiones apropiadas. Se asume que el vector de parámetros $\rho(t)$ pertenece a un conjunto compacto Ω de tal manera que:

$$\rho(t) \in \Omega = \{\rho(t) : \underline{\rho}_i \leq \rho_i(t) \leq \bar{\rho}_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, k\} \subset \mathbb{R}^k\tag{2.2}$$

Esto indica que en todo momento los puntos que conforman la trayectoria admisible pertenecen al conjunto Ω , asumiendo que los parámetros $\rho(t)$ son medibles $\forall t \geq 0$ dentro de un rango con valores extremos conocidos con $\underline{\rho}_i$ como cota inferior y $\bar{\rho}_i$ como cota superior.

Entonces un Sistema LPV puede ser interpretado como una generalización de un Sistema Lineal Invariante en el Tiempo (LTI por sus siglas en inglés *Linear Time Invariant*) cuando el vector de parámetros es constantes $\rho(t) = \rho_0$. Y a su vez pueden considerarse como Sistemas LTV (por sus siglas en inglés *Linear Time Varying*) cuando la trayectoria seleccionada varía en función del tiempo. Sin embargo la particularidad de los Sistemas LPV radica en la dependencia explícita de por lo menos un parámetro variable que puede ser medible en cualquier instante de tiempo [16].

2.2. Tipos de Sistemas LPV

Dentro de los Sistemas LPV existen diferentes representaciones basadas en la relación a la forma de los parámetros y su influencia dentro de la representación matemática. Además

también se clasifican en la forma de obtención de los modelos locales. A continuación se describirán de forma breve algunas de ellas.

2.2.1. Sistemas LPV Afines y Multi-afines

Los sistemas afines y los multi-afines son la representación más simple de los Sistemas LPV, además de ser los más comunes dentro de la literatura [15] [17]. Tomando en cuenta que de forma general estos sistemas pueden ser afines a la entrada, a la salida, a los estados o a una combinación de ellos. Su forma general se muestra:

$$\dot{x}(t) = A(\rho)x(t) + B(\rho)u(t) \quad (2.3)$$

$$z(t) = C(\rho)x(t) + D(\rho)u(t)$$

donde las matrices del sistema son funciones afines al vector de parámetros ρ , así que pueden ser representados de la forma:

$$\begin{bmatrix} A(\rho) & B(\rho) \\ C(\rho) & D(\rho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \rho_i \quad (2.4)$$

donde A_0, \dots, D_0 así como $A_i, \dots, D_i, i = 1, \dots, N$, son matrices de dimensiones apropiadas y ρ_i es el i -ésimo elemento del vector de parámetros.

2.2.2. Sistemas LPV Polinomiales

Estos sistemas son la generalización de los sistemas afines, pero cuentan con una dependencia polinomial en los parámetros. Su representación tiene la misma forma que los Sistemas afines (2.5), con la diferencia que las matrices $A(\rho), \dots, D(\rho)$ pueden descomponerse de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} A(\rho) & B(\rho) \\ C(\rho) & D(\rho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \rho^{\alpha_i} \quad (2.5)$$

donde α_i es el vector de parámetros que contiene los exponentes de los términos polinomiales ρ^α .

2.2.3. Sistemas LPV Singulares

Los sistemas singulares tienen una representación general como:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{2.6}$$

La particularidad de esta representación radica en que la matriz E es singular. Esto significa que si el rango de la matriz es inferior a n , considerando a n como el número de estados del sistema, la ecuación anterior no podrá ser convertida a una descripción estándar en espacio de estados.

2.2.4. Sistemas LPV Politópicos

Briat (2008) [15] describe un sistema LPV politópico de manera general de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho)x(t) + B(\rho)u(t) \\ z(t) &= C(\rho)x(t) + D(\rho)u(t) \end{aligned} \tag{2.7}$$

donde

$$\begin{bmatrix} A(\rho) & B(\rho) \\ C(\rho) & D(\rho) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^M \varepsilon_i(t) \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

donde $x \in X \subset \mathbb{R}^{n \times n}$, $u \in U \subset \mathbb{R}^p$ y $z \in Z \subset \mathbb{R}^q$ son respectivamente los estados, las entradas y las salidas del sistema. Además A, \dots, D son las matrices conocidas de los parámetros.

Así ε_i representa las funciones de ponderación dependientes de la trayectoria del parámetro politópico y debe cumplir con:

$$\sum_{i=1}^M \varepsilon_i(\rho(t)) = 1, \varepsilon_i(\rho(t)) \geq 0 \quad (2.9)$$

donde $M = 2^k$ representa el número de modelos obtenidos al evaluar los límites de los k parámetros variables y sus combinaciones. El termino politópico refiere a que el sistema de matrices pertenece a un conjunto convexo Φ :

$$\Phi = \{\varepsilon_i(\rho(t)) = \varepsilon_i(\underline{\rho}, \bar{\rho}, \rho(t)) : \varepsilon_i(\rho(t)) \geq 0; \sum_{i=1}^M \varepsilon_i(\rho(t)) = 1\} \quad (2.10)$$

donde $\underline{\rho}$ representa el vector de los limites inferiores de cada parámetro y $\bar{\rho}$ el vector con los limites superiores.

Ya que un polítopo es un polígono convexo, es posible caracterizar la estabilidad del sistema en razón de la estabilidad en los vértices del mismo.

2.2.5. Sistemas LPV Takagi-Sugeno

Las técnicas de modelado basadas en conjuntos difusos se describen como métodos de modelado local, puesto que dividen el dominio o espacio en un número de regiones difusas. Para cada región del espacio de entrada, una regla define la salida del modelo difuso. Tomando en cuenta que las reglas pueden verse como modelos locales del sistema. Un modelo difuso Takagi-Sugeno es aquel cuyos consecuentes son una combinación lineal de las variables de entrada.

Este es el tipo de Sistemas LPV con el que se trabaja en esta tesis, tomando en cuenta las ventajas que proporciona dicho método para la representación de modelos no lineales sin perder las propiedades de los mismos. Y considerando la aportación de una representación diferente a las que existen comúnmente en la literatura.

De tal forma que este enfoque se abordara más profundamente a continuación.

2.3. Sistemas LPV Takagi-Sugeno

2.3.1. Sistemas Difusos

En 1965 el profesor L. A. Zadeh de la Universidad de California propuso la Teoría de Conjuntos Difusos para atacar problemas de interpretación en la Teoría de Conjuntos tradicionales. Donde un objeto pertenece a un conjunto completamente o no pertenece en absoluto, esto en la realidad no sucede. Existen conceptos subjetivos como la definición de “*joven*” que permiten la pertenencia parcial, de tal forma si tomamos como punto 35 años, 34.99 no te hace completamente “*joven*” y 35.01 no te excluye de serlo. Así un conjunto difuso, a través de una función de pertenencia permite asignar cualquier elemento del conjunto un valor de pertenencia entre 0 y 1.

Esta teoría ha resultado efectiva para abordar problemas de control, modelado y procesamiento de señales. Así, la figura 2.1 muestra la configuración típica de un modelo difuso, donde se distinguen las etapas desde la entrada de los datos reales, la transformación al conjunto difuso para su interpretación y nuevamente ser transformada en la salida.

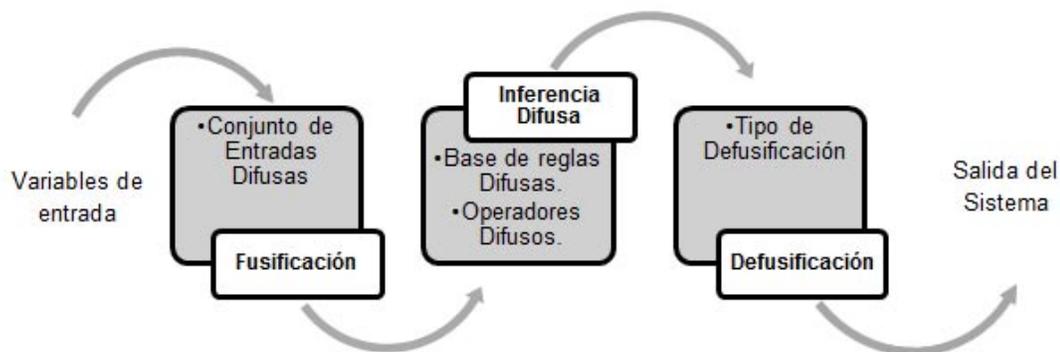


Figura 2.1: Configuración típica de un modelo difuso.

La fusificación es el proceso matemático por el cual se convierte un elemento, del conjunto universo, en un valor de pertenencia equivalente dentro del conjunto difuso. Es decir, si existe un conjunto difuso A definido en $[a, b]$, entonces para cualquier elemento $x \in [a, b]$ el resultado de su fusificación es $\mu(x)$ como se muestra:

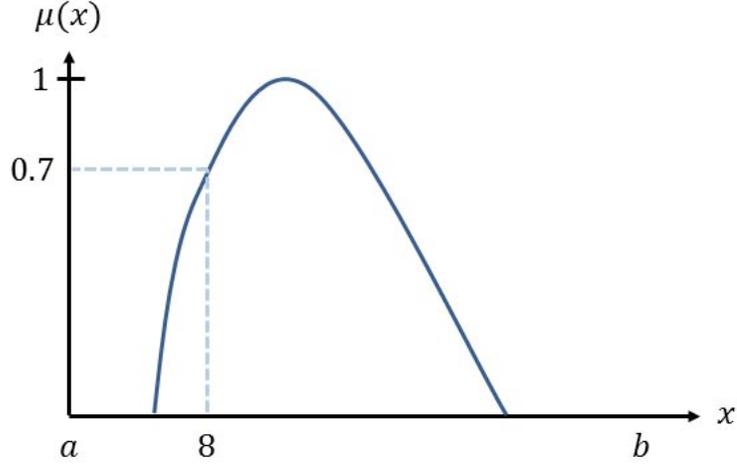


Figura 2.2: Ejemplo de Fusificación

La Inferencia difusa también llamado razonamiento difuso o razonamiento aproximado, la inferencia es el resultado de la regla difusa en la cual entra información (estas reglas representan al modelado de la señal). Es decir, cuando se asigna información específica a la variable que entra en el antecedente de una regla, se necesita de inferencia difusa para obtener el valor de la variable de salida en la correspondiente regla. Y la defusificación es la transformación de un conjunto (o conjuntos) difuso a un valor numérico real. Este es el último paso para poder obtener la salida de un modelo o un controlador difuso, y se utiliza una sola defusificación para todas las variables de salida.

2.3.2. Sistemas Takagi-Sugeno

Este modelo difuso TS fue propuesto por T. Takagi y M. Sugeno en 1985 [18], el cual consiste en una base de reglas si-entonces. Los antecedentes a la regla particionan el subconjunto de variables en conjuntos difusos. De tal forma que la n-ésima regla se representa como:

$$SI \ z_1 \ ES \ Z_1^i \ Y \ \dots \ Y \ z_p \ is \ Z_p^i \ ENTONCES$$

$$y = F_i(z) \tag{2.11}$$

donde el vector z contiene p componentes, $z_j, j = 1, 2, \dots, p$, y las variables antecedentes las cuales determinan el grado en que la regla está activada. Mientras que $Z_j^i, j = 1, 2, \dots, p, i = 1, 2, \dots, m$, son las m número de reglas de los conjuntos difusos antecedentes. Esto quiere decir que z_j pertenece a un conjunto difuso Z_j^i cuyo valor de verdad está determinado por una función de pertenencia $\omega_{ij}(z_j) : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$. El valor de verdad para cada regla se determina utilizando un operador de conjunción como el *producto algebraico* :

$$\varphi_i(z) = \prod_{j=1}^p \omega_{ij}(z_j) \quad (2.12)$$

La obtención del valor de verdad es normalizada a partir de (2.12) asumiendo que al menos una regla tiene valor de verdad mayor a cero, lo que asegura que la sumatoria de los valores de pertenencia sea diferente de cero. La expresión se conoce como función de pertenencia normalizada:

$$w(z) = \frac{\varphi_i(z)}{\sum_{j=1}^m \varphi_j(z)} \quad (2.13)$$

Así se obtiene la salida del modelo, calculada por la combinación ponderada de la salida de las reglas y la función vectorial \mathbf{F}_i , expresada de la forma:

$$y = \sum_{i=1}^m w_i(z) \mathbf{F}_i(z) \quad (2.14)$$

Par sistemas dinámicos de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, \theta) \\ y &= h(x, \varsigma) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Donde f y h son funciones no lineales continuamente diferenciables, la primera representando

el modelo en espacio de estados y la segunda el modelo de medición, $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entradas, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ es el vector de mediciones, y θ y ς representan a vectores de parámetros constantes u otras variables que actúen sobre el sistema. Un sistema difuso TS que representa o se aproxima a un sistema no lineal se expresa con $\mathbf{F}_i(z)$ como modelos locales afines:

SI z_1 es Z_1^i y ... y z_p es Z_p^i ENTONCES

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_i x + B_i u + a_i \\ y &= C_i x + c_i\end{aligned}\tag{2.16}$$

Y la salida del sistema está dada por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(A_i x + B_i u + a_i) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(C_i x + c_i)\end{aligned}\tag{2.17}$$

donde x , u , y representan los estados, las entradas y las salidas del sistema respectivamente, además A_i , B_i , C_i representan las matrices de los i modelos locales, mientras que a_i y c_i son los términos afines que representan las propiedades no lineales del sistema real.

En cuanto a la forma de los modelos difusos TS, los modelos afines locales rara vez son utilizados para el diseño de controladores. Esto se debe a que, utilizando la mayoría de los métodos de diseño de control actual, los términos afines tienen que ser compensado en cada regla, esto es posible sólo en casos especiales. Sin embargo, para el diseño de observadores, los modelos locales afines no presentan un problema.

Además, mientras que en el diseño de control difuso se supone que las funciones de pertenencia no dependen de la entrada de control, a fin de evitar tener que resolver ecuaciones

implícitas, en el diseño observador esto no representa un problema. Para el diseño de observador, la entrada se considera como una variable conocida (medida), y por lo tanto las funciones de pertenencia puede depender de ello.

Existen ciertos métodos para la obtención de un modelo difuso TS a continuación se presentan los 2 métodos principales basado en un enfoque del sector no lineal, aproximando la no linealidad del modelo y por medio de series de Taylor.

2.3.3. Modelo TS basado en enfoque del Sector No Lineal

Presentado por Ohtake en 2003 [19], desarrollado para sistemas de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f^m(x, u)x + g^m(x, u)u \\ y &= h^m(x, u)x \end{aligned} \tag{2.18}$$

donde f^m , g^m y h^m son matrices de funciones no lineales, $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entradas y $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ es el vector de medición. Además se considera que todas las variables se encuentran dentro de un conjunto compacto, esto supone entonces que las matrices están limitadas.

Las variables de ponderación se eligen como $z_j(\cdot) \in [\underline{nl}_j, \overline{nl}_j], j = 1, 2, \dots, p$ donde z_j denotan los términos no lineales en cada matriz y \underline{nl} y \overline{nl} son el mínimo y máximo de z_j respectivamente. Así para cada z_j se tienen 2 funciones de ponderación de la forma:

$$\begin{aligned} \eta_0^j(\cdot) &= \frac{\overline{nl}_j - z_j(\cdot)}{\overline{nl}_j - \underline{nl}_j} \\ \eta_1^j(\cdot) &= 1 - \eta_0^j(\cdot) \end{aligned} \tag{2.19}$$

Considerando a ambas funciones como normalizadas, $\eta_0^j(\cdot) \geq 0$, $\eta_1^j(\cdot) \geq 0$ y $\eta_0^j + \eta_1^j = 1$, para cada valor de z_j . Esto asegura que los conjuntos difusos estén definidos en $[\underline{nl}_j, \overline{nl}_j]$ y que las reglas sean de la forma (2.16). En consecuencia el modelo TS de la forma (2.17) consta de $m = 2^p$ reglas y la función de asociación se muestra en (2.11).

