



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
en Celaya



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO EN CELAYA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS PARA ESTUDIOS DE
REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

TESIS PROFESIONAL
PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA INDUSTRIAL

PRESENTA:
ING. MARCO JESÚS REYES RODRÍGUEZ

DIRECTOR DE TESIS:
M.C MANUEL DARÍO HERNÁNDEZ RIPALDA

CO-DIRECTOR DE TESIS:
Dr. JOSÉ ANTONIO VÁZQUEZ LÓPEZ

CELAYA, GTO., MÉXICO, SEPTIEMBRE, 2019



"2019, Año del Caudillo del Sur, Emiliano Zapata"

Asunto: Autorización de impresión de trabajo profesional.

Celaya Gto., **09 SEPTIEMBRE 2019**

M.C. MOISES TAPIA ESQUIVIAS
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL.
Presente.

De acuerdo a la convocatoria hecha por esta jefatura a fin de aprobar o no la impresión del trabajo profesional titulado:

“ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS PARA ESTUDIOS DE REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD”

Presentado por el (a) pasante **C. ING. MARCO JESUS REYES RODRIGUEZ (M1703075)** alumno (a) del programa de Maestría en Ingeniería Industrial que ofrece nuestro Instituto. Hacemos de su conocimiento que éste jurado ha tenido a bien aprobar la impresión de dicho trabajo para los efectos consiguientes.

ATENTAMENTE

M.C. MANUEL DARIO HERNANDEZ RIPALDA
Presidente



M.C. ALICIA LUNA GONZALEZ
Secretario

M.C. MOISES TAPIA ESQUIVIAS
Vocal

SECRETARIA DE
EDUCACION PUBLICA
TECNOLÓGICO NACIONAL
DE MEXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE CELAYA
COORDINACION DE MAESTRÍA
DE INGENIERIA INDUSTRIAL

M.C. VICENTE FIGUEROA FERNANDEZ
Vocal Suplente

Ccp.Escolares
Archivo.
VFF*MTE*dmvp



Agradecimientos

Este trabajo es el esfuerzo y colaboración de distintas personas las cuales participaron de forma directa e indirectamente, por medio de opiniones, correcciones, consejos, ánimos y acompañando en los distintos momentos de la carrera, el cual me ha permitido aprovechar la experiencia de muchas personas que deseo agradecer en este apartado.

En primer lugar a mi familia que sin su apoyo, comprensión y ánimos que a pesar de la distancia siempre estuvieron a mi lado manteniendo una estrecha comunicación con mi proceso, las palabras nunca serán suficiente para agradecerles sin ellos nada de esto podría haberse realizado, al Maestro Manuel Darío Hernández Ripalda, mi más amplio agradecimiento por su paciencia y ayuda en todo momento, por su dirección y apoyo en toda la carrera donde me ha permitido aprender y concluir este trabajo, a todos mis compañeros y amigos, estén donde estén cada uno de ellos se merecen muchas y buenas palabras ya que he contado varias horas de trabajo y de buenos ratos.

Al CONACYT por el apoyo económico en estos dos años de carrera y al departamento de Ingeniería industrias así como los maestros por su amplia atención a cada momento.

A todos ustedes gracias, mi más grande gratitud y reconocimiento.

Índice

<i>Capítulo 1.- Introducción</i>	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo general.....	2
1.2.2. Objetivos específicos	2
1.3. Hipótesis	3
1.4. Justificación	3
1.5. Alcances.....	4
<i>Capítulo 2.- Marco Teórico</i>	5
2.1. Sistema de medición	5
2.1.1. Variabilidad en un sistema de medición.....	7
2.1.2. Error del sistema de medición	11
2.1.3. Proporciones en el sistema de medición.....	13
2.1.3.1. Precisión a la tolerancia (P/T).....	13
2.1.3.2. Precisión a la variación total (P/TV)	14
2.1.3.3. Coeficiente de Correlación Intraclass.....	15
2.1.3.4. Relación señal-ruido (SNR).....	16
2.1.3.5. Numero de categorías distintas (<i>ndc</i>)	16
2.1.3.6. La relación de discriminación.....	16
2.1.3.7. Constantes de tablas de control.....	17
2.1.3.8. Capacidad del proceso	19
2.2. Riesgos del sistema de medición	20
2.3. Estudio de repetitividad y reproducibilidad	24

2.4.	Estándar AIAG	28
2.4.1.	Método AIAG.....	29
2.5.	Método ANOVA	32
2.6.	Comparación de planes.....	37
2.6.1.	Planes con uno o ningún operador	37
2.6.2.	Planes con más de un operador y ninguna interacción pieza*operador	39
2.7.	Método EMP.....	40
2.8.	Isoplot®	49
2.9.	Simulación Monte Carlo.....	53
2.10.	Estado del Arte	55
<i>Capítulo 3.- Método de investigación.....</i>		<i>60</i>
3.1.	Etapa 1. Definición del problema	60
3.2.	Etapa 2. Recopilación de datos	61
3.3.	Etapa 3. Análisis de datos	62
3.4.	Etapa 4. Implementación de métodos de repetibilidad y reproducibilidad	62
3.5.	Etapa 5. Resultados.....	63
3.6.	Etapa 6. Comparación de métodos	64
3.7.	Etapa 7. Selección del método apropiado	65
<i>Capítulo 4.- Resultados y conclusiones</i>		<i>67</i>
4.1.	Comparación de métodos entre AIAG y EMP	68
4.2.	Comparación de métodos entre AIAG e Isoplot® y EMP e Isoplot®	78
4.3.	Conclusiones	120
<i>Bibliografía.....</i>		<i>123</i>

Índice de Figuras

Figura 2.1 Ejemplo de precisión y exactitud en un sistema de medición (Fuente: Cecconi, 2009)..... 6

Figura 2.2 Precisión y exactitud a través de la curva normal (Fuente: Pulido, 2004) 7

Figura 2.3 Variación: causas comunes o especiales (Fuente: AIAG, 2005) 8

Figura 2.4 Acrónimo PIPM (Fuente: AIAG, 2010) 9

Figura 2.5 Diagrama de Causas y Efectos de la Variabilidad de un Sistema de Medición (Fuente: AIAG, 2010)..... 10

Figura 2.6 Regiones de MF y FF de un contorno de igual densidad (Burdick, Borror, & Montgomery, 2003) 22

Figura 2.7 Variación general (Fuente: Minitab, 2010) 26

Figura 2.8 Proceso del Método Wheeler (Fuente: Wheeler, 2006). 42

Figura 2.9 Las directrices de AIAG y las cuatro clases de monitores de proceso (Fuente: Wheeler, 2006) 47

Figura 2.10 Las cuatro clases de monitores de proceso definidos por la correlación intraclase. (Fuente: Wheeler, 2006)..... 48

Figura 2.11 Relación de discriminación, grafico de correlación intraclase y las cuatro clases de monitores de proceso. (Fuente: Wheeler, 2006) 49

Figura 2.12 Evaluación de la precisión de medición por Isoplot®. (Fuente: Chen, 2014). .50

Figura 2.13 Esquema que muestra la propagación de la incertidumbre, tolerancia e intervalo de confianza en una simulación de Monte Carlo (Wittwer, 2004). 54

Figura 3.1 Metodología (Fuente: Elaboración propia) 60

Figura 4.1 Plano Bidimensional de pdf de X e Y dado que $\mu_X = 1130, \sigma_{P2} = 80, \sigma_{GR\&R2} = 20, LSL = 1010, USL = 1250$ (Fuente: Elaboración propia) 81

Figura 4.2 Grafica de Contorno del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) y ndc (Fuente: Elaboración propia) 87

Figura 4.3 Grafica de Superficie del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) y ndc (Fuente: Elaboración propia)	87
Figura 4.5 Grafica de Superficie del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) y ndc (Fuente: Elaboración propia)	88
Figura 4.4 Grafica de Contorno del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) y ndc (Fuente: Elaboración propia)	88
Figura 4.6 Árbol de Eventos para $\delta = 0.03228$ y $\beta = 0.02042$ (Fuente: Elaboración propia).....	89
Figura 4.7 Plano Bidimensional de pdf de X e Y dado que $\mu_X = 0.00144$, $\sigma_P^2 = 1.0502$, $\sigma_{GR\&R2} = 0.3104823$, $LSL = -2.2041$, $USL = 2.20699$ (Fuente: Elaboración propia).....	91
Figura 4.8 Árbol de Eventos para $\delta = 0.0154877$ y $\beta = 0.00726$ (Fuente: Elaboración propia).....	92
Figura 4.9 Grafica de Contorno del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)	98
Figura 4.10 Grafica de Superficie del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)	99
Figura 4.11 Grafica de Contorno del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia).....	100
Figura 4.12 Grafica de Superficie del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia).....	100
Figura 4.13 Árbol de Eventos para $\delta = 0.01448$ y $\beta = 0.00705$ (Fuente: Elaboración propia).....	101
Figura 4.14 Riesgo de Productor para C.A.Isoplot =3 y ndc=3 (Fuente: Elaboración propia)	104
Figura 4.15 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =3 y ndc=3 (Fuente: Elaboración propia).....	104
Figura 4.16 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =6 y ndc=5 (Fuente: Elaboración propia)	105

Figura 4.17 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =6 y $ndc=5$ (Fuente: Elaboración propia).....	106
Figura 4.18 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =12.5 y $ndc=7$ (Fuente: Elaboración propia).....	107
Figura 4.19 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =12.5 y $ndc=7$ (Fuente: Elaboración propia).....	107
Figura 4.20 Grafica de Contorno del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) e ICC (Fuente: Elaboración propia)	112
Figura 4.21 Grafica de Superficie del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) e ICC (Fuente: Elaboración propia).....	112
Figura 4.22 Grafica de Contorno del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) e ICC (Fuente: Elaboración propia)	113
Figura 4.23 Grafica de Superficie del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) e ICC (Fuente: Elaboración propia)	113
Figura 4.24 Árbol de Eventos para $\delta = 0.01460$ y $\beta = 0.0069$ (Fuente: Elaboración propia).....	114
Figura 4.25 Riesgo de Productor para C.A.Isoplot =3 e $ICC=0.70$ (Fuente: Elaboración propia).....	117
Figura 4.26 Riesgo de consumidor para C.A.Isoplot =3 e $ICC=0.70$ (Fuente: Elaboración propia).....	118
Figura 4.27 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =6 e $ICC=0.80$ (Fuente: Elaboración propia).....	119
Figura 4.28 Riesgo del consumidor para C.A.Isoplot =6 e $ICC=0.80$ (Fuente: Elaboración propia).....	119
Figura 4.29 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =12.5 e $ICC=0.99$ (Fuente: Elaboración propia).....	120
Figura 4.30 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =12.5 e $ICC=0.99$ (Fuente: Elaboración propia)	121

Índice de Tablas

Tabla 2-1 Componentes de la exactitud en un sistema de medición (Fuente: Minitab, 2010)	12
.....	
Tabla 2-2 Componentes de la precisión en un sistema de medición (Fuente: Minitab, 2010)	13
.....	
Tabla 2-3 Criterios de aceptación de DR (Fuente: Steiner, 2005).....	17
Tabla 2-4 Repetibilidad, reproducibilidad y R&R. (Fuente: Barrentine, 2003).....	25
Tabla 2-5 Criterios de un GR&R (Fuente: AIAG, 2010).....	28
Tabla 2-6 Contribución factores a la variabilidad total (Fuente: AIAG, 2010).....	31
Tabla 2-7 ANOVA (Fuente: Stevens N. T., 2014).....	33
Tabla 2-8 Porcentaje de contribución de variación mediante ANOVA (Fuente: Barrentine, 2003).....	35
Tabla 2-9 ANOVA para un modelo de efecto aleatorio de un factor (Fuente: Stevens N. T., 2014).....	38
Tabla 2-10 ANOVA para un modelo de con más de un ooperador y ninguna interacción ..	40
Tabla 2-11 Pasos para la realización de un Isoplot® (Fuente: Lin, 2008).....	50
Tabla 2-12 Estado del Arte (Fuente: Elaboración propia).....	55
Tabla 3-1 Colección de Datos por Operadores 1, 2 y 3 (Fuente: Elaboración propia).....	61
Tabla 4-1 Lecturas de medición (Fuente: Elaboración propia).....	68
Tabla 4-2 Matriz de 1 y 0 de las piezas pata el operador A (Fuente: Elaboración propia) ..	69
Tabla 4-3 Valores de la matriz de operadores y piezas (Fuente: Elaboración Propia).....	71
Tabla 4-4 Matriz de 1 y 0 de la interacción operador*pieza (Fuente: elaboración propia) ..	72
Tabla 4-5 Suma de cuadrados del modelo (Fuente: Elaboración propia).....	74
Tabla 4-6 Suma de cuadrados del operador (Fuente: Elaboración propia).....	74
Tabla 4-7 Suma de cuadrados de las partes (Fuente: Elaboración propia).....	75
Tabla 4-8 ANOVA (Fuente: Elaboración propia).....	75
Tabla 4-9 ANOVA sin interacción operador*parte (Fuente: Elaboración propia).....	76
Tabla 4-10 Contribución de la variación total (Fuente: Elaboración propia).....	76
Tabla 4-11 Simulación del método AIAG y EMP (Fuente: Elaboración propia).....	77

Tabla 4-12 Intervalos de confianza (Fuente: Elaboración propia)	78
Tabla 4-13 Probabilidades de Clasificación para una Pieza (Elaboración Propia)	82
Tabla 4-14 Probabilidades de Riesgo de Productor y Consumidor en base a $P(D)$ y ndc (Fuente: Elaboración propia)	84
Tabla 4-15 Probabilidades de Riesgo de Productor y Consumidor en base a $P(D)$ y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)	94
Tabla 4-16 Comparación entre el método AIAG y el método Isoplot® (Fuente: Elaboración propia).....	102
Tabla 4-17 Probabilidades de Riesgo de Productor y Consumidor en base a $P(D)$ y ICC (Fuente: Elaboración propia)	108
Tabla 4-18 Comparación entre el método AIAG y el método Isoplot® (Fuente: Elaboración propia).....	115

Índice de Ecuaciones

Ecuación 2.1 Varianza observada.....	9
Ecuación 2.2 Variacion de un producto X.....	12
Ecuación 2.3 Precisión a la tolerancia	13
Ecuación 2.4 Precisión a la variación total.....	13
Ecuación 2.5 Coeficiente de correlacion intraclase	14
Ecuación 2.6 Estadística de correlación intraclase	14
Ecuación 2.7 Relación señal-ruido	15
Ecuación 2.8 Numero de categorias distintas	15
Ecuación 2.9 Relación de discriminación.....	16
Ecuación 2.10 Aproximación para d_2^*	17
Ecuación 2.11 Indice de capacidad de parte.....	18
Ecuación 2.12 Modelo Bivariado	19
Ecuación 2.13 Probabilidad de eventos	21
Ecuación 2.14 Función de densidad de probabilidad conjunta	21
Ecuación 2.15 Función de densidad de probabilidad marginal	22
Ecuación 2.16 P_{xy}	22

Ecuación 2.17 P_x	22
Ecuación 2.18 $P_{\bar{x}\bar{y}}$	22
Ecuación 2.19 $P_{\bar{x}}$	23
Ecuación 2.20 Riesgo del productor (δ)	23
Ecuación 2.21 Riesgo del consumidor (β).....	23
Ecuación 2.22 Variabilidad total en un sistema de medición.....	24
Ecuación 2.23 2.12 Variación combinada de la repetibilidad y reproducibilidad	24
Ecuación 2.24 Variación del equipo	29
Ecuación 2.25 Variación de los operdores	29
Ecuación 2.26 Variación de parte.....	29
Ecuación 2.27 Variación del sistema de medición.....	30
Ecuación 2.28 Variación total.....	30
Ecuación 2.29 Suma de cuadrados total	31
Ecuación 2.30 Varianza de la parte σ_p^2	32
Ecuación 2.31 Varianza del operador σ_0^2	32
Ecuación 2.32 Varianza de Operador*Parte σ_{0p}^2	32
Ecuación 2.33 Varianza de la repetibilidad	32
Ecuación 2.34 Varianza del sistema de medición	37
Ecuación 2.35 Suma de cuadrados total del sistema de medición.....	37
Ecuación 2.36 Varianza observada del sistema de medición	37
Ecuación 2.37 Variación de los sistemas de medición con mas de un observador	38
Ecuación 2.38 Varianza de los sistemas de medición con mas de un observador.....	38
Ecuación 2.39 Componentes de varianza de la repetibilidad	42
Ecuación 2.40 Componentes de varianza de la repetibilidad	42
Ecuación 2.41 Componentes de varianza del sistema de medición.....	42
Ecuación 2.42 Componentes de varianza de la parte	43
Ecuación 2.43 Componentes de varianza total.....	43
Ecuación 2.44 Relación de clasificación	43
Ecuación 2.45 Proporción de repetibilidad.....	43

Ecuación 2.46 r_m	44
Ecuación 2.47 Proporción de R&R combinada	44
Ecuación 2.48 r_o	44
Ecuación 2.49 Impacto de reproducibilidad	44
Ecuación 2.50 Error Probable	45
Ecuación 2.51 Número de valores posibles	45
Ecuación 2.52 Coeficiente de correlación intraclase	45
Ecuación 2.53 Proporción de aceptación de Isoplot®	50

Resumen

En la actualidad los sistemas de medición afectan en la toma de decisión para el control de un proceso, como la estimación del cumplimiento de un producto a las especificaciones de un cliente, la eficiencia de estas decisiones dependen de la calidad de los datos obtenidos mediante mediciones del proceso, un análisis del sistema de medición (MSA) es una herramienta utilizada para ayudar y mejorar la calidad del sistema de medición y de los productos, la calidad de los datos medidos es vital para una comprensión adecuada en el uso de un programa de mejora de la calidad, el siguiente trabajo muestra la aplicación y comparación de diferentes métodos para la evaluación de un sistema de medición y selecciona el mejor de cada uno de ellos. Comenzando con la aplicación del método ANOVA propuesto por el AIAG para la evaluación de los estudios de Repetibilidad y Reproducibilidad, se realiza una comparación entre este y otros métodos como: EMP e Isoplot®, determinando el mejor mediante los criterios de aceptación propuestos por cada uno de ellos. Para el proceso de comparación se realizaron varias mediciones simuladas esto por medio de datos producidos con la ayuda de la simulación de Monte Carlo para evaluar el sistema de medición y determinar el porcentaje de rechazo y aceptación en base a las estadísticas de aceptación de cada uno de los métodos propuestos anteriormente.

Abstract

Currently, measurement systems affect decision making for the control of a process. When estimating the compliance of a product to the specifications of a client, the efficiency of these decisions depends on the quality of the data obtained through process measurements, the measurement system analysis (MSA) is used to evaluate and improve the quality of the measurement system and the products, the quality of the measured data is vital for proper understanding in the use of a quality improvement program. The following work shows the application and compares different methods for the evaluation of a measurement system and selects the best of each of these. By applying the ANOVA method proposed by the AIAG for the evaluation of Repeatability and Reproducibility studies, a comparison is made between this and other methods such as: EMP and Isoplot®, determining the best by means of the acceptance criteria proposed by each one of them. For the comparison several simulated measurements were made, this by means of data produced with the help of the Monte Carlo simulation. In order to evaluate the measurement system and determine the percentage of rejection and acceptance based on the statistics of acceptance of each of the methods proposed previously.

Capítulo 1.- Introducción

1.1. Planteamiento del problema

La medición es un factor importante en cuanto se refiere a la mejora en la calidad de un proceso para cualquier organización, como la información obtenida mediante la fabricación y mejora continua del proceso de producción, esto ayuda a la organización a generar una ventaja competitiva e importante en el mercado global. El aumento en el uso de sensores en tiempo real ha producido un aumento en la cantidad de datos que se pueden capturar en un proceso, incluyendo tolerancias cada vez más estrictas requeridas para la satisfacción del cliente en la vida útil del producto aumentado drásticamente los requisitos de calidad de la información (Montgomery, 1993).

Por lo que los estudios sobre calidad en los procesos se han vuelto críticos e importantes en los proyectos de mejora en el sector de la manufactura, como el control de la variación con un grado de precisión es cada vez mayor, exigiendo un grado de mejora en la eficacia de los sistemas de medición debido a que tales sistemas pueden verse afectados por distintas fuentes de variación tanto comunes como especiales.

Los sistemas de medición afectan en la toma de decisión en el control de un proceso, como la estimación del cumplimiento de un producto a las especificaciones de un cliente, la eficiencia de estas decisiones depende de la calidad de los datos obtenidos mediante las mediciones del proceso. El análisis de los sistemas de medición (MSA) es una colección de métodos estadísticos (que incluye el estudio de repetibilidad y reproducibilidad del indicador) para el análisis de la capacidad del sistema de medición (Hoffa, 2007).

Las mediciones y ensayos en los procesos usualmente requieren de patrones de medición reproducibles que están sujetas a una incertidumbre que podrían conducir a decisiones equivocadas, es por eso que el MSA es de importancia para el control de la variabilidad en

un proceso. Existen varios métodos para determinar la eficacia de un sistema de medición, sin embargo cada uno de ellos cuantifican de diferente forma la variabilidad del sistema de medición de manera que puede ser obtenida de distinta forma la estimación de dicha variabilidad.

Este trabajo pretende una realización de una evaluación cualitativa que le den sentido a los estudios R&R mediante la comparación de diferentes métodos en sí, concordando a lo que varios autores describen sobre la cuestionable estimación de los valores del AIAG en las proporciones de variabilidad que aporta a un sistema de medición en un estudio R&R, de manera que se realizó un análisis de cada uno de los diferentes modelos propuestos a través de los datos presentados por el manual MSA (2010), comenzando con el método propuesto por el AIAG que es el más empleado de hoy en día, comparar su rendimiento y aceptabilidad contra otros métodos como el EMP e Isoplot® a través de diferentes factores como la repetibilidad, reproducibilidad y la variación total de cada uno de los métodos determinando de manera diferente la eficiencia y precisión del sistema de medición.

1.2.Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Analizar diferentes métodos alternativos de repetibilidad y reproducibilidad para la variabilidad en los sistemas de medición.

1.2.2. Objetivos específicos

- a) Estudiar las características de variación en los sistemas de medición.
- b) Identificar métodos alternativos para el análisis de sistemas de medición.
- c) Generar muestras para estudios de repetibilidad y reproducibilidad.

- d) Comparar métodos alternativos para la reducción de la repetibilidad y reproducibilidad.
- e) Validar el método más preciso.

1.3.Hipótesis

Existe un método de valoración para un sistema de medición más preciso que el sistema de análisis de sistema de medición propuesto por el AIAG.

1.4.Justificación

Las variaciones aleatorias en los datos obtenidos de un producto en un proceso calculadas por métodos de medición ayudan a contribuir a un análisis ideal en la evaluación de la precisión y la calidad del producto, en el que el proceso de fabricación requiere de un control de variación con un grado cada vez más mayor, que ayude a los ingenieros y profesionales de calidad a evaluar, monitorear y reducir la variación que incorpora un sistema de medición tales como la linealidad, uniformidad, repetibilidad y reproducibilidad generando iniciativas de mejoramiento de la calidad, en donde si la reproducibilidad es mayor con respecto a la repetibilidad, esto representa que es necesario instruir al operador, en caso contrario si la repetibilidad es mayor a la reproducibilidad, el instrumento de medición requiere mantenimiento.

Los métodos de repetibilidad y reproducibilidad como el análisis de sistema de medición de AIAG (AIAG, 2010) y EMP (Wheeler, 2006), aportan diferentes estimaciones respecto a la variabilidad calculada en cada uno de los métodos. La investigación aporta el análisis de las diferentes alternativas de los diferentes métodos mencionados anteriormente y la realización de diferentes comparaciones, así como la proporción de una tabla de probabilidades de riesgos de consumidor y productor obtenidos a través de la distribución normal bivariada para la comparativa entre el método AIAG y EMP.

1.5. Alcances

En este trabajo se comparan y analizan estudios de sistema de medición univariados, de modo que no se comparan y analizan sistemas de medición multivariados. Los métodos comparados son: AIAG, EMP e Isoplot®. No se considera el problema de tamaño de muestra para los estudios de medición.

Capítulo 2.- Marco Teórico

2.1.Sistema de medición

La medición es definida como “la asignación de números o valores a cosas materiales que representen relaciones entre ellas con respecto a propiedades particulares” esta definición la ofreció Eisenhart (1963). La estimación de dos patrones en donde uno de ellos está definido mientras el otro se desea saber, es llamado medición, porque se basa en determinar qué tan precisa es la magnitud que hay entre una dimensión ya sea peso, volumen, altura, etc. y la unidad de medida establecida. Un sistema de medición es el conjunto de instrumentos o gages, patrones, operaciones, métodos, dispositivos software, personal, medio ambiente y supuestos usados para cuantificar una unidad de medida o preparar la evaluación de una característica o propiedad a ser medida (AIAG, 2010).

El análisis de sistema de medición de AIAG (MSA) (2010), especifica que para el mejoramiento de la calidad de un producto, la medición de los datos debe de estar definidas por las propiedades estadísticas de mediciones múltiples obtenidas de un sistema de medición que opera bajo condiciones estables. El sesgo y la variación del sistema de medición son utilizadas para caracterizar la calidad de los datos en las propiedades estadísticas de medición. En Minitab (2010), la calidad de los datos como la precisión y exactitud son dos características importantes para un sistema de medición aceptable, de acuerdo a la ISO 5725-1 (1994), el término general "exactitud" se utiliza para describir la cercanía de una medición al verdadero valor y la “precisión” es la cercanía de agrupación entre un grupo de resultados.

De otra manera la “precisión” es la tolerancia de medida o de transmisión del instrumento (intervalo donde es admisible que se situé la magnitud de la medida), y define los límites de los errores cometidos cuando el instrumento se emplea en condiciones normales de servicio durante un periodo de tiempo determinado (Solé, 1997). Hay varias formas para expresar la

precisión, mediante por tanto por ciento del alcance, directamente por unidades de la variable medida, en tanto por ciento de la lectura efectuada, en tanto por ciento del valor máximo del campo de medida, en tanto por ciento de la longitud de la escala explica Solé (1997).

Un sistema de medición puede tener cuatro clases de combinaciones de exactitud y precisión como se muestra en la fig. 2.1 extraída de Cecconi (2009).

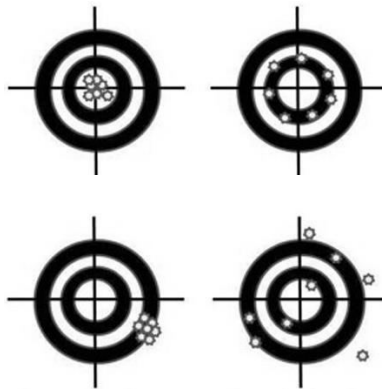


Figura 2.1 Ejemplo de precisión y exactitud en un sistema de medición (Fuente: Cecconi, 2009)

Estas cuatro clasificaciones son cuando las mediciones (puntos) se encuentran:

- 1) Ni cerca del valor verdadero ni cerca unas de otras, es decir ni exacto ni precisos (esquina inferior derecha)
- 2) Cercas unas de otras pero no del valor verdadero, es decir preciso pero no exacto (esquina inferior izquierda)
- 3) Están cerca del valor verdadero pero no están cercas unas de otras, lo que determina que son exactas pero no precisas (esquina superior derecha)
- 4) Están cerca del valor verdadero y también cercas unas de otras, demostrando que es preciso y exacto (esquina superior izquierda)

Otro concepto explicado por Pulido (2004), indica que la “precisión” es la variación que presentan los resultados al medir varias veces una misma pieza o al mensurando con el mismo equipo (sus componentes principales son la repetibilidad y la reproducibilidad) y la exactitud o sesgo se refiere al desfase o desplazamiento que tienen las mediciones con respecto al estándar o verdadero valor que se supone conocido.

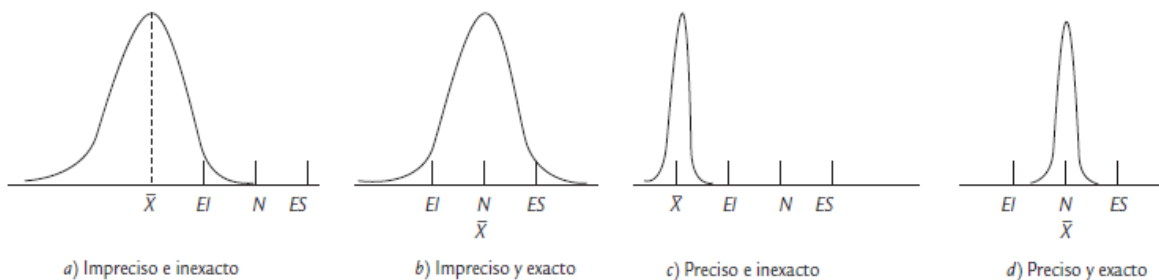


Figura 2.2 Precisión y exactitud a través de la curva normal (Fuente: Pulido, 2004)

La variabilidad siempre existe en la calidad de los datos en un sistema de medición ya que no pueden proporcionar mediciones exactas y precisas es decir, existe una incertidumbre en los datos, para determinar si el sistema de medición es adecuado se realiza una evaluación para el uso de estrategias de mejora en un proceso. A lo que un sistema de medición exacto medirá el valor real del mensurando correctamente al estándar, mientras que un sistema de medición preciso producirá mediciones repetidas que pueden ser similares, pero que pueden o no ser cercanas al valor verdadero.

De acuerdo con el MSA (AIAG, 2010), uno de los objetivos de un sistema de medición es obtener información relativa a la cantidad y tipos de variaciones de medición asociada con un sistema de medición cuando este interactúa con su medio ambiente, ayudando a reconocer la repetibilidad y el sesgo en la calibración.

