
Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

Subdirección Académica

Departamento de Ingeniería Electrónica

TESIS DE MAESTRÍA EN CIENCIAS

Diseño de un Control para un Reactor de Bioetanol

presentada por
Ing. Arturo Daniel Robles Gil

como requisito para la obtención del grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Electrónica

Director de tesis
Dr. Manuel Adam Medina

Codirectora de tesis
Dra. Peggy Elizabeth Álvarez Gutiérrez

Cuernavaca, Morelos, México. Julio de 2016.

Cuernavaca, Mor., 24 de junio de 2016.

OFICIO No. DIE/131/2016
Asunto: Aceptación de documento de tesis

DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO
PRESENTE

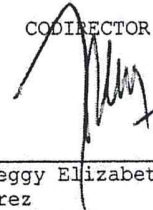
Por este conducto, los integrantes de Comité Tutorial del **C. Arturo Daniel Robles Gil** con número de control **MI4CE079** de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electrónica, le informamos que hemos revisado el trabajo de tesis profesional titulado "**Diseño de un Control para un Reactor de Bioetanol**" y hemos encontrado que se han realizado todas las correcciones y observaciones que se le indicaron, por lo que hemos acordado aceptar el documento de tesis y le solicitamos la autorización de impresión definitiva.

DIRECTOR DE TESIS



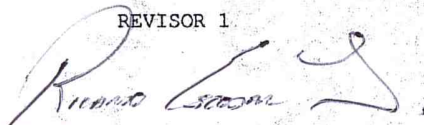
Dr. Manuel Adam Medina
Doctor en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 5992003

COORDINADOR DE TESIS



Dra. Peggy Elizabeth Álvarez
Gutiérrez
Doctora en Ciencias en
Biotecnología de Plantas
Cédula profesional 9263995

REVISOR 1



Dr. Ricardo Fabricio Escobar Jiménez
Doctor en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 7534115

REVISOR 2



Dra. Gloria Lilia Osorio Gordillo
Doctora en Ciencias en Ingeniería
Electrónica
Cédula profesional 7363023

c.c.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Estudiante
Expediente

CMAZ/lrr

Cuernavaca, Mor., 28 de junio de 2016
OFICIO No. SAC/248/2016

Asunto: Autorización de impresión de tesis

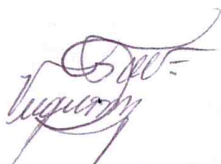
ING. ARTURO DANIEL ROBLES GIL
CANDIDATO AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
PRESENTE

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **“Diseño de un Control para un Reactor de Bioetanol”**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE

“CONOCIMIENTO Y TECNOLOGIA AL SERVICIO DE MEXICO”



DR. GERARDO VICENTE GUERRERO RAMÍREZ
SUBDIRECTOR ACADÉMICO



SEP TecNM
CENTRO NACIONAL
DE INVESTIGACIÓN
Y DESARROLLO
TECNOLÓGICO
SUBDIRECCIÓN
ACADÉMICA

C.p. Lic. Guadalupe Garrido Rivera.- Jefa del Departamento de Servicios Escolares.
Expediente

GVGR/mcr

Dedicatoria

*A todas aquellas personas que estuvieron siempre a mi lado alentándome
pero sobre todo confiando en mi.*

Agradecimientos

A mi madre por haberme inculcado valores que hoy son la base de todo aquello que he podido lograr y que seguiré logrando, por ser una de las personas que fielmente ha confiado en mi sin pedir nada a cambio, por ser mi motivación para seguir luchando día a día y sobre todo por seguir siendo mi ejemplo.

A mis hermanos por haberme ayudado en todo aquello en lo que pudieron.

A mi novia Vianey, "*Ab imo pectore*", por seguir a mi lado a pesar de los momentos malos que hemos pasado, por ser la única persona que tiene la capacidad de hacerme reír sin importar mi estado de ánimo, pero sobre todo por formar parte de mi felicidad.

A mi director y co-directora de tesis por haberme tenido paciencia durante todo este camino recorrido durante la maestría.

A todas aquellas personas que me han ayudado a forjar el carácter que tengo, que ya sea bueno o malo, es el que de alguna forma me a servido para no decaer ante los contratiempos que se han presentado.

A CONACYT por el apoyo económico otorgado para la realización de mis estudios de maestría.

Travesura realizada

Resumen

El caso de estudio es un reactor anaerobio que se encuentra en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez Cuya finalidad es la producción de bioetanol, el mayor impacto del bioetanol es usado como combustible para los automotores. El sistema de control con seguimiento de referencia tiene como objetivo mantener el proceso de producción anaerobia en operación, aún en presencia de perturbaciones.

El modelo que se utiliza para describir la dinámica del sistema considera solamente la fase exponencial y estable del crecimiento microbiano, en estas dos fases considera factores de rendimiento de producto y de biomasa, también considera el efecto inhibitorio del etanol en la biomasa, el cual se deriva del efecto inhibitorio del etanol sobre la actividad de la fermentación de las levaduras, el modelo esta compuesto por tres ecuaciones que describen la cinética de fermentación y dos ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de la temperatura, siendo la ecuación de Arrhenius la que relaciona el efecto de la temperatura sobre la velocidad específica de crecimiento.

Este trabajo se divide en cinco partes principales: la obtención del modelo que representa la dinámica del sistema de producción de bioetanol por lotes, el modelo no lineal se representa mediante un sistema difuso Takagi-Sugeno, un observador difuso Luenberger para estimar los estados medidos y no medidos, el análisis de estabilidad del sistema de producción de bioetanol y finalmente, se presenta un control por seguimiento de referencia con el fin de llevar la temperatura del reactor al valor deseado.

Abstract

The case study is an anaerobic reactor located at the Technological Institute of Tuxtla Gutierrez whose purpose is the production of bioethanol, the biggest impact of bioethanol is used as fuel for motor vehicles. The control system with reference monitoring aims to keep the production process anaerobic operation, even in the presence of disturbances.

The model used to describe the dynamics of only considers the exponential and stable microbial growth phase, these two phases considers factors product yield and biomass, also considers the inhibitory effect of ethanol in biomass system, which derived from the inhibitory effect of ethanol on the activity of the yeast fermentation, the model is composed of three equations describing fermentation kinetics and two equations describing the dynamic temperature behavior, with the Arrhenius equation which relates the temperature effect on the specific growth rate.

This paper is divided into five main parts: the production model representing the system dynamics bioethanol production batch, the nonlinear model is represented by a Takagi-Sugeno, a fuzzy observer Luenberger fuzzy system to estimate the measured states and not measured, the stability analysis system bioethanol production and finally a control is presented by reference tracking in order to bring the reactor temperature to the desired value.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema.	2
1.2. Objetivos.	3
1.2.1. Objetivo General.	3
1.2.2. Objetivos Específicos.	3
1.3. Justificación.	3
1.4. Estado del arte	3
1.5. Organización de capítulos	6
2. Marco teórico	9
2.1. Sistemas difusos Takagi-Sugeno	9
2.1.1. Dinámica de los modelos difusos Takagi-Sugeno	9
2.1.2. Construcción del sistema difuso Takagi-Sugeno	11
2.1.2.1. Enfoque mediante el sector no lineal	11
2.1.2.2. Linealización	13
2.1.3. Observabilidad	14
2.2. Observador Luenberger	15
2.2.1. Observadores de estado para sistemas lineales	15
2.2.1.1. Observador de Orden completo	15
2.3. Análisis de estabilidad para sistemas lineales	17
2.4. Control de salidas con valor constante no nulo	18
2.4.1. Inserción de un precompensador	19
3. Modelo del reactor por lotes para la producción de bioetanol	21
3.1. Proceso de fermentación	21
3.2. Modelo matemático no lineal del sistema de producción de bioetanol	24
4. Sistema Difuso Takagi-Sugeno	30
4.1. Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol	30
4.2. Conclusiones	36
5. Estimación del sistema difuso Takagi-Sugeno	37
5.1. Observador difuso Luenberger	38
5.2. Conclusión.	46
6. Análisis de estabilidad por retroalimentación de estados del sistema difuso Takagi-Sugeno estimado	47
6.1. Método directo de Lyapunov	48
6.2. Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol	49
6.3. Conclusión.	57
7. Diseño de un control de seguimiento para un reactor por lotes bajo representación Takagi-Sugeno	59

8. Conclusiones Generales	67
8.1. Logros	68
8.2. Trabajos futuros	68
A. Sistema Difuso Takagi-Sugeno del sistema de producción de bioetanol mediante el sector no lineal	73
B. Observabilidad del Sistema Difuso Takagi-Sugeno	81
C. Sistema Difuso Takagi-Sugeno del sistema de producción de bioetanol mediante el sector no lineal con ocho modelos lineales locales	83
D. Controlabilidad del sistema difuso Takagi-Sugeno estimado	88

Índice de figuras

1.1. Organización de los capítulos que conforman este trabajo de tesis.	8
2.1. Sector global del sistema no lineal.	12
2.2. Sector local del sistema no lineal.	12
2.3. Esquema de un observador de estados de orden completo.	16
2.4. Diagrama de bloques del sistema de control de seguimiento de referencia.	20
3.1. Las dos fases de la glucólisis	23
3.2. Posibles destinos catabólicos del piruvato producido en la glucólisis.	24
3.3. Estructura de un sistema de producción de bioetanol por lote.	25
3.4. Cinética de crecimiento [Najafpour, 2007].	25
3.5. Comparación de la cinética de crecimiento de la biomasa entre los datos experimentales [Godia et al., 1988] y el modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	28
3.6. Producción de bioetanol y consumo de sustrato entre los datos experimentales [Godia et al., 1988] y el modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	28
3.7. Temperatura del reactor y de la chaqueta.	29
4.1. Cinética de crecimiento de la biomasa del modelo difuso T-S y el modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	33
4.2. Concentración de bioetanol y consumo de sustrato del modelo difuso T-S y el sistema no lineal	33
4.3. Comparación de la dinámica de la temperatura de la chaqueta del sistema difuso T-S y el sistema no lineal.	34
4.4. Temperatura del reactor del sistema difuso T-S y el sistema no lineal.	34
4.5. Funciones de pertenencia de cada regla difusa	35
4.6. Suma de las funciones de pertenencia.	35
5.1. Cinética de crecimiento de la biomasa del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	40
5.2. Concentración de bioetanol y consumo de sustrato del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	40
5.3. Temperatura de la chaqueta del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	41
5.4. Temperatura del reactor del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.	41
5.5. Funciones de pertenencia para cada regla difusa del sistema difuso T-S con ocho modelos lineales locales.	42
5.6. Funciones de pertenencia para cada regla difusa del observador difuso Luenberger.	44
5.7. Error Dinámico entre el observador y el sistema no lineal.	44
5.8. Concentración de biomasa del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.	44
5.9. Concentración de bioetanol y consumo de sustrato del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.	45
5.10. Temperatura de la chaqueta del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.	45

5.11. Temperatura del reactor del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.	46
6.1. Diagrama de bloques de la estabilidad por retroalimentación de estados.	48
6.2. Concentración de biomasa del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger. . .	54
6.3. Concentración de etanol y sustrato del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger. . .	55
6.4. Comparación de la temperatura del reactor entre el sistema difuso T-S y observador difuso Luenberger.	55
6.5. Comparación de la temperatura de la chaqueta entre el sistema no lineal y observador difuso Luenberger.	56
6.6. Señal de control que estabiliza al sistema de producción de bioetanol.	56
6.7. Error dinámico de los estados estimados.	57
6.8. Funciones de pertenencia para cada regla difusa del observador con cuatro modelos lineales locales.	57
7.1. Diagrama de bloques del sistema de control de seguimiento de referencia de un sistema de producción de etanol en un reactor batch.	60
7.2. Concentración de biomasa del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol 30°C.	61
7.3. Concentración de etanol y sustrato del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol 30°C.	61
7.4. Temperatura del reactor y chaqueta del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol 30°C.	62
7.5. Señal de control	62
7.6. Error dinámico entre observador y el sistema no lineal, con una temperatura en el reactor de 30 °C.	63
7.7. Funciones de pertenencia para cada regla difusa con una temperatura en el reactor de 25 °C.	63
7.8. Concentración de biomasa del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol a 25°C.	64
7.9. Concentración de etanol y sustrato del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol a 25°C.	64
7.10. Temperatura del reactor y chaqueta del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol a 25°C.	64
7.11. Señal de control.	65
7.12. Funciones de pertenencia difusa con una temperatura en el reactor de 25 °C.	65
7.13. Error dinámico entre el observador y sistema no lineal, con una temperatura en el reactor de 25 °C.	66

Índice de tablas

3.1. Valores de los parámetros del modelo de reactor por lotes para la producción de etanol [Lawrynczuk, 2008].	27
3.2. Condiciones iniciales de operación del sistema de producción de bioetanol.	27
4.1. Condiciones iniciales de operación del sistema no lineal y el sistema difuso T-S.	35
4.2. Error cuadrático medio.	36
5.1. Condiciones iniciales de operación del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger.	43

Nomenclatura

A_T	Área de Transferencia m^2 .
A_1, A_2	Factor pre exponencial en la ecuación de Arrhenius.
C_{ag}	Capacidad calorífica del líquido refrigerante $Jg^{-1}K^{-1}$.
C_r	Capacidad calorífica de la masa de reacción $Jg^{-1}K^{-1}$.
c_x	Concentración de Biomasa (g/l)
c_s	Concentración de Sustrato (g/l).
c_p	Concentración de Producto (Etanol), (g/l)
E_{a1}, E_{a2}	Energía de activación para el crecimiento, respectivamente.
T_r	Temperatura del Reactor $^{\circ}C$
T_{ag}	Temperatura de la chaqueta $^{\circ}C$
$T_{in,ag}$	Temperatura de entrada a la chaqueta $^{\circ}C$
y_c	Temperatura del setpoint $^{\circ}C$
ρ_{ag}	Densidad del líquido de enfriamiento (g/l).
F_{ag}	Flujo del líquido de enfriamiento lh^{-1} .
K_p	Constante de inhibición del crecimiento del etanol (g/l).
K_{p1}	Constante de inhibición de la fermentación del etanol (g/l).
K_s	Constante del crecimiento del sustrato (g/l).
K_{s1}	Constante del sustrato para la producción de bioetanol (g/l).
K_T	Coefficiente de transferencia de calor $Jh^{-1}m^{-1}K^{-1}$.
R_{SX}	Factor de rendimiento Sustrato-Biomasa.
R_{SP}	Factor de rendimiento Sustrato-producto (Etanol).
V_{ag}	Volumen de la chaqueta (l).
V	Volumen del reactor (l).
μ_0	Velocidad específica de crecimiento h^{-1} .
v_m	Velocidad específica de la fermentación h^{-1} .
ρ_r	Densidad de la masa de reacción (g/l).
R	Constante universal de los gases igual a $8.31 Jmol^{-1}K^{-1}$

Siglas

LMI's	Linear Matrix Inequality (Desigualdades matriciales lineales)
T-S	Takagi-Sugeno
GAS	Globally Asymptotically Stable (Gloalmente asintóticamente estable)
SeDuMi	Self-Dual-Minimization (Auto-dual-minimización)

Capítulo 1

Introducción

El bioetanol se produce por la fermentación de los azúcares contenidos en la materia orgánica de las plantas. En este proceso se obtiene el alcohol hidratado, con un contenido aproximado del 5 % de agua, que tras ser deshidratado se puede utilizar como combustible. El bioetanol mezclado con la gasolina produce un biocombustible de alto poder energético con características muy similares a la gasolina pero con una importante reducción de las emisiones contaminantes en los motores tradicionales de combustión.

Dentro de los procesos de fermentación, las levaduras son los microorganismos más utilizados para la producción de etanol por la vía fermentativa, debido a su alta productividad en la conversión de azúcares a bioetanol y a que se separan mejor después de la fermentación. Además, la producción de toxinas es muy inferior a la de otros microorganismos. Entre las especies más utilizadas están: *Saccharomyces cerevisiae*, *S. ellipsoideus*, *S. anamensisi*, *Candida seudotropicalis*, *S. carlsbergensis*, *Kluyveromyces marxianus*, *Candida bytyrii*, *Pichia stipatis*, *Schizosaccharomyces pombe* y *Pichia membranaefaciens* [Dacosta, 2007].

Para muchas levaduras en un medio adecuado, la fermentación significa la conversión de hexosas, principalmente glucosa, fructosa, manosa y galactosa, en ausencia de aire, en productos finales, tales como bioetanol ($2C_2H_5OH$) y dióxido de carbono (CO_2) [Quintero Ramírez, 1981].

Al realizar un proceso de fermentación alcohólica las consideraciones que se deben de tomar en cuenta principalmente, son la concentración de sustrato (glucosa), la concentración de biomasa, la concentración de bioetanol, la temperatura de crecimiento de la levadura, la liberación del (CO_2) generado durante la fermentación, el pH, etc., siendo la temperatura del reactor una variable que se puede considerar para la aplicación de un control de temperatura, debido a que la temperatura puede repercutir en el crecimiento de la biomasa y además es una de las variables del sistema que puede medirse en línea.

Desde el punto de vista de control los reactores de producción de bioetanol son capaces de operar

en lazo abierto, sin embargo, en este proceso existen diferentes variables que deben ser reguladas para una eficiente producción de bioetanol, la temperatura es una condición básica que debe ser controlada para el adecuado desarrollo del proceso de fermentación alcohólica, ya que de ésta depende la velocidad de crecimiento de la biomasa, es por ello, la importancia de introducir un sistema de control en lazo cerrado que sea capaz de manipular la temperatura del reactor y así tener un proceso de fermentación adecuado para la producción de bioetanol.

El sistema de control en lazo cerrado cuenta con un actuador y varios sensores; la bomba que introduce el flujo de alimentación de la chaqueta en el reactor por lotes, la cual se podría ver como un actuador, y los sensores que miden variables importantes como la temperatura del reactor y de la chaqueta, medidor de pH, oxígeno disuelto, presión, etc., mientras que por otra parte, no existen sensores para la medición en línea de la concentración de biomasa, bioetanol y sustrato.

El tema central de este trabajo es el diseño de una ley de control que logre satisfacer el problema de regulación de la temperatura de un reactor por lotes, para el adecuado desarrollo de un proceso de producción de bioetanol; el cual puede ser representado mediante ecuaciones diferenciales que describan el comportamiento dinámico del sistema, y mediante la unión de las ecuaciones obtener un modelo matemático no lineal. En el desarrollo del modelo de sistemas no lineales, este trabajo muestra una metodología mediante el uso de una representación de los sistemas difusos tipo T-S, para hacer frente a las no linealidades de un proceso de fermentación alcohólica. El modelado mediante sistemas difusos T-S otorga un sistema a través de un conjunto de modelos lineales locales que corresponden a cada regla difusa derivada de las funciones de ponderación.

1.1. Planteamiento del problema.

El modelo matemático no lineal que representa el comportamiento dinámico del sistema de producción de bioetanol presenta complejidades cinéticas en el proceso de fermentación, por lo tanto, trabajar con el sistema no lineal del reactor por lotes representa un verdadero reto de control, ya que, el proceso tiene poco margen de maniobra.

Controlar un proceso de fermentación alcohólica por lotes en el que se usa un microorganismo con complejidades cinéticas hace que el sistema modelado presente dinámicas no lineales; por lo tanto, si fuese inadecuado el comportamiento de la cinética de fermentación debido al mal desempeño del controlador podría resultar en una respuesta tardía y por consecuencia desastrosa.

Se requiere diseñar un sistema que pueda representar y operar en todo el espacio del sistema no lineal, además la estrategia de control diseñada a partir del sistema que represente la dinámica del sistema no lineal tiene que ser capaz de cumplir con las necesidades del proceso de producción de bioetanol.

1.2. Objetivos.

1.2.1. Objetivo General.

Diseñar un controlador para un reactor por lotes de bioetanol con tanque agitado a partir de un modelo difuso Takagi-Sugeno.

1.2.2. Objetivos Específicos.

- Proponer un modelo matemático a través del balance de materia y energía de un reactor por lotes para la producción de bioetanol.
- Validar el modelo matemático no lineal del reactor por lotes.
- Obtener el modelo difuso Takagi-Sugeno a partir del modelo matemático no lineal del sistema de producción de bioetanol.
- Seleccionar la estrategia de control adecuada al modelo Takagi-Sugeno del reactor de bioetanol.
- Diseñar una ley de control para un reactor de bioetanol.
- Comprobar la ley de control aplicada al reactor de bioetanol mediante simulación.

1.3. Justificación.

Debido al interés en fuentes de energía alternativas y renovables, que aporten de manera positiva al medio ambiente; se considera que existe una necesidad de generar conocimiento y tecnología sobre la producción de las mismas y en particular en la producción de bioetanol con el uso de reactores por lote; es por eso que el presente proyecto de investigación resultará con una aportación valiosa en el área de investigación tanto de la parte de control automático como al área de ingeniería de procesos.

El desarrollo de nuevas tecnologías de control a través de dispositivos más pequeños y versátiles, como procesadores de señales digitales, generan la oportunidad de implementar técnicas de control como la lógica difusa. Los controladores difusos han logrado hacer frente a los problemas de control, cuando los controladores clásicos, no logran controlar los sistemas no lineales, que presentan problemas de desempeño en todo el rango de operación.

1.4. Estado del arte

Para lograr los objetivos planteados, se hará una revisión del estado del arte en diferentes temas que son clave para el diseño de un controlador para un sistema de producción de bioetanol.

Primero, al tener como caso de estudio un reactor por lotes para bioetanol, se aborda el tema de crecimiento microbiano y los diferentes modelos propuestos en la literatura. Por lo tanto, se tiene que [Aiba, 1968, Herrera et al., 2009, Roels, 1982], plantearon desarrollos matemáticos sobre el efecto inhibitorio del bioetanol en una fermentación por lotes cuando la glucosa es el sustrato limitante, así mismo; además describen el efecto inhibitorio del bioetanol sobre el crecimiento de la biomasa y el efecto inhibitorio del etanol sobre la actividad de fermentación, y además, también consideran el cálculo de un patrón de cinética de las células de levadura. El modelo de la cinética de reacción que se describió fue validado mediante experimentos por [Godia et al., 1988] a diferentes concentraciones de sustrato y considerando en cada experimento una temperatura de 30 °C, además en este mismo artículo [Godia et al., 1988], se propone otro modelo basado en [Aiba, 1968] pero agregando un término que representa la inhibición del bioetanol y otro para la biomasa que refleja la auto-inhibición durante el crecimiento.

En [Lawrynczuk, 2008] se presenta el modelo propuesto por [Aiba, 1968], pero en este caso, se considera un reactor en continuo para la producción de bioetanol, por lo tanto, las ecuaciones que conforman el modelo del reactor por lotes, se le agrega un término que describe el flujo de entrada al reactor tanto de la biomasa, el sustrato y el producto. También consideran que el reactor en continuo tiene una chaqueta con la cual controlan la temperatura del reactor, las ecuaciones que describen la dinámica de la temperatura de la chaqueta y el reactor, fueron propuestas por [Luyben, 1969], en la ecuación que describe la dinámica de la temperatura se considera la diferencia entre la temperatura en el flujo de alimentación al reactor y la temperatura dentro del reactor, también considera la dependencia de la temperatura en una reacción química a través de la ecuación de Arrhenius (ecuación expresada en [Flynn, 1997]), también en estas ecuaciones se representa la tasa de cambio entre la temperatura del reactor y de la chaqueta, mientras que la dinámica de la temperatura de la chaqueta está en función de la pérdida de temperatura de la chaqueta con respecto a la temperatura del flujo de alimentación.

En los artículos [Lendek et al., 2010, Ohtake et al., 2001, Tanaka and Wang, 2001], se conservan las no linealidades del sistema evitando la linealización del modelo en ciertos puntos de operación. El objetivo de un sistema difuso T-S, es conservar el comportamiento global o local no lineal del sistema mediante un conjunto de modelos locales o subsistemas, acotando al sistema difuso a una región de operación mediante la elección de las no linealidades del sistema.

Un sistema es observable si la matriz de observabilidad es de rango completo, es decir, todos los estados de un sistema pueden ser observados si todas las filas de la matriz de observabilidad son linealmente independientes [Ogata, 2010], entonces si en el sistema de producción de bioetanol no se pueden medir todas las variables, la solución para obtener información de las variables del sistema, es estimar los estados medidos y no medidos, entonces se utilizará una extensión de la teoría de

control lineal aplicada a diferentes trabajos donde estiman el sistema utilizando observadores difusos Luenberguer [Palm and Driankov, 2001, Lendek et al., 2010, Ma et al., 1998].

En la literatura existe una gran cantidad de controladores aplicados a los sistemas de producción de bioetanol por lotes que han abordado este tema de estudio [Luyben, 1969, Bequette, 1998, Caccavale, 2011, Shinsky, 1988], mediante el uso de técnicas clásicas de control, como controladores PID y PI [Pérez, 2003], pero existen pocos que han sido aplicados a reactores por lotes o continuos representados por sistemas difusos T-S [Lawrynczuk, 2008, Nagy, 2007]; en estas dos referencias presentan un control predictivo basado en modelo lineal y no lineal respectivamente, aplicado a un reactor en continuo.

En [Ma and Sun, 2000] se presenta un sistema difuso T-S de un modelo dinámico descrito por reglas difusas Si-Entonces:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x)\end{aligned}\tag{1.1}$$

Donde $x \in R^n$ es el vector de estados, $y \in R^p$ es el vector de las salidas, $u \in R^k$ es el vector de entradas, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times k}$, $C \in R^{p \times n}$ son matrices que contienen los parámetros del sistema y las funciones de pertenencia $w_i(z)$.

En (1.1) representa localmente lineal la relación entrada salida del sistema no lineal. La señal de referencia la cual es seguida por la salida de la planta controlada, es $y_r(t)$. Por cada modelo local lineal, el error de seguimiento puede ser representado por:

$$e_i(t) = y_r(t) - y(t)\tag{1.2}$$

Y el error de seguimiento total del sistema es

$$e(t) = \sum_{i=1}^m \mu_i e_i(t) = y_r(t) - y(t)\tag{1.3}$$

Entonces se obtiene

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [y_r(t) - y(t)] = 0\tag{1.4}$$

Puede ser llamado como problema de seguimiento sin error estático.

