

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Electrónica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

Diagnóstico y Control de un Fotobiorreactor

presentada por

Ing. Montserrat Alegría Zamudio

como requisito para la obtención del grado de
Maestra en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis
Dr. Manuel Adam Medina

Cuernavaca, Morelos, México. Junio de 2016.

Cuernavaca, Mor., 17 de junio de 2016.

OFICIO No. DIE/101/2016
Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Montserrat Alegría Zamudio** con número de control **M14CE023** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado **“Diagnóstico y Control de un Fotobiorreactor”** y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

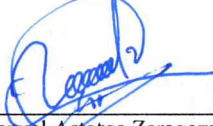
DIRECTOR DE TESIS



Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5992003

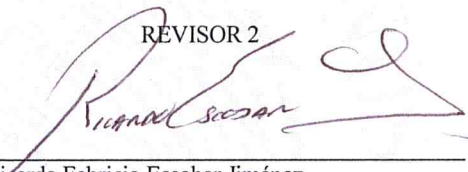
CODIRECTOR DE TESIS

REVISOR 1



Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza
Doctor en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 5505019

REVISOR 2



Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
Doctor en Ciencias en Ingeniería Electrónica
Cédula profesional 7534115

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

CMAZ/lrr

Cuernavaca, Mor., 20 de junio de 2016
OFICIO No. SAC/215/2016

Asunto: Autorización de impresión de tesis

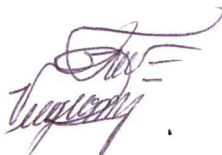
**ING. MONTSERRAT ALEGRÍA ZAMUDIO
CANDIDATA AL GRADO DE MAESTRA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
P R E S E N T E**

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **“Diagnóstico y Control de un Fotobiorreactor”**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

“CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO”



**DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO**



**SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA**

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicatoria.

A dios, te agradezco la oportunidad que me das de crecer en edad, sabiduría y gracia.

A mis padres: Todo lo que soy es gracias a ustedes, me han enseñado a que debo guiarme en la vida con honestidad y amor, siempre dando lo mejor de uno. Gracias por todo el amor, sabiduría y paciencia que me han brindado. Mis logros son suyos, los amo.

A mi esposo, Didier Eduardo Montiel Quintero mi mejor amigo, compañero de vida y el amor de mi vida, gracias por estar siempre conmigo, por ser paciente y siempre tener las palabras adecuadas para mi, te amo.

A mi hija, Valeria Montserrat Montiel Alegría gracias por ser tu, tu sonrisa ilumina mi vida.

A mi abuelita, Minerva Rosario Soto, gracias por siempre tener una sonrisa para mi y siempre recibirme con los brazos abiertos. Te amo abuelita.

Agradecimientos.

A mi Madre, Antonia Zamudio Radilla, gracias mamá por enseñarme que no hay amor más puro y mas honesto que el de una madre, por no dejarme en ningún momento de vida y estar siempre ahí cuando más te necesito.

A mi Padre, Anatolio Alegría Rosario, no hay palabras para poder agradecer todo lo que haces por mi, te amo papá.

A mi Esposo, Didier Eduardo Montiel Quintero, gracias por todo el apoyo y todo el amor que tienes para mi y nuestra hija, por estar para nosotras, te amo por siempre.

A mis hermanos, Fernando, Francisco y Andres, amigos y compañeros de vida, gracias por todas las lecciones y consejos que siempre tienen para mi, ser mis ejemplos a seguir y por saber que siempre puedo contar con ustedes.

A mi hija, Valeria, mi niña hermosa, gracias por hacer de mis días los mejores.

Al Dr. Manuel Adam Medina por su esfuerzo y dedicación, así como la paciencia y el gran apoyo que me ha dado en esta etapa de mi vida.

A mis revisores: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza y el Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez por su tiempo, dedicación y ayuda brindada para la culminación de este trabajo de tesis.

A mis compañeros y amigos: Susana Sainz , Jesús Reyes, Carlos Zuñiga, Diego Alessis Carbot, Cesar Octavio, Hugo Arellano, Ivonne Guerrero, con quienes compartí mi estancia en CENIDET, por brindarme su apoyo y amistad, son una familia para mi.

Al Dr. Alejandro Rodríguez Palacios, por compartir sus conocimientos, apoyo y consejos, pero sobretodo por la amistad brindada.

Al Tecnológico Nacional de México y al Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico por brindarme los medios necesarios para obtener mayores conocimientos, y así crecer profesionalmente. Además por todas las atenciones otorgadas

IV

por el personal.

*A **CONACYT**, por el apoyo económico que me brindaron para la realización del trabajo.*

Resumen

En este trabajo de tesis se presenta un esquema FDD (por su acrónimo en inglés Fault Diagnostic and Detection) aplicado a un fotobiorreactor tipo panel plano, con entrada de líquido frío para disminuir la temperatura del cultivo, utilizando como estimador de estado observadores por modos deslizantes de alto orden *super-twisting*, estos observadores son robustos ante incertidumbres de modelado y perturbaciones del sistema. El desarrollo de los observadores se realiza de forma numérica y la funcionalidad del esquema propuesto para el diagnóstico de fallas en sensores se realiza mediante simulaciones. De igual manera se desarrolla un control predictivo basado en modelo para regular la temperatura del cultivo en una fase específica de crecimiento, tomando en cuenta como cepa la *Nannochloropsis Oculata*.

Abstract

*This master's thesis presents an FDD (Fault Diagnostic and Detection) applied to a flat panel fotobioreactor, using as estimator state a sliding mode observers higher order super-twisting, it is noteworthy that these observers are robust to modeling uncertainties as well face the system disturbances. The development of this observers is performed numerical and the diagnosis of fault in sensors functionality is tested on simulation. Likewise is developed a model based predictive control for the temperature culture for specific fase of growth, using as reference growth the microalgae *Nannochloropsis Oculata*.*

Índice general

Índice de figuras	XIV
Índice de tablas	XV
Nomenclatura	XVII
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema.	2
1.2. Objetivos.	3
1.2.1. Objetivo.	3
1.2.2. Objetivos específicos.	3
1.3. Metas	3
1.4. Justificación.	3
1.5. Estado del arte	4
1.5.1. Fotobiorreactores	4
1.5.2. Control en Fotobiorreactores	6
1.5.3. Diagnóstico de fallas en fotobiorreactores.	7
1.6. Metodología	8
1.7. Organización del documento.	9
2. Fotobiorreactores.	11
2.1. Microalgas.	11
2.1.1. Etapas de crecimiento de la microalga.	12

2.2.	Fotobiorreactores.	13
2.2.1.	Criterio para el diseño de fotobiorreactores.	13
2.2.2.	Tipo de Fotobiorreactores.	15
2.2.3.	Caso de estudio: Fotobiorreactor de panel plano.	17
2.2.4.	Modelo lineal del fotobiorreactor de panel plano	19
2.3.	Controlabilidad	21
3.	Estimación de estados.	27
3.1.	Observadores por modos deslizantes <i>super-twisting</i>	28
3.1.1.	Función de conmutación.	28
3.1.2.	Definiciones	29
3.2.	Condición de observabilidad.	31
3.2.1.	Observabilidad: Fotobiorreactor de panel plano	31
3.3.	Observador <i>super-twisting</i>	34
3.3.1.	Diseño de la estructura básica del observador.	34
3.3.2.	Observador para el sistema completo	36
3.3.3.	Análisis de estabilidad del observador	37
3.4.	Estimación del fotobiorreactor.	38
3.4.1.	Cálculo de las ganancias	41
4.	Diagnóstico y control de un fotobiorreactor.	49
4.1.	Diseño del esquema de diagnóstico de fallas.	49
4.1.1.	Sistema de diagnóstico	51
4.2.	Esquema de diagnóstico basado en observadores	54
4.2.1.	Umbral de detección.	54
4.3.	Diseño del esquema de diagnóstico para el fotobiorreactor.	55
4.3.1.	Esquema de diagnóstico considerando falla en el sensor de la temperatura del cristal.	58
4.3.2.	Esquema de diagnóstico considerando falla en el sensor de la temperatura del cultivo.	62

4.3.3. Esquema de diagnóstico considerando falla en el sensor de la temperatura del líquido frío.	66
4.4. Control predictivo basado en modelo	70
4.4.1. Control predictivo dentro de una ventana de optimización	72
4.4.2. Control de horizonte de retroceso	76
4.4.3. Sistema de control en lazo cerrado	76
4.5. Desarrollo matemático del control predictivo	78
4.6. Control MPC SISO	82
4.6.1. Restricciones	83
5. Conclusiones y trabajos futuros	87
5.1. Conclusiones	87
5.2. Trabajos futuros	88
6. Anexos	97
6.1. Parámetros del fotobiorreactor.	97
6.2. Parámetros de los observadores <i>Super-twisting</i>	99

Índice de figuras

2.1. Microalgas. [Medina <i>et al.</i> , 2012]	11
2.2. Diagrama del Fotobiorreactor de panel plano. Se asume que la temperatura ambiente es igual a la temperatura por radiación ($T_{sky} = T_{amb}$).	18
2.3. Resultados de la simulación 1.	23
2.4. Resultados de la simulación 2.	24
3.1. Función signo.	28
3.2. Función sigmoide.	29
3.3. Esquema básico de un observador.	30
3.4. Simulación 1. Estados estimados con los observadores <i>super-twisting</i> con la temperatura del cultivo x_1 disponible.	45
3.5. Simulación 2. Estados estimados con los observadores <i>super-twisting</i> con la temperatura del cultivo x_2 disponible.	46
3.6. Simulación 3. Estados estimados con los observadores <i>super-twisting</i> con la temperatura del cultivo x_3 disponible.	47
4.1. Métodos de generación de residuos.	52
4.2. Diagrama general del diagnóstico de fallas.	53
4.3. Esquema para el sistema de diagnóstico en sensores del fotobiorreactor de panel plano.	54
4.4. Diagrama general del sistema de diagnóstico aplicado al fotobiorreactor.	55
4.5. Esquema de detección de fallas en el sensor de temperatura del cristal(x_1).	56

4.6. Esquema de detección de fallas en el sensor de temperatura del agua fría(x_2).	56
4.7. Esquema de detección de fallas en el sensor de temperatura del agua fría(x_3).	56
4.8. Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cristal. . .	58
4.9. Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cristal. . .	59
4.10. Residuos generados.	60
4.11. Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cultivo. . .	62
4.12. Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cultivo. . .	63
4.13. Residuos generados.	64
4.14. Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del líquido frío.	66
4.15. Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del líquido frío.	67
4.16. Residuos generados.	68
4.17. Diagrama a bloques del sistema de control predictivo en discreto.	78
4.18. Control predictivo para la temperatura del cultivo.	83
4.19. Control de temperatura con restricciones.	84

Índice de tablas

1.1. Diferencias entre los sistemas abiertos y cerrados [Pulz, 2001].	5
4.1. Firmas de fallas para la localización de fallas en sensores del fotobiorreactor.	57
6.1. Parámetros del fotobiorreactor	98
6.2. Valores de las constantes utilizados para el Observador <i>super-twisting</i> con x_1 disponible.	99
6.3. Valores de las constantes utilizados para el Observador <i>super-twisting</i> con x_2 disponible.	99
6.4. Valores de las constantes utilizados para el Observador <i>super-twisting</i> con x_3 disponible.	99

Nomenclatura

Notación

T	—	Temperatura (K).
q	—	Radiación total ($\frac{W}{m^2}$).
S	—	Área irradiada (m^2).
m	—	Masa (kg)
h	—	Coefficiente de transferencia de calor por convección ($\frac{W}{m^2K}$)
Cp	—	Capacidad Calorífica ($\frac{J}{kgK}$)
A	—	Área de transferencia de calor (m^2)
U	—	Coefficiente global de transferencia de calor ($\frac{W}{m^2}$)
F	—	Flujo volumétrico ($\frac{m^3}{s}$)
V	—	Volumen (m^3)

Acrónimos

STO	—	Observador <i>Super-twisting</i> .
$STO-1$	—	Observador <i>Super-twisting</i> con x_1 diponible.
$STO-2$	—	Observador <i>Super-twisting</i> con x_2 diponible.
$STO-3$	—	Observador <i>Super-twisting</i> con x_3 diponible.
FTB	—	Fotobiorreactor.

- MPC — Control predictivo basado en modelo.
 SISO — *Single input-single output* (una entrada-una salida).
 MIMO — *Multiple input-Multiple output* (Multiples entradas-Multiples salidas).

Subíndice

- amb* — ambiente.
g — Vidrio/cristal.
s — Solución/Cultivo.
u — bajo el reactor.
co — Fluido frío.
c — Fluido Frío.
ci — Entrada de fluido frío.
hi — Entrada del fluido caliente.
h — Fluido Caliente.
ho — Salida de fluido caliente.

Letras griegas.

- σ — Constante de Stefan-Boltzman($\frac{W}{m^2K^4}$)
 α — Absortividad
 ϵ — Emisividad
 ρ — Densidad
 τ — Transmisividad

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad los hidrocarburos son unas de las principales fuentes de energía sin embargo este tipo de energía no es renovable y presenta altos niveles de contaminación. Existe un tipo de energía generado a través de la biomasa, que consiste en utilizar materia orgánica como fuente energética. La biomasa es materia orgánica generada en un proceso biológico; ya sea espontáneo o provocado. La biomasa incluye la madera, plantas de rápido crecimiento, microalgas, restos de animales, etc. La biomasa puede ser utilizada directamente como combustible, sin embargo la quema de madera sin control genera una deforestación de los bosques y como consecuencia grandes daños ambientales. De la biomasa se pueden generar combustibles líquidos como el bioetanol, etanol, biodiesel e hidrógeno. Las microalgas son un tipo de biomasa utilizada en las industrias: farmacéutica, acuícola, cosmética, agrícola; así como también se usa para la producción de biocombustibles.

Este tipo de microorganismo pueden ser cultivados en sistemas abierto naturales o artificiales, así como en sistemas complejos como los son los fotobiorreactores. Estos sistemas pueden operar en lazo abierto pero para lograr la máxima producción celular se requiere controlar las variables del proceso como son la iluminación, temperatura, pH, la salinidad, CO_2 , O_2 y la concentración de los nutrientes.

Unos de los factores más importantes para el cultivo de microalgas es la iluminación y la temperatura. El control de la temperatura es obligatorio para asegurar la estabilidad

del cultivo y prevenir la muerte celular por sobrecalentamiento [Fernández *et al.*, 2013].

Este tipo de bioprocesos son complejos y la instrumentación utilizada puede presentar daños o ser escasa, por lo tanto se propone un esquema para estimar las salidas del sistema para poder detectar cuando se presente falla en sensores, así mismo la necesidad de mantener la temperatura del sistema en un rango óptimo ha hecho necesario el diseño de un control de temperatura para mantener el funcionamiento del sistema, y como consecuencia una alta producción de biomasa y prevenir la muerte celular.

1.1. Planteamiento del problema.

Los fotobiorreactores son tanques cerrados e iluminados para la producción de biomasa, se construyen de materiales transparentes y son sistemas tipo *batch*, cuentan con un sistema de iluminación, impulsión o burbujeo y un intercambiador de calor.

Las microalgas producen lípidos, por lo que se consideran con un potencial para la obtención de biocombustibles de tercera generación, que consiste en trabajar con cultivos no destinados a la alimentación, con una gran capacidad de crecimiento rápido y potencial energético. También son de vital importancia para la industria acuícola.

En su fase máxima de crecimiento, algunas pueden doblar su tamaño cada 3 horas, el contenido de lípidos como el perfil de ácidos grasos de la microalga no varía solo entre las especies sino también en las condiciones de cultivo por lo tanto es importante: la concentración de los nutrientes, la calidad y cantidad de luz, la temperatura, el oxígeno, el dióxido de carbono, el pH y la salinidad.

Unos de los factores más importantes en la producción de biomasa son la luz y la temperatura. Las microalgas requieren condiciones de cultivo específicas para lograr la máxima producción celular, la temperatura juega un papel muy importante, ya que un sobrecalentamiento o enfriamiento del sistema puede llevar a su muerte celular. Las variaciones en la temperatura también provocan cambios en la velocidad de crecimiento, en el contenido de lípidos y la composición de ácidos grasos.

1.2. Objetivos.

1.2.1. Objetivo.

Diseñar un sistema de control de temperatura y un esquema de diagnóstico de fallas en sensores basado en un modelo de balances de energía de un fotobiorreactor de panel plano.

1.2.2. Objetivos específicos.

- Diseñar observadores *super-twisting* del fotobiorreactor.
- Diseñar el esquema de diagnóstico de fallas del fotobiorreactor.
- Diseñar el control de temperatura utilizando el enfoque MPC.

1.3. Metas

- Modelado por balance de energía y simulación de un fotobiorreactor tipo panel plano.
- Diseño de observadores *super-twisting* para estimar las salidas del sistema.
- Diseño de un esquema de diagnóstico tipo DOS en lazo abierto para la detección y aislamiento de fallas en sensores.
- Diseño de un control para la regulación de temperatura de un fotobiorreactor de panel plano usando el enfoque de control predictivo basado en modelo (MPC).
- Simulación del Controlador MPC.

1.4. Justificación.

El diseño de un fotobiorreactor es determinado por la producción de la biomasa y de la calidad requerida de la misma, la producción masiva de microalgas no puede ser mantenida

por sistemas abiertos, por eso, es necesario implementar sistemas instrumentados como los fotobiorreactores, que permiten controlar las condiciones de operación, haciendo reproducir el cultivo y evitando la contaminación del mismo.

Las microalgas, requiere condiciones de cultivo adecuadas para crecer, entre mejores sean las condiciones del cultivo, mayor será la tasa de crecimiento y la productividad, por lo tanto parámetros como el pH, la iluminación, los nutrientes y la temperatura necesitan ser suministrados, supervisados y controlados.

El control de temperatura es obligatorio para asegurar la estabilidad del cultivo y prevenir la muerte celular por sobrecalentamiento [Carvalho *et al.*, 2006]. Inclusive una exposición relativamente corta a una temperatura sub-óptima induce daño por fotoinhibición. Según Vonshak [Vonshak *et al.*, 2001], con la implementación de un sistema de control que regule la temperatura; se registró una mayor actividad fotosintética del cultivo, lográndose un incremento en la productividad del 60% .

1.5. Estado del arte

1.5.1. Fotobiorreactores

El alga verde-azul comprende un vasto grupo de organismos fotosintéticos. Estos crecen en un gran rango de condiciones, la singularidad de las microalgas que los separa de otros microorganismos se debe a la presencia de la clorofila y que tiene la capacidad fotosintética de algas en una sola célula, permitiendo una fácil operación para la generación de biomasa y una investigación eficaz de la genética y metabólica en un periodo de tiempo más corto que las plantas convencionales. Tienen un núcleo bien definido, una pared celular, cloroplasto que contiene clorofila y otros pigmentos, pirenoide, una región densa que contiene gránulos de almidón en su superficie, el estigma y el flagelo son los principales componentes de las algas verdes [Kunjapur y Eldridge, 2010].

Las microalgas pueden ser cultivadas en sistemas abiertos naturales (lagos y lagunas) o artificiales (estanques y contenedores) o en sistemas cerrados que son usados para

la producción de biomasa llamados fotobiorreactores, estos se construyen de materiales transparentes y presentan una gran ventaja sobre los sistemas abiertos como se muestra en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1: Diferencias entre los sistemas abiertos y cerrados [Pulz, 2001].

<i>Parámetro</i>	<i>Sistemas abierto</i>	<i>Sistemas Cerrados</i>
<i>Riesgo de contaminación</i>	<i>Muy alto</i>	<i>Muy Bajo</i>
<i>Espacio requerido</i>	<i>Grande</i>	<i>Pequeño</i>
<i>Pérdida de agua por evaporación</i>	<i>Muy Alto</i>	<i>Mínima</i>
<i>Pérdida de CO₂</i>	<i>Alto</i>	<i>Mínima</i>
<i>Variedad de especies</i>	<i>Pocas</i>	<i>Casi todas</i>
<i>Control de procesos</i>	<i>No aplica</i>	<i>Aplica</i>
<i>Estandarización</i>	<i>No aplica</i>	<i>Aplica</i>
<i>Periodo Neto de producción</i>	<i>6-8 semanas</i>	<i>2-4 semanas</i>

La reacción de conducir la conversión inicial de la luz del sol en energía almacenada es la fotosíntesis [Ugwu *et al.*, 2008]. El crecimiento y el contenido de lípidos del alga, depende de diferentes aspectos; algunos de los factores que contribuyen al crecimiento son los siguientes [Carvalho *et al.*, 2006][Kunjapur y Eldridge, 2010].

- Iluminación. Un reactor óptimo aumenta la intensidad de la luz y la penetración, así como la longitud de onda de la luz y la frecuencia de la exposición celular a la luz. El nivel de la intensidad de luz es crítica porque en cierto nivel el alga experimenta una saturación de luz y disipa el exceso de energía en forma de calor. La densidad de la biomasa afecta la intensidad de la luz y la penetración de la misma. Los ciclos de luz y oscuridad influencia el crecimiento del alga.
- Temperatura. Las algas pueden crecer inclusive con variaciones en la temperatura. Pero el crecimiento óptimo es limitado a un rango específico para cada etapa. La microalga considerada *Nannochloropsis Oculata* es 24–26°C [Tamburic *et al.*, 2014]. Ya sea por estaciones o inclusive variaciones de la temperatura en el día puede interferir con la producción del alga.

Fernández [Fernández *et al.*, 2013] presenta una propuesta de una ecuación para la transferencia de calor, aclara que la temperatura de los cultivos de microalga está entre los 20°C

y 28°C para especies marinas. El control de temperatura ya sea a bajas o altas temperaturas puede lograr un buen efecto en el cultivo. En los cultivos de microalga la absorción de calor contribuye al aumento de temperatura en el cultivo. Para evitar la variación de la temperatura, son necesarios sistemas que puedan proveer o remover el calor.

La temperatura de la microalga tiene que estar entre el rango de $20 - 30^{\circ}\text{C}$ para lograr el crecimiento óptimo, debajo de 20°C la tasa de crecimiento decrece, mucho daño y hasta la muerte celular puede ocurrir [Carvalho *et al.*, 2006].

En el cultivo de microalga, la absorción de calor por radiación contribuye al aumento de temperatura en los cultivos. La absorptividad en los cultivos es alta, cerca del 0.8 en cultivos concentrados, y gran parte de la luz se absorbe como calor [Fernández *et al.*, 2013].

1.5.2. Control en Fotobiorreactores

El control de temperatura ya sea a bajas o altas temperaturas pueden lograr un buen efecto en el cultivo. En la producción de microalgas la absorción de calor contribuye al aumento de temperatura en el cultivo. Para evitar la variación de la temperatura, son necesarios sistemas que puedan proveer o remover el calor.

Becerra [Becerra-Celis *et al.*, 2008a] presenta un control predictivo no lineal con referencia, aplicado a un cultivo de microalgas continuo de tipo vertical con sistema de burbujeo, donde el objetivo de control es mantener la cantidad de biomasa deseada a lo largo del periodo de cultivo.

En [Benattia *et al.*, 2014a] se hace una ley de control para regular la concentración de biomasa en un punto de referencia que aumente el desempeño del fotobiorreactor, manipulando la tasa de disolución, en [Benattia *et al.*, 2014b] presenta un control predictivo reducido basado en un análisis de sensibilidad del modelo respecto a los parámetros, con el fin de calificar y cuantificar la influencia de cada parámetro en el modelo.

En [Buehner *et al.*, 2009] una estructura general que usa ambos controles, de retro-

alimentación y pre-alimentado para el crecimiento de microalgas en un fotobiorreactor tipo panel plano. La tasa de crecimiento de la microalga es modelado en función de la luz incidente. Basado en la estimación un controlador en pre-alimentación usa la cantidad estimada de CO_2 consumida para determinar la cantidad adicional de CO_2 a añadir al proceso durante la fotosíntesis. Un controlador en retroalimentación es usado para mantener el valor de pH constante, el cual es regulado usando el CO_2 .

Filali [Filali *et al.*, 2012] presenta un control predictivo con la estimación en línea de la biomasa de la *Clorella vulgaris*, usando las medidas del CO_2 , para regular la concentración de biomasa cerca de un valor, mientras se meten restricciones en el flujo de entrada [Filali *et al.*, 2012].

El uso de un control linealizante para la regulación de la densidad biomasa en un fotobiorreactor, la ley de control linealizante de una entrada-una salida en un lazo interno, y un PID para eliminar el error en estado estable, adicionalmente este PID es previsto con un compensador *anti – windup* ([Becerra-Celis *et al.*, 2008b],[Tebbani *et al.*, 2015]). Gutiérrez [Gutiérrez *et al.*, 2008] presenta un control pasivo por radiación solar, este se logra por el sombreado del tanque de agua.

1.5.3. Diagnóstico de fallas en fotobiorreactores.

En [Pérez-Estrada *et al.*, 2015] propone un sistema de diagnóstico y aislamiento de fallas aplicado en un biodigestor anaerobio de lecho de lodos de flujo ascendente en sensores que retroalimentan al sistema, mediante la forma lineal de parámetros variables *Takagi-Sugeno*, usando un banco de observadores en modos deslizantes, logrando así llevar la localización de fallas por medio de residuos y detección de síntomas. En [Martínez-Guerra *et al.*, 2001] se estudió el problema de diagnóstico para un bioreactor, diseñando un observador de alta ganancia usando técnicas algebraicas y aplicación de formas canónicas de observabilidad generalizada de múltiples salidas.