2.1.1. Variabilidad en un sistema de medición

No importa cuál sea la variable de respuesta: si la herramienta para medir es suficientemente exacta, habrá variabilidad en los datos, la medición de la variabilidad es

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

absolutamente indispensable para controlar (o reducir) la variabilidad en un proceso de manufactura (Johnson, 2008). La variación de un proceso se puede derivar de la variación del proceso real que se producen por factores controlables o incontrolables y de la variación del sistema de medición que es la variabilidad producida por el operador o por el instrumento de medición.

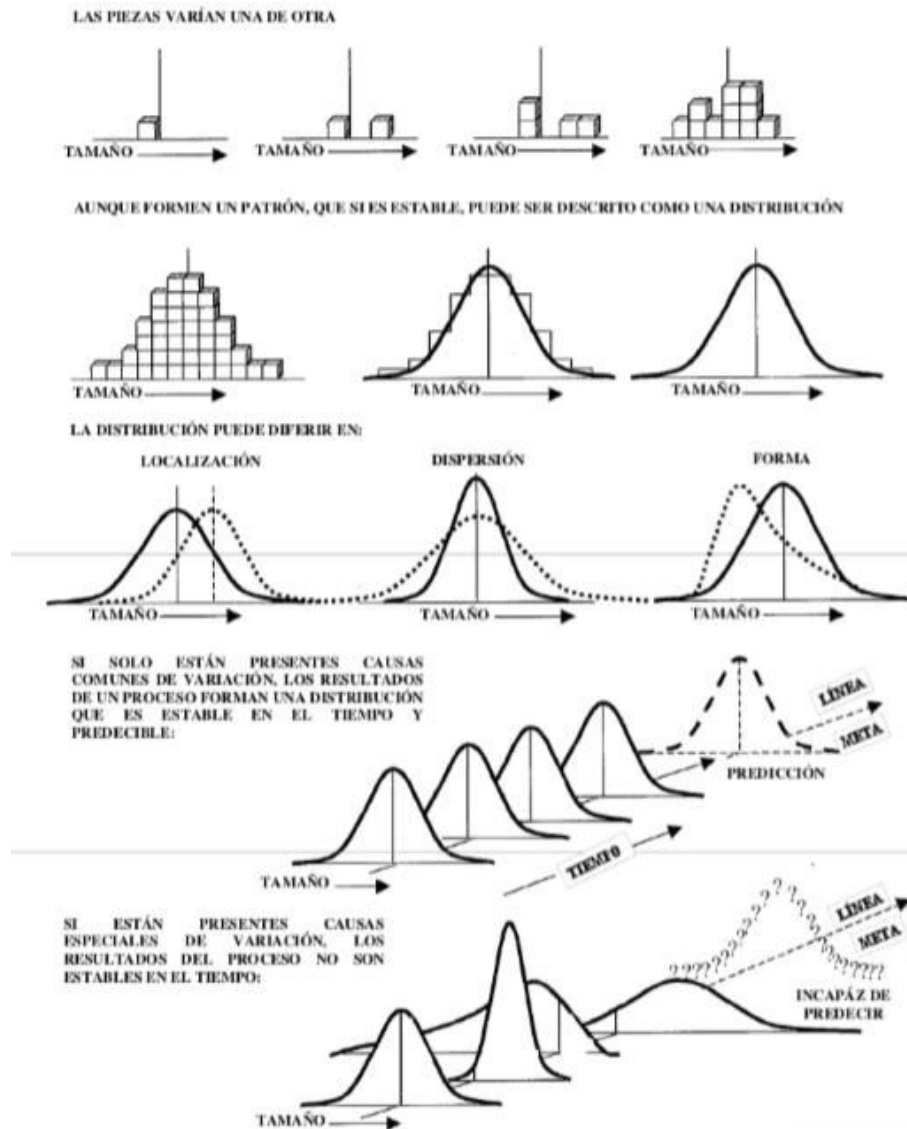


Figura 2.3 Variación: causas comunes o especiales (Fuente: AIAG, 2005)

Las causas comunes se refiere a las tantas fuentes de variación que están actuando consistentemente en un proceso y que generan una distribución estables y repetible en el tiempo llamado “en control estadístico, las causas especiales (a menudo llamadas causas asignables) se refiere a cualquier factor que genera variaciones que afecten solo algunos resultados del proceso y son señalizadas por uno o más puntos fuera de los límites de control o por patrones no aleatorios de puntos dentro de los límites de control (AIAG, 2005).

La Fig.2.4 muestra los elementos fundamentales del sistema de medición para el aseguramiento del logro de los objetivos requeridos presentado como acrónimo PPIPM fue desarrollado por Ms. Mary Hoskins una metróloga asociada con Honeywell, en el laboratorio de metrología Eli Whitney y Bendix Corporation.



Figura 2.4 Acrónimo PPIPM (Fuente: AIAG, 2010)

Este acrónimo es dividido en seis partes: patrón, pieza de trabajo, instrumento, persona y procedimiento y medio ambiente y pueden tomarse como un modelo de errores para un sistema de medición completo.

Existen diferentes métodos para mostrar y categorizar las fuentes de variación de un sistema de medición tales como el diagrama de causa y efectos, diagramas de árbol de falla, entre otros. El diagrama de causas y efectos muestra algunas de las fuentes de variación potenciales, dado que las fuentes actuales de variación que afecten un sistema de medición son únicas a dicho sistema, en la fig.2.5 se muestran las diferentes fuentes de variación de un sistema de medición (AIAG, 2010).

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

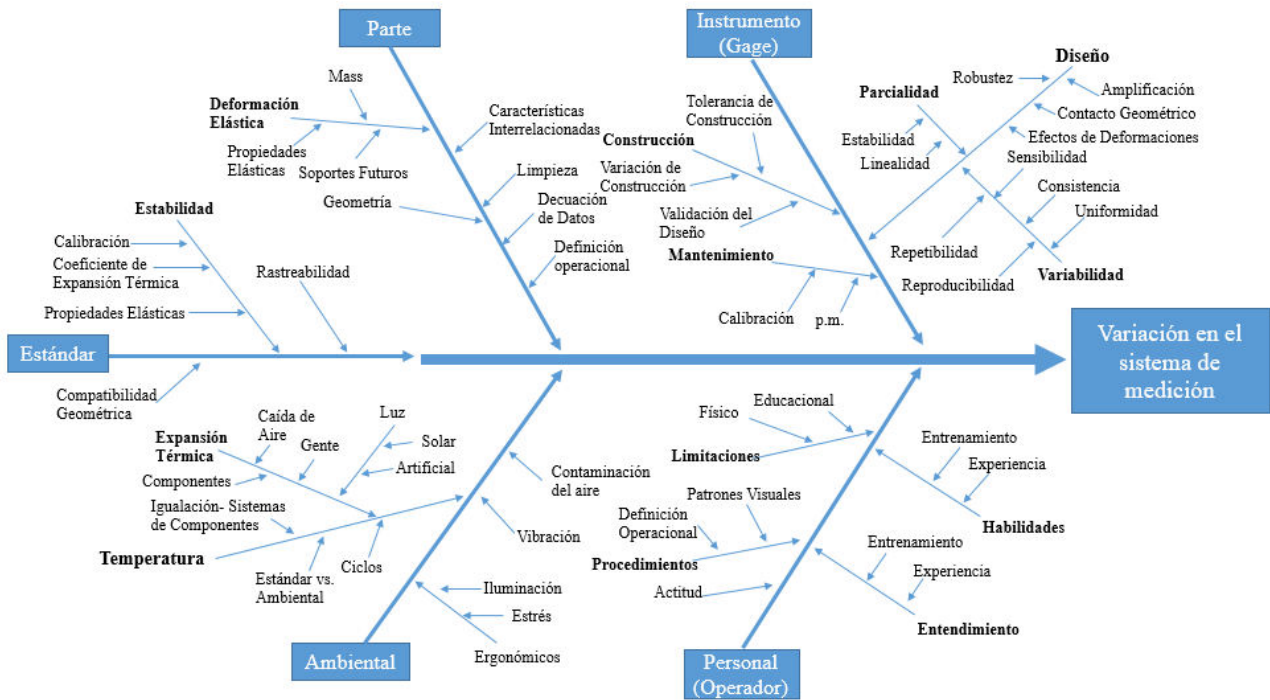


Figura 2.5 Diagrama de Causas y Efectos de la Variabilidad de un Sistema de Medición
(Fuente: AIAG, 2010)

Las diferentes variables en un sistema de medición puede verse afectado por distintas fuentes de variación, comenta Barrentine (2003), que los estudios de variación de medición son una pérdida de tiempo y dinero a menos que lleven a acciones para reducir la variación del proceso y mejorar el control del proceso debido a como no se puede abordar algo que no se puede medir con precisión, la evaluación del instrumento se convierte en una prioridad.

El AIAG (2010), considera que la variabilidad de los sistemas de medición puede llegar a afectar las decisiones en relación con la estabilidad, meta y variación de un proceso. La relación básica entre la variación del proceso “real” y “observada” es:

$$\sigma^2_{obs} = \sigma^2_{real} + \sigma^2_{msa} \tag{2.1}$$

Donde

$$\sigma_{obs}^2 = \text{varianza observada del proceso}$$

$$\sigma_{real}^2 = \text{varianza real del proceso}$$

$$\sigma_{msa}^2 = \text{varianza del sistema de medicion}$$

2.1.2. Error del sistema de medición

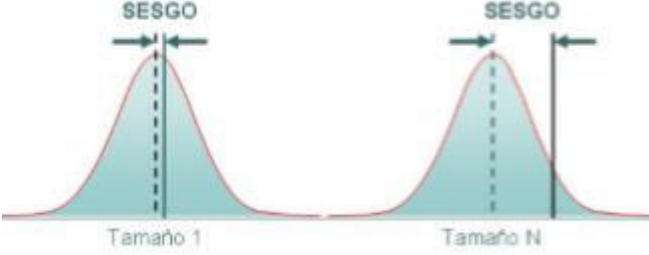
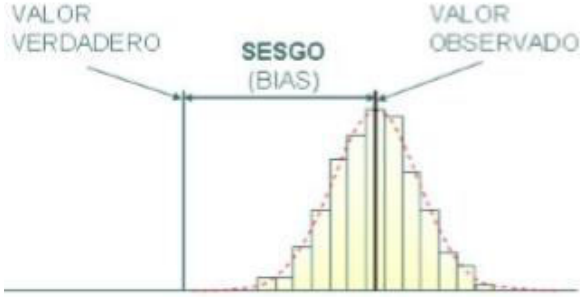
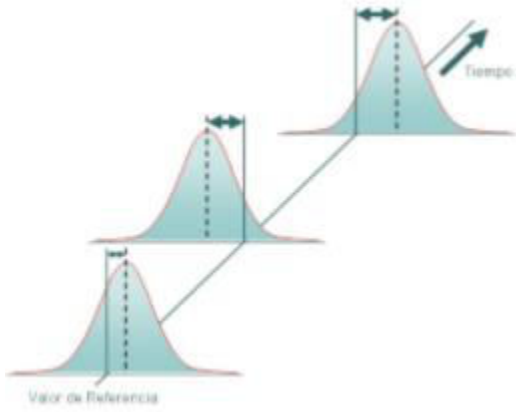
El error es universal e inevitable y acompaña a toda medida, aunque esta sea muy elaborada, o aunque se efectúe un gran número de veces, es decir que el valor verdadero no puede establecerse con completa exactitud y es necesario encontrar unos límites que lo definan, de modo que sea práctico calcular la tolerancia de la medida (Solé, 1997). Los errores en las mediciones pueden surgir por muchas causas; existen soluciones para algunos tipos de errores, pero otros nos persiguen como propiedades intrínsecas del sistema de medición en uso, y con frecuencia pueden mitigarse mediante el rediseño del sistema comenta Northrop (2005).

La capacidad de un sistema de medición es el error aleatorio del sistema de medición mismo en un periodo de tiempo corto por medio de las variaciones atribuidas del valor real y el valor referencial. El AIAG (2010), establece que la combinación de errores es cuantificada con la linealidad, uniformidad, repetibilidad y reproducibilidad así como el desempeño de un proceso es el afecto de todas las fuentes de variación en el tiempo. Los errores en los sistemas de medición pueden clasificar en dos categorías: errores de exactitud y errores de precisión.

De las dos categorías de error en un sistema de medición se pueden subdividir en 5 formas que son: sesgo, repetibilidad, reproducibilidad, estabilidad y linealidad, estos errores en Minitab (2010), las divide como componentes de exactitud y precisión de un sistema de medición, como se muestra en las Tabla 2-1 y Tabla 2-2 de a continuación:

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

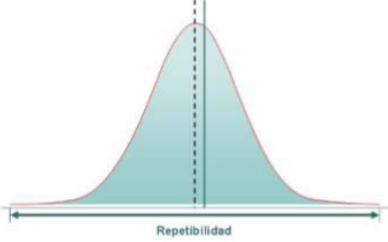
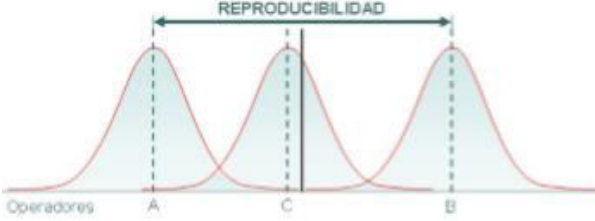
Tabla 2-1 Componentes de la exactitud en un sistema de medición (Fuente: Minitab, 2010)

Componente		Concepto
Linealidad	 <p>Una medida de cómo el tamaño de la pieza afecta la precisión del sistema de medición.</p>	Es la diferencia en los valores de precisión observados a través del rango esperado de mediciones.
Sesgo	 <p>Una medida del sesgo en el sistema de medición</p>	Es la diferencia entre la medición promedio observada y un valor maestro.
Estabilidad	 <p>Una medida de la precisión con que el sistema cambia a lo largo del tiempo</p>	Es la variación total obtenida con un dispositivo particular, en la misma parte, cuando se mide una característica única a lo largo del tiempo

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Y a la precisión o variación de la medición se puede dividir en dos componentes:

Tabla 2-2 Componentes de la precisión en un sistema de medición (Fuente: Minitab, 2010)

Componente		Concepto
Repetibilidad	 <p style="text-align: center;">La variación debida al dispositivo de medición.</p>	Es la variación observada cuando el mismo operador mide la misma parte repetidamente con el mismo dispositivo
Reproducibilidad	 <p style="text-align: center;">La variación debida al sistema de medición.</p>	Es la variación observada cuando diferentes operadores miden las mismas partes usando el mismo dispositivo.

Cuando se intenta evaluar la adecuación de un puntaje de confiabilidad, se debe determinar la precisión requerida para la decisión que se tomará a partir de la medida (Badiru, 2015).

2.1.3. Proporciones en el sistema de medición

2.1.3.1. Precisión a la tolerancia (P/T)

De acuerdo a Wheeler (2013), el valor del elemento que se está midiendo puede estar indicado por Y , mientras que el error de la medición puede estar indicado por E . Por lo tanto, $X = Y + E$. Si se piensa en estas cantidades como variables, entonces la variación en las medidas del producto X puede considerarse como $Var(X)$ demostrando que:

$$Var(X) = Var(Y) + Var(E) \quad (2.2)$$

Donde

$Var(Y)$ = variación en el flujo de valores del producto.

$Var(E)$ = variación en el flujo de errores de medición.

El propósito central de una evaluación del sistema de medición es obtener una estimación de $Var(E)$. Si la desviación estándar del sistema de medición es dada por $SD(E)$, y se denota la tolerancia especificada por $[USL-LSL]$, entonces la relación P/T comúnmente se calcula como:

$$\frac{P}{T} = \frac{6 SD(E)}{USL - LSL} \quad (2.3)$$

Donde

USL = límite de especificación superior.

LSL = límite de especificación inferior representan el valor permitido más grande y más pequeño para la característica de calidad que se está midiendo.

6 = número de desviaciones estándar entre los límites de tolerancia natural que contienen el 99.73% del medio de una distribución normal.

$SD(E)$ = desviación estándar del sistema de medición.

Barrentine (2003) y AIAG (2010), define los criterios para el PTR, en donde si el $PTR \leq 10\%$ se concluye que el sistema de medición es aceptable, en cuanto si es $10\% \leq PTR \leq 30\%$ el sistema de medición puede llegar a ser capaz, mientras que un $PTR \geq 30\%$ el sistema de medición no es capaz.

2.1.3.2. Precisión a la variación total (P/TV)

Esta es la relación entre la variación de la medición y la variación total, que es la suma de la variación del producto y la variación de la medición (AIAG, 2010).

$$\frac{P}{TV} = \frac{\text{Variación de la medida}}{\text{Variación del producto} + \text{Variación de la medida}} \quad (2.4)$$

Si la variación de la medición es grande, el proceso de medición no se puede monitorear, por lo tanto, resulta en una insuficiencia del sistema de medición de manera que el sistema de medición es inadecuado.

2.1.3.3. Coeficiente de Correlación Intraclase

El coeficiente de correlación intraclase (por sus siglas en inglés ICC) es la medida tradicional de asociación utilizada para caracterizar la utilidad relativa de un sistema de medición este coeficiente fue presentado por R.A. Fisher en 1921, en el contexto de nuestro modelo estructural (Wheeler, 2006), y se define como la relación de la varianza del producto a la varianza total, que esta presentada como:

$$\rho = \frac{\sigma_P}{\sigma_{Total}} = \frac{\sigma_P}{\sigma_P + \sigma_O + \sigma_{OP} + \sigma_M} \quad (2.5)$$

Donde

σ_{Total} = varianza total

σ_P = varianza del producto/parte

σ_O = varianza del operador

σ_{OP} = varianza de la interrelación de parte operador (reproducibilidad)

σ_M = varianza del equipo (repetibilidad)

A diferencia de muchas otras medidas de utilidad relativa que se han propuesto y utilizado, esta relación es una verdadera proporción que representa correcta y adecuadamente la proporción de la variación total que puede atribuirse a la variación de rutinaria en el flujo de productos, el complemento del coeficiente de correlación intraclase representa la proporción de la variación total que puede atribuirse al error de medición (Wheeler, 2006). La estimación común del coeficiente de correlación intraclase se conoce como la estadística de correlación intraclase (ICS):

$$\text{Estadística de Correlación Intraclass} = r = \frac{\hat{\sigma}_P}{\hat{\sigma}_{Total}} = 1 - \frac{\hat{\sigma}_{GR\&R}}{\hat{\sigma}_{Total}} \quad (2.6)$$

2.1.3.4. Relación señal-ruido (SNR)

El AIAG (2010), definió el SNR como el número de niveles distintos de categorías que pueden obtenerse de manera confiable a partir de los datos el cual se recomienda un valor de cinco o más, y un valor menor que dos indica que el sistema de medición no tiene valor para monitorear el proceso a lo que se puede decir que todo el ruido y una parte no son diferentes unos de otros.

$$SNR = \frac{\sqrt{2\sigma_P}}{\sigma_{GR\&R}} \quad (2.7)$$

2.1.3.5. Numero de categorías distintas (*ndc*)

El AIAG (2010) describe el *ndc* como una métrica que se utiliza en los estudios R&R del sistema de medición para identificar la capacidad de un sistema de medición de detectar una diferencia en la característica medida por lo que este número representa el número de intervalos de confianza no superpuestos que abarcan el rango de variación del producto. También se puede entender que es el número de grupos dentro de los datos del proceso que el sistema de medición que puede discernir.

El AIAG (2010), calcula el número de categorías distintas de la siguiente manera:

$$ndc = 1.41(PV/GR\&R) = \sqrt{2} \left(\frac{\sigma_P^2}{\sigma_{GR\&R}^2} \right) \quad (2.8)$$

El resultado de *ndc* es truncado a un entero para una mejor estimación en donde cualquier resultado mayor o igual a 5 es considerado que el sistema de medición es aceptable.

2.1.3.6. La relación de discriminación

La relación de discriminación compara los tamaños relativos de la variación entre piezas y la variación del sistema de medición. La efectividad del sistema de medición depende de

los tamaños relativos de la variación debida al proceso y la medición, se resume la efectividad de la medición usando la razón de discriminación (DR) en donde los valores más grandes de esta relación son mejores ya que puede distinguir mejor entre las partes que usan el sistema de medición (Steiner, 2005).

$$DR = \frac{\sigma_P}{\sigma_{GR\&R}} \quad (2.9)$$

El criterio de aceptación del **DR** de acuerdo a Steiner (2005), cuando se tiene un valor de ρ , esto es decir cuando se entiende que ρ es igual a $\rho = \frac{DR^2}{1+DR^2}$ se muestra a continuación

Tabla 2-3 Criterios de aceptación de DR (Fuente: Steiner, 2005).

	Medición del sistema		
	Acceptable	Necesita mejor	Inaceptable
Relación de discriminación	$\rho > 3$	$3 > \rho > 2$	$\rho < 2$

2.1.3.7. Constantes de tablas de control

Los gráficos de control basados en mediciones de características de calidad a menudo se encuentran como un medio más económico para controlar la calidad que los gráficos de control basados en atributos, los gráficos de control por variables usados con más frecuencia son los de promedio o llamados **$\bar{X} - Charts$** y los de rangos o llamados **$R - Charts$** (Duncan, 1974) [2]. Los factores cuales su diferencia están entre las observaciones más grandes y las más pequeñas en un ejemplo pueden usarse para estimar la desviación estándar de la población, estos se denominan factores d_2 (Nelson, 1975)

De acuerdo a Woodall (2000), explica que si se tiene m muestras independientes, cada una de tamaño n , de una o más poblaciones supuestamente distribuidas normalmente con una

desviación estándar σ , se pueden denotar los rangos del ejemplo de las m muestras o subgrupos como $R_1, R_2 \dots R_m$, este tipo de datos surgen con frecuencia en aplicaciones estadísticas de control de procesos y estudios de repetibilidad y reproducibilidad de los indicadores (GRR) donde se sabe que $E(R_i) = d_2\sigma$ y $Var(R_i) = d_3^2\sigma^2$ para $i = 1, 2, \dots, m$ donde d_2 y d_3 son constantes que dependen del tamaño de n del ejemplo.

El estimador de σ basado en el rango de muestra promedio que se usa con más frecuencia en los estudios GRR y en el muestreo de aceptación de variables es $\hat{\sigma}_i = \frac{\bar{R}}{d_2^*}$ aquí d_2^* representa una constante cuyo valor depende de tanto m y n .

A lo que Patnaik (1950), muestra que \bar{R}/σ se distribuye aproximadamente como un múltiplo de una distribución x , por lo que \bar{R}/σ se distribuye aproximadamente como d_2^*X/\sqrt{v} , donde v representa las fracciones de los grados de libertad para la distribución x , esta aproximación es dada como $d_2^* \cong d_2 \left(1 + \frac{1}{4v} + \frac{1}{32v^2} - \frac{5}{128v^3}\right)$.

Lo que ha sido señalado por Duncan (1974), Wheeler (2006) entre otros, que $\hat{\sigma}_i$ es un estimador insesgado de σ y que $\hat{\sigma}_i^2$ es un estimador insesgado de σ^2 . A lo que Woodall (2000) señala que David (1951), demuestra que no se requiere una aproximación para d_2^* por lo que:

$$d_2^* = (d_2^2 + \frac{V_n}{m})^{1/2} \quad (2.10)$$

Donde V_n es la varianza del rango de muestra con el tamaño de muestra n de una población normal con varianza unitaria, a lo que $V_n = d_3^2$.

La ecuación 2.10 se puede usar fácilmente para determinar los valores de d_2^* a partir de las tabulaciones ampliamente disponibles de d_2 y d_3 , por lo que no se requiere una tabla de valores de d_2^* , como los señalados por Duncan (1974) y Wheeler (2006) entre otros, siempre que los valores de d_2 y d_3 se muestren como suelen ser, menciona (Woodall W. H., 2000).

También se hace innecesario el uso de la aproximación $d_2^* \cong d_2(1 + \frac{1}{4v})$, dada por Duncan (1974) y Wheeler (2006), sin embargo la tabla de valores de d_2^* dada por Duncan (1974) es la que más frecuentemente se recomienda, aunque las tabla de valores de d_2^* de Nelso (1975), proporcionan valores que son un poco más precisos debido a que sus valores se basan en la ecuación 2.10.

2.1.3.8. Capacidad del proceso

Los índices de capacidad de proceso (PCI) ayudan a proporcionar medidas numéricas sobre un proceso para saber si este es capaz o no de producir artículos que estén dentro de los límites de especificación, Mottonen (2008), explica que la industria moderna de alto volumen se ha visto obligada a desarrollar su capacidad de proceso a niveles cada vez más altos para satisfacer las demandas de alto nivel establecidas para los productos que por resultado, la desviación del proceso es estrecha en los procesos capaces el valor de C_p es la capacidad del proceso en base a la variación generada por la parte (C_pX) como se muestra a continuación:

$$C_pX = \frac{USL - LSL}{6\sigma_p^2} \quad (2.11)$$

Donde σ_p^2 es la desviación estándar del proceso o de parte, esto debido a que el GR&R provoca un efecto en la capacidad del proceso, es decir que cualquier mejora en la reducción de la variación de R&R también reducirá la variación observada en el proceso, aumentando el índice de capacidad del proceso y reduciendo ambos índices de capacidad de medición en consecuencia si se tiene un C_pX bajo nuestro rango de tolerancia será menor por lo que nuestro sistema de medición tiende a fallar, provocando el rechazo de piezas buenas cuando estas están aun dentro de especificación, de manera que Barrentine (2003) define que si se tiene un valor de $C_pX > 1.33$ la capacidad del proceso es adecuada, a pesar de la falta de precisión, por lo que puede llegar a tolerar un sistema inadecuado de GR&R de al menos del 30% (cuyo criterios se ubican en la Tabla 2-5 considerando que se tiene un control adecuado sobre la media del proceso y que es claramente inadecuada

cuando la capacidad del proceso es $C_p X < 1$, esto al menos que el sistema de medición tenga un valor de GR&R muy bajo, con el fin de poder discriminar entre unidades de producto que cumplen o no las especificaciones cuando el valor del parámetro de prueba está cerca de uno de los límites de especificación.

2.2. Riesgos del sistema de medición

Para cualquier sistema de medición, el riesgo del productor (δ) se define como la probabilidad condicional de que el sistema de medición fallará en una unidad de producto dado que cumple con las especificaciones mientras que el riesgo del consumidor (β) es definida como la probabilidad de que el sistema de medición pase una unidad del producto, dado que no cumple con las especificaciones a lo que estas dos probabilidades son útiles para cuantificar el rendimiento del sistema de medición en la producción (Mader, Prins, & Lampe, 1999).

Ajustando el modelo de la ecuación (2.1) para su función en esta sección se asume que se tiene el siguiente modelo

$$Y = X + \epsilon \quad (2.12)$$

Donde Y es el valor medido de una parte al azar de cualquier parte del proceso, X es el valor verdadero de esta parte y ϵ es el error de medición atribuido por el sistema, que este a su vez incluye los efectos de repetibilidad y reproducibilidad, los términos X y ϵ son variables aleatorias normales independientes que tiene medias de μ_p y μ_M así como varianzas de σ_p y $\sigma_{GR\&R}$, respectivamente. Por lo que implica que Y se distribuye como una variable aleatoria normal con media de μ_p debido a que $E(Y) = E(X) + E(\epsilon) = \mu_p$ y una varianza de $\sigma_p + \sigma_{GR\&R}$, puesto que $Var(Y) = Var(X) + Var(\epsilon) = \sigma_p + \sigma_{GR\&R}$.

Suponiendo que el error de medición ϵ y el valor verdadero de la parte X son independientes entonces puede esperarse que cuando se tiene un valor alto en X se tiene un valor grande para Y , así que también se puede decir que un valor pequeño de X produzca un valor pequeño para Y , a lo que esto quiere decir que X e Y están correlacionados positivamente (Mader, Prins, & Lampe, 1999). Usando la anotación anterior se tiene que

$$E(Y) = \mu_P \qquad \text{Var}(Y) = \sigma_P + \sigma_{GR\&R} = \sigma_{Total} \qquad \text{Cov}(Y) = \sigma_P$$

A lo que se entiende que una pieza manufacturada tomada del proceso está en conformidad cuando $LSL \leq X \leq USL$, en donde LSL es el límite de especificación inferior y USL es el límite de especificación superior, por lo que entonces un sistema de medición dejara pasar una pieza si $LSL \leq Y \leq USL$, por lo que existirán dos tipos de errores posibles en la clasificación de una pieza que describen Burdick (2005) y Woodall (2008) en donde el primer error de clasificación es una falla falsa [FF] es decir, que una pieza conforme se clasifica erróneamente como una falla, esto ocurre cuando la pieza realmente está en conformidad, pero no pasa, mientras que el segundo tipo de error de clasificación es una falla perdida [MF] que ocurre cuando la pieza no está en conformidad, por lo que se clasifica erróneamente como una pieza buena.

Las fallas falsas [FF] son consideradas como el riesgo del productor, que se denota como δ , y es la probabilidad condicional de que un sistema de medición falle en una parte cuando la pieza cumple con las especificaciones, mientras que las fallas pérdidas [MF] son el riesgo del consumidor, denotado como β , que es la probabilidad condicional de que un sistema de medición pase en una parte cuando la pieza no cumple con las especificaciones (Burdick, Borrer, & Montgomery, 2003). En la Fig. 2.6 se muestra las regiones de fallas falsas [FF] y fallas pérdidas [MF] en un contorno de igual densidad de la distribución normal bivariada.