Entonces el sistema local lineal controlado (1.1) es secuencialmente conectado con un modelo de referencia de la forma

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= A_c x_c(t) + B_c e(t) \\ y_c(t) &= x_c(t)\end{aligned}\tag{1.5}$$

Donde

$$A_c = \text{bloque - diagonal} \left\{ \underbrace{A \quad A \quad \dots \quad A}_p \right\}$$

$$B_c = \text{bloque - diagonal} \left\{ \underbrace{B \quad B \quad \dots \quad B}_p \right\}$$

Y

$$A = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \vdots & & I_{l-1} & \\ 0 & & & \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & \dots & -\alpha_{l-1} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Entonces conectando (1.1) y (1.5) se tiene el siguiente sistema

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -B_c C_i & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (1.6)$$

Donde para cada modelo local, existe un lazo de control por retroalimentación de estados de la forma:

$$u(t) = - \begin{bmatrix} K_i & K_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_C(t) \end{bmatrix}$$

Con $i = 1, 2, \dots, m$ y m es igual al numero de modelos locales que conforman al sistema difuso T-S.

1.5. Organización de capítulos

Los capítulos están organizados asumiendo que el lector se esté familiarizando con temas relacionados a procesos biológicos fermentativos, teoría de control, sistemas difusos Takagi-Sugeno, estimación de estados mediante observadores difusos y análisis de estabilidad de sistemas difusos Takagi-Sugeno.

El segundo capítulo describe ciertos conceptos preliminares que serán de gran ayuda en los capítulos posteriores. La sección 2.1 discute sobre los sistemas Takagi-Sugeno, los métodos de modelado y las propiedades para el diseño del sistema difuso; este tema es de gran importancia ya que se hará control con seguimiento de referencia basado en modelo además de explorar esta técnica de modelado será una aportación en este trabajo de tesis. La estimación de las variables del sistema se realiza mediante observadores, es por eso que se muestra la metodología del diseño de un observador difuso Luenberger,

además se propone un análisis de estabilidad para el sistema estimado, el cual permite estabilizar las variables de estado del sistema que pueden ser controladas y posteriormente se describe la metodología del control con seguimiento de referencia.

En el tercer capítulo, se da a conocer el objeto de estudio de este trabajo de tesis y la obtención del modelo utilizado en esta investigación. La descripción del modelo incluye los conceptos básicos sobre el modelado de bioprocesos, así como la descripción del proceso de producción de bioetanol, funcionamiento del reactor.

El cuarto capítulo, se muestra una forma de aproximarse al comportamiento dinámico no lineal del sistema de producción de bioetanol mediante un sistema difuso Takagi-Sugeno, el cual se conforma de modelos lineales locales que son interpolados mediante funciones de pertenencia.

El quinto capítulo describe el observador que se empleó en la unidad de diagnóstico y detección de fallas, describiendo todo el diseño del mismo. De igual manera se muestran resultados del observador aplicado al modelo del caso de estudio, estimando las variables de estado en diferentes escenarios de operación del sistema.

En el sexto capítulo, se presenta un análisis de estabilidad para los sistemas difusos Takagi-Sugeno, en este capítulo también se demuestra que el objeto de estudio tiene solamente dos variables de estado que pueden ser controladas, es por eso que son los únicos dos estados del modelo que pueden ser estabilizados.

Por último en el séptimo capítulo, se presenta la estrategia de control por seguimiento de referencia, para lograr llevar a la temperatura del reactor al valor deseado en el que se realiza el proceso de fermentación, este control muestra la eficiencia del controlador para llevar la temperatura del reactor en pocas horas a la señal de referencia (ver Figura 7.4).

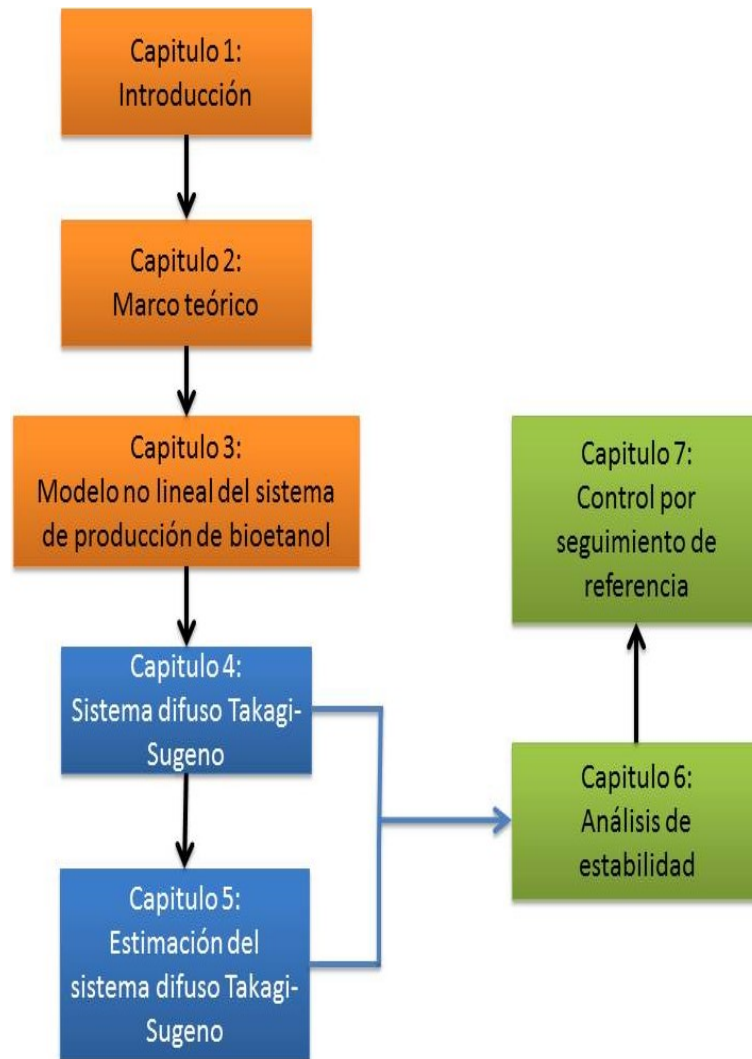


Figura 1.1: Organización de los capítulos que conforman este trabajo de tesis.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Sistemas difusos Takagi-Sugeno

Los sistemas lineales invariantes en el tiempo han dominado el área de control [Amström and Wittenmark, 2013, Franklin et al., 1998, Kailath et al., 2000]. Las propiedades de estos sistemas hacen que el análisis y diseño de controladores u observadores, sea más sencillo. La desventaja es que estos sistemas no describen la no linealidad global del sistema, sólo son válidos en una vecindad que rodea a un punto de equilibrio. En el área de multimodelos, los sistemas difusos T-S pueden aproximarse a la dinámica de los sistemas no lineales, en una zona acotada por las no linealidades.

Los sistemas T-S se basan en reglas difusas IF-THEN, los cuales representan relaciones locales lineales de entrada y salida de un sistema no lineal (Wang et al. 1996). La principal característica de un modelo T-S es expresar la dinámica local de cada implicación difusa (regla) por un modelo lineal, válido localmente en una región correspondiente. El modelo difuso global se consigue mediante una combinación de los modelos locales lineales interpolados por las funciones de pertenencia.

Aunque los modelos locales son lineales, la estabilidad de estos modelos locales no asegura la estabilidad global del modelo difuso. Por lo tanto, existen condiciones de estabilidad que han sido desarrollados para sistemas T-S, planteando la solución como un problema de LMI's [Lendek et al., 2010, Tuan et al., 2001, Wang et al., 1996, Tanaka and Wang, 2001].

2.1.1. Dinámica de los modelos difusos Takagi-Sugeno

Los modelos difusos T-S representan la dinámica del sistema no lineal. Por lo tanto, la dinámica del sistema no lineal está dada por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, \theta) \\ y &= h(x, \varsigma) \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde f es una función no lineal suave que representa el modelo de estado y que describe la evolución de las variables de estado a través del tiempo, h es una función no lineal suave de medición que relaciona a las variables de estado medidas, $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ es el vector de variables de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de entrada, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ es el vector de salida, θ y ς representan vectores de parámetros constantes u otras variables exógenas de dimensión conocida, que actúan sobre el sistema.

Un sistema TS que representa o aproxima al sistema no lineal (2.1) mediante modelos lineales locales, se expresa como un conjunto de i -ésimas reglas que se describen como:

Modelo de regla i -ésima:

Si $z_1(t)$ es Z_1^i y ... y $z_p(t)$ es Z_p^i entonces

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C_i x(t) \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

donde $z_j, j = 1, 2, \dots, p$, representan las variables de programación y p es el número de elementos no constantes del sistema, las cuales de acuerdo a su valor determinan el grado en que las reglas son activadas; Z_p^i es el conjunto difuso y r es el número de reglas; $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de variables de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $y(t) \in \mathbb{R}^q$ es el vector de salida, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C_i \in \mathbb{R}^{q \times n}$; cada ecuación lineal representado por $A_i x(t) + B_i u(t)$ es llamado un submodelo. Las variables de programación son usualmente seleccionadas como un subconjunto de estados, entradas, salidas, u otras variables exógenas en el sistema, o también pueden ser funciones de los estados, entradas, salidas, o variables exógenas.

El valor de la variable de programación z_j , que pertenece a un conjunto difuso Z_j^i , es dado por el valor verdadero de una función de pertenencia $w_{ij} : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$. Para la obtención del valor verdadero, [Kruse et al., 1994] se utiliza el operador de conjunción mínimo

$$\varphi_i(z) = \min_j \{w_{ij}(z_j)\}$$

O del producto algebraico

$$\varphi_i(z) = \prod_{j=1}^p w_{ij}(z_j) \quad (2.2)$$

El valor verdadero obtenido se normaliza mediante la expresión

$$w_i(z) = \frac{\varphi_i(z)}{\sum_{j=1}^m \varphi_j(z)} \quad (2.3)$$

Asumiendo que $\sum_{j=1}^m \varphi_j(z) \neq 0$, entonces existe por lo menos alguna regla que tiene un valor verdadero más grande que cero, gracias a alguna combinación producida por las variables de programación. La función $w_i(z), i = 1, 2, \dots, m$ se denota como una función de pertenencia normalizada.

Entonces con base en lo anterior, el sistema difuso T-S esta representado por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Como las funciones de pertenencia son normalizadas, es decir $w_i \geq 0$ y $\sum_{i=1}^m w_i(z) = 1$, el sistema T-S (2.4) es una combinación convexa de modelos lineales locales. Esta propiedad facilita el análisis de estabilidad del sistema difuso [Tanaka and Wang, 2001, Lendek et al., 2010].

2.1.2. Construcción del sistema difuso Takagi-Sugeno

Existen diferentes métodos para obtener un sistema T-S a partir de un sistema no lineal, entre los cuales se encuentra el método mediante linealización [Johansen et al., 2000], enfoque de sector no lineal [Ohtake et al., 2001]. Tales métodos se detallan a continuación.

2.1.2.1. Enfoque mediante el sector no lineal

El enfoque del sector no lineal fue propuesto por primera vez por [Ohtake et al., 2001]. Este enfoque es uno de los más usados para la construcción del modelo difuso T-S, conservando una aproximación al comportamiento dinámico del sistema no lineal, mediante modelos lineales locales interpolados por las funciones de pertenencia, por cada término no lineal o variable de programación p , corresponden dos reglas difusas y para cada regla difusa corresponde un modelo local lineal.

La idea de usar el enfoque del sector no lineal para la construcción del modelo no lineal, está basada en la siguiente idea. Considerando un sistema no lineal simple $\dot{x} = f(x(t))$, donde $f(0) = 0$. El objetivo es encontrar el sector global tal que $\dot{x} = f(x(t)) \in \left[\begin{array}{c} l_1 \\ l_2 \end{array} \right] x(t)$. La Figura 2.1 ilustra el enfoque del sector no lineal. Este enfoque garantiza la construcción de un modelo exacto difuso.

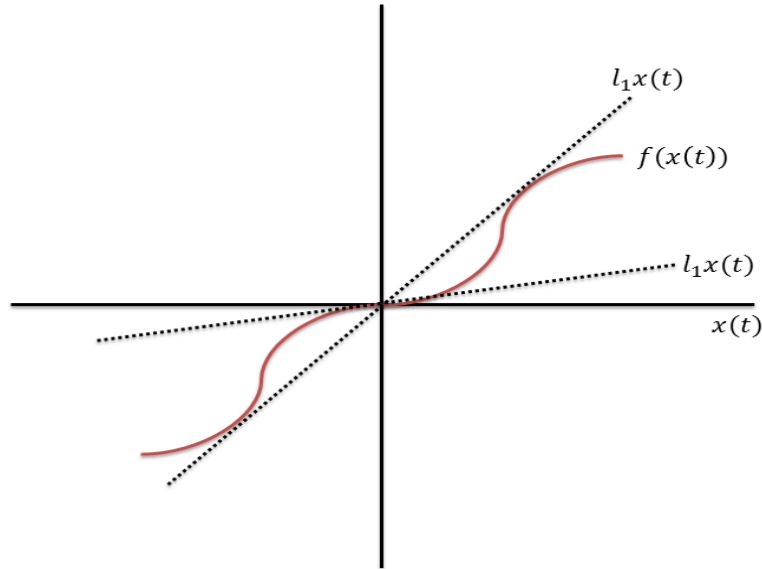


Figura 2.1: Sector global del sistema no lineal.

Por consiguiente, encontrar el sector global general del sistema no lineal es difícil, es por ello, que se considera un sector local del sistema no lineal. La Figura 2.2 muestra el sector local de un sistema no lineal, donde el sector local está delimitado por $-d < x(t) < d$. El modelo exacto difuso representa al sistema no lineal en la región local, denotada por, $-d < x(t) < d$.

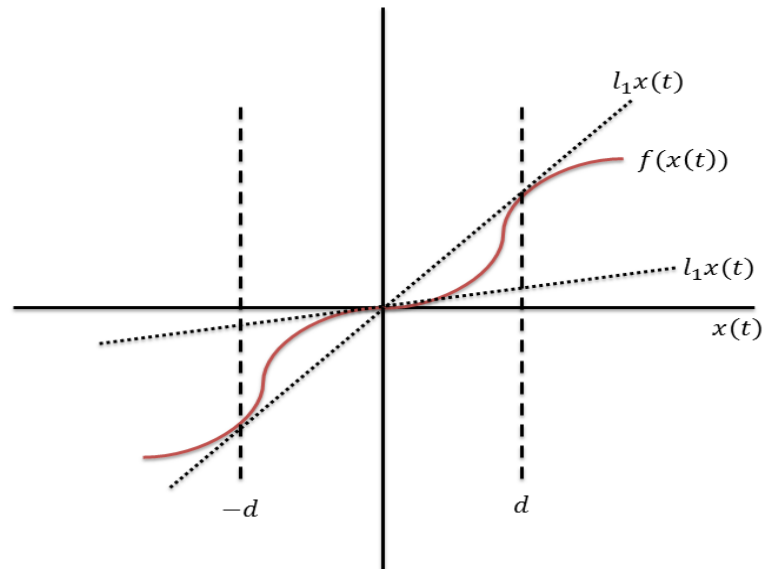


Figura 2.2: Sector local del sistema no lineal.

Entonces desarrollando el método originalmente para sistemas no lineales de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f^m(x, u)x + g^m(x, u)u \\ y &= h^m(x, u)x \end{aligned} \tag{2.5}$$

En la expresión (2.5) f^m , g^m y h^m son funciones matriciales no lineales, $x \in R^{(n_x)}$ es el vector de estados, $y \in R^{(n_y)}$ es el vector de las salidas, $u \in R^{(n_u)}$ es el vector de entradas [Lendek et al., 2010]. Las variables de programación en base en el sistema no lineal se eligen como $z_j(\cdot) \in [\underline{n}l_j, \overline{n}l_j]$, $j = 1, 2, \dots, p$, donde z_j denota el término no lineal en f^m , g^m , h^m y $\underline{n}l_j$ y $\overline{n}l_j$ son el mínimo y el máximo de la no linealidad, respectivamente. Para las variables programadas z_j , corresponden dos funciones de ponderación calculadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\eta_0^j(\cdot) &= \frac{\overline{n}l_j - z_j}{\overline{n}l_j - \underline{n}l_j} \\ \eta_1^j(\cdot) &= 1 - \eta_0^j\end{aligned}\tag{2.6}$$

Estas dos funciones de ponderación para cada z_j deben ser

$$\begin{aligned}\eta_0^j(\cdot), \eta_1^j(\cdot) &\geq 0 \\ \eta_0^j(\cdot) + \eta_1^j(\cdot) &= 1\end{aligned}\tag{2.7}$$

Para conocer el número de reglas del sistema difuso T-S se tiene que $m = 2^p$.

$$w_i(z) = \prod_{(j=1)}^p w_{ij}(z_j)\tag{2.8}$$

Siendo $i = 1, 2, \dots, m$, donde $w_{ij}(z_j)$ es ya sea $\eta_0^j(z_j)$ o $\eta_1^j(z_j)$; el resultado de las funciones de pertenencia deben ser $w_i(z) > 0$ y $\sum_{i=1}^m w_i(z) = 1$. Teniendo las funciones de pertenencia dadas por (2.8), el sistema no lineal (2.5) es representado por el modelo difuso T-S siguiente:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x)\end{aligned}\tag{2.9}$$

2.1.2.2. Linealización

El método de linealización para obtener una aproximación mediante un sistema difuso T-S de un sistema no lineal, es la linealización local [Johansen et al., 2000]. Esta linealización es hecha mediante la expansión de las series de Taylor en diferentes puntos representativos, los cuales pueden o no pueden ser puntos de equilibrio.

Considerando el sistema dinámico no lineal

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{2.10}$$

donde f y h son funciones vectoriales suaves no lineales, $x \in R^{(n_x)}$ es el vector de estados, $y \in R^{(n_y)}$ es el vector de las salidas y $u \in R^{(n_u)}$ es el vector de entradas. El conjunto de m reglas para obtener una aproximación global del sistema no lineal está dado de la forma

Modelo de regla i-ésima:

Si $z_1(t)$ es Z_1^i y ... y $z_p(t)$ es Z_p^i entonces

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_i x + B_i u \\ y &= C_i x\end{aligned}$$

y su equivalencia a un modelo difuso T-S de la forma

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x)\end{aligned}\tag{2.11}$$

Donde A_i, B_i, C_i son matrices de los modelos lineales, z_j es el vector de variables de programación que determina cuales reglas se activan en un cierto momento, y $w_i(z_j)$, $i = 1, 2, \dots, m$ son funciones de pertenencia normalizadas.

Finalmente, las matrices consecuentes se obtienen como

$$A_i = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{z_{0,i},0} \quad B_i = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{z_{0,i},0} \quad C_i = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{z_{0,i},0}$$

Donde $|_{z_{0,i},0}$ denota la evaluación de la expresión sobre la derecha de los valores correspondientes de $z_{0,i}$ para aquellas variables de estado y entrada que son variables de programación y 0 para aquellos estados y entradas que no están en z .

Generalmente la linealización no es hecha en los puntos de equilibrio, los términos afines deben ser agregados como

$$\begin{aligned}a_i &= f(x, u) |_{z_{0,i},0} - (A_i x) |_{z_{0,i},0} - B_i u |_{z_{0,i},0} \\ c_i &= h(x) |_{z_{0,i},0} - (C_i x) |_{z_{0,i},0}\end{aligned}$$

Para obtener el sistema difuso T-S de la forma (2.11), las funciones de pertenencia para cada regla son obtenidas por (2.2) y normalizadas usando (2.8).

2.1.3. Observabilidad

La observabilidad en los sistemas difusos T-S es la propiedad de reconstruir los estados, a partir de las entradas del sistema y salidas medidas. Los observadores para sistemas difusos T-S son diseñados de tal manera que cada regla tiene una ganancia local, debido a que para cada regla existe un único modelo correspondiente. Se requiere que cada modelo lineal local o submodelo del sistema difuso T-S sea observable, entonces para garantizar que cada modelo sea observable, se utiliza una extensión de la teoría de control lineal para verificar la observabilidad, y de esta manera se evita aplicar el criterio de observabilidad al sistema no lineal. Por lo tanto, las condiciones de observabilidad para sistemas difusos T-S se satisfacen siempre y cuando los pares (A_i, C_i) sean observables [Kuo, 1996, Ogata, 2010, Lendek et al., 2010].

2.2. Observador Luenberger

En situaciones prácticas, no todas las variables de estado de un sistema dado pueden ser medidas. En tales casos, se puede diseñar un observador para estimar los estados no medidos basado en el modelo del sistema y con la disposición de los datos de entrada y salida.

El observador de estado cuenta con múltiples definiciones. Según [Ogata, 2010]:

“Un observador de estados estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control.”

Para [Pouliezios and Stavrakakis, 2013] los observadores son:

“Sistemas dinámicos cuyo propósito es reconstruir el estado x de un modelo en espacio de estados basándose en las entradas medidas u y en las salidas y .”

Al proporcionar una clasificación de los tipos de observadores, [Ogata, 2010] distingue por el número de variables que son observadas. De esta manera propone una clasificación de observadores en tres tipos:

- Orden completo: el observador estima todas las variables del sistema, sin importar si algunas están disponibles para una medición directa.
- Orden reducido: el observador estima menos de n variables de estado, en donde n es la dimensión del vector de estado.
- Orden mínimo: es un observador de orden reducido con el mínimo orden posible, es decir, si n es la dimensión del vector de estado y m es la dimensión del vector de salidas, el observador de orden mínimo observa $n - m$ variables.

Dentro de cada una de estas familias, podemos tener, a su vez, otras subdivisiones. Por ejemplo, si consideramos el tipo de sistema que estamos tratando podemos tener observadores para sistemas lineales y observadores para sistemas no lineales. A continuación se mostrará los fundamentos de los observadores de estados para el caso más general, siendo el observador de orden completo para sistemas lineales.

2.2.1. Observadores de estado para sistemas lineales

2.2.1.1. Observador de Orden completo

Consideramos que tenemos un sistema en espacio de estados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y &= Cx(t)\end{aligned}\tag{2.12}$$

En donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entradas, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ es el vector de salidas, y $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ y $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ son matrices de coeficientes constantes. Podemos definir un observador de estados genérico (el observador de estados también se le conoce como observador de estados de Luenberger, debido a que inicialmente fue propuesto por Luenberger) para dicho sistema como [Ogata, 2010]:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= A\tilde{x}(t) + Bu(t) + L_e(y(t) - \tilde{y}(t)) \\ y &= C\tilde{x}(t)\end{aligned}\tag{2.13}$$

El último término, es un valor de corrección que contiene la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El término de corrección ayuda a reducir los efectos producidos por la diferencia entre el modelo dinámico y el sistema real [Kuo, 1996]. La matriz L_e funciona como una matriz de ponderación.

En la Figura 2.3 se puede ver de manera esquemática el sistema en espacio de estados y su observador genérico correspondiente

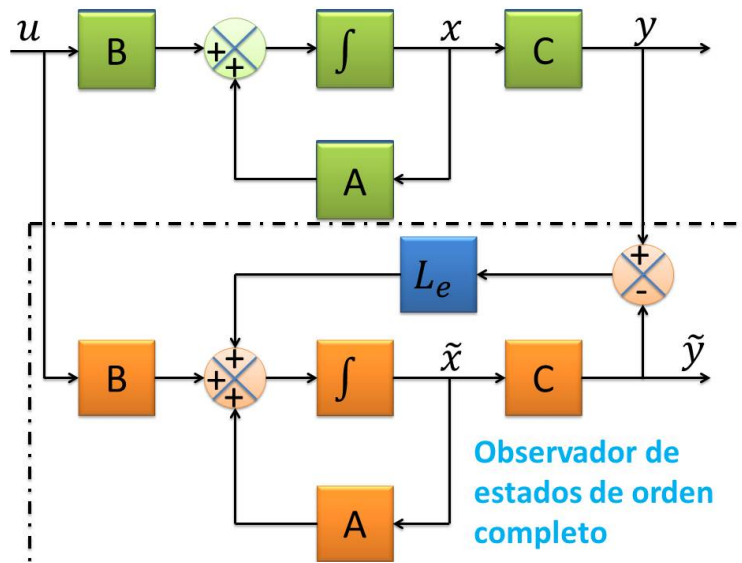


Figura 2.3: Esquema de un observador de estados de orden completo.

Se puede obtener la dinámica del error en la estimación del estado restando la ecuación (2.12) de la ecuación (2.13):

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) - \dot{\tilde{x}}(t) &= Ax(t) - A\tilde{x}(t) - L_e(Cx(t) - C\tilde{x}(t)) \\ &= (A - L_eC)(x(t) - \tilde{x}(t))\end{aligned}$$

Y definiendo la diferencia entre $x(t)$ y $\tilde{x}(t)$ como el vector de error $e_x(t)$:

$$e_x(t) = x(t) - \tilde{x}(t)$$

Entonces el error en la estimación del estado, queda de la forma:

$$\dot{e}_x(t) = (A - L_e C) e_x(t) \quad (2.14)$$

A partir de la ecuación (2.14) podemos ver que el comportamiento dinámico del vector de error se determina mediante los valores característicos de la matriz $(A - L_e C)$. Si la matriz es estable, el vector convergerá a cero para cualquier vector de error inicial $(e(0))$. Es decir que $\tilde{x}(t)$ convergerá a $x(t)$ sin considerar los valores de $\tilde{x}(0)$ y $x(0)$. Si se eligen los valores característicos de la matriz $(A - L_e C)$ de manera que el comportamiento dinámico del vector de error sea asintóticamente estable y suficientemente rápido, cualquier vector de error tenderá a 0 con una velocidad adecuada. Al igual que para el error en la estimación del estado, podemos obtener el error en la estimación de la salida como:

$$e_y(t) = y(t) - \tilde{y}(t)$$

Que está directamente relacionado con el error en la estimación del estado de la siguiente manera:

$$e_y(t) = C e_x(t)$$

2.3. Análisis de estabilidad para sistemas lineales

El sistema lineal invariante en el tiempo

$$\dot{x} = Ax \quad (2.15)$$

Tiene un punto de equilibrio en el origen. El punto de equilibrio oscila si y solo si el $\det(A) \neq 0$. Si el $\det(A) = 0$, la matriz A tiene un espacio nulo no trivial. Cada punto en el espacio nulo de A es un punto de equilibrio para el sistema (2.15). En otras palabras, Si el $\det(A) = 0$, el sistema tiene un subespacio de equilibrio. Un sistema lineal no puede tener múltiples oscilaciones en los puntos de equilibrio. Las propiedades de estabilidad del origen puede ser caracterizada por la localización de los eigenvalores de la matriz A . Donde todos los eigenvalores de A satisfacen que $Re\lambda_i < 0$, A es llamada matriz Hurwitz o una matriz estable. El origen de (2.15) es asintóticamente estable si y solo si A es Hurwitz. La estabilidad asintótica del origen también puede ser investigada usando el método de Lyapunov's [Isidori, 2013].