2.3.4. Modelo TS basado en Linealización por Series de Taylor

Es común la utilización de de modelos locales dinámicos basados en aproximaciones a linealizaciones del sistema no lineal. Como consecuencia grados de libertad excesivos en la estructura afín del modelo local cuando se le aplican regímenes de funcionamiento transitorio. Además es elección predilecta como objetivo para la selección de los parámetros del modelo de la zona local con el fin de optimizar el rendimiento global de predicción.

Sin embargo aún para aplicaciones practicas este tipo de limitaciones en el diseño restringen la cantidad de información en los datos transitorios. Como consecuencia, se puede determinar un modelo difuso Takagi-Sugeno que tiene un buen modelo global, pero con modelos locales que tienen poco en común con linealizaciones locales. De tal forma que este enfoque se centra explícitamente en los sistemas dinámicos, que son considerablemente más difícil de obtener aproximaciones estáticas.

Johansen en el 2000 [20] explica las cualidades que favorecen la linealización para la obtención de los modelos locales desarrollando series de Taylor en diferentes puntos del modelo. Se considera al sistema de la forma mostrada en el ecuación (2.15):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, \theta) \\ y &= h(x, \varsigma)\end{aligned}$$

Donde f y h son funciones no lineales continuamente diferenciables, la primera representando el modelo en espacio de estados y la segunda representa el modelo de medición, $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entradas, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ es el vector de mediciones. Además θ y ς representan a todos los términos que actúen sobre el sistema. Un sistema difuso TS que representa o se aproxima a un sistema no lineal se expresa como modelos locales afines como se mostró previamente en la ecuación (2.16):

SI z_1 es Z_1^i y ... y z_p is Z_p^i ENTONCES

$$\dot{x} = A_i x + B_i u + a_i$$

$$y = C_i x + c_i \quad (2.20)$$

o en su forma equivalente de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(A_i x + B_i u + a_i) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(C_i x + c_i) \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde A_i, B_i, C_i son las matrices de dimensiones apropiadas, además a_i representa los términos afines no lineales asociados a las entradas y los estados y c_i los términos afines no lineales asociados a los estados y las salidas. z es el vector que determina cuál de las reglas están activadas en el momento determinadas, y $w_i(z), i = 1, 2, \dots, m$ son las funciones de ponderación normalizadas. La selección de las variables que describen las no linealidades, así como los puntos de linealización, los espacios donde las variables son definidas y las funciones de pertenencia quedan a consideración del diseñador. Considerando que, al aumentar la cantidad de puntos de linealización, la exactitud del modelo TS con respecto al no lineal aumenta.

Así la obtención de los sistemas locales esta dada por las ecuaciones:

$$A_i = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{z_0, i, 0} \quad B_i = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{z_0, i, 0} \quad C_i = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{z_0, i, 0} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} a_i &= f(x, u)|_{z_0, i, 0} - (A_i x)|_{z_0, i, 0} - (B_i u)|_{z_0, i, 0} \\ c_i &= h(x)|_{z_0, i, 0} - (C_i x)|_{z_0, i, 0} \end{aligned} \quad (2.23)$$

donde $|_{z_0, i, 0}$ indica la evaluación de la expresión en el valor correspondiente a z_0 , i para las variables de estado y de entrada que están siendo valoradas dentro de la región z y 0 para los estados que no lo están.

Así, para obtener el sistema TS de la forma (2.15), las funciones de ponderación para la elección de las reglas son computalizadas usando la ecuación previamente descrita (2.12):

$$\varphi_i(z) = \prod_{j=1}^p \omega_{ij}(z_j)$$

y normalizadas por medio de la ecuación (2.13):

$$w(z) = \frac{\varphi_i(z)}{\sum_{j=1}^m \varphi_j(z)}$$

Usando este método se puede obtener una buena aproximación para las funciones no lineales del sistema. La ventaja de la utilización de Linealización es que aunque el sistema difuso es solo una aproximación al modelo no lineal, estos conservan propiedades importantes del sistema no lineal en los puntos de linealización.

Una desventaja de este método es que no hay directrices generales sobre la forma de elegir los puntos de linealización, o cuántos puntos de linealización deben ser elegidos. Dependiendo de la no linealidad, puede ser necesario un gran número de puntos para una aproximación precisa, lo que implica grandes costos computacionales. Sin embargo no es necesario la utilización estricta de puntos de estabilización.

Se pretende aprovechar las ventajas de flexibilidad en cuanto a diseño como herramienta en el diseño del esquema detección de fallas propuesto para esta investigación, aplicándolo a un proceso de fermentación alcohólica realizado dentro de un biorreactor de flujo continuo. De tal forma que en el siguiente capítulo se desarrollará la descripción específica del caso de estudio.

Capítulo 3

Caso de Estudio: Biorreactor de Fermentación Continua

En este capítulo se describen las características y cualidades del caso de estudio de la investigación. En la sección 3.1 se describen algunas generalidades sobre el proceso de fermentación, tales como la descripción del fenómeno, los tipos de fermentación y las características de un biorreactor para favorecer el proceso. Además se profundiza en la descripción de la fermentación alcohólica de la cual se centra el estudio.

Además en la sección 3.2 se describe el modelo matemático de un biorreactor de fermentación alcohólica y las variables que participan en el proceso químico. Mientras que en la sección 3.3 se muestra la simulación del modelo. Y por último, en la sección 3.4 se describe el diseño de un modelo TS para representar el modelo no lineal del biorreactor.

3.1. Generalidades

Se describen definiciones, características, tipos y propiedades relacionadas al proceso de fermentación como caso de estudio.

3.1.1. Fermentación

De acuerdo al diccionario Webster´s New College (Merriam-Webster, 1977) se define a la fermentación como “una transformación enzimática controlada de un compuesto orgánico”. Es decir, la fermentación implica el uso de microorganismos para realizar transformaciones de materia orgánica, catalizadas por enzimas.

Para que se pueda llevar a cabo la fermentación se requieren microorganismos con ciertas características que les permitan desarrollarse rápidamente y en grandes cantidades, además de producir fácil y abundantemente enzimas que puedan dar los cambios químicos necesarios para el proceso. Dentro de la industria bioquímica se trabajan principalmente con las siguientes:

- *Levaduras*. Con diversos tipos de hongos de la clase Ascomycota principalmente, que producen enzimas capaces de descomponer diversos sustratos, principalmente los azúcares.
- *Bacterias lácticas*. Se caracterizan principalmente por una gran producción de ácido láctico.
- *Bacterias acéticas*. Son aerobias estrictas y se caracterizan por su capacidad de oxidar el etanol a ácido acético.
- *Mohos*. Considerados agentes de biodegradación, son capaces de alterar alimentos con cambios irremediables.

La tabla 3.1 ilustra algunos ejemplos de productos dentro de la industria obtenidos a partir de procesos fermentativos.

Producto Fermentado	Producto Inicial	Microorganismo
Derivados Lacteos		
Queso	Leche	<i>Lactobacillus sp.</i>
Yogurt	Leche	<i>Sterptococcus thermophilus</i>
Kefir	Leche	<i>Lactobacillus sp.</i>
Nata ácida	Leche	<i>Lactobacillus lactis</i>
Bebidas y otros líquidos		
Cerveza	Granos de cebada	<i>Saccharomyces carlsbergensis</i>
Vino	Uvas	<i>Saccharomyces ellipsoideus</i>
Sake	Arroz	<i>Aspergillus oryzae</i>
Vinagre	Vino(etanol)	<i>Acetobacter orleanensis</i>

Cuadro 3.1: Ejemplos de productos obtenidos a partir de la fermentación

La fermentación tiene algunos usos exclusivos para la industria de los alimentos. Puede producir nutrientes importantes o eliminar anti nutrientes. Los alimentos pueden preservarse por fermentación, la fermentación hace uso de energía de los alimentos y puede crear condiciones inadecuadas para organismos indeseables. Por ejemplo, avinagrando el ácido producido por la bacteria dominante, inhibe el crecimiento de todos los otros microorganismos. También por fermentación de la leche se obtiene el yogur y el kéfir.

Sin embargo de acuerdo al tipo de fermentación, algunos productos (por ejemplo alcohol fusel) pueden ser dañinos para la salud. De tal manera que, la fermentación es a menudo relacionada con la putrefacción, significando permitir el pudrimiento o la descomposición natural de la sustancia.

3.1.2. Tipos de Fermentación

La clasificación de los procesos de fermentación, depende en gran medida de diferentes características y propiedades que poseen como el tipo de microorganismo involucrado, el producto obtenido, la reacción química producida, etc. Es decir cada proceso de fermentación

puede definirse por las especificaciones en las que se desarrolla. La figura 3.1 muestran los tipos más generales de fermentación dependiendo del componente del sustrato que genera la reacción:

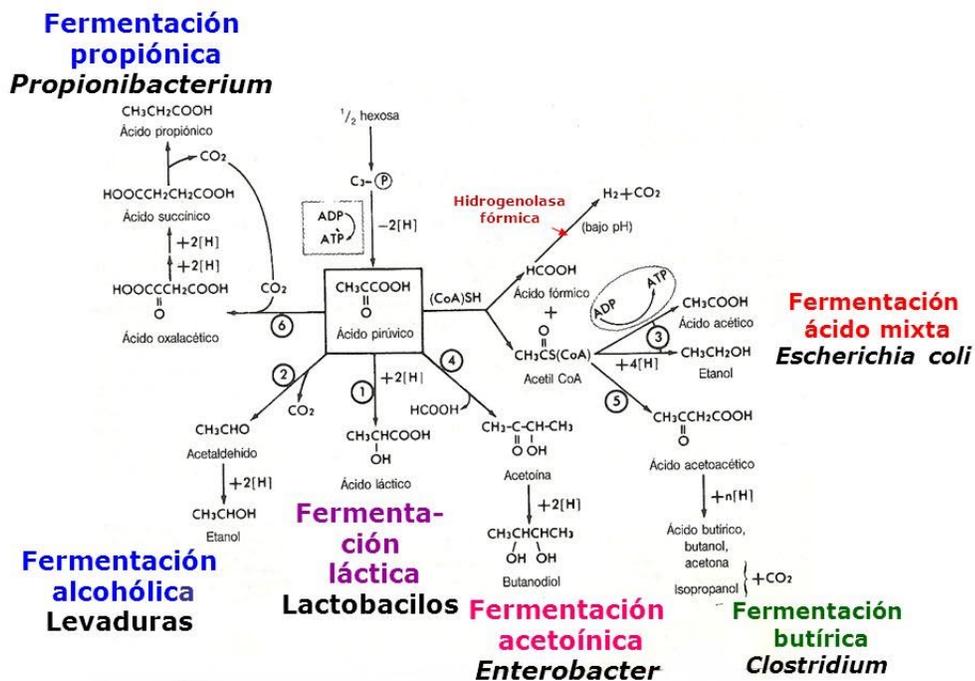


Figura 3.1: Principales vías de Fermentación.

- *Fermentación Láctica*. Proceso anaeróbico realizado por algunos tipos de bacterias y hongos (por ejemplo la lactosa) la cual oxida parcialmente la glucosa para obtener energía produciendo ácido láctico como desecho. Por cada molécula de glucosa que se degrada mediante fermentación láctica, se obtienen como productos dos ATP y dos moléculas de ácido láctico.
- *Fermentación Acética*. Producida por bacterias acéticas en presencia de oxígeno que oxidan el etanol contenido en un sustrato alcohólico para formar ácido acético. La formación de ácido acético (CH_3COOH) resulta de la oxidación de un alcohol por la bacteria del vinagre en presencia del oxígeno del aire. Estas bacterias, a diferencia de las levaduras productoras de alcohol, requieren un suministro generoso de oxígeno para su crecimiento y actividad.

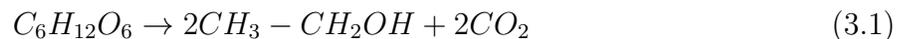
- *Fermentación Butírica.* Es la conversión de los glúcidos en ácido butírico por acción de bacterias de la especie *Clostridium butyricum* en ausencia de oxígeno, producido a partir de la lactosa. Generalmente presentan olores pútridos y desagradables.
- *Fermentación Propiónica.* Está producida por bacterias esporógenas que generan ácido propiónico, anhídrido carbónico y otros productos. Se caracteriza por bacterias del género *Propionibacterium*, *Veillonella* y de *Clostridium propionicum*. Además esta fermentación es la responsable de la formación de los agujeros en el queso enmental.

Además de las mencionadas anteriormente, existen otros tipos de fermentación menos populares para procesos dentro de la industria más específicos.

La intención principal de este trabajo se enfoca en el estudio como caso de estudio de un proceso de fermentación alcohólica en un biorreactor de flujo continuo para la obtención de etanol, por tal motivo se describe a continuación más detalladamente su definición, propiedades y características.

3.1.3. Fermentación Alcohólica

Es un proceso anaerobio (ausencia de oxígeno), originado por la actividad de algunos microorganismos (levaduras presentes habituales en las frutas y cereales) que procesan los hidratos de carbono (generalmente glucosa, fructuosa, sacarosa, etc.) para obtener como producto final un alcohol en forma de etanol. En el proceso las levaduras obtienen energía disociando las moléculas de glucosa y generan como desecho alcohol y dióxido de carbono.



La etapa principal del proceso es la glucólisis donde se oxida la glucosa con la finalidad de obtener energía para la célula, teniendo en cuenta que ésta necesita de enzimas para su completo funcionamiento.

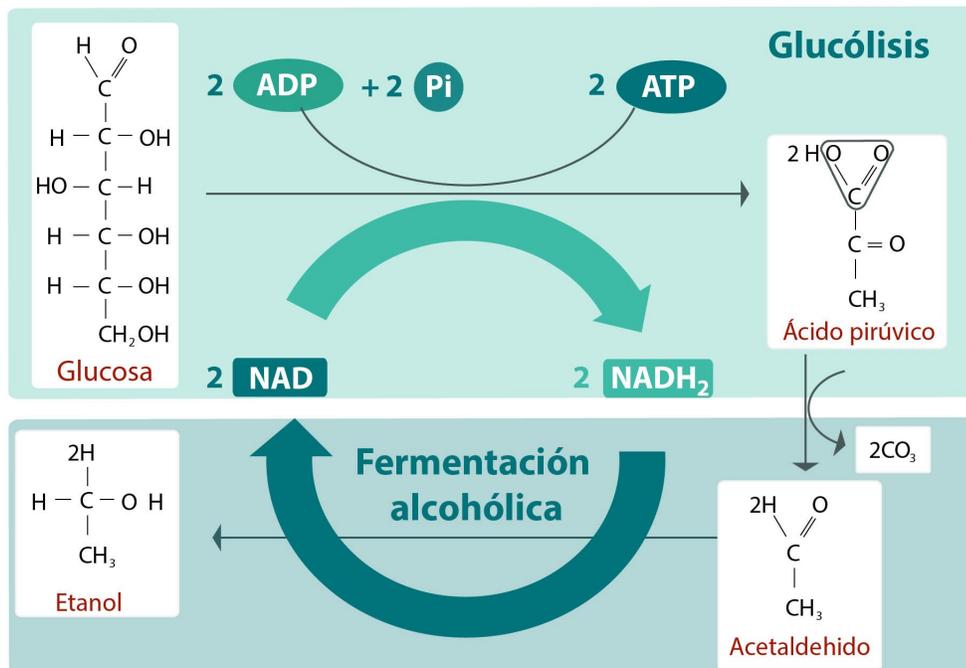


Figura 3.2: Diagrama de fermentación alcohólica.