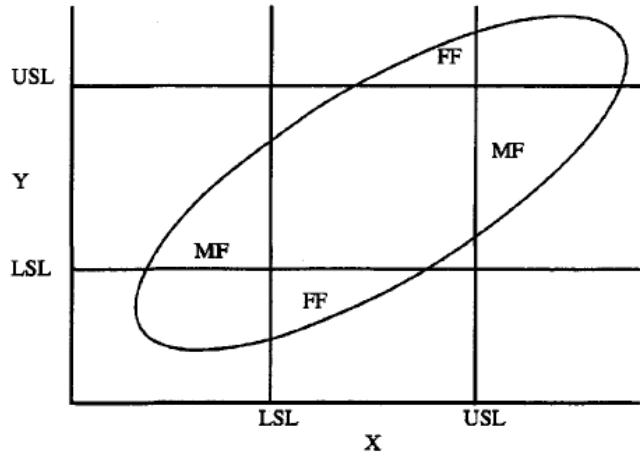


Figura 2.6 Regiones de MF y FF de un contorno de igual densidad (Burdick, Borror, & Montgomery, 2003)

De acuerdo a Mader (1999), la probabilidad condicional de ocurrencia de que un evento A dado ocurra en el evento B es mostrada como $P[A|B]$ que es definido como la probabilidad de la intersección de los eventos A y B a la probabilidad de que ocurra el evento B, también definido como Formula de Bayes (Maibaum, 1976), se define como

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (2.13)$$

Por lo que para aplicar la declaración de probabilidad condicional general al análisis de riesgo, primero requiriere la función de densidad de probabilidad (pdf) conjunta para X e Y de la ecuación (2.12) que es mostrada de la siguiente manera

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x & -\mu_p \\ y & -\mu_p \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} x & -\mu_p \\ y & -\mu_p \end{bmatrix}\right) \quad (2.14)$$

Donde la pdf conjunto para X e Y es representado como una distribución normal bivariada, el símbolo T representa la transposición del conjugado de la cantidad respectiva, y la matriz de covarianza es denotada como Σ que en su momento está representada como

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_p & \sigma_p \\ \sigma_p & \sigma_p + \sigma_{GR\&R} \end{bmatrix}$$

Mader (1999), también agrega la función de densidad de probabilidad marginal para X , es decir, la pdf marginal para X que es una distribución normal univariada con una media μ_p y una varianza σ_p como se muestra a continuación

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_p} \exp\left(-\frac{(x-\mu_p)^2}{2\sigma_p^2}\right) \quad (2.15)$$

En base a las ecuaciones (2.14) y (2.15) se pueden estimar los diferentes casos que existen para la probabilidades de conformidad e inconformidad para X e Y en base a los límites de especificación de cada uno de ellos, (Mader, Prins, & Lampe, 1999) estipula estos diferentes casos de probabilidad para el cálculo de δ y β , por ejemplo la probabilidad conjunta de que X e Y se encuentren dentro de los límites de especificación, está dada por la doble integral de la función de densidad de probabilidad (pdf) conjunta $f(x, y)$ en el rango de especificación para X e Y

$$\begin{aligned} P_{xy} &= P(Y \in [LSL, USL] \cap X \in [LSL, USL]) \\ &= \int_{LSL}^{USL} \int_{LSL}^{USL} f(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (2.16)$$

Por lo que la probabilidad de que X se encuentre dentro de los límites de especificación está dada por la función de densidad de probabilidad marginal para X establecido en la ecuación (2.15)

$$\begin{aligned} P_x &= P(X \in [LSL, USL]) \\ &= \int_{LSL}^{USL} f(x) dx \end{aligned} \quad (2.17)$$

La probabilidad conjunta de X e Y estén fuera de los límites de especificación, es decir que una pieza este fuera de especificación y que está a la vez sea detectada bien por el sistema evitando dejarla pasar es

$$\begin{aligned} P_{\bar{x}\bar{y}} &= P(Y \notin [LSL, USL] \cap X \notin [LSL, USL]) \\ &= \int_{-\infty}^{LSL} \int_{-\infty}^{LSL} f(x, y) dx dy + \int_{USL}^{\infty} \int_{USL}^{\infty} f(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (2.18)$$

Mientras que la probabilidad de que X se encuentre fuera de los límites de especificación tanto superior como inferior es

$$\begin{aligned} P_{\bar{x}} &= P(X \notin [LSL, USL]) \\ &= \int_{-\infty}^{LSL} f(x)dx + \int_{USL}^{\infty} f(x)dx \end{aligned} \quad (2.19)$$

El riesgo de productor (δ) que es la probabilidad conjunta de una medición en donde el valor verdadero de la pieza esta en conformidad ajustándose a la especificación, mientras que el valor de Y no está en conformidad es

$$\begin{aligned} \delta &= P(Y \notin [LSL, USL] \cap X \in [LSL, USL]) \\ &= \int_{-\infty}^{LSL} \int_{LSL}^{USL} f(x,y)dx dy + \int_{USL}^{\infty} \int_{LSL}^{USL} f(x,y)dx dy \end{aligned} \quad (2.20)$$

Donde $f(y, x)$ es la densidad normal bivariada para X e Y mostrada en la ecuación (2.14), para el cálculo del riesgo de consumidor (β) se necesita la probabilidad conjunta de la medición para cuando X esta fuera de conformidad de los límites de especificación e Y esta en conformidad

$$\begin{aligned} \beta &= P(Y \in [LSL, USL] \cap X \notin [LSL, USL]) \\ &= \int_{LSL}^{USL} \int_{-\infty}^{LSL} f(x,y)dx dy + \int_{LSL}^{USL} \int_{USL}^{\infty} f(x,y)dx dy \end{aligned} \quad (2.21)$$




2.3. Estudio de repetividad y reproducibilidad

Los estudios de repetibilidad y reproducibilidad analizan la variación de las mediciones de un instrumento (repetibilidad) y la variación de las mediciones por los operadores (reproducibilidad) (Barrentine, 2003), el cual los componentes de variabilidad en los sistemas de medición que se generan con más frecuencia son: 1.-repetibilidad que representa la variabilidad del indicador cuando se usa para medir la misma unidad (con el mismo operador o configuración o en el mismo período de tiempo) y 2.-reproducibilidad que se refiere a la variabilidad que surge de diferentes operadores, configuraciones o períodos de tiempo (Burdick, Borrór, & Montgomery, 2005), aunque en que los estudios de

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

capacidad de los sistemas de medición a menudo se denominados como la repetibilidad y reproducibilidad de la medición o estudios de R&R.

Tabla 2-4 Repetibilidad, reproducibilidad y R&R. (Fuente: Barrentine, 2003)

Repetibilidad	Reproducibilidad	R&R
	+ 	= 
La distribución de mediciones repetidas en la misma pieza por un operador con el mismo medidor	La distribución de promedios de muchos operadores que usan el mismo medidor	El efecto combinado de la variación del calibre entre los operadores

Como se puede observar la variabilidad total en un sistema de medición es atribuida a la variabilidad del producto y variabilidad del gage. El R&R de un gage (GR&R) es un estimativo de la variación combinada de la repetibilidad y reproducibilidad, establecido de otra manera el GR&R es la varianza e igual a la suma de las varianzas dentro y ente los sistemas (AIAG, 2010). Entonces adecuando la ecuación 2.1 se puede decir que:

$$\sigma_{Total} = \sigma_{Producto} + \sigma_{GR\&R} \tag{2.22}$$

$$\sigma_{GR\&R} = \sigma_{Reproducibilidad} + \sigma_{Repetibilidad} \tag{2.23}$$

Donde

$$\sigma_{Reproducibilidad} = \sigma_O + \sigma_{OP}$$

$$\sigma_{Repetibilidad} = \sigma_M$$

Los estudios de GR&R determinan qué parte de la variación observada en el proceso se debe a la variación del sistema de medición, en Minitab Inc. (2010), la variación general de un proceso está compuesta por la variación por parte-parte y la variación del sistema de medición como se muestra en la fig.2.7 a continuación

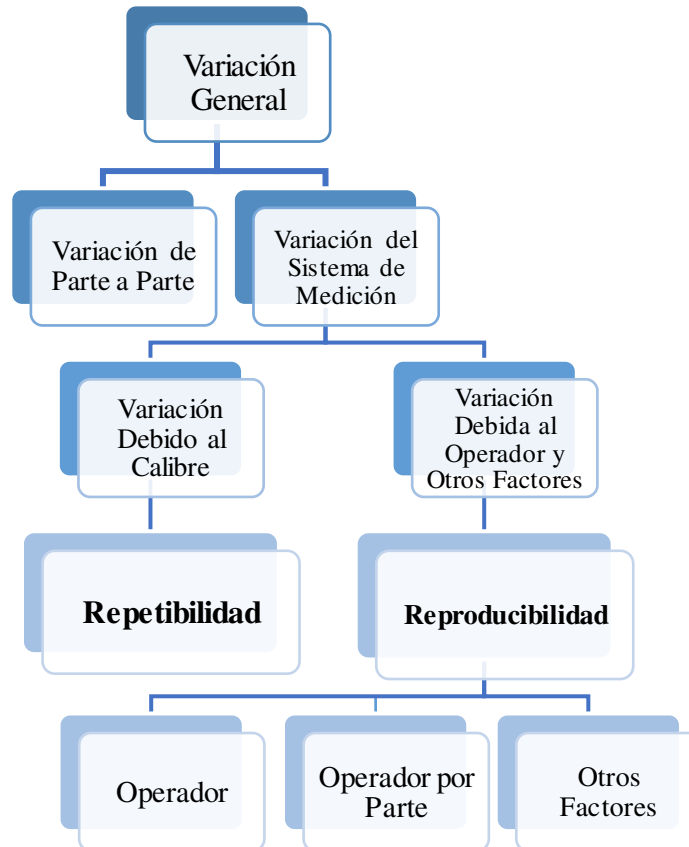


Figura 2.7 Variación general (Fuente: Minitab, 2010)

De acuerdo a Pulido (2004), los pasos para realizar un estudio de R&R largo para cada instrumento de medición que se desee evaluar, es necesario plantear un estudio en el que se apliquen los siguientes pasos;

- Seleccionar dos o más operadores o personas que participen en el estudio haciendo mediciones.
- Seleccionar adecuadamente un conjunto de 10 o más partes o piezas que serán medidas varias veces por cada operador. Es importante que la selección se realice

a partir de piezas que reflejen las diferentes dimensiones de piezas que se producen.

- Decidir el número de ensayos o veces que cada operador medirá la misma pieza. En un estudio largo se deben hacer por lo menos dos ensayos, y tres es lo más recomendable.
- Etiquetar cada parte y aleatorizar el orden en el cual las partes se dan a los operadores. Identificar la zona o punto en la parte donde la medición será tomada, así como el método o técnica que deberá aplicarse.
- El operador A realiza en orden aleatorio su primera medición a todas las piezas consideradas.
- Volver a aleatorizar las piezas y obtener la primera medición del operador B.
- Continuar hasta que todos los operadores hayan realizado la primera medición de todas las piezas.
- Repetir los tres pasos anteriores hasta completar el número de ensayos elegidos. Es preciso asegurarse de que los resultados previos de un ensayo no son conocidos por los operadores.
- Es decir, en cada medición realizada el operador no debe conocer cual pieza está midiendo, ni cuáles fueron sus mediciones anteriores sobre ella, menos las reportadas por los demás operadores.

El AIAG (2010), proporciona los criterios para saber si la variabilidad de un sistema de medición es satisfactoria depende del porcentaje de variabilidad del proceso de manufactura/producción o de la tolerancia de la parte que es consumida por la variación del sistema de medición, como se muestra en la ecuación 2.22, donde la variación final (total) se basa en una combinación de la variación del proceso y las mediciones, de lo cual muestra los lineamientos y guías generales para la aceptación de un sistema de medición como se muestra en la tabla 2.5.

Tabla 2-5 Criterios de un GR&R (Fuente: AIAG, 2010)

GR&R	Decisión	Comentarios
Abajo del 10 por ciento	Generalmente considerado como un sistema de medición aceptable	Recomendado, especialmente útil cuando se trate de separar o clasificar partes o cuando se requiere cerrar el control del proceso
Del 10 al 30 por ciento	Puede ser aceptable para algunas aplicaciones	La decisión debería basarse en por ejemplo importancia de las mediciones en la aplicación, costos de dispositivos de medición, costos de re-trabajos o reparaciones
Arriba del 30 por ciento	Se considera inaceptable	Debería de hacerse todo esfuerzo por mejorar el sistema de medición.

2.4. Estándar AIAG

El grupo de acción de la industria automotriz (AIAG) es una asociación fundada en 1982 sin fines de lucro donde profesionales de un grupo diverso de partes interesadas, incluidos minoristas, proveedores de todos los tamaños, fabricantes de automóviles, fabricantes, proveedores de servicios, académicos y gubernamentales, trabajan en colaboración para agilizar los procesos de la industria a través de desarrollo de normas y prácticas comerciales armonizadas (AIAG, 2010). El (AIAG) utiliza métricas del error de medición, los métodos de análisis de datos, desarrolla los pasos para la realización de un estudio de Gage repetibilidad y reproducibilidad (GR&R) y muestra los criterios de decisión para las fuentes de variación en su manual para el análisis de un sistema de medición.

En 1990, AIAG publicó su manual llamado “Manual de referencia de análisis de sistema de medición”, autorizado por el grupo de fuerza de trabajo para los requerimientos de calidad de proveedores de Chrysler Group LLC, Ford Motor Company y General Motors Corporation, y bajo los auspicios del Grupo de Acciones de la Industria Automotriz (AIAG), actualmente el manual se encuentra en su cuarta edición y es utilizado como una guía estándar para la realización de un análisis del sistema de medición (AIAG, 2010).

El manual cubre los muchos aspectos del análisis de sistemas de medición, incluida la precisión del medidor, la estabilidad del medidor, la linealidad del medidor, así como la reproducibilidad y repetibilidad del medidor (AIAG, 2010). El manual también incluye criterios de aceptación para estos resultados y orientación para realizar un estudio de GR&R. y se incluyen interpretaciones de los diversos gráficos generados por los diversos métodos así como sugerencias por si un estudio del sistema de medición no cumple con los criterios de aceptación.

El estudio de gages de variables puede ser ejecutado usando un diferente número de diferentes técnicas, por el cual AIAG propone tres métodos aceptables que es el método de los rangos, método de promedios y rangos (incluyendo las gráficas de control) y el método ANOVA. Se prefiere el método ANOVA debido a que mide el error del Gage en la interacción entre el operador y las partes, mientras que los métodos de los rangos y el método de los promedios y los rangos no incluyen esta variación (AIAG, 2010).

2.4.1. Método AIAG

Las variaciones producidas durante las réplicas de medición causada por el equipo son llamadas variación del equipo. La repetibilidad o variación del equipo (EV o σ^2) se determina multiplicando el promedio de rangos (\bar{R}) por una constante (K_i). Donde K_i depende del número de intentos aplicados en el estudio de gage ubicado en la tabla A.1.

$$EV = \bar{R} * K_i \quad (2.24)$$

Donde

\bar{R} = rango Promedio

$K_i = 1/d_2$ (ver tabla A.1)

La reproducibilidad o variación del operador (AV o σ_A) se determina multiplicando la máxima diferencia promedio entre los operadores (\bar{X}_{DIFF}) por una constante (K_i).

$$AV = \sqrt{(\bar{X}_{DIFF} * K_i)^2 - \frac{(EV)^2}{nr}} \quad (2.25)$$

Donde

\bar{X}_{DIFF} = máxima diferencia promedio entre los operadores

$K_i = 1/d_2$ valor de factores para la construcción de las variables para gráficas de control (ver tabla A.1)

n = número de partes

r = número de intentos

La variación dentro de una muestra da lugar a la variación del producto. Esto se atribuye a las variaciones en el proceso de fabricación de las partes y se calcula como:

$$PV = R_p * d_2 \quad (2.26)$$

Donde

R_p = rango de promedios parte

d_2 = son los valores asociados con la distribución del rango promedio (ver tabla A.2)

La variación del sistema de medición para la repetibilidad y reproducibilidad ($GR\&R$ o σ_M) se calcula sumando el cuadro de la variación del equipo y el cuadrado de la variación de los operadores y sacando la raíz cuadrada.

$$GR\&R = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2} \quad (2.27)$$

La variación total es una estimación obtenida combinando la variación del producto con la repetibilidad y la reproducibilidad como:

$$TV = \sqrt{EV^2 + AV^2 + PV^2} \quad (2.28)$$

Después de calcular los parámetros o las estimaciones, los porcentajes de las estimaciones se calculan para un análisis posterior de los datos:

Tabla 2-6 Contribución factores a la variabilidad total (Fuente: AIAG, 2010)

Factor de variabilidad	Contribución de variación
Variación del equipo	$\%EV=100[EV/TV]$
Variación de los operadores	$\%AV=100[AV/TV]$
Variación de GR&R	$\%GRR=100[GRR/TV]$
Variación de Parte	$\%PV=100[PV/TV]$

El paso final en el análisis es determinar el número de categorías distintas (*ndc*) mostrado anteriormente en la ecuación 2.8, es otro estadístico de la variabilidad de un sistema de medición, este estadístico indica el número de categorías en las cuales el proceso de

medición puede dividirse (AIAG, 2010). Este métrico adicional para el error de amplitud ayuda a ser distinguidas confiadamente por el sistema de medición en número de intervalos de confianza no traslapados en un 97%, los cuales se extienden en la variación esperada del producto este valor debería ser mayor o igual a 5 (AIAG, 2010).

2.5.Método ANOVA

El análisis de varianzas (ANOVA) es una técnica estadística y estándar que puede ser utilizada para analizar los errores de las mediciones y otras fuentes de variabilidad de los datos en un estudio de sistemas de medición y puede ser seccionada en cuatro categorías: partes, operador, interacciones entre las partes y operadores y error de replicación debida al Gage (AIAG, 2010). Todos los modelos ANOVA consideran en casos particulares el modelo mostrado en la ecuación 2.12 (Burdick, Borror, & Montgomery, 2005).

La técnica ANOVA se utiliza para probar hipótesis de sesgos medios para el modelo experimental aleatorio y luego proporciona estimaciones de los componentes de la varianza generados por el indicador y los factores del operador en donde la variación total se divide en cuatro fuentes de variación que son operador, parte, interacción entre operador-parte y el indicador (error) (TSAI, 1988).

De acuerdo a Al-Refai (2010), el modelo ANOVA de efectos aleatorios bidireccionales es el utilizado comúnmente para estimar los componentes de varianza en el análisis de un estudio GR&R, en donde la suma total de cuadrados (SS_{Total}) en las mediciones se divide en las siguientes partes componentes:

$$SS_{Total} = SS_p + SS_O + SS_{PO} + SS_{Repetibilidad} \quad (2.29)$$

donde $SS_p, SS_O, SS_{PO}, SS_{Repetibilidad}$ representan la suma de cuadrados (SS) de la parte, el operador, la interacción entre la parte y el operador, y el error aleatorio, respectivamente,

donde $\bar{Y} \dots = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r Y_{ijk} / nmr$, $\bar{Y}_{ij.} = \sum_{k=1}^r Y_{ijk} / r$, $\bar{Y}_{i..} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r Y_{ijk} / mr$, y $\bar{Y}_{.j.} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r Y_{ijk} / nr$, donde cada m observaciones se mide por cada n piezas en r veces, entonces los componentes de varianza se pueden estimar de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}_P^2 = \frac{MS_P - MS_{PO}}{mr} \quad (2.30)$$

Donde el MS_P es el cuadrado medio para la pieza, y MS_{PO} es el cuadrado medio para la interacción entre la parte y el operador. La $\hat{\sigma}_O^2$ es calculado de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}_O^2 = \frac{(m-1)(MS_O - MS_{PO})}{nmr} \quad (2.31)$$

Donde MS_O es el cuadrado medio del operador. La $\hat{\sigma}_{PO}^2$ es estimado como:

$$\hat{\sigma}_{PO}^2 = \frac{MS_{PO} - MS_{Repetibilidad}}{r} \quad (2.32)$$

Donde MS_{PO} es el cuadrado medio del error aleatorio. Y el $\hat{\sigma}_{Repetibilidad}^2$ se estima:

$$\hat{\sigma}_{Repetibilidad}^2 = MS_{Repetibilidad} \quad (2.33)$$

Si algún componente de varianza de la repetibilidad tiene un valor negativo, entonces su valor considera cero.

Tabla 2-7 ANOVA (Fuente: Stevens N. T., 2014).

Fuente	Suma de cuadrados	GL	Cuadrado medio	F-Estadística
P	SS_P	$n - 1$	$MS_P = \frac{SS_P}{(n - 1)}$	MS_P / MS_{PO}
O	SS_O	$m - 1$	$MS_O = \frac{SS_O}{(m - 1)}$	MS_O / MS_{PO}

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

PO	SS_{PO}	$(n - 1)(m - 1)$	$MS_{PO} = \frac{SS_{PO}}{(n - 1)(m - 1)}$	$MS_{PO}/MS_{repetibilidad}$
Repetibilidad	$SS_{repetibilidad}$	$nm(r - 1)$	$MS_{repetibilidad} = \frac{SS_{repetibilidad}}{nm(r - 1)}$	
TOTAL	SS_T	$nmr - 1$		

Donde

$$SS_P = mr \sum_{i=1}^n (\bar{Y}_{i..} - \bar{Y} \dots)^2$$

$$SS_O = nr \sum_{j=1}^m (\bar{Y}_{j..} - \bar{Y} \dots)^2$$

$$SS_{PO} = r \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\bar{Y}_{ij.} - \bar{Y}_{i..} - \bar{Y}_{.j.} + \bar{Y} \dots)^2$$

$$SS_{repetibilidad} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (Y_{ijk} - \bar{Y}_{ij.})^2$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^r (Y_{ijk} - \bar{Y} \dots)^2$$

De acuerdo a Barrentine (2003), desarrolla una serie de paso para estimar el porcentaje de contribución de la variación total para cada factor como se muestra en la tabla 2.8 donde el % de la variación de cada fuente de variación es obtenida a partir de los cuadrados medios de la tabla 2.7, estos datos pueden usarse para comparar con resultados del método EMP entre otros. Barrentine (2003), explica que para la generación estadística del R&R al resolver los cuadrados medios esperados para las estimaciones de los componentes de la varianza se realiza los siguientes pasos:

- i. Las estimaciones de las desviaciones estándar para R&R, repetibilidad y reproducibilidad se muestran en la segunda columna.

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

- ii. La tercera columna multiplica cada desviación estándar por 6 para estimar el intervalo de 99 por ciento para R&R, la variación del equipo (EV o repetibilidad) y la variación del operador (AV o reproducibilidad).
- iii. Ambos índices de capacidad de medición se proporcionan:
 - a. La columna resaltada con la etiqueta "% contribución", muestra que sigma para R&R el % de la desviación estándar del proceso. (Esto equivale a decir que el rango del 99% para el R&R es cubierto por este valor del rango del 99% para la variación del proceso). Si esto excede el criterio máximo aceptable del 30% indica que la medición se suma significativamente a la verdadera variación del proceso.
 - b. La columna etiquetada "% Variación Total" revela que el intervalo de 99 por ciento para el GR&R cubre un % del rango de especificación. Esto indica que la toma de decisiones con respecto a las especificaciones dependerá de este valor.
- iv. La comparación de las contribuciones de repetibilidad y reproducibilidad demuestra si la repetibilidad o la reproducibilidad (el instrumento o el equipo de medición) es la fuente dominante de la variación del R&R. El rendimiento del operador tiene un potencial limitado de mejora. La mejora sustancial debe venir de estudiar el rendimiento del instrumento, cómo se usa, se mantiene, etc.

Tabla 2-8 Porcentaje de contribución de variación mediante ANOVA (Fuente: Barrentine, 2003).

Fuente	Desviación estándar (σ)	6σ	% Variación Total	% Contribución
Variación del Equipo (repetibilidad)	$\tau^2 = MS_{repetibilidad}$	$EV = 6 * \tau^2$	$\left(\frac{EV}{TV}\right) * 100$	$\frac{\tau^2}{\text{Variación Total}}$

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Variación de interacción Parte-Operador	$\gamma^2 = MS_{PO} - MS_{repetibilidad}/r$	Interacción = $6 * \gamma^2$	$\left(\frac{Int.}{TV}\right) * 100$	$\frac{\gamma^2}{Variación Total}$
Variación del operador	$\omega^2 = MS_O - MS_{PO}/nr$	$AV = 6 * \omega^2$	$\left(\frac{AV}{TV}\right) * 100$	$\frac{\omega^2}{Variación Total}$
Reproducibilidad	$\omega^2 + \gamma^2$	Reproducibilidad = $6 * (\omega^2 + \gamma^2)$	$\left(\frac{Reprod.}{TV}\right) * 100$	$\frac{(\omega^2 + \gamma^2)}{Variación Total}$
Variación Parte-Parte	$\sigma^2 = MS_P - MS_{PO}/mr$	$PV = 6 * \sigma^2$	$(PV/TV) * 100$	$\frac{\sigma^2}{Variación Total}$
GR&R	$GR\&R Total = (\tau^2 + \gamma^2 + \omega^2)$	$GR\&R = 6 * (\tau^2 + \gamma^2 + \omega^2)$	$(GR\&R/TV) * 100$	$\frac{GR\&R Total}{Variación Total}$
Variación Total	$Variación Total = (GR\&R + \sigma^2)$	$TV = 6 * (GR\&R + \sigma^2)$	$1 = TV/TV$	

Una vez que los componentes de la varianza son estimados por ANOVA, las capacidades de un sistema de medición y proceso de fabricación se pueden evaluar, el **PTR** y **SNR/DR** son las medidas de calidad para evaluar la capacidad de un sistema de medición.

$$\sigma_{GR\&R} \leq \frac{0.1T}{6} \quad \text{si } PTR \leq 0.1, \text{ el medidor es capaz}$$

$$\sigma_{GR\&R} > \frac{0.3T}{6} \quad \text{si } PTR > 0.3, \text{ el medidor es incapaz}$$

Donde T representa la tolerancia, la SNR expresada con anterioridad proporciona una relación entre $\sigma_{GR\&R}$ y σ_P como se muestra adelante:

$$\sigma_P \geq \frac{5}{\sqrt{2}} \sigma_{GR\&R} \quad \text{si } SNR \geq 5, \text{ el medidor es capaz}$$

$$\sigma_P < \sqrt{2} \sigma_{GR\&R} \quad \text{si } SNR < 2, \text{ el medidor es incapaz}$$

El DR se emplea en lugar de SNR para evaluar la capacidad de medición, la relación entre $\sigma_{GR\&R}$ y σ_P se vuelve:

$$\sigma_P \geq \sqrt{\frac{15}{2}} \sigma_{GR\&R} \quad \text{si } DR \geq 4, \text{ el medidor es capaz}$$

$$\sigma_P < \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_{GR\&R} \quad \text{si } DR < 2, \text{ el medidor es incapaz}$$

2.6. Comparación de planes

La comparación de los planes aumentados y estándar en función de su capacidad para estimar γ con precisión mostrada en la ecuación 2.34 que es definida mediante 2 situaciones caracterizadas por el número de observadores y la incorporación de la interacción pieza*operador de acuerdo a Stevens N. T. (2014), en donde primero se comparó los planes en el contexto de un sistema de medición automatizado de forma equivalente, un sistema de medición con un solo operador. En este caso, no hay forma de examinar un efecto de operador y ninguna posibilidad de interacción pieza*operador. Después se comparó los planes para los sistemas de medición con múltiples operadores, pero sin ninguna interacción pieza*operador. Y por último, se compara los planes para un sistema de medición con múltiples operadores incluyendo la posibilidad de un efecto de interacción pieza*operador. A lo que Stevens N. T. (2014), compara los planes suponiendo que el número total de mediciones N y el número de observadores m son fijos, considerando que valores de N entre 60 y 100 con $1 \leq m \leq 4$.

2.6.1. Planes con uno o ningún operador

Aunque la reproducibilidad es usualmente interpretada como la variación del operador, existen situaciones donde esta variación es debida a otras fuentes de variación misma. Ejemplo, con algunos sistemas de medición en proceso no existen operadores humanos, si todas la partes son manejadas, ajustadas y medidas por el mismo equipo, entonces a reproducibilidad es cero; ej., solo es necesario un estudio de repetibilidad, sin embargo si se usan dispositivos múltiples entonces la reproducibilidad es la variación entre los dispositivos (AIAG, 2010).

Muchos sistemas de medición están automatizados sin efectos de operador. Esto también corresponde a un sistema con un solo operador entonces cuando se supone que el sistema está automatizado sin efectos de operador, o tiene un solo operador ($m = 1$), se tiene $\sigma_o^2 = 0$ y no se puede estimar σ_{p0}^2 por separado de $\sigma_{Repetibilidad}^2$, así que se deja $\sigma_{p0}^2 = 0$ ajustados de la tabla 2-7. En este caso, el modelo se simplifica y γ se reduce a:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\sigma_{Repetibilidad}^2}{\sigma_p^2 + \sigma_{Repetibilidad}^2}} \quad (2.34)$$

Donde γ es definida como la repetibilidad y reproducibilidad del medidor (GR&R). El método ANOVA presentado anteriormente, en el tema 2.5, es realizado cuando el sistema de medición contiene múltiples operadores y estaba presente una interacción pieza*operador. A lo que ahora Stevens N. T. (2014), realiza el método ANOVA para el plan de un solo operador, es un caso especial para esto, la variabilidad total se divide en variabilidad debido al operador y al sistema de medición, la suma total de cuadrados se descompone de la siguiente manera:

$$SS_t = SS_o + SS_{Repetibilidad} \quad (2.35)$$

Donde $\bar{Y} \dots = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r Y_{ik} / nr$, $\bar{Y}_i = \sum_{k=1}^r Y_{ik} / r$.