Teorema 2.1 [Khalil and Grizzle, 1996] Se tiene que $x = 0$ puede ser un punto de equilibrio de $\dot{x} = f(x)$ y $D \subset \mathbb{R}^n$ ser un dominio conteniendo $x = 0$. Entonces $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continuamente diferenciable, tal que

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0 \text{ en } D - \{0\}$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ en } D$$

Entonces, $x = 0$ es estable. Además, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ en } D - \{0\}$$

Por lo tanto $x = 0$ es asintóticamente estable.

//

Considerando la función candidata cuadrática de Lyapunov

$$V(x) = x^T P x$$

Donde P es una matriz real simétrica definida positiva. La derivada de V a lo largo de la trayectoria del sistema lineal (2.15) está dada por

$$\dot{V} = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x = x^T (PA + A^T P) x = -x^T Q x$$

Donde Q es una matriz simétrica definida por

$$PA + A^T P = -Q \tag{2.16}$$

Si Q es definida positiva, se puede concluir del **Teorema 2.1** que el origen es asintóticamente estable; esto es, $Re\lambda_i < 0$ para todos los eigenvalores de A . Si se elige una Q como una matriz simétrica definida positiva, entonces se resuelve (2.16) para P . Si la ecuación (2.16) tiene una solución definida positiva, entonces se puede concluir que el origen es asintóticamente estable.

La ecuación es llamada ecuación de Lyapunov. El siguiente Teorema 2.2 caracteriza la estabilidad asintótica del origen en términos de la solución de la ecuación de Lyapunov.

Teorema 2.2 Una matriz A es Hurwitz; tal que, $Re\lambda_i < 0$ para todos los eigenvalores de A , si y solo si para alguna matriz Q simétrica definida positiva existe una matriz P simétrica definida positiva tal que satisfaga la ecuación de Lyapunov (2.16). Además, si A es Hurwitz, entonces P es la única solución de (2.16) [Khalil and Grizzle, 1996].

2.4. Control de salidas con valor constante no nulo

El sistema estabilizado no tiene ninguna perturbación exterior, además el control por retroalimentación de estados para estabilizar el sistema solo permite hacer que el sistema vaya hacia un nuevo

punto de equilibrio el cual no necesariamente corresponde con el valor deseado. Entonces el control por ubicación de polos simplemente permite satisfacer las dinámicas impuestas al sistema. Cuando se requiere imponer un valor específico a la salida del sistema o evitar perturbaciones se requieren aportes adicionales al controlador.

2.4.1. Inserción de un precompensador

Para el problema de seguimiento de referencia constante $r = a \neq 0$, además de que $A - BK$ tenga valores propios negativos y el sistema sea estable (matriz Hurwitz), se requiere una condición de ganancia de precompensación N , para que $y(t) \rightarrow a, t \rightarrow \infty$.

El objetivo de control es obtener: $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_c$ donde y_c es el valor de la referencia (consigna o valor deseado), que se supone constante en el tiempo. Se requiere calcular el valor de la entrada necesaria v para obtener como salida el valor deseado y_c .

Consideremos el sistema difuso T-S en lazo cerrado descrito por la siguiente ecuación de estado:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - BK)x(t) + Bv(t) \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \tag{2.17}$$

En régimen estacionario estas ecuaciones son:

$$\begin{aligned} 0 &= (A - BK)x(t) + Bv(t) \\ y &= y_c = Cx(t) \end{aligned} \tag{2.18}$$

De (2.18) se obtiene una relación para x :

$$x(t) = -(A - BK)^{-1} Bv(t)$$

La cual se sustituye en la ecuación de salida del sistema obteniendo:

$$y_c = C \left(-(A - BK)^{-1} B \right) v(t)$$

Por lo tanto se requiere aplicar la siguiente entrada al sistema:

$$v(t) = - \left(C \left((A - BK)^{-1} B \right) \right)^{-1} y_c = Ny_c \tag{2.19}$$

Este resultado muestra que solo se requiere agregar un bloque con una matriz que multiplique a la entrada real del sistema, es decir simplemente una corrección estática como se muestra en la Figura 2.4:

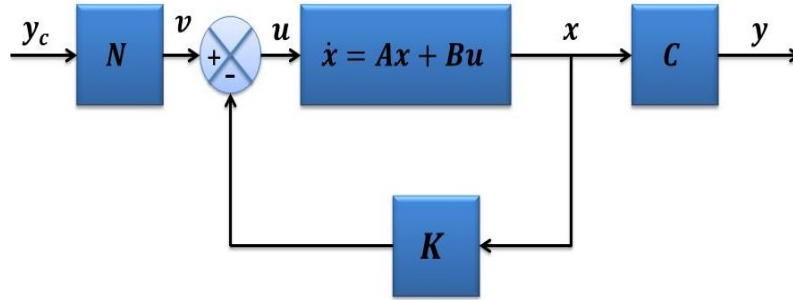


Figura 2.4: Diagrama de bloques del sistema de control de seguimiento de referencia.

Entonces se requiere el cálculo de la precompensación N :

$$N = - \left(C \left((A - BK)^{-1} B \right) \right)^{-1} \quad (2.20)$$

Aplicando la ganancia obtenida al sistema (2.17) se tiene que:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - BK)x(t) + BNy_c \\ y &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Siendo la ecuación (2.21), la representación matemática del sistema de control, necesaria para cumplir el objetivo de control. Para el seguimiento de referencia constante es necesario que (A, B) sea controlable y $C \left((A - BK)^{-1} B \right) \neq 0$. Además se tiene que diseñar una K de tal forma que todos los valores propios A tengan parte real negativa y también diseñar $N = - \left(C \left((A - BK)^{-1} B \right) \right)^{-1}$

Capítulo 3

Modelo del reactor por lotes para la producción de bioetanol

3.1. Proceso de fermentación

El etanol es el resultado de un proceso de transformación, en el cual la glucosa y otros azúcares presentes en la reacción son desfragmentados en moléculas de etanol, dióxido de carbono y energía, dicho proceso es denominado fermentación alcohólica y es llevado a cabo por la acción de algunos microorganismos. Entonces, la fermentación puede definirse como un proceso de biotransformación en el que se llevan a cabo cambios químicos en un sustrato orgánico por la acción de enzimas sintetizadas por microorganismos conocidos como catalizadores bioquímicos o biocatalizadores, en este caso capaces de convertir las hexosas del mosto en etanol cuando las condiciones son anaeróbicas.

Es posible clasificar las fermentaciones con base en la presencia o ausencia de oxígeno molecular durante el proceso. De acuerdo con esta división, los procesos se denominan [Dacosta, 2007]:

Fermentación aerobia

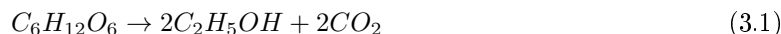
El aceptor final de electrones es el oxígeno; es imprescindible su presencia para el desarrollo de microorganismos y la producción del compuesto deseado. En este tipo de procesos, se produce principalmente biomasa, dióxido de carbono y agua.

Fermentación anaerobia

El proceso de producción del metabolito se desarrolla en ausencia de oxígeno; los productos finales son sustancias orgánicas, por ejemplo, ácido láctico, ácido propiónico, ácido acético, butanol, etanol y acetona. Sin embargo, en la mayoría de las fermentaciones anaeróbicas, se requiere un poco de oxígeno al inicio del proceso para favorecer el crecimiento y reproducción del microorganismo.

Estequiométricamente la reacción bioquímica consiste en una molécula de glucosa se convierte en

dos moléculas de bioetanol (C_2H_5OH) y dos de dióxido de carbono (CO_2).



Para que se lleve a cabo la fermentación es necesario mantener ciertas condiciones ambientales, (temperatura, pH y aireación) así como también; agitación constante y concentración de nutrientes.

A pesar de la simplicidad de (3.1), la secuencia de transformaciones para degradar a una molécula de glucosa hasta dos moléculas de etanol y dos moléculas de dióxido de carbono es un proceso complejo que involucra 2 etapas:

- Etapa 1: La formación en anaerobiosis de 2 moléculas de piruvato a través de la ruta metabólica de Embden-Meyerhof (glucólisis).

La ruptura de la glucosa, que tiene seis carbonos, en dos moléculas de piruvato, el cual se encuentra formado por tres carbonos, tiene lugar a lo largo de diez pasos, constituyendo los primeros cinco la fase preparatoria de la glucólisis (ver Figura 3.1A). En estas reacciones la glucosa es fosforilada en primer lugar en el grupo hidroxilo (paso 1). La glucosa 6-fosfato así formada se convierte a continuación en fructuosa 6-fosfato (paso 2), la cual vuelve a ser fosforilada produciendo fructuosa 1, 6-bisfosfato (paso 3). El ATP (Adenosina trifosfato) es el dador del grupo fosforilo en ambas fosforilaciones. Dado que todos los derivados de azúcares en la glucólisis son isómeros.

La fructosa 1, 6-bisfosfato se parte, dando dos moléculas de azúcares de 3 carbonos, la dihidroxiacetona fosfato se isomeriza a una segunda molécula de gliceraldehído 3-fosfato (paso 5), lo que pone punto final a la primera fase de la glucólisis. Desde una perspectiva química, la isomerización del paso 2 es crítica para establecer las reacciones de fosforilación y rotura del enlace de los pasos 3 y 4, se observa que se invierten dos moléculas de ATP antes de la ruptura de la glucosa en dos azúcares fosfato de tres carbonos; posteriormente se generarán unos importantes dividendos a cambio de esta inversión. En resumen: en la fase preparatoria de la glucólisis se invierte la energía del ATP, elevando el contenido de energía libre de los intermediarios, y las cadenas de carbono de todas las hexosas metabolizadas se convierten en un producto común, gliceraldehído 3 fosfato.

El retorno energético tiene lugar en la fase de beneficios de la glucólisis (ver Figura 3.1B). Cada molécula de gliceraldehído 3-fosfato es oxidada y fosforilada por fosfato inorgánico (no por ATP) formado por 1,3-bisfosfoglicerato (paso 6). En la conversión de las dos moléculas de 1, 3-bisfosfoglicerato en dos moléculas de piruvato (paso 7 a 10) se libera energía. Gran parte de esta energía se conserva mediante la fosforilación acoplada de dos moléculas de ADP a ATP. El rendimiento neto es de dos moléculas de ATP por molécula de glucosa utilizada, ya que se ha invertido dos moléculas de ATP en

la fase preparatoria de la glucólisis. También se conserva energía en la fase de beneficios mediante la formación de dos moléculas de *NADH* por molécula de glucosa [Nelson et al., 2009].

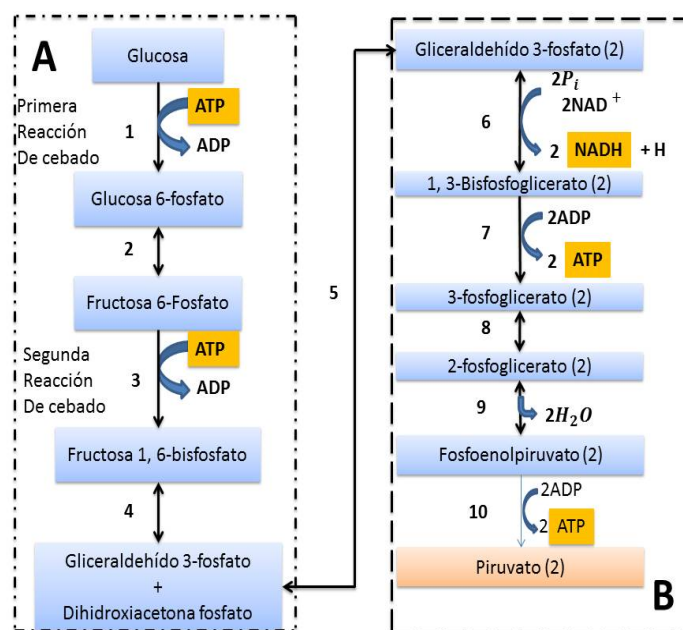


Figura 3.1: Las dos fases de la glucólisis

Por cada molécula de glucosa que pasa a través de la fase preparatoria (A) se forman dos moléculas de gliceraldehído 3-fosfato; ambas pasan a la fase de beneficios (B).

- Etapa 2: La descarboxilación del piruvato en anaerobiosis para dar lugar a dos moléculas de acetaldehído que se reducen a etanol.

Si se deja de lado algunas variantes interesantes dentro de las levaduras, el piruvato formado en la glucólisis puede continuar siendo metabolizado siguiendo una de tres rutas catabólicas distintas. En los organismos o tejidos aeróbicos, en condiciones aeróbicas, la glucólisis sólo constituye el primer paso de la degradación completa de la glucosa (Figura 3.2).

La primera ruta del piruvato es oxidarse, con pérdida de su grupo carboxilo en forma de CO_2 , dando el grupo acetilo del acetyl-coenzima A, que es oxidado seguidamente de manera completa a CO_2 por el ciclo de ácido cítrico. Los electrones de estas oxidaciones pasan al O_2 a través de una cadena de transportadores en la mitocondria, formando H_2O . La energía proveniente de las reacciones de transferencia electrónica impulsa la síntesis de ATP en la mitocondria.

La segunda ruta para el piruvato es su reducción a lactato vía **fermentación del ácido láctico**. Cuando durante una contracción el músculo esquelético ha de funcionar con bajas concentraciones de oxígeno (hipoxia), el *NADH* no puede ser re-oxidado a NAD^+ , siendo este último, el aceptor de electrones impredecible para la oxidación del piruvato. En estas condiciones, el piruvato se reduce a lactato.

3.2 Modelo matemático no lineal del sistema de producción de bioetanol

La tercera ruta del catabolismo del piruvato conduce al etanol. En las levaduras, el piruvato se convierte, en condiciones anaeróbicas o de hipoxia, en etanol y CO_2 , proceso denominado **fermentación alcohólica** (o **etanólica**), (ver Figura 3.2).

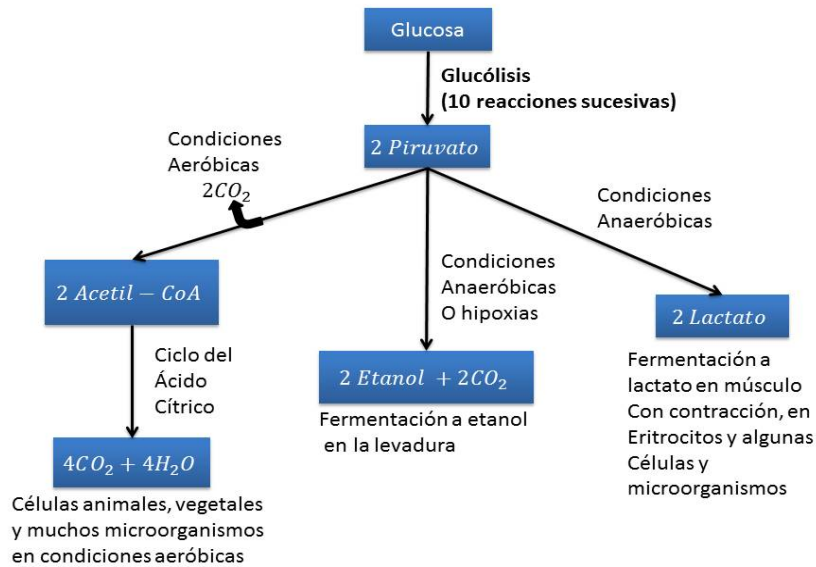


Figura 3.2: Posibles destinos catabólicos del piruvato producido en la glucólisis.

3.2. Modelo matemático no lineal del sistema de producción de bioetanol

Las variables que describen la cinética de fermentación del reactor por lotes para la producción de bioetanol son: la biomasa (C_x), que es una suspensión de levadura introducida en el sistema, el sustrato (C_s), que es una solución de glucosa que alimenta al microorganismo (*S. cerevisiae*) y el bioetanol (C_p); además existen dos variables más que describen la dinámica de la temperatura de la chaqueta (T_{ag}), así como la del reactor (T_r), mientras F_{ag} es el flujo del refrigerante que alimenta a la chaqueta (ver Figura 3.3).

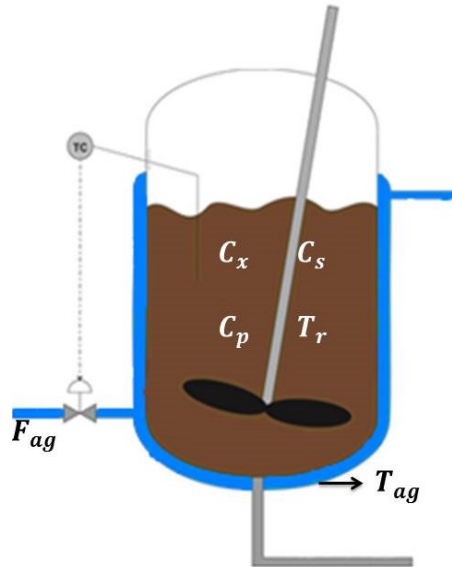


Figura 3.3: Estructura de un sistema de producción de bioetanol por lote.

El crecimiento microbiano explica el porque del incremento o decremento de la producción de bioetanol [Najafpour, 2007], es decir: el consumo de carbohidratos está asociado con la tasa de crecimiento y la tasa de producción de bioetanol. En un cultivo de microorganismos en medio sumergido, se pueden diferenciar al menos cuatro fases en la evolución del número de células por una unidad de tiempo determinada como se ilustra en la Figura 3.4.

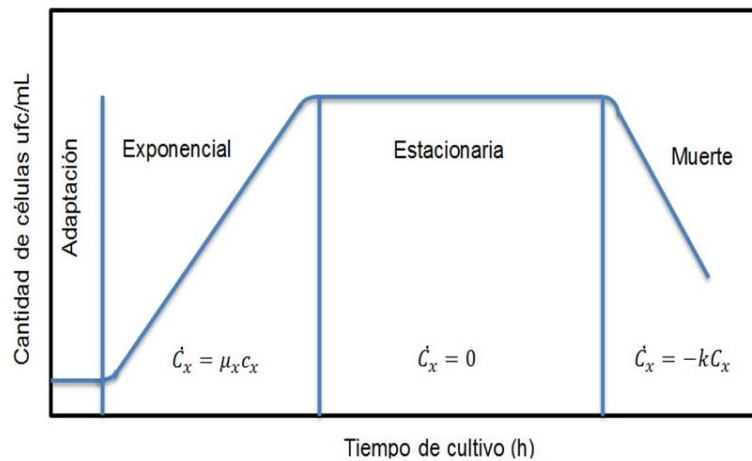


Figura 3.4: Cinética de crecimiento [Najafpour, 2007].

Fase lag o de adaptación: Durante esta fase los microorganismos adaptan su metabolismo a las nuevas condiciones ambientales poder iniciar un crecimiento exponencial. En esta fase la biomasa permanece constante y el bioetanol es prácticamente cero.

Fase exponencial: En esta fase la velocidad de crecimiento es máxima y el tiempo de duplicación (td) es mínimo. Por lo tanto los microorganismos consumen nutrientes del medio a velocidad máxima.

3.2 Modelo matematico no lineal del sistema de producción de bioetanol

La evolución del número de células durante esta fase se explica con el modelo matemático inscrito en la Figura 3.4, donde C_x es el número de células, t es el tiempo y μ_x es la velocidad de crecimiento, con $\mu_x = \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{(-K_p C_p)}$.

Fase estacionaria: En la fase estacionaria no se incrementa el número de microorganismo. Las células en esta fase desarrollan un metabolismo diferente al de la fase de exponencial. Es decir el número de células con respecto al tiempo es igual a cero.

Fase de muerte: Se produce una reducción del número de células viables en el medio. El modelo matemático expresa el número de células con respecto al tiempo $-kC_x$, donde: $-k$ es la constante que representa la muerte de estas.

Con base en el sistema de producción de bioetanol (ver Figura 3.3) se tiene que C_x, C_s y C_p son las concentraciones de biomasa, sustrato y bioetanol respectivamente, estas variables describen la cinética de fermentación y representan el balance de masa del reactor por lotes en la fase de crecimiento exponencial [Godia et al., 1988]:

$$\dot{C}_x = \mu_0 c_x \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} \quad (3.2)$$

$$\dot{C}_s = -\frac{1}{R_{SX}} \dot{C}_x - \frac{1}{R_{SP}} \dot{C}_p \quad (3.3)$$

$$\dot{C}_p = v_m c_x \frac{C_s}{K_{S1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} \quad (3.4)$$

En la ecuación (3.2) se representa el efecto inhibitorio del bioetanol en la biomasa, mientras que (3.4) se deriva del efecto inhibitorio del bioetanol sobre la actividad de la fermentación de las levaduras, el efecto de estas dos inhibiciones se utilizan para el cálculo de un patrón de cinética de las levaduras (3.3), [Aiba, 1968]. Los parámetros que intervienen en (3.2-3.5) se describen en la Tabla 3.1.

La expresión de la velocidad específica máxima de crecimiento (3.5) implica el incremento de la tasa de crecimiento con la temperatura y el efecto de la desnaturalización por calor.

$$\mu_0 = A_1 e^{\left(\frac{-E_{a1}}{R(T_r + 273)}\right)} - A_2 e^{\left(\frac{-E_{a2}}{R(T_r + 273)}\right)} \quad (3.5)$$

El comportamiento dinámico de la temperatura del reactor descrito en (3.6), está en función de la velocidad específica de crecimiento (3.5), así como del comportamiento de la biomasa, esta fase de crecimiento libera energía que en este caso es en forma de energía calorífica. Como se mostró en la Figura 3.3 el reactor por lotes tiene un sistema de enfriamiento/calentamiento proporcionado por una chaqueta, (3.7) describe la dinámica de la temperatura de la chaqueta considerando que el enfriamiento/calentamiento depende del flujo de agua [Lawrynczuk, 2008].

3.2 Modelo matematico no lineal del sistema de producción de bioetanol

$$\dot{T}_r = \frac{\Delta H_r \mu_0 C_x}{32 \rho_r C_r} - \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V \rho_r C_r} \quad (3.6)$$

$$T_{ag} = \frac{F_{ag}}{V_{ag}} (T_{(in,ag)} - T_{ag}) + \frac{K_T A_T (T_r - T_{ag})}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \quad (3.7)$$

Con base en el estudio del sistema de producción de bioetanol, para obtener un modelo matemático que represente la dinámica del sistema, se tiene que considerar la cinética de fermentación, así como, el efecto de la temperatura del reactor sobre el crecimiento microbiano, es por ello, que se proponen ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico de la concentración de biomasa, etanol y sustrato, y mediante la ecuación de Arrhenius se obtiene de forma matemática el efecto de la temperatura del reactor sobre el crecimiento microbiano, y además, se proponen dos ecuaciones que describen la cinámica de la temperatura del reactor y de la chaqueta, con la finalidad de poder controlar la temperatura del reactor e indirectamente el crecimiento microbiano.

Los parámetros en (3.6) y (3.7) fueron tomados de [Godia et al., 1988], [Lawrynczuk, 2008] y sus valores se presentan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Valores de los parámetros del modelo de reactor por lotes para la producción de etanol [Lawrynczuk, 2008].

$A_1 = 9.5 * 10^8$	$R_{SX} = 0.607$	$K_{S1} = 1.680 \text{ g/l}$	$V_{ag} = 50 \text{ l}$
$A_2 = 2.55 * 10^{33}$	$R_{SP} = 0.435$	$K_T = 3.6 * 10^5 \text{ Jh}^{-1} \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$	$\rho_r = 1080 \text{ g/l}$
$A_T = 1 \text{ m}^2$	$K_p = 0.139 \text{ g/l}$	$E_{a2} = 220,000 \text{ J/mol}$	$\rho_{ag} = 1000 \text{ g/l}$
$C_r = 4.18 \text{ Jg}^{-1} \text{K}^{-1}$	$K_{p1} = 0.070 \text{ g/l}$	$E_{a1} = 55,000 \text{ J/mol}$	$V = 100 \text{ l}$
$C_{ag} = 4.18 \text{ Jg}^{-1} \text{K}^{-1}$	$K_s = 1.030 \text{ g/l}$	$\Delta H_r = 518k \text{ J/mol}$	$v_m = 1.79 \text{ h}^{-1}$

Tabla 3.2: Condiciones iniciales de operación del sistema de producción de bioetanol.

Condiciones Iniciales de operación	
$C_x = 0.9 \text{ g(ps)dm}^{(-3)}$	$C_p = 0 \text{ gdm}^{(-3)}$
$C_S = 75 \text{ gdm}^{(-3)}$	$T_r = 30 \text{ }^\circ\text{C}$
$T_{ag} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{(in,ag)} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$
$F_{ag} = 60 \text{ l/h}$	

De acuerdo a los parámetros de la Tabla 3.1 y las condiciones descritas en la Tabla 3.2, se realizó la simulación de las ecuaciones que representan el comportamiento dinámico del sistema de producción de bioetanol mediante el software Matlab.