Existen limitaciones durante el proceso de la glucólisis fermentativa del etanol, debido a la interrelación existente y la naturaleza de los parámetros que intervienen:

- *Concentración de etanol resultante.* Existe una resistencia de las levaduras a la concentración de etanol (alcohol) que se llega a producir durante el proceso.
- *Acidez del sustrato.* Ya que las levaduras se encuentran directamente afectadas por el ambiente, y su funcionamiento está en un rango que va desde 3.5 a 5.5 pH, se procura mantener niveles óptimos de acidez dentro del proceso.
- *Concentración de azúcares.* La concentración excesiva puede frenar la actividad bacteriana, de la misma forma cuando existe una baja concentración.
- *Contacto con el aire.* Una intervención de oxígeno (por mínima que sea) en el proceso lo detiene por completo.

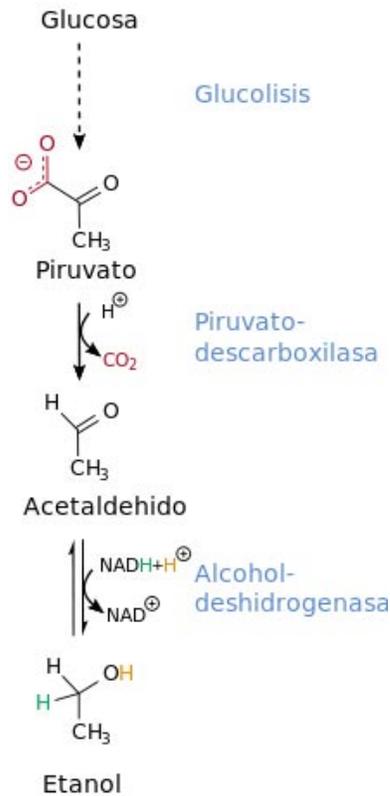


Figura 3.3: Desarrollo químico de la fermentación alcohólica

3.1.4. Biorreactor

Para que el proceso de fermentación pueda llevarse de forma adecuada considerando sus limitaciones es necesario contar con un biorreactor (fermentador), que es un recipiente o sistema que busca mantener un ambiente con ciertas condiciones que permitan al microorganismo ser cultivado. En su forma más general la figura (3.4) muestra la representación de un fermentador donde F_{in} y F_{out} son el flujo de entrada y de salida del fermentador respectivamente, V es el volumen dentro del tanque del fermentador, S y X es la concentración de sustrato y de la biomasa respectivamente y T_r es la temperatura dentro del biorreactor.

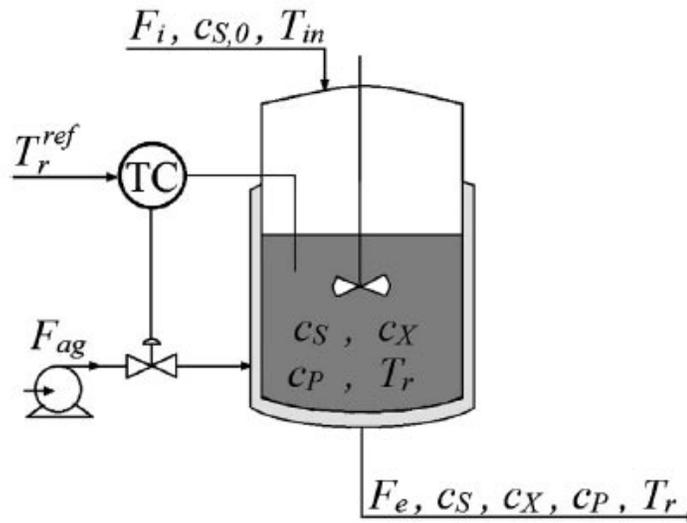


Figura 3.4: Configuración típica de un bioreactor de fermentación alcohólica

Los biorreactores en los procesos de fermentación se pueden clasificar dependiendo del tipo de reacción que se lleva a cabo en su interior (ver Tipos de Fermentación), de acuerdo a su flujo de operación en donde un biorreactor discontinuo (por lotes) se le añade la solución de sustrato y biomasa desde el inicio de incubación y durante toda la fermentación no se añade nada más hasta que el sustrato sea consumido.

$$F_{in} = F_{out} = 0 \quad (3.2)$$

En el caso de un biorreactor semicontinuo de la misma forma que el discontinuo todos los sustratos se añaden al principio del proceso fermentativo, sin embargo los sustratos se añaden escalonadamente a medida que progresa la fermentación.

$$F_{out} = 0 \quad (3.3)$$

Y en un biorreactor de flujo continuo la solución se añade continuamente y una cantidad equivalente de solución se saca simultáneamente del sistema .

$$F_{in} = F_{out} = F \quad (3.4)$$

3.2. Modelo del Biorreactor

En [21] Ubaid considera el modelo de proceso descrito por Lawry'nczuk [22] y Nagy [23] en su estudio como modelo básico para el biorreactor, sin embargo modifica este modelo para un biorreactor de fermentación continua con una constante de flujo de alimentación, así como de flujo de salida (que contiene el producto, el sustrato, y la biomasa). Otros componentes del proceso de biorreactor son biomasa, sustrato y los productos elaborados son la levadura, glucosa y etanol respectivamente.

La temperatura es una variable importante que afecta el rendimiento de los microorganismos involucrados en el proceso fermentativo. La figura (3.5) muestra la actividad térmica de los microorganismos basados en Shuler y Kargy [24], donde a medida que la temperatura aumenta, la tasa de crecimiento se duplica. Alcanza el máximo de una temperatura óptima y disminuye la tasa de crecimiento, de tal manera que si se sobre pasa dicha temperatura óptima puede ocurrir la muerte térmica de los microorganismos.

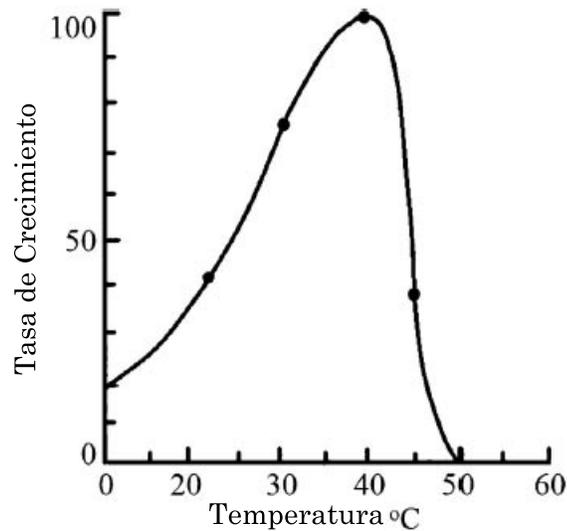


Figura 3.5: Efecto térmico según Shuler y Kargy.

Generalmente se requiere de un control de temperatura para que el biorreactor opere de manera eficiente, debido al rango de temperatura sobre el cual el crecimiento celular es

óptimo, así que normalmente se necesita de calentamiento para asegurar dicha temperatura en el reactor, y a su vez ya que la reacción y la agitación dentro del reactor genera calor, también se necesita de enfriamiento.

3.2.1. Modelo para la Temperatura

La temperatura en el biorreactor es dependiente de la temperatura del sustrato que entra en el reactor (T_{in}), el flujo de sustrato que entrar en el reactor (F_i) y el flujo de salida del reactor (F_e) también depende de la tasa de consumo de oxígeno (r_{O_2}), el calor de reacción de fermentación (ΔH_r), la densidad de la masa de reacción (ρ_r), la capacidad de calor de la masa de reacción ($C_{heat;r}$), coeficiente de transferencia de calor (K_T), área de transferencia de calor (A_T), la temperatura del reactor (T_r), la temperatura de agente de enfriamiento en la chaqueta (T_{ag}), y el volumen de la masa de reacción (V). El balance de energía para el reactor conduce a la definición de la tasa de cambio de temperatura del reactor dada por la ecuación:

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} \text{Calor acumulado} \\ \text{en el reactor} \end{array} \right] &= \left[\begin{array}{c} \text{calor del flujo} \\ \text{de entrada} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{calor del flujo} \\ \text{de salida} \end{array} \right] \\ &+ \left[\begin{array}{c} \text{calor generado} \\ \text{en la reacción} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{calor transferido} \\ \text{de la chaqueta} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

La ecuación (3.6) muestra la dinámica de la Temperatura del Reactor (T_r) descrita por la ecuación anterior. Donde el primero y segundo término representan el transporte de calor a través del sustrato de entrada en el reactor (calor de flujo de entrada) y el transporte de calor a través de la salida de flujo del reactor (calor de flujo de salida). Además el calor de la fermentación (calor generado a partir de la reacción) y el último término que representa el calor transferido a la chaqueta que depende de la diferencia entre la temperatura del reactor y temperatura del agente refrigerante en la camisa.

$$\frac{dT_r}{dt} = \frac{F_i}{V}(T_{in} + 273) - \frac{F_e}{V}(T_r + 273) + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32\rho_r C_{heat;r}} + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V \rho_r C_{heat;r}} \quad (3.6)$$

De la misma forma la ecuación de balance de energía define la temperatura del agente refrigerante (T_{ag}) de la chaqueta:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Calor acumulado} \\ \text{en la chaqueta} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{calor de entrada} \\ \text{del refrigerante} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{calor de salida} \\ \text{del refrigerante} \end{array} \right] \quad (3.7)$$

Por lo tanto, la ecuación que representa la dinámica de la Temperatura de la Chaqueta (T_{ag}) tiene como primer término el transporte de calor a través de agente refrigerante (calor del refrigerante de entrada) y por último, el transporte de calor de la diferencia entre la temperatura del reactor.

$$\frac{dT_{ag}}{dt} = \frac{F_{ag}}{V_j}(T_{in,ag} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \quad (3.8)$$

3.2.2. Modelo para el Oxígeno Disuelto y pH

El oxígeno disuelto en los cambios de biorreactor con la velocidad del agitador N_{stir} . La ecuación describe la relación entre la velocidad del agitador y la concentración de oxígeno disuelto en la fase líquida

$$\frac{dc_{O_2}}{dt} = k_l a (c_{O_2}^* - c_{O_2}) - r_{O_2} \quad (3.9)$$

Además, bajo una condición ideal, no hay elementos contaminantes que se produzcan en el reactor. Siguiendo la Ecuación cuasi-lineal se describe el proceso de neutralización pH [25]:

$$V \frac{dQ}{dt} = (F_A + F_B)Q + C_A F_A - C_B f B \quad (3.10)$$

Donde C_A , F_A , C_B , y F_B son la concentración de ácido, velocidad de flujo del ácido, la concentración de la base, y el caudal de la base, respectivamente, V es el volumen de la masa de reacción y Q define la desviación de la neutralidad.

3.2.3. Modelo para el Proceso del biorreactor

Las ecuaciones siguientes describen los balances de masa de la biomasa, producto, sustrato, y oxígeno disuelto. La cantidad de biomasa y el producto producido en el biorreactor están representados por el primer término en las ecuaciones respectivamente.

$$\frac{dc_x}{dt} = \mu_X c_X \frac{c_S}{K_S + c_S} e^{-K_{PCP}} - \frac{F_e}{V} c_X \quad (3.11)$$

$$\frac{dc_P}{dt} = \mu_{PCX} \frac{c_S}{K_{S1} + c_S} e^{-K_{P1CP}} - \frac{F_e}{V} c_P \quad (3.12)$$

Dónde μ_X y μ_P es la máxima tasa de crecimiento específico y la tasa de fermentación respectivamente, c_X es la concentración de biomasa (levadura), c_S es la concentración de sustrato (glucosa), C_P es la concentración del producto (etanol), K_S es el termino constante para el crecimiento de sustrato, K_{P1} es la constante de inhibición del crecimiento por el etanol, K_{S1} es el termino constante de sustrato para la producción de etanol, R_{SX} es la relación de la célula producida por la glucosa consumida para el crecimiento, R_{SP} es la relación de etanol producido por la glucosa consumida para la fermentación.

De tal forma que se presenta la cantidad de levadura y etanol dejando en el biorreactor por las ecuaciones siguientes:

$$\frac{dc_S}{dt} = \frac{1}{R_{SX}} \mu_X c_X \frac{c_S}{K_S + c_S} e^{-K_{PCP}} - \frac{1}{R_{SP}} \mu_{PCX} \frac{c_S}{K_{S1} + c_S} e^{-K_{P1CP}} + \frac{F_i}{V} - \frac{F_e}{V} c_S \quad (3.13)$$

El primer término de la ecuación representa la cantidad de sustrato consumido por la biomasa para el crecimiento, mientras que el segundo término representa la cantidad de sustrato consumido por la biomasa para la producción de etanol. El tercer y último término representa la cantidad de glucosa que entra en el biorreactor con la alimentación de sustrato fresco y la cantidad de glucosa que deja el biorreactor, respectivamente.

3.2.4. Modelo Conjunto

Agrupando las ecuaciones descritas anteriormente en la ecuación (3.14) se muestra la representación completa del sistema por medio de un modelo de espacio de estados, donde se muestran las no linealidades presentes en todo los estados involucrados. Además Ubaid [21] a través del esquema general de un biorreactor presentado en la figura 3.4 determina como salidas a la Temperatura del Reactor T_r , la concentración de sustrato C_s , la concentración del producto C_p , la concentración de la biomasa C_x y el flujo de salida F_i , sin embargo ya se que considera al biorreactor de flujo continuo, no se considera a este último como salida dinámica del sistema.

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{T}_{ag} \\ \dot{c}_x \\ \dot{c}_p \\ \dot{c}_s \\ \dot{c}_{O_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_i}{V}(T_{in} + 273) - \frac{F_e}{V}(T_r + 273) + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32\rho_r C_{heat;r}} + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V\rho_r C_{heat;r}} \\ \frac{F_{ag}}{V_j}(T_{in,ag} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \\ \mu_{XCX} \frac{c_S}{K_S + c_S} e^{-K_{PCP}} - \frac{F_e}{V} c_X \\ \mu_{PCX} \frac{c_S}{K_{S1} + c_S} e^{-K_{P1cP}} - \frac{F_e}{V} c_P \\ \frac{1}{R_{SX}} \mu_{XCX} \frac{c_S}{K_S + c_S} e^{-K_{PCP}} - \frac{1}{R_{SP}} \mu_{PCX} \frac{c_S}{K_{S1} + c_S} e^{-K_{P1cP}} + \frac{F_i}{V} - \frac{F_e}{V} c_S \\ k_{la}(c_{O_2}^* - c_{O_2}) - r_{O_2} \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{c}_x \\ \dot{c}_p \\ \dot{c}_s \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

La ecuación 3.14 muestra las ecuaciones que representan las dinámicas de los estados

involucrados en el proceso de fermentación del biorreactor como un modelo conjunto, esto permite apreciar la relación existente entre las concentraciones de biomasa, sustrato y producto, mientras que a su vez todas se ven influenciadas por el cambio de temperatura dentro del reactor. Las no linealidades del sistema derivan de las tasas de crecimiento específicos de las concentraciones, las cuales dependen directamente de la temperatura generada en la reacción y la transferencia de calor por parte de la chaqueta. Además, la intromisión de un gran número de variables dentro del proceso fermentativo, hace que inevitablemente aumente la complejidad del mismo.