Los cuadrados medios para este tipo de plan son $E(MS_o) = \sigma_{Repetibilidad}^2 + \sigma_o^2$ y $E(MS_{Repetibilidad}) = \sigma_{Repetibilidad}^2$. Las estimaciones de $\sigma_{Repetibilidad}^2$ y σ_o^2 se obtienen al resolver simultáneamente estas ecuaciones y sustituir los cuadrados de medios observados en lugar de lo esperado, lo que da:

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{MS_o - MS_{Repetibilidad}}{r}, \quad \hat{\sigma}_{Repetibilidad}^2 = MS_{Repetibilidad} \quad (2.36)$$

Los cuadrados medios utilizados para calcular estas estimaciones se construyen utilizando los datos observados.

Tabla 2-9 ANOVA para un modelo de efecto aleatorio de un factor (Fuente: Stevens N. T., 2014)

Fuente	Suma de cuadrados	G.L	Cuadrados Medios	Estadístico-F
O	$SS_o = r \sum_{i=1}^n (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2$	$n - 1$	$MS_o = \frac{SS_o}{n - 1}$	$MS_o / MS_{Repetibilidad}$
M	$SS_{Repetibilidad} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r (Y_{ik} - \bar{Y}_i)^2$	$n(r - 1)$	$MS_{Repetibilidad}$ $= \frac{SS_M}{n(r - 1)}$	
Total	$SS_t = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^r (Y_{ik} - \bar{Y}_{..})^2$	$nr - 1$		

2.6.2. Planes con más de un operador y ninguna interacción pieza*operador

Cuando se supone que el sistema de medición es operado por múltiples operadores, pero se puede suponer que sus efectos son los mismos para todas las piezas (es decir, no hay interacción pieza*operador), se establece $\sigma_{p0}^2 = 0$. En este caso, γ se reduce a:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\sigma_o^2 + \sigma_{Repetibilidad}^2}{\sigma_p^2 + \sigma_o^2 + \sigma_{Repetibilidad}^2}} \tag{2.37}$$

Estableciendo $\sigma_o^2 + \sigma_p^2 + \sigma_{Repetibilidad}^2 = 1$ (sin pérdida de generalidad porque no cambia por un cambio de escala) de modo que $\sigma_o^2 + \sigma_{Repetibilidad}^2 = \gamma^2$. Se especifica que:

$$\tau = \frac{\sigma_{Repetibilidad}^2}{\sigma_o^2 + \sigma_{Repetibilidad}^2} \tag{2.38}$$

Donde τ toma valores de 0.1, 0.5, 0.9, para observar situaciones en las que la repetibilidad (σ_M^2) constituye una proporción pequeña, media o grande de la variación general del

sistema de medición según lo capturado por γ que algebraicamente se tiene $\sigma_{Repetibilidad}^2 = \delta \gamma^2$.

El modelo de dos factores está dado por $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$ cuando $i = 1, 2, 3, \dots, I$ es el número de niveles, $j = 1, 2, 3, \dots, J$ es el número de tipos de niveles y $k = 1, 2, 3, \dots, K$ el número de observaciones, es decir habrá niveles I de factor A, los niveles J de factor B y K se repetirá en cada combinación de niveles de factor A y B. Por ejemplo $I = 4, J = 3$ y $K = 3$ da $n = 36$, los valores de α_i y β_j están dados como $\hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}$ y $\hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}$ entonces se tiene que la suma de cuadrados se calculan de la siguiente manera:

Tabla 2-10 ANOVA para un modelo de con más de un operador y ninguna interacción

Fuente	SS	G.L.	MS	F
Factor A	$SsA = JK \sum_i (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	$I-1$	$\frac{SsA}{I-1}$	M_{sA}/MSE
Factor B	$SsB = IK \sum_j (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$	$J-1$	$\frac{SsB}{J-1}$	M_{sB}/MSE
Error	$SsE = SsT - SsA - SsB$	$(n-1) - (I-1) - (J-1)$	$\frac{SsE}{(n-1) - (I-1) - (J-1)}$	
Total	$SsT = \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ijk} - \bar{y}_{...})^2$	$n-1$		

2.7. Método EMP

El enfoque del Proceso de Evaluación de la Medición (EMP) utiliza el poder del gráfico para revelar los aspectos interesantes de los datos de repetibilidad y reproducibilidad (R&R), el EMP comienza de manera similar a un estudio de R&R colocando los datos de un estudio de R&R de calibre en un gráfico de promedio y rango. Comenta Wheeler

(2011), que al hacer esto se puede hacer varias evaluaciones cualitativas incluso antes de comenzar a hacer cálculos específicos:

- 1) La tabla de rangos nos permitirá determinar si el error de prueba-repetición es consistente a lo largo del estudio, y también para juzgar si es consistente desde operador a operador. Cuando el error medir-remedir no es consistente, se tiene que averiguar por qué.
- 2) El gráfico promedio nos permitirá evaluar la utilidad relativa del sistema de medición al mostrar si el proceso de medición puede detectar la variación del producto.
- 3) El gráfico promedio nos permitirá detectar el no paralelismo entre los operadores. Como cualquier no paralelismo apreciable indicará un efecto de interacción entre los operadores y las partes, advertirá de serias incoherencias en el proceso de medición.
- 4) El gráfico promedio nos permitirá evaluar la probabilidad de sesgos detectables del operador. Si existen tales sesgos, será necesario eliminarlos para aprovechar al máximo el proceso de medición.

En Wheeler (2006), se describen métodos alternativos para la estimación del error de precisión de medición de un dispositivo de medición. Para lo que Wheeler (2006), lo describe como métodos EMP (Evaluating the Measurement Process), sus métodos incluyen un estudio de EMP corto, un estudio de EMP básico, un estudio de EMP de dos factores y una versión de un estudio GR&R.

En el estudio de EMP Corto de Wheeler (2006), solo un operador mide múltiples partes con un instrumento y en este proceso solo se identifican la precisión y la variación de la parte, también introduce el coeficiente de correlación intercalase, que es la relación entre la varianza estimada del producto y la varianza total de la medición del producto. La importancia del coeficiente de correlación intraclase representa la proporción de variación

que se atribuye al producto, mientras que uno menos el coeficiente de correlación intraclase es la proporción de la variación atribuida al error de precisión de medición (Wheeler, 2006).

De acuerdo a Wheeler (2006), el método EMP que el describe hace referencia al criterio de aceptación para un estudio GR&R en donde el método AIAG proporciona directrices sobre la aceptabilidad; por ejemplo, menor a 10% del error de precisión de medición es aceptable, de 10% a 30% puede ser aceptable dependiendo de la aplicación y más del 30% de error es inaceptable (AIAG, 2010). Wheeler juzga las directrices propuestas por el AIAG porque no proporciona ningún fundamento sobre cómo se derivaron los números ni por qué son apropiados en un sistema de medición. El método EMP se utiliza para determinar la aceptabilidad del error de precisión de medición basado en la estadística de correlación intraclase y la clase de monitor (Wheeler, 2006).

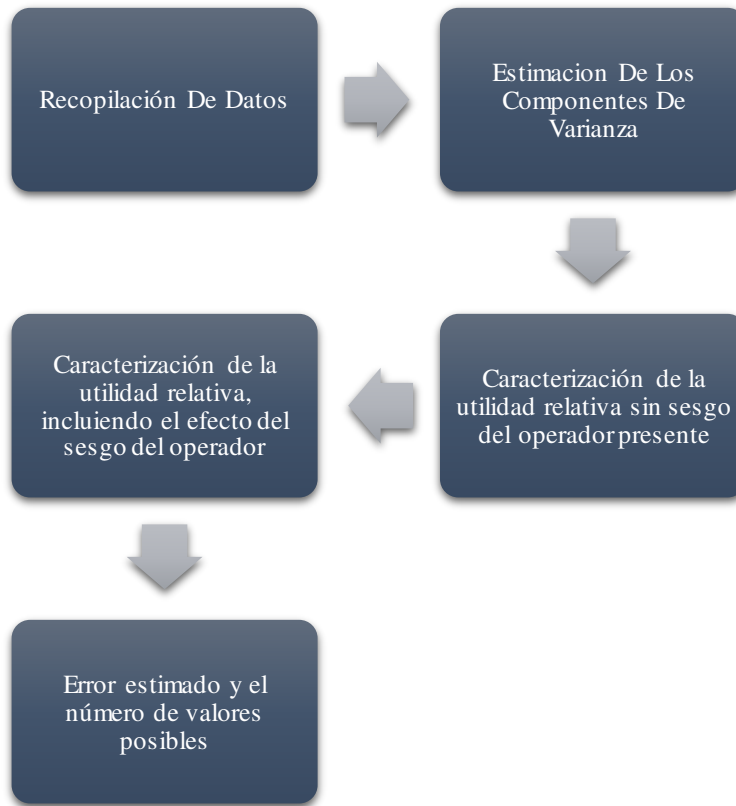


Figura 2.8 Proceso del Método Wheeler (Fuente: Wheeler, 2006).

El proceso para la realización de un EMP de acuerdo con Wheeler (2006), se muestra continuación:

I. Recopilación de datos

La fase de recopilación de datos en un estudio de R&R regular es una de las cosas que están bien hechas, el dejar que o operadores midan cada p partes n veces cada una. Organizar estos datos $[n p o]$ en $k = o p$ subgrupos de tamaño n , y calcular el rango para cada uno de estos subgrupos.

- Calcular el rango promedio de los k subgrupos de tamaño n .

Calcula el rango del límite superior, $URL = D_4 \bar{R}$ donde D_4 depende de n en la Tabla A.1 extraída de Duncan (1974).

Si algunos de los rangos de los subgrupos excede este límite superior se es necesario encontrar el por qué.

II. Estimación de los componentes de varianza

- ii. Usar el rango promedio del paso 1, dividir por el valor de d_2 para n valores en la Tabla A.2 extraída de Wheeler (2006), y estimar:

Los componentes de varianza de repetibilidad: $EV = \hat{\sigma}_{repetibilidad}^2 = \left[\frac{R}{d_2} \right]^2$ (2.39)

- iii. Estimar los componentes de varianza de reproducibilidad de la siguiente manera:

Calcular los promedios de o operadores, luego utilice estos promedios de o operadores para encontrar una estadística de varianza s_{aver}^2 y luego calcular:

$$AV = \hat{\sigma}_{reproducibilidad}^2 = \sqrt{s_{aver}^2 - \frac{o}{npo} \hat{\sigma}_{repetibilidad}^2}$$
 (2.40)

Donde $s_{aver}^2 = \left[\frac{R_o}{d_2^*} \right]^2$

R_o = rango de promedios de los operadores

d_2^* = una contante que depende de n y m de la Tabla A.3.

- iv. Añada las estimaciones de las ecuaciones 2.39 y 2.40 para obtener el componente de R&R combinado estimado:

$$GR\&R = \hat{\sigma}_e^2 = \sqrt{\hat{\sigma}_{repetibilidad}^2 + \hat{\sigma}_{reproducibilidad}^2}$$
 (2.41)

- v. Estimar los componentes de varianza del producto de la siguiente manera:
 Calcule los promedios de las p partes, luego usar este promedio de las p partes para encontrar una estadística de varianza s_{aver}^2 y luego calcule:

$$PV = \hat{\sigma}_p^2 = \frac{R_p}{d_2^*} \quad (2.42)$$

Donde

R_p = rango promedio de los valores de las partes

d_2^* = una constante que depende de n y m de la Tabla A.3.

- vi. Añada las estimaciones de las ecuaciones 2.41 y 2.42 para obtener la Varianza Total estimada:

$$TV = \hat{\sigma}_M^2 = \sqrt{\hat{\sigma}_p^2 + \hat{\sigma}_e^2} \quad (2.43)$$

La versión actual del estudio de GR&R incluye una cantidad conocida como el número de categorías distintas (ndc) que es mostrado en la ecuación 2.8.

Este valor de ndc es una estimación de la relación de clasificación:

$$\text{Relación de clasificación} = C_R = \sqrt{2} \frac{\sigma_p}{\sigma_e} \quad (2.44)$$

III. Caracterización de la utilidad relativa sin sesgo del operador presente

- vii. Esa proporción de la variación total que es consumida por la repetibilidad en la ausencia de efectos de sesgo del operador, se encuentra al dividir la estimación del paso 2.39 por la suma de las estimaciones en el paso 2.39 y 2.42:

$$\text{Proporción de repetibilidad} = \frac{\hat{\sigma}_{repetibilidad}^2}{\hat{\sigma}_p^2 + \hat{\sigma}_{repetibilidad}^2} \quad (2.45)$$

- viii. El complemento de la proporción en la ecuación 2.45 es la estadística de correlación intraclass basada solo en el error medir-remedir. Este valor es el

número de mejor caso ya que caracteriza que tan bueno podría ser este sistema de medición en caso de ser en ausencia de sesgos del operador.

$$r_m = 1 - \text{Proporción de repetibilidad} \quad (2.46)$$

IV. Caracterización de la utilidad relativa, incluido el efecto de sesgo del operador

- ix. Esa proporción de la variación total que es consumida por la repetibilidad y reproducibilidad combinada se encuentra dividiendo la estimación de la ecuación 2.41 por la estimación del 2.43:

$$\text{Proporción de R\&R combinada} = \frac{\hat{\sigma}_e^2}{\hat{\sigma}_M^2} \quad (2.47)$$

- x. El complemento de la proporción de la ecuación 2.47 es la estadística de correlación intraclase, incluidos los efectos de sesgo del operador:

$$r_o = 1 - \text{Proporción de R\&R combinada} \quad (2.48)$$

- xi. La diferencia entre las dos estadísticas de correlación intraclase define el beneficio de eliminar los efectos de sesgo del operador:

$$\text{Impacto de reproducibilidad} = r_m - r_o \quad (2.49)$$

- xii. Utilizando el estadístico de correlación intraclase apropiado (por sus siglas en inglés ICS), ya sea r_m o r_o , caracterizan la utilidad relativa del sistema de medición para este producto de acuerdo con:

Si el valor del ICS excede 0.80, se tiene un Monitor de Primera Clase.
 Si el valor del ICS está en medio de 0.50 y 0.80, se tiene un Monitor de Segunda Clase.
 Si el valor del ICS está en medio de 0.20 y 0.50, se tiene un Monitor de Tercera Clase.
 Si el valor del ICS está por debajo de 0.20, se tiene un Monitor de Cuarta Clase

V. Probable error y la cantidad de valores posibles

- xiii. Para establecer las especificaciones de fabricación se necesita estimar el error probable para una sola medición usando la estimación de la ecuación 2.39:

$$PE = 0.675 \sigma_{repetibilidad}^2 = 0.675 \sqrt{\text{Estimacion del Paso 2}} \quad (2.50)$$

- xiv. El número de valores posibles dentro de los límites naturales del proceso que usan incrementos de medición de tamaño óptimo, se puede estimar utilizando la estimación de la ecuación 2.45 (sin efecto del operador) o de la 2.47 (con efecto del operador):

$$NPV = \frac{8.89}{\sqrt{\text{Porporción del paso \#7 o paso \#9}}} \quad (2.51)$$

De acuerdo a (Wheeler, 2006) el coeficiente de correlación intraclase puede ser usado para definir las cuatro clases de monitores de proceso, para ver cómo se comparan las directrices del GR&R con las cuatro clases de monitores de proceso, se comienza por observar que la proporción en la fórmula es 100 veces la siguiente:

$$\frac{R\&R \text{ combinado}}{\text{Variacion Total}} = \sqrt{1 - \text{Intracalse de correlación}} \quad (2.52)$$

Por lo tanto, si se grafica los valores para la relación $\frac{R\&R \text{ combinado}}{\text{Variacion Total}}$ en una escala (de orden ascendente) y los valores graficados para la correlación intraclase en otra escala (de orden

descendente) se podrán conectar los puntos equivalentes en las dos escalas para obtener la siguiente figura:

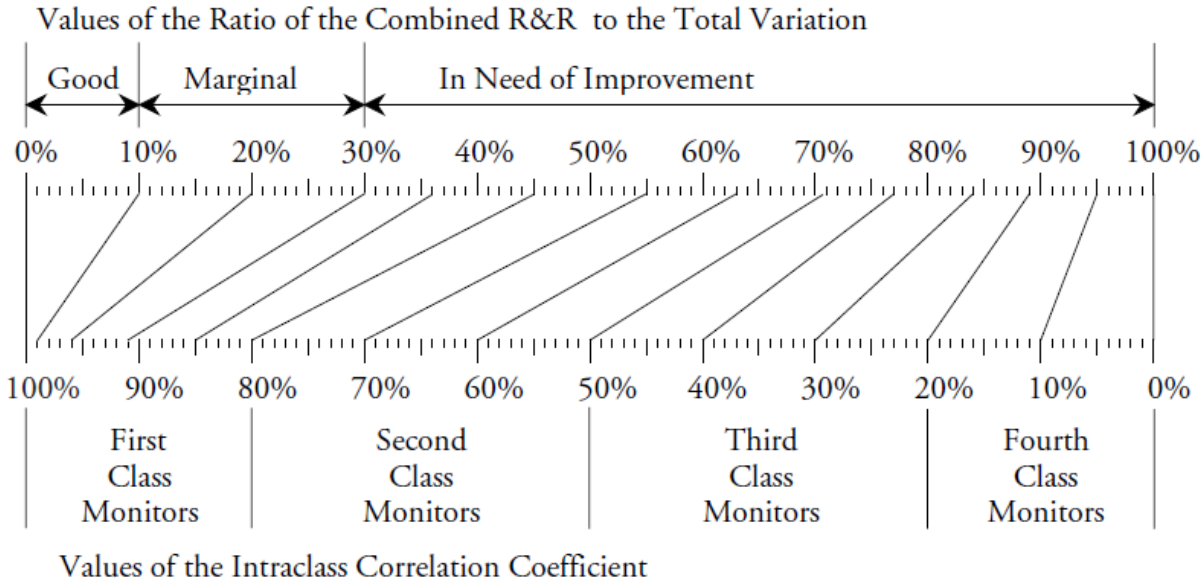


Figura 2.9 Las directrices de AIAG y las cuatro clases de monitores de proceso (Fuente: Wheeler, 2006)

Las directrices de AIAG para GR&R declararán que un sistema de medición es bueno solo cuando tiene una correlación intraclase superior a 0,99; los sistemas de medición marginal tendrán una correlación intraclase entre 0.91 y 0.99; y todo lo demás "necesita mejorar", incluso los monitores de tercera clase se pueden usar para rastrear las mejoras del proceso (Wheeler, 2006).

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Intraclass Correlation	Attenuation of Process Signals	Chance of Detecting a 3 Std. Error Shift	Ability to Track Process Improvements
1.00			
0.80	First Class Monitors Less than 10 Percent	More than 99% with Rule One	Up to C_{p80}
0.50	Second Class Monitors From 10 % to 30 %	More than 88% with Rule One	Up to C_{p50}
0.20	Third Class Monitors From 30% to 55%	More than 91% w/ Rules 1, 2, 3, 4	Up to C_{p20}
0.00	Fourth Class Monitors More than 55 Percent	Rapidly Vanishes	Unable to Track

$$C_{p80} = \frac{USL-LSL}{6\sigma_{PE}} \sqrt{1 - 0.80}$$

$$C_{p50} = \frac{USL-LSL}{6\sigma_{PE}} \sqrt{1 - 0.50}$$

$$C_{p20} = \frac{USL-LSL}{6\sigma_{PE}} \sqrt{1 - 0.20}$$

Figura 2.10 Las cuatro clases de monitores de proceso definidos por la correlación intraclass. (Fuente: Wheeler, 2006)

El coeficiente de correlación intraclass contiene la misma información que la relación de discriminación, y es mucho más fácil de explicar y de entender, ahora con el advenimiento de las clasificaciones de los monitores de primera, segunda, tercera y cuarta clase, la correlación intraclass proporciona una medida práctica de la utilidad relativa, y ya no tenemos que pasar por las explicaciones detalladas de lo que representa la relación de discriminación (Wheeler, 2006).

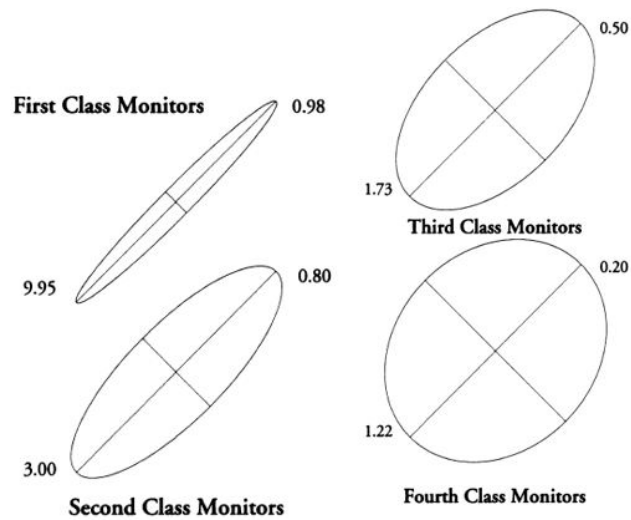


Figura 2.11 Relación de discriminación, grafico de correlación intraclass y las cuatro clases de monitores de proceso. (Fuente: Wheeler, 2006)

2.8. Isoplot®

De acuerdo a Chen (2014), el Isoplot® es una técnica que hace un uso extensivo de pantallas gráficas y pruebas no paramétricas, esta técnica comienza con un diagrama de dispersión en donde se dibujan un número n de partes, por lo cual cada parte se mide dos veces e independientemente por el medidor que se está evaluando. Cox (2011) lo describe como una técnica gráfica se utiliza para determinar si la deficiencia del Gage R&R es el resultado de la variación del producto, la repetibilidad deficiente, la reproducibilidad deficiente o si el proceso de prueba en sí está afectando al producto. El diagrama de dispersión normalmente tiene una forma de "tubo", en donde las desviaciones horizontales y verticales representan la variación general de medición para la primera y la segunda lectura, respectivamente. En relación con el rango de valores ΔS a lo largo del eje horizontal, si la extensión máxima ΔM a lo largo del tubo es más pequeña hasta cierto punto, se considera que el indicador es adecuado para su uso (Chen, 2014).

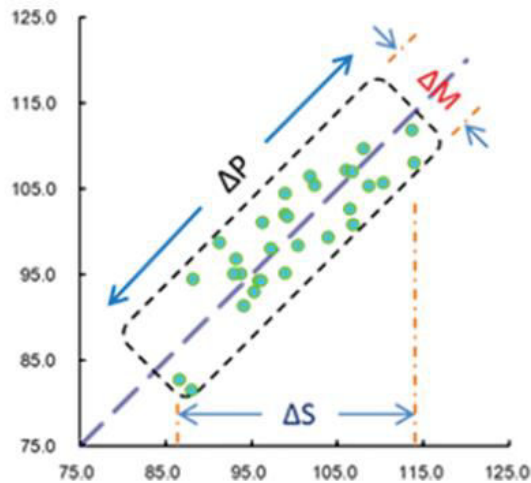


Figura 2.12 Evaluación de la precisión de medición por Isoplot®. (Fuente: Chen, 2014).

El Isoplot® es un gráfico que se parece mucho a la visualización resultante de una regresión ortogonal, que incorpora errores perpendiculares a la línea de referencia al ajustar puntos emparejados (Deming, 1943). Según Shainin (1992), la verdadera variación del proceso representada como ΔP (variación del producto o parte σ_p) puede deducirse tanto de ΔS como de ΔM (variación de la medición $\sigma_{GR\&R}$), y la relación $\Delta P/\Delta M$ debe ser mayor que 6 para lograr una discriminación suficiente entre un proceso y otro. La relación $\Delta M/\Delta P$, que garantiza un valor de R-cuadrado del 95%.

Shainin (1992), describe al grafico del Isoplot® como un tipo de método de evaluación de un sistema de medición donde la precisión del sistema de evaluación se evalúa visualmente, lo cual Lin (2008), describe los pasos para la realización de un gráfico de Isoplot® como se muestra en la tabla 2.10.

Tabla 2-11 Pasos para la realización de un Isoplot® (Fuente: Lin, 2008).

Pasos	Contenido
1	Retire aleatoriamente n productos del proceso y enumérelos.
2	Realice la primera medición de n productos numerados e inicie sesión en la tabla

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

	de umbrales de prueba previa.
3	Reorganizar los n productos.
4	Realice una segunda medición de los n productos numerados e inicie sesión en la tabla de umbrales posterior a la prueba.
5	El eje horizontal representa la prueba preliminar y el eje vertical representa el valor posterior a la prueba. Los datos de los n productos se trazan como una gráfica de dispersión.
6	Dibuje una diagonal de 45 °, cubriendo toda la tabla de puntos formando un “tubo” donde la “Longitud” representa la variación del producto y el “Diámetro” representa la variación dispositivo.
7	Si la relación “longitud”/”diámetro” del tubo es mayor que 8.5, significa que: la precisión del equipo de metrología es suficiente para usarse en la medición del proceso del producto; de lo contrario, significa: que la precisión del equipo es insuficiente.

Shainin (1992), menciona tres ventajas del gráfico Isoplot®:

- i. El grafico Isoplot® es un diagrama, que no solo es fácil de enseñar a los operadores de campo, sino que también para proporcionar un mapa que distingue la proporción del sistema de medición, por el contrario, la medición de la ocurrencia doble se basa en cálculos.
- ii. El grafico Isoplot® no tiene suposiciones para los errores de medición, el análisis del sistema de medición supone que los errores de medición muestran una distribución normal.
- iii. El grafico Isoplot® proporciona una proporción de juicio mínima: el análisis del sistema de medición proporciona el rango de estándares del sistema de evaluación.

El estudio de Qiaolin (2008), para la realización del Isoplot® comienza con los datos de medición por medio de operadores generando 2 mediciones por cada n parte, los primeros

datos son colocados en el eje X del gráfico, mientras que los datos de la segunda medición son colocados en el eje Y. El dibujo del oblicuo de 45° en la gráfica de dispersión debe cubrir todos los puntos de la gráfica tanto como sea posible, la longitud del “tubo” representa la variación de cambio del producto (L) o también (σ_p) y el diámetro del “tubo” representa variación del equipo (W) o también ($\sigma_{GR\&R}$) por lo que el criterio de aceptación hacia la precisión del equipo está dada como

$$\text{Proporcion de aceptacion} = L/W \quad (2.53)$$

Donde si $\frac{L}{W} > 8.5$, significa que la precisión del equipo es lo suficiente para medir el proceso del producto, de lo contrario si la proporción es $\frac{L}{W} < 8.5$, indica que la precisión del equipo utilizado para medir el proceso del producto no es suficiente (Qiaolin & Wenkui, 2008). Esta proporción de aceptación es muy diferente a lo especulado por Chen (2014) que es de 6, en cambio Qiaolin (2008) especifica que esta proporción debe ser mayor a 8.5 en donde Shainin (1992) utilizó la relación de longitud $\Delta P/\Delta M$, donde $\Delta P = 1.414(\Delta S)$ donde se calcula a partir del gráfico utilizando el teorema de Pitágoras. Adaptando la ecuación 2.9 donde muestra la relación de discriminación, se representa como $DR = \sqrt{1 + \rho/1 - \rho}$, donde $\rho = \sigma_p^2/\sigma_T^2$ que es el coeficiente de correlación entre las medidas de parte y el sistema de medición. Entonces Chen (2014) describe que algunos autores en expresión anterior, eliminan el 1 y aproximan la relación de discriminación a $1.414\sigma_T/\sigma_{GR\&R}$, en lo que algunas empresas la relación de precisión es definida como $\eta = \sigma_p/\sigma_{GR\&R}$, por lo que la relación de discriminación podía quedar como $\sqrt{2\eta^2 + 1}$, por ello si se requiere que el calibre evaluado sea preciso de modo que $\sigma_p \geq 6\sigma_{GR\&R}$ es decir $\eta \geq 6$ de tal forma que la relación $\Delta P/\Delta M$ de un Isoplot® de un indicador no debe ser menos que $\sqrt{73} \approx 8.5$. De tal modo que Chen (2014) presenta que ΔS puede ser obtenido de manera directa del Isoplot®, la relación $\Delta S/\Delta M$ es preferible $\Delta P/\Delta M$ desde una perspectiva del taller, entonces ΔP se puede calcular utilizando la fórmula de Pitágoras para

obtener $\Delta P \approx 1.414\Delta S$ por lo que en este caso la relación $\Delta S/\Delta M$ o debe ser menor que 6.04 y la regla de 8.5 debe usarse para la relación $\Delta P/\Delta M$.

2.9.Simulación Monte Carlo

El término Método de Monte Carlo fue concebido por S. Ulam y Nicholas Metrópolis en referencia a los juegos de azar, una atracción popular que existía en Monte Carlo, Mónaco esta técnica implicaba el uso de números aleatorios y la probabilidad para la resolución de problemas (Hoffman, 1998) ; (Metropolis, 1949).

De acuerdo con Robert (2004), una simulación de Monte Carlo requiere los siguientes elementos:

- (1) una función de densidad de probabilidad (pdf)
- (2) un generador de números aleatorios para proporcionar números aleatorios
- (3) una prescripción de muestreo, tomada de una muestra pdf. con un número aleatorio de intervalo unidad disponible
- (4) cálculo, en el que los resultados de salida deben darse como un valor total
- (5) error de cálculo, en el que la relación entre el número de veces que se producen errores estadísticos y las funciones de otros números debe confirmarse
- (6) una técnica de reducción de variaciones, para reducir el tiempo necesario para calcular la simulación de Monte Carlo
- (7) integración horizontal y vertical, para aplicar la simulación de Monte Carlo de manera efectiva a una estructura de sistema de computación avanzada.

La simulación de Monte Carlo es un método de muestreo debido a las entradas se generan aleatoriamente a partir de distribuciones de probabilidad para simular el proceso de muestreo de una población real. Como se muestra en la Fig.2.13 los datos generados a partir de la simulación pueden representarse como distribuciones de probabilidad (o

histogramas) o convertirse en barras de error, predicciones de confiabilidad, zonas de tolerancia e intervalos de confianza (Wittwer, 2004).