3.2 Modelo matematico no lineal del sistema de producción de bioetanol

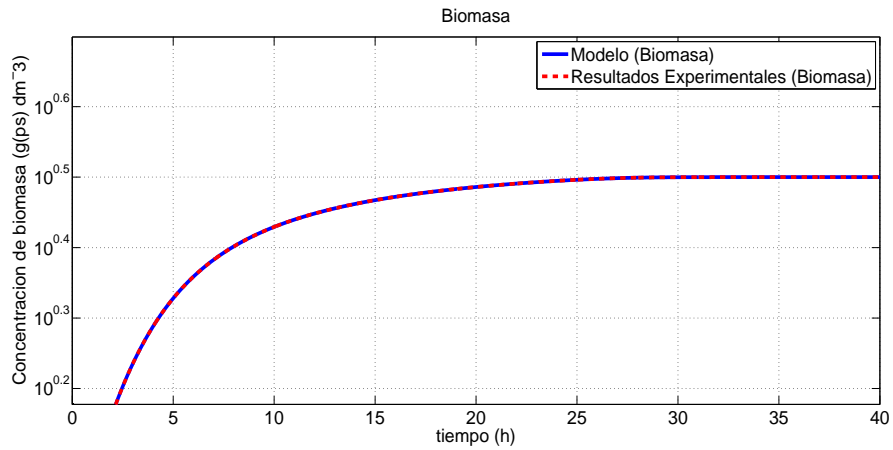


Figura 3.5: Comparación de la cinética de crecimiento de la biomasa entre los datos experimentales [Godia et al., 1988] y el modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

En las Figuras 3.5 y 3.6 se presenta el comportamiento de la biomasa, sustrato y bioetanol del modelo no lineal descrito en (3.2-3.4) comparado con los resultados experimentales obtenidos por [Godia et al., 1988], conforme la biomasa va consumiendo el sustrato dentro del reactor, esta va produciendo bioetanol, debido a que, la levadura se encuentra en condiciones hipoxias.

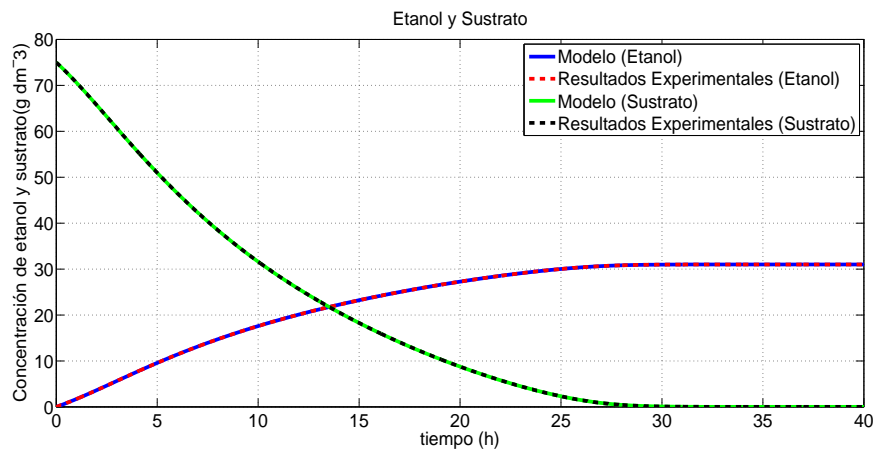


Figura 3.6: Producción de bioetanol y consumo de sustrato entre los datos experimentales [Godia et al., 1988] y el modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

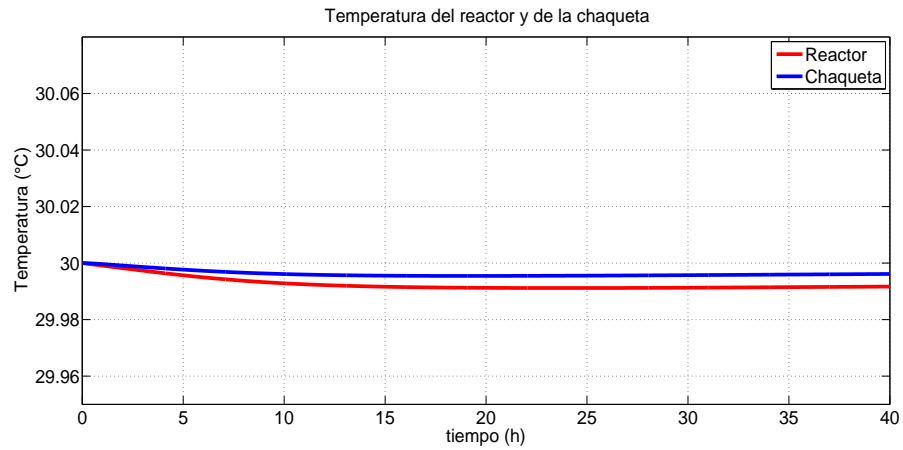


Figura 3.7: Temperatura del reactor y de la chaqueta.

Los datos experimentales obtenidos de [Godia et al., 1988] y considerando (3.6) y (3.7) del modelo matemático, fueron simulados a una temperatura de 30°C, y bajo las mismas condiciones presentadas en la Tabla 3.1, en la Figura 3.7 se ilustra el comportamiento dinámico de la temperatura del reactor (descrita por la línea en rojo) y de la chaqueta (descrita por la línea en Azul) propuestos por [Lawrynczuk, 2008] y se observa como ambas temperaturas tienen una dinámica semejante además de que las dos tienden a 30 °C desde la primera hora, en esta figura la temperatura de la chaqueta es mayor, debido a que la temperatura de entrada del flujo de la chaqueta es 30 °C.

Las condiciones iniciales de operación del modelo no lineal utilizados en la simulación se describen en la Tabla 3.2.

Capítulo 4

Sistema Difuso Takagi-Sugeno

La característica de los modelos difusos T-S es que representan sistemas no lineales con varios modelos difusos lineales, estos sistemas difusos pueden ser obtenidos mediante sistemas lineales o mediante el enfoque de sector no lineal [Lendek et al., 2010], el cual es una representación muy aproximada de un sistema no lineal. El sistema T-S se representa como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x)\end{aligned}\tag{4.1}$$

Donde $x \in R^n$ es el vector de estados, $y \in R^p$ es el vector de las salidas, $u \in R^k$ es el vector de entradas, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times k}$, $C \in R^{p \times n}$ son matrices que contienen los parámetros del sistema y las funciones de pertenencia $w_i(z)$ son normalizadas (4.2). Gracias a las funciones de pertenencia normalizadas, el modelo T-S permite una combinación convexa de modelos lineales locales. Las funciones de pertenencia deben cumplir con la siguiente condición:

$$w_i(z) > 0, \sum_{i=1}^m w_i(z) = 1 \forall z_j\tag{4.2}$$

4.1. Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol

Utilizando el enfoque mediante el sector no lineal se puede obtener una representación T-S aproximada de un sistema no lineal, dando sistemas de espacio de estado por cada submodelo que lo conforma.

El método se ha desarrollado originalmente para sistemas no lineales de la siguiente forma:

4.1 Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f^m(x, u)x + g^m(x, u)u \\ y &= h^m(x, u)x\end{aligned}\tag{4.3}$$

En la expresión (4.3) f^m , g^m y h^m son funciones matriciales no lineales, $x \in R^{(n_x)}$ es el vector de estados, $y \in R^{(n_y)}$ es el vector de las salidas, $u \in R^{(n_u)}$ es el vector de entradas [Lendek et al., 2010]. Partiendo del modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol expuesto en el capítulo 3 y descrito en (3.2-3.7), se obtuvo (4.4) con base en la representación (4.3).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \begin{bmatrix} \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \mu_0 \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} v_m C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix} \dots \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - T_{ag})}{V_{ag}} \end{bmatrix} F_{ag} \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{4.4}$$

El siguiente paso para la construcción del modelo difuso T-S, es la elección de las variables programadas, las cuales son representadas por los parámetros no lineales de las matrices; por lo tanto, las no linealidades del sistema están representadas por las z_j con $j = 1 \dots p$, siendo $p = 4$, con p que representa la cantidad de elementos no constantes que conforman el sistema no lineal, entonces tenemos que:

$$z_1 = \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p}\tag{4.5}$$

$$z_2 = C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p}\tag{4.6}$$

4.1 Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol

$$z_3 = \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} \quad (4.7)$$

$$z_4 = T_{ag} \quad (4.8)$$

Sustituyendo los valores máximos y mínimos para cada z_j se obtienen los intervalos a los que pertenecen, con variaciones de flujo en la entrada de la chaqueta entre 60–420 l/h , entonces tenemos que $z_{1,2,3} \in [\underline{nl}_j, \overline{nl}_j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$ y $z_4 \in [\underline{nl}_4, \overline{nl}_4] = \begin{bmatrix} 15 & 34 \end{bmatrix}$. Obtenidas las variables programadas z_j , corresponden dos funciones de ponderación calculadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \eta_0^j(\bullet) &= \frac{\overline{nl}_j - z_j}{\overline{nl}_j - \underline{nl}_j} \\ \eta_1^j(\bullet) &= 1 - \eta_0^j \end{aligned} \quad (4.9)$$

Estas dos funciones de ponderación para cada z_j deben ser

$$\begin{aligned} \eta_0^j(\bullet), \eta_1^j(\bullet) &\geq 0 \\ \eta_0^j(\bullet) + \eta_1^j(\bullet) &= 1 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Para conocer el número de reglas m del sistema difuso T-S se tiene que $m = 2^p$ donde $p = 4$ por lo tanto se tiene que $m = 16$. Sea:

$$w_i(z) = \prod_{j=1}^p w_{ij} z_j \quad (4.11)$$

Siendo $i = 1, 2, \dots, m$, donde w_{ij} es ya sea $\eta_0^j(z_j)$ o $\eta_1^j(z_j)$, donde las funciones de pertenencia deben ser $w_i(z) > 0$ y $\sum_{(i=1)}^m w_i(z) = 1$. Teniendo las funciones de pertenencia dadas por (4.11), el sistema no lineal (4.3) es representado por el modelo difuso T-S siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x) \end{aligned} \quad (4.12)$$

En el Anexo A se presentan las 16 reglas difusas, así como, cada submodelo correspondiente a cada regla. Realizados los cálculos para obtener el modelo difuso T-S (4.12), se presenta la simulación de este, comparado con el sistema no lineal (4.4).

4.1 Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol

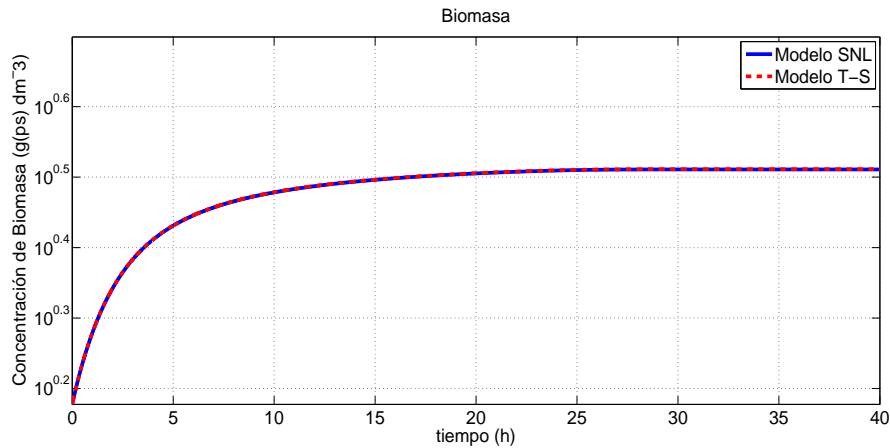


Figura 4.1: Cinética de crecimiento de la biomasa del modelo difuso T-S y el modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

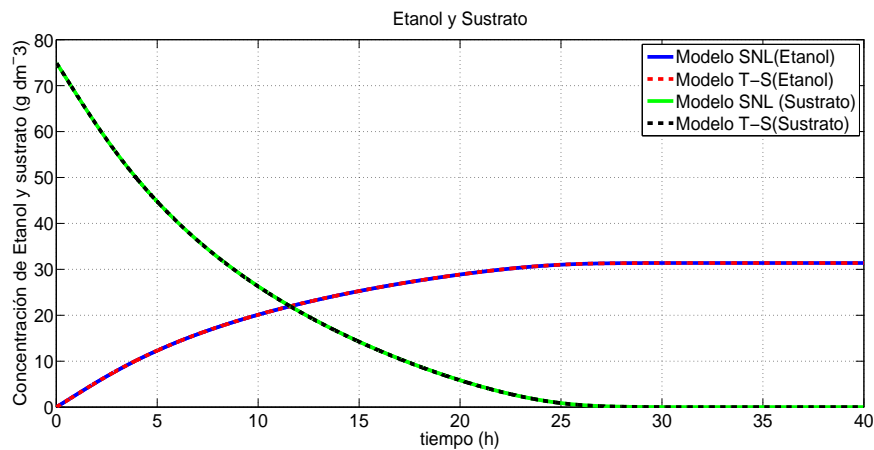


Figura 4.2: Concentración de bioetanol y consumo de sustrato del modelo difuso T-S y el sistema no lineal

Se puede observar en las Figuras 4.1 y 4.2 como el crecimiento de la biomasa va aumentando conforme va consumiendo el sustrato, así mismo el bioetanol va aumentando, ya que está en función tanto de la biomasa como del sustrato, además en estas dos figuras, se observa como para la biomasa, sustrato y el etanol, el sistema difuso T-S (4.12), sigue el comportamiento del sistema no lineal (4.4). El crecimiento microbiano está en función de la temperatura del reactor, la cual es afectada por la transferencia de calor por convección de la temperatura de la chaqueta que implica el transporte de calor en un volumen y la mezcla de elementos macroscópicos de porciones calientes y frías del líquido, y debido a que es un reactor por lote, las dos temperaturas que se toman en cuenta en el modelo, tienden al mismo valor, que en este caso son 24 grados centígrados (ver Figura 4.3 y 4.4).

4.1 Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol

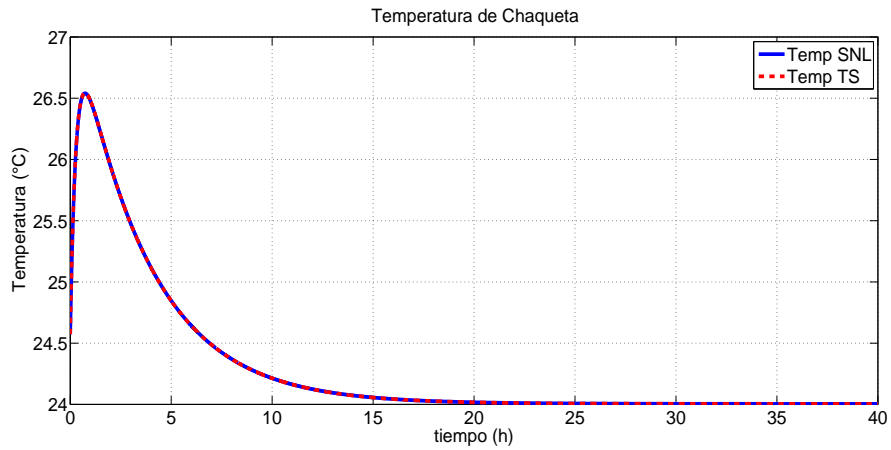


Figura 4.3: Comparación de la dinámica de la temperatura de la chaqueta del sistema difuso T-S y el sistema no lineal.

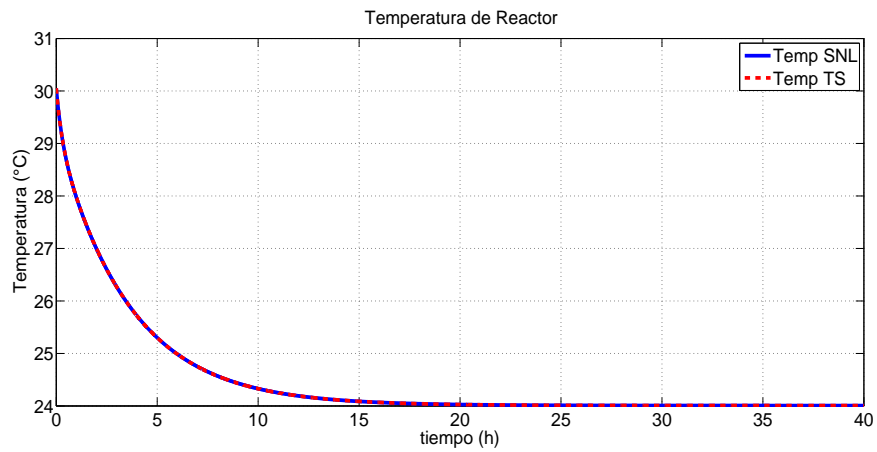


Figura 4.4: Temperatura del reactor del sistema difuso T-S y el sistema no lineal.

El comportamiento de las funciones de pertenencia de este sistema y ante estas condiciones, se expresa en la Figura 4.5, en esta se observa como cada una de las funciones de pertenencia son positivas y que además la suma de todas las funciones de pertenencia es igual a uno (ver Figura 4.6), por lo tanto, cumplen con las condiciones (4.2).

4.1 Enfoque mediante el sector no lineal aplicado al sistema de producción de bioetanol

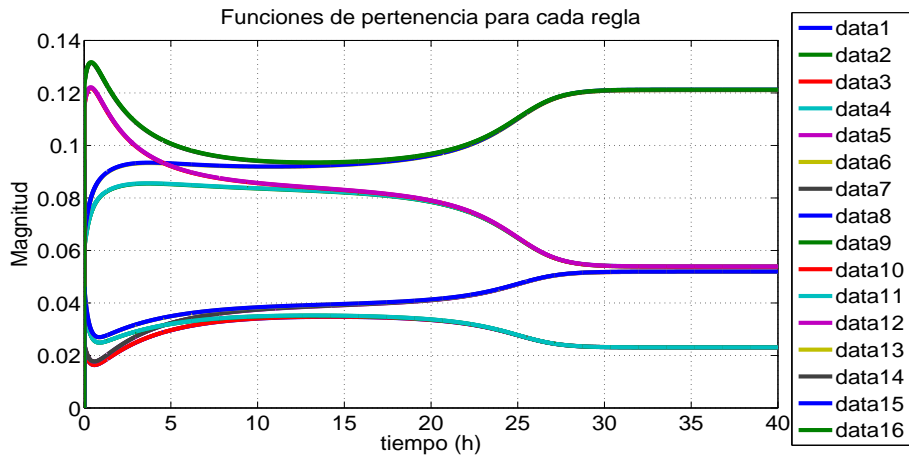


Figura 4.5: Funciones de pertenencia de cada regla difusa

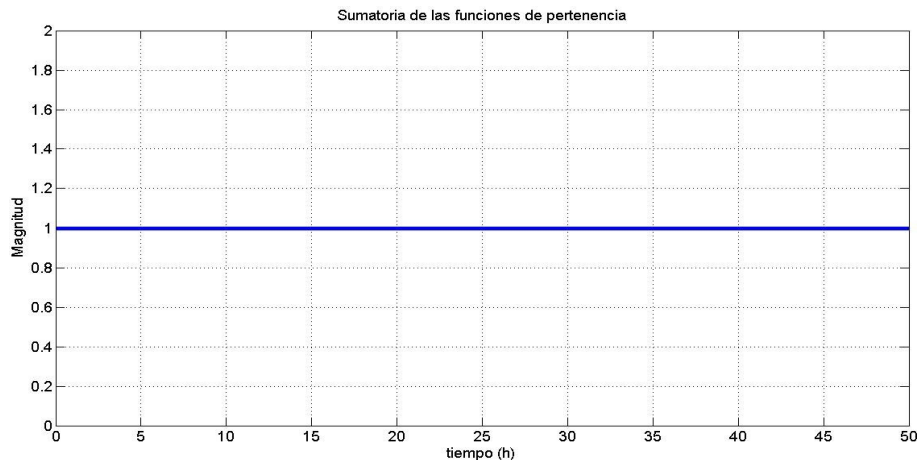


Figura 4.6: Suma de las funciones de pertenencia.

Las condiciones iniciales de operación del modelo no lineal y del sistema difuso T-S utilizados en la simulación están descritos en la Tabla 4.1:

Tabla 4.1: Condiciones iniciales de operación del sistema no lineal y el sistema difuso T-S.

Condiciones Iniciales de operación	
$C_x = 1.5 \text{ g(ps)dm}^{-3}$	$C_p = 0 \text{ gdm}^{-3}$
$C_S = 75 \text{ gdm}^{-3}$	$T_r = 30 \text{ }^\circ\text{C}$
$T_{ag} = 24.56 \text{ }^\circ\text{C}$	$T_{(in,ag)} = 24 \text{ }^\circ\text{C}$
$F_{ag} = 60 \text{ l/h}$	

Ahora se utilizará el error cuadrático medio para saber el desempeño que tiene el modelo T-S con respecto al modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol. Los resultados se encuentran en la Tabla 4.2

Tabla 4.2: Error cuadrático medio.

Estados	Error cuadrático medio	
	0-27 horas	27-50 horas
C_x	$5.5217e^{-6}$	$5.5217e^{-6}$
C_p	$3.948e^{-5}$	$2.591e^{-6}$
C_s	$3.312e^{-4}$	$1.606e^{-16}$
T_r	$2.572e^{-8}$	$7.296e^{-12}$
T_{ag}	$2.572e^{-8}$	$7.296e^{-12}$

Se puede concluir que el modelo difuso T-S tiene una representación con un error cuadrático medio muy bajo tal como lo muestra en la Tabla 4.2, con respecto al modelo no lineal del sistema de producción de bioetnaol.

4.2. Conclusiones

El enfoque que se utilizó fue el de sector no lineal, que tiene la principal ventaja de aproximarse al comportamiento del sistema no lineal que representa al sistema de producción de bioetanol. El número de modelos lineales locales es de dieciséis modelos, ya que se identificaron cuatro variables de programación que son la temperatura de la chaqueta, la velocidad específica de crecimiento, la ecuación del comportamiento de la biomasa y del etanol.

Las funciones de pertenencia pueden ser representadas de diferentes formas, ya que se utilizó la metodología de [Lendek et al., 2010], se proponen funciones de pertenencia de forma triangular que ayuda al sistema T-S a saber la ubicación del punto de operación haciendo una combinación convexa de los dieciséis modelos locales lineales obtenidos.

Capítulo 5

Estimación del sistema difuso

Takagi-Sugeno

Un observador es capaz de estimar las variables medidas y no medidas, cuando se necesita toda la información del vector de estados. Una vez que la estimación de los estados está disponible, se pueden utilizar adicionalmente, por ejemplo para el control, la detección de fallas, etc. Considere el sistema difuso T-S (4.12), donde $x \in R^n$ es el vector de estados, $y \in R^p$ es el vector de las salidas, $u \in R^k$ es el vector de entradas, el cual es conocido (medido), $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times k}$, $C \in R^{p \times n}$ son matrices que contienen los parámetros del sistemas. El problema de diseño del observador surge cuando el vector medido no coincide con el vector de estados. Existen diferentes tipos de observadores para sistemas lineales, entre los cuales está el observador de modos deslizantes [Oudghiri et al., 2007, Palm and Bergsten, 2000]; el observador difuso Luenberger [Lendek et al., 2010, Bergsten, 2001], siendo este último el que se utilizará para la estimación de los estados no medidos del sistema de producción de bioetanol, entonces el sistema estimado queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \sum_{i=1}^m w_i(\tilde{z}) (A_i \tilde{x} + B_i u + L_i (y - \tilde{y})) \\ \tilde{y} &= \sum_{i=1}^m w_i(\tilde{z}) (C_i \tilde{x})\end{aligned}\tag{5.1}$$

Donde $\tilde{x} \in R^n$ es el vector de estados, $\tilde{y} \in R^p$ es el vector de las salidas, $u \in R^k$ es el vector de entradas, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times k}$, $C \in R^{p \times n}$ son matrices que contienen los parámetros del sistema, \tilde{z} es el vector de las variables programadas estimadas y las $L_i, i = 1, 2, \dots, m$ son las ganancias del observador.

5.1. Observador difuso Luenberger

Un sistema se considera que es observable cuando la matriz de observabilidad es de rango completo, entonces para el diseño del observador del sistema se verificó que el sistema de producción de etanol fuera observable (ver Anexo B). Para el diseño del observador del sistema difuso T-S aquí propuesto, se considera el caso cuando el vector de programación sólo depende de variables medidas, es decir, que no depende de los estados que tienen que ser estimados. En este caso, el vector de programación se puede utilizar en el observador, en lugar de usar el vector de programación estimado entonces el observador queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i \tilde{x} + B_i u + L_i (y - \tilde{y})) \\ \tilde{y} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i \tilde{x})\end{aligned}\quad (5.2)$$

Usando el observador (5.2), el error de estimación dinámico se puede escribir como:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\tilde{x}} \quad (5.3)$$

Entonces

$$\dot{x} - \dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) - \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i \tilde{x} + B_i u + L_i (y - \tilde{y})) \quad (5.4)$$

$$\dot{x} - \dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) ((A_i x + B_i u) - (A_i \tilde{x} + B_i u + L_i (C_i x - C_i \tilde{x}))) \quad (5.5)$$

$$\dot{x} - \dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) (A_i (x - \tilde{x}) - L_i C_i (x - \tilde{x})) \quad (5.6)$$

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) ((A_i - L_i C_i) e) \quad (5.7)$$

Teorema 1. [Wang et al., 1996] La estimación del error dinámico en (5.2) es asintóticamente estable, si existe una $P = P^T > 0$ y $L_i, i = 1, 2, \dots, m$ tal que:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(P(A_i - L_i C_i)) &< 0 \\ \mathcal{H}(P(A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i)) &\leq 0\end{aligned}\quad (5.8)$$

Con $i = 1, 2, \dots, m, j = i + 1, 1 + 2, \dots, m$ provee que las dos reglas sean simultáneamente activas, $\forall i < j \in \{1, 2, \dots, m\}$ para el cual existe una $z \in C_{(z)}$ tal que $w_i(z)w_j(z) \neq 0$ donde \mathcal{H} denota la parte simétrica de la matriz $\mathcal{H}(X) = X + X^T$.

Aunque las condiciones (5.8) son conservadoras, tienen la ventaja de que son simples y que fá-

cilmente se pueden formular como (LMI's), usando el cambio de variables $M_i = PL_i, i = 1, 2, \dots, m$. Entonces el diseño del observador (5.2), se reduce a encontrar una LMI's viable con una $P = P^T > 0$ y $M_i, i = 1, 2, \dots, m$ tal que:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}((PA_i - M_iC_i)) &< 0 \\ \mathcal{H}((PA_i - M_iC_j + PA_j - M_jC_i)) &\leq 0 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Con $i = 1, 2, \dots, m, \forall i < j : \exists z : w_i(z)w_j(z) \neq 0$.