La decisión de utilizar el método de Linealización por Series de Taylor por sobre el método más popular del Sector No Lineal, radica en que el proceso de fermentación descrito en este apartado cuenta con un número considerable de no linealidades las cuales tienen una importante participación en el desarrollo de método por Sector No Lineal las cuales determinan la cantidad de funciones de ponderación, mientras que el método de Linealización por Series de Taylor brinda una total libertad para la selección del número de funciones de ponderación así como puntos de linealización.

3.3. Simulación del Modelo No Lineal

Se muestra la simulación del modelo no lineal tomando en cuenta las siguientes consideraciones y premisas sobre el modelo generalizado de un biorreactor de fermentación alcohólica descrito anteriormente:

- Biorreactor de flujo continuo es decir $F_{in} = F_{out} = F$.
- Biorreactor de fermentación alcohólica basada en frutos.
- Se considera que el biorreactor cuenta con un control de temperatura que garantiza el óptimo desempeño. Es decir, el biorreactor cuenta con una chaqueta como sistema de intercambio de calor.

- Se considera que el biorreactor cuenta con un sistema de agitación que mantiene la mezcla uniforme dentro del biorreactor.
- Se considera que el biorreactor garantiza que el proceso de fermentación sea anaeróbico. Es decir, el biorreactor se asegura de la ausencia del oxígeno.
- Ya que se considera uniformidad en la mezcla, entonces se considera un pH constante.

Los parámetros son obtenidos a través de [21] y [22] se encuentran definidos en el *Anexo:Parametros de Simulación*, considerando las condiciones nominales de un biorreactor de flujo continuo, esto supone un volumen constante dentro del tanque del reactor. La figura muestra la dinámica de la Temperatura del Biorreactor (T_r), así como la de la Temperatura del agente refrigerante contenido en la Chaqueta (T_{ag}).

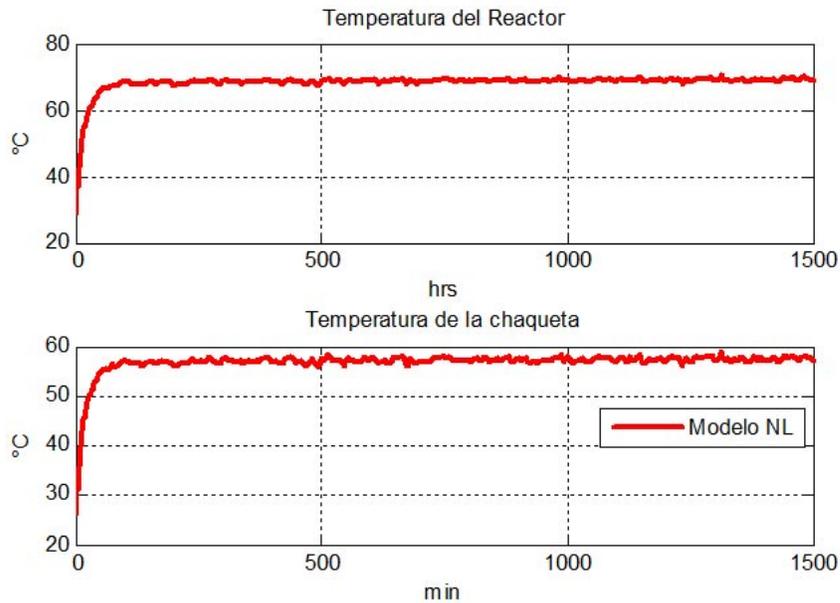


Figura 3.6: Simulación de variables de temperatura en el reactor.

En la figura 3.7 se aprecia la dinámica de intercambio de calor entre la chaqueta y el biorreactor, ya que el aumento en las temperaturas de la chaqueta T_{ag} y el biorreactor T_r esta directamente relacionadas. Sin embargo llega un punto en la reacción que la temperatura alcanza su máximo exponente y se muestra el equilibrio de temperaturas. Sin embargo, hay

que tener en cuenta de que si se sobre pasa esta temperatura máxima favorable para la alimentación microbiana, es probable que exista muerte celular en la reacción disminuyendo considerablemente la producción del producto etanol.

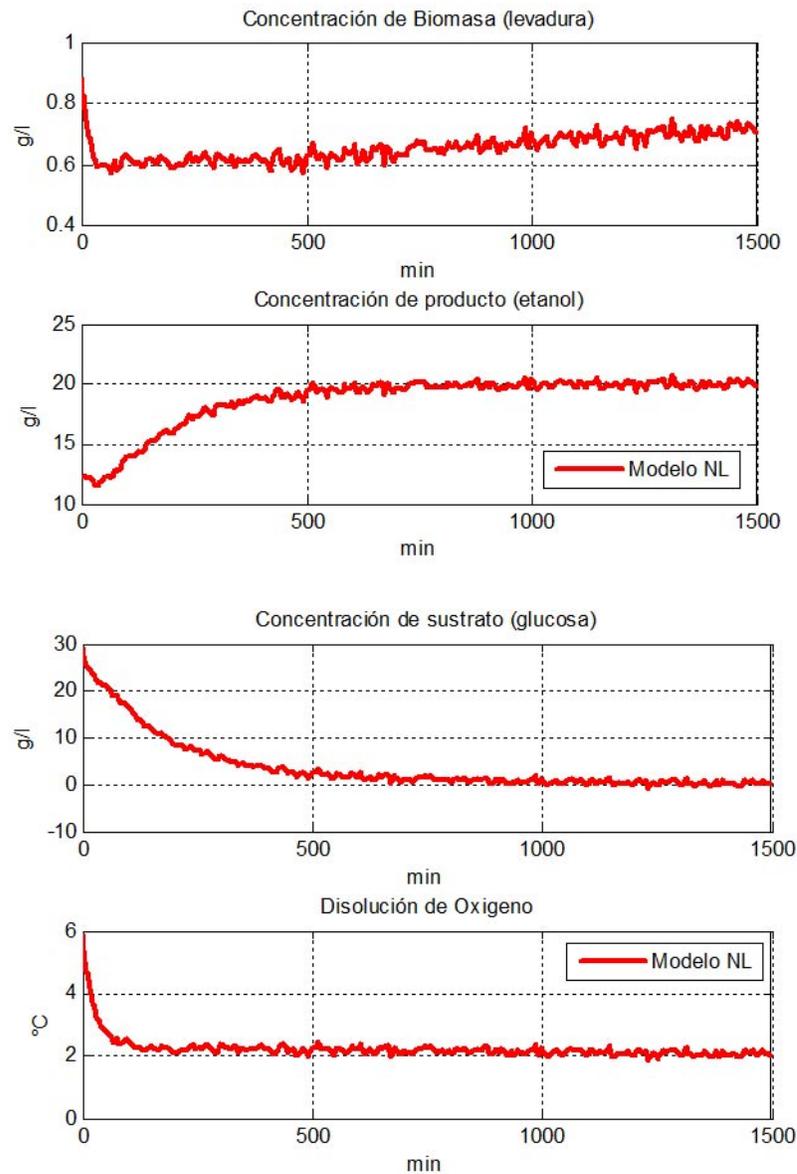


Figura 3.7: Simulación de variables del reactor.

La figura 3.7 muestra la dinámica de las concentraciones importantes involucradas en el proceso de fermentación. Es decir la concentración de sustrato C_s , producto C_p , biomasa C_x y

de la disolución de oxígeno C_{O_2} . De tal forma que se aprecia como la concentración del producto (etanol) aumenta mientras la temperatura aumenta y por consecuencia la concentración de sustrato disminuye. Es decir, en cuanto el biorreactor llegue a una temperatura favorable para el desarrollo microbiano (un aumento en la levadura), la producción de producto (etanol) aumentará proporcionalmente, mientras que la presencia de disolución de oxígeno disminuirá considerablemente.

3.4. Diseño de un Modelo Takagi-Sugeno del Fermentador

Ya que la representación de modelos no lineales mediante sistemas LPV Takagi-Sugeno representa una gran alternativa para una representación bastante aproximada del modelo. Se diseña un modelo LPV Takagi-Sugeno que servirá como base para el diseño de un esquema de observadores para la detección de fallas en el sistema descrito en la sección anterior.

De las dos principales alternativas para el diseño de un Sistema Takagi-Sugeno descritas en el capítulo 2, se elige utilizar el método de *Linealización por Series de Taylor*. Aprovechando los beneficios de libertad de diseño que brinda este método, además de las ventaja de que al ser una aproximación a las funciones no lineales del sistema, este conserva propiedades importantes del sistema no lineal en los puntos de linealización.

Tomando en cuenta el modelo no lineal que representa la dinámica de un biorreactor de fermentación alcohólica descrito por [21] Ubaid, Lawry'nczuk [22] y Nagy [23] se diseña el modelo modelo Takagi-Sugeno de acuerdo a la teoría descrita en la sección 2.3.4 considerando al modelo del biorreactor de la forma:

$$\dot{x} = f(x, u, \theta)$$

$$y = h(x, \varsigma)$$

Se contemplan los 6 estados del modelo no lineal, así como sus sus entradas y salidas de tal

forma que los vectores son:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{T}_{ag} \\ \dot{c}_x \\ \dot{c}_p \\ \dot{c}_s \\ \dot{c}_{O_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_i}{V}(T_{in} + 273) - \frac{F_e}{V}(T_r + 273) + \frac{r_{O_2} \Delta H_r}{32\rho_r C_{heat;r}} + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V\rho_r C_{heat;r}} \\ \frac{F_{ag}}{V_j}(T_{in,ag} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \\ \mu_{XCX} \frac{c_S}{K_S + c_S} e^{-K_{PCP}} - \frac{F_e}{V} c_X \\ \mu_{PCX} \frac{c_S}{K_{S1} + c_S} e^{-K_{P1cP}} - \frac{F_e}{V} c_P \\ \frac{1}{R_{SX}} \mu_{XCX} \frac{c_S}{K_S + c_S} e^{-K_{PCP}} - \frac{1}{R_{SP}} \mu_{PCX} \frac{c_S}{K_{S1} + c_S} e^{-K_{P1cP}} + \frac{F_i}{V} - \frac{F_e}{V} c_S \\ k_l a (c_{O_2}^* - c_{O_2}) - r_{O_2} \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} \dot{T}_r \\ \dot{c}_x \\ \dot{c}_p \\ \dot{c}_s \end{pmatrix}$$

donde los modelos locales son obtenidos de acuerdo a:

$$A_i = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{z_0, i, 0} \quad B_i = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{z_0, i, 0} \quad C_i = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{z_0, i, 0}$$

$$a_i = f(x, u)|_{z_0, i, 0} - (A_i, x)|_{z_0, i, 0} - (B_i u)|_{z_0, i, 0}$$

$$c_i = h(x)|_{z_0, i, 0} - (C_i, x)|_{z_0, i, 0}$$

Desarrollando la ecuación (3.16-17) se obtienen las matrices A_i , B_i , a_i y c_i que representan los modelos locales para representar al modelo no lineal del biorreactor de fermentación alcohólica descrito por [21].

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{i11} & A_{i12} & A_{i13} & A_{i14} & 0 & 0 \\ A_{i21} & A_{i22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{i31} & 0 & A_{i33} & A_{i34} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{i44} & A_{i45} & A_{i46} \\ 0 & 0 & 0 & A_{i54} & A_{i55} & A_{i56} \\ 0 & 0 & 0 & A_{i64} & A_{i65} & A_{i66} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{F_i}{V} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{F_{ag}}{V_j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{F_i}{V} & 0 \end{bmatrix} \quad C_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad a_i = \begin{bmatrix} a_{i1} \\ 0 \\ a_{i3} \\ a_{i4} \\ a_{i5} \\ a_{i6} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

donde algunos de los términos de la matriz A_i están dados por

$$A_{i11} = -\frac{F_e}{V} - \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (3.17)$$

$$A_{i12} = \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (3.18)$$

$$A_{i13} = \frac{\Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} (\mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}} C_X) \frac{K_{O_2}}{(K_{O_2} + C_{O_2})^2} \quad (3.19)$$

$$A_{i14} = \frac{\Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} (\mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}}) \frac{C_{O_2}}{K_{O_2} + C_{O_2}} \quad (3.20)$$

$$A_{i21} = \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (3.21)$$

$$A_{i22} = -\frac{F_{ag}}{V_j} - \frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \quad (3.22)$$

los demás términos se encuentran descritos en el *Anexo: Matrices Locales*.

Los puntos de linealización son elegidos dentro de la dinámica general de cada estado, tomando en cuenta la relación *entrada-salida*, y a su vez tomando los puntos máximos y mínimos dentro de su dinámica. Por ejemplo, para la temperatura en el biorreactor los puntos de linealización son escogidos de acuerdo a la temperatura máxima y mínima optima para que la fermentación suceda. Es decir los puntos son elegidos contemplando la temperatura máxima de eficiencia dentro del biorreactor para que el proceso bioquímico pueda llevarse a cabo.

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \{22.7946, 76.34\} \\
 z_2 &= \{21.0959, 58.45\} \\
 z_3 &= \{5.9741, 6.6012\} \\
 z_4 &= \{0.4887, 0.9047\} \\
 z_5 &= \{12.51, 22.12\} \\
 z_6 &= \{0.02, 38.7759\}
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

Es elegida una función de pertenencia de tipo *s*. Así contamos con dos puntos de linealización para cada estado y una función de pertenencia para cada uno de ellos. De tal manera que la figura 3.8 representa la relación de inferencia en cada punto de linealización. Ya que cada estado cuenta con 2 funciones de pertenencia, existirán 64 reglas obtenidas por medio de producto algebraico, de las cuales corresponden 64 modelos locales por series de Taylor, de acuerdo a la relación d^n donde d es el número de puntos de linealización por estado y n es el número de estados.

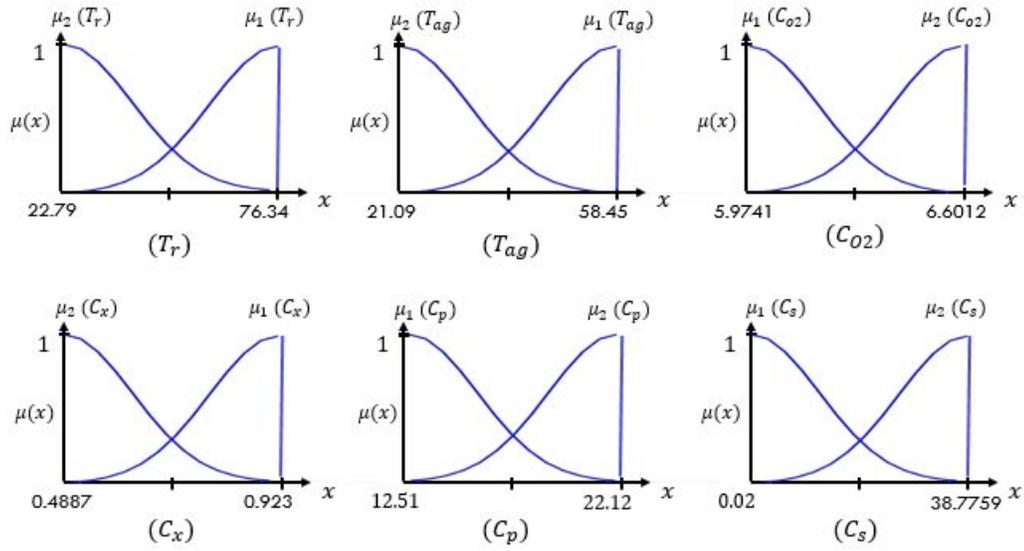


Figura 3.8: Funciones de pertenencia para cada estado.