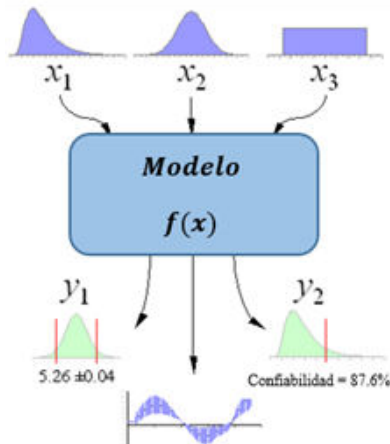


Figura 2.13 Esquema que muestra la propagación de la incertidumbre, tolerancia e intervalo de confianza en una simulación de Monte Carlo (Wittwer, 2004).

El método de Monte Carlo es considerado bueno para resolver una variedad de problemas, con menos esfuerzo al generar valores artificiales de una variable probabilística mediante el uso de un generador aleatorio de números distribuidos uniformemente en el intervalo de 0 y 1 (Platon, 2014). El algoritmo del método se muestra en su sucesión interactiva de cinco pasos:

- Paso 1: Crear un modelo parametrico $y=f(X_1, X_2, \dots, X_q)$;
- Paso 2: Generacion de conjunto de datos de entrada aleatoria, $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iq}$;
- Paso 3: Cálculos efectivos y memorización de resultados como y_i ;
- Paso 4: Repitiendo los pasos 2 y 3 para $i= 1$ a n ($1,200,000 \leq n$);
- Paso 5: Analizar los resultados utilizando histogramas, intervalos de confianza, otros indicadores estadísticos resultantes de la simulación, etc.

2.10. Estado del Arte

Tabla 2-12 Estado del Arte (Fuente: Elaboración propia)

Año	Revista	Título	Autor	Resumen
2018	Measurement	[An implementation of measurement system analysis for assessment of machine and part variations in turning operation]	Charnnarong Saikaew (Saikaew, 2018)	Este artículo evalúa el sistema de medición que utiliza la repetibilidad y reproducibilidad (R&R) en el rendimiento de tres mini excavadoras mediante los métodos de promedios y rangos y el ANOVA pudieron determinar que la parte y la interacción entre la parte y la máquina afectaron el diámetro de las piezas mecanizadas por lo que el MSA puede ser utilizado para la evaluación del rendimiento en las maquinas.
2017	International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)	[Quality Improvement Using GR&R: A Case Study]	Raman Bhakhri	Demuestra la importancia que representa un estudio de repetibilidad y reproducibilidad para el sistema de evaluación de una empresa, en donde se realiza un caso de estudio que implementa esta técnica en una industria de fabricación de piezas de respuesta de motor para reducir el número de rechazo de piezas de fabricación y reducción de costos en la industria.
2016	Measurement	[Evaluating the measurement capability of a wheel profile measurement system by using GR&R.]	Asplund, M., & Lin, J.	En este estudio se utilizó la repetibilidad y reproducibilidad de calibre (GR&R) mediante criterios de aceptación y rechazo para la relación precisión-tolerancia (PTR), la relación señal-ruido (SNR) y la razón de discriminación (DR) para evaluar las capacidades de medición en la generación de

				datos confiables con menos variación en donde son un papel clave para la aceptación de la utilidad de la salida de medición de un sistema de medición de perfil de rueda (WPMS) en una red ferroviaria.
2016	Quality Engineering	[Latin square design for chip length machine vision measurement system analysis.]	Shi, L., Ren, H., Wang, J., & He, Z.	La implementación del MSA es utilizado para respaldar la confiabilidad de los datos en un sistema de visión para un chip donde la longitud del chip, las ubicaciones del chip, los ángulos de colocación del chip y la variabilidad entre diferentes chips se han determinado como factores que influyen en la variabilidad de medición. El cual requería de 1536 ensayos con un costo alrededor de 32 horas, pero al diseñar un experimento de cuadro latino replicado, el número de ensayos se reduce a 96 carreras. Usando los componentes de varianza % (P/T) y % (R&R) como criterios para determinar la capacidad del sistema de visión artificial.
2016	Journal of the International Measurement Confederation	[Repeatability and reproducibility techniques for the analysis of measurement systems.]	Andrea Zanobini	El uso de ANOVA y las técnicas de GR&R para el análisis de repetibilidad y reproducibilidad determinan que son factores decisivos en el sistema de medición para la determinación de un proceso estable, con la ayuda de MINITAB se realizaron dos casos prácticos en el primero la variabilidad entre diferentes días es significativa en comparación con la variabilidad diaria y la variabilidad de las observaciones realizadas en días diferentes tiene un efecto

				significativo en el proceso y segundo la técnica de GR&R muestra que la repetibilidad es un indicador de variabilidad de las mediciones realizadas por el mismo operador, mientras que la reproducibilidad indicaba una variabilidad para las medidas de diferentes operadores .
2014	Journal of the Korean Society for Quality Management	[Two-Dimensional Assessment for Measurement System Analysis.]	Seo, S. K.	Este artículo revisa los índices principales de un sistema de medición y propone un procedimiento para evaluar un sistema de medición al utilizar dos parámetros con correlación intraclase y un factor para la capacidad del proceso, útiles para los gerentes de calidad y producción al evaluar las capacidades de un sistema de medición.
2013	IIE Transactions,	[Gauge R&R studies that incorporate baseline information.]	Stevens, N. T., Steiner, S. H., Browne, R. P., & MacKay, R. J.	Se cuantifica los beneficios esenciales de incorporar datos de referencia en el análisis de los datos del estudio de medición y averigua buenos planes estándar con un número total fijo de mediciones donde el plan estándar para la reproducibilidad del calibre y los estudios de repetibilidad es que cada operador r mida k partes n veces para un total de $N = krn$. La incorporación de los datos de referencia en el análisis y la selección del número máximo o mínimo recomendado de plan de partes aumenta drásticamente la precisión de la estimación de γ , el índice R & R.

2013	Journal of Applied Research and Technology	[Using the Monte Carlo simulation methods in gauge repeatability and reproducibility of measurement system analysis.].	Yeh, T. M., & Sun, J. J.	El uso de la simulación de Monte Carlo y la predicción de la repetibilidad y reproducibilidad del análisis del sistema de medición determina la función de densidad de probabilidad, la distribución de % GR&R y el número relacionado de categorías distintas (ndc) para la generación de datos más exactos en el análisis de los sistema de medición.
2013	System	[Evaluating Measurement Capabilities by Gauge R&R Using ANOVA for Reliability]	Dhawale, M. R., & Raut, D. N.	La medición de R&R utilizando el método ANOVA es primordial para el control de la producción y la mejora de la calidad de los productos finales. Debido a que los operadores proporcionan datos específicos y precisos que ayudan a analizar y resolver problemas de producción. Este documento subraya el estudio de GR&R usando ANOVA en MINITAB para examinar el sistema de medición y producir datos preciso que puedan ayudar a eliminar los errores de la producción ofreciendo mejores resultados.

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

2013	Quality Digest Daily	[A Better Way to Do R&R Studies]	Donald J. Wheeler	El enfoque EMP muestra todos y cada uno de los efectos de interacción que pueden estar presentes mediante el gráfico de promedio y rango y por los análisis ANOME y ANOMR para estudios de repetibilidad, este artículo demuestra cómo el enfoque EMP puede usarse para realizar las evaluaciones cualitativas necesarias para dar sentido a muchos estudios de R&R, y cómo ANOME y ANOMR pueden utilizarse para confirmar los componentes significativos del error de medición.
------	----------------------	----------------------------------	-------------------	--

Capítulo 3.- Método de investigación

En la Fig.3.1 se muestra la metodología de la investigación que se llevó a cabo para la realización de la tesis dividiéndose en 7 etapas, lo cual se conforma por definición del problema, recopilación de datos, análisis de datos y así entre otros.

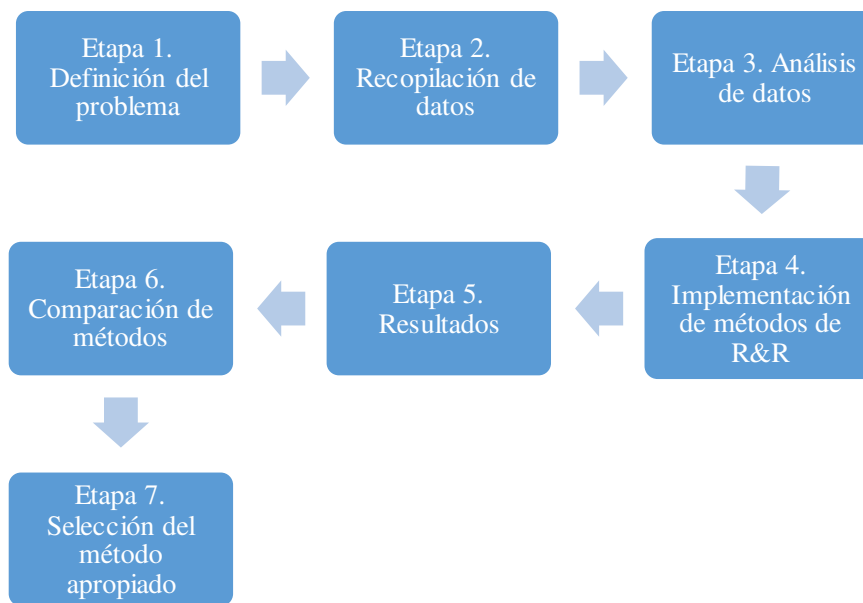


Figura 3.1 Metodología (Fuente: Elaboración propia)

3.1. Etapa 1. Definición del problema

Como primer paso se identificó el problema en los sistemas de medición, como anteriormente han sido presentados en la investigación realizando en base al estudio del marco teórico el determinar los factores de ruido que presenta un sistema de medición. En esta etapa se podrían considerar diferentes casos de estudio sobre algún problema de producción que se tiene hacia diferentes características de medición en un producto, esto con el propósito de poder realizar los diferentes métodos para la estimación del error de

precisión de medición, los cuales son EMP, AIAG e Isoplot® pero en cambio se optó por los valores presentados en el manual MSA como guía rápida para llevar a cabo los métodos. La estimación de la desviación estándar incluye el error de precisión de medición total, esta es debida a la repetibilidad y a la reproducibilidad que es el factor crucial en este estudio. En base a las estimaciones como indicadores serán claves para una evaluación de datos que más adelante en el cálculo de resultados son necesarios para una estimación y comparación entre los diferentes métodos.

3.2. Etapa 2. Recopilación de datos

Los datos recopilados para el estudio R&R presentados en este documento fueron extraídos del ejemplo presentado en el manual MSA para su implementación en los distintos métodos, el cual comienza con una estrategia sólida de recopilación de datos que se realiza a través de un experimento simple totalmente cruzado, es decir donde m operadores por ejemplo realizan n medidas en r partes, de forma que las mediciones son aleatorias considerando que cada operador no cuenta con el conocimiento de que las partes que son medidas pueden llegar a ser repetidas y esto a la vez aleatorias generando datos aleatorios con un grado de incertidumbre útiles para el análisis del sistema de medición. La tabla 3-1 muestra el formato de lecturas de medición para 3 operadores que realizan 3 mediciones para 4 piezas, no es aplicado para el método Isoplot® debido que su realización es por medio de un solo operador ejecutando dos mediciones para cada una de las piezas.

Tabla 3-1 Colección de Datos por Operadores 1, 2 y 3 (Fuente: Elaboración propia)

		Lecturas De Medición De XXXXX											
		Lecturas de Operador #1				Lecturas de Operador #2				Lecturas de Operador #3			
		Posición W1	Posición X1	Posición Y1	Posición Z1	Posición W1	Posición X1	Posición Y1	Posición Z1	Posición W1	Posición X1	Posición Y1	Posición Z1
Medidas	1												
	2												
	3												
		Posición W2	Posición X2	Posición Y2	Posición Z2	Posición W2	Posición X2	Posición Y2	Posición Z2	Posición W2	Posición X2	Posición Y2	Posición Z2
M	1												

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

	2												
	3												
		Posición W3	Posición X3	Posición Y3	Posición n Z3	Posición W3	Posición X3	Posición Y3	Posición Z3	Posición W3	Posición X3	Posición Y3	Posición Z3
Medidas	1												
	2												
	3												

3.3. Etapa 3. Análisis de datos

En esta etapa el estudio R&R se enfoca en la interpretación de todos los componentes de variabilidad en el sistema de medición, los datos recopilados se analizan mediante el cálculo de promedios, rangos, así también como las constantes de graficas de control basadas en el número de operadores y mediciones a realizar en el ejemplo, estas constantes son utilizadas tanto para el AIAG y el EMP en la estimación de la variación del equipo y producto o parte. Los estimadores de puntos y los límites superiores e inferiores se puede empezar a calcular a partir de los promedios y rangos, esto dependiendo del diseño del estudio R&R (AIAG, EMP, Isoplot®), los intervalos de confianza puede cambiar en gran medida. Se implementa los diferentes métodos y enfoques revisados en el marco teórico en base a los datos proporcionados para su realización en cada uno de los métodos mencionados.

3.4. Etapa 4. Implementación de métodos de repetibilidad y reproducibilidad

Cada método tienes sus diferentes maneras para el cálculo de la repetibilidad y reproducibilidad, dichos métodos exigen un cierto criterio de datos para su estimación es decir, para el AIAG y EMP se necesitan las constantes de las gráficas de control, tanto así como que cada uno implementa diferentes ecuaciones con los datos obtenidos en la etapa 3, por lo tanto se procede a la implementación de cada modelo para la obtención de índices de

capacidad de proceso de parte (C_pX), precisión a la tolerancia, número de categorías distintas entre otros estadísticos que ayuden a poder realizar un criterio de comparación entre métodos, todo esto partiendo mediante los mismos datos presentados en el manual MSA para generar una mayor congruencia en los datos a la hora de los resultados, con el propósito de obtener una evaluación del sistema de medición a través de la estimación de la variabilidad total del proceso (repetibilidad y reproducibilidad).

La realización de los métodos son hechos mediante una hoja de Excel partiendo de los datos mostrados en el manual AIAG, obteniendo la suma de cuadrados y el número de categorías distintas por medio del método AIAG, mientras que por otra parte se obtienen los porcentajes de variación y el coeficiente de correlación intraclass mediante el EMP, en tanto al Isoplot® se obtiene C_pX y la probabilidad de defecto por millón así como las probabilidades de riesgo del sistema de medición para un modelo Bivariado. Se realizó una simulación Monte Carlo en cada uno de los métodos, esto para la generación de datos aleatorios utilizando como base los presentados en el manual AIAG, de modo que se generaron 1000 simulaciones en el caso del AIAG y EMP y 1, 200,000 simulaciones para el Isoplot®, ambas realizadas por medio de la simulación Monte Carlo para la precisión del cálculo promedio del criterio de aceptación para cada uno de los métodos. Como parte del método de Isoplot® se consideró un estudio de caso adaptado por Doganaksoy (2001) para la generación de una tabla de probabilidades de riesgo de productor y consumidor, esto a través de modelo Bivariado.

3.5. Etapa 5. Resultados

El propósito central de una evaluación del sistema de medición es obtener una estimación de la variabilidad total del proceso (repetibilidad y reproducibilidad), una vez que se tiene la estimación o resultados, surgirá la pregunta de cómo usarlos donde varios autores hacen referencia sobre este tema y surge esta incógnita ¿Que método es más preciso en base al nivel de aceptabilidad de cada uno de ellos?, los resultados obtenidos se realizan mediante

el seguimiento de los pasos de cada uno de los métodos mencionados en el capítulo 2, estos pasos incluyen el cálculo de las estimaciones de la variabilidad (repetibilidad, reproducibilidad, combinación de R&R y la variación del producto). A lo que continua con una clasificación de los resultados arrojados en cada uno de los diferentes métodos para su uso más adelante. Como final se estima el promedio de aceptación de cada uno de los estadísticos de cada método a través de la simulación Monte Carlo, es decir se obtiene una media, error estándar, desviación estándar y varianza de cada uno de los criterios después de a ver sido simulados varias veces. En el caso del Isoplot® se generó una tabla de probabilidades para los riesgos de productor y riesgo de consumido esto en base a diferentes escenarios, es decir cuando se tiene distintos niveles de ndc y C_pX y también para diferentes niveles de C_pX y diferentes criterios de aceptación del Isoplot® para un modelo Bivariado en un espacio bidimensional, también de igual forma se presenta el comportamiento que tiene los riesgos por medio de graficas de contorno y superficie para cada uno de los diferentes tipos de riesgos, por último se ilustra una manera de estimar los porcentajes totales de rechazo y de aceptación de piezas que se tienen en base a nuestros valores de ndc y C_pX a través de un árbol de evento.

3.6. Etapa 6. Comparación de métodos

El manual MSA del grupo AIAG explica que el si el valor de PTR o el %GR&R es menor al 10% de la variación del proceso, se considera que el sistema de medición es aceptable o capaz, de manera que en la etapa de resultados, las estimaciones arrojadas por cada uno de los componentes de variación en los diferentes métodos aplicados ayudan a identificar los porcentajes de variación que se encuentren dentro o fuera de aceptación, pero no para los criterios de aceptación que son utilizados en la comparación de los métodos. El AIAG describe que el valor obtenido en el número de categorías distintas es el número de grupos separados de partes que puede distinguir el sistema, el cual es el estadístico usado para determinar qué tan efectivo es el sistema de medición y es tomado en este trabajo como referencia de aceptación para dicho método. Si el sistema de medición no puede discriminar

entre partes debido a que su valor es menor a 2 quiere decir que el sistema de medición no puede distinguir entre partes de manera excelente y siendo aceptable cuando este valor equivale a 5 o más.

El estadístico de correlación intraclase empleado en el método EMP es un estadístico que nos ayuda a definir el cómo las directrices se compran en las cuatro clases de monitores del proceso si el valor estadístico de correlación intraclase excede el valor de 0.80 se tiene un monitor de primera clase que es la medida que se puede considerar que el sistema de medición es aceptable. En cuanto al método Isoplot® el criterio de aceptación para dicho método es que si la relación de "longitud de los datos" entre el "diámetro de los datos" plasmados en un gráfico Bivariado debe ser mayor que 8.5, esto significa que la precisión del dispositivo es suficiente o aceptable y listo para ser utilizado.

3.7. Etapa 7. Selección del método apropiado

En la etapa anterior se mencionan los criterios a considerar para la comparación del métodos, como se ha señalado cada método proporciona diferentes estimaciones de varianza de las fuentes de variabilidad, el análisis y los resultados se volvieron más precisos debido a la simulación Monte Carlo para las diferentes fuentes de variabilidad ya que la simulación nos proporciona un panorama más amplio del comportamiento del sistema que se mide, en donde el principal objetivo en este documento es la selección de una alternativa que sea más precisa esto en base a los criterio de aceptación de cada uno de los métodos, la etapa comienza con la comparativa del método propuesto por el AIAG que es el más utilizado en las empresas, mediante la implementación de un Monte Carlo ayudo a simular 1000 veces los datos que se encuentran ligados a los cálculos realizados en Excel, proyectando una media, un error estándar, desviación estándar y la varianza del criterio de aceptación utilizado por el método que en este caso es el *ndc*, después el método EMP descrito por Wheeler fue realizado de igual manera por medio de una hoja de cálculo de Excel proyectando una media, un error estándar, desviación estándar y la varianza del

criterio de aceptación que en este caso es el *coeficiente de correlación intraclase* como se ha descrito en el cap.2.

Después en el caso del Isoplot® fueron realizados con la ayuda de Excel®, a través de la simulación Monte Carlo la generación de 1, 200,000 datos de medición para el cálculo del riesgo de consumidor y productor considerando las funciones de densidad de probabilidad conjunta y marginal descritos por Mader (1999), proporcionando tablas de dichos riesgos a diferentes criterios de aceptación del Isoplot®, niveles de ndc y P (D) de manera que por gráficas se determina el método más eficaz.

Capítulo 4.- Resultados y conclusiones

La evaluación y definición de los sistemas de medición consiste en determinar la capacidad y estabilidad de los sistemas de medición por medio de estudios como de estabilidad, repetibilidad, reproducibilidad, linealidad y exactitud, a lo que este estudio va sobre la los estudios de repetibilidad y reproducibilidad y no en base a los otros, por lo que la repetibilidad y reproducibilidad del Gage se puede realizar para evaluar el nivel de incertidumbre dentro de un sistema de medición como compara la variación del sistema de medición con la variación total del proceso o tolerancia.

Uno de los métodos alternativos para el análisis de sistemas de medición es el método EMP que al igual que el AIAG utiliza el procedimiento del análisis de varianza (ANOVA) para calcular los componentes de la varianza y después utiliza esos componentes para estimar el porcentaje de variación causado por el sistema de medición utilizando el coeficiente de correlación intraclase que es la medida de asociación tradicional utilizada para caracterizar la utilidad relativa de un sistema de medición.

Mientras que el otro método alternativo para el análisis de sistemas de medición es el Isoplot® que involucra el uso de pantallas gráficas para evaluar de manera eficiente la precisión del medidor e identifica y caracteriza variaciones significativas en el sistema de medición.

Para generar muestras para los métodos presentados se utiliza los datos mostrados en el manual MSA de AIAG (2010), así junto con la simulación de Monte Carlo para la generación de datos aleatorios y la predicción de la repetibilidad y reproducibilidad del análisis del sistema de medición, teniendo como objetivo el poder determinar el número relacionado de categorías distintas (ndc) en el caso del AIAG y el porcentaje del coeficiente de correlación intraclase para el EMP.

En tanto al caso del Isoplot® se descarta la predicción de la repetibilidad y reproducibilidad y manteniendo solamente la simulación Monte Carlo para la generación de datos aleatorios el cual es basado a su vez en un modelo que considera la medición del error el cual incluye los efectos de repetibilidad y reproducibilidad para la predicción de los riesgos de productor y consumidor útiles para cuantificar el rendimiento del sistema de medición.

4.1.Comparación de métodos entre AIAG y EMP

Para la realización de este estudio de caso se seleccionaron los valores de medición presentados por el manual MSA del AIAG (2010) donde:

1. Se obtiene una muestra de $n > 5$ partes, en este caso se selecciona 10 partes de muestra, enumeradas del 1 al 10 ($n=10$), que deben representar completamente el rango de la variación del proceso.
2. Se selecciona 3 operadores ($m=3$) que realizan las mediciones.
3. Los operadores miden aleatoria y repetidamente las partes de la muestra tres veces ($r=3$). Los resultados de la medición no pueden ser vistos por el personal. Treinta conjuntos de datos se generan de cada operador de forma aleatoria, generando 90 conjuntos de datos en total como se muestra en la fig.4-1 a continuación:

Tabla 4-1 Lecturas de medición (Fuente: Elaboración propia)

		Lecturas De Medición											
		Lecturas de Operador A				Lecturas de Operador B				Lecturas de Operador C			
		Parte 1	Parte 4	Parte 7	Parte 10	Parte 1	Parte 4	Parte 7	Parte 10	Parte 1	Parte 4	Parte 7	Parte 10
Medidas	1	0.29	0.47	0.59	-1.36	0.08	0.01	0.47	-1.68	0.04	0.14	0.02	-1.49
	2	0.41	0.5	0.75	-1.25	0.25	1.03	0.55	-1.62	-0.11	0.2	0.01	-1.77
	3	0.64	0.64	0.66	-1.31	0.07	0.2	0.83	-1.5	-0.15	0.11	0.21	-2.16
		Parte 2	Parte 5	Parte 8	Parte 11	Parte 2	Parte 5	Parte 8	Parte 11	Parte 2	Parte 5	Parte 8	Parte 11
did	1	-0.56	-0.8	-0.31	-	-0.47	-0.56	-0.63	-	-1.38	-1.46	-0.46	-

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

	2	-0.68	-0.92	-0.2	-	-1.22	-1.2	0.08	-	-1.13	-1.07	-0.56	-
	3	-0.58	-0.84	-0.17	-	-0.68	-1.28	-0.34	-	-0.96	-1.45	-0.49	-
		Parte 3	Parte 6	Parte 9	Parte 12	Parte 3	Parte 6	Parte 9	Parte 12	Parte 3	Parte 6	Parte 9	Parte 12
Medidas	1	1.34	0.02	2.26	-	1.19	-0.2	1.8	-	0.88	-0.29	1.77	-
	2	1.17	-0.11	1.99	-	0.94	0.22	2.12	-	1.09	-0.67	1.45	-
	3	1.27	-0.21	2.01	-	1.34	0.06	2.19	-	0.67	-0.49	1.87	-

4. Se realiza una matriz de 1 y 0 para el número de piezas **n-1** (esto es igual a 9 piezas) en Excel, por lo que se da el valor de 1 en la matriz cuando la ubicación de las 3 mediciones se encuentran en la **n** pieza y 0 en el caso contrario, esto repitiendo el proceso para cada uno de los operadores. En la tabla 4-2 se muestra la matriz para el operador 1, en donde la primera columna equivale a la primera pieza de 9 y los tres primeros renglones de 1 son las 3 medidas de la parte #1 realizadas por el operador mostradas en la tabla 4-1.

Tabla 4-2 Matriz de 1 y 0 de las piezas para el operador A (Fuente: Elaboración propia)

Número de piezas para el Operador 1 (A)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mediciones 0.29 0.41 0.64	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	1

5. Después se realiza la matriz de la interacción de pieza*operador, en donde *m* operadores pierde 1 grado de libertad a lo que es igual a *m-1*, en este caso es operador (A, B, C) se reduce a (A, B) como se muestra en tabla 4.4.

6. Mediante la función “ESTIMACION.LINEAL” en Excel, tomando como “conocido_y” las mediciones y “conocido_x” la matriz de 1 del operador y parte, esta función calcula las estadísticas de una línea con el método de los "mínimos cuadrados" para calcular la línea recta que mejor se ajuste a los datos que después devuelve una matriz que describe la línea.

La función en Excel está dada como “ ESTIMACION.LINEAL(Mediciones, Matriz de Piezas y Operadores, 1,1) ”, después sobre el valor se tecléa ctrl+shift+enter para llamar al cálculo de todos los valores de la matriz como se muestra en la tabla 4-3.

Tabla 4-3 Valores de la matriz de operadores y piezas (Fuente: Elaboración Propia)

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
32	B	A	9	8	7	6	5	4	3	2	1	cte
33	0.3226667	0.444667	3.511111	1.228889	2.025556	1.385555556	0.506667	1.337778	2.67	0.72	1.74	-1.826888889
34	0.0516225	0.051623	0.094243	0.094243	0.094243	0.094243405	0.094243	0.094243	0.094243	0.0942434	0.094243	0.073005275
35	0.3670575	0.199333	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
36	206.15397	78	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
37	31.529197	3.117916	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A

7. Se estima el promedio de las 3 mediciones realizadas por cada operador a cada pieza así como el rango para cada una de las piezas.

La desviación estándar y promedio de las mediciones tomadas por los operadores es de 1.03123746 y 0.00144444 respectivamente, después se calcula el promedio total para cada una de las partes y su desviación estándar, es decir el promedio y desviación de las 3 mediciones de la parte 1 para el operador A, después las 3 mediciones de la parte 2 para el operador A y así consecutivamente para todos los operadores, entonces dicho promedio total y desviación estándar es de 0.00144444 y de 1.01609618 respectivamente.

8. Se estima un promedio en base a los valores de la matriz de los operadores y piezas con respecto a las mediciones, después se evalúa la diferencia entre el promedio calculado contra el promedio estimado generando un error debido a la diferencia de dichos valores como se muestra a continuación:

El promedio de los rangos para cada una de las piezas del operador A es 0.184, para el operador B es 0.513 y para el operador C es 0.328, aplicando la fórmula 2.29 para estimar los componentes de varianza del producto para cuando d_2^* ($n= 3$, $k=10$) es igual a 1.7116 (ver Tabla A.3), el valor de PV para los operadores es 0.10722611, 0.29895105 y 0.19114219 para el operador A, B Y C respectivamente.

9. Se realiza una distribución normal estándar inversa que devuelve el inverso de la distribución normal estándar acumulativa, esta distribución tiene una media de cero y una desviación estándar de uno, en este caso muestra la inversa de la distribución normal estándar acumulativa, con una probabilidad aleatoria multiplicada por el componente de varianza del producto del operador obtenido del paso 8. Esta distribución se le suma el promedio estimado, esto ayuda a la generación de mediciones aleatorias que tienen cuentan como media los datos originales del problema y siguen una distribución normal.

10. Se elabora una estimación lineal en Excel tomando como “*conocido_y*” los datos aleatorios generados en el paso 9 y en “*conocido_x*” se seleccionan las matrices de unos de piezas, operadores y piezas*operador, con constante 1 y estadístico verdadero, al terminar se presiona ctrl+shift+enter para hacer el llamado del cálculo de todos los valores de la matriz como se muestra en la tabla 4-5.

Tabla 4-5 Suma de cuadrados del modelo (Fuente: Elaboración propia)

	-0.094581844	0.32133561	-0.08254605	0.30832478	0.57366961
	0.241728465	0.24172847	0.24172847	0.24172847	0.24172847
	0.972743829	0.20934299	#N/A	#N/A	#N/A
	73.83918367	60	#N/A	#N/A	#N/A
SS Modelo	93.84296834	2.62946929	#N/A	#N/A	#N/A

En la tabla 4-5 se alcanza a percibir los grados de libertad de la repetibilidad que en este caso es 60 ($nm(r - 1) = 60$) así como también la suma de cuadrados de la repetibilidad ($SS_{repetibilidad} = 2.62946929$).

En cambio la suma de cuadrados de la variación total o del modelo es ($SS_{Total} = 93.84296834 + SS_{repetibilidad} = 96.4724376$).