En [Tarifa y Scenna, 1994] se presentó una metodología para la implementación de un

sistema experto en tiempo real para la detección y diagnóstico de fallas en un bioproceso de cultivación celular, el diagnóstico de fallas tomando en consideración fallas relativas al hardware del proceso y solo se usaron fallas simuladas para evaluar el desempeño del algoritmo.

El auge de la biomasa de microalgas está en aumento, los fotobiorreactores son novedosos y aun se encuentra en proceso de desarrollo, en busca de un fotobiorreactor que permita la máxima producción celular, con el menor tiempo y costo de producción, por lo tanto la implementación de un esquema de diagnóstico de fallas en el sistema sería interesante para evitar el mal funcionamiento del sistema y lograr una mayor producción de biomasa. La instrumentación de estos sistemas es costosa, por lo tanto buscar alternativas para la redundancia de material sería una buena opción para disminuir costos a la hora de la implementación.

1.6. Metodología

La metodología empleada para desarrollar este trabajo de tesis fue la siguiente:

1. Se realizó una búsqueda y análisis bibliográfico sobre:
 - Modelos matemáticos basados en balance de energía de fotobiorreactores.
 - Diagnóstico de fallas.
 - Control de temperatura.
2. Se adaptó el modelo matemático del fotobiorreactor de panel plano para propósitos de control.
3. Se realizó la simulación del modelo matemático del fotobiorreactor de panel plano.
4. Se realizaron los estimadores de estado para el diagnóstico de fallas.
5. Se seleccionó y diseñó el sistema de diagnóstico de fallas tipo DOS.
6. Se simuló el sistema de diagnóstico de fallas.

7. Se diseñó el control MPC para controlar la temperatura del fotobiorreactor.
8. Se simuló el sistema de control.
9. Se realizó la redacción de este trabajo de tesis.

1.7. Organización del documento.

Este documento se encuentra dividido en cinco capítulos , a continuación se describen brevemente el contenido de cada uno de ellos.

En el **Capítulo 2** se presenta el fotobiorreactor, en un plano muy general, también se presenta el modelo utilizado en este trabajo de tesis.

En el **Capítulo 3** se presenta los observadores por modos deslizantes super twisting, así como el desarrollo matemático de los observadores aplicados al fotobiorreactor que fueron utilizados para la estimación del sistema.

En el **Capítulo 4** se presenta el sistema de diagnóstico utilizado en esta tesis y el desarrollo del control predictivo para la temperatura del cultivo, así como los resultados obtenidos en el diagnóstico y el control.

En el **Capítulo 5** se presentan las conclusiones de este trabajo de tesis y los trabajos futuros.

Capítulo 2

Fotobiorreactores.

2.1. Microalgas.

Las algas son reconocidas como una de las formas de vida más antiguas, estas son plantas primitivas, que carecen de tallos y hojas, no tienen revestimiento de las células alrededor de las células reproductoras y tienen clorofila como su pigmento fotosintético primario, tienen un núcleo bien definido, una pared celular, cloroplasto que contiene clorofila y otros pigmentos, pirenoide, una región densa que contiene gránulos de almidón en la superficie, el estigma y flagelos son los principales componentes de las algas verdes [Singh y Sharma, 2012], [Brennan y Owende, 2010].



Figura 2.1: Microalgas. [Medina *et al.*, 2012]

La estructura de la microalga es principalmente para la conversión de energía sin

desarrollar mas allá de una célula y esto permite que se adapten a diferentes condiciones ambientales y prosperar, es decir, son organismos microscópicos unicelulares, que utilizan la fotosíntesis para convertir la energía solar en energía química, y son los organismos fotosintéticos de más rápido crecimiento en la tierra.

En condiciones de crecimiento natural la microalga absorbe luz solar, y asimila el dióxido de carbono CO_2 del aire y nutrientes del habitat acuático.

2.1.1. Etapas de crecimiento de la microalga.

1. *Primera fase:* Se denomina como fase de adaptación o reposo, aquí no se presenta un crecimiento significativo y por consecuencia no hay aumento relevante del cultivo de la microalga, esta etapa se caracteriza por que el cultivo tiene un tono tenue amarillento y esta etapa se da en los primeros dos días del cultivo.
2. *Segunda fase:* Es la fase mas importante en la producción del cultivo de microalga, ya que es la fase del crecimiento del alga, donde su desarrollo es muy rápido (exponencial) en un periodo sumamente rápido. En esta etapa las algas se multiplican de miles a millones de microorganismos por mililitro. Esta etapa se da entre el tercer y quinto día del cultivo.
3. *Tercera fase:* También llamada fase estacionaria, donde las algas presentes en el cultivo tienen un desarrollo pausado, donde el número de nacimientos es igual al número de muertes. Esta fase es donde se encuentra el máximo grado de población en el cultivo y es donde se adquiere el color verde oscuro característico, esto se da entre el sexto y séptimo día de cultivo.
4. *Cuarta fase:* Fase terminal o muerte del cultivo, se presenta mayor número de muertes que nacimientos, la población de microalgas en el cultivo en esta etapa presenta una muerte rápida. Esta etapa se da en el octavo día de cultivo.

2.2. Fotobiorreactores.

Las microalgas tienen un gran potencial para la producción de sustancias valiosas para las industrias alimentarias, de cosméticos y farmacéuticos, también juegan un papel importante en la agricultura y acuicultura, así como para procesos biotecnológicos [Pulz, 2001]. Por eso es importante el desarrollo de técnicas y tecnologías para la producción de microalgas.

Las algas pueden crecer en sistemas abiertos naturales (lagos y lagunas) o artificiales (estanques y contenedores) o en sistemas cerrados que son usados para la producción de biomasa llamados fotobiorreactores, para el cultivo de las microalgas es necesario una fuente de iluminación, la cual puede ser solar o artificial.

Los fotobiorreactores permiten un mejor control en las condiciones de cultivo que los sistemas abiertos, con estos se logra mayor producción de biomasa. Los fotobiorreactores son tanques cerrados, iluminados e instrumentados diseñados para la producción masiva de microalgas, están hechos de materiales transparentes como vidrio, acrílico. Cuentan con un sistema de iluminación, un sistema de burbujeo o impulsor, un intercambiador de calor.

2.2.1. Criterio para el diseño de fotobiorreactores.

La producción de biomasa de un fotobiorreactor está fuertemente relacionada con las necesidades ambientales del alga seleccionada [Tamburic *et al.*, 2014] y el uso final de la biomasa ([Vasumathi *et al.*, 2012] [Fernández *et al.*, 2013]). El desempeño de un fotobiorreactor en términos de la producción de hidrógeno no solo se limita a parámetros físicos, sino también en los parámetros fisicoquímicos que influyen en las vías bioquímicas hacia la producción de hidrógeno [Dasgupta *et al.*, 2010]. Los parámetros fisicoquímicos que afectan la producción de hidrógeno son:

- pH .
- Temperatura.
- Intensidad de luz.

- Disolución de oxígeno.
- Disolución de CO_2 .
- Agitación.
- Fuentes de CO_2 y nitrógeno, así como sus valores específicos.

Los parámetros físicos son:

- Penetración de luz.
- Alta relación en área-volumen.
- Control de temperatura.
- Transparencia y durabilidad del material de construcción.
- Intercambio de gas.
- sistema de agitación.

Según Kanjapur [Kunjapur y Eldridge, 2010] numerosos aspectos influyen el crecimiento y el contenido de lípidos de la microalga. La reacción de conducir la conversión inicial de la luz del sol en energía almacenada es la fotosíntesis. Sin embargo todos los componentes que involucra la fotosíntesis contribuyen al crecimiento de la microalga.

- *Iluminación.* Un reactor óptimo aumenta la intensidad de la luz y la penetración, así como la longitud de onda de la luz y la frecuencia de la exposición celular a la luz. El nivel de la intensidad de luz es crítica porque en cierto nivel el alga experimenta una saturación de luz y disipa el exceso de energía en forma de calor. La densidad de la biomasa afecta la intensidad de la luz y la penetración de la misma. Los ciclos de luz y oscuridad influyen el crecimiento de la microalga.
- *Mezclado.* El nivel de mezclado en un reactor contribuye en gran parte al crecimiento de la microalga, y afecta de dos maneras: mejorando la productividad al incrementar

la frecuencia de la exposición de la célula a la luz y a la oscuridad del reactor y al incrementar la transferencia de masa entre los nutrientes y las células. El nivel de mezclado debe ser optimizado cuidadosamente debido a que altos niveles de mezclado puede resultar en muerte celular.

- *Consumo de agua.* Diversos estudios han demostrado que el alga puede crecer en agua potable fresca, en agua salina e incluso en los efluentes de aguas residuales.
- *Consumo de CO_2 .* El dióxido de carbono es necesario para que la fotosíntesis ocurra, sin embargo un exceso de CO_2 puede disminuir la fotosíntesis y el crecimiento de la célula.
- *Remoción de O_2 .* Un valor alto de oxígeno alrededor del alga no es deseado. La combinación de una gran intensidad de luz y una alta concentración de oxígeno resulta en una foto-oxidación de la célula del alga.
- *Suministro de alimento.*
- *Temperatura.* Las algas pueden crecer inclusive con variaciones en la temperatura.

2.2.2. Tipo de Fotobiorreactores.

Al hablar de los fotobiorreactores uno de los desafíos que se presentan es idear, desarrollar técnicas y tecnologías para tener un sistema eficiente, que logre la máxima producción con el mínimo costo de operación.

El parámetro principal que afecta el diseño de un fotobiorreactor según Carvalho [Carvalho *et al.*, 2006], es la iluminación y la penetración de luz, esta es crucial si se busca mejorar la eficiencia de la fotosíntesis, para lograrlo se han desarrollado varias formas de fotobiorreactores.

Los fotobiorreactores pueden ser iluminados por luz artificial, solar o ambas. Los sistemas iluminados por luz solar tienen grandes superficies como los sistemas abierto o también llamado *Open Ponds*; generalmente los fotobiorreactores a pequeña escala son iluminados

artificialmente por medio de lamparas fluorescentes u otros sistemas de iluminación. Entre los fotobiorreactores más citados en la literatura se encuentran.

- *Sistemas abiertos.* Estos pueden ser categorizados dentro de aguas naturales o contenedores artificiales. Una de las ventajas de este tipo de sistema es que son fáciles de construir y operar en comparación de un sistema cerrados. Sin embargo, una de sus mayores limitaciones es la pobre iluminación, pérdidas por evaporación, difusión de CO_2 a la atmósfera, y requiere grandes superficies [Ugwu *et al.*, 2008]
- *Fotobiorreactores de panel plano.* Son conceptualmente diseñados para hacer uso eficiente de la luz solar, por lo tanto, estos paneles se construyen con el fin de alcanzar un alto radio superficie iluminada-volumen (A/V). Presentan deficiencias en cuanto al flujo de la biomasa y el oxígeno. Estos consisten en un par de placas transparentes colocadas una frente a la otra con una separación limitada formando un panel. Estos se caracterizan por un área de transferencia abierta de gas, reduciendo la necesidad de una purga de oxígeno. Los paneles planos verticales de segunda generación se construyen de lamina alveolares de policarbonato. Los paneles planos de tercera generación poseen mezcladores estáticos en su interior[Dasgupta *et al.*, 2010].
- *Fotobiorreactor tubular.* Entre los fotobiorreactores propuestos, este es uno de los tipos mas adecuados para los cultivos masivos al aire libre. La mayoría generalmente se construyen con vidrios o tubos de plásticos, se caracteriza por la recirculación, ya sea por medio de una bomba o sistema *airlift*. Pueden estar en forma horizontal, en serpentín, vertical, casi horizontal, cónica e inclinada. La aireación y la mezcla del cultivo en los fotobiorreactores tubulares por lo general se hacen por sistemas de aire. La principal limitación es la pobre transferencia de masa.
- *Fotobiorreactor de columna vertical.* Estos son compactos , debajo costo y fácilmente operables, además son muy prometedores en el cultivo masivo de microalga. Se han reportado casos de que con columna de burbujeo y *airlift* pueden obtener una concentración final de biomasa y una tasa especifica de crecimiento comparable con los

valores típicos reportados para los fotobiorreactores tubulares.[Dasgupta *et al.*, 2010]

- *Fotobiorreactor con iluminación interna.* Algunos fotobiorreactores pueden estar iluminados internamente con lamparas fluorescentes o algún otro sistema de iluminación. Este fotobiorreactor puede estar equipado con impulsores para agitación del cultivo de alga, el aire y el CO_2 es suministrado al cultivo por medio de rociadores. Este tipo de fotobiorreactor puede ser modificado para utilizar ambos tipos de iluminación solar y un sistema de iluminación artificial. En ese caso la fuente artificial se encenderá cuando la luz solar disminuya debajo del valor deseado.

2.2.3. Caso de estudio: Fotobiorreactor de panel plano.

El sistema presentado es un fotobiorreactor tipo panel plano con un área iluminada de $0,33m^2$ y un volumen total de $4,5 \times 10^{-3}m^3$, con un espesor de $0,0013m$, el panel plano esta hecho de acero inoxidable, excepto por el área iluminada, que esta hecha de vidrio. La solución es mezclada por una bomba con un lazo de re-circulación de fluido. La bomba volumétrica entrega un flujo constante de $2,5 \times 10^{-5}m^3s^{-1}$, que corresponde a un flujo laminar ($Re=160$). El fotobiorreactor se encuentra ligeramente inclinado en un ángulo de 3° . El sistema está modelado como dos subsistemas diferentes: El primer subsistema formado por el vidrio superior, y el segundo subsistema comprende la solución y debajo del reactor, asumiendo que estas dos se encuentran a la misma temperatura.

El balance de energías presentado por Goetz [Goetz *et al.*, 2011] considera la transferencia de calor por convección y radiación. En [Carbot *et al.*, 2015] presentan un modelo de un intercambiador de calor de tubo concéntricos, donde se considera el coeficiente global de transferencia de calor del tubo de agua fría.

El modelo utilizado en este trabajo, cuenta con una entrada de agua fría por medio de un tubo en el interior del fotobiorreactor en el cual fluiría agua a una temperatura de $290,15K$, donde el flujo se mantiene constante a $5,04 \times 10^{-6}m^3s^{-1}$. El sistema se dividió en 3 subsistemas: El primer subsistema formado por el vidrio superior representado por la ecuación (2.1), el segundo subsistema presentado por la ecuación (2.2) comprende la solu-

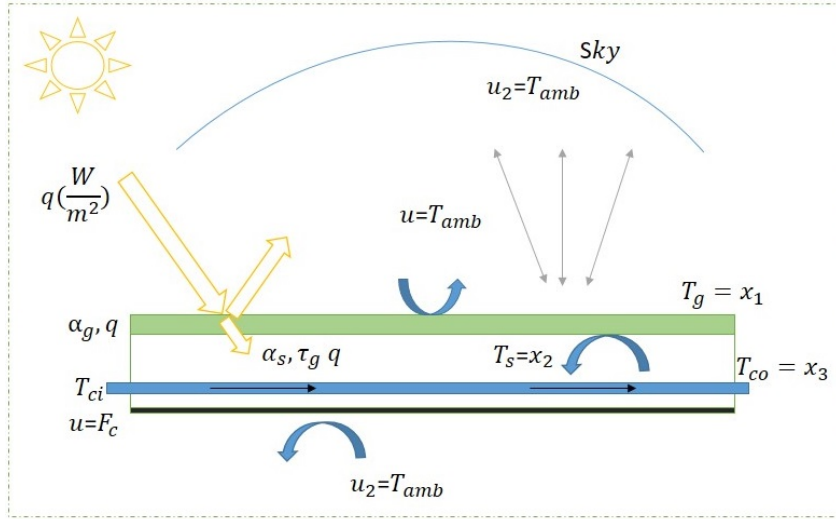


Figura 2.2: Diagrama del Fotobiorreactor de panel plano. Se asume que la temperatura ambiente es igual a la temperatura por radiación ($T_{sky} = T_{amb}$).

ción y debajo del reactor y el tercer subsistema es la Temperatura de salida de agua fría presentado por la ecuación (2.3). El diagrama del modelo se muestra en la figura 2.2

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{qS_g\alpha_g}{m_gCp_g} - \frac{\varepsilon_g\sigma S_g}{m_gCp_g}(T_g^4 - T_{amb}^4) - \frac{h_{g/s}S_g}{m_gCp_g}(T_g - T_s) - \frac{h_{g/amb}S_g}{m_gCp_g}(T_g - T_{amb}) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_s}{dt} = & \frac{qS_s\alpha_s\tau_g}{m_sCp_s + m_uCp_u} - \frac{h_{g/s}S_s}{m_sCp_s + m_uCp_u}(T_s - T_g) - \frac{h_{u/amb}S_u}{m_sCp_s + m_uCp_u}(T_s - T_{amb}) \\ & - \frac{UA}{\rho_cCp_cV_c}(T_s - T_{co}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\frac{dT_{co}}{dt} = \frac{F_c}{V_c}(T_{ci} - T_{co}) + \frac{UA}{\rho_cCp_cV_c}(T_s - T_{co}) \quad (2.3)$$

Escribiendo la ecuación de la forma $f(x) + g(x)$, donde $f(x) \in \mathbb{R}^3$ y $g(x) \in \mathbb{R}^3$ son funciones suaves.

$$\dot{x}_1 = k_g - k_o(x_1^4 - u_1^4) - k_1(x_1 - x_2) - k_3(x_1 - u_2) \quad (2.4)$$

$$\dot{x}_2 = k_s - k_4(x_2 - x_1) - k_5(x_2 - u_2) - k_{c2}(x_2 - x_3) \quad (2.5)$$

$$\dot{x}_3 = \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3) + k_{c2}(x_2 - x_3) \quad (2.6)$$

donde, $x_1 = T_g$, $x_2 = T_s$, $x_3 = T_{co}$ y $k_{c2} = \frac{UA}{\rho_h C_{pc} V_c}$,

$$k_g = \frac{qS_g\alpha_g}{m_g C_{pg}}, k_o = \frac{\varepsilon_g \sigma S_g}{m_g C_{pg}}, k_1 = \frac{h_{g/s} S_g}{m_g C_{pg}}, k_3 = \frac{h_{g/amb} S_g}{m_g C_{pg}}$$

$$k_s = \frac{qS_g\alpha_s\tau_g}{m_s C_{ps} + m_u C_{pu}}, k_4 = \frac{h_{g/s} S_s}{m_s C_{ps} + m_u C_{pu}}, k_5 = \frac{h_{u/amb} S_u}{m_s C_{ps} + m_u C_{pu}}$$

El modelo matemático que se presenta, representa la transferencia de calor entre el cultivo y el cristal, el cristal y la temperatura ambiente, la temperatura ambiente y la zona debajo del fotobiorreactor, y por último la temperatura de entrada de agua fría y el cultivo. Este modelo presentado cuenta con las siguientes suposiciones:

- La pérdida por evaporación es despreciable, el volumen se considera constante.
- El cultivo FBR tienen las propiedades térmicas de un cuerpo negro.
- La temperatura de entrada es medible, y la irradiación se conoce.
- Los coeficientes de transferencia de calor se mantienen constantes, debido a que no considera la entrada de CO_2 y la aireación.

2.2.4. Modelo lineal del fotobiorreactor de panel plano

Se realizó la linealización del modelo presentado en (2.1),(2.2),(2.3) por el método de expansión de las series de Taylor.

El punto de operación alrededor del cual se realizó la linealización corresponde al estado estable de la simulación del modelo con la temperatura del vidrio en $297,2K$, la temperatura del cultivo en $296,8K$ y la temperatura del agua fría en $294,6K$ y T_{ci} tiene un valor de $290,15K$. En la tabla 6.1 del anexo 6.1 se muestran los valores con los cuales se linealizó el sistema.

Como el punto de operación es un estado estado estable del sistema $\frac{dx}{dt}|_{(x_o, u_o, t)} = f(x_o, u_o, t) = 0$, entonces, de la linealización se obtiene un sistema donde A y B están definidos como:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu \quad (2.7)$$

donde

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}|_{(x_o, u_o, t)} \quad (2.8)$$

$$B = \frac{\partial f}{\partial u}|_{(x_o, u_o, t)} \quad (2.9)$$

Entonces $f(x, u, t)$ es el sistema descrito en (2.4)-(2.6), $x = [T_g \quad T_s \quad T_{co}]^T$ es el vector de estados del sistema y $u = F_c$ es la entrada al sistema, así de (2.8) y (2.9), se determinaron las matrices A y B, las cuales son:

$$A = \begin{bmatrix} -4k_o x_1^3 - k_1 - k_3 & k_1 & 0 \\ k_4 & -k_4 - k_5 - k_{c2} & k_{c2} \\ 0 & k_{c2} & -\frac{F_c}{V_c} - k_{c2} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{T_{ci} - x_3}{V_c} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Así, el sistema linealizado en el punto de operación queda de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2.12)$$

Sustituyendo los valores presentados en la Tabla (6.1) de los anexos 6.1, las matrices A y

B quedan de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} -0,0531 & 0,0511 & 0 \\ 0,0296 & -0,0594 & 0,0289 \\ 0 & 0,0289 & -0,0430 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3,2965 \times 10^4 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde los eigenvalores de la matriz A son los siguientes:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0,1033 \\ \lambda_2 &= -0,0467 \\ \lambda_3 &= -0,0054 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Como las raíces del sistema están en el semi-plano izquierdo, el sistema es estable. Como el sistema, será utilizado para el control predictivo, y como sólo tenemos una entrada de control y tres salidas, el control no puede garantizar que con una entrada se controlen todas las salidas, por lo tanto, se tomará sólo una salida medible, que será la temperatura del cultivo.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

2.3. Controlabilidad

Se dice que un sistema es controlable en el tiempo t_0 si se puede transferir desde cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado, mediante un vector de control sin restricciones, en un intervalo de tiempo finito.

Sea el sistema en tiempo continuo

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.17)$$

donde x = vector de estados (vector de dimensión n), u es la señal de control (escalar), A = matriz de $n \times n$ y B = matriz de $n \times 1$.

Se dice que el sistema descrito mediante la ecuación (2.17) es de estado controlable en $t = t_0$, si es posible construir una señal de control sin restricciones que transfiera un estado inicial a cualquier estado final en un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$. Si todos los estado son controlables, se dice que el sistema es de estado completamente controlable.

$$\mathcal{C} = \left[B \mid AB \mid \dots \mid A^{n-1}B \right] \quad (2.18)$$

Esto requiere que el rango de la matriz $n \times n$ es de rango n . La matriz (2.18) se conoce como matriz de controlabilidad.

Controlabilidad del fotobiorreactor.

el sistema presentado en las ecuaciones (2.13), (2.14), utilizando la matriz de controlabilidad tenemos :

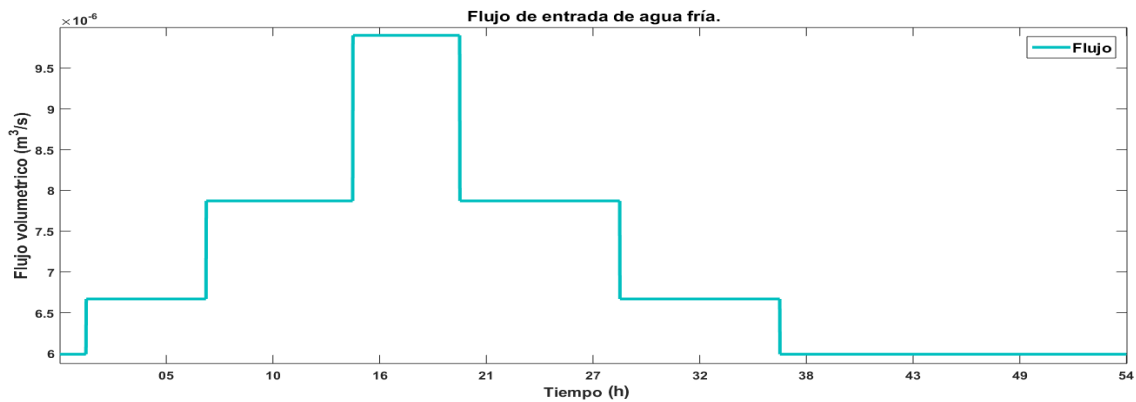
$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,0049 \times 10^4 \\ 0 & -0,0953 \times 10^4 & 0,0098 \times 10^4 \\ -3,2965 \times 10^4 & 0,1417 \times 10^4 & -0,0088 \times 10^4 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La matriz (2.19) es de rango completo, por lo tanto el sistema es controlable.