La figura 3.9 muestra la dinámica del modelo Takagi-Sugeno en relación al Modelo No Lineal, tomando en cuenta que las condiciones iniciales están dadas por:

$$x_0 = \begin{bmatrix} 29.573212 \\ 27.053939 \\ 0.904677 \\ 12.515241 \\ 29.738924 \\ 5.9773 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

donde x_0 representa los valores iniciales para el modelo no lineal y el modelo Takagi-Sugeno respectivamente.

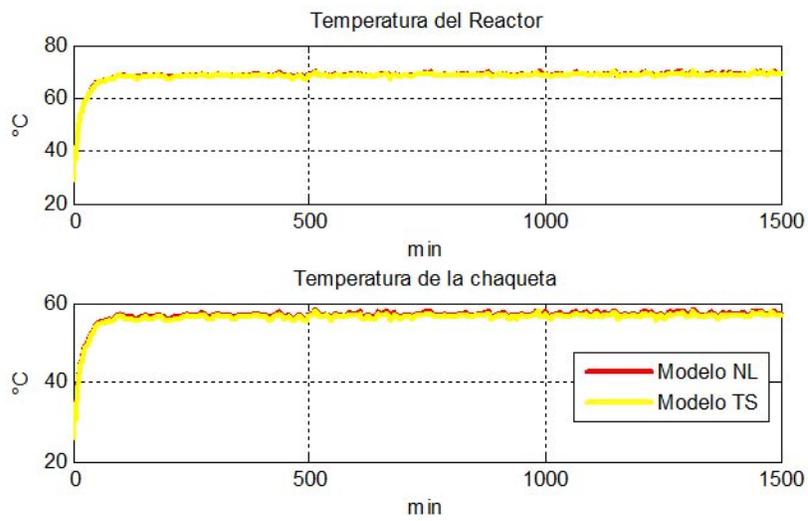
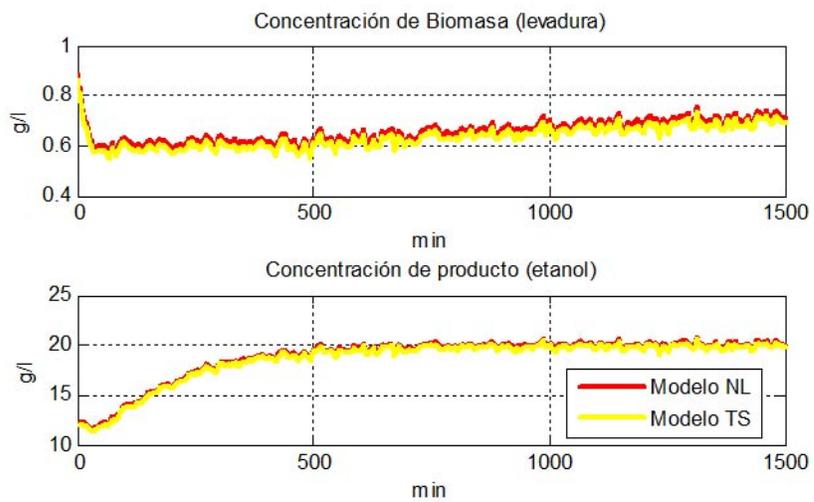


Figura 3.9: Comparación de modelo TS ante el modelo No Lineal en las Temperaturas.



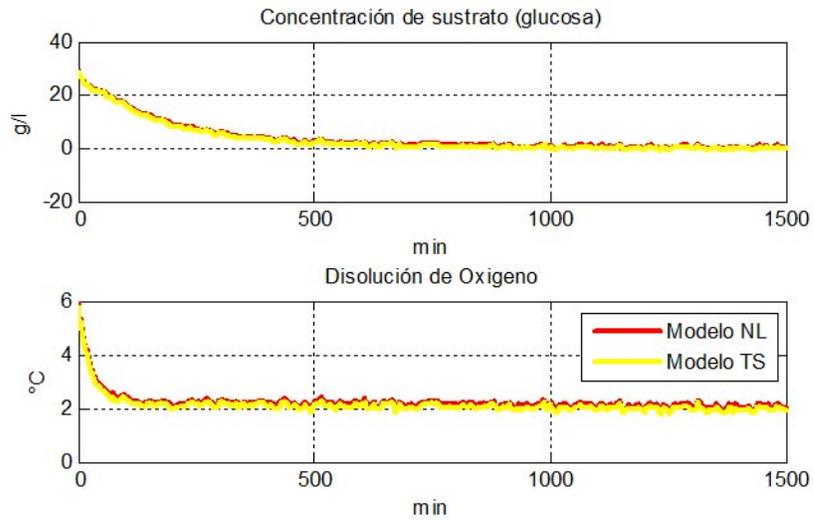


Figura 3.10: Comparación de modelo TS ante el modelo No Lineal en las Concentraciones.

Como se muestra en la figura anterior la relación entre el modelo no lineal y el modelo TS es bastante precisa. Es decir, el modelo no lineal de un biorreactor de fermentación alcohólica puede ser representado por un modelo TS sin perder sus propiedades no lineales.

Capítulo 4

Diseño de Esquema de Detección de Fallas

En este capítulo se abordan la implementación de un diseño de observador Takagi-Sugeno para la detección de Fallas en Sensores.

En la sección 4.1 se hace una descripción general de la teoría de los observadores difusos, además de una pequeña introducción a la estructura y diseño de estos observadores de manera bastante general.

En la sección 4.2 se aborda el caso particular de los diseños de observadores basados en modelos Takagi-Sugeno, describiendo el diseño y las características de los mismos, mientras que se aborda el caso de robustez por medio de la norma H_∞ .

Además en la sección 4.3 se muestra una breve descripción de el esquema de detección de fallas. Mientras que en la sección 4.4 se describe la aplicación de dicho esquema de detección de fallas en sensores al proceso de fermentación alcohólica.

4.1. Observador basado en modelos difusos

En las aplicaciones prácticas, el estado de un sistema a menudo no es fácilmente disponible. Bajo tales circunstancias, se plantea la cuestión de si es posible determinar el estado de la respuesta del sistema a una cierta entrada sobre un cierto período de tiempo. Para sistemas

lineales, un observador lineal proporciona una respuesta favorable si el sistema es observable. Del mismo modo, un método de diseño sistemático de ponderaciones difusas y observadores difusos juega un papel importante para un posible los sistemas de control.

Para diseñar un observador difuso, es necesario contar con un modelo difuso Takagi-Sugeno para un sistema no lineal. Por lo tanto la figura 4.1 representa la construcción de un observador difuso que por lo general se abordan dos enfoques para su diseño. El primer enfoque refiere a la identificación del modelo difuso TS utilizando datos entrada-salida y el segundo enfoque aborda la derivación de las ecuaciones no lineales del sistema dado.

Dado que el modelado difuso se adecua a los sistemas que no pueden o es demasiado difícil ser representados por modelos analíticos. En tales caso, el enfoque de obtener un modelo difuso de un modelo dinámico no lineal es más apropiado.

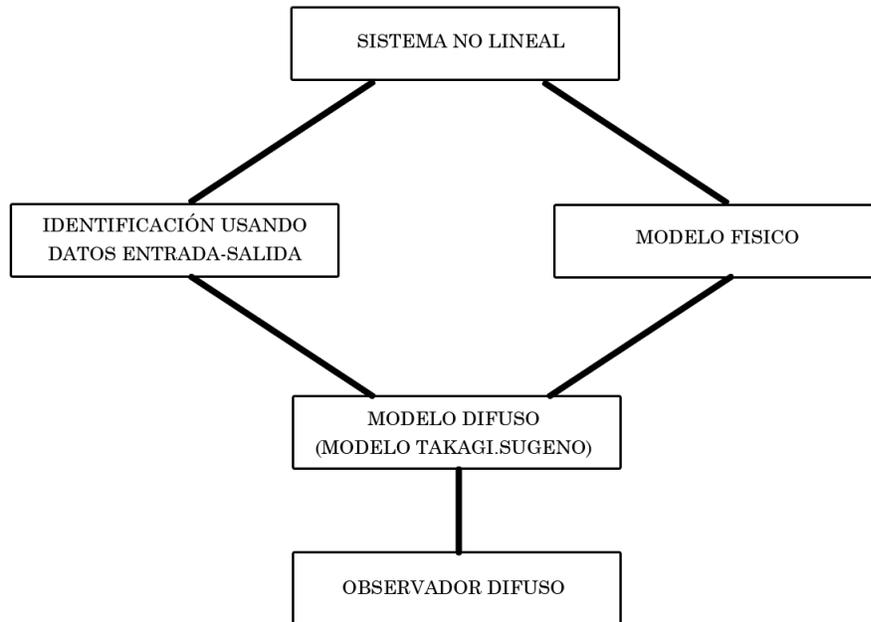


Figura 4.1: Diseño de Observador basado en modelo difuso

Así de forma general se describe el diseño de observadores para sistemas Takagi-Sugeno, en su forma más básica y popular considerando un sistema difuso afín de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(A_i x + B_i u + a_i) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z)(C_i x + c_i)\end{aligned}\tag{4.1}$$

donde x denota el vector de estados, y el vector de medición y u el vector de entradas conocidas.

Entonces la ecuación muestra la estructura general de un observador difuso:

$$\dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^m w_i(\hat{z})(A_i \hat{x} + B_i u + a_i + L_i(y - \hat{y}))\tag{4.2}$$

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^m w_i(\hat{z})(C_i \hat{x} + c_i)$$

donde \hat{x} es el vector de estados estimados, \hat{y} denota el vector de estimación de mediciones, el vector \hat{z} de variables auxiliar de programación y L_i son las ganancias del observador por determinar.

En el diseño del observador, generalmente se desea que los estados estimados converjan asintóticamente a los estados verdaderos (es decir $x \rightarrow \hat{x}$ mientras $t \rightarrow \infty$). Esto es equivalente al a dinámica del error de estimación para las condiciones de diseño asistóticamente estables. Donde de forma general tenemos:

$$\begin{aligned}\dot{e} &= \sum_{i=1}^m w_i(\hat{z}) \sum_{j=1}^m w_j(\hat{z})(A_i - L_i C_j) e \\ &+ \sum_{i=1}^m w_i(\hat{z}) L_i \sum_{j=1}^m (w_j(z) - w_j(\hat{z}))(C_j x + c_j) \\ &+ \sum_{i=1}^m (w_i(z) - w_i(\hat{z}))(A_i x + B_i u + a_i)\end{aligned}\tag{4.3}$$

La expresión anterior representa el caso general (y complejo), cuando todas las variables de programación dependen de variables de estado no medibles, y la medición es no lineal.

La observabilidad (y de forma similar la controlabilidad) de los sistemas Takagi-Sugeno son poco abordadas. Ya que los observadores están diseñados de tal manera que cada regla tiene una ganancia local, entonces se requiere que los modelos locales sean observables o detectables en algún lugar del sistema no lineal completo. Sin embargo esto no significa que

el sistema no lineal global sea observable. Aún así, debido a la forma general del observador para el diseño se asume implícitamente que los modelos locales son observables.

4.2. Observador Robusto de Detección de Fallas para modelos Takagi-Sugeno

Se muestra la descripción del diseño de un observador robusto de detección de fallas Takagi-Sugeno para Sistemas afectados por fallas en los Sensores (es decir en la salida) y alteraciones delimitadas desconocidas (definidas como ruido).

En [26] se presenta el diseño de un observador robusto ante señales con disturbios y/o retardos aleatorios para la detección de fallas en sensores para sistemas Takagi-Sugeno. El observador basado en técnicas descriptivas, toma en cuenta a las fallas como variables de estado auxiliares, es decir tanto los estados como las fallas son estimados simultáneamente para asegurar una mejor solidez a las perturbaciones. Basado en el método de Lyapunov se indican las condiciones de estabilidad asintótica que permitan obtener los parámetros de observación por medio de desigualdades matriciales (LMI).

4.2.1. Formulación del Problema

Se considera el modelo difuso TS con afectaciones en sensores y disturbios desconocidos(ruido) de la forma:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r \mu_i(t)(A_i x(t) + B_i u(t)) + B_d d(t) \quad (4.4)$$

$$y(t) = Cx(t) + D_f f(t)$$

donde

$$\mu_i(\xi(t)) = \frac{\omega_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(\xi(t))}, \quad \omega_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(\xi(t)) \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1 \quad y \quad \mu_i(\xi(t)) > 0 \quad para \quad i = 1, \dots, r$$

donde $x(t)$ es el vector de estados, $u(t)$ es el vector de entradas, $y(t)$ es el vector de salidas medibles, $f(t)$ es el vector de fallas y $d(t)$ son los disturbios desconocidos. A_i, \dots, D_f son matrices de dimensiones apropiadas, mientras que $\xi(t) = [\xi_1(t), \dots, \xi_q(t)]$ son las variables premisas y M_{1i}, \dots, M_{1g} son las funciones de pertenencia con r como en número de reglas. Para estimar el vector de estados y las fallas, el sistema con fallas en los sensores se reescribe de la forma:

$$\begin{aligned} \bar{E}\dot{\bar{x}} &= \sum_{i=2}^r \mu_i(t)(\bar{A}_i\bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t)) + \bar{B}_d d(t) \\ y(t) &= \bar{C}(t) = C^*(t) + x_s(t) \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde

$$\begin{aligned} x_s(t) &= D_f f(t), \quad \bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_s(t) \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0_p \end{bmatrix}, \\ \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ 0 & -I_p \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0_p \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \\ 0_p \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\bar{D}_f = \begin{bmatrix} 0_n \\ I_p \end{bmatrix}, \quad C^* = \begin{bmatrix} C & 0_p \end{bmatrix}$$

Se considera la estructura del observador:

$$E\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(t)(F_i z(t) + \bar{B}_i u(t)),$$

$$\hat{x}(t) = z(t) + Ly(t), \quad (4.8)$$

$$\hat{y}(t) = C^* \hat{x}(t) = C \hat{x}(t)$$

donde $z(t)$ es el vector de estados auxiliar y $\hat{x}(t)$ es la estimación de estados de la ecuación 4.3, F_i , E y L son las ganancias del observador por determinar.

Se determina el error dinámico:

$$(\bar{E} + ELC\bar{C})\dot{\bar{x}}(t) - E\dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(t)((F_i LC^* + \bar{A}_i)\bar{x}(t) - F_i \hat{x}(t)) + \bar{B}_d d(t) + (F_i L + \bar{D}_f)x_s(t) \quad (4.9)$$

Buscando respetar las condiciones:

$$E = \bar{E} + ELC\bar{C}, \quad F_i = \bar{A}_i + F_i LC^*, \quad F_i L = -\bar{D}_f, \quad (4.10)$$

tenemos

$$E\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(t)F_i e(t) + \bar{B}_d d(t). \quad (4.11)$$

La solución a las restricciones esta dada por:

$$F_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -C & -I \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} I_n + QC & Q \\ RC & R \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

de tal forma que:

$$\dot{e}_f(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(t)S_i e_d(t) + G_d d(t), \quad (4.13)$$

$$r_d(t) = VC^* e_d(t).$$

donde

$$S_i = \begin{bmatrix} A_i + QR^{-1}C & -QR^{-1} \\ -CA_i - (R^{-1} + CQR^{-1})C & -R^{-1} - CQR^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$G_d = \begin{bmatrix} B_d \\ -CB_d \end{bmatrix}$$

Por tal motivo R y Q son las matrices libres por determinar de tal forma que garanticen la no singularidad de la matriz E y así obtener las ganancias del observador. Para garantizar que S_i sea asintóticamente estable, se recurre a matrices de desigualdad matricial LMI.