11. Se realiza una nueva estimación lineal en Excel tomando como “*conocido_y*” los datos aleatorios generados en el paso 9 y ahora en “*conocido_x*” seleccionando la matriz de los operadores, con una constante 1 y estadístico verdadero, al terminar se presiona ctrl+shift+enter en la misma celda para llamar a la matriz para la generación del cálculo de los valores de la matriz como se muestra en la tabla 4-6.

Tabla 4-6 Suma de cuadrados del operador (Fuente: Elaboración propia)

	0.278411648	0.450425	-0.26081539
	0.267488095	0.26748809	0.18914265
	0.032131905	1.03597694	#N/A
	1.444140873	87	#N/A
SS Operador	3.099843219	93.3725944	#N/A

En la tabla 4-6 se aprecia la suma de cuadrados del operador que es $S_{S_o} = 3.099843219$.

12. Se elabora otra estimación lineal en Excel tomando de nuevo como “*conocido_y*” los datos aleatorios generados en el paso 9 y ahora en “*conocido_x*” la matriz de las partes, con una constante 1 y estadístico verdadero, al terminar se presiona ctrl+shift+enter en la misma celda para llamar la matriz de la suma de cuadrados de las partes como se muestra en la tabla 4-7.

Tabla 4-7 Suma de cuadrados de las partes (Fuente: Elaboración propia)

	3.614028054	1.28352059	1.94892553
	0.136519348	0.13651935	0.13651935
	0.930451517	0.28960127	#N/A
	118.9196339	80	#N/A
SS partes	89.76292593	6.7095117	#N/A

En la tabla 4-7 se puede percibir la suma de cuadrados del operador $S_{S_p} = 89.76292593$.

13. Una vez obtenidos las suma de cuadrados de cada una de las fuentes de variación en un GR&R (operador, parte, operador*parte) se lleva adelante la realización del ANOVA como se muestra en la tabla4-8 a continuación.

Tabla 4-8 ANOVA (Fuente: Elaboración propia)

Anova					
Source	DF	SS	MS	F	P
Part	9	89.7629259	9.97365844	183.152417	7.84123E-16
Operator	2	3.09984322	1.54992161	28.4621626	2.66592E-06
Part*Operator	18	0.9801992	0.05445551	1.24258179	0.258971223
Repeatability	60	2.62946929	0.04382449		
Total	89	96.4724376			

Se observa que solamente el *valor P* en la variación de pieza*operador es mayor al 0.05, de modo que se procede a la realización de otra ANOVA pero en este caso ahora la variación

de la pieza*operador se le es sumando a la variación de la repetibilidad como se muestra en la tabla 4-9.

Tabla 4-9 ANOVA sin interacción operador*parte (Fuente: Elaboración propia)

Anova					
Source	DF	SS	MS	F	P
Part	9	89.7629259	9.97365844	215.517121	2.7051E-51
Operator	2	3.09984322	1.54992161	33.4916866	3.1643E-11
Repeatability	78	3.60966848	0.0462778		
Total	89	96.4724376			

14. Después se estima el porcentaje de la contribución a la varianza total de cada uno de los factores de variabilidad obtenidos de los cuadrados medios de cada uno de los factores de la tabla 4-9 como se muestra a continuación.

Tabla 4-10 Contribución de la variación total (Fuente: Elaboración propia)

Source	Varcomp	% Varcomp
Total Gage R&R	0.09639926	8.04%
Repeatability	0.0462778	3.86%
Reproducibility	0.05012146	4.18%
Operator	0.05012146	4.18%
Part-to-part	1.10304229	91.96%
Total Variation	1.19944155	100.00%
ndc	5	
Wheeler	0.91962988	

Aplicando la fórmula del número de categorías distintas para el método AIAG nos da un valor de 5 para este caso, en cambio al aplicar el coeficiente de correlación intraclass para el método EMP nos da un valor de 0.91962988.

Por lo tanto, el criterio de aceptabilidad presentado en el marco teórico específica que el valor del número de categorías distintas para el método del AIAG debe ser igual o mayor a 5, de manera que comparado con este criterio el valor que es presentado en este caso es de

5, como indica en la tabla 4-10 mostrando que se encuentra dentro de especificaciones, como consecuencia el sistema de medición es eficiente. Por otro lado el método EMP, los criterios de aceptación para el coeficiente de correlación intraclase recomiendan que este estadístico sea mayor a 0.80, en este caso es de 0.9196 mostrado en la tabla 4-10 de manera que demuestra que está dentro de especificación de modo que el sistema es considerado aceptable.

Por lo que existe un debate de cuál de los métodos es más preciso, es decir cuál de los dos métodos es capaz de analizar de mejor manera el sistema de medición, de tal modo que se realizó una simulación Monte Carlo en Excel simulando 1000 veces el proceso, esto a través de los números aleatorios que se obtuvieron en el paso 8 generando una variabilidad e incertidumbre del proceso ayudando a tener mejor panorama del proceso y estimar de mejor manera la variabilidad. Por ello se obtiene una media y desviación estándar de los dos métodos simulados, estableciendo en la columna AIAG un 1 cuando el índice de aceptación es igual o mayor a 5 y 0 en el caso contrario, mientras que en la columna Wheeler colocando un 1 cuando es igual o mayor a 0.80 y 0 cuando no lo es.

Tabla 4-11 Simulación del método AIAG y EMP (Fuente: Elaboración propia)

	NDC	WHEELER	AIAG 4TH	Wheeler
1000	4	0.91962988	0	1
Mean	4.2	0.91703123	0.206	0.931
Standard error	0.01311488	0.0003452	0.01278921	0.00801492
Median	4	0.91779717	0	1
Standard deviation	0.41472883	0.01091631	0.40443046	0.25345414
Variance	0.172	0.00011917	0.163564	0.064239
Coeff. of variation	0.09874496	0.01190397	1.96325468	0.2722386

En la tabla 4-11 se observa que para 1000 procesos simulados el criterio de aceptación establecido por el AIAG que debe ser igual o mayor a 5, a lo que solamente aceptó el 0.206 que es igual al 20.6% ,rechazando aproximadamente el 80% del total, por lo que de 1000 simulaciones solamente el 20.6% de las pruebas fueron aceptadas generando un gran grado de rechazo, mostrando una media de 4.2 en el *ndc* lo que indica que el promedio de los datos se encuentra fuera del criterio de aceptación que en este caso debe ser igual o mayor a

5 como se ha explicado, en cuanto al segundo método el EMP aceptó el 0.931 que es igual al 93.1% es un gran número de aceptación, por lo que de 1000 simulaciones de los procesos simulados con este criterio el 93.1% fueron aceptados, señalando que cuenta con una media de 0.917, que es un promedio por encima del grado de aceptación que propone este método, el coeficiente de variación mostrado en la tabla 4-11, determina que el método EMP tiene un rango de variación más cerrado que el del método AIAG con un valor de 0.2722386 y 1.96325468 respectivamente significando que es más preciso el EMP que el AIAG en base a este valor por lo que el método EMP es mejor con respecto al AIAG.

Tabla 4-12 Intervalos de confianza (Fuente: Elaboración propia)

Error Std.	0.01509314
Media	-0.725
z =	1.96
Limite Inferior	-0.75458256
Limite Superior	-0.69541744

En la tabla 4-12 se determina los intervalos de confianza entre ambos métodos, estas estimaciones van desde -0.7545 hasta -0.69541, lo que indica que están ubicados del lado izquierdo del 0 (negativos), para ser más exactos lo que demuestra que no está considerando el 0 en el intervalo que se ha calculado, de manera que sus diferencias no pueden llegar a ser 0 (la comparación entre ambos métodos no pueden llegar a ser iguales), por lo que la conclusión de la comparación de estos dos métodos (AIAG y EMP) no pueden llegar a ser iguales de modo que el AIAG genera una incertidumbre al tratarse de la aceptación de un sistema de medición generando un gran número de rechazo cuando en realidad el método EMP está teniendo un gran grado de aceptación más amplio.

4.2. Comparación de métodos entre AIAG e Isoplot® y EMP e Isoplot®

Para el método Isoplot® se realizó primero la estimación de los riesgos del consumidor y productor presentados en el tema 2.2 del Marco Teórico, a lo que se necesita describir el

siguiente modelo que parte de la ecuación (2.12) donde se deduce que $X_i \sim N(\mu_X, \sigma_P^2)$, $\epsilon_j \sim N(0, \sigma_{GR\&R}^2)$ y $Y_k \sim N(\mu_X, \sigma_P^2 + \sigma_{GR\&R}^2)$ este modelo considera que la media del error de medición o del gage es 0, por lo que se tiene que X es una variable aleatoria que representa el valor verdadero de algún parámetro de prueba de una parte o unidad de producto y que además que Y es una variable aleatoria que representa el valor medido en el mismo parámetro de prueba, para esta demostración y explicación de este modelo y método se considera el ejemplo mostrado por McCarville (1996) y que es adaptado por Doganaksoy (2001) en donde la característica de calidad de un producto se distribuye normalmente con una media de 1130 y una desviación estándar de 80, donde el medidor tiene una desviación estándar de error de 20. Se supone que los errores del medidor están normalmente distribuidos asumiendo que ϵ es independiente de X y esta normalmente distribuido con media de 0. La característica del producto tiene unos límites de especificación inferior y superior de 1010 y 1250 respectivamente, tomando en cuenta que la característica del producto y los errores del calibre se distribuyen normalmente. Entonces en base al problema se tiene los siguientes datos.

μ_P	σ_P^2	$\sigma_{GR\&R}^2$	LSL	USL
1130	80	20	1010	1250

La desviación estándar de la medición Y es $\sigma_T^2 = \sqrt{(80)^2 + (20)^2} = 82.46213813$.

De manera probable como Doganaksoy (2001) puntualiza, la proporción real de las piezas defectuosas, es decir que se encuentren fuera de especificación es $\Phi \left[\frac{LSL - (\frac{LSL + USL}{2})}{\sigma_P} \right] + \Phi \left[-\frac{USL - (\frac{USL + LSL}{2})}{\sigma_P} \right]$ que en este caso es $\Phi[(1010 - 1130)/80] + \Phi[-(1250 - 1130)/80] = 0.1336$ o de la misma manera 13.4%, en donde Φ se denota como la función de distribución acumulativa normal estándar

mientras que la proporción observada de piezas defectuosas es $\Phi\left[\frac{(LSL - (LSL + \frac{Tolerancia}{2}))}{\sigma_T^2}\right] + \Phi\left[-\frac{(USL - (USL - \frac{Tolerancia}{2}))}{\sigma_T^2}\right]$ de modo que es $\Phi[(1010 - 1130)/82.46213813] + \Phi[-(1250 - 1130)/82.46213813] = 0.1456$ o 14.6%. Como se puede observar la proporción real de las piezas defectuosas no coincide con la observada, esto se debe a que existe la probabilidad de que las dichas piezas que se encontraban dentro de especificación hayan podido ser rechazadas y también de manera viceversa, donde piezas que se encontraban fuera de especificación hayan sido aceptadas, esto es a lo que se llama como riesgo de productor y consumidor.

Después se estima la función de densidad de probabilidad (pdf) conjunta de X e Y de la ecuación (2.14)

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}\begin{bmatrix} x & -1130 \\ y & -1130 \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} x & -1130 \\ y & -1130 \end{bmatrix}\right)$$

Donde la matriz de covarianzas de $\hat{\Sigma}$ es

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} (80)^2 & (80)^2 \\ (80)^2 & (80)^2 + (20)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6400 & 6400 \\ 6400 & 6800 \end{bmatrix}$$

Mientras que la función de densidad de probabilidad marginal para X expresado en la ecuación (2.15) queda como

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(80)^2}} \exp\left(-\frac{(x - 1130)^2}{2(80)^2}\right)$$

De manera que en la figura.4.1 se visualizan las probabilidades conjuntas de X e Y realizadas mediante Excel®, en donde el valor real de la pieza (X) es puesto en el eje horizontal y el valor medido de la pieza (Y) en el eje vertical. Los límites de especificación alto y bajo son trazados en ambos ejes, por lo que el espacio bidimensional es dividido en 9 áreas como se muestra en la figura 4.1. Entonces la realización de la integración de la función de densidad de probabilidad conjunta de X e Y así como la función de densidad de

probabilidad marginal para X de las ecuaciones 2.16-2.21 mostradas anteriormente se determinan las regiones del plano bidimensional, obteniendo P_{xy} al aplicar la pdf conjunta en la región 1, del mismo modo que integrando en el la región 2 se obtiene $P_{\bar{x}\bar{y}}$, al integrar en la región 3 se obtiene $P_{\bar{x}y}$ que no es nada más β descrito como el riesgo de consumidor, mientras que al realizar la integración en la región 4 se obtiene $P_{x\bar{y}}$ que es en este caso δ referido como el riesgo de productor.

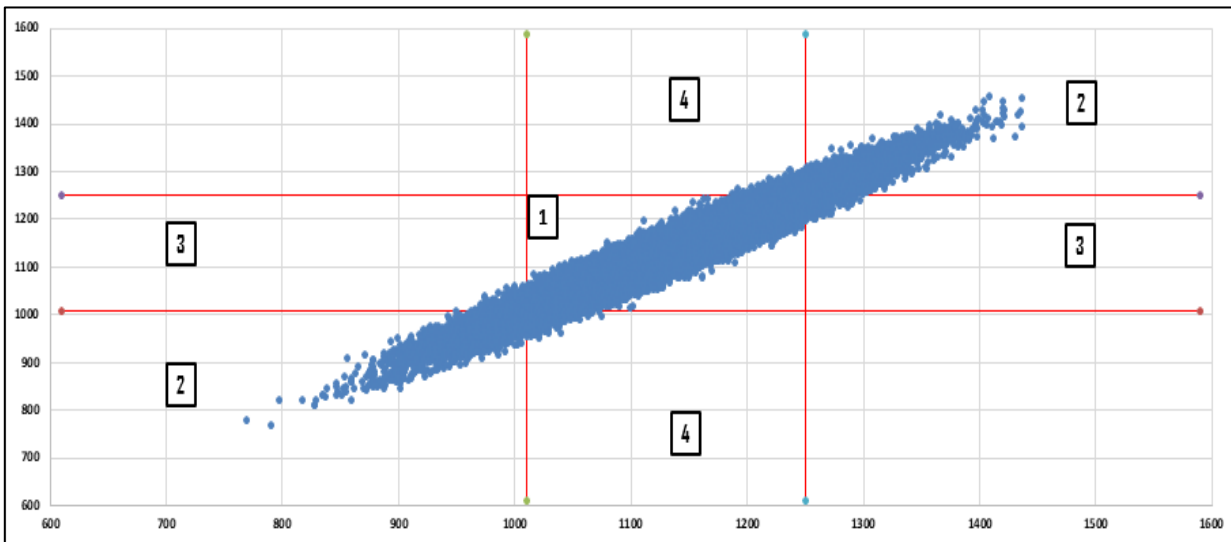


Figura 4.1 Plano Bidimensional de pdf de X e Y dado que $\mu_X = 1130, \sigma_P^2 = 80, \sigma_{GR\&R}^2 = 20, LSL = 1010, USL = 1250$ (Fuente: Elaboración propia)

Los valores mostrados en la en la figura.4.1 fueron realizados con la ayuda de Excel®, a través de la simulación Monte Carlo para la generación de 1, 200,000 datos de medición tanto para X e Y considerando también sus respectivas medias y desviaciones estándar descritas anteriormente, todo esto mediante dicho método. De manera que las 4 posibles clasificaciones que se pueden tener para una pieza son $P_{xy}, P_{\bar{x}\bar{y}}, P_{\bar{x}y}$ y $P_{x\bar{y}}$ que son visualizadas en la Fig.4.1.

Por lo tanto la probabilidad condicional de que un producto este fuera de especificación y que el sistema de medición no pase es del **11.316%**, mientras que a su vez, que este mismo este dentro de especificación y el sistema de medición lo deje pasar es del **83.414%**, esto determina que el proceso contiene una baja capacidad lo que genera que se produzca un gran número de rechazo en las piezas, de manera que se puede observar en el valor del índice C_pX que en este caso es de 0.5 , en consecuencia la variación del proceso es mayor que la amplitud de las especificaciones, lo que sería prueba de que no se está cumpliendo con las especificaciones. Reiterando la proporción real de las piezas defectuosas estimadas con anterioridad, esto es que se encuentren fuera de especificación que se había denotado como Φ o sea $P_{\bar{x}}$ en nuestro caso, es del **13.437%**, mientras que la proporción observada de piezas defectuosas $P_{\bar{y}}$ es del **14.610%** muy similares a las descritas por Doganaksoy (2001).

Tabla 4-13 Probabilidades de Clasificación para una Pieza (Fuente: Elaboración propia)

		Probabilidad de Clasificación	
		P_{xy} 83.414%	Riesgo de Consumidor (β) 2.042%
Valor Medido de la Pieza (Y)	Prueba Pasada	P_{xy} 83.414%	Riesgo de Consumidor (β) 2.042%
	Prueba Fallida	Riesgo de Productor (δ) 3.228%	$P_{\bar{xy}}$ 11.316%
		Dentro de Especificación	Fuera de Especificación
		Valor Real de la Pieza (X)	

En la tabla 4-13 demuestra que el riesgo de productor (δ) es de **3.228%** este valor involucra a las piezas que podrían estar dentro de especificación pero que serían rechazadas a la vez por el sistema de medición. El riesgo del consumidor (β) que resulta ser del **2.042%** este valor son las piezas que están fuera de especificación pero que podrían ser aceptadas por el sistema de medición. Aunque algunos pueden optar por establecer criterios para la evaluación de un sistema de medición basado en los riesgos δ y β para el sistema, las probabilidades en la tabla son algo más útiles, la razón de esto es debido a que las probabilidades conjuntas son estimaciones directas de la probabilidad de ocurrencia para alguna conclusión de prueba real (Mader, Prins, & Lampe, 1999).

Dicho de otra manera, aun que se tenga un buen número de categorías distintas (que en este caso es **5.6568**) que ayuda a determinar que se tiene un buen sistema de medición, existe incertidumbre en las mediciones para poder clasificarlas, de modo que se tiene un error de productor y consumidor de **3.228%** y **2.042%** respectivamente. Debido a lo cual, las piezas que se aceptan y rechazan tanto en X e Y pueden ser determinadas en función de C_pX y ndc , es decir, el valor C_pX está en base a la tolerancia que se maneja a través de los límites tanto inferior como superior por lo que si este valor tiende a ser mayor o menor, la tolerancia lo es también respectivamente, lo que la probabilidad de piezas a rechazar y aceptar en X e Y tiende a cambiar, en tanto al valor de ndc que implica que tan bien funciona nuestro sistema de medición para clasificar las piezas, de modo que si este valor tiende a ser mayor o menor, la variabilidad (dispersión) entre las medidas de X e Y tiende a cambiar.

Siendo así, se proporcionan las tablas 4-14 y 4-15 con estimaciones de probabilidad para los riesgos de consumidor y productor en base a diferentes valores de C_pX y ndc , que ayude a facilitar la estimación de los riesgos debido a que existen casos en donde se es necesario una rápida estimación de estos riesgos en la área de producción de manera que el operador o ingeniero puede estimarlos con el hecho de solo conocer el valor inmediato de C_p y ndc que se tiene en ese preciso momento. Para esto se reconsidera de nuevo el

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

supuesto de que $X_i \sim N(\mu_X, \sigma_P^2)$, $\epsilon_j \sim N(0, \sigma_{GR\&R}^2)$ y $Y_k \sim N(\mu_X, \sigma_P^2 + \sigma_{GR\&R}^2)$ en donde los valores de μ_X, σ_P^2 son valores conocidos mientras que el valor de $\sigma_{GR\&R}^2$ se desconoce. Por lo cual $\sigma_{GR\&R}^2 = \sqrt{2} \sigma_P^2 / NDC$ y σ_T^2 en función de ndc es $\sigma_T^2 = \sigma_P^2 \sqrt{1 + (2/NDC^2)}$ mientras que la tolerancia entre los límites de especificación es $Tol = 6\sigma_P^2 C_p X$. Por medio de Monte Carlo se realizaron diferentes simulaciones para diferentes casos de valores de $C_p X$ y ndc obteniendo las siguientes probabilidades de riesgos:

Tabla 4-14 Probabilidades de Riesgo de Productor y Consumidor en base a P (D) y ndc (Fuente: Elaboración propia)

		P(D)				
Riesgo de Productor (δ)* Riesgo de Consumidor (β)*		0.36812025	0.23013934	0.13361440	0.07186064	0.03572884
		$C_p X$				
		0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
NDC	1	0.346896667	0.338203333	0.303405	0.255235833	0.2039275
		0.111218333	0.080475	0.050276667	0.027936667	0.014275
	1.5	0.252271667	0.2253725	0.186460833	0.143711667	0.103616667
		0.10867	0.073653333	0.044940833	0.025070833	0.01299
	2	0.189753333	0.161599167	0.1273675	0.0920575	0.062133333
		0.0967	0.064383333	0.039523333	0.02237	0.0115625
	2.5	0.150025	0.123199167	0.093564167	0.065319167	0.042326667
		0.0840925	0.056978333	0.035449167	0.020325833	0.010615
	3	0.121730	0.09825	0.073152222	0.049677222	0.031402222
		0.074293333	0.050860556	0.031995	0.018097778	0.009675
	3.5	0.102194444	0.081808333	0.059394444	0.0400950	0.024701667
		0.066844444	0.045804444	0.029036111	0.0166600	0.008787222
	4	0.088531667	0.069430556	0.049961667	0.033343333	0.019992778
		0.060130556	0.041708889	0.026505	0.015376111	0.008192778
	4.5	0.077653333	0.060486111	0.043092222	0.028312222	0.016893889
		0.055273889	0.037994444	0.024294444	0.014154444	0.007544444
	5	0.069375	0.053303333	0.037696667	0.024536111	0.014373889
		0.050225556	0.035209444	0.022458889	0.013111111	0.007033333
	5.5	0.06199	0.047760556	0.033496667	0.021598889	0.012978333
		0.046892778	0.032668333	0.020877778	0.012249444	0.006502778
	6	0.056248889	0.04299	0.03033	0.019465	0.011570556
		0.043467222	0.030453889	0.019604444	0.011451111	0.006221111

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

	6.5	0.051723889	0.039693333	0.027653333	0.017453333	0.010130556
		0.040747222	0.028621111	0.018213333	0.010785	0.005825
	7	0.047600556	0.036255	0.025108889	0.015987778	0.009308889
		0.038159444	0.026618889	0.01727	0.010096667	0.005477778

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla 4-14 Continuación...

		P(D)				
Riesgo de Productor (δ)*		0.01639507	0.00693395	0.00269980	0.00096685	0.00031822
Riesgo de Consumidor (β)*		$C_p X$				
		0.8	0.9	1	1.1	1.2
NDC	1	0.15597833	0.11503833	0.08199083	0.05674417	0.0374675
		0.0067075	0.00289667	0.00116583	0.00041583	0.00012417
	1.5	0.07035667	0.045315	0.02764083	0.01572167	0.0084575
		0.0060775	0.0026475	0.00104833	0.00037833	0.0001075
	2	0.03931083	0.023025	0.01266917	0.0065325	0.00312
		0.00555833	0.00235083	0.0009675	0.0003275	0.00012417
	2.5	0.02527417	0.01397833	0.00725167	0.0034325	0.00155583
		0.00488333	0.00218583	0.00088917	0.00032417	0.0001225
	3	0.01802389	0.00973889	0.00482	0.00221167	0.000925
		0.00463556	0.00199389	0.00078944	0.00026167	0.00010444
	3.5	0.01398389	0.00714389	0.00344611	0.00146556	0.00061833
		0.00426889	0.00190389	0.00078389	0.00027778	0.000093
	4	0.01123111	0.00577556	0.00274778	0.00112778	0.00045389
		0.00394667	0.00177556	0.00074167	0.00027944	0.0000861
	4.5	0.00945722	0.00463111	0.00212222	0.00092611	0.00036889
		0.00365389	0.00164	0.00066444	0.00025056	0.0000778
	5	0.00795722	0.00397056	0.00184722	0.00077	0.00029556
		0.00350056	0.00153889	0.00061389	0.00023667	0.000078
	5.5	0.00690333	0.00343556	0.00156	0.00067222	0.00024111
		0.00324778	0.00151056	0.00058833	0.00020889	0.000079
	6	0.00615333	0.00299389	0.00140667	0.00057111	0.0002194
		0.00301944	0.00134111	0.00057056	0.00020889	0.0000706
	6.5	0.00546333	0.002755	0.00116556	0.00047778	0.0001856
		0.002885	0.00127167	0.00051833	0.00019611	0.0000789
	7	0.00496333	0.00245333	0.00106556	0.00042	0.0001700
		0.00275	0.00126556	0.00050833	0.00016278	0.0000661

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla 4-14 Continuación...

		P(D)		
Riesgo de Productor (δ)* Riesgo de Consumidor (β)*		0.00009619	0.00002669	0.00000680
		C_pX		
		1.3	1.4	1.5
NDC	1	0.0244325	0.01519417	0.00935917
		0.00003583	0.0000125	0.0000025
	1.5	0.00443833	0.00226917	0.001065
		0.0000308	0.000010	0.0000025
	2	0.00138917	0.00060417	0.00020833
		0.0000350	0.000010	0.0000025
	2.5	0.00060417	0.00024333	0.0000833
		0.0000425	0.00000833	0.00000333
	3	0.00035611	0.000130	0.0000522
		0.0000317	0.0000078	0.00000333
	3.5	0.00025889	0.000093	0.0000239
		0.000031	0.000009	0.0000006
	4	0.00015611	0.0000694	0.0000156
		0.0000372	0.0000106	0.0000011
	4.5	0.00011722	0.0000361	0.000014
		0.0000239	0.0000061	0.0000006
	5	0.00010556	0.0000306	0.0000094
		0.0000261	0.0000089	0.0000022
	5.5	0.000081	0.0000228	0.0000094
		0.000023	0.0000067	0.0000022
	6	0.0000717	0.0000244	0.0000061
		0.0000172	0.0000056	0.0000017
	6.5	0.0000544	0.0000233	0.0000067
		0.0000178	0.0000078	0.0000006
	7	0.0000600	0.0000206	0.0000056
		0.0000189	0.0000050	0.0000017

De manera que para el caso demostrativo realizado anteriormente se tiene que el valor de $C_pX = 0.5$ por lo que su probabilidad de defecto ($P(D)$) es de 0.13361440 esto quiere decir que un C_pX de 0.5 da a lugar a 133,614 defectos por cada millón de piezas, esto es obtenido

de la siguiente forma $CpX = Tol/6\sigma_p^2$ por lo que $\sigma_p^2 = Tol/6CpX$ sabiendo que la tolerancia es $Tol = \mu_x - LSL + USL - \mu_x$ entonces se tiene que $Tol/\sigma_p^2 = (\mu_x - LSL)/\sigma_p^2 + (USL - \mu_x)/\sigma_p^2$ recordando que el cálculo de CpX se supone límites simétricos centrados en la media o de otra manera $Tol/\sigma_p^2 = (\mu_x - LSL)/\sigma_p^2 + (USL - \mu_x)/\sigma_p^2 = 2(USL - \mu_x)/\sigma_p^2 = 2Z_{LS}$, donde Z_{LS} es el valor de Z de corto plazo que equivale a $Z_{LS} = 3CpX$ que da como $Tol/6\sigma_p^2 = 2Z_{LS}/6 = \frac{1}{3}Z_{LS}$ de manera que la expresión final en base a CpX es $P(D) = 2(1 - \Phi(3CpX))$, donde Φ se denota como la función de distribución acumulativa normal estándar explicado anteriormente, mientras que el valor de $NDC = 5.656824378$, buscando estos valores en la tablas por medio de interpolación da un riesgo de consumidor y productor de 0.03228 y 0.02042 respetivamente, que es igual a 3.228% y 2.042%.

La figura 4.2 muestra el grafico de contorno del riesgo del productor en base a diferentes niveles de $P(D)$ y ndc , mientras que la figura 4.3 es el gráfico de superficie tridimensional de la respuesta del riesgo del productor.

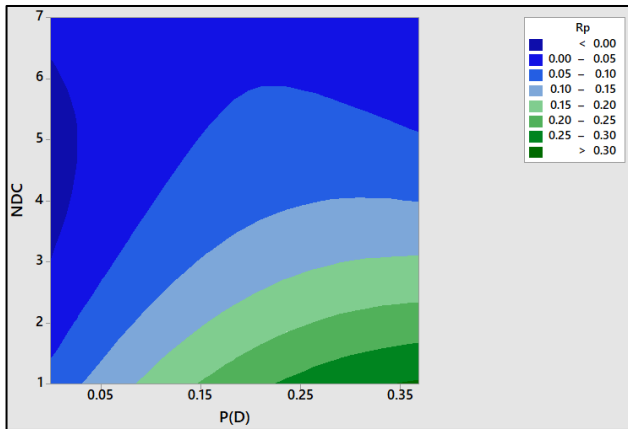


Figura 4.2 Grafica de Contorno del Riesgo del Productor para diferentes niveles de $P(D)$ y ndc (Fuente: Elaboración propia)

Como era de

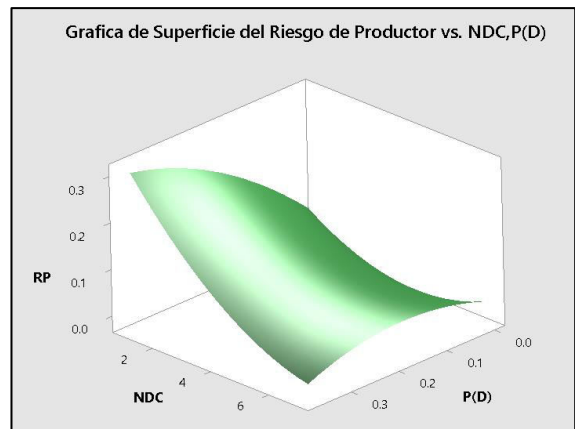


Figura 4.3 Grafica de Superficie del Riesgo del Productor para diferentes niveles de $P(D)$ y ndc (Fuente: Elaboración propia)

esperarse el nivel de riesgo del productor aumenta a medida el valor de ndc disminuye y aumenta $P(D)$ de la misma manera también se realizó el grafico de contorno del riesgo del

consumidor en base a diferentes niveles de $P(D)$ y ndc mostrado en la figura 4.4, mientras que en la figura 4.5 es el gráfico de superficie tridimensional del riesgo del consumidor.