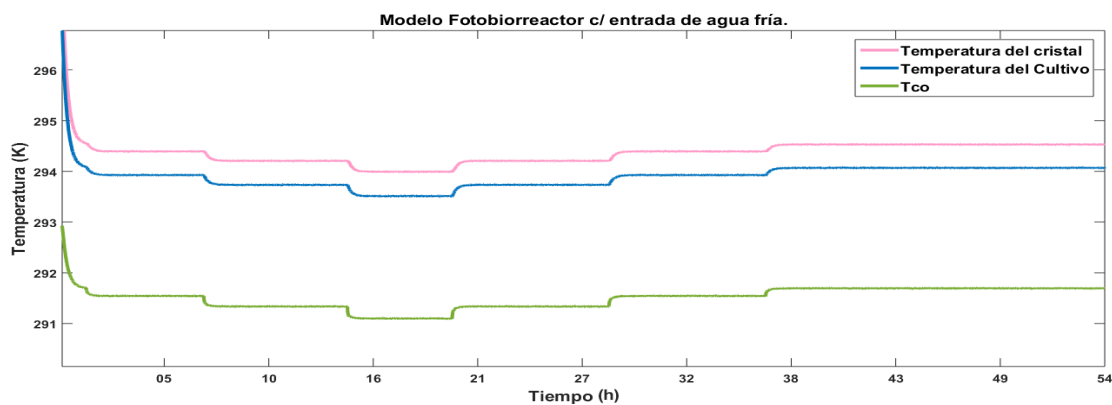
Simulaciones del modelo.

Simulación 1: Variación en el flujo de entrada de agua fría.

- **Objetivo:**Mostrar que la entrada de agua fría u , logra modificar la temperatura del cultivo, disminuyéndola según el flujo de entrada.



(a) Flujo de entrada de líquido fría



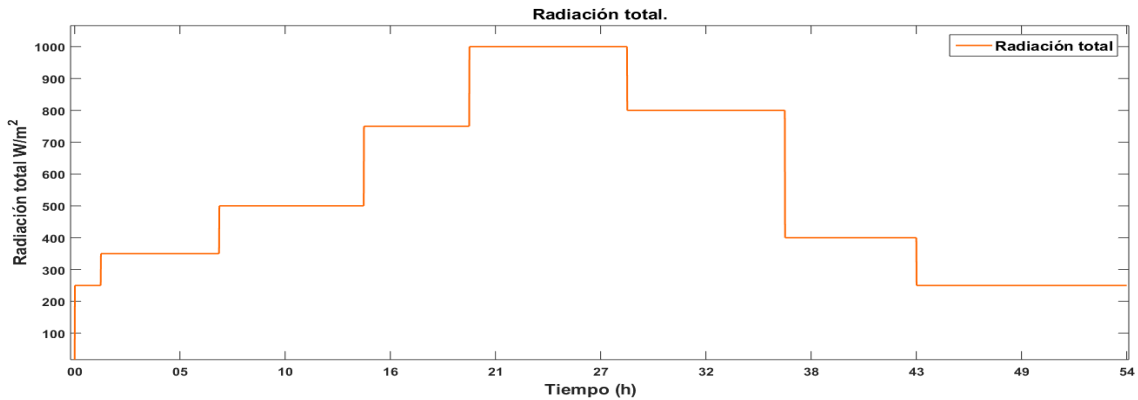
(b) Temperaturas de salida

Figura 2.3: Resultados de la simulación 1.

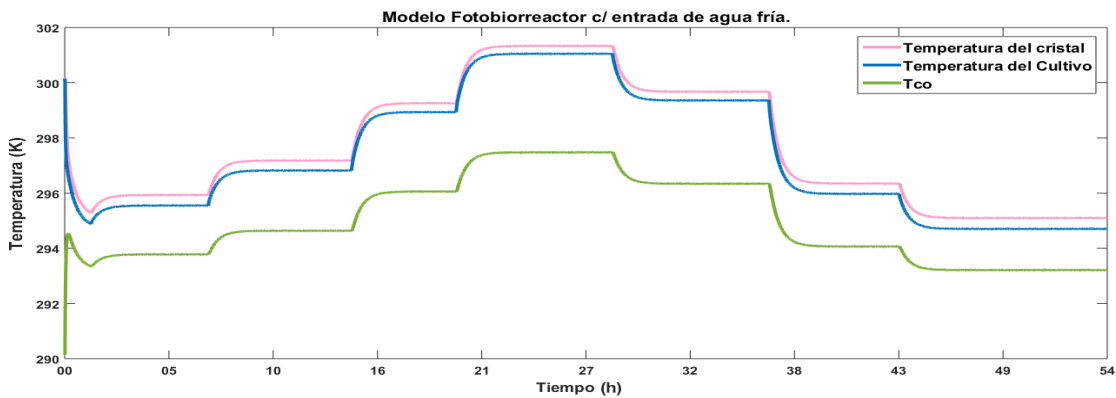
- Características de la simulación:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría se varía como muestra en la sección *a* de la figura 2.3 en un intervalo de $0,99 \times 10^{-5}$ y $7,87 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperatura del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.
- Conclusiones:** En la sección *(b)* de la Figura 2.3 los resultados obtenidos respecto a la dinámica del sistema son compatibles con los presentados por Melhlitz [Mehlitz, 2009] y se puede observar que la temperatura del cultivo si se ve afectada por la nueva entrada de agua fría, logrando así disminuir la temperatura del sistema

Simulación 2: Variación en la radiación total.

- **Objetivo:** Mostrar como la radiación total afecta al sistema y repercute en un aumento significativo de la temperatura del cultivo.



(a) Variación de la radiación total.



(b) Temperaturas de salida.

Figura 2.4: Resultados de la simulación 2.

- **Características de simulación:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría se mantiene constante a $1,9 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total varió en un intervalo de $250 \frac{W}{m^2}$ y $1000 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperaturas del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.
- **Conclusiones:** Se puede observar en la sección (b) de la Figura 2.4 como el incremento de la radiación en el sistema puede llevar al sistema a una temperatura

superior a la permitida, esos incrementos en la temperatura ocasionaría muerte celular en el cultivo. Se ve como la radiación afecta de manera directa al cultivo, en los cultivos abiertos, estos son de los mas grandes problemas que se presentan debido a que no es posible controlar la radiación total del sol, por lo tanto en los fotobiorreactores se trata de mantener esa radiación en un valor fijo, para evitar el sobrecalentamiento del sistema.

Conclusiones

Un fotobiorreactor es un tanque cerrado e iluminado para la reproducción de la microalga, en este capítulo se presentó el modelo matemático por balances de energía para la representación de un fotobiorreactor de panel plano, al cual se le agregó una entrada de líquido frío para su control, también en este capítulo se dio una referencia de los fotobiorreactores, se presentó el modelo utilizado en este trabajo que muestra una respuesta similar a la presentada por [Mehlitz, 2009].

Capítulo 3

Estimación de estados con observadores por modos deslizantes.

La estimación de las variables de estado no medibles se denomina normalmente observación. Un dispositivo que estima u observa las variables de estado se llama observador de estado, o simplemente observador [Ogata, 2001]. En un proceso, la estimación de los estados es importante, ya sea para el monitoreo de señales críticas o el control del proceso. Los estimadores, también llamados observadores de estado, son algoritmos que estiman las variables del sistema utilizando la estructura del modelo matemático representativo del proceso y la medición de las variables que se encuentran disponibles. Uno de los observadores mas comunes para la estimación de estados, son los observadores de Luenberger o el filtro de Kalman.

El algoritmo por modos deslizantes *super-twisting* (STA), se diseñó por primera vez como una ley de control absolutamente continua, lo que permite compensar las perturbaciones con exactitud y asegurar la convergencia en tiempo finito.

EL objetivo de este capítulo es dar a conocer los observadores utilizados para hacer la estimación del sistema y se presenta el diseño de los observadores *super-twisting* aplicados al modelo del fotobiorreactor de panel plano.

3.1. Observadores por modos deslizantes *super-twisting*.

El observador *super-twisting*, es un observador discontinuo que estima al mismo tiempo el estado de la planta y las perturbaciones. El diseño del observador se basa en la técnica de modos deslizantes de alto orden conocida como *super-twisting*, garantizando así la identificación del estado y de las perturbaciones en tiempo finito [Rosas, 2009], el algoritmo *super-twisting* (STA) fue introducido por Levant [Levant, 1993].

Los observadores por modos deslizantes *super-twisting* han sido utilizados debido a sus características de buen estimador con perturbaciones ([Rosas, 2009], [García Morales, 2013], [Oviedo y Vargas, 2013]), el cual garantiza la convergencia en tiempo finito al estado de la planta.

Rosas [Rosas, 2009] presenta un observador discontinuo, que estima a la par el estado de la planta y las perturbaciones en una clase de sistemas no lineales de fase mínima, el observador mencionado se basa en la técnica de alto orden *super-twisting*, una gran ventaja de este observador es que no requiere un filtro adicional para obtener el control equivalente.

3.1.1. Función de conmutación.

La función de conmutación utilizada en los observadores por modos deslizantes, es una función definida a trozos, también llamada función por partes, denominada función signo, la cual se representa por medio de $\text{sgn}(x)$ y se muestra en la Figura 3.1.

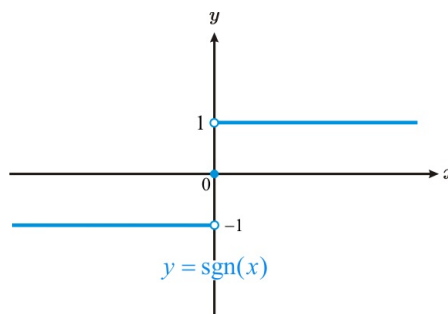


Figura 3.1: Función signo.

Boiko [Boiko *et al.*, 2007] y Barbot [Perruquetti y Barbot, 2002] dicen que la técnica de modos deslizantes presenta un comportamiento con oscilaciones de alta frecuencia llamado *chattering*. Con el fin de poder aprovechar las características de los modos deslizantes se utiliza una función de conmutación suave denominada sigmoide que se muestra en la Figura 3.2, la cual es una aproximación suave de la función signo, que se define como:

$$v = \begin{cases} \frac{e_y}{|e_y + \delta'_v|}, & \text{si } e_y \neq 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.1)$$

donde e_y es el error de estimación y δ'_v es un escalar positivo, además, a medida de que el valor de este parámetro es menor, la función de la ecuación (3.1) es una aproximación muy cercana a la función signo, por lo que se mantiene el rendimiento ideal asegurando una respuesta suave y con ello la disminución del *chattering*. Para el diseño de este observador, la función de conmutación utilizada fue la función sigmoide.

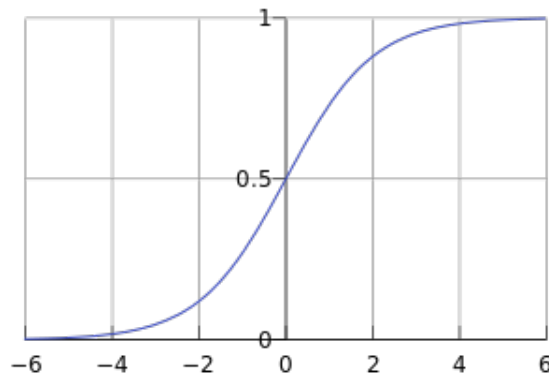


Figura 3.2: Función sigmoide.

3.1.2. Definiciones

“Los observadores son sistemas dinámicos que están destinados a la reconstrucción de estados a partir de un modelo en espacio estado mediante la medición de entradas u y salidas y ”. La Figura 3.1.2 presenta el esquema de un observador.

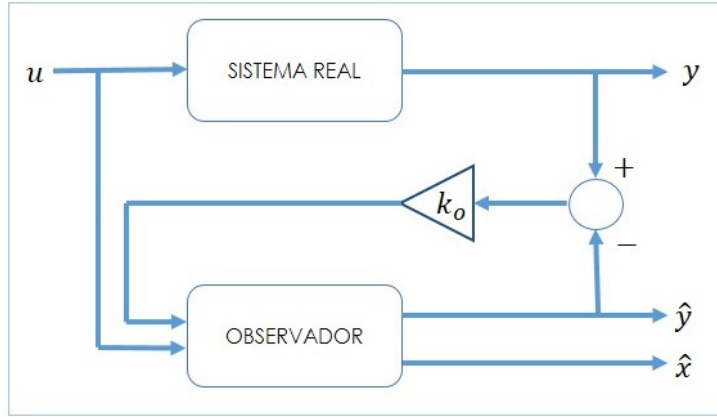


Figura 3.3: Esquema básico de un observador.

Considerando un sistema no lineal general de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas y $y \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas, mientras $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$ son funciones suaves. La notación $x_u(t, x_0)$ representa la solución del sistema al tiempo t originada por la entrada u y la condición inicial x_0 en un tiempo $t = 0$.

Definición 3.1 Indistinguibilidad: Considerando el sistema 3.2, dos estados x_0 y x_1 son indistinguibles si, para cualquier entrada u y para todo $t \geq 0$, todas las correspondientes salidas $h(x_u(t, x_0))$ y $h(x_u(t, x_1))$ son iguales. En caso contrario los estados son distinguibles, [Astorga Zaragoza, 2001].

Definición 3.2 Observabilidad: Se dice que el sistema 3.2 es observable si no posee pares de estados indistinguibles, La observabilidad en los sistemas no lineales depende entre otras cosas del tipo de entradas al sistema, [Astorga Zaragoza, 2001].

Definición 3.3 Entrada Universal: Una función de entrada u se dice universal, al excitar al sistema durante el tiempo $[0, t]$ si pueden ser distinguidos cualquier par de estados inicialmente distintos (x_0, x_1) de acuerdo a las salidas en el mismo intervalo

$[0, t]$. Es decir, una entrada es universal si se cumple que: $h(x_u(t, x_o)) \neq h(x_u(t, x_1))$, [Astorga Zaragoza, 2001].

Definición 3.4 Entrada singular: Toda entrada que no satisface la definición de entrada universal se denomina entrada singular, [Astorga Zaragoza, 2001].

3.2. Condición de observabilidad.

Considerando un sistema no lineal de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{3.3}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $y \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas y $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función suave.

Denotando la derivada de Lie [Slotine y Li, 1991] como:

$$L_f h = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right] f(x, u)$$

donde por definición $L_f^0 h = h$ y $L_f^k h = L_f(L_f^{k-1} h)$ para $k = 1, 2, \dots$

Si se definen las matrices:

$$G = \begin{bmatrix} L_f^0(h_1) & \dots & L_f^0(h_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_f^{n-1}(h_1) & \dots & L_f^{n-1}(h_p) \end{bmatrix} \quad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial G_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial G_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

El sistema 3.3 es observable, si el rango de $\mathcal{O} = n$.

3.2.1. Observabilidad: Fotobiorreactor de panel plano

Para poder realizar el diseño de los observadores se verificó que el sistema es observable para cada una de las salidas disponibles, para esto se utilizó la derivada de Lie.

Tomando en consideración que el sistema no lineal tiene la forma siguiente :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= k_g - k_o(x_1^4 - u_1^4) - k_1(x_1 - x_2) - k_3(x_1 - u_2) \\
\dot{x}_2 &= k_s - k_4(x_2 - x_1) - k_5(x_2 - u_2) - k_{c2}(x_2 - x_3) \\
\dot{x}_3 &= \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3) + k_{c2}(x_2 - x_3)
\end{aligned} \tag{3.4}$$

donde :

$$f(x) = \begin{bmatrix} k_g - k_o(x_1^4 - u_1^4) - k_1(x_1 - x_2) - k_3(x_1 - u_2) \\ k_s - k_4(x_2 - x_1) - k_5(x_2 - u_2) - k_{c2}(x_2 - x_3) \\ k_{c2}(x_2 - x_3) \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3) \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Considerando como salida la temperatura del cristal representada por $h_1(x) = x_1$, obtenemos las siguientes matrices:

$$G_1 = \begin{bmatrix} h_1 \\ L_f(h_1) \\ L_f^2(h_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ k_g + k_o(u_1^4 - x_1^4) + k_3(u_2 - x_1) - k_1(x_1 - x_2) \\ k_1(f_2) - (4k_o x_1^3 + k_1 + k_3)(f_1) \end{bmatrix}$$

donde $f_1 = k_g + k_o(u_1^4 - x_1^4) + k_3(u_2 - x_1) - k_1(x_1 - x_2)$, $f_2 = k_s + k_5(u_2 - x_2) + k_4(x_1 - x_2) - k_{c2}(x_2 - x_3)$ y $f_3 = \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3) + k_{c2}(x_2 - x_3)$. Donde la matriz de observabilidad quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_1 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial G_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial G_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4k_o x_1^3 - k_1 - k_3 & k_1 & 0 \\ k_1 k_4 + (g_2)^2 - 12k_o x_1^2 (f_2) & -k_1(k_4 + k_5 + k_{c2}) - k_1(g_2) & k_1 k_{c2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

donde $g_2 = 4k_o x_1^3 + k_1 + k_3$.

Considerando la salida de la temperatura del cultivo $h_2(x) = x_2$, se obtiene las siguientes matrices:

$$G_2 = \begin{bmatrix} h_2 \\ L_f(h_2) \\ L_f^2(h_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ k_s + k_5(u_2 - x_2) + k_4(x_1 - x_2) - k_{c2}(x_2 - x_3) \\ k_{c2}(f_3) - (k_4 + k_5 + k_{c2})(f_2) + k_4(f_1) \end{bmatrix}$$

La matriz de observabilidad quedaría de la siguiente manera:

$$\mathcal{O}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial G_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial G_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ k_4 & -k_4 - k_5 - k_{c2} & k_{c2} \\ -k_4(g_1) - k_4(g_2) & (g_1)^2 + k_1 k_4 + k_{c2}^2 & -k_{c2}(g_1) - k_{c2}(k_{c2} + \frac{u}{V_c}) \end{bmatrix}$$

donde $g_1 = k_4 + k_5 + k_{c2}$.

Por último considerando como salida del sistema $h_3(x) = x_3$, la temperatura del agua fría:

$$G_3 = \begin{bmatrix} h_2 \\ L_f(h_2) \\ L_f^2(h_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ k_{c2}(x_2 - x_3) + \frac{(F_c(T_{ci} - x_3))}{V_c} \\ k_{c2}(f_2) - (k_{c2} + \frac{F_c}{V_c})(f_3) \end{bmatrix}$$

La matriz de observabilidad quedaría de la siguiente manera:

$$\mathcal{O}_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial G_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial G_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial G_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & k_{c2} & -k_{c2} - \frac{F_c}{V_c} \\ k_4 k_{c2} & -k_{c2}(g_2) - k_{c2}(k_{c2} + \frac{F_c}{V_c}) & (k_{c2} + \frac{F_c}{V_c})^2 + k_{c2}^2 \end{bmatrix}$$

Se puede observar que las matrices $\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2, \mathcal{O}_3$ son de rango completo, por lo tanto el sistema es observable para cada una de las salidas.

3.3. Observador *super-twisting*.

La metodología para el diseño de la estructura del observador por modos deslizantes de alto orden *super-twisting*.

Considere el sistema no lineal formado por un conjunto de k subsistemas de la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\lambda i} &= x_{\lambda i+1}, \quad i = 1, \dots, m-1, \\ \dot{x}_{\lambda m} &= f_{\lambda}(x) + g_{\lambda}(x)u_{\lambda} + w_{\lambda}(\cdot), \\ y_{\lambda} &= x_{\lambda 1} \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde el subíndice $\lambda = 1, \dots, k$ identifica a cada subsistema, el vector de estado $x_{\lambda} = [x_{\lambda 1}, x_{\lambda 2}, \dots, x_{\lambda m}]^T \in \mathbb{R}^m$. y_{λ} es la salida del subsistema λ , $f_{\lambda}(\cdot)$ y $g_{\lambda}(\cdot)$. Considere el sistema de primer orden son funciones suaves cuyo dominio es el vector de estado completo $x = [x_1^T, x_2^T, \dots, x_{\lambda}^T, \dots, x_k^T]^T$, se asume que la función $g_{\lambda}(\cdot)$ es no singular para todo valor de su argumento. $u_{\lambda} \in \mathbb{R}$ es la entrada de control y $w_{\lambda}(\cdot)$ es una perturbación, puede depender de todo el estado del sistema y del tiempo, desconocida pero acotada; $|w_{\lambda}(\cdot)| \leq \delta_{\lambda}, |\dot{w}_{\lambda}(\cdot)| \leq \delta'_{\lambda}$.

El problema es diseñar un observador para estimar el estado x y todas las perturbaciones $w_{\lambda}(\cdot)$.

3.3.1. Diseño de la estructura básica del observador.

Considere el sistema de primer orden

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, t) + g(x)u, \\ y &= h(x), \end{aligned} \tag{3.8}$$

donde $x \in \mathbb{R}$ es el estado, $f(t, x)$ es una función suave desconocida, pero acotada $|f(t, x)| < \delta'$ y $|\dot{f}(x, t)| < \delta$ para todo t y x , $g(x)$ es una función conocida y no singular para todo x , $u \in \mathbb{R}$ es una entrada de control.

El problema es diseñar un observador cuyo objetivo es estimar la función $f(x, t)$ en

tiempo finito para el cual se propone el siguiente esquema del observador [Rosas, 2009].

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= g(x)u + z + c_1|y - \hat{y}|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{z}} &= c_2\text{sign}(y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= \hat{x}\end{aligned}\tag{3.9}$$

donde sign representa la función signo. Las soluciones del sistema (3.9) se definen en sentido de Filippov [Filippov, 1960]. Para el análisis del funcionamiento de este observador, se define la variable de error entre el estado de la planta y del observador $e = x - \hat{x}$, cuya dinámica está dada por :

$$\begin{aligned}\dot{e} &= f(x, t) - z - c_1|e|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e) \\ \dot{z} &= c_2\text{sign}(e)\end{aligned}$$

haciendo el cambio de variables $v_1 = e, v_2 = f(x, t) - z$, se obtiene el sistema

$$\begin{aligned}\dot{v}_1 &= v_2 - c_1|v_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(v_1) \\ \dot{v}_2 &= \dot{f}(x, t) - c_2\text{sign}(v_1)\end{aligned}\tag{3.10}$$

Ya que $|\dot{f}(x, t)| > \delta'$, se puede aplicar el teorema 1 propuesto en [Davila *et al.*, 2005] y proponer las constantes c_1 y c_2 satisfaciendo las desigualdades

$$\begin{aligned}c_1 &> \sqrt{\frac{2}{c_2 + \delta'}} \frac{(c_2 + \delta')(1 + p)}{(1 - p)} \\ c_2 &> \delta'\end{aligned}\tag{3.11}$$

lo que garantiza que las trayectorias del sistema (3.10) convergen al origen en tiempo finito. Esto implica que $x = \hat{x}$ y $z = f(t, x)$ es identificada en tiempo finito. Donde δ' representa la incertidumbre del sistema.

3.3.2. Observador para el sistema completo

Considere el subsistema λ

$$\begin{aligned}\dot{x}_{\lambda i} &= x_{\lambda i+1}, \quad i = 1, \dots, m-1, \\ \dot{x}_{\lambda m} &= f_{\lambda}(x) + g_{\lambda}(x)u_{\lambda} + w_{\lambda}(\cdot), \\ y_{\lambda} &= x_{\lambda 1}\end{aligned}\tag{3.12}$$

Se presenta el diseño del observador para el subsistema λ , ya que es similar la metodología para cada uno de los subsistemas que forman al sistema (3.7). Por lo tanto se propone un observador de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{\lambda 1} &= z_1 + c_{1,1}|x_{\lambda 1} - \hat{x}_{\lambda 1}|^{\frac{1}{2}}\text{sing}(x_{\lambda 1} - \hat{x}_{\lambda 1}) \\ \dot{z}_1 &= c_{2,1}\text{sign}(x_{\lambda 1} - \hat{x}_{\lambda 1}), \\ \hat{y}_1 &= \hat{x}_{\lambda 1}\end{aligned}\tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{\lambda i} &= z_i + c_{1,i}|z_{i-1} - \hat{x}_{\lambda i}|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(z_{i-1} - x_{\lambda i}) \\ \dot{z}_i &= c_{2,i}\text{sign}(z_{i-1} - \hat{x}_{\lambda i}) \\ \hat{y}_i &= \hat{x}_{\lambda i}\end{aligned}\tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{\lambda m} &= f_{\lambda}(\hat{x}) + g_{\lambda}(\hat{x})u_{\lambda} + z_m + c_{1,m}|z_{m-1} - \hat{x}_{\lambda m}|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(z_{m-1} - \hat{x}_{\lambda m}) \\ \dot{z}_m &= c_{2,m}\text{sign}(z_{m-1} - \hat{x}_{\lambda m}) \\ \hat{y}_m &= \hat{x}_{\lambda m}\end{aligned}\tag{3.15}$$

3.3.3. Análisis de estabilidad del observador

Defina las variables del error

$$e_{\lambda_i} = x_{\lambda_i} - \hat{x}_{\lambda_i}, \text{ para } i = 1, \dots, m \quad (3.16)$$

cuya dinámica está dada por el sistema

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\lambda_1} &= x_{\lambda_2} - z_1 - c_{1,1}|e_{\lambda_1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(e_{\lambda_1}), \\ \dot{z}_1 &= c_{2,1} \text{sign}(e_{\lambda_1}), \\ \dot{e}_2 &= x_{\lambda_3} - z_2 - c_{1,2}|z_1 - \hat{x}_{\lambda_2}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_1 - \hat{x}_{\lambda_2}), \\ \dot{z}_2 &= c_{2,2} \text{sign}(z_1 - \hat{x}_{\lambda_2}) \\ &\vdots \\ \dot{e}_{\lambda_i} &= x_{\lambda_{i+1}} - z_i - c_{1,i}|z_{i-1} - \hat{x}_{\lambda_i}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{i-1} - \hat{x}_{\lambda_i}) \\ \dot{z}_i &= c_{2,i} \text{sign}(z_{i-1} - \hat{x}_{\lambda_i}) \\ \dot{e}_{\lambda_m} &= f_{\lambda}(x) + g_{\lambda}(x)u_{\lambda} + w_{\lambda}(\cdot) - f_{\lambda}(x, x) - g_{\lambda}(x, x)u_{\lambda} - c_{1,m}|z_{m-1} - x_{\lambda m}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{m-1} - \hat{x}_{\lambda m}) \\ \dot{z}_m &= c_{2,m} \text{sign}(z_{m-1} - x_{\lambda m}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

El análisis de la estabilidad del sistema (3.16) se realiza en bloques. El comportamiento de las variables e_1 y z_1 es independiente del resto de los estados de (3.16),

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\lambda_1} &= x_{\lambda_2} - z_1 - c_{1,1}|e_{\lambda_1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(e_{\lambda_1}), \\ \dot{z}_1 &= c_{2,1} \text{sign}(e_{\lambda_1}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

se asume que el comportamiento de la planta está acotado y que $|\dot{x}_{\lambda_2}| < \delta'_{\lambda_2}$.