Se aplicó la metodología descrita en (5.9), al sistema difuso T-S compuesto por 16 submodelos lineales. Para que (5.2) cumpla con los requerimientos del Teorema 1 tienen que satisfacerse 120 condiciones y encontrar una matriz $P > 0$, por lo tanto, se utilizó el solucionador SeDuMi del Toolbox de Matlab para poder encontrar las ganancias del observador, pero no se encontró solución por la cantidad de condiciones que debía cumplir, además de que $A_i \in R^{5 \times 5}$, es por eso que se realizó una consideración en el sistema para poder reducir el número de reglas y a la vez reducir la cantidad de submodelos del sistema difuso T-S, esta consideración que se realiza, es que la velocidad específica de crecimiento fuera constante en cada matriz A_i , al considerar este elemento constante en el sistema no lineal, se pierde esa información del efecto de la temperatura sobre el crecimiento microbiano, entonces se tiene que, (3.5) describe la dinámica de la velocidad específica de crecimiento interviene directamente en el cálculo de la no linealidad (4.5), por lo tanto, una alternativa para no afectar demasiado la dinámica de (4.5), es calcular en cada instante de muestreo la velocidad específica de crecimiento, entonces la dinámica del sistema difuso T-S con ocho modelos locales lineales sigue manteniendo un comportamiento similar al sistema de producción de bioetanol (4.4).

Se realizó nuevamente el sistema difuso T-S con la metodología planteada en el capítulo 4; el desarrollo matemático para la obtención del sistema difuso de ocho modelos lineales locales se expresan en el Anexo C, tomando en cuenta las condiciones de operación de las Tablas 3.1 y 5.1, los resultados de simulación fueron los siguientes:

El cálculo de la velocidad específica de crecimiento en cada instante de muestreo permite que el sistema difuso T-S con ocho submodelos tenga un comportamiento similar al sistema no lineal (4.4), y esto se puede observar en la dinámica de cada uno de los estados del sistema difuso T-S.

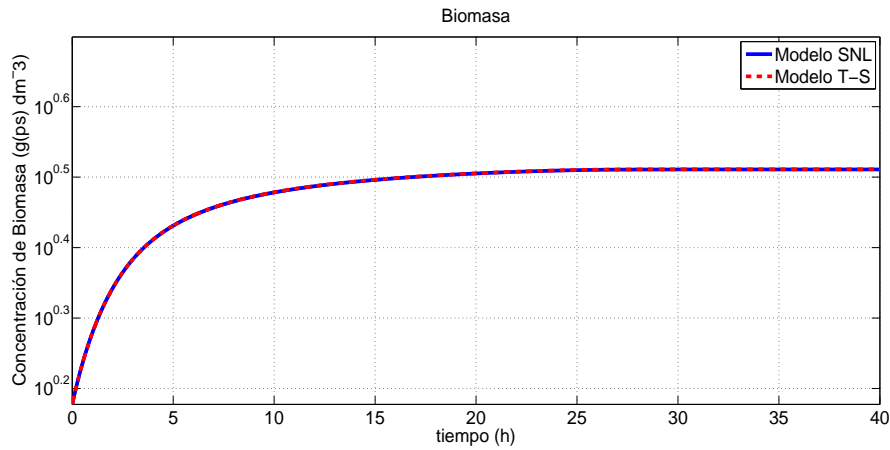


Figura 5.1: Cinética de crecimiento de la biomasa del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

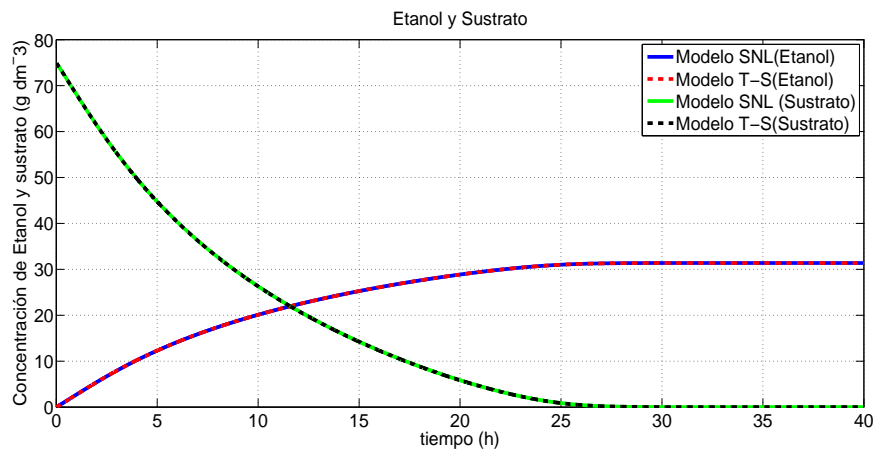


Figura 5.2: Concentración de bioetanol y consumo de sustrato del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

En la Figura 5.1 se ilustra como el comportamiento dinámico de la biomasa va creciendo con respecto al tiempo y en función de la cantidad del sustrato (línea verde-continua y línea negra-punteada), (ver Figura 5.2) existente en el reactor por lotes, así mismo en la Figura 5.2 se observa cómo va aumentando la concentración de bioetanol conforme la biomasa va consumiendo al sustrato.

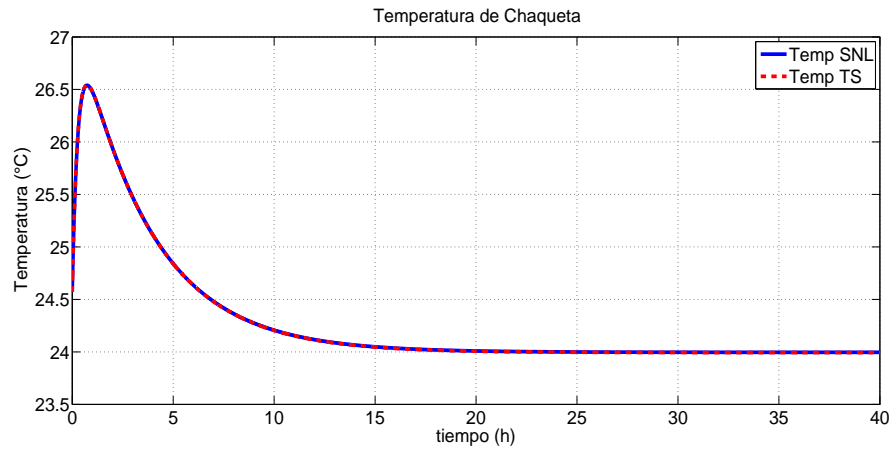


Figura 5.3: Temperatura de la chaqueta del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

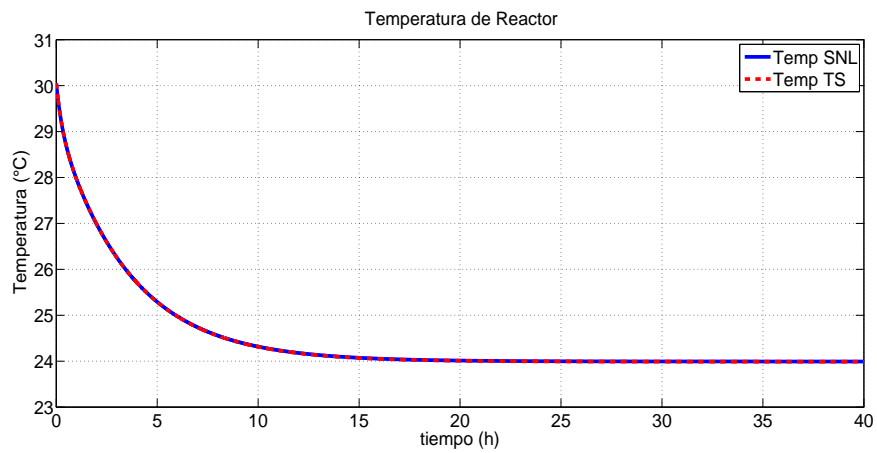


Figura 5.4: Temperatura del reactor del modelo difuso T-S con ocho modelos y modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol.

La concentración de biomasa no se ve afectada por la temperatura del reactor, ya que la temperatura del reactor tiende a 24 °C (ver Figura 5.4), que no es una temperatura aceptable porque baja mucho la velocidad de crecimiento microbiano, pero considerando que los microorganismos con los que se está trabajando son mesófilos y su temperatura de crecimiento está entre los 15 y los 35 °C [Schlegel, 1997], se tendrá un comportamiento con poco rendimiento, ya que la temperatura del reactor tiene que ser mayor a 25 °C y menor a 36 °C.

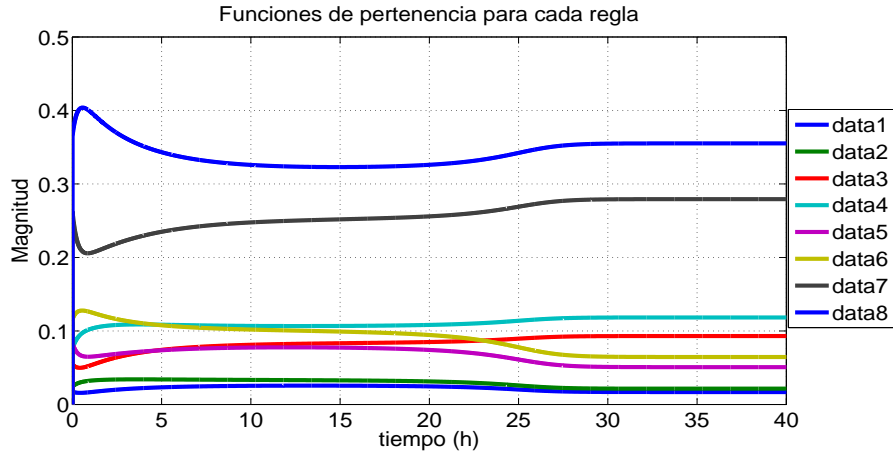


Figura 5.5: Funciones de pertenencia para cada regla difusa del sistema difuso T-S con ocho modelos lineales locales.

El sistema difuso T-S fue reducido a ocho modelos lineales locales para reducir también la cantidad de condiciones (5.9), entonces las condiciones que debe de satisfacer para cumplir con el Teorema 1 se redujeron a 28, por lo tanto, se utilizó el solucionador SeDuMi Toolbox de Matlab [Lófberg and Johan, 2004] y se obtuvieron las ganancias para el observador de estados.

$$\begin{array}{l}
 L_1 = \begin{bmatrix} 6.8076 & 7.1727 & 7.3621 & 7.1440 & 7.0412 \\ 8.0198 & 9.1715 & 7.5730 & 8.2817 & 8.1295 \\ 15.3034 & 13.7893 & 17.5947 & 14.3468 & 14.3268 \\ 8.5806 & 8.7951 & 9.0064 & 8.8852 & 9.5585 \\ 10.1784 & 10.3732 & 10.6320 & 12.1382 & 9.4751 \end{bmatrix} \\
 L_2 = \begin{bmatrix} 6.6058 & 6.9868 & 7.1747 & 6.9595 & 6.8546 \\ 7.8049 & 8.9448 & 7.3567 & 8.0717 & 7.9144 \\ 14.9180 & 13.4037 & 17.1949 & 13.9626 & 13.9432 \\ 8.3484 & 8.5648 & 8.7732 & 8.6413 & 9.3263 \\ 9.9034 & 10.0995 & 10.3565 & 11.8659 & 9.1862 \end{bmatrix} \\
 L_3 = \begin{bmatrix} 6.3561 & 6.8345 & 6.8587 & 6.7529 & 6.6394 \\ 7.5498 & 8.5170 & 8.3239 & 7.7773 & 7.6273 \\ 14.3738 & 14.4378 & 12.1869 & 13.8678 & 13.7237 \\ 8.0552 & 8.4822 & 8.2052 & 8.3932 & 9.0760 \\ 9.5575 & 9.9787 & 9.7137 & 11.5867 & 8.8690 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Tabla 5.1: Condiciones iniciales de operación del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger.

Condiciones Iniciales de operación		Temperaturas iniciales de operación	
$C_x = 1.5g(ps)dm^{(-3)}$	$C_p = 0gdm^{(-3)}$	Modelo no lineal	Observador
$C_S = 75gdm^{(-3)}$	$T_{(in,ag)} = 24^{\circ}C$	$T_r = 30^{\circ}C$	$T_r = 28^{\circ}C$
$F_{ag} = 60litros/hora$		$T_{ag} = 24^{\circ}C$	$T_{ag} = 25^{\circ}C$

$L_4 =$	6.0479	6.5490	6.5719	6.4707	6.3545
	7.2207	8.1671	7.9942	7.4533	7.2989
	13.7829	13.8497	11.5761	13.2835	13.1371
	7.6998	8.1279	7.8492	8.0208	8.7213
	9.1371	9.5593	9.2929	11.1706	8.4270
$L_5 =$	7.8455	5.8761	5.7973	5.9966	5.9376
	7.0319	7.8104	6.2274	7.0475	6.8896
	11.7660	11.5357	15.2144	12.1359	12.1198
	7.7085	7.3805	7.4858	7.4537	8.2144
	9.0786	8.7107	8.8624	10.5422	7.8032
$L_6 =$	7.2929	5.3596	5.2864	5.4900	5.4284
	6.4391	7.1692	5.6360	6.4573	6.3026
	10.7175	10.4778	14.1210	11.0953	11.0698
	7.0724	6.7370	6.8494	6.7840	7.5801
	8.3274	7.9532	8.1099	9.7962	7.0097
$L_7 =$	6.4259	4.6366	4.3769	4.7278	4.6632
	5.5492	6.0046	5.9596	5.4984	5.3812
	8.8881	10.3758	7.9127	9.8827	9.7123
	6.0664	5.9397	5.5797	5.7912	6.6442
	7.1448	6.9994	6.6383	8.7024	5.8228
$L_8 =$	4.2913	2.8511	2.6771	2.8829	2.9346
	3.5164	3.4575	3.9960	3.2620	3.3856
	5.3758	6.8577	4.0640	6.3053	6.1737
	3.8817	3.6778	3.4617	3.0703	4.4862
	4.5895	4.3858	4.1339	6.0219	2.8723

A continuación se presenta la simulación del observador difuso Luenberger comparado con el comportamiento dinámico de cada uno de los estados del sistema no lineal, tomando en cuenta las condiciones de operación de las Tablas 3.1 y 5.1 donde solo cambian las temperaturas iniciales de los dos sistemas.

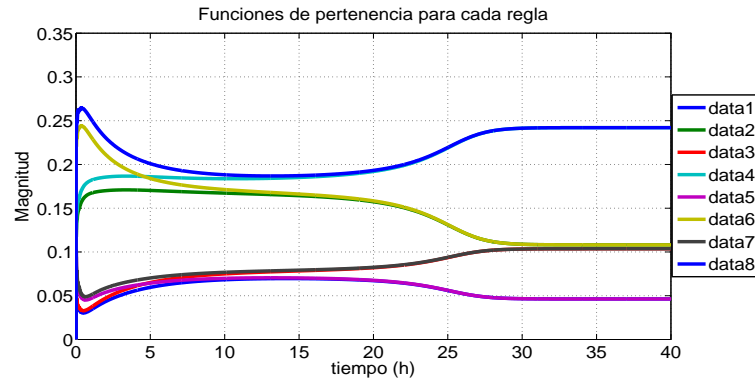


Figura 5.6: Funciones de pertenencia para cada regla difusa del observador difuso Luenberger.

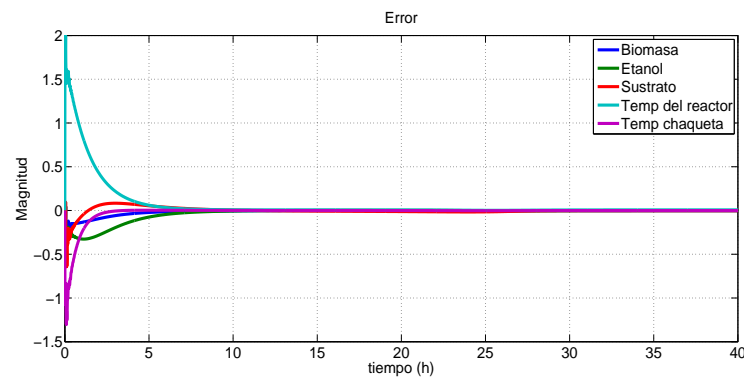


Figura 5.7: Error Dinámico entre el observador y el sistema no lineal.

La Figura 5.7 describe el comportamiento del error dinámico estimado donde comprueba que $\dot{e} \rightarrow 0$ conforme $\hat{x} \rightarrow x$ es decir, el error tiende a cero conforme el estado estimado tiende a seguir el mismo comportamiento del estado del sistema no lineal.

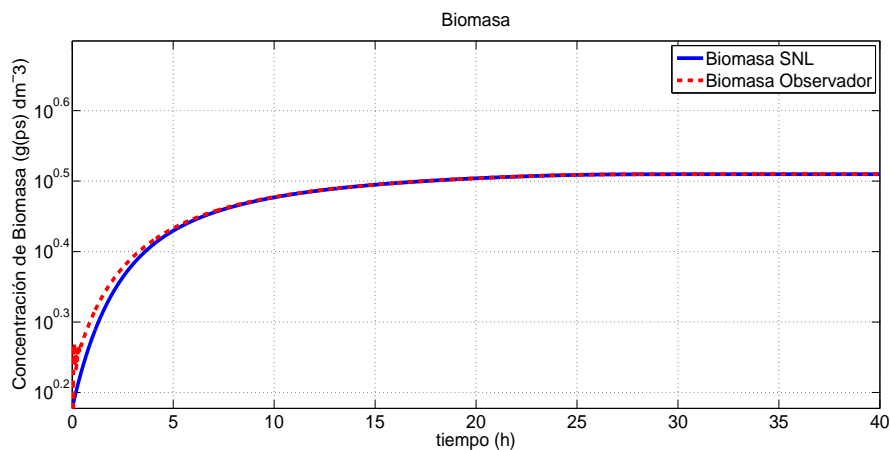


Figura 5.8: Concentración de biomasa del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.

Entonces con base en este análisis la variable de estado de la concentración de biomasa del sistema

(5.2) es similar al estado del sistema de producción de bioetanol (4.4), lo cual se ilustra en la Figura 5.8.

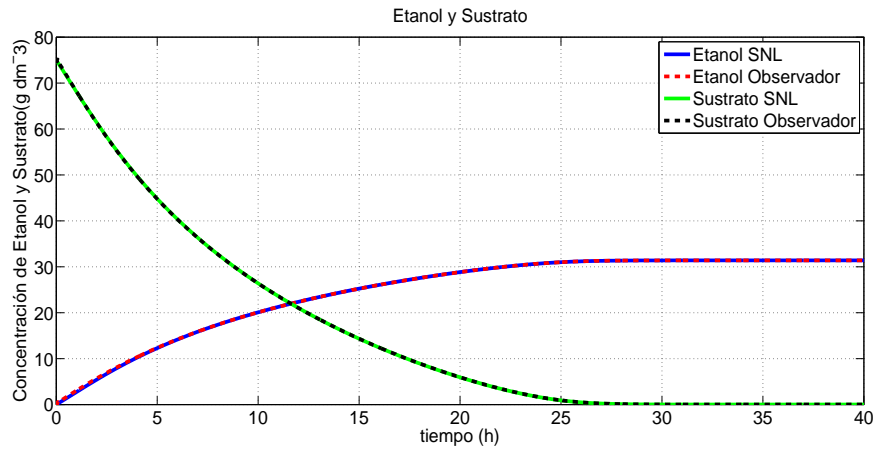


Figura 5.9: Concentración de bioetanol y consumo de sustrato del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.

La relación que existe entre el consumo del sustrato y la producción de bioetanol, está provocada por el crecimiento de la biomasa necesaria tanto para consumir el alimento como para liberar energía, este comportamiento provocado por la biomasa se ilustra en la Figura 5.9, en donde se observa como el sustrato tiende a cero mientras que el bioetanol va incrementando en el reactor, a la vez en esta misma figura se compara el comportamiento del sistema (4.4) con el observador difuso Luenberger (5.2).

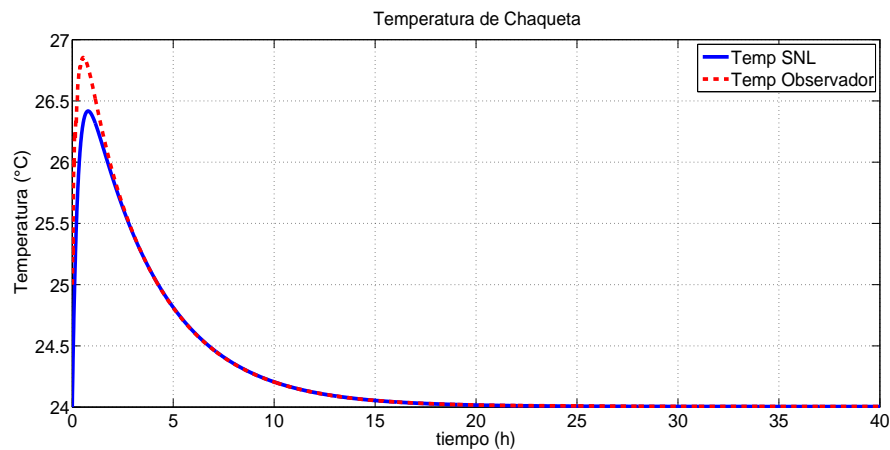


Figura 5.10: Temperatura de la chaqueta del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.

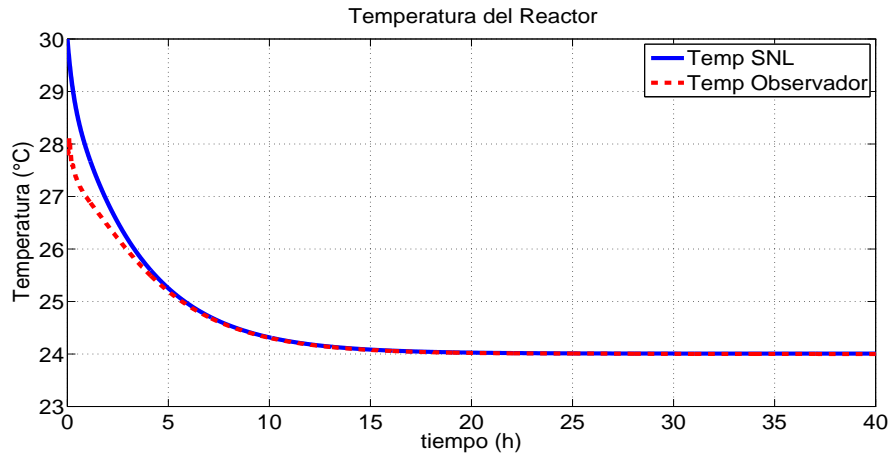


Figura 5.11: Temperatura del reactor del modelo no lineal y el observador difuso Luenberger del sistema de producción de bioetanol.

Así mismo en las Figuras 5.11 y 5.10 se ilustra la dinámica de la temperatura del reactor y de la chaqueta respectivamente, la dinámica que presenta es debido a que hay un flujo de calor del cuerpo de mayor al de menor temperatura, y debido a que la transferencia de calor es mediante convección, entonces existe un líquido que mediante un movimiento molecular es el responsable de transferir el calor de manera natural, además considerando que se trata de un reactor por lote, en donde no existe un flujo de alimentación en el reactor, pero que si existe un flujo de líquido en la chaqueta, por lo cual, la temperatura del reactor y de la chaqueta convergerá al valor de la temperatura de entrada de la chaqueta, que en este caso son 24 °C.

5.2. Conclusión.

En esta sección se obtuvo el sistema estimado del sistema difuso T-S conformado por ocho modelos lineales locales, así como, la estimación del sistema mediante un observador, siendo, el observador difuso Luenberger propuesto por [Lendek et al., 2010] el elegido para representar al sistema de producción de bioetanol, ya que no tiene un alto grado de dificultad además de que este cumple con su propósito el cual es estimar al sistema, además se observa como converge a cero el error dinámico estimado para cada uno de los estados como se mostró en la Figura 5.7.

Capítulo 6

Análisis de estabilidad por retroalimentación de estados del sistema difuso Takagi-Sugeno estimado

La representación general del modelo difuso T-S mediante el enfoque del sector no lineal se muestra en (6.1).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m w_i(z) (C_i x)\end{aligned}\tag{6.1}$$

Considerando la siguiente ley de control por retroalimentación de estados que estabiliza al sistema (6.1):

$$u = - \sum_{i=1}^m w_i(z) K_i x\tag{6.2}$$

Entonces, introduciendo (6.2) en el modelo T-S (6.1) se obtiene el sistema en lazo cerrado.

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \left(A_i - B_i \sum_{j=1}^m w_j(z) K_j \right) x$$

Debido a que $\sum_{j=1}^m w_j(z) = 1$, tenemos que:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \left(\sum_{j=1}^m w_j(z) A_i - B_i \sum_{j=1}^m w_j(z) K_j \right) x$$

Reduciendo la expresión queda el lazo cerrado compuesto por m^2 modelos lineales tal como se describe en (6.3) y en la Figura (6.1) se ilustra el diagrama de bloques del sistema con retroalimentación de estados:

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) (A_i - B_i K_j) x \quad (6.3)$$

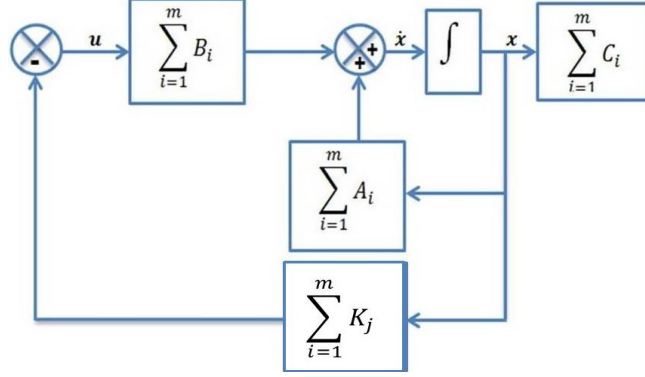


Figura 6.1: Diagrama de bloques de la estabilidad por retroalimentación de estados.

6.1. Método directo de Lyapunov

Utilizando el método directo de Lyapunov para la estabilidad de los modelos T-S, se propone una función candidata de Lyapunov que en este caso es.

$$V(x) = x^T P x \quad (6.4)$$

Con $P = P^T > 0$.

Dada la derivada de la función candidata de Lyapunov a lo largo de la trayectoria de (6.3).