4.2.2. Condición de Robustez H_∞

Se busca que el observador sea asintóticamente estable con la presencia del H_∞ si existe un escalar $\gamma > 0$ de tal forma que cumpla con la condición:

$$\|r(t)\|_2^2 < \gamma^2 \|d(t)\|_2^2 \quad (4.15)$$

El objetivo es minimizar γ para mejorar la robustez del observador ante perturbaciones.

Lema: Si existe una matriz $P > 0$ y un escalar $\gamma > 0$ de tal manera que cumpla la condición para $i = 1, \dots, r$.

$$\begin{bmatrix} S_i P + P S_i + C^{*T} V^T V C^* & P G_d \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.16)$$

entonces el sistema de la forma es estable y con atenuación a γ -perturbación.

Para garantizar esa robustez tenemos que:

Teorema: Si existen matrices simétricas $P_1 > 0$, $P_2 > 0$, matrices Z_1 , Z_2 y V y un escalar $\gamma > 0$ tal que el siguiente LMI se satisfaga para i_1, \dots, r

$$\sum_{i1} = \begin{bmatrix} \Delta_{1i} & \Delta_{2i} & P_1 B_d & C^T V^T \\ * & -Z_2 - Z_2^T & -P_2 C B_d & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (4.17)$$

donde

$$\Delta_{1i} = P_1 A_i + A_i^T P_1^T + Z_1 C + C^T Z_1^T, \quad (4.18)$$

$$\Delta_{2i} = Z_1 - A_i^T C^T P_2 - C^T Z_2^T.$$

Así también el error de estimación es asintóticamente estable y el observador esta completamente definido por la ecuación con

$$R = (P_2^{-1} Z_2 - C P_1^{-1} Z_1)^{-1}, \quad (4.19)$$

$$Q = P_1^{-1} Z_1 R.$$

basado en el lema anterior y haciendo un cambio de variable en

$$Z_1 = P_1 Q R^{-1}, \quad (4.20)$$

$$Z_2 = P_2 (R^{-1} + C Q R^{-1})$$

tenemos

$$\begin{bmatrix} S_i^T P + P S_i & P G_d & C^{*T} V^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4.21)$$

con $P = \text{diag}(P_1, P_2) > 0$ y (20) tenemos

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{1i} & \Lambda_{2i} & P_1 B_d & C^T V^T \\ * & \Lambda_{3i} & -P_2 C B_d & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (4.22)$$

donde

$$\Lambda_{1i} = P_1 A_i + (P_1 A_i)^T + P_1 Q R^{-1} C + (P_1 Q R^{-1} C)^T,$$

$$\Lambda_{2i} = P_1 Q R^{-1} - (C A_i)^T P_2 - C^T (R^{-1} + C Q R^{-1})^T P_2, \quad (4.23)$$

$$\Lambda_{3i} = -P_2 (R^{-1} + C Q R^{-1}) - (R^{-1} + C Q R^{-1})^T P_2$$

4.3. Esquema de Detección de Fallas

El esquema de detección o localización de falla para los sensores dentro del proceso del biorreactor esta enfocado a un banco de observadores TS. Tomando en cuenta que existen diferente esquemas considerandos para bancos de observadores como:

- **DOS** (Dedicated Observer Scheme) para sistemas con fallas en sensores IFD (Instrument Fault Detection) de orden reducido. Este banco se caracteriza por que cada observador utiliza todas las entradas y una sola salida, así el número de observadores estara determinado por el número de salidas (o sensores).
- **GOS** (Generalized Observer Scheme) para sistemas con fallas en sensores IFD (Instrument Fault Detection) de orden reducido. Este esquema se caracteriza por que cada observador utiliza todas las entradas y obtiene $m - 1$ salidas (donde m es el número de salidas).

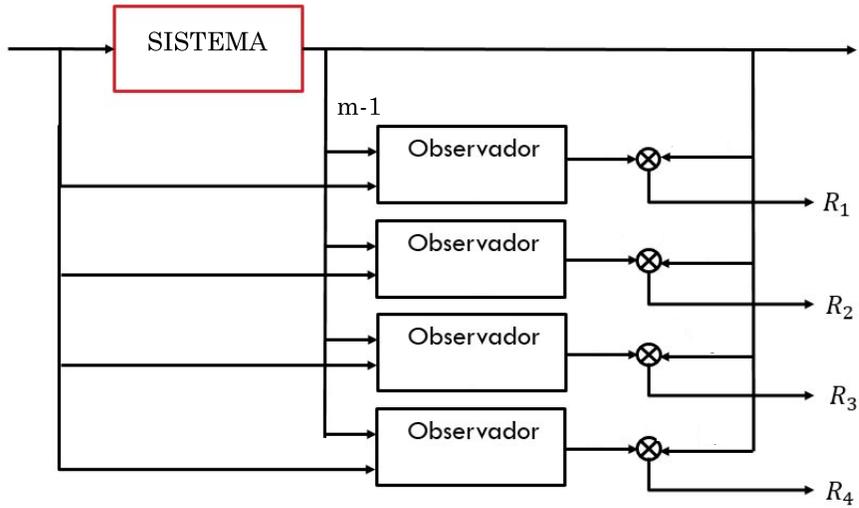


Figura 4.2: Esquema GOS para IFD

4.4. Aplicación al Proceso de Fermentación

Tomando las bases de la sección anterior y de acuerdo al modelo de la sección 4, se definen como entradas al sistema:

$$U = \begin{bmatrix} T_{in} \\ T_{in,ag} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_{in} \end{bmatrix} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 29.573212 \\ 27.053939 \\ 0.904677 \\ 12.515241 \\ 29.738924 \\ 5.9773 \end{bmatrix} \quad TS_0 = \begin{bmatrix} 28 \\ 24 \\ 0.5 \\ 10 \\ 25 \\ 3.5 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

donde U representa las entradas al sistema, mientras que x_0 y TS_0 representan los valores iniciales para el modelo no lineal y el modelo Takagi-Sugeno respectivamente.

Dentro del diseño del observador de la forma antes descrita, lo importante es determinar los valores de las matrices F_i , E y L , obtenidas por medio de Lyapunov y desigualdades matriciales lineales con ayuda de la herramienta YALMIP.

De tal manera que las figuras 5 y 6 muestran la comparación del modelo TS con las estimaciones del observador diseñado, así como el error de estimación respectivamente.

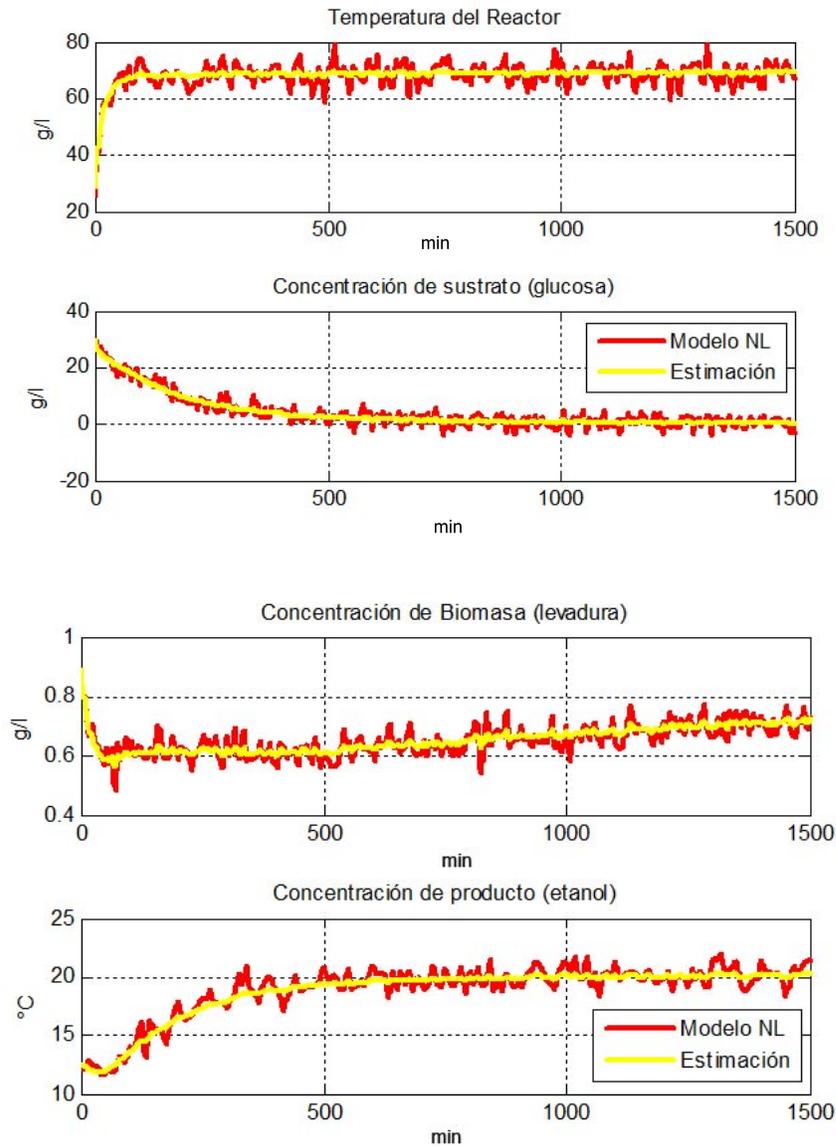


Figura 4.3: Estimación de estados vs Modelo TS

Como se aprecia en la figura el observador estima los estados de la temperatura del reactor y las concentraciones, mientras que gracias a sus condiciones de robustez el ruido de interferencia en la señal medible también es minimizado.

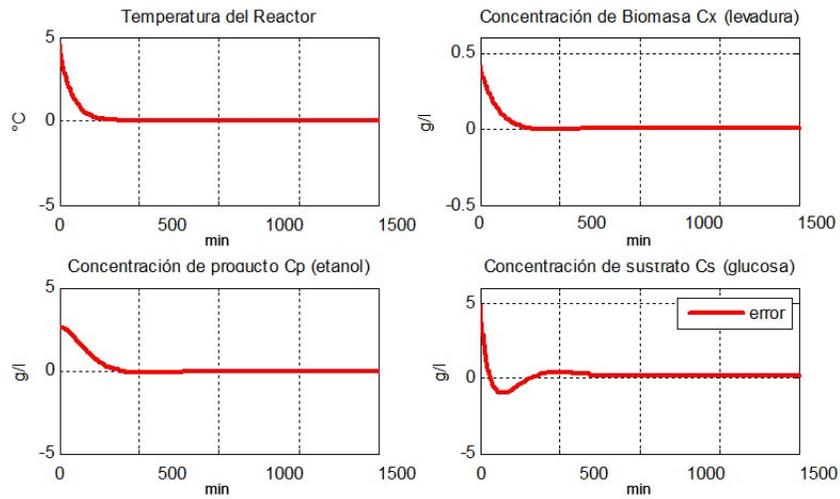
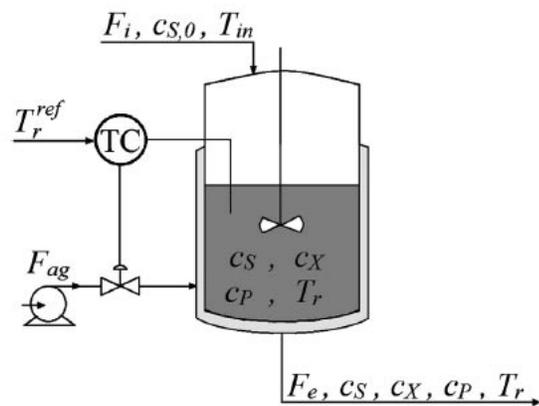


Figura 4.4: Error de estimación

4.4.1. Localización de Fallas

Se diseña un banco de observadores de esquema generalizado de orden reducido, donde se contemplan todas las entradas y $m - 1$ salidas ($m =$ número de salidas) como se muestra en el diagrama.



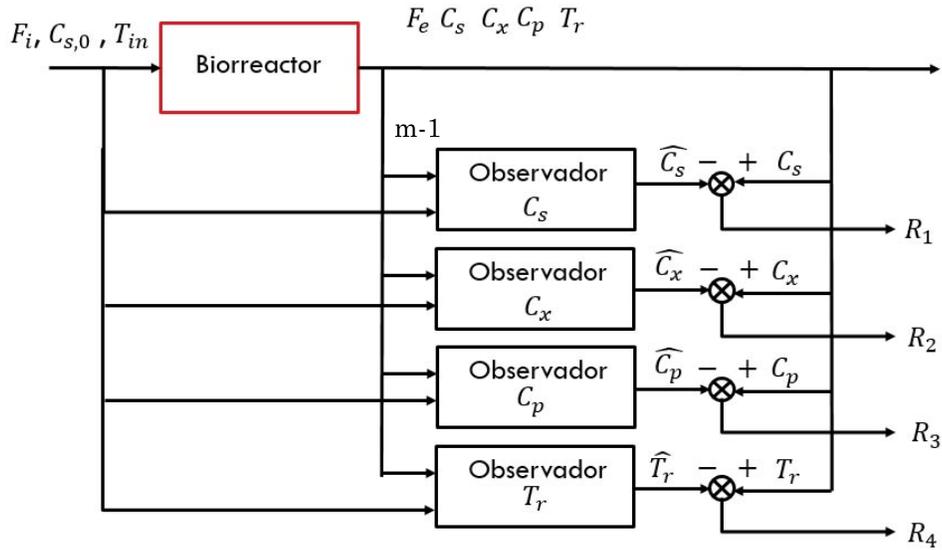


Figura 4.5: Obtención de Residuos

Tomando en cuenta un contexto general dentro del diagnóstico de fallas, es decir cuando el error de las mediciones se asocian al residuo se presenta una tabla de firma de fallas, es decir, una representación en matriz booleana que indica solo la existencia de desviaciones en los residuos. Así la tabla de firma de fallas resultante de la estructura del banco de observadores se muestra en la siguiente tabla. Donde

Fallas				
	C_s	C_x	C_p	T_r
R_1	0	1	1	1
R_2	1	0	0	0
R_3	0	1	0	0
R_4	0	1	0	0

Cuadro 4.1: Firma de fallas.

Se supone una falla de tipo aditiva como se muestra en la figura, $(f_2(t))$ sobre la señal de la Concentración de Sustrato.

$$f_2 = \begin{cases} 0 & t < 250 \\ 0.02 * (t - 2) & 250 \leq t < 300 \\ 0 & t \geq 300 \end{cases} \quad (4.25)$$

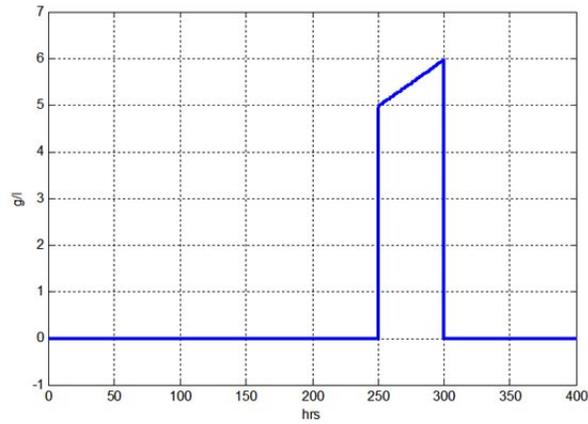


Figura 4.6: Falla en el sensor de Concentración de Sustrato

Caso 1: Falla F2 en Sensor de Concentración de Sustrato

La figura muestra el efecto de la falla en la concentración del sustrato valorando los residuos del observador, siendo visibles las variaciones en el residuo 2, mientras que los demás residuos no presentan variaciones notables. Esto concuerda con los valores de la firma de fallas mostrados en el cuadro 4.1, haciendo posible la localización de la falla presentada en este caso.