Haciendo el cambio de variables $v_{1,1} = e_{\lambda_1}$ y $v_{1,2} = x_{\lambda_2} - z_1$ el sistema (3.18) se puede escribir como

$$\begin{aligned} \dot{v}_{1,1} &= z_{1,2} - c_{1,1}|v_{1,1}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(v_{1,1}), \\ \dot{v}_{1,2} &= \dot{x}_{\lambda_2} - c_{2,1} \text{sign}(v_{1,1}), \end{aligned}$$

eligiendo valores adecuados de las constantes $c_{1,1}$ y $c_{1,2}$ de acuerdo a (3.11) se puede garantizar la convergencia en tiempo finito de $v_{1,1}$ y $v_{1,2}$, por lo tanto en un tiempo finito

$\hat{x}_{\lambda 1} = x_{\lambda 1}$ y $z_1 = x_{\lambda 2}$.

En la siguiente etapa se puede considerar que se cuenta con $x_{\lambda 2}$, de esta forma las siguientes dos ecuaciones del sistema (3.17) pueden reescribirse como

$$\begin{aligned}\dot{e}_{\lambda 2} &= x_{\lambda 3} - z_2 - c_{1,2}|e_{\lambda 2}|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_{\lambda 2}), \\ \dot{z}_2 &= c_{2,2}\text{sign}(e_{\lambda 2})\end{aligned}\tag{3.19}$$

Siguiendo el mismo procedimiento con este par de ecuaciones se pueden encontrar los valores de las constantes $c_{1,2}$ y $c_{2,2}$ tal que $z_2 = x_3$ en un tiempo finito. Se puede aplicar este análisis hasta la penúltima ecuación del sistema (3.12). Para analizar el caso m se consideran las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{e}_{\lambda m} &= \phi_{\lambda}(\cdot) - z_m - c_{1,m}|e_{\lambda m}|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_{\lambda m}) \\ \dot{z}_m &= c_{2,m}\text{sign}(e_{\lambda m}),\end{aligned}$$

donde $\phi_{\lambda}(\cdot)$ se define como

$$\phi_{\lambda}(\cdot) = f_{\lambda}(x) + g_{\lambda}(x)u_{\lambda} + w_{\lambda}(\cdot) - f_{\lambda}(\hat{x}) - g_{\lambda}(x)u_{\lambda},$$

considerando que $|\dot{\phi}_{\lambda}(\cdot)| < \delta'_{\lambda\phi}$, se puede garantizar la existencia de constantes $c_{1,m}$, $c_{2,m}$ tal que $\hat{x}_{\lambda m} = x_{\lambda m}$ y $z_m = \phi_{\lambda}(\cdot)$ en tiempo finito. De esta forma se demuestra que el estado del observador converge al estado de la planta y que se identifican los términos de perturbación en tiempo finito. Donde $\delta'_{\lambda\phi}$ es la incertidumbre del sistema.

3.4. Observadores *super-twisting*: fotobiorreactor de panel plano.

Para el diseño del observador *super-twisting* aplicado al fotobiorreactor, el modelo matemático representativo del sistema se dividió en subsistemas, teniendo a $x_1 \in \mathbb{R}$, $x_2 \in \mathbb{R}$ como el segundo subsistema y $R_3 \in \mathbb{R}$ es el tercero, donde *sgn* se refiere a la función de

conmutación utilizada. Siguiendo la metodología propuesta por Rosas [Rosas, 2009], y utilizada en [García Morales, 2013], el observador propuesto para el fotobiorreactor teniendo la medida de x_1 disponible es el siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= k_g - k_o(x_1^4 - u_1^4) - k_1(x_1 - \hat{x}_2) - k_3(x_1 - u_2) - \hat{x}_2 + z_1 + c_{11}|e_{11}|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_{11}) \\ \dot{z}_1 &= c_{21}\text{sgn}(e_{11}) \\ y_1 &= \hat{x}_1\end{aligned}\tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_2 &= k_s - k_4(\hat{x}_2 - x_1) - k_5(\hat{x}_2 - u_2) - k_{c2}(\hat{x}_2 - \hat{x}_3) - \hat{x}_3 + z_2 + c_{12}|e_{21}|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_{21}) \\ \dot{z}_2 &= c_{22}\text{sgn}(e_{21}) \\ y_2 &= \hat{x}_2\end{aligned}\tag{3.21}$$

Para estimar \hat{x}_3 se tomó $\gamma(\cdot) = \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3)$ como una incertidumbre que representa la diferencia de calor por medio de la entrada de líquido frío, donde $z_3 = \gamma(\cdot)$, donde se verá una de las ventajas del observador *super-twisting* al estimar una incertidumbre del sistema.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_3 &= k_{c2}(\hat{x}_2 - \hat{x}_3) + z_3 + c_{13}|e_{31}|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_{31}) \\ \dot{z}_3 &= c_{23}\text{sgn}(e_{31}) \\ y &= \hat{x}_3\end{aligned}\tag{3.22}$$

donde $e_{11} = x_1 - \hat{x}_1$, $e_{21} = z_1 - \hat{x}_2$, $e_{31} = z_2 - \hat{x}_3$.

Para analizar el funcionamiento del observador se define la variable del error entre el estado de la planta y del observador. Definiendo las variables de error de estimación:

$$e_1 = x_1 - \hat{x}_1\tag{3.23}$$

$$e_2 = x_2 - \hat{x}_2\tag{3.24}$$

$$e_3 = x_3 - \hat{x}_3 \quad (3.25)$$

cuya dinámica de (3.23) está dada por el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{e}_1 &= [k_g - k_o(x_1^4 - u_1^4) - k_1(x_1 - x_2) - k_3(x_1 - u_2)] - \\ &\quad [k_g - k_o(x_1^4 - u_1^4) - k_1(x_1 - \hat{x}_2) - k_3(x_1 - u_2) - \hat{x}_2 + z_1 + c_{11}|e_{11}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_1)] \\ \dot{e}_1 &= \hat{x}_2 + z_1 + c_{11}|e_1|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_1) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Haciendo un cambio de variable $e_1 = v_{1,1}$ y $v_{2,1} = x_2 - z_1$, tenemos

$$\begin{aligned} \dot{v}_{1,1} &= v_{2,1} - c_{11}|v_{1,1}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(v_{1,1}) \\ \dot{v}_{2,1} &= \dot{\hat{x}}_2 - c_{21} \text{sgn}(v_{1,1}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Como $\dot{\hat{x}}_1 < \delta'$, eligiendo valores adecuados de las constantes [Davila *et al.*, 2005] se puede garantizar la convergencia en tiempo finito al origen de $v_{1,1}$ y $v_{2,1}$, lo que implica que en un tiempo finito $\hat{x}_1 = x_1$ y $z_1 = \hat{x}_2$. Siguiendo el mismo procedimiento para x_2 se pueden encontrar los valores de las constantes tal que $z_2 = x_3$.

La dinámica de (3.24) está dada por el siguiente sistema.

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\hat{x}}_2 \\ \dot{e}_2 &= x_3 - z_2 - c_{12}|e_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_2) \end{aligned} \quad (3.28)$$

haciendo un cambio de variable $v_{1,2} = e_2$ y $v_{2,2} = x_3 - z_1$

$$\begin{aligned} \dot{v}_{1,2} &= v_{2,2} - c_{1,2}|v_{1,2}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(v_{1,2}) \\ \dot{v}_{2,2} &= \dot{\hat{x}}_3 - c_{2,2} \text{sgn}(v_{1,2}) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Utilizando z_1 como el valor real de la temperatura del cultivo x_2 y generando el error $e_{2,1} = z_2 - \hat{x}_3$; se puede reconstruir la salida de la temperatura de agua fría, calculando las ganancias c_{12} y c_{22} . Finalmente para x_3 , se define $\gamma(\cdot) = \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3)$. La dinámica de

(3.25) está dada por el siguiente sistema.

$$\begin{aligned}\dot{e}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{\hat{x}}_3 \\ \dot{e}_3 &= \gamma(\cdot) - z_3 - c_{13}|e_3|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_3)\end{aligned}\tag{3.30}$$

Haciendo un cambio de variable $v_{1,3} = e_3$ y $v_{2,3} = \gamma(\cdot) - z_3$

$$\begin{aligned}\dot{v}_{1,3} &= v_{2,3} - c_{1,3}|v_{1,3}|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(v_{1,3}) \\ \dot{v}_{2,3} &= \dot{\gamma}(\cdot) - c_{2,3}\text{sgn}(v_{1,3})\end{aligned}\tag{3.31}$$

Considerando que $|\dot{\gamma}(\cdot)| > \delta'$, se puede garantizar la existencia de las constantes c_{13} y c_{23} , tal que $\hat{x}_3 = x_3$ y $z_3 = \gamma(\hat{\cdot})$. El análisis de estabilidad se realiza por bloques, el comportamiento de las variables e_1 y z_1 es independiente al resto de los estados.

3.4.1. Cálculo de las ganancias

El cálculo de las ganancias del observador *Super-twisting*(STO) se hacen de manera heurística, con los valores de incertidumbre del sistema δ' . Como este modelo se modificó por motivos de control, con la ecuación del intercambiador de calor que representa la temperatura de líquido frío, se tomó como punto de partida para el cálculo de las ganancias; las incertidumbres de los dos sistemas : el fotobiorreactor presentado en [Goetz *et al.*, 2011] y el intercambiador presentado por [García Morales, 2013] y así poder aplicar el teorema 1 propuesto en [Davila *et al.*, 2005] y proponer las constantes c_{1s} y c_{2s} (donde el subíndice s se refiere al subsistema) satisfaciendo así las desigualdades:

$$\begin{aligned}\delta' &> 3,00058 \\ c_1 &> \sqrt{\frac{2}{c_2 + \delta'}} \frac{c_2 + \delta'(1+p)}{(1-p)} \\ c_2 &> \delta'\end{aligned}\tag{3.32}$$

lo que garantiza que las trayectorias de los sistemas (3.23), (3.24), (3.25) convergen al origen en tiempo finito, donde $0 < p < 1$.

Como el propósito de los estimadores es la aplicación en un banco de observadores para el diagnóstico de fallas en sensores, se realizaron observadores aplicando la misma metodología mostrada previamente; utilizando x_2 y x_3 como salida disponible. Los observadores propuestos son los siguientes:

- Tendiendo la temperatura del cultivo, x_2 como medida disponible :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_2 = \dot{\hat{x}}_{2eee} &= k_s - k_4(x_2 - \hat{x}_{1eee}) - k_5(x_2 - u_2) - k_{c2}(x_2 - \hat{x}_{3eee}) - \\ &\quad \hat{x}_{3eee} + z_4 + c_{14}|e_{1,4}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_{14}) \\ \dot{z}_4 &= c_{24} \text{sgn}(e_{14}) \\ y_4 &= \hat{x}_2\end{aligned}\tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_3 = \dot{\hat{x}}_{3eee} &= \frac{u}{V_c}(T_{ci} - \hat{x}_{3eee}) + k_{c2}(x_2 - \hat{x}_{3eee}) - \hat{x}_{1eee} + z_5 + c_{15}|e_{15}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_{15}) \\ \dot{z}_5 &= c_{25} \text{sgn}(e_{15}) \\ y_5 &= \hat{x}_3\end{aligned}\tag{3.34}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 = \dot{\hat{x}}_{3eee} &= k_g - k_1(\hat{x}_{1eee} - x_2) - k_3(\hat{x}_{1eee} - u_2) + z_6 + |e_{16}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_{16}) \\ \dot{z}_6 &= c_{26} \text{sgn}(e_{16}) \\ y_6 &= \hat{x}_1\end{aligned}\tag{3.35}$$

donde $e_{14} = x_2 - \hat{x}_{2eee}$, $e_{15} = z_4 - \hat{x}_{3eee}$, $e_{16} = z_5 - \hat{z}_5 - \hat{x}_{1eee}$.

- Tendiendo la temperatura del agua fría disponible x_3 :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_3 = \dot{\hat{x}}_{3ee} &= \frac{u}{V_c}(T_{ci} - x_3) + k_{c2}(\hat{x}_{2ee} - x_3) - \hat{x}_{2ee} + z_7 + c_{17}|e_{17}|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_{17}) \\ \dot{z}_7 &= c_{27} \text{sgn}(e_{17}) \\ y_7 &= \hat{x}_3\end{aligned}\tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_2 = \dot{\hat{x}}_{2ee} &= k_s - k_4(\hat{x}_{2ee} - \hat{x}_{1ee}) - k_5(\hat{x}_2 - u_2) - k_{c2}(\hat{x}_{2ee} - x_3) - \\
&\quad \hat{x}_{1ee} + z_8 + c_{18}|e_{18}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{18}) \\
\dot{z}_8 &= c_{28} \operatorname{sgn}(e_{18}) \\
y_8 &= \hat{x}_2
\end{aligned} \tag{3.37}$$

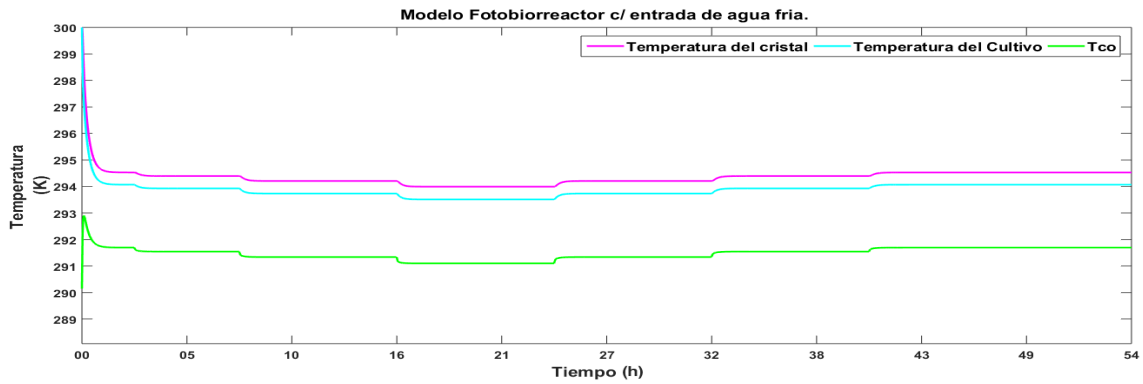
$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 = \dot{\hat{x}}_{1ee} &= k_g - k_1(\hat{x}_{1ee} - \hat{x}_{2ee}) - k_3(\hat{x}_{1ee} - u_2) + z_9 + c_{19}|e_{19}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{19}) \\
\dot{z}_9 &= c_{29} \operatorname{sgn}(e_{19}) \\
y_9 &= \hat{x}_1
\end{aligned} \tag{3.38}$$

donde $e_{17} = x_3 - \hat{x}_{3ee}$, $e_{18} = z_7 - \hat{x}_{2ee}$ y $e_{19} = z_8 - \hat{x}_{1ee}$

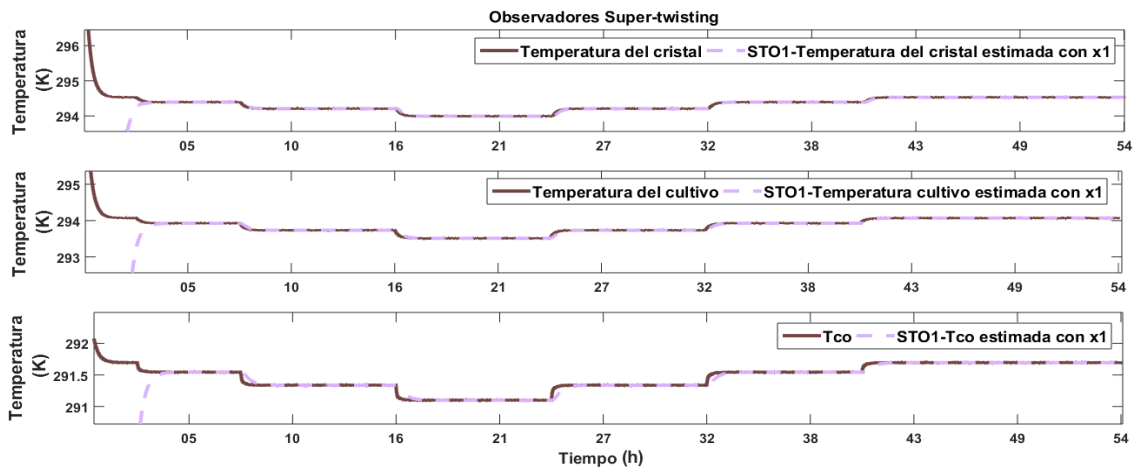
Simulaciones del sistema de estimación

Simulación 1

- **Objetivo:** Estimación del sistema por medio del observador *super-twisting* usando x_1 como disponible.
- **Características:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría se varia en un intervalo de $0,99 \times 10^{-5}$ y $7,87 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperaturas del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.
- **Observaciones:** En la Figura 3.4 en la sección (a) se muestran las temperaturas de salida del sistema cuando varia el flujo del líquido frío; de rosa se muestra la temperatura del cristal, de azul la temperatura del cultivo y de verde la temperatura del líquido frío, mientras que en la sección (b) se muestra las temperaturas estimadas con el observador *super-twisting* teniendo la temperatura del cristal como disponible para la estimación del sistema, se logra apreciar que el observador converge a la temperatura real en un tiempo finito y cuando se presentan cambios en la temperaturas el observador logra estimar de manera adecuada las temperaturas de salida del sistema.



(a) Temperaturas de salida del FBR.

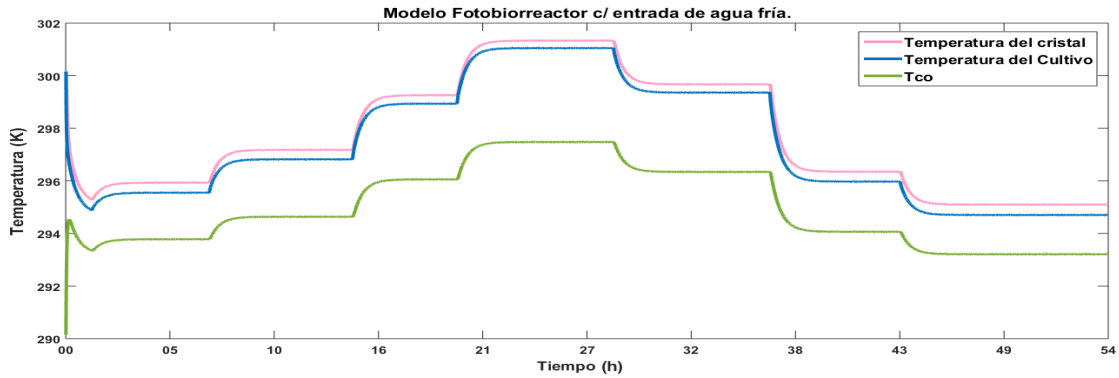


(b) Salidas estimadas.

Figura 3.4: Simulación 1. Estados estimados con los observadores *super-twisting* con la temperatura del cultivo x_1 disponible.

Simulación 2

- **Objetivo:** Estimación del sistema por medio del observador *super-twisting* usando x_2 como disponible.
- **Características:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría se mantiene constante a $1,9 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total varió en un intervalo de $250 \frac{W}{m^2}$ y $1000 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperaturas del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.



(a) Temperaturas de salida del fotobiorreactor

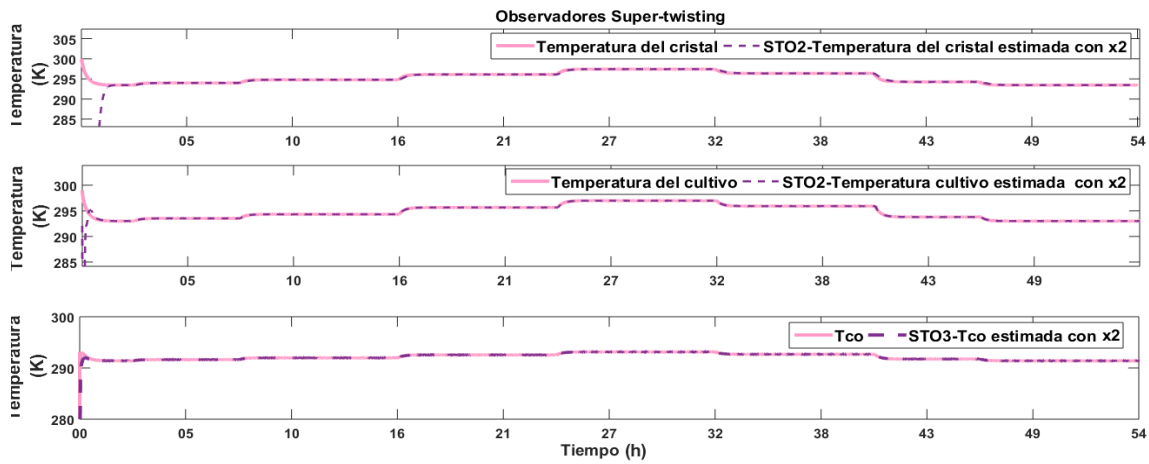
(b) Temperatura estimadas con el observador *super-twisting* con x_2 disponible

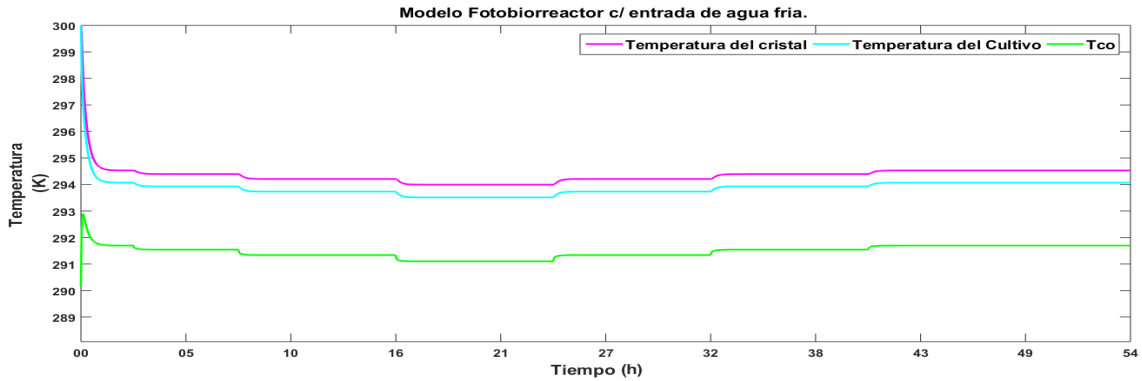
Figura 3.5: Simulación 2. Estados estimados con los observadores *super-twisting* con la temperatura del cultivo x_2 disponible.

- Observaciones:** En la figura 3.5 se puede apreciar como las variaciones en la radiación total puede incrementar la temperatura del sistema, en la sección (a) se muestra comportamiento del sistema ante dicha variación en la radiación total que se muestra en la Figura 2.4 del capítulo 2, así como en (b) se aprecia el comportamiento del observador, y converge a las salidas del sistema en tiempo finito cuando se tiene la medición del cultivo disponible.

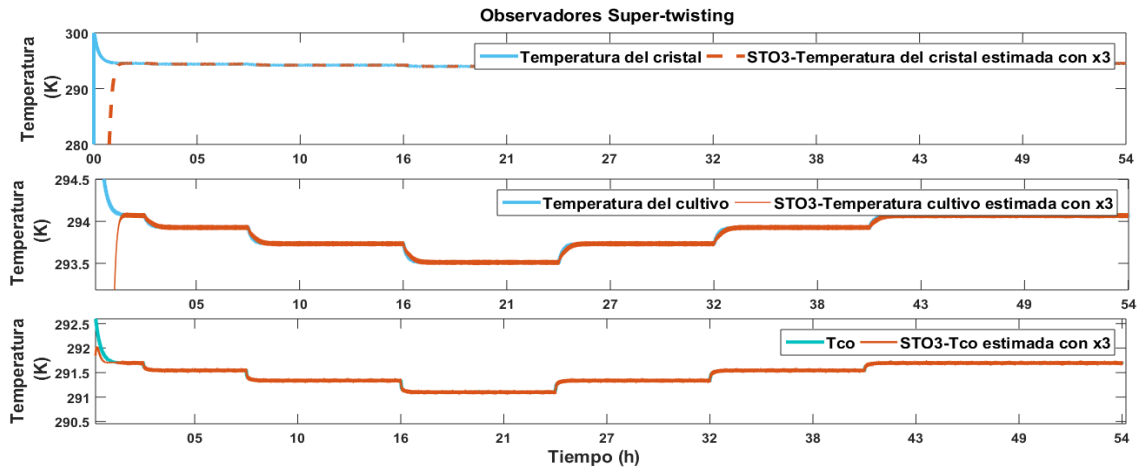
Simulación 3

- Objetivo:** Estimación del sistema por medio del observador *super-twisting* usando x_3 como disponible.