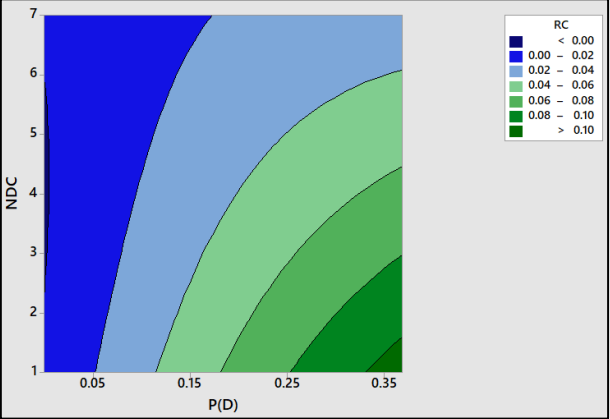


Figura 4.5 Grafica de Contorno del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de $P(D)$ y ndc (Fuente: Elaboración propia)

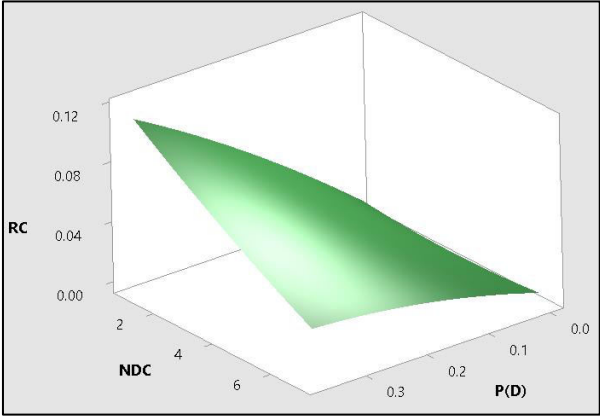


Figura 4.4 Grafica de Superficie del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de $P(D)$ y ndc (Fuente: Elaboración propia)

De aquí surge una pregunta ¿Qué sucede si uno quiere saber el porcentaje de aceptación de las piezas? tanto en X e Y , de igual manera de forma viceversa ¿Qué porcentaje de rechazo existe?, entonces para dar a una solución a esto se define que si se tiene conocimiento sobre el valor de probabilidad del riesgo del consumidor y productor se puede estimar dichos porcentajes, por lo tanto se describe una manera de conocer el porcentaje de $P_{\bar{x}}$ y $P_{\bar{y}}$ a través del Teorema de Bayes que es explicado por Bayes (1763) y Maibaum (1976) mediante la realización de un árbol de eventos que se puede usar para describir secuencias bajo incertidumbre, tomando el ejercicio anterior se tiene que los riesgos del consumidor y productor es decir, $P(X_{Aceptada}, Y_{Rechazada})$ y $P(X_{Rechazada}, Y_{Aceptada})$ son de 0.03228 y 0.02042 respetivamente, por lo tanto el diagrama de árbol de eventos queda como:

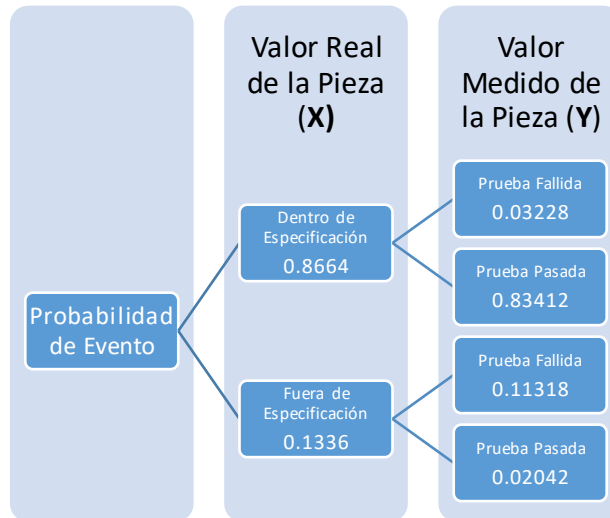


Figura 4.6 Árbol de Eventos para $\delta = 0.03228$ y $\beta = 0.02042$ (Fuente: Elaboración propia)

Entonces la $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ es de 0.83412 es decir el 83.41% del total de las piezas, mientras que la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ es de 0.11318 o más bien el 11.31% de las piezas estarán tanto fuera de especificación y serán rechazadas por el mismo sistema de medición. En esta forma se puede estimar las probabilidades de rechazo y aceptación tanto para X e Y donde se es necesario una manera rápida de poder estimar dichas probabilidades.

De manera que nuestro modelo 2.11 presentado anteriormente predice de una manera correcta las probabilidades de los riesgos de δ y β en base a diferentes niveles de ndc , esto se pudo observar al comparar las probabilidades estimadas por (Doganaksoy, 2001) y las estimadas con este modelo mostradas previamente. Por lo cual, se puede utilizar este modelo para la realización de una comparativa entre diferentes niveles de ndc y diferentes niveles de aceptación del método Isoplot®, de tal forma que se retoman a las mediciones proporcionadas por el manual AIAG (2010) que han sido utilizadas para la realización de la comparación entre métodos en este documento, contando con los valores proporcionados por el AIAG se tiene que $\sigma_p^2 = 1.0502582$ y $\sigma_{GR\&R}^2 = 0.3104823$ por lo que $ndc = \sqrt{2} * 1.0502582 / 0.3104823 = 4.783813383$ a lo que este valor es redondeado a 5. De manera que $X \sim N(0.0014444, 1.0502582)$, $\epsilon \sim N(0, 0.310423)$ y $Y \sim N(0.0014444, 1.0502582 +$

0.310423) con $ndc = 5$ y $CpX = 0.7$, utilizando estos datos se tiene que la desviación estándar de la medición Y es $\sigma_T^2 = \sqrt{(1.0502582)^2 + (0.3104823)^2} = 82.46213813$.

Después se estima la función de densidad de probabilidad (pdf) conjunta de X e Y de la ecuación (2.14)

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \begin{bmatrix} x & -0.0014444 \\ y & -0.0014444 \end{bmatrix}^T \Sigma^{-1} \begin{bmatrix} x & -0.0014444 \\ y & -0.0014444 \end{bmatrix}\right)$$

Donde la matriz de covarianzas de Σ es

$$\Sigma = \begin{bmatrix} (1.0502582)^2 & (1.0502582)^2 \\ (1.0502582)^2 & (1.0502582)^2 + (0.3104823)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.10304229 & 1.10304229 \\ 1.10304229 & 1.19944155 \end{bmatrix}$$

De tal manera que la función de densidad de probabilidad marginal para X expresado en la ecuación (2.15) queda como

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(1.0502582)^2}} \exp\left(-\frac{(x - 0.0014444)^2}{2(1.0502582)^2}\right)$$

Después con la ayuda de Excel®, a través de la simulación Monte Carlo para la generación de 1, 200,000 datos de medición tanto para X e Y se estimaron las función de densidad de probabilidad para X e Y , de manera que las 4 posibles clasificaciones que se pueden tener para una pieza (P_{xy} , $P_{x\bar{y}}$, $P_{\bar{x}y}$ y $P_{x\bar{y}}$) son visualizadas en la Fig.4.6.

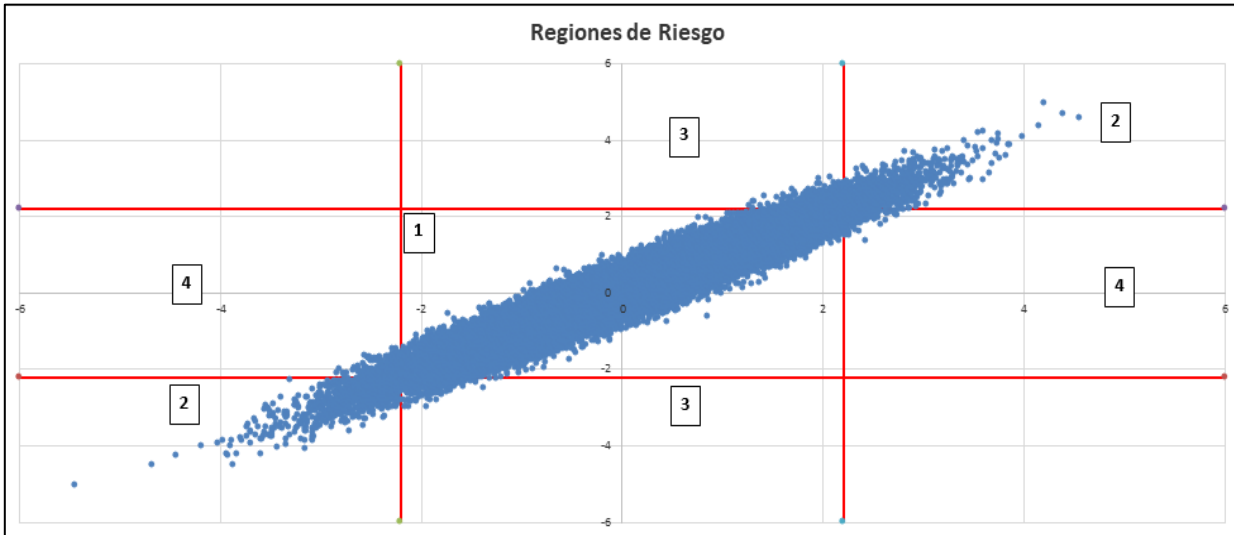


Figura 4.7 Plano Bidimensional de pdf de X e Y dado que $\mu_X = 0.00144$, $\sigma_p^2 = 1.0502$, $\sigma_{GR\&R}^2 = 0.3104823$, $LSL = -2.2041$, $USL = 2.20699$ (Fuente: Elaboración propia)

De manera que en la figura.4.6 se visualizan las probabilidades conjuntas de X e Y realizadas mediante Excel®, en donde el valor real de la pieza (X) es puesto en el eje horizontal y el valor medido de la pieza (Y) en el eje vertical. Por medio de la tabla 4-13 se busca la probabilidad del riesgo del productor y consumidor para un valor de $ndc = 5$ y $CpX = 0.7$, a través de interpolación se determina que el valor de $\delta = 0.0154877$ y $\beta = 0.00726$, esto quiere decir que el **1.549%** de las piezas estarán dentro de especificación pero podrían ser rechazadas a su vez por el sistema de medición, mientras que el **0.726%** de las piezas estarán fuera de especificación pero que a su vez podrían ser aceptadas por el sistema de medición.

Entonces la el cálculo de que $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ del total de las piezas, y la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ de las piezas es estimada por medio del árbol de eventos en base a los riesgos del consumidor y productor cuando $P(X_{Aceptada}, Y_{Rechazada}) = 0.0154877$ y $P(X_{Rechazada}, Y_{Aceptada}) = 0.00726$ respectivamente, quedando de la siguiente manera:

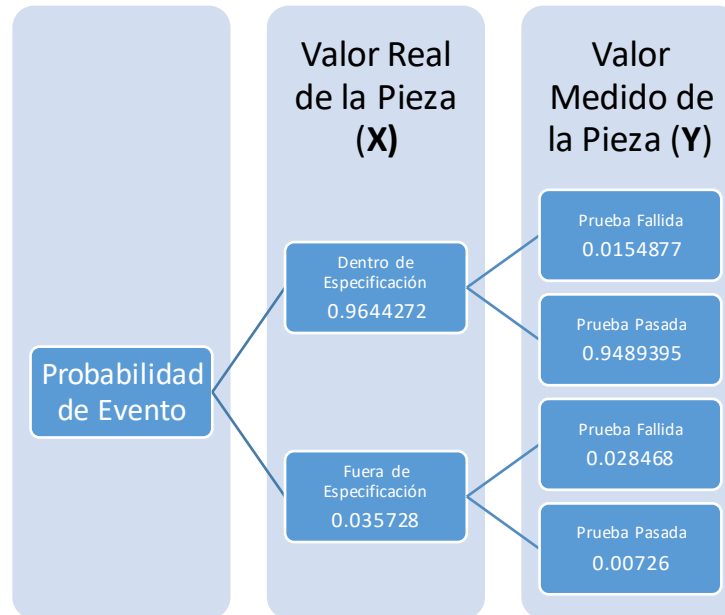


Figura 4.8 Árbol de Eventos para $\delta = 0.0154877$ y $\beta = 0.00726$ (Fuente: Elaboración propia)

De manera que para este caso realizado se tiene que el valor de $C_pX = 0.7$ por lo que su probabilidad de defecto ($P(D)$) es de 0.035728 esto quiere decir que un C_pX de 0.7 da a lugar a 35,728 defectos por cada millón de piezas y la $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ es de 0.9489 es decir el 94.89% del total de las piezas serán aceptadas sin ningún problema, mientras que la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ es de 0.028468 o más bien el 2.84% de las piezas estarán tanto fuera de especificación y rechazadas al mismo tiempo por el sistema de medición.

Entonces para la comparación con el método Isoplot® se generaron de igual manera otras tablas con estimaciones de probabilidad para los riesgos de consumidor y productor pero ahora en base a diferentes valores de C_pX y diferentes criterios de aceptación del Isoplot® (C.A.Isoplot), este último criterio ayudara a facilitar la estimación de los riesgos de productor y consumidor de una forma rápida y segura, esto debido a que existen casos en donde el operador o ingeniero necesita una rápida forma de estimar dichos riesgos en la área de producción de tal modo que con el hecho de conocer el valor de C_pX , σ_P^2 y $\sigma_{GR\&R}^2$ pueden ser estimados. Para esto se considera de nuevo el supuesto de que $X_i \sim N(\mu_X, \sigma_P^2)$,

$\epsilon_j \sim N(0, \sigma_{GR\&R}^2)$ y $Y_k \sim N(\mu_X, \sigma_P^2 + \sigma_{GR\&R}^2)$ en donde los valores de μ_X, σ_P^2 son valores conocidos al igual que el valor de $\sigma_{GR\&R}^2$. Por lo que antes se consideraba la función de $ndc = \sqrt{2} \sigma_P^2 / \sigma_{GR\&R}^2$, para esta sección se utilizara el criterio de aceptación hacia la precisión del equipo descrita por el método Isoplot® que está dada como L/W en donde **L** es la longitud del “tubo” representa como la desviación estándar de cambio del producto también denominada σ_P^2 y **W** que es el diámetro del “tubo” representado como la desviación estándar del equipo también conocida como $\sigma_{GR\&R}^2$, de tal manera que $C.A. Isoplot = \sigma_P^2 / \sigma_{GR\&R}^2$ que a su vez es también igual $C.A. Isoplot = ndc / \sqrt{2}$. Por medio de Monte Carlo se realizaron diferentes simulaciones para distintos casos de $C_p X$ y $C.A. Isoplot$ obteniendo las siguientes probabilidades de riesgos:

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla 4-15 Probabilidades de Riesgo de Productor y Consumidor en base a $P(D)$ y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)

		P(D)				
		0.36812025	0.23013934	0.13361440	0.07186064	0.03572884
Riesgo de Productor* Riesgo de Consumidor*		C_{pX}				
		0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
C.A.Isoplot	3	0.0827806	0.0646808	0.0465417	0.0305875	0.0183296
		0.0576302	0.0398423	0.0253904	0.0147523	0.0078229
	3.5	0.0696396	0.0541231	0.0383473	0.0248550	0.0148569
		0.0508115	0.0354931	0.0226871	0.0131948	0.0070306
	4	0.0600731	0.0460331	0.0325131	0.0209433	0.0122602
		0.0456179	0.0319477	0.0204044	0.0120848	0.0064263
	4.5	0.0528735	0.0403092	0.0281592	0.0180071	0.0105017
		0.0412427	0.0290996	0.0186717	0.0109973	0.0058850
	5	0.0469715	0.0357723	0.02483625	0.0158729	0.0092488
		0.0376706	0.0265310	0.0171875	0.0101513	0.0053635
	5.5	0.0422810	0.0321038	0.0221821	0.0138910	0.0081342
		0.0346340	0.0244527	0.0158460	0.0093467	0.0050533
	6	0.0386223	0.0290975	0.0199956	0.0126227	0.0073498
		0.0320883	0.0227888	0.0147783	0.0087169	0.0046898
	6.5	0.0353821	0.0266919	0.0182717	0.0116479	0.0066621
		0.0297063	0.0211415	0.0136942	0.0082008	0.0044165
	7	0.0326704	0.0244033	0.0167342	0.0105717	0.0060706
		0.0277956	0.0197933	0.0129475	0.0076996	0.0041683
	7.5	0.0303954	0.0228931	0.0156885	0.0097231	0.0055885
		0.0262496	0.0186838	0.0121896	0.0072765	0.0039625
	8	0.0284121	0.0211369	0.0145565	0.0090023	0.0051869
		0.0245475	0.0176060	0.0114775	0.0068923	0.0037538
	8.5	0.0266221	0.0197863	0.0135198	0.0084890	0.0048348
		0.0232790	0.0165977	0.0109944	0.0065094	0.0035858
	9	0.0249415	0.0187008	0.0127369	0.0079675	0.0045852
		0.0221144	0.0159188	0.0103304	0.0061452	0.0033906
	9.5	0.0236617	0.0175394	0.0119546	0.0074827	0.0042171
		0.0209304	0.0150658	0.0098575	0.0059192	0.0032106
10	0.0223858	0.0166527	0.0112994	0.0070727	0.0040088	
	0.0201292	0.0143635	0.0094279	0.0057173	0.0030390	
10.5	0.0213318	0.0158389	0.0108160	0.0066931	0.0037771	
	0.0191488	0.0138096	0.0090117	0.0054064	0.0029864	
11	0.0202907	0.0150301	0.0102688	0.0063546	0.0036275	

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

	11.5	0.0183185	0.0132428	0.0086390	0.0051768	0.0028821
		0.0193096	0.0143735	0.0097308	0.0060111	0.0034283
		0.0174983	0.0126164	0.0082783	0.0049219	0.0027315
	12	0.0184838	0.0137499	0.0093321	0.0057817	0.0032508
		0.0168826	0.0121057	0.0079644	0.0047822	0.0026390
	12.5	0.0177188	0.0131617	0.0087975	0.0055453	0.0031247
0.0162554		0.0115611	0.0077854	0.0046369	0.0025619	

Tabla 4-15 Continuación...

		P(D)				
		0.01639507	0.00693395	0.00269980	0.00096685	0.00031822
Riesgo de Productor*		C_pX				
Riesgo de Consumidor*						
		0.8	0.9	1	1.1	1.2
C.A.Isoplot	3	0.0102658	0.0051715	0.0024033	0.0010335	0.0003960
		0.0037602	0.0016848	0.0007185	0.0002617	0.0000829
	3.5	0.0081069	0.0040669	0.0018938	0.0007540	0.0002911
		0.0034819	0.0015621	0.0006267	0.0002360	0.0000811
	4	0.0066504	0.0032952	0.0014806	0.0006265	0.0002367
		0.0031481	0.0014419	0.0005848	0.0002192	0.0000792
	4.5	0.0056260	0.0027702	0.0012465	0.0005127	0.0001964
		0.0029448	0.0012979	0.0005471	0.0001950	0.0000699
	5	0.0049008	0.0023744	0.0010460	0.0004344	0.0001576
		0.0027133	0.0012169	0.0005015	0.0001869	0.0000657
	5.5	0.0043871	0.0021302	0.0009129	0.0003808	0.0001379
		0.0025296	0.0011402	0.0004650	0.0001704	0.0000631
	6	0.0038465	0.0018615	0.0008290	0.0003427	0.0001249
		0.0023227	0.0010579	0.0004344	0.0001606	0.0000546
	6.5	0.0035102	0.0016919	0.0007227	0.0002988	0.0001124
		0.0022277	0.0010048	0.0004146	0.0001519	0.0000542
	7	0.0032390	0.0015250	0.0006615	0.0002638	0.0000982
		0.0020613	0.0009438	0.0004063	0.0001521	0.0000528
	7.5	0.0029510	0.0014023	0.0006154	0.0002425	0.0000908
		0.0019373	0.0008871	0.0003623	0.0001517	0.0000486
8	0.0027531	0.0012873	0.0005435	0.0002350	0.0000846	

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

		0.0018552	0.0008525	0.0003567	0.0001277	0.0000407
8.5		0.0025152	0.0012192	0.0005219	0.0002075	0.0000776
		0.0017781	0.0008021	0.0003300	0.0001242	0.0000485
9		0.0023502	0.0011440	0.0004756	0.0001881	0.0000703
		0.0017165	0.0007688	0.0003267	0.0001148	0.0000451
9.5		0.0021896	0.0010438	0.0004552	0.0001796	0.0000678
		0.0016231	0.0007344	0.0002904	0.0001121	0.0000439
10		0.0020898	0.0009977	0.0004256	0.0001696	0.0000683
		0.0015452	0.0007071	0.00028917	0.00011167	0.0000381
10.5		0.0019688	0.0009490	0.0003843	0.0001615	0.0000618
		0.0014893	0.0006853	0.0002804	0.0001086	0.0000379
11		0.0018571	0.0008864	0.0003822	0.0001475	0.0000532
		0.0013947	0.0006507	0.0002749	0.0001006	0.0000375
11.5		0.0018100	0.0008385	0.0003756	0.0001490	0.0000507
		0.0013847	0.0006304	0.0002550	0.0000974	0.0000363
12		0.0017181	0.0007878	0.0003511	0.0001357	0.0000440
		0.0013092	0.0006049	0.0002469	0.0000986	0.0000349
12.5		0.0016060	0.0007688	0.0003228	0.0001249	0.0000439
		0.0012681	0.0005897	0.0002379	0.0000958	0.0000331

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla 4-15 Continuación...

		P(D)		
		0.00009619	0.00002669	0.00000680
		C_pX		
Riesgo de Productor* Riesgo de Consumidor*		1.3	1.4	1.5
C.A.Isoplot	3	0.0001433	0.0000475	0.0000165
		0.0000267	0.0000083	0.0000021
	3.5	0.0001069	0.0000331	0.0000098
		0.0000275	0.0000090	0.0000027
	4	0.0000804	0.0000258	0.0000083
		0.0000217	0.0000079	0.0000019
	4.5	0.0000610	0.0000227	0.0000077
		0.0000171	0.0000056	0.0000017
	5	0.0000567	0.0000169	0.0000042
		0.0000242	0.0000046	0.0000006
	5.5	0.0000500	0.0000133	0.0000038
		0.0000190	0.0000054	0.0000017
	6	0.0000458	0.0000127	0.0000048
		0.0000167	0.0000052	0.0000008
	6.5	0.0000348	0.0000113	0.0000031
		0.0000154	0.0000048	0.0000015
	7	0.0000313	0.0000088	0.0000023
		0.0000152	0.0000054	0.0000010
	7.5	0.0000321	0.0000090	0.0000021
		0.0000138	0.0000069	0.0000010
	8	0.0000290	0.0000098	0.0000038
		0.0000133	0.0000042	0.0000010
	8.5	0.0000252	0.0000079	0.0000021
		0.0000115	0.0000029	0.0000015
	9	0.0000235	0.0000040	0.0000021
		0.0000129	0.0000048	0.0000008
	9.5	0.0000225	0.0000054	0.0000015
		0.0000140	0.0000029	0.0000010
	10	0.0000192	0.0000033	0.0000019
		0.0000121	0.0000033	0.0000015

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

10.5	0.0000188	0.0000058	0.0000015
	0.0000100	0.0000035	0.0000008
11	0.0000153	0.0000044	0.0000010
	0.0000096	0.0000046	0.0000011
11.5	0.0000157	0.0000039	0.0000008
	0.0000110	0.0000039	0.0000006
12	0.0000164	0.0000053	0.0000011
	0.0000092	0.0000021	0.0000004
12.5	0.0000147	0.0000051	0.0000017
	0.0000097	0.0000028	0.0000015

En la figura 4.9 se muestra el gráfico de contornos del riesgo del productor en base a diferentes niveles de $P(D)$ y $C.A. Isoplot$, mientras que la figura 4.10 es el gráfico de superficie tridimensional teniendo como respuesta el riesgo del productor.

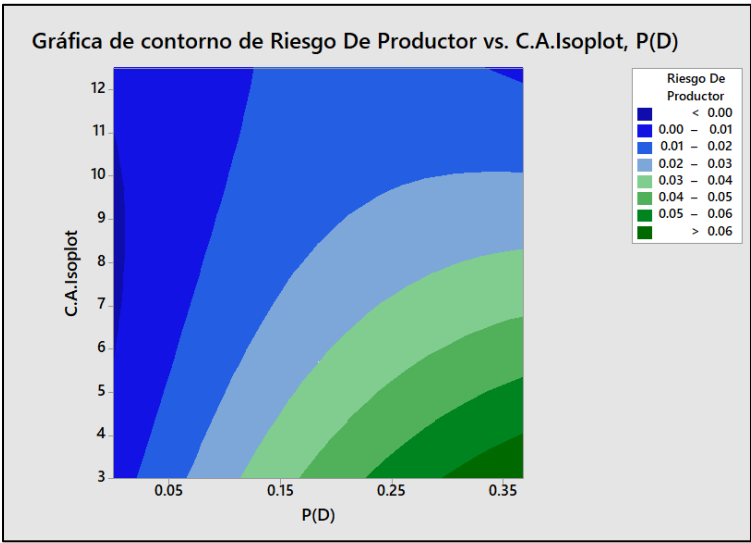


Figura 4.9 Grafica de Contorno del Riesgo del Productor para diferentes niveles de $P(D)$ y $C.A. Isoplot$ (Fuente: Elaboración propia)

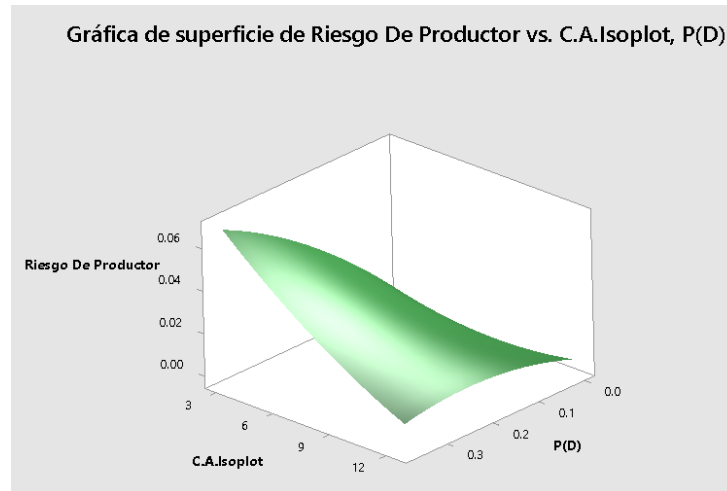


Figura 4.10 Grafica de Superficie del Riesgo del Productor para diferentes niveles de $P(D)$ y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)

Como se puede observar en la fig.4.10 entre un mayor nivel de $P(D)$ y un bajo nivel de C.A.Isoplot de manera que el riesgo del productor tiende a aumentar generando una pendiente. De tal forma que el factor que influye la variable de respuesta del riesgo del productor son los diferentes niveles de C.A.Isoplot como se puede observar en la fig.4.10. En cuanto a las figuras 4.11 y 4.12 muestran los gráficos de contorno y de superficie tridimensional para la respuesta del riesgo del consumidor, también de igual manera en base a diferentes niveles de $P(D)$ y C.A.Isoplot.

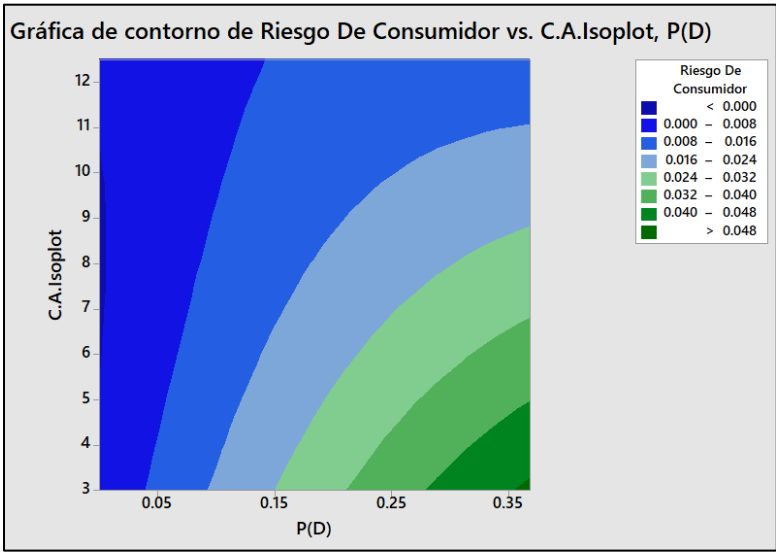


Figura 4.11 Grafica de Contorno del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)

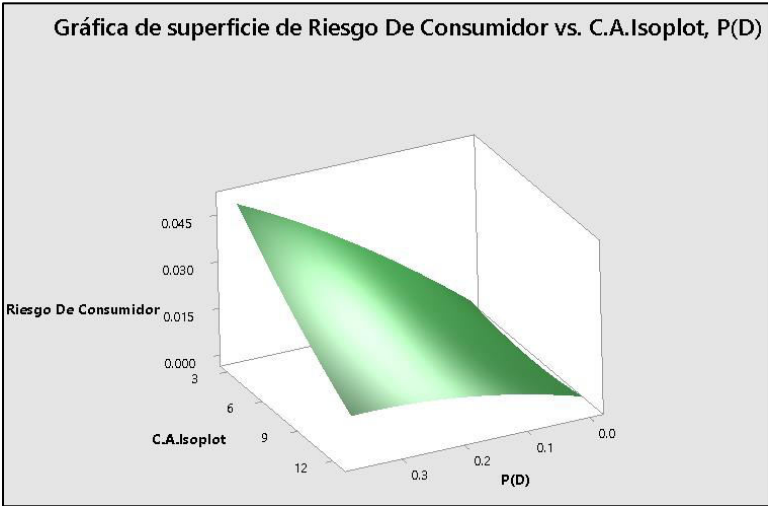


Figura 4.12 Grafica de Superficie del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de P (D) y C.A.Isoplot (Fuente: Elaboración propia)

De manera que ahora se busca los riesgos del consumidor y productor a través de la tabla 4-15, pero esta vez para un valor de $C.A.Isoplot = 3.5355$, esto se debe a que se considera que $C.A.Isoplot = \sigma_P^2 / \sigma_{GR\&R}^2$ por lo que $C.A.Isoplot = ndc / \sqrt{2}$ por tanto para este caso

es $C.A. Isoplot = 5/\sqrt{2} = 3.5355$ y con un valor de $CpX = 0.7$, a través de interpolación se determina que el valor de $\delta = 0.01448$ y $\beta = 0.00705$, de manera que nos da que el **1.448%** de las piezas estarán dentro de especificación pero pueden ser rechazadas por el sistema de medición, mientras que el **0.705%** de las piezas estarán fuera de especificación pero a la vez podrían ser aceptadas por el sistema de medición.