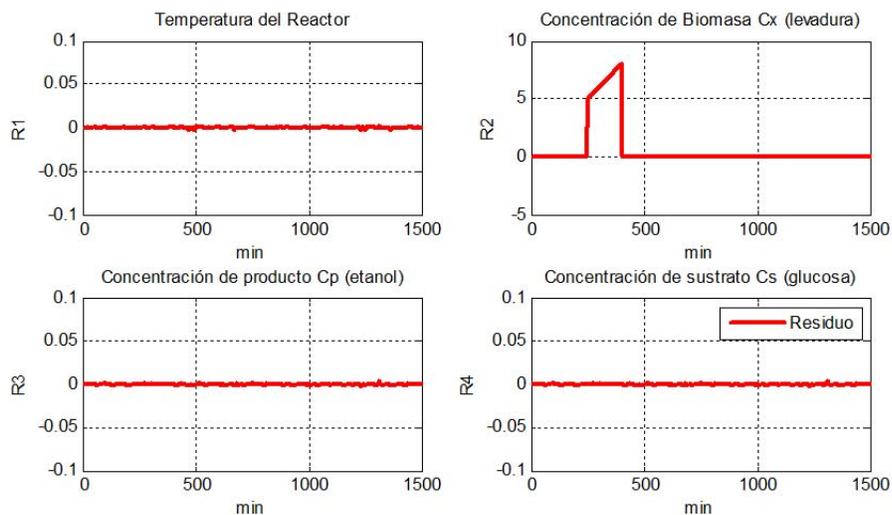


Figura 4.7: Residuos del Observador con falla en Cs

Caso 2: Falla F2 en Sensor de Concentración de Biomasa

La figura muestra el efecto de la falla en la concentración de la biomasa valorando los residuos del observador, siendo visibles las variaciones en los residuos 1,3, 4. Mientras que el residuo número 2 no presenta variaciones notables. Esto concuerda con los valores de la firma de fallas mostrados en el cuadro 4.1, haciendo posible la localización de la falla presentada en este caso específico.

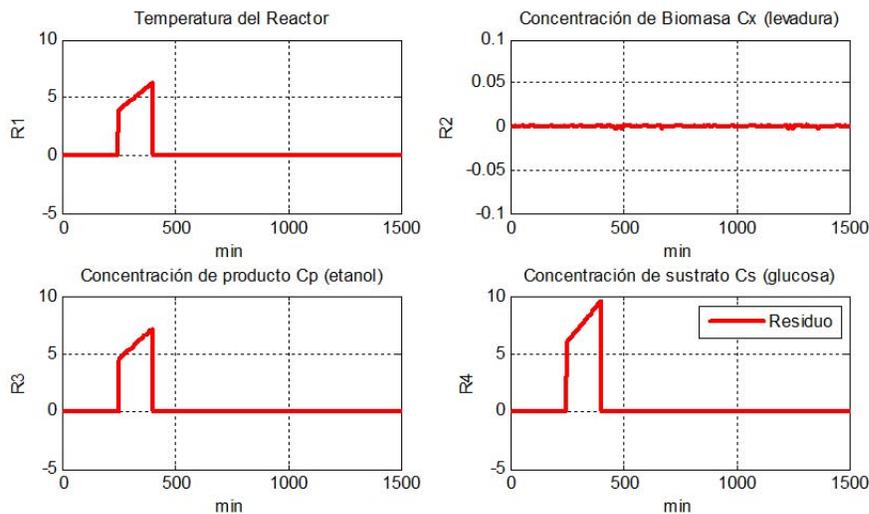


Figura 4.8: Residuos del Observador con falla en C_x

Caso 3: Falla F2 en Sensor de Concentración del Producto

La figura muestra el efecto de la falla en la concentración del producto valorando los residuos del observador, siendo visibles las variaciones en el residuo 1. Mientras que los demás residuos no presenta variaciones notables. Esto concuerda con los valores de la firma de fallas mostrados en el cuadro 4.1, sin embargo como se muestra en la tabla de firma de las fallas, esta firma coincide con el caso de presencia de fallas en la temperatura del reactor lo que no hace posible la localización de esta falla.

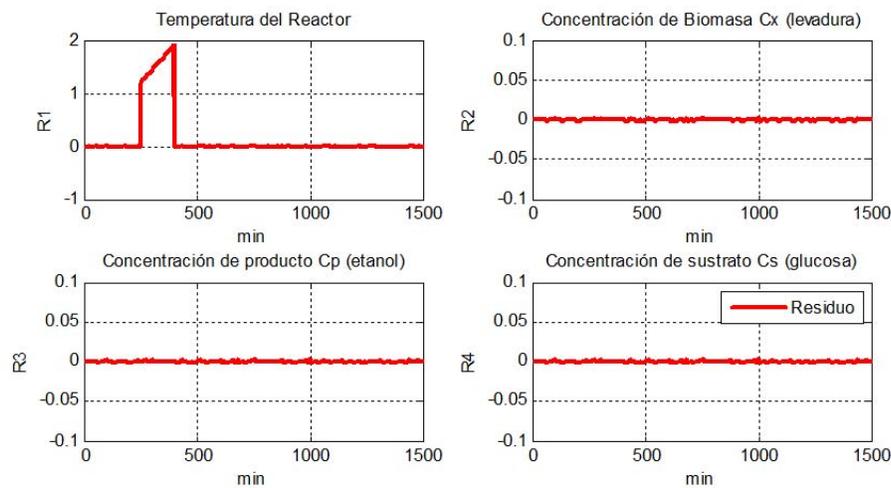


Figura 4.9: Residuos del Observador con falla en C_p

Caso 4: Falla F2 en Sensor de Temperatura del Reactor

La figura muestra el efecto de la falla en la concentración del producto valorando los residuos del observador, siendo visibles las variaciones en el residuo 1. Mientras que los demás residuos no presenta variaciones notables. Esto concuerda con los valores de la firma de fallas mostrados en el cuadro 4.1, sin embargo como se muestra en la tabla de firma de las fallas, esta firma coincide con el caso de presencia de fallas en la concentración del producto, lo que no hace posible la localización de esta falla.

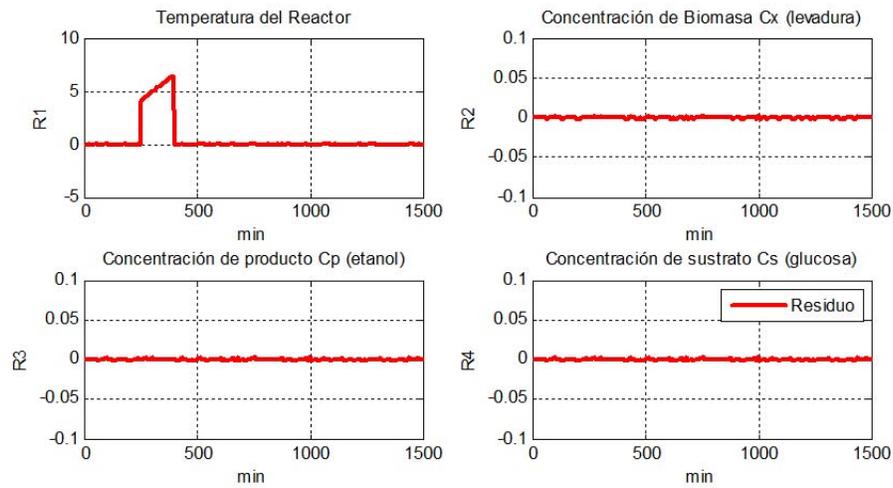


Figura 4.10: Residuos del Observador con falla en T_r

Como se muestra en los casos 3 y 4, la firma de fallas es idéntica lo que hace imposible determinar que sensor esta fallando si existe una variación solo en el residuo número 1. Sin embargo esto puede solucionarse agregando una redundancia física al biorreactor para obtener la temperatura de la chaqueta la cual ya que esta directamente relacionada con la temperatura del reactor permite aumentar la tabla de firma de fallas y discernir entre una falla del sensor de temperatura del reactor o el sensor de la concentración de producto.

Capítulo 5

Conclusiones Generales

5.1. Ventajas y Limitaciones

5.1.1. Ventajas

- Se aprovechan las ventajas del modelado difuso, para facilitar la representación de la dinámica de procesos como casos de sistemas no lineales.
- Los modelos T-S brindan la oportunidad de trabajar con modelos no lineales representándolos como un conjunto de sistemas locales que son mucho más fácil de interpretar en la literatura de Control Automático.
- La norma H_∞ brinda al modelo robustez para enfrentar el ruido en las señales de salida, minimizando el impacto en el modelo y evitando en medida que se presente como obstáculo para la detección de fallas.
- La utilización del enfoque de Linealización para la obtención del modelo Takagi-Sugeno sobre el método del Sector No Lineal, favorece primordial y por diseño en la elección de los puntos para la obtención de los modelos locales y el número de funciones de ponderación en razón a cada variable. Ya que en el método del Sector no lineal estas características suelen estar restringidas.

- La utilización de LMIs y las propiedades de Lyapunov facilitan la determinación de los parámetros de observación.

5.1.2. Limitaciones

- El modelo se basa principalmente en un biorreactor de fermentación continua (producción de etanol) basada en fermentación de frutos. Se considera un reactor de flujo continuo, lo que limita la relación de entrada-salida del flujo del sustrato. Además de que se consideran que la mezcla dentro del reactor es uniforme y que su sistema de intercambio de calor no presenta alteraciones.
- Este trabajo solo se enfoca en la localización de fallas en sensores dentro del proceso, lo que limita la identificación de la naturaleza de fallas en los componentes o los actuadores dentro del proceso que no intervenga directamente en la salida.

5.2. Aportaciones

- La oportunidad de abordar la complejidad del modelo no lineal de un biorreactor de fermentación continua.
- Representación difusa de un proceso de fermentación alcohólica continua a través del método Takagi-Sugeno, aportando a la literatura otro enfoque para abordar la representación dinámica de este proceso.
- El diseño de un observador robusto a perturbaciones utilizando un enfoque difuso de tipo Takagi-Sugeno aplicado a un proceso de fermentación alcohólica continua.

5.3. Conclusiones

Se determina que el modelo Takagi-Sugeno representa los estados incluidos en el proceso de fermentación, no solo las concentraciones si no también las temperaturas que intervienen

en el reactor. El modelo es completo y el error es mínimo, sin embargo al aumentar el número de estados también se aumentan el número de funciones de ponderación y por consiguiente el número de modelos locales linealizados por Taylor. Esto aumenta la capacidad computacional que se requiere para la obtención del modelo Takagi-Sugeno.

A pesar de contar con una cantidad considerablemente grande de modelos locales para el desarrollo del modelo Takagi-Sugeno, la utilización del método de “linealización” favorece la oportunidad de minimizar esta cantidad, cosa que con el método del Sector no lineal se ve condicionada al requerimiento del desarrollo del área politécnica y delimitada por las no linealidades del sistema.

Por otro lado, el diseño del observador robusto ante ruido para sistemas difusos Takagi-Sugeno presentado en este documento, muestra la estimación de estados del modelo TS mientras se aprovechan los beneficios de la norma H_∞ ante variaciones numéricas desconocida (ruido), lo que le da la robustez al observador. Aún se presentan dificultades en la detección de fallas en la Temperatura del Reactor, proponiendo una redundancia física para obtener como salida la Temperatura de la Chaqueta y así obtener un rango mayor de detección.

Bibliografía

- [1] M. A. Henson, “Exploiting cellular biology to manufacture high-value products,” *IEEE Control Systems Magazine*, 2006.
- [2] J. E. C. Ilse Y. Smets, “Optimal adaptive control of (bio)chemical reactors: past, present and future,” *Journal of Process Control*, vol. 14, pp. 795–805, 2004.
- [3] L. P. Boris M., Francisco H., “Sensor virtual adaptable de concentración de etanol para fermentadores industriales,” *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 6, no. 3, pp. 61–67, 2009.
- [4] P. S. Bin Jiang, Ke Zhang, “Integrated fault estimation and accommodation design for discrete-time takagi-sugeno fuzzy systems with actuator faults,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 19, no. 2, 2011.
- [5] M. D. F. D. Sabrina Delrot, Thierry Marie Guerra, “Fouling detection in a heat exchanger by observer of takagi-sugeno type for systems with unknown polynomial inputs,” *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, no. 25, pp. 1558–1566, 2012.
- [6] B. J. Ke Zhang and P. Shi, “Fault estimation observer design for discrete-time takagi-sugeno fuzzy systems based on piecewise lyapunov functions,” *IEEE Transactions Fuzzy Systems*, vol. 20, no. 1, 2012.
- [7] S. Ahmadizadeh, J. Zarei, and H. R. Karimi, “A robust fault detection design for uncertain takagi-sugeno models with unknown inputs and time-varying delays,” *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 11, pp. 98–117, 2014.

- [8] J. Ding, Y. Cao, E. Mporfu, and Z. Shi, “A hybrid support vector machine and fuzzy reasoning based fault diagnosis and rescue system for stable glutamate fermentation,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 90, no. 9, pp. 1197–1207, 2012.
- [9] P. Van den Kerkhof, G. Gins, J. Vanlaer, and J. F. Van Impe, “Dynamic model-based fault diagnosis for (bio) chemical batch processes,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 40, pp. 12–21, 2012.
- [10] Y. S. Huiping Li, “Robust h_∞ filtering for nonlinear stochastic systems with uncertainties and markov daley,” *Automatica*, no. 48, pp. 159–166, 2012.
- [11] X. L. Zidong Wang, Bo Shen, “ h_∞ filtering with randomly occurring sensor saturations and missing measurements,” *Automatica*, no. 48, pp. 556–562, 2012.
- [12] H. G. Xianwei Li, “Robust finite frequency h_∞ filtering for uncertain 2-d roesser systems,” *Automatica*, no. 48, pp. 1163–1170, 2012.
- [13] H. G. Xianwei Li, “Robust finite frequency h_∞ filtering for uncertain 2-d systems: The fm model case,” *Automatica*, no. 49, pp. 2446–2452, 2013.
- [14] M. Chadli, A. Abdo, and S. X. Ding, “Fault detection filter design for discrete-time takagi-sugeno fuzzy system,” *Automatica*, vol. 49, no. 7, pp. 1996–2005, 2013.
- [15] C. Briat, “Commande et observation robustes des systèmes lpv retardès,” 2008.
- [16] P. A. Teppa-Garrán., “Control robusto de un sistema lineal de parámetros variantes (lpv): Un enfoque de las desigualdades matriciales lineales (lmi).,” *Revista de la Facultad de Ingeniería de la U. C. V.*, vol. 23, pp. 5–17, 2008.
- [17] J. F. C. Jan De Caigny, “Interpolation-based modeling of mimo lpv systems,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 19, no. 1, 2011.
- [18] T. Takagi and M. Sugeno, “Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control,” *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, no. 1, pp. 116–132, 1985.