- Características:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría se varía como muestra en la sección *a* de la figura 2.3 en un intervalo de $0,99 \times 10^{-5}$ y $7,87 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperaturas del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.



(a) Temperaturas de salida del FBR.



(b) Salidas estimadas

Figura 3.6: Simulación 3. Estados estimados con los observadores *super-twisting* con la temperatura del cultivo x_3 disponible.

- Observaciones:** En la Figura 3.6 el color rosa representa la temperatura del cristal, el azul la temperatura del cultivo y el verde el líquido frío. Se puede observar que los estados estimados convergen en un tiempo finito cuando se utiliza x_3 como medida

disponible a los estados del sistema, el observador *super-twisting* puede seguir el comportamiento del estado a estimar de manera efectiva al presentar variaciones en la entrada del sistema.

Conclusiones

En este capítulo se muestra el diseño de los observadores por modos deslizantes *super-twisting* (STO), los cuales nos permitieron estimar los estados del fotobiorreactor en tiempo finito y con una buena aproximación haciendo que el error de estimación convergiera a cero.

Capítulo 4

Diagnóstico y control de un fotobiorreactor.

El diagnóstico de fallas consiste en la determinación del tipo de fallas con la mayor cantidad de detalles posibles como el tamaño de la falla, la localización y el tiempo de detección [Isermann, 2006]. El proceso del diagnóstico se basa en observar analítica y de manera heurística los síntomas, así como el conocimiento del proceso. El cambio en el comportamiento nominal de la planta, analizando los síntomas nos llevará al diagnóstico de fallas. Los síntomas son cambios inusuales en el comportamiento de la planta. En caso de que no haya falla los síntomas son cero.

El objetivo de este capítulo es presentar el diseño y desarrollo de un sistema de diagnóstico de fallas basado en modelo y el diseño del control predictivo basado en modelo del fotobiorreactor, que tiene como objetivo el control de la temperatura del cultivo en las diferentes fases del crecimiento de la microalga.

4.1. Diseño del esquema de diagnóstico de fallas.

La seguridad es parte importante a la hora de hablar de procesos industriales, accidentes que pueden poner en peligro al personal y producir pérdidas económicas deben ser

evitados, por lo tanto, es necesario mejorar los procesos; una forma de hacerlo es implementando sistemas de monitoreo y diagnóstico de fallas que permiten dar mantenimiento preventivo y correctivo, para reducir y prevenir accidentes. El diagnóstico de fallas incluye la detección y el aislamiento de las fallas.

Existen varios conceptos relacionados al diagnóstico de fallas a continuación se definirán algunos [Puig *et al.*, 2004]:

- **Falla.** Una falla consiste en una desviación de una propiedad característica de un sistema con respecto a las condiciones usuales y estándar de operación [Verde *et al.*, 2013]. Una falla en un sistema de control se considera como un cambio indeseado que tiende a degradar el rendimiento del sistema.
- **Falla abrupta.** Se manifiesta con un cambio repentino y puede ser modelada mediante una función escalón donde se desconoce el tiempo de ocurrencia.
- **Falla incipiente.** Se manifiesta como un cambio en el magnitud de las variables del sistema que va aumentando paulatinamente con respecto al tiempo y puede modelarse mediante una función tipo rampa con un tiempo de ocurrencia desconocido.
- **falla intermitente.** Este tipo de falla se considera que no tiene una evolución determinada en el tiempo y frecuentemente se presenta solamente en ciclos de trabajo de manera aleatoria y desaparece también de la misma forma.
- **Avería.** Interrupción permanente de la capacidad de un sistema para realizar una función requerida bajo condiciones de operación específicas.
- **Disturbio.** Entrada desconocida y no controlada que actúa sobre el sistema.
- **Redundancia.** Uso de más de un instrumento independiente para conseguir una determinada función.
- **Discrepancia.** Comportamiento anómalo de un valor físico o inconsistencia entre varios.

- **Residuo.** Señal que contienen información de la falla basada en la desviación entre las medidas de las entradas/salidas del sistema (comportamiento real) y estimaciones obtenida mediante un modelo del mismo. El residuo describe el grado de consistencia entre el comportamiento real y el modelado[Puig *et al.*, 2004].
- **Generación de residuo.** Determinación del residuo a partir del modelo y de las entradas/salidas del sistema.
- **Evaluación del residuo.** Análisis del residuo con el fin de detectar, aislar e identificar la falla.
- **Umbral.** Valor del residuo a partir del cual se considera la existencia de una falla.

Ningún sistema físico está exento a cambios en sus parámetros, estos fuera de los rangos especificados pueden afectar el funcionamiento del sistema provocando una deficiencia en sus desempeños. Los sistemas de detección y diagnóstico de fallas tienen como función principal asegurar un diagnóstico temprano y confiable que permita detectar y localizar las fallas con el fin de evaluar sus efectos en el sistema. El objetivo principal de estas técnicas es el reconocer comportamientos anormales de los elementos del sistema.

4.1.1. Sistema de diagnóstico

La generación de residuo es el principio por el cual podemos detectar las fallas con base en información del proceso. La **generación de residuos** es la obtención de señales, conocidas como “residuos”, los cuales reflejan el comportamiento de una falla. En ausencia de falla el residuo es cero y será diferente de cero en presencia de falla. Un solo residuo es suficiente para detectar la falla, pero para localizar la falla se utilizan varios residuos. Los residuos en este trabajo representan la diferencia entre las salidas medidas y las salidas estimadas.

Los residuos se obtienen de la comparación de las señales medidas del sistema y del empleo de modelos matemáticos del mismo sistema. Los métodos de generación de residuos

basado en modelo se clasifican en dos categorías, en la Figura 4.1 se muestran los diferentes métodos de generación de residuos.

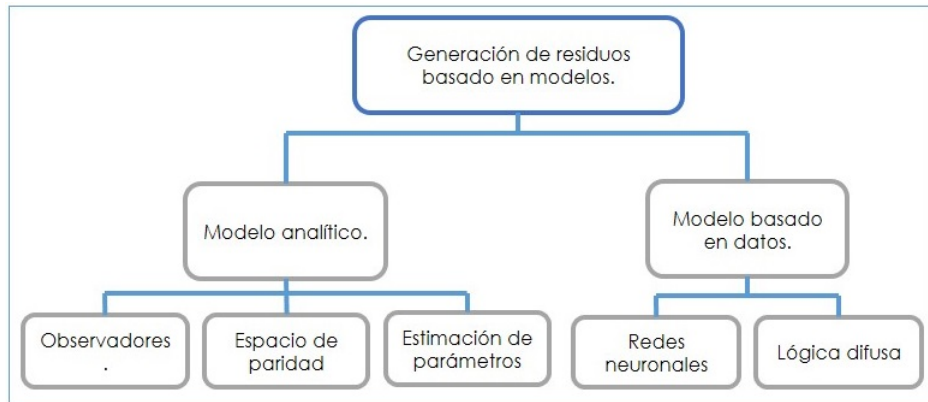


Figura 4.1: Métodos de generación de residuos.

Modelos analíticos:

- **Observadores:** Es un módulo capaz de generar una aproximación del vector de estados llamado observador. Este método da la generación de residuos robustos respecto a los errores de modelado del proceso.
- **Espacio de paridad:** Se trata de una relación que genera un residuo, las ecuaciones de paridad primarias se pueden obtener directamente de las ecuaciones que describen la estructura y comportamiento del sistema.
- **Estimación de parámetros:** Consiste en la determinación de los valores de los parámetros que describen el comportamiento dinámico del sistema.

Modelos basados en datos:

- **Redes neuronales:** La idea básica consiste en encontrar un modelo del sistema basado en redes neuronales.
- **Lógica difusa:** Permite mediante una nueva lógica a diferencia de la lógica tradicional, que una variable pertenezca a dos conjuntos basados en una función de transferencia, un elemento puede pertenecer a un conjunto en un porcentaje. En la

detección de fallas consiste en obtener un modelo difuso del sistema y poder aplicar la idea de las ecuaciones de paridad.

La **evaluación del residuo**, se lleva a cabo después de generado el residuo, es donde se clasifican los residuos, para la detección y localización de la falla. La evaluación requiere determinar si los residuos sobrepasan algún valor de umbral determinado. El valor del umbral es necesario para evitar falsas alarmas debidas a condiciones iniciales o perturbaciones pequeñas no modeladas. Generalmente se realiza obteniendo una medida del residuo.

El análisis de la falla es donde se analizan las causas y los efectos de la falla, el proceso de decisión puede consistir en un análisis de umbrales con valores instantáneos moviendo el promedio de las señales residuales, o un análisis estadístico o probabilístico. En este punto es donde se toma la decisión de si la variación presentada en el residuo es una falla o una variación permitida en el sistema.

En la Figura 4.2 se muestra el diagrama de un sistema de diagnóstico de fallas.

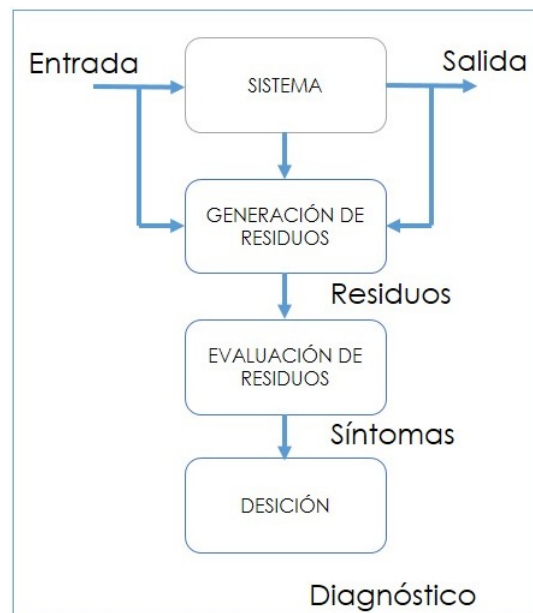


Figura 4.2: Diagrama general del diagnóstico de fallas.

4.2. Esquema de diagnóstico basado en observadores

El objetivo de un sistema de diagnóstico es aislar las fallas, se propone un banco de observadores para diagnosticar fallas en sensores.

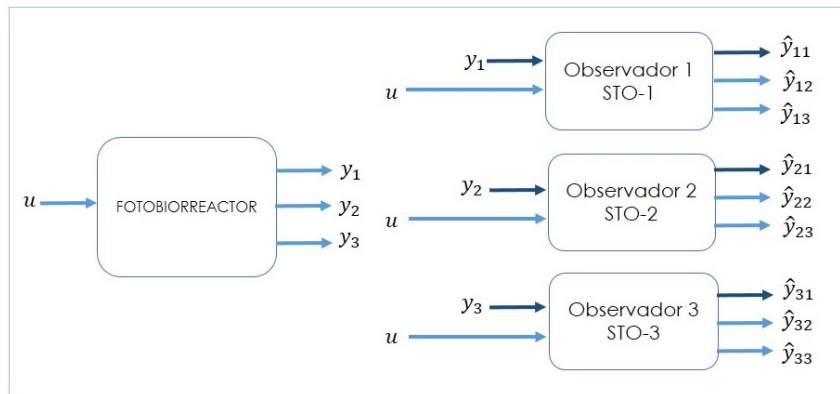


Figura 4.3: Esquema para el sistema de diagnóstico en sensores del fotobiorreactor de panel plano.

En el esquema de banco de observadores dedicados, para aislar p fallas de sensores, donde $p = 3$, se diseñan p observadores, de tal manera que el observador i (donde $i=1,2,3$.) use todas las entradas y solo la salida y_i como se muestra en la Figura 4.3. Así cada observador es sensible sólo a las fallas del sensor i , en ausencia de fallas en los actuadores [Verde *et al.*, 2013]. Con este esquema, la matriz de firma de fallas es una diagonal.

4.2.1. Umbrales de detección.

Los umbrales son definidos según lo propuesto por [Hobson *et al.*, 2003] y aplicado por [Torres *et al.*, 2013] donde para procesos químicos, rangos moderados para desviaciones de temperatura son de 2°C o 2K , en ese caso el sistema no presentará falla, rangos entre los $2\text{K}(2^\circ\text{C})$ y $5\text{K}(5^\circ\text{C})$ se debe a una descalibración del sensor y mayores a $5\text{K}(5^\circ\text{C})$ será un mal funcionamiento del sensor, es decir, una falla.

4.3. Diseño del esquema de diagnóstico para el fotobiorreactor.

Para hacer el diagnóstico de fallas en sensores del fotobiorreactor se seleccionó un esquema que utiliza la medición de todas las entradas del sistema y solo una de las salidas que se tiene disponible; haciendo uso del esquema DOS, las fallas en actuadores no fueron contempladas, debido a que solo se cuenta con un actuador. En la Figura 4.4 se muestra el esquema general del sistema de diagnóstico en lazo abierto aplicado al fotobiorreactor.

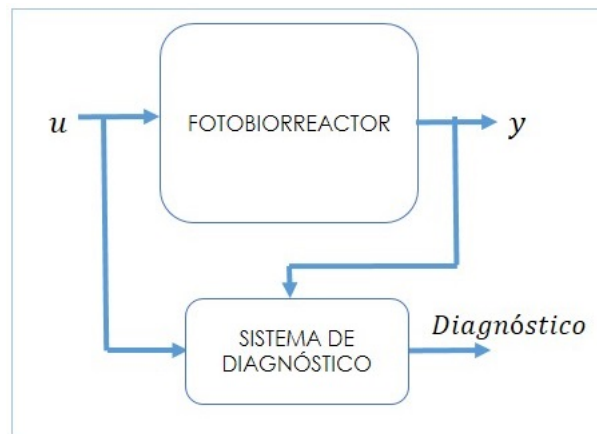


Figura 4.4: Diagrama general del sistema de diagnóstico aplicado al fotobiorreactor.

En este esquema de diagnóstico de fallas basado en modelo (DOS), para la detección de fallas en sensores, cada observador utiliza todas las entradas y una sola salida; el número de observadores utilizados para la detección de fallas es igual al número de salidas que pueden medirse directamente del sistema, en este caso para el diseño de los observadores, tenemos todas las salidas disponibles.

En las Figuras 4.5, 4.6, 4.7 se presentan los esquemas utilizados para la generación de residuos, para la detección y localización de la falla.

Para la detección de fallas en sensores, se utilizan todas las entradas que pueden ser medidas y una sola de las mediciones de las salidas, el caso propuesto sólo se proporciona una redundancia simple y permite localizar falla en un sensor. Cuando se utilizan varios observadores para construir un banco de observadores de orden reducido, se dice que se

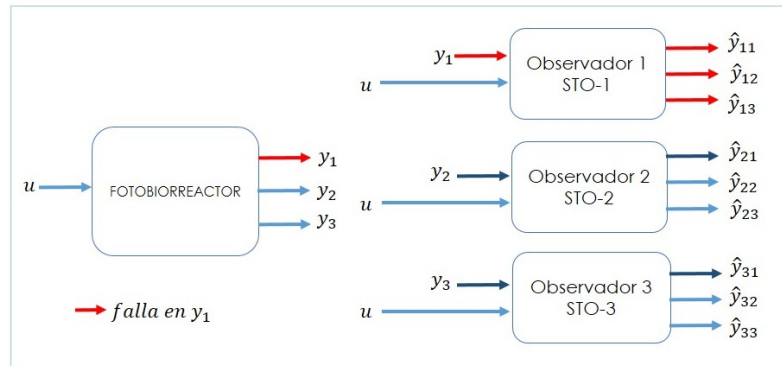


Figura 4.5: Esquema de detección de fallas en el sensor de temperatura del cristal(x_1).

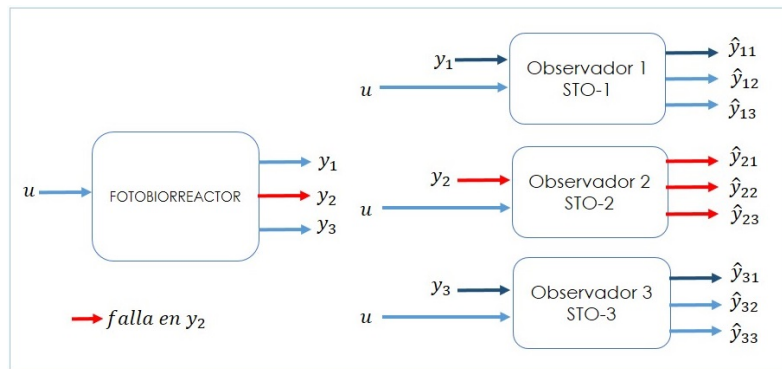


Figura 4.6: Esquema de detección de fallas en el sensor de temperatura del agua fría(x_2).

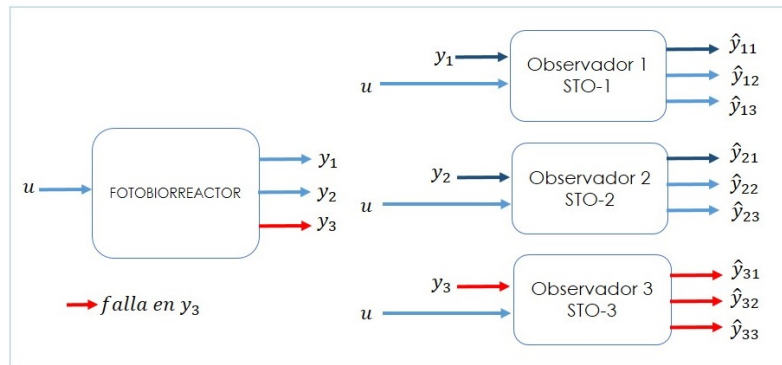


Figura 4.7: Esquema de detección de fallas en el sensor de temperatura del agua fría(x_3).

tiene un esquema de observadores dedicados (DOS). De acuerdo con los esquemas de las Figuras (4.5), (4.6), (4.7), se determinó la tabla de las firmas de fallas para poder realizar la identificación y localización de falla en los sensores de salida de T_c , T_s , T_{co} .

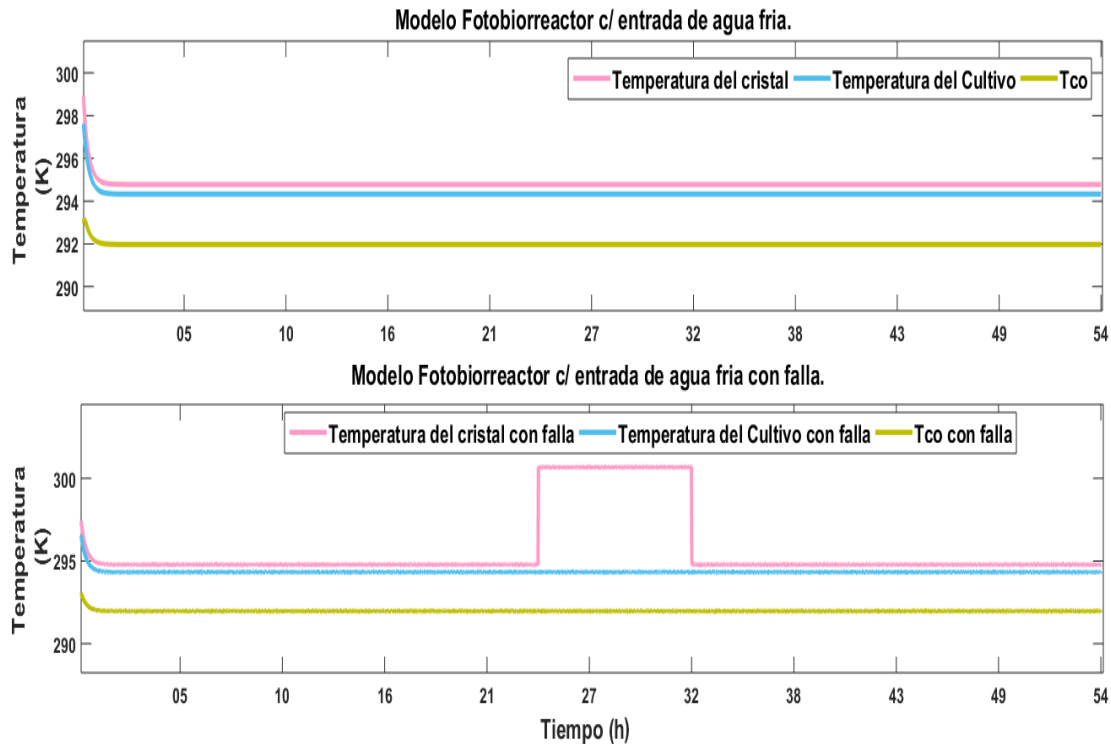
Tabla 4.1: Firmas de fallas para la localización de fallas en sensores del fotobiorreactor.

	Residuos $\mathbf{r} = \mathbf{T} - \hat{\mathbf{T}}$	Falla en y_1	Falla en y_2	Falla en y_3
<i>Super-twisting</i> <i>con \mathbf{x}_1</i>	r_{11}	0	0	0
	r_{12}	1	0	0
	r_{13}	1	0	0
<i>Super-twisting</i> <i>con \mathbf{x}_2</i>	r_{21}	0	1	0
	r_{22}	0	0	0
	r_{23}	0	1	0
<i>Super-twisting</i> <i>con \mathbf{x}_3</i>	r_{31}	0	0	1
	r_{32}	0	0	1
	r_{33}	0	0	0

Donde y_1 es la temperatura del cristal, y_2 es la temperatura del cultivo, y y_3 es la temperatura del agua fría, con las firmas de fallas (ver Tabla 4.1), se dice que es posible localizar en que sensor ha ocurrido la falla. Para este caso particular se dice que el sistema presenta falla en el sensor de temperatura del cristal cuando la firma generada en el sistema sea igual a la columna presentada en color rosa, cuando se presente falla en el sensor del cultivo la firma generada por el sistema de diagnóstico será la presentada por la columna azul y por último la columna de verde representa la firma generada cuando el sensor del líquido frío. Para que cualquiera de estos tres casos sean considerados como falla en los sensores del sistema, los residuos deberán superar los umbrales establecidos en la sección 4.2.1.

4.3.1. Esquema de diagnóstico considerando falla en el sensor de la temperatura del cristal.

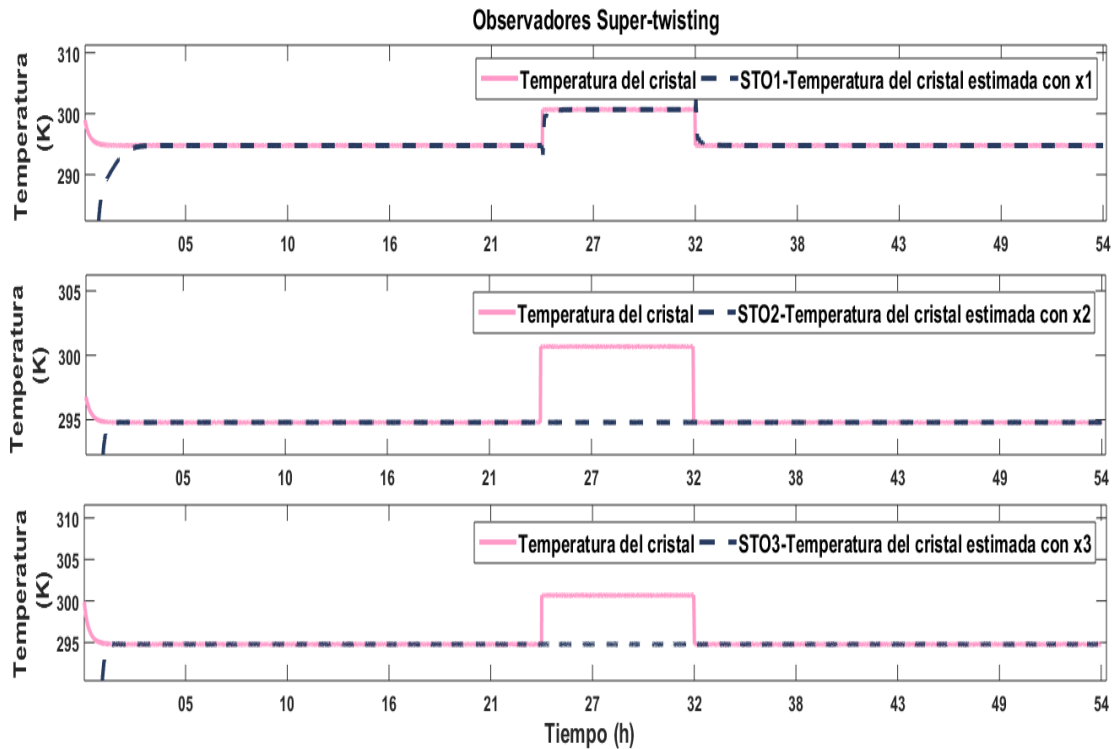
- Objetivo:** Detectar y aislar la falla en el sensor de temperatura de cristal, utilizando umbrales, de tal forma que al momento que los residuos generados son evaluados y estos superan el umbral propuesto para cada uno de ellos, se dice que es posible detectar y localizar el sensor fallado.
- Características de simulación:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría mantiene constante a $1,9 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperatura del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.