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) x^T \left((A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j) \right) x$$

Entonces $\dot{V} < 0$ es asegurada si la doble suma negativa satisface que:

$$\sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) (A_i^T P + P A_i - P B_i K_j - K_j^T B_i^T P) < 0 \quad (6.5)$$

Si se define $\Gamma_{ij}(x) = (A_i^T P + P A_i - P B_i K_j - K_j^T B_i^T P)$, entonces se tiene que:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) \Gamma_{ij}(x)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) \Gamma_{ij}(x) < 0 \quad (6.6)$$

El término $P B_i L_j$ de (6.5) no es problema de LMI's, por lo tanto para expresar esto en condiciones de LMI's [Tuan et al., 2001], se realiza el siguiente cambio de variable, donde $X = P^{-1}$, $M_i = K_i X$,

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

$i = 1, 2, \dots, m$ y con la propiedad de congruencia con la matriz de rango completo X , (6.5) se puede describir como:

$$\sum_{i=1}^m w_i(z) \sum_{j=1}^m w_j(z) (XA_i^T + A_iX - B_iM_j - M_j^T B_i^T) < 0$$

Donde $\Gamma_{ij}(x)$ tiene que ser simétrica.

Lema 4.1. [Tuan et al., 2001] La expresión (6.6) se satisface siempre que la siguiente condición se mantiene:

$$\begin{aligned} \Gamma_{ii}(x) &< 0 \\ \frac{2}{m-1}\Gamma_{ii} + \Gamma_{ij} + \Gamma_{ji} &< 0 \end{aligned} \tag{6.7}$$

Para $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, m, i \neq j$.

La solución del problema de LMI's (6.6), por lo tanto debe de satisfacer el siguiente teorema:

Teorema 2. [Tuan et al., 2001] Los modelos T-S en continuo (6.1) con el lazo de control (6.2) es (GAS) si existe una matriz $X > 0$, y $M_i, i = 1, 2, \dots, m$, tal que con $\Gamma_{ij} \triangleq XA_i^T + A_iX - B_iM_j - M_j^T B_i^T$ cumpliendo en el Lema (4.1). Además, si se satisface la condición las ganancias son: $K_i = M_i X^{-1}, i = 1, 2, \dots, m$.

6.2. Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

Para poder controlar un sistema, el primer paso que se debe cumplir es que la matriz de controlabilidad tiene que ser de rango completo, es decir, todas las columnas de la matriz deben ser linealmente independientes, pero en caso de que esto no se cumpla, no implica que el sistema no es controlable sino que en el sistema existen variables que no pueden ser controladas, tal como se muestra en el Anexo D, aplicando la prueba de controlabilidad a cada modelo lineal local se tiene que las variables que pueden ser controladas en el sistema de producción de bioetanol son la temperatura del reactor y la temperatura de la chaqueta.

El sistema difuso T-S del sistema de producción de bioetanol fue reducido a ocho submodelos en el capítulo 5 ya que tres de las variables de estado que conforman el sistema de producción de bioetanol no pueden ser medidas, entonces la solución al problema fue diseñar un observador difuso Luenberger para poder estimar las variables de estado no medidos; para obtener las ganancias del observador se formuló un problema de LMI's por lo que la solución de estas, es que tienen que cumplir condiciones para satisfacer el Teorema1 (antes mencionado), tales condiciones del teorema provocaron que el Toolbox Yalmip de Matlab no encontrara solución a este problema por lo que se tuvo que

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

realizar una consideración en el sistema tal como se planteó en la sección 5 y el resultado de ello fue que el sistema difuso T-S se redujera a ocho modelos locales lineales.

Para garantizar la estabilidad global del sistema difuso estimado T-S del sistema de producción de bioetanol se propuso una función cuadrática de Lyapunov (6.4) tal como se plantea en el capítulo 6. La metodología descrita en esta sección lleva a que la forma de obtener las ganancias que estabilicen el sistema es mediante un problema de LMI's, aplicando esta metodología al sistema difuso T-S con 8 modelos locales lineales el resultado fue que el Toolbox Yalmip de Matlab no encontró solución ya que está tenía que encontrar una matriz $P = P^T > 0$ que cumpliera con 225 condiciones resultantes de (6.7).

La solución al problema fue realizar una consideración más en el sistema difuso T-S del sistema de producción de bioetanol, entonces partiendo del sistema no lineal (4.4), se tiene:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f^m(x, u)x + g^m(x, u)u \\ y &= h^m(x, u)x\end{aligned}$$

Entonces el sistema de producción de bioetanol quedaría:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \mu_0 \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} v_m \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - T_{ag})}{V_{ag}} \end{bmatrix} F_{ag} \quad \dots \quad (6.8)$$

Como se puede observar en la matriz $g^m(x, u)$ el único término diferente de cero es una no linealidad del sistema debido a que este depende de una variable de estado descrito por T_{ag} .

Entonces si esta variable de estado que representa a la temperatura del reactor, se sustituye por un valor intermedio con base en el rango de operación del sistema no lineal, dejaría de ser una no linealidad del sistema (tal como se muestra en (6.9)) y como consecuencia de ello el sistema difuso T-S estará representado por cuatro modelos lineales locales.

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \mu_0 \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} v_m \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - 24)}{V_{ag}} \end{bmatrix} F_{ag} \quad (6.9)$$

Por lo tanto las variables de programación, que son los elementos no constantes en las matrices, son:

$$z_1 = \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} \quad (6.10)$$

$$z_2 = C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} \quad (6.11)$$

Sustituyendo los valores máximos y mínimos para cada z_j se obtiene los intervalos a los que pertenecen, entonces tenemos que $z_{1,2} \in [\underline{n}l_j, \overline{n}l_j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$. Para cada variable de programación, dos funciones de ponderación son calculadas de la siguiente manera

La primera función de ponderación para z_1 es

$$\eta_0^1 = \frac{1 - \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p}}{1 - (-1)} \quad (6.12)$$

La segunda función de ponderación z_1 es

$$\eta_1^1 = 1 - \eta_0^1 \quad (6.13)$$

La primera función de ponderación para z_2 es

$$\eta_0^2 = \frac{1 - C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p}}{1 - (-1)} \quad (6.14)$$

La segunda función de ponderación z_2 es

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

$$\eta_1^2 = 1 - \eta_0^2 \quad (6.15)$$

Por cada función de ponderación corresponde un conjunto difuso denotado por $\bar{Z}_i^j, i = 0, 1, j = 1, 2$. Con estos conjuntos difusos, el modelo tiene $2^2 = 4$ reglas que pueden ser escritas como:

Regla del modelo 1:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 entonces:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u$$

con

$$A_1 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - 24)}{V_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_1(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2$

Como los elementos de la matriz B son contantes entonces $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$.

Regla del modelo 2:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 entonces:

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 u$$

Con

$$A_2 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \bar{nl}_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_2(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2$.

Regla del modelo 3:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 entonces:

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

$$\dot{x} = A_3x + B_3u$$

Con

$$A_3 = \begin{bmatrix} \bar{n}l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \bar{n}l_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SF}} \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_3(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2$.

Regla del modelo 4:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 entonces:

$$\dot{x} = A_4x + B_4u$$

Con

$$A_4 = \begin{bmatrix} \bar{n}l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \bar{n}l_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SF}} \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_4(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2$.

Una vez planteada la nueva solución descrita se tuvo que realizar nuevamente el sistema difuso T-S con cuatro modelos lineales locales así como el diseño del observador para estimar las variables medibles y no medibles del sistema difuso T-S, teniendo esto y aplicando la metodología vista en el sección 6, se tiene que las ganancias del observador:

$$L_1 = \begin{bmatrix} -1.8242 & 0.3274 & 0.3000 & 0.1902 & 0.1482 \\ -0.1413 & 0.8102 & -0.9854 & -0.2499 & -0.2756 \\ 10.0969 & 4.8716 & 8.8667 & 5.8903 & 6.1530 \\ 2.0416 & 2.0472 & 2.0751 & 2.1641 & 2.8958 \\ 4.4553 & 4.4608 & 4.4936 & 21.7198 & -11.8161 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} -1.7753 & -0.0695 & 0.6080 & 0.1102 & 0.1354 \\ -0.0240 & 0.2659 & 0.3899 & -0.3335 & -0.2649 \\ 9.0981 & 7.2764 & 4.1580 & 5.9907 & 5.7880 \\ 1.9004 & 1.9296 & 1.9254 & 2.0106 & 2.7718 \\ 4.1606 & 4.1914 & 4.1897 & 21.4463 & -12.1078 \end{bmatrix}$$

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

$$L_3 = \begin{bmatrix} 2.6993 & 0.2535 & -0.1630 & 0.1278 & 0.1224 \\ -0.5639 & 0.7688 & -0.8629 & -0.2054 & -0.2296 \\ 3.3732 & 3.7261 & 7.9713 & 4.7633 & 5.0299 \\ 1.6966 & 1.6567 & 1.6832 & 1.7164 & 2.5370 \\ 3.6703 & 3.6311 & 3.6636 & 20.9358 & -12.6730 \end{bmatrix}$$

$$L_4 = \begin{bmatrix} 2.1080 & -0.1479 & -0.0025 & -0.0014 & 0.0491 \\ -0.1514 & -0.1605 & 0.6385 & -0.1145 & -0.0883 \\ -0.5867 & 3.5503 & 0.3141 & 2.4066 & 2.0590 \\ 0.7220 & 0.7272 & 0.6960 & 0.0307 & 1.4735 \\ 1.5279 & 1.5376 & 1.5062 & 18.6557 & -15.6099 \end{bmatrix}$$

Las ganancias para el lazo de control que estabilizan al sistema difuso T-S son las siguientes:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.1216 & 0 & 0.0818 & -328.2728 & 315.4603 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.1082 & 0 & -0.1286 & -328.2728 & 315.4603 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0.0349 & 0 & 0.0505 & -328.2728 & 315.4603 \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} -0.1951 & 0 & -0.1600 & -328.2387 & 315.3838 \end{bmatrix}$$

La temperatura del reactor y de la chaqueta son las variables que pueden controlarse, tal como se demostró en el Anexo D, entonces las dos temperaturas tenderán a cero conforme $t \rightarrow \infty$, pero el propósito de las ganancias de retroalimentación de estado es que las variables controladas tiendan a cero en el menor tiempo posible, entonces como la dinámica de la cinética de fermentación está en función de la temperatura, la concentración de biomasa se verá afectada y por consecuencia afectará en el tiempo de producción y consumo del etanol y del sustrato respectivamente.

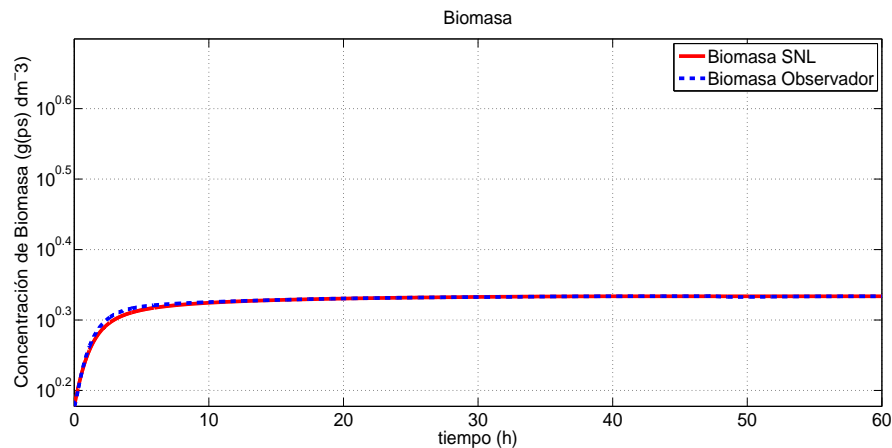


Figura 6.2: Concentración de biomasa del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger.

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

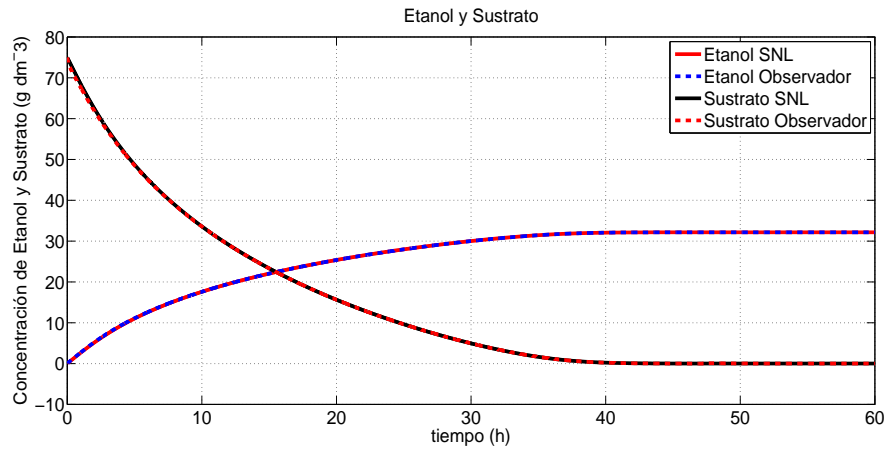


Figura 6.3: Concentración de etanol y sustrato del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger.

El comportamiento de las tres variables que no pueden ser controladas se presentan en las Figuras 6.2-6.3, es por eso, que estas variables estimadas no tienden a cero, además de que en las figuras se ilustra la comparación del sistema no lineal y el observador difuso Luenberger, en estas figuras se ilustra como debido a que la temperatura del reactor tiende a cero en menos de 10 horas, la concentración de biomasa disminuye considerablemente teniendo como efecto que el consumo total del sustrato sea en casi 40 horas, y así mismo, la producción de etanol total del sistema se lleva en mayor tiempo.

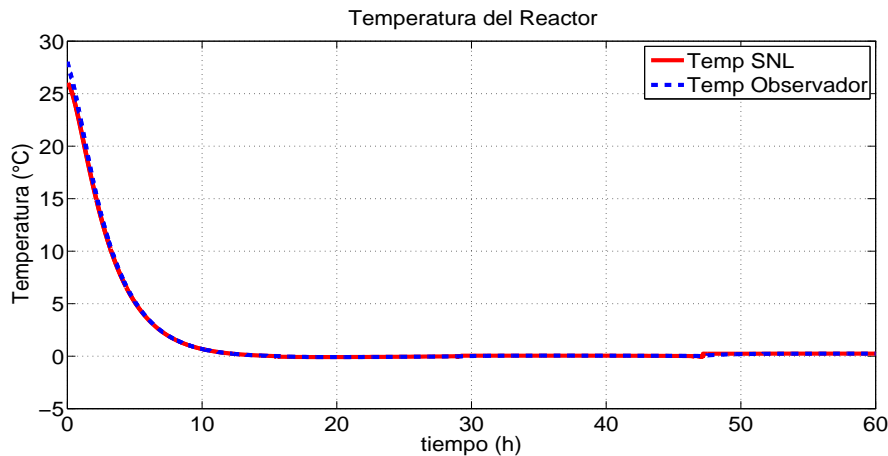


Figura 6.4: Comparación de la temperatura del reactor entre el sistema difuso T-S y observador difuso Luenberger.

6.2 Estabilidad por retroalimentación de estados para sistemas T-S aplicado al sistema de producción de bioetanol

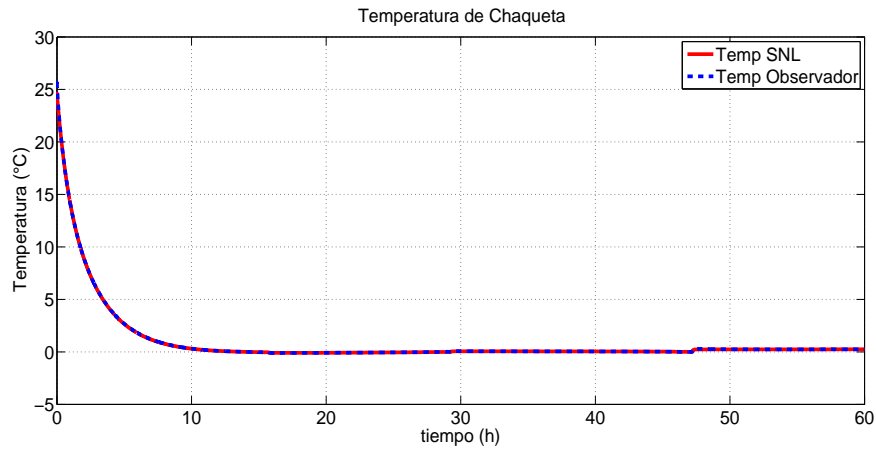


Figura 6.5: Comparación de la temperatura de la chaqueta entre el sistema no lineal y observador difuso Luenberger.

Las Figuras 6.4-6.5 ilustran la comparación entre el sistema no lineal y observador difuso Luenberger, además se observa como la temperatura del reactor y de la chaqueta tienden a cero, ya que la ley de control que estabiliza al sistema hace que los estados que pueden controlarse tiendan a cero.

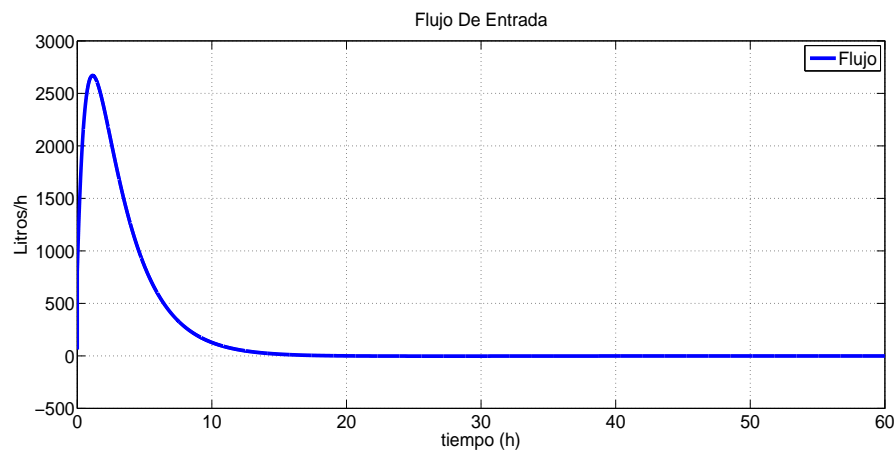


Figura 6.6: Señal de control que estabiliza al sistema de producción de bioetanol.

La Figura 6.6 se muestra el esfuerzo de la señal de control la cual está en función del flujo de agua que entra a la chaqueta del reactor.

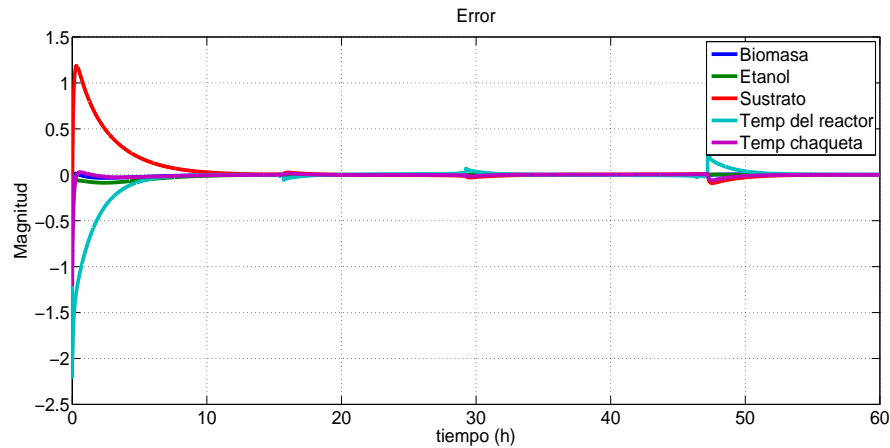


Figura 6.7: Error dinámico de los estados estimados.

La Figura 6.7 muestra como el error dinámico tiende a cero conforme $t \rightarrow \infty$, ya que los estados del observador difuso Luenberger tienden a seguir el comportamiento de los estados del sistema no lineal.

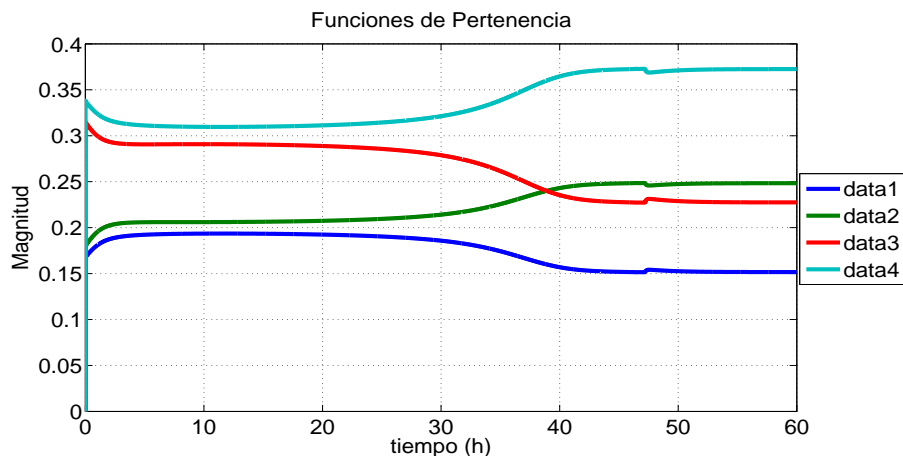


Figura 6.8: Funciones de pertenencia para cada regla difusa del observador con cuatro modelos lineales locales.

Como se mencionó anteriormente, (6.10) y (6.11) se tomaron en cuenta como las únicas dos no linealidades del sistema de producción de bioetanol, mismas que describen la dinámica de la cinética de fermentación, es por eso que se tienen cuatro funciones de pertenencia ya que cada una corresponde al número de reglas que conforma el sistema difuso T-S estimado.

6.3. Conclusión.

El proceso de producción de bioetanol es un sistema inestable es por eso que la forma que se eligió para estabilizarlo fue mediante el método directo de Lyapunov, este método lo resuelve planteando un

problema de LMI's, en este caso se planteó un lazo de control por retroalimentación de estados para estabilizar los estados que pueden ser controlados que en este caso son la temperatura del reactor y de la chaqueta.

La temperatura del reactor y de la chaqueta son las variables de estado del sistema que pueden ser controladas es por eso que son las únicas variables que tienden a cero, el comportamiento de la cinética de fermentación se ve afectada porque las temperaturas del reactor y la chaqueta tienden a cero en menos de 11 horas, esta afectación se ve reflejada en la duración del tiempo que necesita para que las levaduras consuman todo el sustrato.

Capítulo 7

Diseño de un control de seguimiento para un reactor por lotes bajo representación Takagi-Sugeno

El objetivo de control es obtener: $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_c$ donde y_c es el valor de la referencia (consigna o valor deseado), que se supone constante en el tiempo. Se requiere calcular el valor de la entrada necesaria v para obtener como salida el valor deseado y_c .

Consideremos el sistema difuso T-S estimado en lazo cerrado descrito por la siguiente ecuación de estado:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}(t) + B_i v(t) \\ \tilde{y} &= \sum_{i=1}^m w_i(z_j) C \tilde{x}(t)\end{aligned}\tag{7.1}$$

En régimen estacionario estas ecuaciones son:

$$\begin{aligned}0 &= \sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}(t) + B_i v(t) \\ \tilde{y} &= y_c = \sum_{i=1}^m w_i(z_j) C \tilde{x}(t)\end{aligned}$$

De (7.1) se obtiene una relación para x :

$$\tilde{x}(t) = - \sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j)^{-1} + B_i v(t)$$

La cual se sustituye en la ecuación de salida del sistema obteniendo:

$$y_c = \sum_{i=1}^m w_i(z_j) C \left(- \sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j)^{-1} B_i \right) v(t)$$

Por lo tanto se requiere aplicar la siguiente entrada al sistema:

$$v(t) = - \left(\sum_{i=1}^m w_i(z_j) C \left(\sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j)^{-1} B_i \right) \right)^{-1} y_c = N y_c \quad (7.2)$$

El resultado muestra que solo se requiere agregar un bloque con una matriz que multiplique a la entrada real del sistema, es decir simplemente una corrección estática como se muestra en la Figura 7.1:

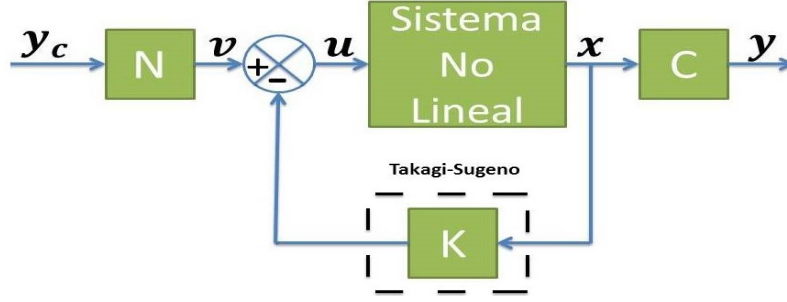


Figura 7.1: Diagrama de bloques del sistema de control de seguimiento de referencia de un sistema de producción de etanol en un reactor batch.

Entonces se requiere el cálculo de la pre-compensación N :

$$N = - \left(\sum_{i=1}^m w_i(z_j) C \left(\sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j)^{-1} B_i \right) \right)^{-1} \quad (7.3)$$

Se aplicó la metodología de control de seguimiento de referencia al modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol representado por el sistema difuso T-S estimado. Se estabilizó usando el método directo de Lyapunov, así como se vio en la capítulo 5, las variables que se pueden controlar son la temperatura del reactor y de la chaqueta, teniendo en cuenta que estas pueden ser controladas únicamente con el flujo de entrada de la chaqueta, pero en este caso la única variable que se requiere controlar es la temperatura del reactor.

Entonces desarrollando (7.3) se tiene que la ganancia de pre-compensación es:

$$N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.6609 \end{bmatrix}$$

Aplicando la ganancia obtenida al sistema (7.1) se tiene que:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= \sum_{i=1}^m w_i(z_j) \sum_{j=1}^m w_j(z_j) (A_i - B_i K_j) \tilde{x}(t) + B_i N y_c \\ \tilde{y} &= \sum_{i=1}^m w_i(z_j) C \tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (7.4)$$

Se utilizó la herramienta Matlab para realizar las simulaciones del sistema a dos temperaturas ya que estas dos temperaturas son las que se tienen consideradas para la obtención de datos experimentales (estos datos experimentales no se tienen en cuenta para este trabajo).