- [19] H. Ohtake, K. Tanaka, and H. O. Wang, “Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept,” *Integrated Computer-Aided Engineering*, vol. 10, no. 4, pp. 333–341, 2003.
- [20] T. A. Johansen, R. Shorten, and R. Murray-Smith, “On the interpretation and identification of dynamic takagi-sugeno fuzzy models,” *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 8, no. 3, pp. 297–313, 2000.
- [21] U. Imtiaz, A. Assadzadeh, S. S. Jamuar, and J. Sahu, “Bioreactor temperature profile controller using inverse neural network (inn) for production of ethanol,” *Journal of Process Control*, vol. 23, no. 5, pp. 731–742, 2013.
- [22] M. Ławryńczuk, “Modelling and nonlinear predictive control of a yeast fermentation biochemical reactor using neural networks,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 145, no. 2, pp. 290–307, 2008.
- [23] Z. K. Nagy, “Model based control of a yeast fermentation bioreactor using optimally designed artificial neural networks,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 127, no. 1, pp. 95–109, 2007.
- [24] F. K. M.L. Shuller, “Bioprocess engineering: Basic concepts,” 2002.
- [25] S. Ge, C. Hang, and T. Zhang, “Nonlinear adaptive control using neural networks and its application to cstr systems,” *Journal of Process Control*, vol. 9, no. 4, pp. 313–323, 1999.
- [26] M. C. Maha Bouattour, Mohammed Chadli* and A. E. Hajjaji, “Design of robust fault detection observer for takagi-sugeno models using the descriptor approach,” *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 9, pp. 973–979, 2011.
- [27] H. Ying, *Fuzzy control and modeling: analytical foundations and applications*. Wiley-IEEE Press, 2000.
- [28] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.

- [29] Z. Lendek, T. M. Guerra, R. Babuska, and B. De Schutter, *Stability Analysis and Non-linear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzz Models*. Springer, 2010.
- [30] G. Najafpour, *Biochemical engineering and biotechnology*. Elsevier, 2006.
- [31] M. L. Shuler and F. Kargi, *Bioprocess engineering*. Prentice Hall, 2002.
- [32] M. Abid, S. X. Ding, and A. Q. Khan, “Dynamic threshold for fault detection in lipschitz nonlinear systems,” in *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pp. 36–40, 2009.
- [33] Z. Wang, B. Shen, and X. Liu, “H_∞ filtering with randomly occurring sensor saturations and missing measurements,” *Automatica*, vol. 48, no. 3, pp. 556–562, 2012.
- [34] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, and D. Maquin, “State estimation of takagi–sugeno systems with unmeasurable premise variables,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 4, no. 5, pp. 897–908, 2010.
- [35] A. A. F. Hernández, “Diseño de un esquema de control basados en modelos lpv tipo takagi-sugeno para la regulación de temperatura en un cstr de doble enchaquetado,” Master’s thesis, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2014.
- [36] M. F. Montiel, “Detección y estimación de fallas en sistemas singulares lpv con aplicación a una columna de destilación,” Master’s thesis, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2012.
- [37] G. L. O. Gordillo, “Observadores para sistemas singulares lpv,” Master’s thesis, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2011.

.1. ANEXO 1: Nomenclatura

(T_{in})	Temperatura del sustrato que entra en el reactor
(F_i)	Flujo de sustrato que entrar en el reactor
(F_e)	Flujo de salida del reactor
(r_{O_2})	Tasa de consumo de oxígeno
(ΔH_r)	Calor de reacción de fermentación
(ρ_r)	Densidad de la masa de reacción
$(C_{heat;r})$	Capacidad calorífica de la masa de reacción
$(C_{heat;ag})$	Capacidad calorífica de agente de enfriamiento en la chaqueta
(K_T)	Coefficiente de transferencia de calor
(A_T)	Área de transferencia de calor
(T_r)	Temperatura del reactor
(T_{ag})	Temperatura de agente de enfriamiento en la chaqueta
(V)	Volumen de la masa de reacción
(F_{ag})	Flujo de refrigerante
(V_j)	Volumen de la chaqueta
$(T_{in,ag})$	Temperatura del agente de refrigeración que entra a la chaqueta
(ρ_{ag})	Densidad del agente refrigerante
(ρ_r)	Densidad de la masa de reacción
$(C_{O_2}^*)$	Concentraciones de equilibrio de oxígeno disuelto
(C_{O_2})	Concentración de oxígeno en la fase líquida
(r_{O_2})	Tasa de consumo de oxígeno
$(k_{l}a)$	Área específica en fase gaseosa
(μ_X)	Máxima tasa de crecimiento específico
(μ_P)	Tasa de fermentación
(c_X)	Concentración de biomasa (levadura)
(c_S)	Concentración de sustrato (glucosa)
(c_P)	Concentración del producto (etanol)

(K_S)	Constante de crecimiento del sustrato
(K_{S1})	Constante de sustrato para la producción de etanol
(K_P)	Constante de inhibición de la fermentación por el etanol
(K_{P1})	Constante de inhibición del crecimiento por el etanol
(R_{sx})	Relación de célula producida por glucosa consumida para crecimiento
(R_{sp})	Relación de etanol producido por glucosa consumida para fermentación.
(C_{Sin})	Concentración de glucosa en el flujo de alimentación
(K_T)	Coficiente de transferencia de calor
(A_T)	Área de transferencia de calor
(C_A)	Concentración de ácido
(F_A)	Velocidad de flujo del ácido
(C_B)	Concentración de la base
(F_B)	Caudal de la base
(Q)	Desviación de la neutralidad

Acrónimos

TS	Takagi-Sugeno
LPV	<i>Linear Parameter Varying</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
LTV	<i>Linear Time Varying</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i>
GOS	<i>Generalized Observer Scheme</i>

.2. ANEXO 2: Parámetros de Simulación

Parámetros de simulación del modelo del biorreactor continuo.

Parametro	Valor	Unidades	Parametro	Valor	Unidades
T_{in}	25	$^{\circ}C$	r_{O_2}	0.1211	$mg\ l^{-1}\ min^{-1}$
ΔH_r	518	$kJ/molO_2$	k_1a	38	g/l
ρ_r	1080	g/l	F_i	51	l/min
$C_{heat;r}$	4.18	$Jg^{-1}K^{-1}$	F_e	51	l/min
$C_{heat;ag}$	4.18	$Jg^{-1}K^{-1}$	μ_x	0.1821	min^{-1}
K_T	300002	$Jmin^{-1}m^{-2}K^{-1}$	μ_p	1.79	min^{-1}
A_T	1	m^2	C_x	0.9046	g/l
T_r	29.5732	$^{\circ}C$	C_s	29.73	g/l
T_{ag}	27.0539	$^{\circ}C$	C_p	12.51	g/l
V	1000	lt	K_s	1.03	g/l
F_{ag}	20	l/min	K_{s1}	1.68	g/l
V_j	50	$^{\circ}lt$	K_p	0.139	g/l
$T_{in,ag}$	15	$^{\circ}C$	K_{p1}	0.07	g/l
ρ_{ag}	1000	g/l	R_{sx}	0.607	-
$C_{O_2}^*$	5.97	mg/l	R_{sp}	0.435	-
C_{O_2}	3.1	mg/l	C_{sin}	60	g/l

Cuadro 1: Valores de simulación.

.3. ANEXO 3: Matrices Locales

.3.1. Componentes de Matrices Locales

Términos correspondientes a los componentes contenidos en la matriz (7):

$$A_{i11} = -\frac{F_e}{V} - \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (1)$$

$$A_{i12} = \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (2)$$

$$A_{i13} = \frac{\Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} (\mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}} C_X) \frac{K_{O_2}}{(K_{O_2} + C_{O_2})^2} \quad (3)$$

$$A_{i14} = \frac{\Delta H_r}{32 \rho_r C_{heat,r}} (\mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}}) \frac{C_{O_2}}{K_{O_2} + C_{O_2}} \quad (4)$$

$$A_{i21} = \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_{heat,r}} \quad (5)$$

$$A_{i22} = -\frac{F_{ag}}{V_j} - \frac{K_T A_T}{V_j \rho_{ag} C_{heat,ag}} \quad (6)$$

$$A_{i31} = \frac{\ln(0.1024)(1.024 K_l a_0)^{T_r - 20}}{((14.6 - 0.3943 T_r + 0.007714 T_r^2 - 0.0000646 T_r^3) 10^{-\Sigma H_i I_i} - C_{O_2})} \quad (7)$$

$$+ (1.024 K_l a_0)^{T_r - 20} (-0.3943 + (2 * 0.007714) T_r - (3 * 0.0000646) T_r^2) 10^{-\Sigma H_i I_i}$$

$$A_{i33} = -(1.024 K_l a_0)^{T_r - 20} - (\mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}} C_X) \frac{K_{O_2}}{(K_{O_2} + C_{O_2})^2} \quad (8)$$

$$A_{i34} = -(\mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}}) \frac{C_{O_2}}{K_{O_2} + C_{O_2}} \quad (9)$$

$$A_{i44} = \mu_x \left(\frac{C_S}{K_S + C_S} \right) e^{-K_p C_p} - \frac{F_e}{V} \quad (10)$$

$$A_{i45} = \mu_x C_X \left(\frac{C_S}{K_S + C_S} \right) e^{-K_p C_p} (-K_P) \quad (11)$$

$$A_{i46} = \mu_X C_X \left(\frac{K_S}{(K_S + C_S)^2} \right) e^{-K_p C_p} \quad (12)$$

$$A_{i54} = \mu_P \left(\frac{C_S}{K_{S1} + C_S} \right) e^{-K_{p1} C_p} \quad (13)$$

$$A_{i55} = \mu_p C_X \left(\frac{C_S}{K_{S1} + C_S} \right) e^{-K_{p1} C_p} (-K_{P1}) - \frac{F_e}{V} \quad (14)$$

$$A_{i56} = \mu_p C_X \left(\frac{K_{S1}}{(K_{S1} + C_S)^2} \right) e^{-K_{p1} C_p} \quad (15)$$

$$A_{i64} = -\frac{\mu_x}{R_{sx}} \left(\frac{C_S}{K_S + C_S} \right) e^{-K_p C_p} - \frac{\mu_p}{R_{sp}} \left(\frac{C_S}{K_{S1} + C_S} \right) e^{-K_{p1} C_p} \quad (16)$$

$$A_{i65} = \frac{\mu_x}{R_{sx}} C_X \left(\frac{C_S}{K_S + C_S} \right) e^{-K_p C_p} (K_P) + \frac{\mu_p}{R_{sp}} C_X \left(\frac{C_S}{K_{S1} + C_S} \right) e^{-K_{p1} C_p} (K_P) \quad (17)$$

$$A_{i66} = -\frac{\mu_x}{R_{sx}} \left(\frac{K_S}{(K_S + C_S)^2} \right) e^{-K_p C_p} - \frac{\mu_p}{R_{sp}} \left(\frac{K_{S1}}{(K_{S1} + C_S)^2} \right) e^{-K_{p1} C_p} - \frac{F_e}{V} \quad (18)$$

$$a_{i1} = \frac{(273F_i)}{V} - \frac{(273F_e)}{V} - \mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}} C_X \left(\frac{K_{O_2}}{(K_{O_2} + C_{O_2})^2} \right) \left(\frac{\Delta H_r}{32\rho_r C_{heat,r}} \right) \quad (19)$$

$$a_{i3} = (1.024K_l a_0)^{T_r - 20} \left((14.6 - 0.3943T_r + 0.007714T_r^2 - 0.0000646T_r^3) 10^{-\Sigma H_i I_i} \right. \\ \left. - \ln(01.024)(1.024K_l a_0)^{T_r - 20} * \right. \\ \left. ((14.6 - 0.3943T_r + 0.007714T_r^2 - 0.0000646T_r^3) 10^{-\Sigma H_i I_i} - C_{O_2}) T_r \right. \quad (20) \\ \left. - (1.024K_l a_0)^{T_r - 20} T_r (-0.3943 + (2 * 0.007714)T_r - (3 * 0.0000646)T_r^2) 10^{-\Sigma H_i I_i} \right. \\ \left. + \mu_{O_2} \frac{1}{Y_{O_2}} C_X \left(\frac{K_{O_2}}{(K_{O_2} + C_{O_2})^2} \right) C_{O_2} \right.$$

$$a_{i4} = \mu_x K_p C_X C_P \left(\frac{C_S}{K_s + C_S} \right) e^{-K_p C_P} - \mu_x C_X C_S \left(\frac{K_S}{(K_s + C_S)^2} \right) e^{-K_p C_P} \quad (21)$$

$$a_{i5} = \mu_p K_{p1} C_X C_P \left(\frac{C_S}{K_{s1} + C_S} \right) e^{-K_{p1} C_P} - \mu_p C_X C_S \left(\frac{K_{S1}}{(K_{s1} + C_S)^2} \right) e^{-K_{p1} C_P} \quad (22)$$

$$a_{i6} = -\frac{\mu_x}{R_{sx}} K_p C_X C_P \left(\frac{C_S}{K_s + C_S} \right) e^{-K_p C_P} - \frac{\mu_p}{R_{sp}} K_{p1} C_X C_P \left(\frac{C_S}{K_{s1} + C_S} \right) e^{-K_{p1} C_P} \quad (23)$$

$$+ \frac{\mu_x}{R_{sx}} C_X C_S e^{-K_p C_P} \left(\frac{K_S}{(K_S + C_S)^2} \right) + \frac{\mu_p}{R_{sp}} C_X C_S e^{-K_{p1} C_P} \left(\frac{K_{S1}}{(K_{S1} + C_S)^2} \right)$$

.3.2. Ejemplos de Matrices Locales

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.117 & 0.066 & 6.729e-05 & 0.07 & 0 & 0 \\ 1.435 & -1.835 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.824 & 0 & -47.704 & -0.207 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.020 & -0.003 & 7.42e-05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.684 & -0.094 & 0.002 \\ 0 & 0 & 0 & -1.624 & 0.105 & -0.057 \end{bmatrix}$$

$$A_{15} = \begin{bmatrix} -0.117 & 0.066 & 3.34e-05 & 0.07 & 0 & 0 \\ 1.435 & -1.835 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.529 & 0 & -47.694 & -0.22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.006 & -0.003 & 6.83e-05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.895 & -0.081 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0 & -2.143 & 0.076 & -0.0554 \end{bmatrix}$$

$$A_{20} = \begin{bmatrix} -0.117 & 0.066 & 6.72e-05 & 0 & 0 & 0 \\ 1.435 & -1.835 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.82 & 0 & -47.7 & -0.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.006 & 3.83e-05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.931 & -0.11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.23 & 0.14 & -0.053 \end{bmatrix}$$

$$A_{38} = \begin{bmatrix} 0.893 & 3.21 & 4.293 & 0 & 0 & 0 \\ 2.34 & 2.019 & -0.94 & 0 & 0 & 0 \\ 1.023 & 1.02 & 32.1 & -2.44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.44 & 0.134 & 5.342 \\ 0 & 0 & 0 & -1.002 & 1.39 & 3.21 \\ 0 & 0 & 0 & 1.04 & -3.23 & -1.53 \end{bmatrix}$$

$$A_{45} = \begin{bmatrix} -0.117 & 0.066 & 3.34e-05 & 0.07 & 0 & 0 \\ 1.435 & -1.835 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.529 & 0 & -47.694 & -0.22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.006 & -0.003 & 6.83e-05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.895 & -0.081 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0 & -2.143 & 0.076 & -0.0554 \end{bmatrix}$$

$$A_{64} = \begin{bmatrix} -0.56 & 0.32 & 0.57 & 0 & 0 & 0 \\ 1.65 & 2.39 & 4.23 & 0 & 0 & 0 \\ 2.12 & 0 & 46.32 & 0.20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.532 & 1.005 & 3.83 \\ 0 & 0 & 0 & 1.23 & 0.234 & 2.044 \\ 0 & 0 & 0 & -2.23 & 0.14 & -0.053 \end{bmatrix}$$