(a) Sistema con falla en el sensor de temperatura del cristal.

Figura 4.8: Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cristal.

En la Figura 4.8 se muestra el sistema con una simulación de lo que sería una falla abrupta en la salida de temperatura del cristal en la hora 24 de la corrida del cultivo, la cual se representa por la línea sólida color rosa, el sistema de diagnóstico utilizado para detectar fallas en el sensor de temperatura del cristal fue presentado en la Figura 4.5.



(a) Estimación del sistema con falla.

Figura 4.9: Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cristal.

En la Figura 4.9 se muestran las respuesta de la estimación cuando se presenta falla en la temperatura del cristal, las respuestas presentadas por las líneas punteadas representan la estimación de la señal que esta presentando la falla, en este caso se trata del sensor del cristal, lo cual se concluye debido a que la señal estimada por x_1 , es la única señal que esta presentando anomalía cuando se presenta la falla en el cristal.

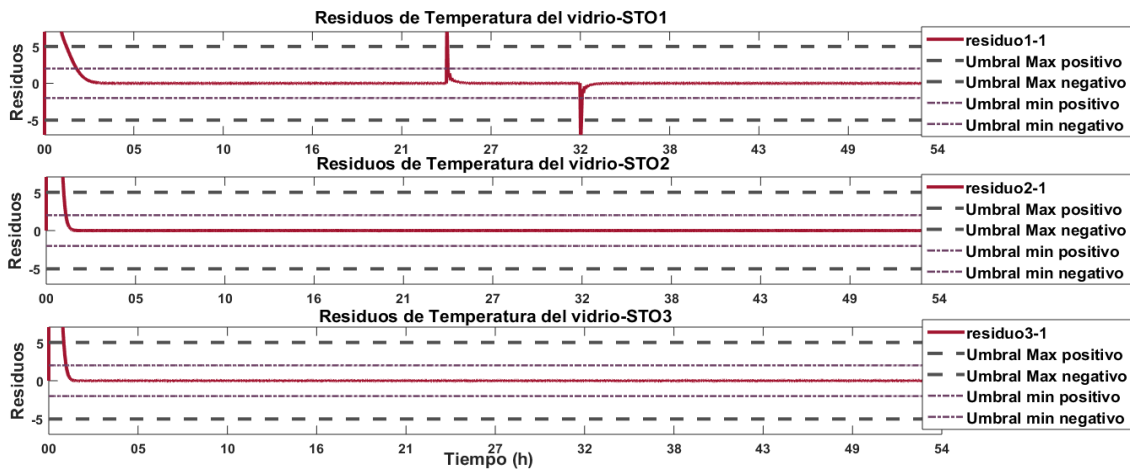
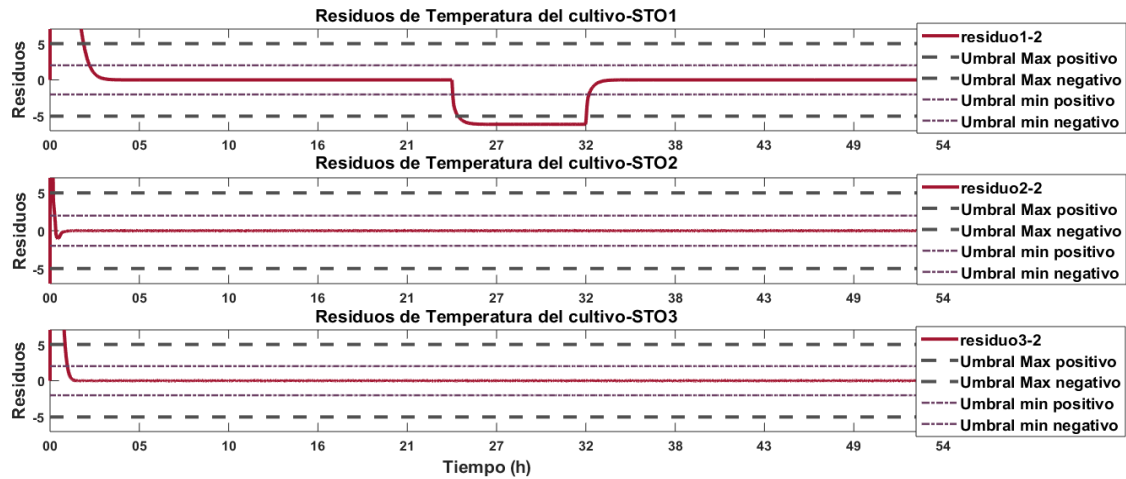
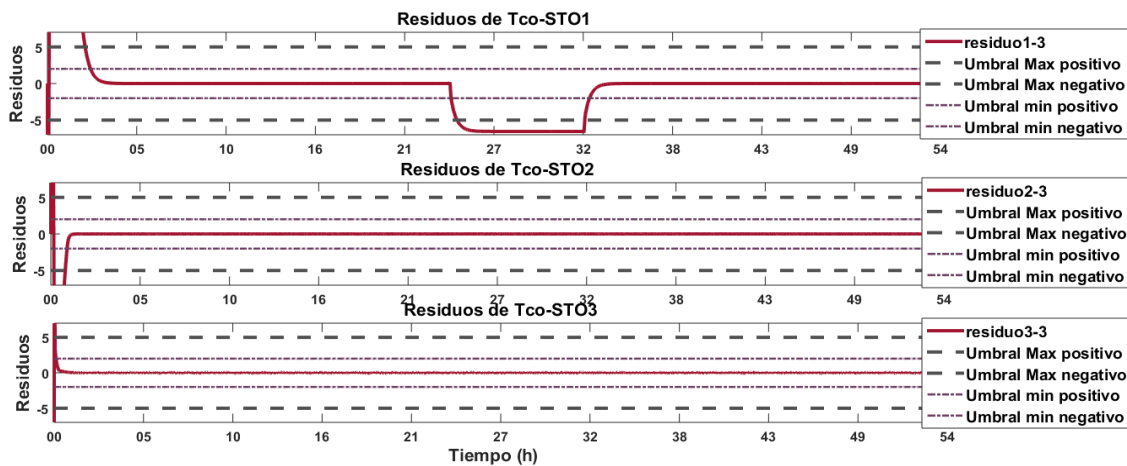
(a) Residuos generados para x_1 .(b) Residuos generados para x_2 .(c) Residuos generados para x_3 .

Figura 4.10: Residuos generados.

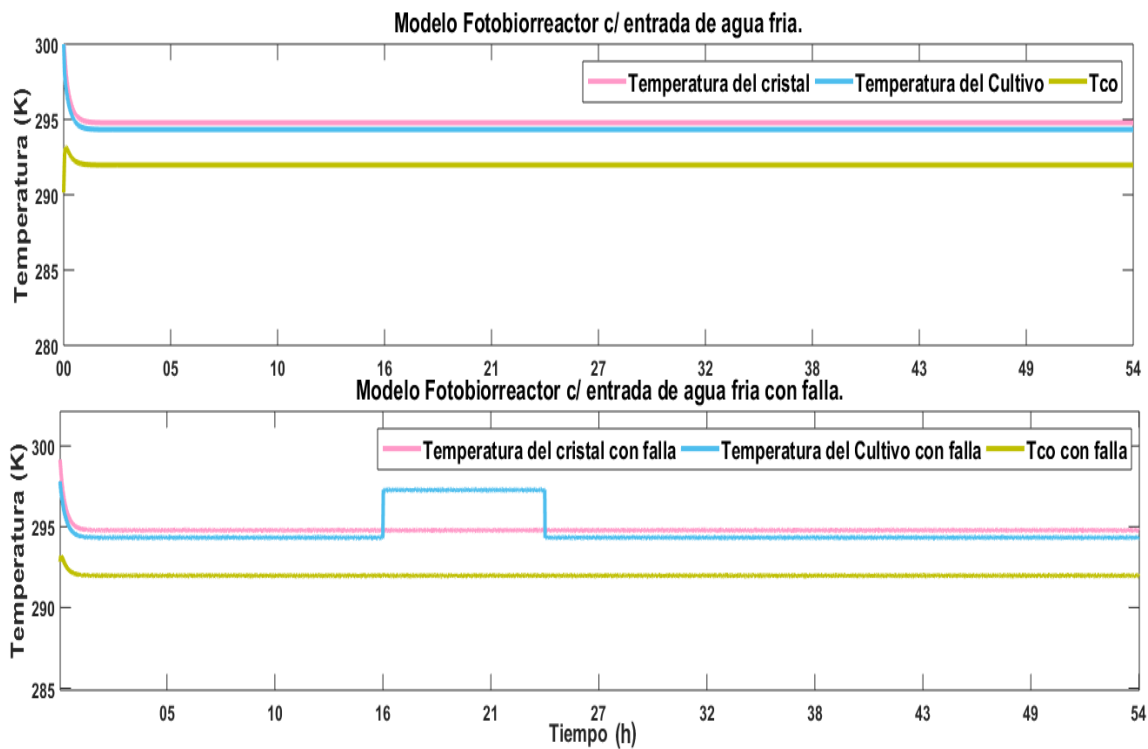
4.3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO PARA EL FOTOBIORREACTOR.61

En la Figura 4.10 se ven los residuos generados para la detección de la falla donde la r se refiere al residuo, el primer número se refiere al observador utilizado (1 para el $STO - 1$, 2 para el $STO - 2$ y 3 para el $STO - 3$) y el segundo número se refiere a la salida del sistema (1 para x_1 , 2 para x_2 y 3 para x_3).

Se puede ver en la figura 4.10 que se presenta una falla las $24h$. Analizando los residuos, se puede observar que estos superan el umbral propuesto en la sección 4.2.1, para los cuales la línea punteada de color gris representa el umbral para determinar la presencia de falla si este es superado, por lo tanto se puede establecer que el sensor del cristal presenta una falla abrupta, debido a el residuo generado supera este umbral.

4.3.2. Esquema de diagnóstico considerando falla en el sensor de la temperatura del cultivo.

- Objetivo:** Detectar y aislar la falla en el sensor de temperatura de cultivo, utilizando umbrales, de tal forma que al momento que los residuos generados son evaluados y estos superan el umbral propuesto para cada uno de ellos, se dice que es posible detectar y localizar el sensor fallado.
- Características de simulación:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría mantiene constante a $1,9 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperaturas del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.

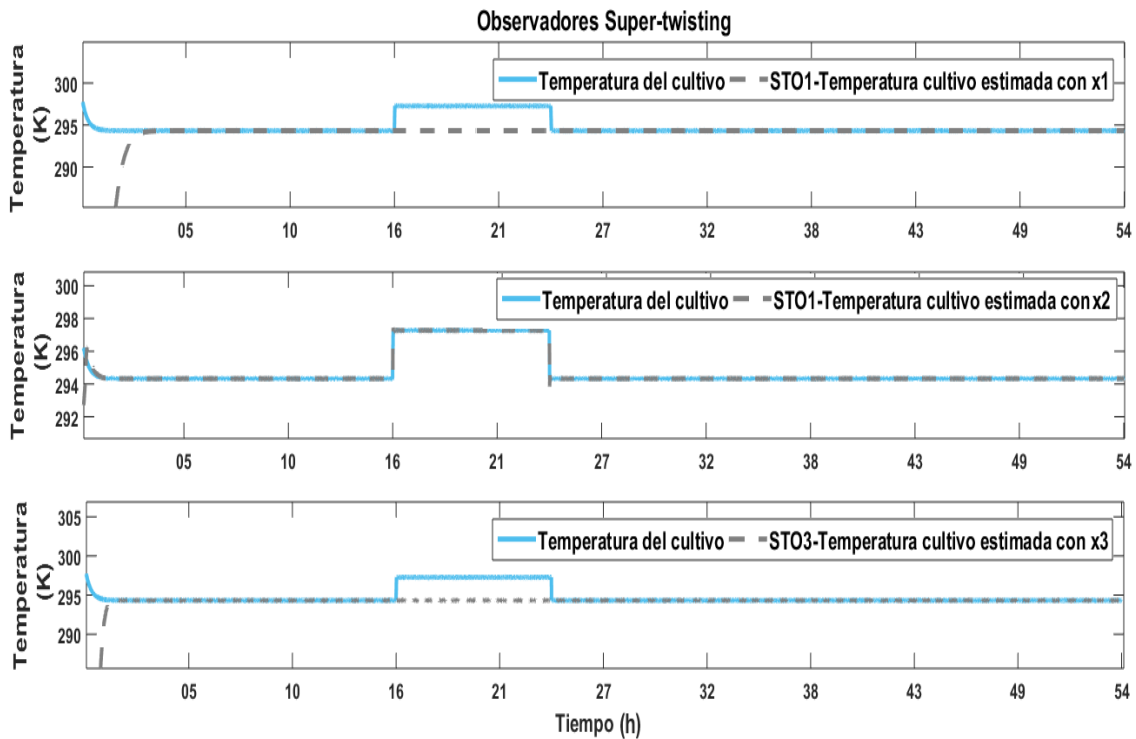


(a) Sistema con falla en el sensor de temperatura del cultivo.

Figura 4.11: Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cultivo.

4.3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO PARA EL FOTOBIORREACTOR.63

En la figura 4.11 se muestra el sistema con una falla abrupta a las 16h de estar funcionando el sistema y que permanece hasta las 24h en la Temperatura del cultivo, lo cual se dice que la falla se mantuvo por 8 hrs en el sistema, el sistema de diagnóstico utilizado para detectar fallas en el sensor de temperatura de cultivo fue presentado en la figura 4.6.



(a) Estimación del sistema con falla

Figura 4.12: Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del cultivo.

En la Figura 4.12 se puede observar las estimaciones de la señal con falla en el cultivo representado con la línea intermitente gris, la línea sólida en color azul representa la temperatura del cultivo con presencia de falla, se puede observar que el único observador que sigue el comportamiento de la falla, es el observador que es sensible a la señal de x_2 , notando que dos de las señales mostradas no sigue este comportamiento, detectando así que el sensor que esta presentado anomalía es el sensor de temperatura del cultivo.

Para realizar el análisis de la falla en la figura 4.13 y saber que este comportamiento anómalo es una falla, se presentan los residuos generados:

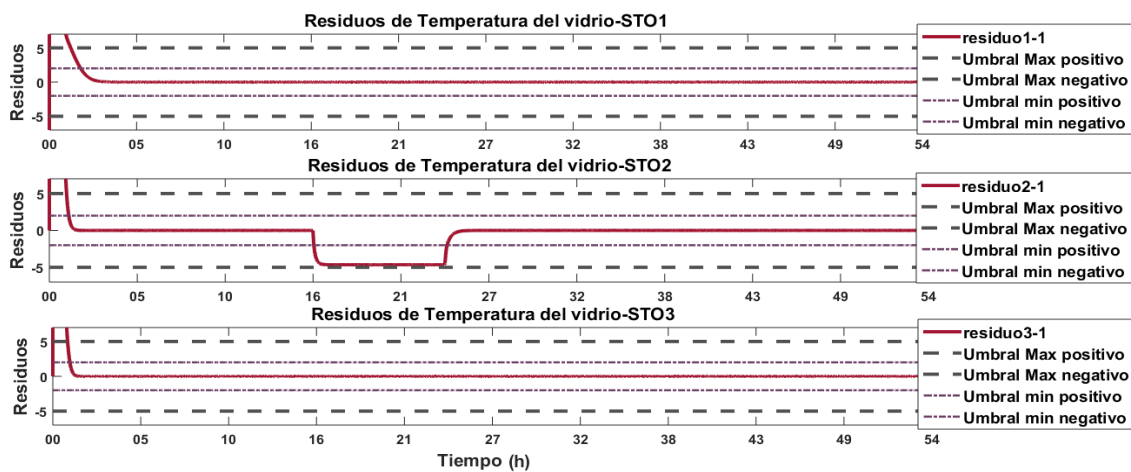
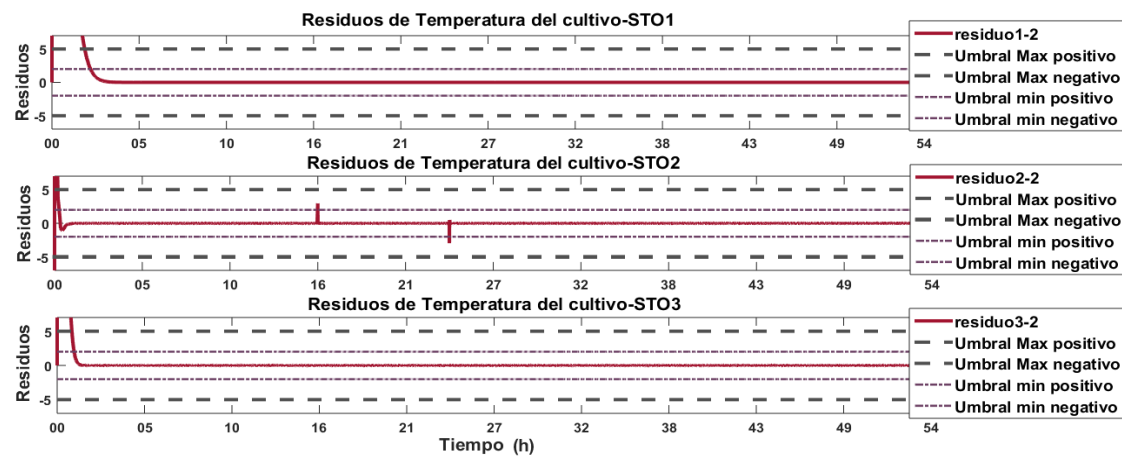
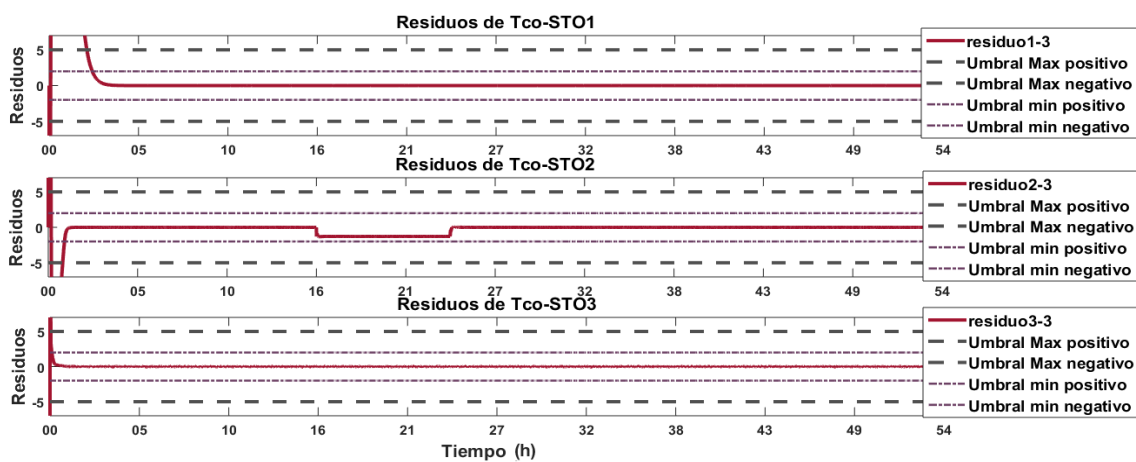
(a) Residuos generados para x_1 .(b) Residuos generados para x_2 .(c) Residuos generados para x_3 .

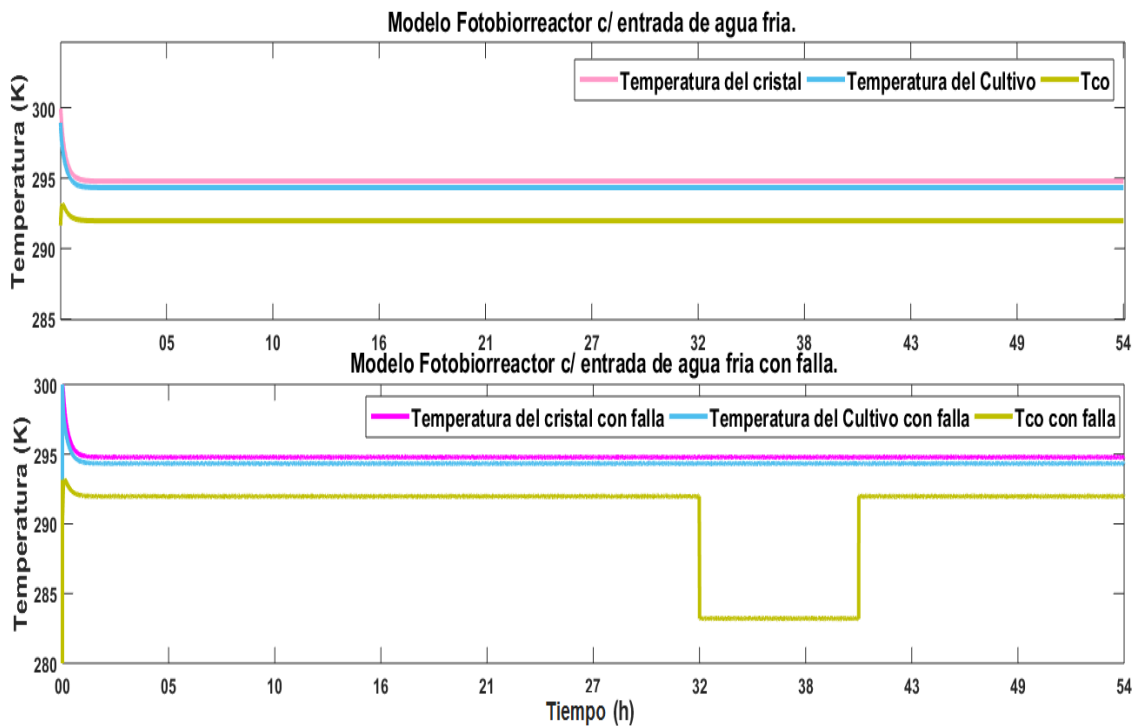
Figura 4.13: Residuos generados.

4.3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO PARA EL FOTOBIORREACTOR.65

Se observa en la figura 4.13, los residuos generados por el sistema diagnóstico, al evaluarlos podemos comprobar que estos no han sobrepasado el umbral seleccionado en la sección 4.2.1, donde este umbral está representado por la línea punteada en color purpura, para considerar que el sensor esta fallado el umbral debe sobrepasar el umbral representado por la línea punteada color gris, por lo tanto el sistema no presenta una falla, pero con la lógica utilizada se dice que el sensor se encuentra descalibrado.

4.3.3. Esquema de diagnóstico considerando falla en el sensor de la temperatura del líquido frío.

- Objetivo:** Detectar y aislar la falla en el sensor de temperatura de líquido frío, utilizando umbrales, de tal forma que al momento que los residuos generados, son evaluados y estos superan el umbral propuesto para cada uno de ellos, se dice que es posible detectar y localizar el sensor fallado
- Características de simulación:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría mantiene constante a $1,9 \times 10^{-6} \frac{m^3}{s}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$. Las condiciones iniciales del modelo se consideraron como: La temperaturas del cristal, $T_c = 300,15K$ y la temperatura del cultivo, $T_s = 300,15K$.

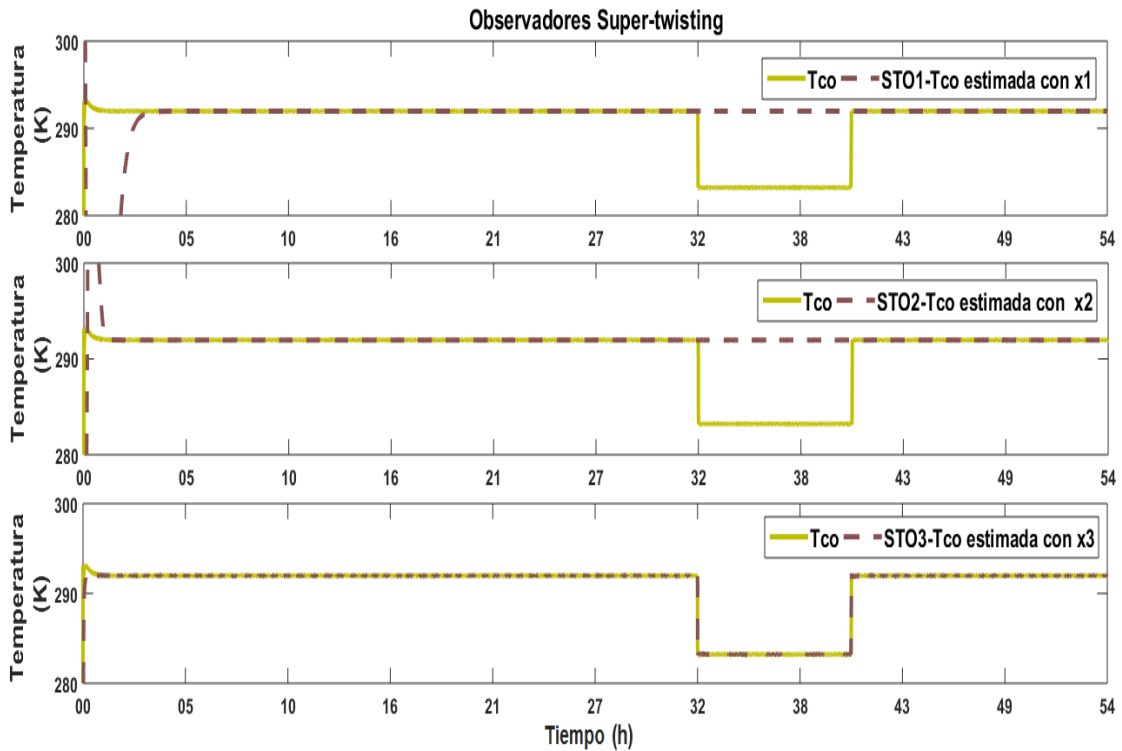


(a) Sistema con falla en el sensor de temperatura del líquido frío.