Los parámetros utilizados en este trabajo fueron tomados de [Lawrynczuk, 2008], en el cual no se señala un flujo máximo y mínimo para la alimentación de la chaqueta, es por ello que se propone un flujo máximo de 420l/h , ya que una bomba de $\frac{1}{4}$ HP puede satisfacer el caudal demandado, entonces considerando lo antes mencionado los resultados de estas simulación con una señal de referencia de 30 grados centigrados ($^{\circ}\text{C}$):

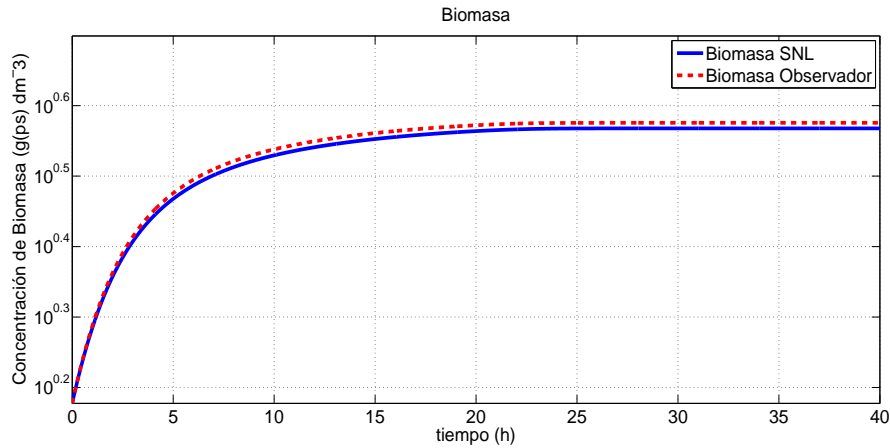


Figura 7.2: Concentración de biomasa del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol 30°C .

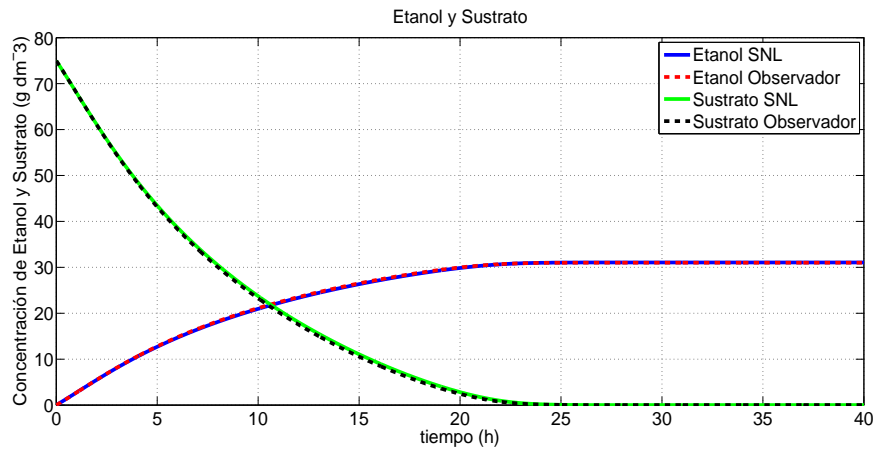


Figura 7.3: Concentración de etanol y sustrato del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol 30°C .

El crecimiento de biomasa a una temperatura de 30°C es idónea para que se desarrolle rápidamente; en la Figura 7.2 se ilustra como la biomasa en menos de 25 horas es capaz de consumir todo el sustrato como se ve en la Figura 7.3 donde el sustrato es cero en menos de 25 horas y en esa misma figura se

observa cómo va aumentando el etanol proporcionalmente como reduce el sustrato.

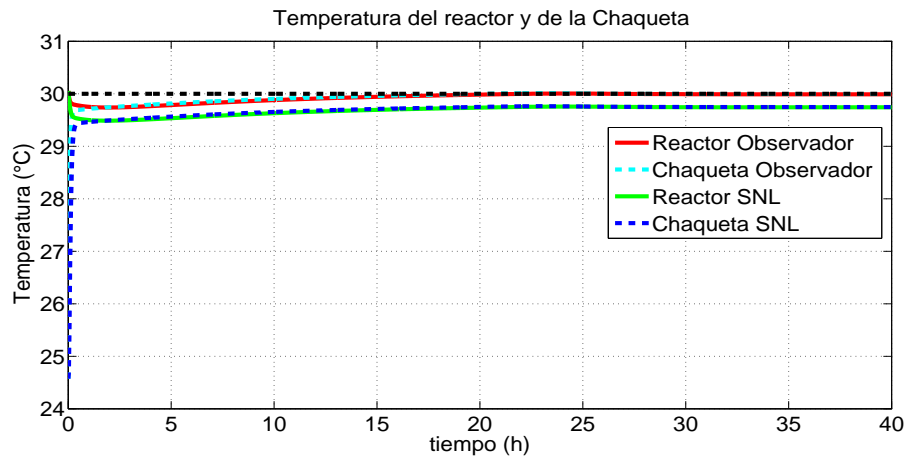


Figura 7.4: Temperatura del reactor y chaqueta del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol 30°C.

La temperatura del reactor es la variable del sistema que se necesita controlar debido a que esta afecta directamente a la cinética de fermentación, por ello que en menos de una hora la temperatura del reactor se encuentra a menos de 0.5 °C de la señal deseada tal como lo muestra la Figura 7.4.

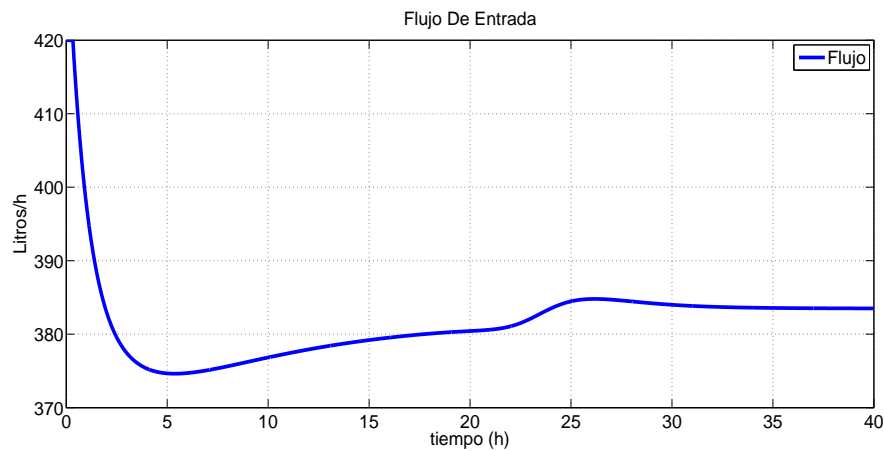


Figura 7.5: Señal de control

Aplicando la ley de control al sistema no lineal se presenta una dinámica similar a la que se obtiene del observador difuso Luenberger, en las Figuras 7.2, 7.3 y 7.4 se ilustra cada uno de los estados del sistema no lineal comparado con la dinámica del observador, en la Figura 7.2 se tiene que las temperaturas del reactor y de la chaqueta del sistema no lineal no logran llegar a la referencia pero conservando un error dinámico menor a 1% aproximadamente para la temperatura del reactor, tal como se ilustra en la Figura 7.6.

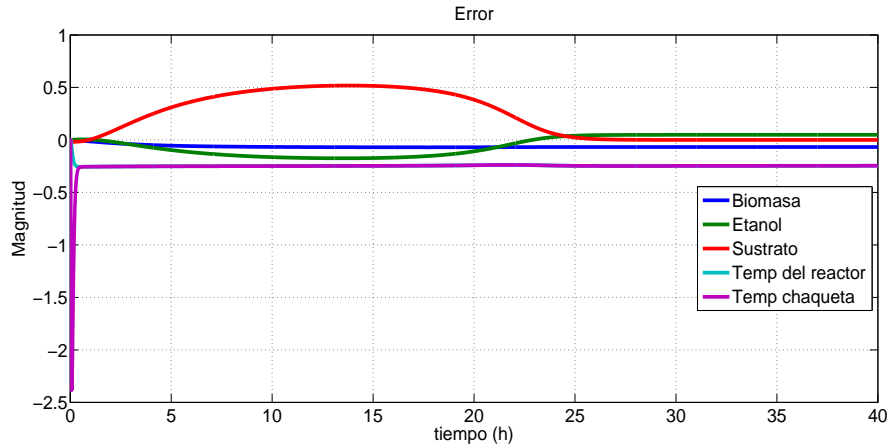


Figura 7.6: Error dinámico entre observador y el sistema no lineal, con una temperatura en el reactor de 30 °C.

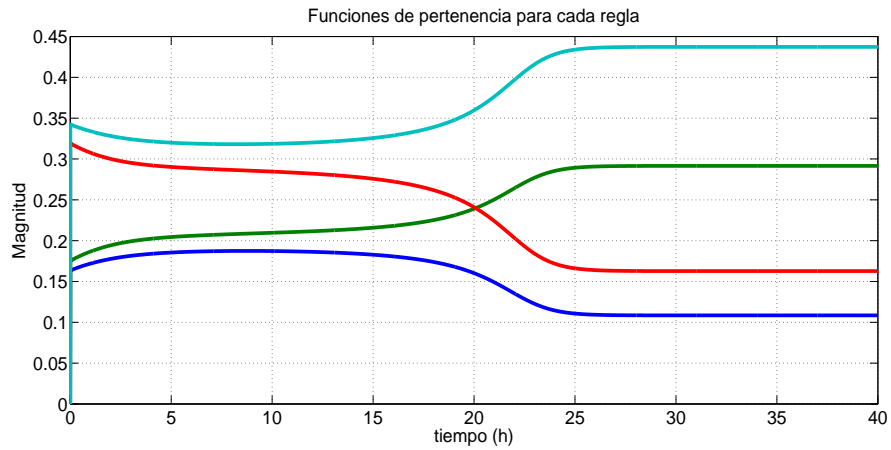


Figura 7.7: Funciones de pertenencia para cada regla difusa con una temperatura en el reactor de 25 °C.

El crecimiento de la biomasa de la Figura 7.8 muestra un comportamiento similar al de la Figura 7.2, a pesar de que en esta última la temperatura tiende a 30 °C mientras que en la Figura 7.10 tiende a 25 °C, este comportamiento se debe a que la temperatura tarda en llegar a los 25 °C porque la señal de entrada se saturó a 420l/h, en la Figura 7.11 se observa como durante más de 15 horas la señal se encuentra en el valor máximo de la saturación y a su vez provoca el comportamiento ya descrito antes, ya que la levadura no muestran un cambio abrupto cuando la temperatura desciende en 10 horas solamente 2°C, lo cual puede observarse en la Figura 7.10.

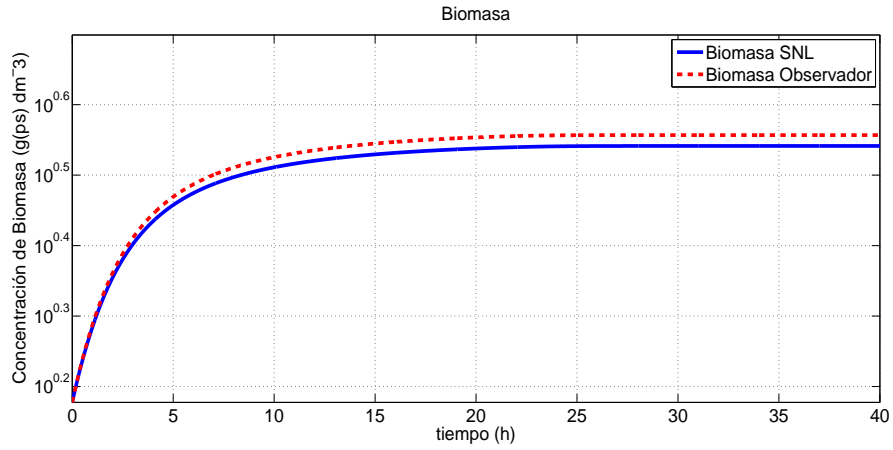


Figura 7.8: Concentración de biomasa del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol a 25°C.

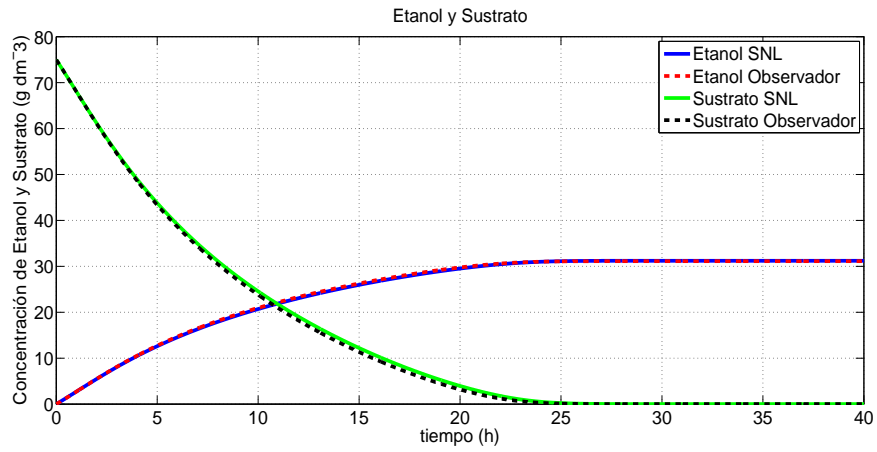


Figura 7.9: Concentración de etanol y sustrato del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol a 25°C.

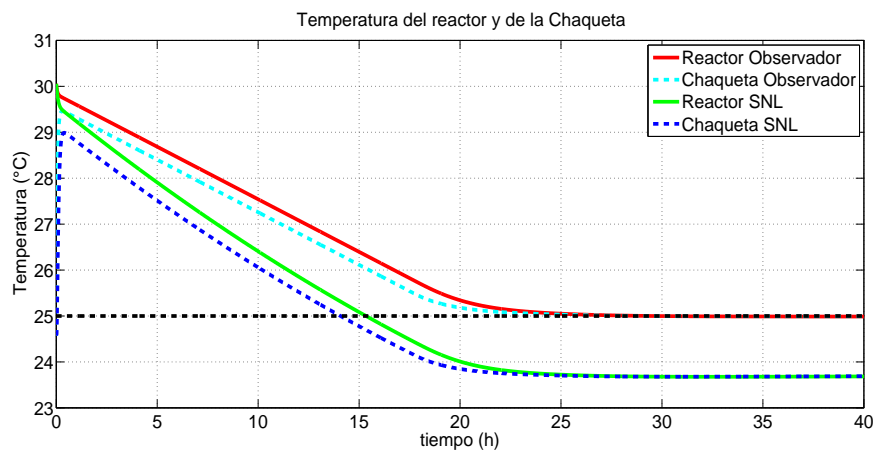


Figura 7.10: Temperatura del reactor y chaqueta del observador difuso T-S y el sistema no lineal del sistema de producción de bioetanol a 25°C.

La señal de control que se muestra en la Figura 7.11 se puede observar que antes de la primera hora, el flujo de entrada no supera el valor de 420 l/h debido a que como se mencionó anteriormente la señal de control fue saturada siendo ese el valor máximo. Simulando el sistema a una temperatura de $25\text{ }^\circ\text{C}$ los resultados son los siguientes:

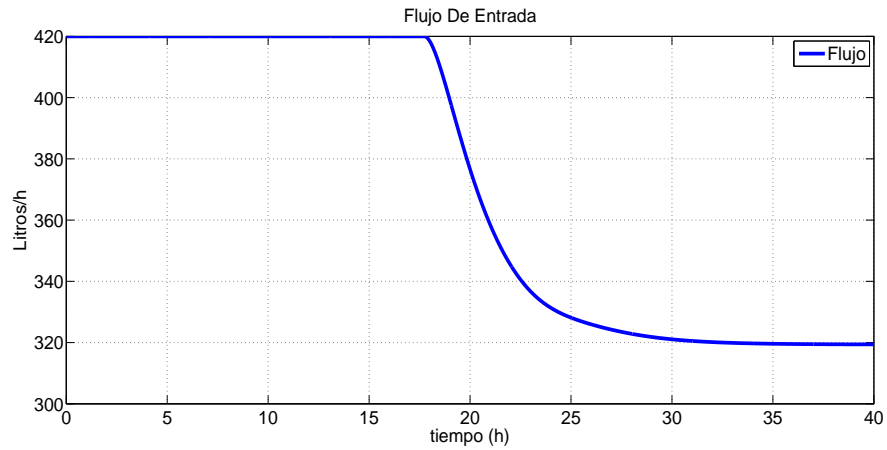


Figura 7.11: Señal de control.

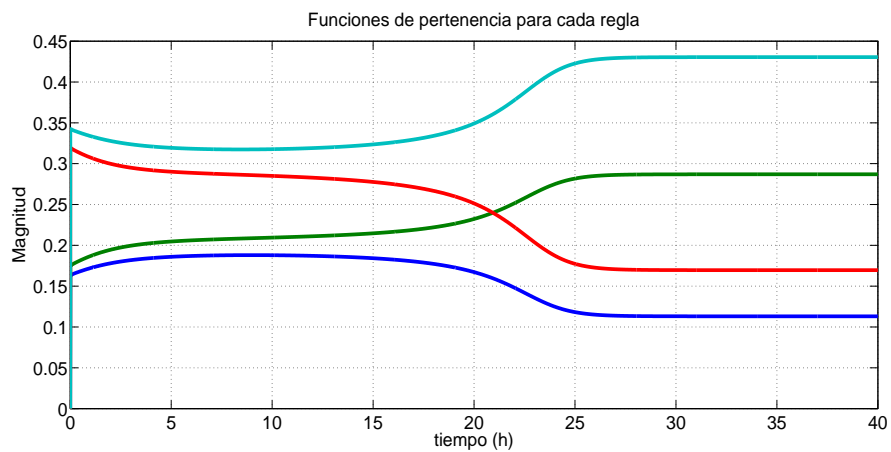


Figura 7.12: Funciones de pertenencia difusa con una temperatura en el reactor de $25\text{ }^\circ\text{C}$.

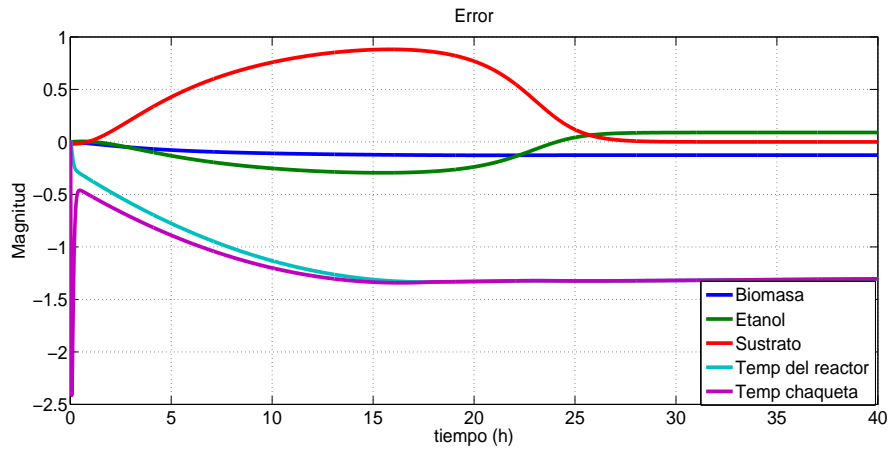


Figura 7.13: Error dinámico entre el observador y sistema no lineal, con una temperatura en el reactor de 25 °C.

Los elementos no constantes que se tomaron en cuenta para obtener el sistema difuso T-S son dos de los cuales se derivan dos funciones de ponderación, multiplicando las funciones de ponderación respecto a cada regla da como resultado la función de pertenencia para cada regla, estas funciones de pertenencia ayudan a la interpolación entre los modelos locales lineales y su comportamiento se muestra en la Figura 7.12.

La Figura 7.10 ilustra como la temperatura de la chaqueta y del reactor tienden a seguir a la referencia, pero debido a la saturación de la señal de entrada, este comportamiento de la temperatura se ve más afectado por lo que el error dinámico es mayor (ver Figura 7.13) comparando con el error cuando el sistema opera a 30°C.

Capítulo 8

Conclusiones Generales

Se realizó una estancia en el Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez, con el fin de obtener un modelo matemático no lineal del reactor por lotes, basándose en la cinética de fermentación, con base en ello, se consideraron ecuaciones que describían el comportamiento dinámico de la biomasa, bioetanol y sustrato; además, mediante la ecuación de Arrhenius se consideró el efecto de la temperatura del reactor sobre el crecimiento microbiano, teniendo en cuenta esta relación de la temperatura sobre el crecimiento microbiano se plantearon dos ecuaciones que describen el comportamiento dinámico de la temperatura del reactor y de la chaqueta. Entonces se logró obtener un modelo no lineal con cinco ecuaciones diferenciales, para representar la dinámica del sistema de producción de bioetanol.

El modelo no lineal que representa el comportamiento dinámico del sistema de producción de bioetanol es más complejo que los que se utilizan generalmente para probar diferentes sistemas de control que implican características no lineales del proceso. Se utilizó el sistema difuso T-S estimado para representar el modelo no lineal (4.4), con la ventaja que al realizar el control para el sistema difuso, se tiene que aplicar una extensión de la teoría de control lineal, lo cual facilita el método de controlar el sistema de producción de bioetanol.

La concentración de biomasa, sustrato y bioetanol son variables de estado del sistema que no pueden ser medidas en línea, mientras que la temperatura de la chaqueta y del reactor son variables que pueden ser medidas en línea, entonces como es de orden cinco el sistema no lineal que representa la dinámica del sistema de producción de bioetanol, y existen tres variables de estado que no pueden ser medidas en línea, es por eso que se diseñó un observador difuso Luenberger, para estimar los estados medidos y no medidos del sistema.

Se demostró que la temperatura del reactor y de la chaqueta son las únicas variables de estado del sistema que pueden ser controladas, entonces proponiendo un lazo de control por retroalimentación de estados, se obtuvieron las ganancias que estabilizan las variables que pueden ser controladas del sistema.

La técnica de control por seguimiento de referencia utilizada para el sistema de producción de bioetanol por lotes, cumple con la necesidad del sistema, la cual es mantener una temperatura de referencia para que las levaduras trabajen en mejores condiciones, y así lograr que el proceso de producción de bioetanol se lleve a cabo en un tiempo menor. La técnica de control empleada no genera sobre impulsos en la temperatura del reactor, con lo cual no se genera estrés en la levadura, y así el proceso de fermentación alcohólica se desarrolla de manera adecuada.

Se está trabajando en la elaboración de un artículo, mismo que se sometido a revisión en una revista, siendo Bioresources technology la revista tentativa; el avance de este artículo está en 70 %.

8.1. Logros

Se obtuvo un modelo no lineal del sistema de producción de bioetanol, en el que se considera factores de rendimiento, así como, el efecto inhibitorio del bioetanol tanto de la biomasa como del producto, por lo tanto, el modelo presentado en este trabajo de tesis es más completo que los que se consideran en trabajos previos.

Se obtuvo una representación difusa Takagi-Sugeno del sistema no lineal, logrando trabajar en cuatro diferentes puntos de equilibrio, y con esto lograr que el sistema difuso tenga un mayor rango de operación dentro de la trayectoria del sistema no lineal.

Se logró aplicar un control de seguimiento de referencia, capaz de llevar la temperatura del reactor a un valor deseado, logrando satisfacer el objetivo de control.

8.2. Trabajos futuros

Diferentes temáticas pueden seguirse investigando a partir de esta investigación, principalmente las siguientes:

- Implementar en tiempo real control de temperatura diseñado en este trabajo de tesis, en el reactor por lotes del Instituto Tecnológico de Tuxtla Gutiérrez.
- Considerar variables de presión, pH y oxígeno disuelto en el modelo no lineal del reactor por lotes para obtener un modelo más completo del sistema de producción de bioetanol.
- Trabajar con el modelo lineal del modelo planteado en este trabajo de tesis, y aplicarle los diferentes controladores, plasmados en la literatura.
- Mejorar el modelo no lineal propuesto en este trabajo de tesis, mediante la búsqueda de un término que elimine la singularidad del sistema y además proporcione al modelo mayor controlabilidad.

- Diseñar un control tolerante a fallas, donde se consideren fallas en sensores y actuadores del sistema de producción de bioetanol.

Referencias

- [Aiba, 1968] Aiba, S. (1968). Kinetics of product inhibition in alcohol fermentation. *Biotechnology and Bioengineering*, X:845–864.
- [Amström and Wittenmark, 2013] Amström, K. J. and Wittenmark (2013). *Computer-controlled systems: theory and design*. Courier Corporation.
- [Bequette, 1998] Bequette, B. W. (1998). *Process dynamics*. Prentice Hall, New Jersey.
- [Bergsten, 2001] Bergsten, P. (2001). Observers and controllers for takagi-sugeno fuzzy systems.
- [Caccavale, 2011] Caccavale, F. (2011). *Control and monitoring of chemical batch reactors*. Springer Verlag London, New York.
- [Dacosta, 2007] Dacosta, O. (2007). Fermentación alcohólica : Una opción para la producción de energía renovable a partir de desechos agrícolas. *Investigación y Tecnología*, VIII:249–259.
- [Flynn, 1997] Flynn, J. (1997). The ' temperature integral ' - its use and abuse. *Elsevier*, 300:83–92.
- [Franklin et al., 1998] Franklin, G. F., Powell, J. D., and Workman, M. L. (1998). *Digital control of dynamic systems*, volume 3. Addison-wesley Menlo Park.
- [Godia et al., 1988] Godia, F., Casas, C., and Sola, C. (1988). Batch alcoholic fermentation modelling by simultaneous integration of growth and fermentation equations. *Chemical Technology and Biotechnology*, pages 155–165.
- [Herrera et al., 2009] Herrera, E., Hernández, G., Moran, A., Flores, M., Cordova, J., Femat, R., and Díaz-montaña, D. (2009). Modelado matemático del cultivo en lote y continuo del proceso fermentativo del tequila. *Amca*.
- [Isidori, 2013] Isidori, A. (2013). *Nonlinear control systems*. Springer Science & Business Media.
- [Johansen et al., 2000] Johansen, T. A., Shorten, R., and Murray-Smith, R. (2000). On the interpretation and identification of dynamic takagi-sugeno fuzzy models. *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, 8(3):297–313.