Figura 4.14: Estimación con el sistema de diagnóstico de la temperatura del líquido frío.

4.3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO PARA EL FOTOBIORREACTOR.67

La figura 4.14 muestra el sistema con una falla abrupta a las 32h del sistema en operación que se mantiene durante 9h en la temperatura del líquido frío, en la Figura 4.7 se presentó el sistema de diagnostico utilizado para detectar fallas en el sensor de temperatura del líquido frío.



(a) Estimación del sistema en presencia de falla.

Figura 4.15: Estimación con el sistema de diagnostico de la temperatura del líquido frío.

En la Figura 4.15 se presentan la estimación del sistema en presencia de falla, las medidas estimadas están representadas por la línea punteada de color gris, mientras que la línea sólida en color verde representa la medida real con falla, se puede notar que dos de las tres salidas estimadas no presentan un comportamiento anómalo y que el observador utilizando la salida medida del líquido frío presenta una discrepancia, por lo tanto se dice que el sensor de temperatura del líquido frío esta presentando un comportamiento inusual, que podría resultar en una falla. Para realizar el análisis de la falla (Ver Figura 4.16) y poder saber que este comportamiento anómalo en el sistema es una falla.

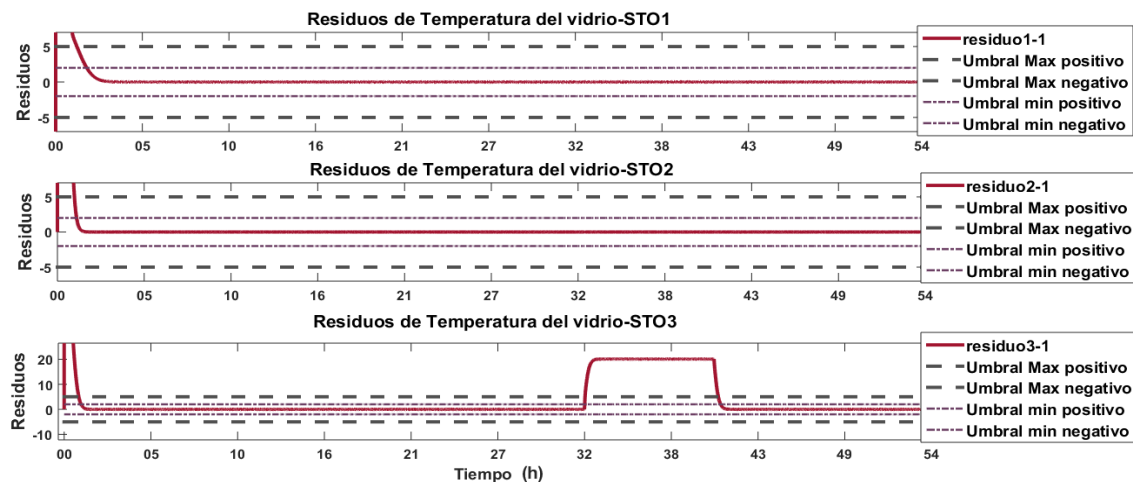
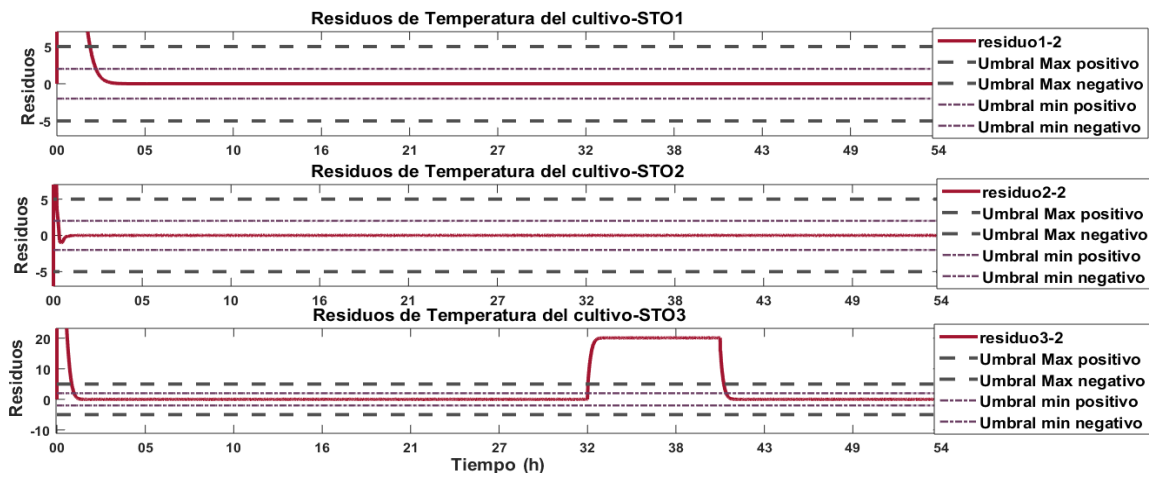
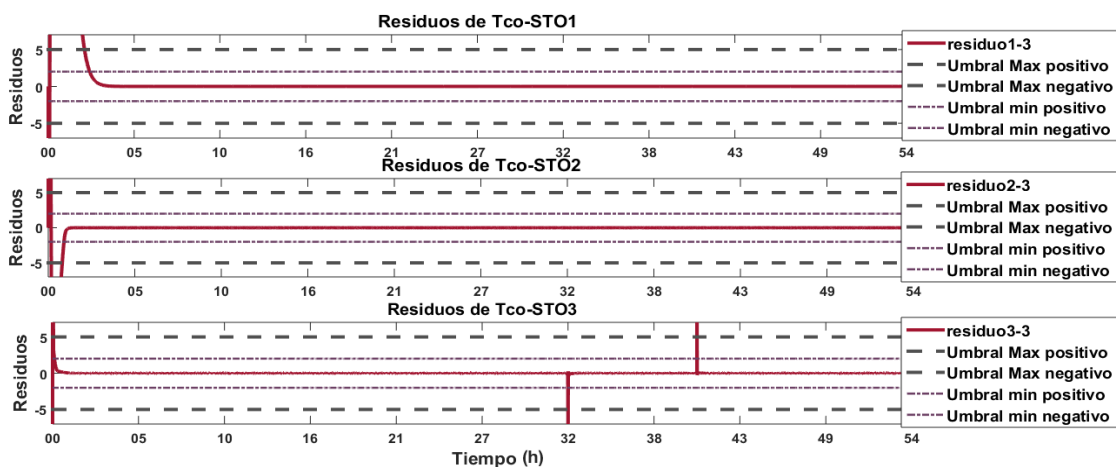
(a) Residuos generados para x_1 (b) Residuos generados para x_2 (c) Residuos generados para x_3

Figura 4.16: Residuos generados.

4.3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE DIAGNÓSTICO PARA EL FOTOBIORREACTOR.69

Para el diagnóstico de la falla se necesita hacer la evaluación de los residuos presentados en la Figura 4.16. Al evaluar los residuos generados por el sistema de diagnóstico, podemos observar que estos han sobrepasados el umbral representativo de una falla representado por el umbral máximo positivo que se muestra con una línea gris punteada, por lo tanto con el criterio utilizado se dice que el sensor del líquido frío presenta una falla.

4.4. Control predictivo basado en modelo

El objetivo general del diseño del control predictivo basado en modelo es calcular una trayectoria futura de la variable manipulada u para optimizar el comportamiento futuro de la salida de la planta (y). La optimización se lleva a cabo dentro de una ventana de tiempo limitada por la información de la planta dada al comienzo de la ventana [Wang, 2009].

Supongamos que tenemos una planta de la forma SISO (una entrada- una salida), descrita por

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (4.1)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (4.2)$$

donde $u \in \mathbb{R}$ es la variable manipulada o variable de entrada; $y \in \mathbb{R}$ es la salida del proceso y x_m es el vector de variables de estado con dimensión n_1 y donde A_m , B_m son de dimensiones apropiadas y forman un sistema LTI (por sus siglas en inglés linear time invariant). La formulación general del modelo espacio estado tiene un término directo de la señal de entrada $u(k)$ a la salida $y(k)$ como

$$y(k) = C_m x_m(k) + D_m u(k) \quad (4.3)$$

Sin embargo el principio de retroceso del horizonte de control donde la información actual de la planta es requerida para la predicción y control, se tiene que asumir que la entrada $u(k)$ no puede afectar a la salida $y(k)$ al mismo tiempo de esto $D_m = 0$ en el modelo de la planta.

Haciendo una diferencia en ambos lados de (4.1), se tiene que

$$x_m(k+1) - x_m(k) = A_m(x_m(k) - x_m(k-1)) + B(u(k) - u(k-1)) \quad (4.4)$$

La diferencia de la variable de estado la denotamos por

$$\Delta x_m(k+1) = x_m(k+1) - x_m(k); \Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1)$$

y la diferencia de la variable de control por

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$$

Estos son los incrementos de las variables de estado $x_m(k)$ y $u(k)$. Con esta transformación, la ecuación de diferencia de espacio estado es

$$\Delta x_m(k+1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \quad (4.5)$$

Note que la entrada del modelo de espacio estado es $\Delta u(k)$. El siguiente paso es conectar $\Delta x_m(k)$ a la salida $y(k)$. Para hacerlo un nuevo vector de variable de estado se selecciona para ser

$$x(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_m(k)^T & y(k)^T \end{bmatrix}^T$$

donde el superíndice T indica matriz transpuesta. Note que

$$\begin{aligned} y(k+1) - y(k) &= C_m(x_m(k+1) - x_m(k)) \\ &= C_m \Delta x_m(k+1) \\ &= C_m A_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Uniendo las ecuaciones (4.5) y (4.6) nos deja el siguiente modelo espacio estado.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_m & O_m^T \\ C_m A_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} O_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde $O_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ tiene el largo de n_1 . Al conjunto de matrices resultantes por simplicidad se manejarán como A,B,C.

A este conjunto de matrices se le llama modelo aumentado, el cual es usado en el diseño del control predictivo,

4.4.1. Control predictivo dentro de una ventana de optimización

El siguiente paso en el diseño de control predictivo es calcular la salida predicha de la planta con la señal de control futura como la variable ajustable. Esta predicción es descrita dentro de la ventana de optimización.

Aquí se considera que el tiempo actual es k_i y el largo de la ventana de optimización es N_p como el número de muestras.

Predicción de las variables de estado y de salida

Asumiendo que el instante de muestreo k_i , $k_i > 0$, el vector de variables de estado $x(k_i)$, el vector de variable de estado $x(k_i)$ está disponible a través de la medición, el estado $x(k_i)$ proporciona información actual de la planta. La trayectoria futura del control se denota por

$$\Delta u(k_i), \Delta u(k_i + 1), \dots, \Delta u(k_i + N_c - 1) \quad (4.8)$$

donde N_c es llamado horizonte de control dictando el número de parámetros que se utilizan para capturar la trayectoria de control futura. Con la información dada por $x(k_i)$, el estado futuro de las variables de estado son predichas por N_p número de muestras, donde N_p es llamado horizonte de predicción. N_p es también el largo de la ventana de optimización. Denotamos las futuras variables de estado como

$$x(k_i + 1|k_i), x(k_i + 2|k_i), \dots, x(k_i + m|k_i), \dots, x(k_i + N_p|k_i) \quad (4.9)$$

donde $x(k_i + m|k_i)$ es la variable de estado predicho como $k_i + m$ con la información

actual de la planta. El horizonte de control N_c se selecciona tal que sea menor o igual al horizonte de predicción.

Basado en el modelo de espacio-estado, las variables de estado futuras son calculadas secuencialmente usando el conjunto de parámetros de control futuros:

$$\begin{aligned}
x(k_i + 1|k_i) &= Ax(k_i) + B\Delta u(k_i) \\
x(k_i + 2|k_i) &= Ax(k_i + 1|k_i) + B\Delta u(k_i + 1) \\
&= A^2x(k_i) + AB\Delta u(k_i) + B\Delta u(k_i + 1) \\
&\vdots \\
x(k_i + N_p|k_i) &= A^{N_p}x(k_i) + A^{N_p-1}B\Delta u(k_i) + A^{N_p-2}B\Delta u(k_i + 1) \\
&\quad + \dots + A^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i + N_c - 1)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

De las variables de estado predichas, las salida predichas son, por sustitución

$$\begin{aligned}
y(k_i + 1|k_i) &= CAx(k_i) + CB\Delta u(k_i) \\
y(k_i + 2|k_i) &= CA^2x(k_i) + CAB\Delta u(k_i) + CB\Delta u(k_i + 1) \\
y(k_i + 3|k_i) &= CA^3x(k_i) + CA^2B\Delta u(k_i) + CAB\Delta u(k_i + 1) + CB\Delta u(k_i + 2) \\
&\vdots \\
y(k_i + N_p|k_i) &= CA^{N_p}x(k_i) + CA^{N_p-1}B\Delta u(k_i) + CA^{N_p-2}B\Delta u(k_i + 1) \\
&\quad + \dots + CA^{N_p-N_c}B\Delta u(k_i + N_c - 1)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Todas las variables predichas son formuladas en términos de la información de la variable de estado actual $x(k_i)$ y el movimiento de control futuro $u(k_i + j)$, donde $j = 0, 1, \dots, N_c - 1$.

Definiendo los vectores

$$\begin{aligned}
Y &= \left[y(k_i + 1|k_i) \ y(k_i + 2|k_i) \ y(k_i + 3|k_i) \ \dots \ y(k_i + N_p|k_i) \right]^T \\
\Delta U &= \left[\Delta u(k_i) \ \Delta u(k_i + 1) \ \Delta u(k_i + 2) \ \dots \ \Delta u(k_i + N_c - 1) \right]^T
\end{aligned}$$

donde en el caso de una entrada una salida (SISO) la dimensión de Y es N_p y la dimensión de Δu es N_c tomamos (4.11) y la compactamos en una matriz de la forma

$$Y = Fx(k_i) + \Phi\Delta U, \quad (4.12)$$

donde

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \vdots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix}; \Phi = \begin{bmatrix} CB & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix}$$

Optimización

Para una señal de referencia (*Set-point*) $r(k_i)$ dada en un tiempo de muestreo k_i , dentro del horizonte de predicción, el objetivo del sistema de control predictivo es llevar a la salida predicha tan cerca como sea posible de la señal de referencia, donde se asume que permanecerá constante en la ventana de optimización. Este objetivo se traduce en el diseño para encontrar el mejor vector de parámetros de control, de tal manera que la función del error entre la referencia y la salida predicha sea reducida al mínimo.

Asumiendo que el vector de datos que contiene a la referencia es

$$R_s^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} r(k_i)$$

donde $\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$ es de el largo de N_p .

Definiendo una función costo J que refleje el objetivo de control como

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (4.13)$$

donde el primer término se designa al objetivo de minimizar el error entre la salida

predicha y la señal de referencia , mientras el segundo término refleja la consideración dada al tamaño de ΔU cuando la función objetivo J esta hecha para ser lo más pequeña posible. \bar{R} es una matriz diagonal en la forma de $\bar{R} = r_w I_{N_c \times N_c}$, ($r_w \geq 0$) donde r_w es usado como parámetro de sintonización para el comportamiento deseado en lazo cerrado.

Para el caso donde $r_w = 0$, la función se interpreta como la situación donde no se presta atención a que tan largo ΔU puede ser y el objetivo sería solamente hacer el error $(R_s - Y)^T(R_s - Y)$ tan pequeño como sea posible. Para el caso donde r_w sea grande, la función costo se interpreta como la situación donde cuidadosamente se considera que tan largo sea ΔU , y cautelosamente reducir el error $(R_s - Y)^T(R_s - Y)$.

Para encontrar la ΔU óptima que minimice J , usando la ecuación (4.12), J se expresa como

$$J = (R_s - Fx(k_i))^T(R_s - Fx(k_i)) - 2\Delta U^T \Phi^T(R_s - Fx(k_i)) + \Delta U^T(\Phi^T \Phi + \bar{R})\Delta U \quad (4.14)$$

De la primera derivada de la función costo J :

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = -2\Phi^T(R_s - Fx(k_i)) + 2(\Phi^T \Phi + \bar{R})\Delta U \quad (4.15)$$

La condición necesaria del mínimo de J es obtenida como

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0$$

de donde encontramos la solución óptima para la señal de control como:

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T(R_s - Fx(k_i)) \quad (4.16)$$

Con la suposición de que $(\Phi^T \Phi + R)^{-1}$ existe. la matriz $(\Phi^T \Phi + R)^{-1}$ en la literatura de optimización es llamada matriz Hessiana. R_s es un vector de datos que contiene la información de la referencia expresado como

$$R_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T r(k_i) = \bar{R}_s r(k_i)$$

donde $\bar{R}_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T$ tiene el largo de N_p .

La solución óptima de la señal de control esta vinculado con la señal de referencia $r(k_i)$ y la variable de estado $x(k_i)$ por la siguiente ecuación.

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T (\bar{R}_s r(k_i) - Fx(k_i)) \quad (4.17)$$

4.4.2. Control de horizonte de retroceso

A pesar de que el vector de parámetros óptimos ΔU contiene los controles $\Delta U(k_i)$, $\Delta u(k_i + 1)$, $\Delta U(k_i + 2)$, \dots , $\Delta U(k_i + N_c - 1)$, con el principio de control de horizonte de retroceso, solo implementamos la primera muestra de esta secuencia, ignorando el resto de la secuencia, cuando el siguiente periodo de muestreo suceda, la medida más reciente es tomada del vector de estados $x(k_i + 1)$ para el cálculo de la nueva secuencia de la señal de control. Este proceso es repetido en tiempo real para darnos la ley de control de horizonte de retroceso.

4.4.3. Sistema de control en lazo cerrado

En un tiempo dado k_i , el vector de parámetros óptimos ΔU se resuelve usando

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} (\Phi^T R_s - \Phi^T Fx(k_i)),$$

donde $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T R_s$ corresponde al cambio de referencia, mientras $-(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T F$ corresponde al control de retroalimentación de estados dentro del marco de referencia del control predictivo. Ambos dependen de los parámetros del sistema, por lo que son matrices constantes para un sistema LTI (de sus siglas en inglés *linear time invariant*), por que del principio de control de horizonte de retroceso, solo tomamos el primer elemento de ΔU en el tiempo k_i como el control incremental, de esto

$$\begin{aligned}\Delta U(k_i) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} (\Phi^T \bar{R}_s r(k_i) - \Phi^T F x(k_i)) \\ &= K_y r(k_i) - K_{mpc} x(k_i)\end{aligned}\quad (4.18)$$

donde el largo de $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ es N_c , K_y es el primer elemento de $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{R}_s$ y K_{mpc} es la primera fila de $(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T F$.

La ecuación (4.18) es la forma estándar lineal e invariante en el tiempo del control de retroalimentación de estado, donde la ganancia de retroalimentación es K_{mpc} . Sin embargo, con el modelo aumentado

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Delta u(k)$$

El sistema en lazo cerrado se obtiene al sustituir (4.18) en la ecuación sistema aumentado, cambiando k_i a k , quedando la ecuación en lazo cerrado

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) - BK_{mpc}x(k) + BK_y r(k) \\ &= (A - BK_{mpc})x(k) + BK_y r(k)\end{aligned}\quad (4.19)$$

Así, los eigenvalores en lazo cerrado pueden ser calculados a través de la ecuación característica de lazo cerrado.

$$\det[\lambda I - (A - BK_{mpc})] = 0$$

Debido a las estructuras especiales de las matrices C y A , la última columna de F es idéntica a \bar{R}_s , la cual es $\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T$, por lo tanto K_y es idéntica al último elemento de K_{mpc} . Nada que con el vector de estado $x(k_i) = \begin{bmatrix} \Delta x_m(k)^T & y(k) \end{bmatrix}^T$, y con la definición de k_y , podemos escribir $K_{mpc} = \begin{bmatrix} K_x & K_y \end{bmatrix}$, donde K_x corresponde a la ganancia de retroalimentación relacionada con $y(k)$. En la Figura 4.17 se muestra el diagrama a bloques de lazo cerrado para el sistema de control predictivo.

Restricciones en las amplitud de la variable de control

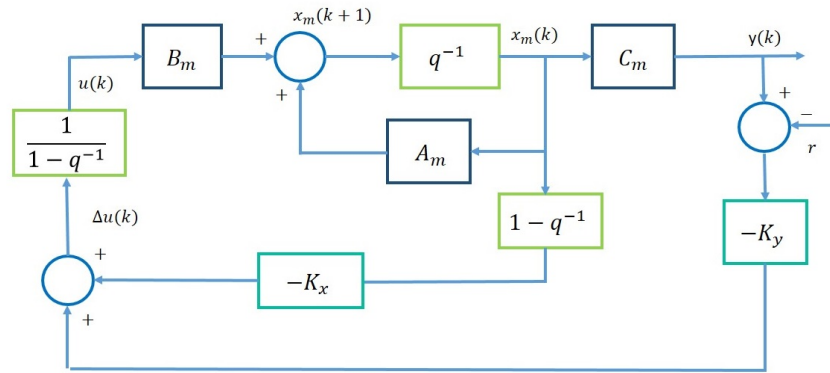


Figura 4.17: Diagrama a bloques del sistema de control predictivo en discreto.

Nosotros no podemos esperar que la válvula abra más del 100 % o tener un voltaje por encima del rango dado. Esta son las restricciones duras en el sistema. Simplemente, exigimos que

$$u^{min} \leq u(k) \leq u^{max}$$

$u(k)$ es una variable incremental, no la variable física. La actual variable de control física es igual a la variable u más el valor en estado estable u_{ss} .

4.5. Desarrollo matemático del control predictivo

Para el diseño del controlador se estableció un horizonte de predicción $Np = 10$ y un horizonte de control de $Nc = 2$, con un $r_w = 10$.

Para desarrollo del sistema de predicción se cuenta con un sistema en tiempo continuo presentado en las ecuaciones (2.13), (2.14) y (2.16), donde el sistema en tiempo discreto es :

$$Ad = \begin{bmatrix} 0,9895 & 0,0101 & 0,0000 \\ 0,0059 & 0,9882 & 0,0057 \\ 0,0000 & 0,0057 & 0,9869 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$Bd = \begin{bmatrix} -0,0000 \\ -0,0113 \times 10^3 \\ -3,9004 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$Cd = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Aplicando la ecuación (4.7) a nuestro sistema, generamos el modelo aumentado, el cual usaremos para el diseño del control predictivo el cual queda como :

$$A = \begin{bmatrix} 0,9895 & 0,0101 & 0,0000 & 0 \\ 0,0059 & 0,9882 & 0,0057 & 0 \\ 0,0000 & 0,0057 & 0,9869 & 0 \\ 0,0059 & 0,9882 & 0,0057 & 1,000 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$B = \begin{bmatrix} -0,0000 \\ -0,0113 \times 10^3 \\ -3,9004 \times 10^3 \\ -0,0113 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Una vez generado nuestro modelo aumentado, procedemos a calcular las matrices F y Φ de la siguiente manera:

$$F = \begin{bmatrix} 0,0059 & 0,9882 & 0,0057 & 1,0000 \\ 0,0174 & 1,9649 & 0,0170 & 1,0000 \\ 0,0346 & 2,9303 & 0,0337 & 1,0000 \\ 0,0572 & 3,8846 & 0,0557 & 1,0000 \\ 0,0852 & 4,8281 & 0,0828 & 1,0000 \\ 0,1185 & 5,7609 & 0,1150 & 1,0000 \\ 0,1568 & 6,6832 & 0,1521 & 1,0000 \\ 0,2001 & 7,5953 & 0,1940 & 1,0000 \\ 0,2483 & 8,4973 & 0,2405 & 1,0000 \\ 0,3013 & 9,3894 & 0,2916 & 1,0000 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0,0113 \times 10^3 & 0 \\ -0,0446 \times 10^3 & -0,0113 \times 10^3 \\ -0,0996 \times 10^3 & -0,0446 \times 10^3 \\ -0,1756 \times 10^3 & -0,0996 \times 10^3 \\ -0,2721 \times 10^3 & -0,1756 \times 10^3 \\ -0,3887 \times 10^3 & -0,2721 \times 10^3 \\ -0,5247 \times 10^3 & -0,3887 \times 10^3 \\ -0,6797 \times 10^3 & -0,5247 \times 10^3 \\ -0,8533 \times 10^3 & -0,6797 \times 10^3 \\ -1,0449 \times 10^3 & -0,8533 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Como se vio anteriormente en la ecuación (4.17) la solución óptima de la señal de control se vincula con la señal de referencia $r(ki)$ y la variable de estado $x(k_i)$. Calculando $\Phi^T \Phi$, $\Phi^T \bar{R}_s$ y $\Phi^T F$, obtenemos:

$$\Phi^T \Phi = \begin{bmatrix} 2,8254 \times 10^6 & 2,2083 \times 10^6 \\ 2,2083 \times 10^6 & 1,7335 \times 10^6 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\Phi^T F = \begin{bmatrix} -0,0829 \times 10^4 & -3,0357 \times 10^4 & -0,080 \times 10^4 & -0,4095 \times 10^4 \\ -0,0647 \times 10^4 & -2,3326 \times 10^4 & -0,0626 \times 10^4 & -0,3050 \times 10^4 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\Phi^T \bar{R} = \begin{bmatrix} -0,4095 \times 10^4 \\ -0,3050 \times 10^4 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Calculando las ganancias en lazo cerrado tenemos:

$$k_y = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \bar{R}_s = \begin{bmatrix} -0,0170 \\ 0,0199 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

donde k_y es el primer elemento de la matriz calculada, por lo tanto

$$k_y = -0,0170$$

$$k_{mpc} = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T F = \begin{bmatrix} -0,0004 & -0,0522 & -0,0004 & -0,0170 \\ 0,0002 & 0,0530 & 0,0002 & 0,0199 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

donde k_{mpc} , es la primera fila de la matriz calculada, por lo tanto

$$k_{mpc} = \begin{bmatrix} -0,0004 & -0,0522 & -0,0004 & -0,0170 \end{bmatrix}$$

Lo que cumple con lo mencionado anteriormente, donde k_y es idéntica al último elemento de k_{mpc} .

4.6. Control MPC SISO

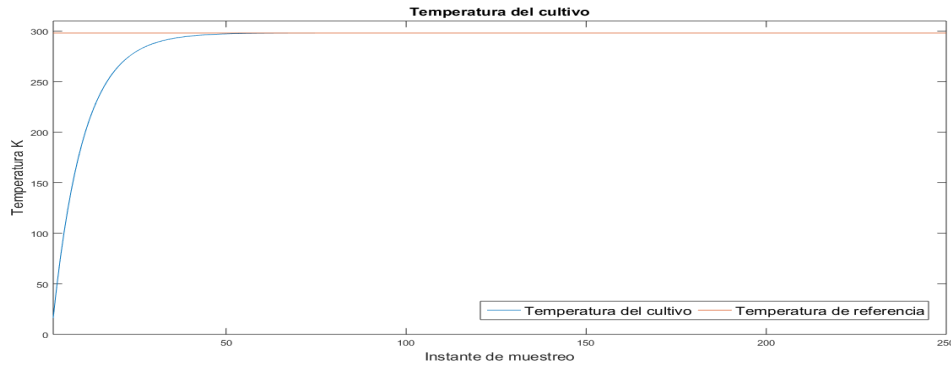
La temperatura de la microalga para lograr el crecimiento óptimo y la máxima producción celular tiene que estar entre los 293.15 K y 303.15 K, que son entre 20°C y 30°C, ya sea una temperatura superior o inferior a ese rango, la tasa de crecimiento decrece, provocando mucho daño al cultivo llevándolo a la muerte celular.

Variaciones de la temperatura en el fotobiorreactor alrededor de los $\pm 5K$ pueden afectar un 20% la producción de la microalga, por consecuencia la máxima productividad se obtiene solo cuando la temperatura es óptima para el crecimiento de las microalgas.

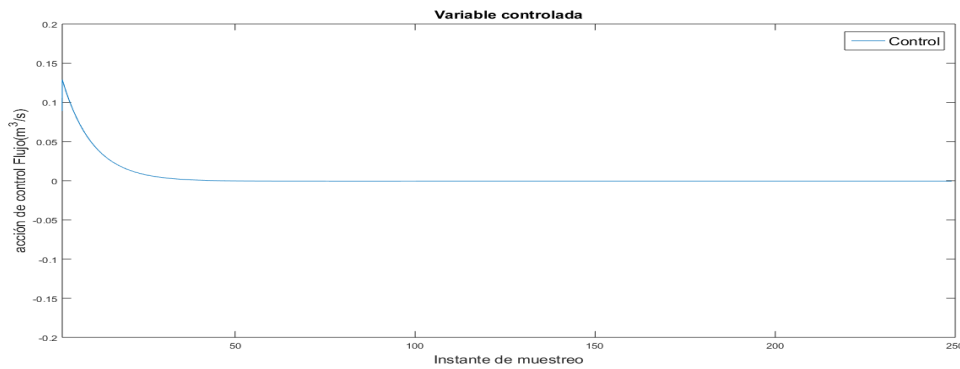
- **Objetivo:** Probar el control predictivo basado en modelo, de la temperatura del cultivo

- **Características de simulación:** El flujo volumétrico de entrada del agua fría mantiene constante a $1,9 \times 10^{-6}$. La temperatura de entrada del flujo frío se mantuvo constante a $290,15K$, así como la radiación total $500 \frac{W}{m^2}$.

- En la Figura 4.15 se presenta el control MPC, para la temperatura del cultivo, las gráficas presentadas son usando el método propuesto por [Wang, 2009], usando el sistema lineal para el control, teniendo como condiciones iniciales 0. Este método garantiza la convergencia del sistema en tiempo finito a la referencia que en este caso es $298,15K$, utilizando un $H_p = 10$ y un $H_c = 2$.



(a) Temperatura del cultivo.



(b) Señal de control

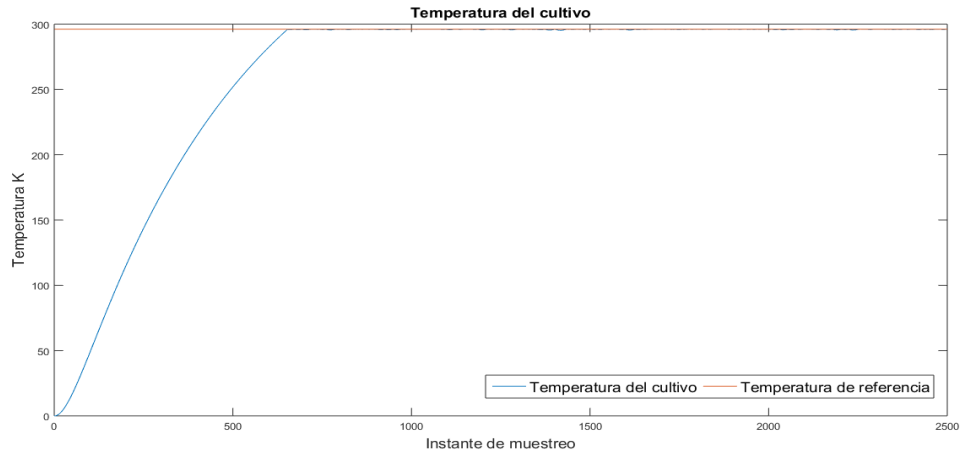
Figura 4.18: Control predictivo para la temperatura del cultivo.

- Observaciones:** En la Figura 4.18 se presenta la respuesta del control MPC sin restricciones aplicado al fotobiorreactor tipo panel plano, en la se logra apreciar como el sistema converge a la referencia, en rojo se muestra el valor deseado y en azul la convergencia del sistema a la referencia con este esquema de control propuesto.

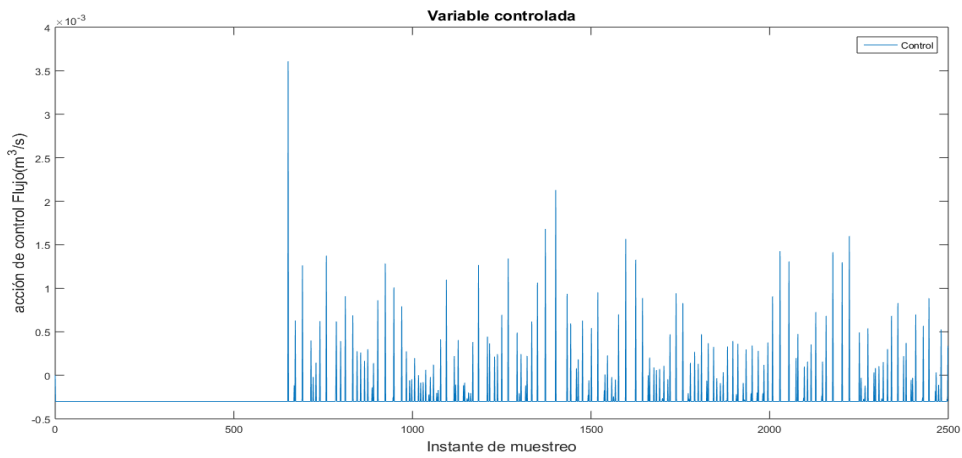
4.6.1. Restricciones

El valor en estado estable de la variable de entrada $5,04 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ y definiendo los límites de variación de la variable de entrada en $0,2 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ y $3,555 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Con los límites de la variable de control y sustrayendo el valor en estado estable del control como $u^{\min} = 3,555 \times 10^{-6} - 3,555 \times 10^{-6} = -1,4850 \times 10^{-6}$ y $u^{\max} = 0,2 \times 10^{-4} - 5,04 \times 10^{-6} =$

$1,4960 \times 10^5$



(a) Temperatura



(b) acción de control

Figura 4.19: Control de temperatura con restricciones.

- En la Figura 4.19 se muestra el control de temperatura aplicando restricciones, las cuales fueron definidas como se muestra

$$\begin{aligned}
 u^{min} &\leq u(k_i) \leq u^{max} \\
 \Delta u &= u^{max} - u(k_i - 1) \text{ y} \\
 \Delta u &= u^{min} + u(k_i - 1)
 \end{aligned}
 \tag{4.33}$$

donde la modificación de superar el efecto de control de saturación es para calcular el valor de $\Delta u(k)$ cuando la saturación es alcanzada, y usar esta información para modificar las variables de estado predichas, en la figura la respuesta del control aplicado al fotobiorreactor, utilizando de condición inicial 0, sin embargo podemos notar cambios en la acción de control en periodos de tiempo cortos, por lo tanto no es factible aplicar este control diseñado, la acción de control presentada, se debe a que no se fue posible encontrar los valores óptimos de las restricciones para poder garantizar una señal de control aceptable.

Conclusiones:

En este capítulo se presenta la aplicación de la teoría de detección y diagnóstico de fallas al fotobiorreactor tipo panel plano, se presenta las condiciones necesarias y suficientes para garantizar la detección y aislamiento de las fallas en sensores. Se presenta la aplicación de los observadores por modos deslizantes *super-twisting* para generar los residuos, y por último poder hacer el análisis de la falla. También se presenta el desarrollo matemático del control de temperatura, un control predictivo basado en modelo.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1. Conclusiones

Este trabajo de tesis se dividió en 4 puntos importantes, el primero sería el modelo matemático del fotobiorreactor de panel plano el cual fue sustraído de la literatura [Goetz *et al.*, 2011], y fue modificado por motivos de control, ya que este modelo no contaba con ninguna entrada de control manipulable por lo tanto se agregó una entrada de agua fría con el propósito de disminuir la temperatura del sistema, la peculiaridad de este sistema es que cuenta con una entrada de calor por radiación el cual, para el desarrollo del control se mantiene constante, la radiación es la principal entrada de calor del fotobiorreactor, gran parte de la energía incidente es absorbida en forma de calor. Una vez que se logró acoplar el sistema y se comprobó que con esta entrada de líquido frío es posible disminuir la temperatura se procedió a linealizar el sistema en un punto de operación, tomando en cuenta las fases de crecimiento de la microalga, en este trabajo en particular, se consideró el tipo de alga *Nannochloropsis Oculata*.

El siguiente punto a considerar fueron el tipo de observadores que se utilizarían para estimar los estados y salidas del sistema, en base a las características que presenta el observador por modos deslizantes de alto orden *Super-twisting*, se procedió al diseño de los observadores y al cálculo de las ganancias que garantizan que el error tienda a cero en

tiempo finito, para la realización de los observadores se consideró que todas las salidas del sistema se encontraban disponibles.

El tercer punto a recalcar de este tema de tesis, es el sistema de diagnóstico de fallas, el cual es una de las aportaciones más importantes de este trabajo de tesis, para el cual se seleccionó banco de observadores dedicados, un esquema tipo DOS, donde todas las entradas del sistema se tienen disponibles, que este caso solo es una, lo cual es una de las razones por las que se utilizó este esquema, porque se tiene sólo una entrada disponible, con este esquema propuesto cada observador es sensible a un sensor diferente, lo cual hizo posible detectar y aislar fallas en el sistema.

Por último con el sistema linealizado propuesto se desarrolló un control predictivo basado en modelo para controlar la temperatura del cultivo, utilizando como variable manipulada el flujo de líquido frío, debido a que solo se cuenta con una entrada de control y tres salidas, el sistema se consideró como SISO, logrando de manera efectiva encontrar la señal de control óptima para el control de la temperatura. También se aplicó al mismo sistema un control predictivo con restricciones en la señal de control $u(k)$ para controlar la temperatura del cultivo el cual logra teóricamente controlar la temperatura, ya que la acción de control resultante al aplicar estas restricciones no serían factibles a la hora de implementarlo.

5.2. Trabajos futuros

Diferentes aspectos pueden seguirse investigando a partir de este trabajo, como se muestra a continuación:

- Implementar otro tipo de intercambiador de calor para el control de la temperatura.
- Diseñar un sistema de control tolerante a fallas para los sensores.
- Diseñar un tipo de observador que permita estimar la mayoría de los parámetros de sistema.

- Diseñar un sistema de control tolerante a fallas para los parámetros del sistema.

Bibliografía

- [Astorga Zaragoza, 2001] Astorga Zaragoza, C. M. (2001). *Techniques avancées d'observation et de commande non-linéaire pour le génie des procédés*. Tesis doctoral, Lyon 1.
- [Becerra-Celis *et al.*, 2008a] Becerra-Celis, G., Hafidi, G., Tebbani, S., Dumur, D., e Isambert, A. (2008a). Nonlinear predictive control for continuous microalgae cultivation process in a photobioreactor. En *Control, Automation, Robotics and Vision, 2008. ICARCV 2008. 10th International Conference on*, pp. 1373–1378. IEEE.
- [Becerra-Celis *et al.*, 2008b] Becerra-Celis, G., Tebbani, S., Joannis-Cassan, C., Isambert, A., y Siguerdidjane, H. (2008b). Control strategy for continuous microalgae cultivation process in a photobioreactor. En *Control Applications, 2008. CCA 2008. IEEE International Conference on*, pp. 684–689. IEEE.
- [Benattia *et al.*, 2014a] Benattia, S., Tebbani, S., y Dumur, D. (2014a). Nonlinear model predictive control for regulation of microalgae culture in a continuous photobioreactor. En *Control and Automation (MED), 2014 22nd Mediterranean Conference of*, pp. 469–474. IEEE.
- [Benattia *et al.*, 2014b] Benattia, S. E., Tebbani, S., Dumur, D., y Selisteanu, D. (2014b). Robust nonlinear model predictive controller based on sensitivity analysis-application to a continuous photobioreactor. En *Control Applications (CCA), 2014 IEEE Conference on*, pp. 1705–1710. IEEE.

- [Boiko *et al.*, 2007] Boiko, I., Fridman, L., Pisano, A., y Usai, E. (2007). Analysis of chattering in systems with second-order sliding modes. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 52(11):2085–2102.
- [Brennan y Owende, 2010] Brennan, L. y Owende, P. (2010). Biofuels from microalgae—a review of technologies for production, processing, and extractions of biofuels and co-products. *Renewable and sustainable energy reviews*, 14(2):557–577.
- [Buehner *et al.*, 2009] Buehner, M. R., Young, P. M., Willson, B., Rausen, D., Schoonover, R., Babbitt, G., y Bunch, S. (2009). Microalgae growth modeling and control for a vertical flat panel photobioreactor. En *American Control Conference, 2009. ACC'09.*, pp. 2301–2306. IEEE.
- [Carbot *et al.*, 2015] Carbot, D., López, M., Escobar, R., Gómez-Aguilar, J., y Hernandez, J. (2015). Comparación entre modelos matemáticos y estimación de coeficientes de transferencia de calor para un intercambiador de calor. *Memorias de XXVI Encuentro nacional de la AMIDIQ*, pp. 3283–3288.
- [Carvalho *et al.*, 2006] Carvalho, A. P., Meireles, L. A., y Malcata, F. X. (2006). Microalgal reactors: a review of enclosed system designs and performances. *Biotechnology progress*, 22(6):1490–1506.
- [Dasgupta *et al.*, 2010] Dasgupta, C. N., Gilbert, J. J., Lindblad, P., Heidorn, T., Borgvang, S. A., Skjanes, K., y Das, D. (2010). Recent trends on the development of photobiological processes and photobioreactors for the improvement of hydrogen production. *international journal of hydrogen energy*, 35(19):10218–10238.
- [Davila *et al.*, 2005] Davila, Jorge and Fridman, Leonid and Levant, Arie and others (2005). Second-order sliding-mode observer for mechanical systems. *IEEE transactions on automatic control*, 50(11):1785–1789.

- [Fernández *et al.*, 2013] Fernández, F. A., Sevilla, J. F., y Grima, E. M. (2013). Photobioreactors for the production of microalgae. *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*, 12(2):131–151.
- [Filali *et al.*, 2012] Filali, R., Tebbani, S., Dumur, D., Diop, S., Pareau, D., y Lopes, F. (2012). Nonlinear predictive control for continuous *Chlorella vulgaris* culture in a photobioreactor. En *Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, pp. 586–591. IEEE.
- [Filippov, 1960] Filippov, A. F. (1960). Differential equations with discontinuous right-hand side. *Matematicheskii sbornik*, 93(1):99–128.
- [García Morales, 2013] García Morales, J. (2013). Diagnóstico de fallas para componentes de un intercambiador de calor empleando el enfoque de observadores en modos deslizantes super-twisting. *CENIDET*, pp. 57–66.
- [Goetz *et al.*, 2011] Goetz, V., Le Borgne, F., Pruvost, J., Plantard, G., y Legrand, J. (2011). A generic temperature model for solar photobioreactors. *Chemical engineering journal*, 175:443–449.
- [Gutiérrez *et al.*, 2008] Gutiérrez, J., Porta-Gándara, M., y Fernández, J. (2008). Passive temperature solar control of an outdoor photobioreactor. *Renewable Energy*, 33(8):1892–1903.
- [Hobson *et al.*, 2003] Hobson, R. S., Clausi, A., Oh, T., y Guiseppi-Elie, A. (2003). Temperature correction to chemoresistive sensors in an e-nose-ann system. *Sensors Journal, IEEE*, 3(4):484–489.
- [Isermann, 2006] Isermann, R. (2006). *Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance*. Springer Science & Business Media.
- [Kunjapur y Eldridge, 2010] Kunjapur, A. M. y Eldridge, R. B. (2010). Photobioreactor design for commercial biofuel production from microalgae. *Industrial & engineering chemistry research*, 49(8):3516–3526.

- [Levant, 1993] Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control*, 58(6):1247–1263.
- [Martínez-Guerra *et al.*, 2001] Martínez-Guerra, R., Diop, S., Garrido, R., y Osorio-Miron, A. (2001). On nonlinear system diagnosis via high-gain observers for bioreactors. En *Control Applications, 2001.(CCA'01). Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on*, pp. 726–731. IEEE.
- [Medina *et al.*, 2012] Medina, J., Pina, V., Nieves, S., Arzola-González, J., y Guerrero, I. (2012). La importancia de las microalgas. *Biodiversitas*, pp. 1–5.
- [Mehlitz, 2009] Mehlitz, T. H. (2009). Temperature influence and heat management requirements of microalgae cultivation in photobioreactors.
- [Ogata, 2001] Ogata, K. (2001). *Modern control engineering*. Prentice Hall PTR.
- [Oviedo y Vargas, 2013] Oviedo, J. y Vargas, A. (2013). Uso de observadores super-twisting para control de biorreactores de tratamiento de agua residual. *Congreso Nacional de Control Automático 2013*, pp. 396–399.
- [Pérez-Estrada *et al.*, 2015] Pérez-Estrada, A., Adam-Medina, M., Rodríguez-Jarquín, J., Martínez-Sibaja, A., y Astorga-Zaragoza, C. (2015). Diagnóstico y aislamiento de fallas basado en observadores por modos deslizantes para un digester anaerobio modelado en l_pv ts.
- [Perruquetti y Barbot, 2002] Perruquetti, W. y Barbot, J.-P. (2002). *Sliding mode control in engineering*. CRC Press.
- [Puig *et al.*, 2004] Puig, V., Quevedo, J., Escobet, T., Morcego, B., y Ocampo, C. (2004). Control tolerante a fallos (parte i): fundamentos y diagnóstico de fallos. *Revista Iberoamericana de automática e informática industrial*, 1(1):15–31.
- [Pulz, 2001] Pulz, O. (2001). Photobioreactors: production systems for phototrophic microorganisms. *Applied microbiology and biotechnology*, 57(3):287–293.

- [Rosas, 2009] Rosas, P. and Alvares, J. (2009). Observación y estimación en tiempo finito de una clase de sistemas no lineales de fase mínima. *Ensenada Baja California, México*, pp. 1–5.
- [Singh y Sharma, 2012] Singh, R. y Sharma, S. (2012). Development of suitable photobioreactor for algae production—a review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(4):2347–2353.
- [Slotine y Li, 1991] Slotine, J.-J. E. y Li, W. (1991). Applied nonlinear control.
- [Tamburic *et al.*, 2014] Tamburic, Bojan and Guruprasad, Supriya and Radford, Dale T and Szabó, Milán and Lilley, Ross McC and Larkum, Anthony WD and Franklin, Jim B and Kramer, David M and Blackburn, Susan I and Raven, John A and others (2014). The effect of diel temperature and light cycles on the growth of *nannochloropsis oculata* in a photobioreactor matrix. *PloS one*, 9(1):e86047.
- [Tarifa y Scenna, 1994] Tarifa, E. E. y Scenna, N. (1994). A real time expert system for fault diagnosis for bioreactors. En *Industrial Electronics, Control and Instrumentation, 1994. IECON'94., 20th International Conference on*, volumen 2, pp. 1425–1427. IEEE.
- [Tebbani *et al.*, 2015] Tebbani, S., Lopes, F., y Celis, G. B. (2015). Nonlinear control of continuous cultures of *porphyridium purpureum* in a photobioreactor. *Chemical Engineering Science*, 123:207–219.
- [Torres *et al.*, 2013] Torres, G. O., Escobar, R., Medina, M. A., Coronado, E. S., Zaragoza, C. A., Peregrino, V. O., y Anguiano, A. T. (2013). Detección y diagnóstico de fallas en sensores aplicado a una columna de destilación mediante un observador adaptable. *Congreso Nacional de Control Automático*.
- [Ugwu *et al.*, 2008] Ugwu, C., Aoyagi, H., y Uchiyama, H. (2008). Photobioreactors for mass cultivation of algae. *Bioresource technology*, 99(10):4021–4028.

- [Vasumathi *et al.*, 2012] Vasumathi, K., Premalatha, M., y Subramanian, P. (2012). Parameters influencing the design of photobioreactor for the growth of microalgae. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(7):5443–5450.
- [Verde *et al.*, 2013] Verde, C., Gentil, S., y Morales-Menéndez, R. (2013). *Monitoreo y diagnóstico automático de fallas en sistemas dinámicos*. Trillas.
- [Vonshak *et al.*, 2001] Vonshak, A., Torzillo, G., Masojidek, J., y Boussiba, S. (2001). Sub-optimal morning temperature induces photoinhibition in dense outdoor cultures of the alga *monodus subterraneus* (eustigmatophyta). *Plant, Cell & Environment*, 24(10):1113–1118.
- [Wang, 2009] Wang, L. (2009). *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*. Springer Science & Business Media.

Capítulo 6

Anexos

6.1. Parámetros del fotobiorreactor.

En la tabla siguiente se muestran los parámetros utilizados para la linealización del sistema:

Tabla 6.1: Parámetros del fotobiorreactor

Parámetro	Valor	Unidad
A	0.014	m^2
Cp_c	4178.82	$\frac{J}{kg}K$
ρ_c	996.9	$\frac{kg}{m^3}$
U	1160	$\frac{W}{m^2}K$
F_c	5.04×10^{-6}	$\frac{m^3}{s}$
am_g	2.6	kg
Cp_g	720	$\frac{J}{kg}K$
S_g	0.33	m^2
α_g	0.05	-
ε_g	0.92	-
τ_g	0.90	-
m_s	0.65	kg
Cp_s	4180	$\frac{J}{kg}K$
S_s	0.33	m^2
α_s	1	-
ε_s	1	-
m_u	12	kg
Cp_u	500	$\frac{J}{kg}K$
S_u	0.05	m^2
α_u	0.58	-

6.2. Parámetros de los observadores *Super-twisting*

Tabla 6.2: Valores de las constantes utilizados para el Observador *super-twisting* con x_1 disponible.

Constantes	Observador STO-1
c_{11}	25.1320
c_{21}	55
c_{12}	6.6044
c_{22}	4
c_{13}	8.7666
c_{23}	7

Tabla 6.3: Valores de las constantes utilizados para el Observador *super-twisting* con x_2 disponible.

Constantes	Observador STO-2
c_{14}	10.4380
c_{24}	7
c_{15}	20.4652
c_{25}	7
c_{16}	8.1886
c_{26}	3.1

Tabla 6.4: Valores de las constantes utilizados para el Observador *super-twisting* con x_3 disponible.

Constantes	Observador STO-3
c_{17}	14.0225
c_{27}	15
c_{18}	11.9242
c_{28}	10
c_{19}	9.3367
c_{29}	5