- [Kailath et al., 2000] Kailath, T., Sayed, A. H., and Hassibi, B. (2000). *Linear estimation*, volume 1. Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.
- [Khalil and Grizzle, 1996] Khalil, H. K. and Grizzle, J. (1996). *Nonlinear systems*, volume 3. Prentice hall New Jersey.
- [Kruse et al., 1994] Kruse, R., Gebhardt, J. E., and Klowon, F. (1994). *Foundations of fuzzy systems*. John Wiley & Sons, Inc.
- [Kuo, 1996] Kuo, B. (1996). *Sistemas de control automático*. Prentice Hall, 1^o edición.
- [Lawrynczuk, 2008] Lawrynczuk, M. (2008). Modelling and nonlinear predictive control of a yeast fermentation biochemical reactor using neural networks. *Elsevier*, 145:290–307.
- [Lendek et al., 2010] Lendek, Z., Guerra, T. M., Babuska, R., and De Schutter, B. (2010). *Stability analysis and nonlinear observer design using Takagi-Sugeno fuzzy models*. Springer-Verlag Berlin.
- [Lófberg and Johan, 2004] Lófberg, J. and Johan, L. (2004). Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. *IEEE*, (Octubre 2004).
- [Luyben, 1969] Luyben, W. (1969). *Process modeling, simulation, and control for chemical engineers*. McGraw-Hill.
- [Ma and Sun, 2000] Ma, X.-J. and Sun, Z.-Q. (2000). Output tracking and regulation of nonlinear system based on takagi-sugeno fuzzy model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 30(1):47–59.
- [Ma et al., 1998] Ma, X.-j., Sun, Z.-q., Member, S., and He, Y.-y. (1998). Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer. *IEEE*, 6(1):41–51.
- [Nagy, 2007] Nagy, Z. K. (2007). Model based control of a yeast fermentation bioreactor using optimally designed artificial neural networks. *Elsevier*, 127:95–109.
- [Najafpour, 2007] Najafpour, G. (2007). *Biochemical engineering and biotechnology*. Elsevier, Barcelona.
- [Nelson et al., 2009] Nelson, D. L., Cox, M. M., and Cuchillo, C. (2009). *Lehninger principios de bioquímica*. Number 577.1 LEH. Omega.
- [Ogata, 2010] Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, Madrid.
- [Ohtake et al., 2001] Ohtake, H., Tanaka, K., and Wang, H. (2001). Fuzzy modeling via sector nonlinearity concept. *IEEE*, pages 127–132.

- [Oudghiri et al., 2007] Oudghiri, M., Chadli, M., and El Hajjaji, A. (2007). Lateral vehicle velocity estimation using fuzzy sliding mode observer. In *Control & Automation, 2007. MED'07. Mediterranean Conference on*, pages 1–6. IEEE.
- [Palm and Bergsten, 2000] Palm, R. and Bergsten, P. (2000). Sliding mode observer for a takagi-sugeno fuzzy system. In *proceedings of the 9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, volume 2, pages 665–670.
- [Palm and Driankov, 2001] Palm, R. and Driankov, D. (2001). Fuzzy observers. *IEEE*, pages 700–703.
- [Pouliezos and Stavrakakis, 2013] Pouliezos, A. and Stavrakakis, G. S. (2013). *Real time fault monitoring of industrial processes*, volume 12. Springer Science & Business Media.
- [Pérez, 2003] Pérez, A. (2003). Modelación , simulación y control de un reactor exotérmico por lotes utilizando matlab-simulink. *Ingeniería UC*, 10:7–17.
- [Quintero Ramírez, 1981] Quintero Ramírez, R. (1981). *Ingeniería bioquímica*. DF: Alhambra Mexicana, Mexico, DF.
- [Roels, 1982] Roels, J. A. (1982). Mathematical models and the desing of biochemical reactors. *Bio-technology and Bioengineering*, pages 59–72.
- [Schlegel, 1997] Schlegel, H. (1997). *Microbiología general*. Ediciones Omega, Barcelona.
- [Shinskey, 1988] Shinskey, F. G. (1988). *Process-Control systems*. Mc Graw-Hill.
- [Tanaka and Wang, 2001] Tanaka, K. and Wang, H. O. (2001). *Fuzzy control systems desing and analysis*. Jhon Wiley & Sons, New York.
- [Tuan et al., 2001] Tuan, H. D., Apkarian, P., Narikiyo, T., and Yamamoto, Y. (2001). Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. 9(2):324–332.
- [Wang et al., 1996] Wang, H., Tanaka, K., and Griffin, M. F. (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues. *IEEE*, 4(1):14–23.

Apéndice A

Sistema Difuso Takagi-Sugeno del sistema de producción de bioetanol mediante el sector no lineal

Con este enfoque se puede obtener una representación T-S con una aproximación muy cercana al comportamiento dinámico de un sistema no lineal, dado el sistema de espacio de estado de cada submodelo que lo conforma. El método se ha desarrollado originalmente para sistemas no lineales de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f^m(x, u)x + g^m(x, u)u \\ y &= h^m(x, u)x\end{aligned}\tag{A.1}$$

Partiendo del modelo no lineal expuesto en la capítulo 3 se obtuvo la representación del sistema descrito en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
\dot{x} = & \begin{bmatrix} \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \mu_0 \frac{C_s}{K_s + C_s} e^{-K_p C_p} & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} v_m \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix} \dots \\
& + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - T_{ag})}{V_{ag}} \end{bmatrix} F_{ag} \\
y = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{A.2}$$

El siguiente paso es la elección de las variables programadas, las cuales son representadas por los parámetros no lineales de las matrices; por lo tanto las no linealidades del sistema están representadas por las z_j con $j=1 \dots p$, siendo $p=4$, entonces tenemos que:

$$z_1 = \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} \tag{A.3}$$

$$z_2 = C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} \tag{A.4}$$

$$z_3 = \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} \tag{A.5}$$

$$z_4 = T_{ag} \tag{A.6}$$

Sustituyendo los valores máximos y mínimos para cada z_j se obtienen los intervalos a los que pertenecen, entonces tenemos que $z_{1,2,3} \in [nl_j, \bar{nl}_j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$ y $z_4 \in [nl_4, \bar{nl}_4] = \begin{bmatrix} 15 & 34 \end{bmatrix}$.

Para cada variable de programación, dos funciones de ponderación son calculadas de la siguiente manera:

La primera función de ponderación para z_1 es

$$\eta_0^1 = \frac{1 - \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p}}{1 - (-1)} \quad (\text{A.7})$$

La segunda función de ponderación z_1 es

$$\eta_1^1 = 1 - \eta_0^1 \quad (\text{A.8})$$

La primera función de ponderación para z_2 es

$$\eta_0^2 = \frac{1 - C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p}}{1 - (-1)} \quad (\text{A.9})$$

La segunda función de ponderación z_2 es

$$\eta_1^2 = 1 - \eta_0^2 \quad (\text{A.10})$$

La primera función de ponderación para z_3 es

$$\eta_0^3 = \frac{1 - \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r}}{1 - (-1)} \quad (\text{A.11})$$

La segunda función de ponderación z_3 es

$$\eta_1^3 = 1 - \eta_0^3 \quad (\text{A.12})$$

La primera función de ponderación para z_4 es

$$\eta_0^4 = \frac{34 - T_{ag}}{34 - (15)} \quad (\text{A.13})$$

La segunda función de ponderación z_4 es

$$\eta_1^4 = 1 - \eta_0^4 \quad (\text{A.14})$$

Por cada función de ponderación corresponde un conjunto difuso denotado por $\bar{Z}_i^j, i = 0, 1, j = 1, 2, 3, 4$. Con estos conjuntos difusos, el modelo tiene $2^4 = 16$ reglas que pueden ser escritas como:

Regla del modelo 1:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 y z_4 es \bar{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_1 x + B_1 u$$

Con

$$A_1 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \underline{nl}_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - \underline{nl}_4)}{V_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_1(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_0^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 2:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 y z_4 es \bar{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_2 x + B_2 u$$

Con

$$A_2 = A_1$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - \bar{nl}_4)}{V_{ag}} \end{bmatrix}$$

La matriz B_i solo tiene un elemento no constante por lo tanto si hay 16 modelos locales lineales tendremos que:

$$B_1 = B_3 = B_5 = B_7 = B_9 = B_{11} = B_{13} = B_{15}$$

$$B_2 = B_4 = B_6 = B_8 = B_{10} = B_{12} = B_{14} = B_{16}$$

Con una función de pertenencia $w_2(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_0^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 3:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 y z_4 es \bar{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_3 x + B_3 u$$

Con

$$A_3 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \overline{nl}_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_3(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_1^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 4:

Si z_1 es \overline{Z}_0^1 y z_2 es \overline{Z}_0^2 y z_3 es \overline{Z}_1^3 y z_4 es \overline{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_4 x + B_4 u$$

Con

$$A_4 = A_3$$

Con una función de pertenencia $w_4(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_1^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 5:

Si z_1 es \overline{Z}_0^1 y z_2 es \overline{Z}_1^2 y z_3 es \overline{Z}_0^3 y z_4 es \overline{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_5 x + B_5 u$$

Con

$$A_5 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \overline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \overline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \underline{nl}_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_5(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_0^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 6:

Si z_1 es \overline{Z}_0^1 y z_2 es \overline{Z}_1^2 y z_3 es \overline{Z}_0^3 y z_4 es \overline{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_6 x + B_6 u$$

Con

$$A_6 = A_5$$

Con una función de pertenencia $w_6(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_0^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 7:

Si z_1 es \overline{Z}_0^1 y z_2 es \overline{Z}_1^2 y z_3 es \overline{Z}_1^3 y z_4 es \overline{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_7x + B_7u$$

Con

$$A_7 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \overline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \overline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \overline{nl}_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_7(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_1^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 8:

Si z_1 es \overline{Z}_0^1 z_2 es \overline{Z}_1^2 y z_3 es \overline{Z}_1^3 z_4 es \overline{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_8x + B_8u$$

Con

$$A_8 = A_7$$

Con una función de pertenencia $w_8(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_1^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 9:

Si z_1 es \overline{Z}_1^1 z_2 es \overline{Z}_0^2 y z_3 es \overline{Z}_0^3 z_4 es \overline{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_9x + B_9u$$

Con

$$A_9 = \begin{bmatrix} \overline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \overline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \underline{nl}_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_9(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_0^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 10:

Si z_1 es \overline{Z}_1^1 z_2 es \overline{Z}_0^2 y z_3 es \overline{Z}_0^3 z_4 es \overline{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{10}x + B_{10}u$$

Con

$$A_{10} = A_9$$

Con una función de pertenencia $w_{10}(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_0^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 11:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 z_4 es \bar{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{11}x + B_{11}u$$

Con

$$A_{11} = \begin{bmatrix} \bar{n}l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \bar{n}l_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ \bar{n}l_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_{11}(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_1^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 12:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 z_4 es \bar{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{12}x + B_{12}u$$

Con

$$A_{12} = A_{11}$$

Con una función de pertenencia $w_{12}(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_1^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 13:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 z_4 es \bar{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{13}x + B_{13}u$$

Con

$$A_{13} = \begin{bmatrix} \bar{n}l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \bar{n}l_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ \bar{n}l_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_{13}(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_0^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 14:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 z_4 es \bar{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{14}x + B_{14}u$$

Con

$$A_{14} = A_{13}$$

Con una función de pertenencia $w_{14}(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_0^3 \eta_1^4$

Regla del modelo 15:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 y z_4 es \bar{Z}_0^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{15}x + B_{15}u$$

Con

$$A_{15} = \begin{bmatrix} \bar{n}l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \bar{n}l_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ \bar{n}l_3 & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_{15}(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_1^3 \eta_0^4$

Regla del modelo 16:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 y z_4 es \bar{Z}_1^4 entonces:

$$\dot{x} = A_{16}x + B_{16}u$$

Con

$$A_{16} = A_{15}$$

Con una función de pertenencia $w_{16}(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_1^3 \eta_1^4$

Apéndice B

Observabilidad del Sistema Difuso Takagi-Sugeno

Considere el sistema sin excitación descrito mediante las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{B.1}$$

Donde x es el vector de estados de dimensión n , y es el vector de salida de dimensión m , u es el vector de entrada, A , B y C son matrices de dimensión $n \times n$ y $m \times n$ respectivamente.

Se dice que el sistema es completamente observable si el estado $x(t_o)$ se determina a partir de la observación de $y(t)$ durante un intervalo de tiempo finito $t_o \leq t \leq t_1$ [Ogata, 2010], [Kuo, 1996]. Por tanto, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida. Se demuestra que esto requiere que el rango de la matriz de observabilidad sea completo.

$$\text{Matriz de observabilidad} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

A partir de este análisis, se plantea la condición para la observabilidad completa del modo siguiente: el sistema descrito mediante la ecuación (B.1) es completamente observable si y solo si la matriz de observabilidad es de rango n (rango completo), o tiene n vectores columnas linealmente independientes.

Aplicando este análisis al sistema difuso T-S tenemos que para cada modelo local lineal obtenido en el Anexo A:

$$\dot{x} = A_i x + B_1 u$$

Con $i = 1, 2, \dots, 16$; Entonces

$$\text{Matriz de observabilidad} = \begin{bmatrix} C \\ CA_i \\ CA_i^2 \\ CA_i^3 \\ CA_i^4 \end{bmatrix}$$

Donde la matriz C es una matriz identidad de 5×5 , entonces el resultado es que el rango de la matriz de observabilidad es de $n = 5$ por lo tanto es de rango completo.

Apéndice C

Sistema Difuso Takagi-Sugeno del sistema de producción de bioetanol mediante el sector no lineal con ocho modelos lineales locales

Partiendo del modelo no lineal expuesto en la sección A de avances y resultados se obtuvo la representación del sistema mostrado en la siguiente ecuación:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \mu_0 \frac{C_s}{(K_s+C_s)} e^{-K_p C_p} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m C_x \frac{1}{K_{s1}+C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \mu_0 \frac{C_s}{K_s+C_s} e^{-K_p C_p} & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} v_m \frac{1}{K_{s1}+C_s} e^{-K_{p1} C_p} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_x \\ C_p \\ C_s \\ T_r \\ T_{ag} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - T_{ag})}{V_{ag}} \end{bmatrix} F_{ag} \quad \dots \quad (C.1)$$

El siguiente paso es la elección de las variables programadas, las cuales son representadas por los parámetros no lineales de las matrices; por lo tanto las no linealidades del sistema están representadas por las z_j con $j = 1 \dots p$, siendo $p = 3$, entonces tenemos que:

$$z_1 = \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p} \quad (C.2)$$

$$z_2 = C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p} \quad (C.3)$$

$$z_4 = T_{ag} \quad (C.4)$$

Se considera a la velocidad especifica de crecimiento como una ecuación algebraica por lo que se supone que es una constante por lo tanto el sistema se reduce a tres no linealidades.

Sustituyendo los valores máximos y mínimos para cada z_j se obtienen los intervalos a los que pertenecen, entonces tenemos que $z_{1,2} \in [\underline{nl}_j, \overline{nl}_j] = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$ y $z_3 \in [\underline{nl}_3, \overline{nl}_3] = \begin{bmatrix} 15 & 34 \end{bmatrix}$. Para cada variable de programación, dos funciones de ponderación son calculadas de la siguiente manera

La primera función de ponderación para z_1 es

$$\eta_0^1 = \frac{1 - \mu_0 \frac{C_s}{(K_s + C_s)} e^{-K_p C_p}}{1 - (-1)} \quad (C.5)$$

La segunda función de ponderación z_1 es

$$\eta_1^1 = 1 - \eta_0^1 \quad (C.6)$$

La primera función de ponderación para z_2 es

$$\eta_0^2 = \frac{1 - C_x \frac{1}{K_{s1} + C_s} e^{-K_{p1} C_p}}{1 - (-1)} \quad (C.7)$$

La segunda función de ponderación z_2 es

$$\eta_1^2 = 1 - \eta_0^2 \quad (C.8)$$

La primera función de ponderación para z_3 es

$$\eta_0^3 = \frac{34 - T_{ag}}{34 - 15} \quad (C.9)$$

La segunda función de ponderación z_3 es

$$\eta_1^3 = 1 - \eta_0^3 \quad (C.10)$$

Por cada función de ponderación corresponde un conjunto difuso denotado por $\overline{Z}_i^j, i = 0, 1, j = 1, 2, 3, 4$. Con estos conjuntos difusos, el modelo tiene $2^4 = 16$ reglas que pueden ser escritas como:

Regla del modelo 1:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 entonces:

$$\dot{x} = A_1x + B_1u$$

Con

$$A_1 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SF}} \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - \underline{nl}_3)}{V_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_1(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_0^3$

Regla del modelo 2:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 entonces:

$$\dot{x} = A_2x + B_2u$$

Con

$$A_2 = A_1$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(T_{in,ag} - \bar{nl}_3)}{V_{ag}} \end{bmatrix}$$

La matriz B_i solo tiene un elemento no constante por lo tanto, si hay 16 modelos locales lineales tendremos que:

$$B_1 = B_3 = B_5 = B_7$$

$$B_2 = B_4 = B_6 = B_8$$

Con una función de pertenencia $w_2(z_j) = \eta_0^1 \eta_0^2 \eta_1^3$

Regla del modelo 3:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 entonces:

$$\dot{x} = A_3 x + B_3 u$$

Con

$$A_3 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \bar{nl}_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_3(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_0^3$

Regla del modelo 4:

Si z_1 es \bar{Z}_0^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 entonces:

$$\dot{x} = A_4 x + B_4 u$$

Con

$$A_4 = A_3$$

Con una función de pertenencia $w_4(z_j) = \eta_0^1 \eta_1^2 \eta_1^3$

Regla del modelo 5:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 entonces:

$$\dot{x} = A_5 x + B_5 u$$

Con

$$A_5 = \begin{bmatrix} \underline{nl}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \underline{nl}_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \underline{nl}_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_5(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_0^3$

Regla del modelo 6:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_0^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 entonces:

$$\dot{x} = A_6 x + B_6 u$$

Con

$$A_6 = A_5$$

Con una función de pertenencia $w_6(z_j) = \eta_1^1 \eta_0^2 \eta_1^3$

Regla del modelo 7:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_0^3 entonces:

$$\dot{x} = A_7 x + B_7 u$$

Con

$$A_7 = \begin{bmatrix} \bar{n}l_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_m \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_{SX}} \bar{n}l_1 & 0 & -\frac{1}{R_{SP}} \bar{n}l_2 & 0 & 0 \\ \frac{\Delta H_r \mu_0}{32 \rho_r C_r} & 0 & 0 & -\frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} & \frac{K_T A_T}{V \rho_r C_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} & -\frac{K_T A_T}{V_{ag} \rho_{ag} C_{ag}} \end{bmatrix}$$

La función de pertenencia es $w_7(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_0^3$

Regla del modelo 8:

Si z_1 es \bar{Z}_1^1 y z_2 es \bar{Z}_1^2 y z_3 es \bar{Z}_1^3 entonces:

$$\dot{x} = A_8 x + B_8 u$$

Con

$$A_8 = A_7$$

Con una función de pertenencia $w_8(z_j) = \eta_1^1 \eta_1^2 \eta_1^3$

Apéndice D

Controlabilidad del sistema difuso

Takagi-Sugeno estimado

Se dice que un sistema es controlable en el tiempo t_0 si se puede llevar de cualquier estado inicial $x(t_0)$ a cualquier otro estado, mediante un vector de control sin restricciones, en un intervalo de tiempo finito. Controlabilidad completa del estado de sistemas en tiempo continuo. Considerando el sistema en tiempo continuo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{D.1}$$

Donde x es el vector de estados de dimensión n , y es el vector de salida de dimensión m , u es el vector de entrada, A , B y C son matrices de dimensión $n \times n$, $m \times n$ respectivamente.

Se dice que el sistema descrito mediante la ecuación (D.1) es de estado controlable en $t = t_0$, si es posible construir una señal de control sin restricciones que transfiera un estado inicial a cualquier estado final en un intervalo de tiempo finito $t_0 \leq t \leq t_1$ [Kuo, 1996], [Ogata, 2010]. Si todos los estados son controlables, se dice que el sistema es completamente controlable. Si el sistema es de estado completamente controlable, entonces, dado cualquier estado inicial $x(0)$. Esto requiere que el rango de la matriz de $n \times n$

$$\text{Matriz de controlabilidad} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

Sea n o que contengan vectores columnas linealmente independientes.

Aplicando este análisis al sistema difuso T-S tenemos que para cada modelo local lineal obtenido en el Anexo C:

$$\dot{x} = A_i x + B_i u$$

Entonces

$$\text{Matriz de controlabilidad} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & A^3B & A^4B \end{bmatrix}$$

Obteniendo la matriz de controlabilidad de cada modelo lineal local se tiene que el rango de es $n = 2$, por lo que la matriz de controlabilidad no es de rango completo pero no implica que el sistema no sea controlable si no que existen variables de estado que no pueden ser controladas, en este caso solo se pueden controlar dos variables de las cinco que conforman el sistema de producción de bioetanol. Entonces si la matriz de controlabilidad de cada modelo local lineal se lleva a la forma linealmente independiente se tiene:

Para el modelo 1:

$$\text{Matriz de controlabilidad} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2233 & -0.5627 & 1.4179 & -3.5730 \\ 0.2800 & -0.4823 & 1.2154 & -3.0626 & 7.7176 \end{bmatrix}$$

Ahora, llevando la matriz de controlabilidad a su forma escalonada

$$\text{Forma escalonada} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2.5199 & 6.3501 & -16.0018 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el modelo 2:

$$\text{Matriz de controlabilidad} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0957 & 0.2411 & -0.6077 & 1.5313 \\ -0.1200 & 0.2067 & -0.5209 & 1.3126 & -3.3075 \end{bmatrix}$$

Ahora, llevando la matriz de controlabilidad a su forma escalonada

$$\text{Forma escalonada} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2.5199 & 6.3501 & -16.0018 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el modelo 3:

$$\text{Matriz de controlabilidad} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2233 & -0.5627 & 1.4179 & -3.5730 \\ 0.2800 & -0.4823 & 1.2154 & -3.0626 & 7.7176 \end{bmatrix}$$

Ahora, llevando la matriz de controlabilidad a su forma escalonada

$$\text{Forma escalonada} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2.5199 & 6.3501 & -16.0018 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para el modelo 4:

$$\text{Matriz de controlabilidad} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0957 & 0.2411 & -0.6077 & 1.5313 \\ -0.1200 & 0.2067 & -0.5209 & 1.3126 & -3.3075 \end{bmatrix}$$

Ahora, llevando la matriz de controlabilidad a su forma escalonada

$$\text{Forma escalonada} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2.5199 & 6.3501 & -16.0018 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como se puede observar en los primero cuatro modelos lineales locales la forma escalonada de estos es igual, y también de la misma forma para los cuatro modelos restantes, entonces se comprueba que existen solo dos variables que pueden ser controladas, entonces para saber que variables son las que se pueden controlar del sistema difuso T-S, mediante la aplicación de la definición 3 y el teorema 2, se logra la descomposición del sistema en la parte controlable y la parte no controlable.

Definición 3 (Transformación de semejanza [22]). Sea $\bar{x} = Px$, donde P es no singular, $P \in R^{n \times n}$. Entonces se tiene que la ecuación de estado

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \\ y &= \bar{C}\bar{x} \end{aligned} \tag{D.2}$$

Donde $\bar{A} = PAP^{-1}$, $\bar{B} = PB$, $\bar{C} = CP^{-1}$, es algebraicamente equivalente a (D.1).

Teorema 2 (Descomposición controlable/no controlable [22]) Considérese la ecuación de n variables de estado (D.1), con la matriz de controlabilidad C tal que

$$\rho C = \rho [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] = n_1 < n$$

Sea la matriz $n \times n$ de cambio de coordenadas

$$P^{-1} = [q_1, \quad q_2, \quad \dots, \quad q_{n_1}, \quad \dots, \quad q_n]$$

Donde las primeras n_1 columnas son n_1 columnas linealmente independientes de la matriz C , y las restantes columnas se eligen arbitrariamente de forma que P sea no singular. Entonces las transformación de equivalencia $\bar{x} = Px$ o $x = P^{-1}\bar{x}$ lleva a (D.2) a la forma

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{\bar{c}} \\ \dot{\bar{x}}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \bar{A}_{\bar{c}} & 0 \\ \bar{A}_{12} & \bar{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{\bar{c}} \\ \bar{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_c \end{bmatrix} u \\ \bar{y} &= [\bar{C}_{\bar{c}} \quad \bar{C}_c] \begin{bmatrix} \bar{x}_{\bar{c}} \\ \bar{x}_c \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{D.3}$$

Donde $\bar{A}_c \in R^{n_1 \times n_1}$, $\bar{A}_{\bar{c}} \in R^{(n-n_1) \times (n-n_1)}$. Entonces teniendo

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El sistema (D.3) queda con

$$\begin{aligned} \bar{A}_{\bar{c}} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2.2989 & 4.9423 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \bar{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.0011 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{A}_c = \begin{bmatrix} -0.7974 & 0.7974 \\ 0.7974 & -1.7225 \end{bmatrix} \\ \bar{B}_c &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.28 \end{bmatrix}, \bar{C}_c = [1 \quad 0] \end{aligned}$$

Entonces sistema (D.3) queda

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_{\bar{c}} \\ \dot{\bar{x}}_c \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 2.2989 & 4.9423 & \vdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -0.0011 & \vdots & -0.7974 & 0.7974 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0.7974 & -1.7225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{\bar{c}} \\ \bar{x}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.28 \end{bmatrix} u \quad (\text{D.4}) \\
\bar{y} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_{\bar{c}} \\ \bar{x}_c \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Donde el subespacio controlable, esta generado por todos los vectores en \bar{x} de la forma $\begin{bmatrix} 0 \\ \bar{x}_c \end{bmatrix}$, mientras el subespacio no controlable, esta generado por todos los vectores en \bar{x} de la forma $\begin{bmatrix} \bar{x}_{\bar{c}} \\ 0 \end{bmatrix}$. Entonces existen dos variables de estado controlables en el sistema equivalente (D.4) que pueden controlarse. Finalmente, a partir de la transformación $x = P^{-1}\bar{x}$, se obtienen los dos estados controlables en el sistema original los cuales son una combinación lineal solamente de las variables de estado controlables del sistema equivalente (D.4). Así las variables de estados controlables en el sistema de producción de bioetanol son $\bar{x}_C = (T_r, T_{ag})$.