Entonces la el cálculo de que $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ del total de las piezas, y la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ de las piezas es estimada por medio del árbol de eventos en base a los riesgos del consumidor y productor cuando $P(X_{Aceptada}, Y_{Rechazada}) = 0.01448$ y $P(X_{Rechazada}, Y_{Aceptada}) = 0.00705$ respectivamente, quedando el árbol de eventos de la siguiente manera:

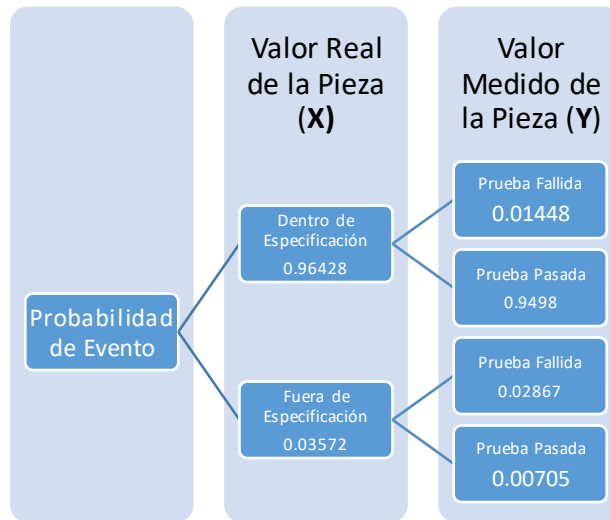


Figura 4.13 Árbol de Eventos para $\delta = 0.01448$ y $\beta = 0.00705$ (Fuente: Elaboración propia)

De manera que se tiene que el valor de $C_pX = 0.7$ igual al caso anterior por lo que su probabilidad de defecto ($P(D)$) es de 0.035728 por esta razón se tiene por cada millón de piezas 35,728 serán categorizadas como defectuosas, por ello la $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ como se muestra en la fig.4.13 es de 0.9498 es decir el 94.98% de las piezas serán aceptadas categorizadas como buenas, mientras que la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ es de

0.02867 o más bien el 2.867% de las piezas estarán tanto fuera de especificación y rechazadas al mismo tiempo por el sistema de medición categorizadas como piezas malas.

Ahora que se tiene las probabilidades de aceptación y rechazo de piezas así también como los riesgos de productor y consumidor que se pueden producir en un proceso de fabricación usando dos criterios de aceptación que en este caso es el estadístico *ndc* para el método AIAG obtenidos de la fig.4.8 y el *C.A. Isoplot* para el método del Isoplot® extraídos de la fig.4.13 realizando una comparativa entre ambos métodos como se muestra en la tabla 4.16 a continuación:

Tabla 4-16 Comparación entre el método AIAG y el método Isoplot® (Fuente: Elaboración propia)

	AIAG	Isoplot®
	<i>ndc = 5, C_pX = 0.7</i>	<i>C.A. Isoplot = 3.5355, C_pX = 0.7</i>
Riesgo del Productor (δ)	0.0154877	0.01448
Riesgo del Consumidor (β)	0.00726	0.00705
Probabilidad de Aceptación	0.9489	0.9498
Probabilidad de Rechazo	0.028468	0.02867

Como se puede observar en la tabla 4-16 el método AIAG tiene un menor porcentaje de aceptación con un 94.89%, en cambio al método Isoplot® que tiene un 94.98%, también con un pequeño cambio en la probabilidad de rechazo entre ambos métodos de un 2.846% y

2.867% para el AIAG y el Isoplot® respectivamente, en donde la diferencia más importante es presentada en los diferentes riesgos, el cual tiene un riesgo del productor de 1.548% para el AIAG contra el 1.448% del Isoplot® es poca la diferencia a simple vista pero si se tratara de una producción a gran escala en donde se fabrican miles de productos al día se consideraría como un riesgo grande, un ejemplo práctico sería en donde una empresa fabricaran un millón de productos al día, la diferencia entre ambos métodos sería de 1003.394 de productos categorizados como riesgo de productor, es decir que estos 1003.394 de productos pueden estar dentro de especificación pero pueden ser rechazados por el sistema de medición, mientras que la diferencia entre riesgo del consumidor para ambos métodos es de 204.30 de productos es decir productos que estarán fuera de especificación pero a la vez podrían ser aceptadas por el sistema de medición, esto generaría costos y doble re-trabajo a la empresa debido a que primero, se pueden considerar las piezas como defectos o malas cuando en realidad no lo son y segundo, al tener que realizar otra medición de las piezas para comprobar si están fuera o no de especificación.

Por lo que se puede concluir en esta comparación es que el criterio de aceptación del método Isoplot® es mejor en tanto para estimar un mayor porcentaje de aceptación de piezas y también la estimación de bajas probabilidades de los riesgos de productor y consumidor que el método AIAG, del mismo modo se debe considerar que para este caso el AIAG toma en cuenta que el sistema de medición es capaz debido a que se tiene un $ndc = 5$, en donde se ha determinado y explicado anteriormente que si este estadístico es mayor a 5 es considerado aceptable o capaz el sistema de medición, en cambio para el método de Isoplot® se considera que el sistema de medición es ineficaz debido a que $C.A. Isoplot = 3.5355$ en donde este estadístico debe ser igual o mayor a 6 descrito por Chen (2014) o también mayor a 8.5 que es especificado por Qiaolin & Wenkui (2008), de manera que para ambos caso es considerado menor a 6 y a 8.5 respectivamente, por lo que el sistema de medición es incapaz o inaceptable.

Por ese motivo se agregó una comparativa de riesgos de consumidor y productor en base a diferentes niveles de ndc y diferentes niveles de $C.A. Isoplot$ con un mismo nivel de P (D)

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

para ambos casos, considerando diferentes situaciones, en donde primero se encuentre un sistema de medición ineficaz, después uno donde sea apenas aceptable y otro en donde sea aceptable.

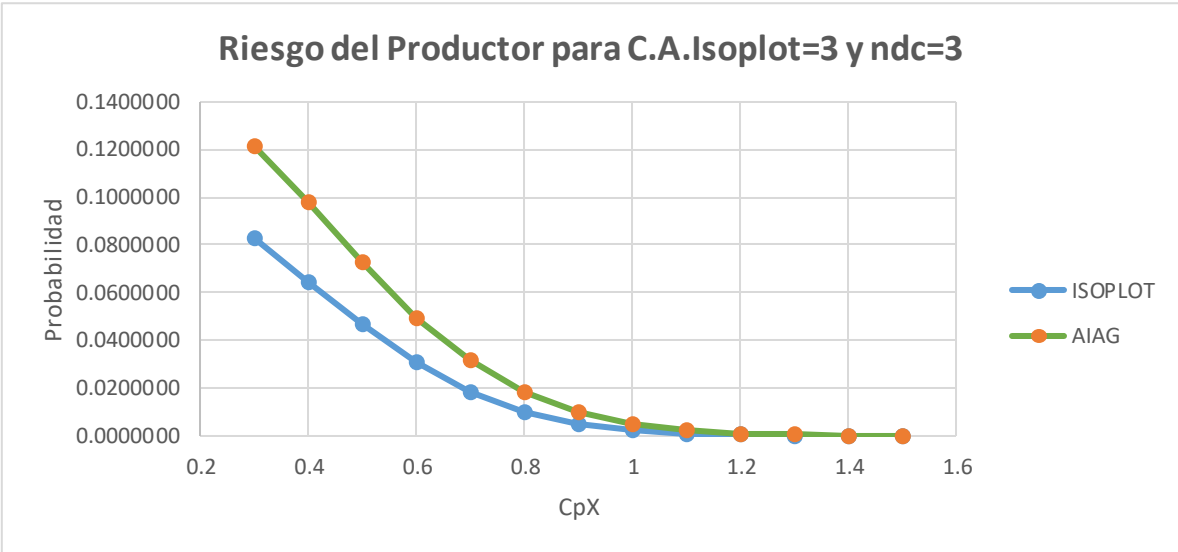


Figura 4.14 Riesgo de Productor para C.A.Isoplot =3 y ndc=3 (Fuente: Elaboración propia)

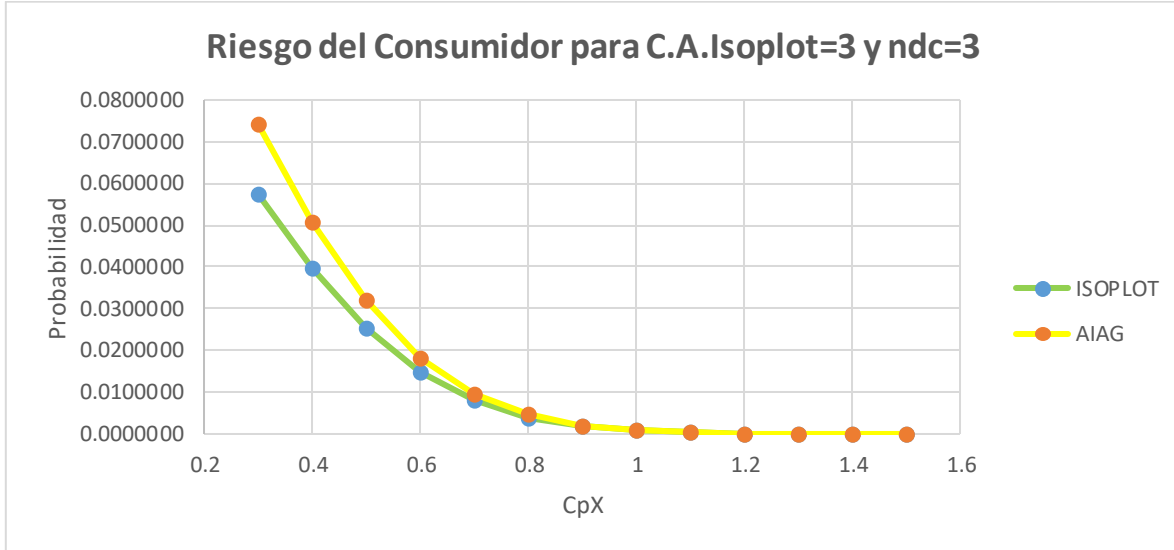


Figura 4.15 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =3 y $ndc=3$ (Fuente: Elaboración propia)

Como se puede observar en las Figuras 4.14 y 4.15 la probabilidad de riesgo proporcionado por el AIAG es mayor en ambos casos, además que en ambas graficas se están tomando valores de un sistema de medición incapaz en donde se puede apreciar el valor de cada estadístico como $ndc=3$ y C.A.Isoplot=3. De manera que el Isoplot® proporciona un valor en los riesgos menor.

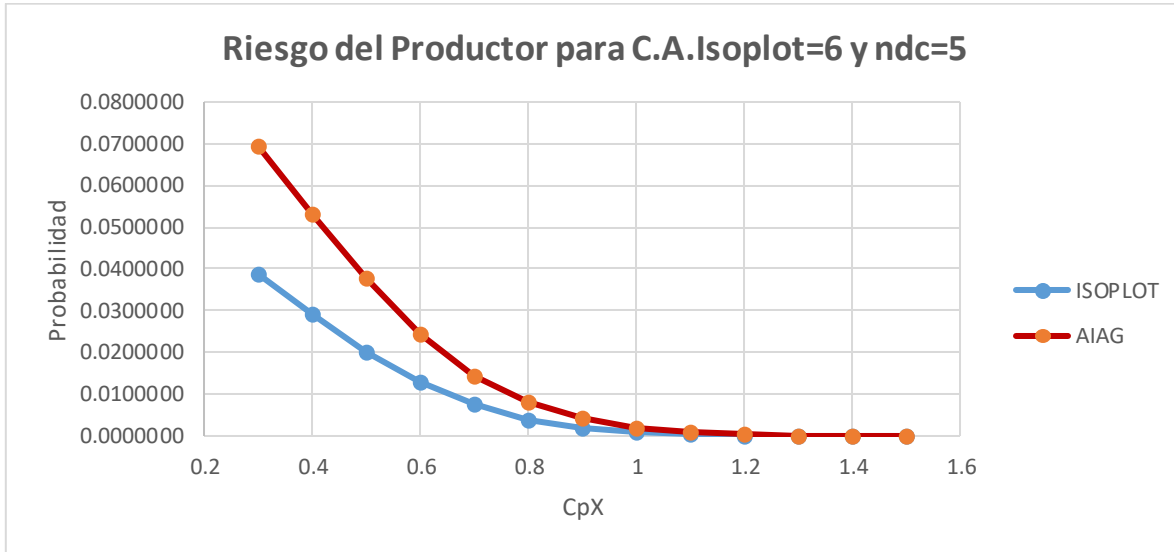


Figura 4.16 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =6 y $ndc=5$ (Fuente: Elaboración propia)

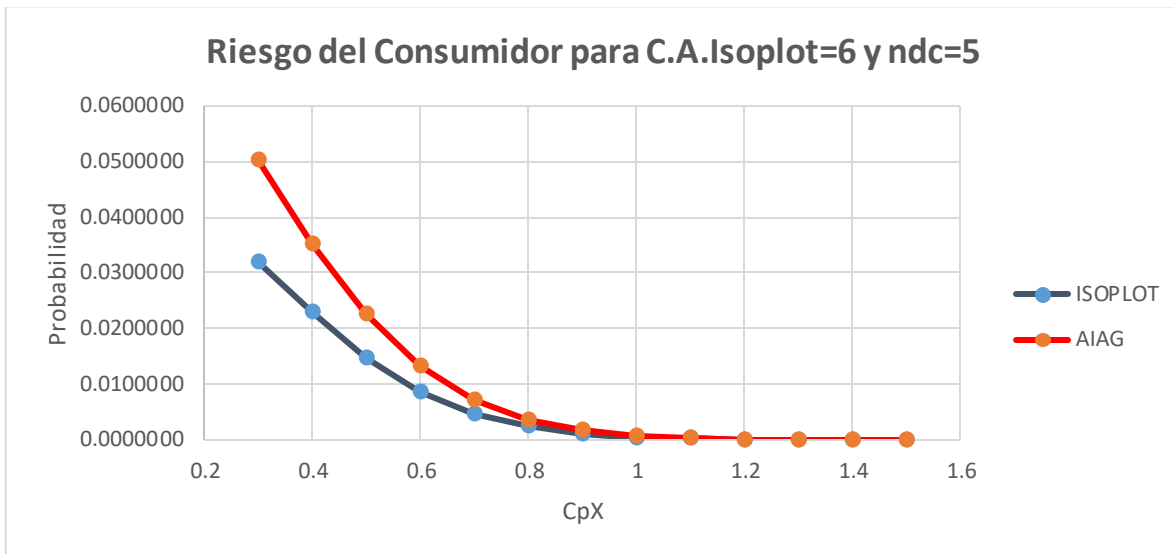


Figura 4.17 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =6 y $ndc=5$ (Fuente: Elaboración propia)

Las figuras 4.16 y 4.17 muestran la comparación entre los diferentes riesgos a través de su comportamiento a diferentes niveles de C_pX para un proceso aceptable, esto quiere decir

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

que cuando se tiene un $ndc=5$ y un C.A.Isoplot=6 el método AIAG proporciona un valor mayor en los riesgos que el Isoplot®.

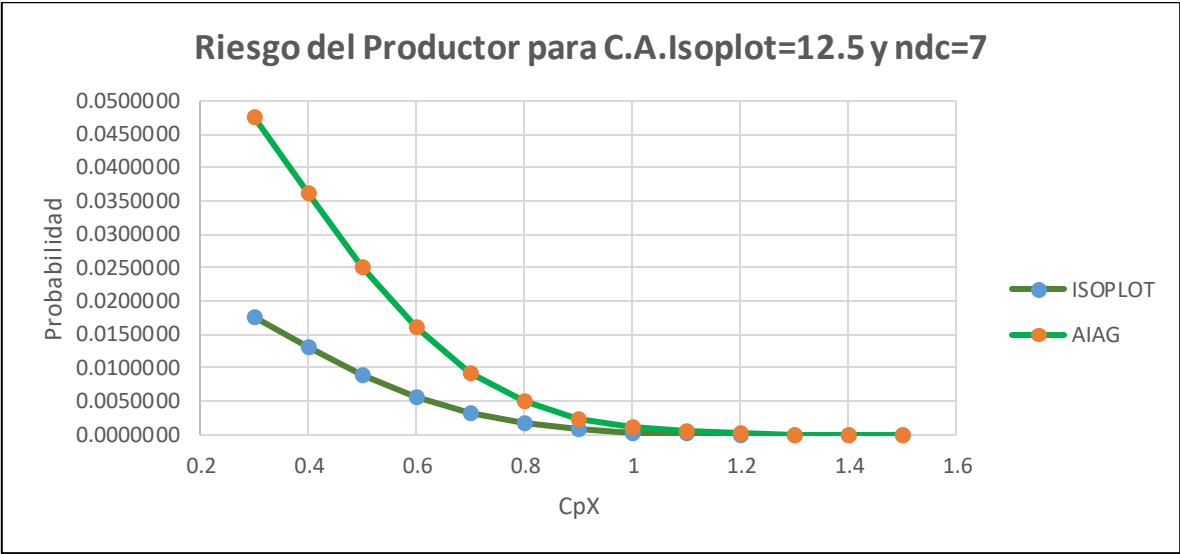


Figura 4.18 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =12.5 y $ndc=7$ (Fuente: Elaboración propia)

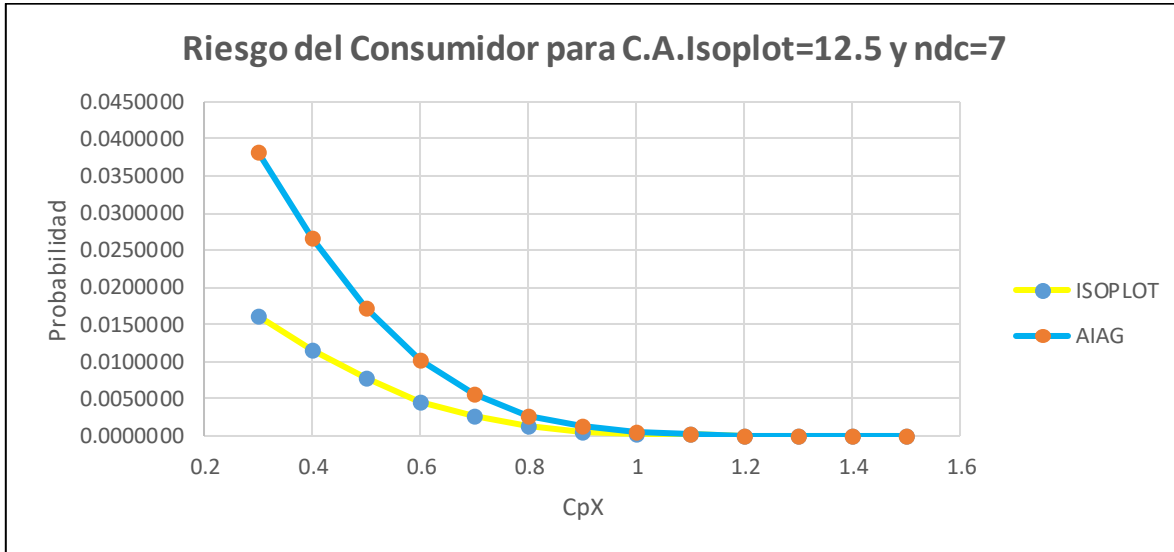


Figura 4.19 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =12.5 y $ndc=7$ (Fuente: Elaboración propia)

Mientras que las figuras 4.18 y 4.19 simulan un proceso más aceptable que del que se tiene en las figuras 4.16 y 4.17 al tener un $ndc=7$ y un C.A.Isoplot=12.5, de igual manera se puede observar que el método AIAG proporciona un riesgo de consumidor y de productor más alto que el Isoplot®.

Ahora para la comparación con el método Isoplot® y el EMP se generaron otras tablas con estimaciones de probabilidad para los riesgos de consumidor y productor a diferentes valores de C_pX y diferentes criterios de aceptación del EMP (ICC), este criterio ayuda a la estimación de los riesgos de productor y consumidor. Considerando que $X_i \sim N(\mu_X, \sigma_P^2)$, $\epsilon_j \sim N(0, \sigma_{GR\&R}^2)$ y $Y_k \sim N(\mu_X, \sigma_P^2 + \sigma_{GR\&R}^2)$ en donde los valores de μ_X, σ_P^2 son valores conocidos al igual que el valor de $\sigma_{GR\&R}^2$. Por lo que antes se consideraba la función descrita por el método Isoplot® que estaba dada como L/W de tal manera que $C.A. Isoplot = \sigma_P^2 / \sigma_{GR\&R}^2$ que a su vez es igual $C.A. Isoplot = ndc / \sqrt{2}$. Por lo tanto se utiliza el coeficiente de correlación intraclass (ICC) que es igual a $\frac{\sigma_P^2}{\sigma_{GR\&R}^2 + \sigma_P^2}$ por medio de

Monte Carlo se realizaron diferentes estimaciones para distintos casos de C_pX y ICC obteniendo las siguientes probabilidades de riesgos mostrados en la tabla 4-17 de a continuación

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla 4-17 Probabilidades de Riesgo de Productor y Consumidor en base a $P(D)$ e ICC (Fuente: Elaboración propia)

Riesgo de Productor* Riesgo de Consumidor*		P(D)				
		0.36812025	0.23013934	0.13361440	0.07186064	0.03572884
		Cp X				
		0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
ICC	0.5	0.266454722	0.240975556	0.201147778	0.156905139	0.114857083
		0.109724722	0.075185417	0.045686944	0.025700833	0.01313375
	0.6	0.2204442	0.19130625	0.153943194	0.114884583	0.080252222
		0.102909444	0.069333056	0.042315	0.023685	0.012300694
	0.65	0.197894028	0.169027361	0.133553333	0.097763194	0.066518472
		0.097877917	0.065769722	0.040394028	0.022805833	0.011718333
	0.7	0.175405694	0.147466806	0.113943611	0.082108611	0.054558333
		0.092234583	0.061918056	0.038285278	0.021559167	0.011298333
	0.75	0.152779167	0.126035694	0.096221667	0.067545556	0.043759167
		0.085256944	0.057628472	0.0357375	0.020238889	0.010568889
	0.8	0.130476111	0.105944861	0.078987778	0.054358472	0.034550972
		0.077706111	0.052889722	0.032905	0.018909444	0.009942083
	0.85	0.10751625	0.085482917	0.062630833	0.042068056	0.026184444
		0.068701528	0.046963472	0.029523611	0.0170325	0.00897375
	0.9	0.082313194	0.064334167	0.046133889	0.030294722	0.018404722
		0.057440417	0.039829167	0.025252917	0.014623056	0.007755972
	0.95	0.05501625	0.042091944	0.029484583	0.018865556	0.011054028
		0.042556389	0.029845556	0.019255694	0.011348194	0.006080972
	0.98	0.033109167	0.024728611	0.017119722	0.010699861	0.006156111
		0.028178472	0.020039306	0.013054444	0.007728194	0.00422875
	0.99	0.02272625	0.017011944	0.011562917	0.007217639	0.004104722
		0.020339722	0.014622917	0.00952875	0.005741111	0.003105417

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla 4-17 Continuación...

Riesgo de Productor* Riesgo de Consumidor*		P(D)				
		0.01639507	0.00693395	0.00269980	0.00096685	0.00031822
		Cp X				
		0.8	0.9	1	1.1	1.2
ICC	0.5	0.079528333	0.051956806	0.03229	0.019015556	0.010751667
		0.006141944	0.002685278	0.001065	0.00038375	0.00012625
	0.6	0.052279028	0.032049028	0.018413194	0.009981389	0.005053889
		0.005816806	0.002551944	0.001014722	0.000360694	0.000128889
	0.65	0.042395139	0.024955972	0.013819444	0.007194444	0.00348625
		0.005556111	0.0024325	0.000968194	0.000354167	0.000120694
	0.7	0.033684722	0.019380139	0.010345417	0.005120833	0.002395278
		0.005315972	0.002336667	0.000930972	0.000350833	0.00011625
	0.75	0.026375	0.014672222	0.0075325	0.003596944	0.001619306
		0.005095278	0.002219167	0.000895833	0.000324722	0.000115833
	0.8	0.02021125	0.010917917	0.005421806	0.002523889	0.001055556
		0.004723333	0.002099306	0.000846667	0.000318333	0.000105417
	0.85	0.014876389	0.007808333	0.003739444	0.001670278	0.000672639
		0.004350278	0.001891111	0.000794583	0.000277361	0.000105833
	0.9	0.010155556	0.00517125	0.002425139	0.001035833	0.000415
		0.003755972	0.001727361	0.000677917	0.00025	8.66667E-05
	0.95	0.005927639	0.002877361	0.001333611	0.000556528	0.000214028
		0.003002222	0.00134125	0.000547639	0.0002075	7.04167E-05
	0.98	0.003217639	0.00156375	0.000684861	0.000281528	9.51389E-05
		0.002092778	0.000936944	0.000399583	0.000156389	5.06944E-05
	0.99	0.002105139	0.001011111	0.000455833	0.000179861	6.13889E-05
		0.001556806	0.000693889	0.000307917	0.000119306	4.125E-05

Tabla 4-17 *Continuación...*

Riesgo de Productor* Riesgo de Consumidor*		P(D)		
		0.00009619	0.00002669	0.00000680
		Cp X		
		1.3	1.4	1.5
ICC	0.5	0.0057375	0.002951111	0.001443194
		3.91667E-05	1.19444E-05	0.0000025
	0.6	0.002453472	0.001110694	0.000491528
		3.68056E-05	1.04167E-05	3.61111E-06
	0.65	0.001600556	0.000699583	0.000278333
		3.63889E-05	1.08333E-05	2.36111E-06
	0.7	0.001033889	0.000425	0.000155694
		3.54167E-05	1.04167E-05	1.94444E-06
	0.75	0.000671389	0.000260278	8.75E-05
		3.05556E-05	8.33333E-06	2.77778E-06
	0.8	0.000419167	0.000156944	5.83333E-05
		3.43056E-05	1.09722E-05	1.94444E-06
	0.85	0.000247361	9.23611E-05	2.72222E-05
		2.84722E-05	7.77778E-06	2.22222E-06
	0.9	0.000142083	5.20833E-05	1.52778E-05
		0.00003	7.63889E-06	1.38889E-06
	0.95	7.06944E-05	2.40278E-05	6.80556E-06
		2.38889E-05	6.52778E-06	2.08333E-06
	0.98	0.00003375	9.02778E-06	1.80556E-06
		0.000015	4.86111E-06	1.11111E-06
	0.99	2.31944E-05	7.91667E-06	2.63889E-06
		1.19444E-05	3.61111E-06	8.33333E-07

En la figura 4.20 se muestra el gráfico de contorno del riesgo del productor en base a diferentes niveles de $P(D)$ e ICC , mientras que la figura 4.21 se presenta el gráfico de superficie tridimensional tomando como respuesta el riesgo del productor.

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

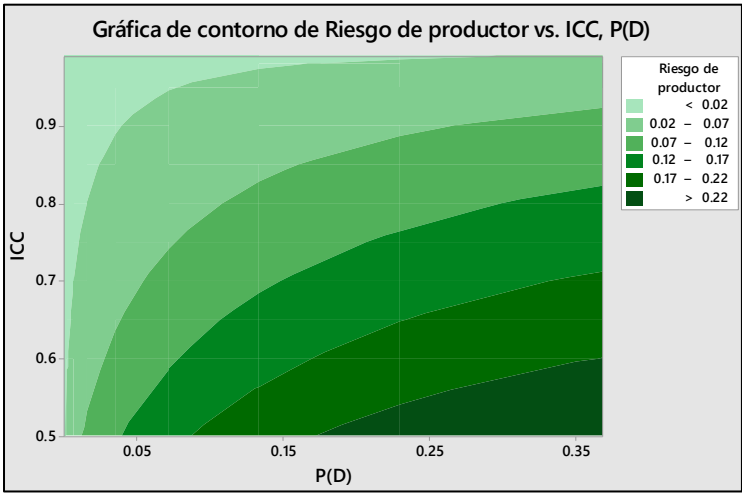


Figura 4.20 Grafica de Contorno del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) e ICC (Fuente: Elaboración propia)

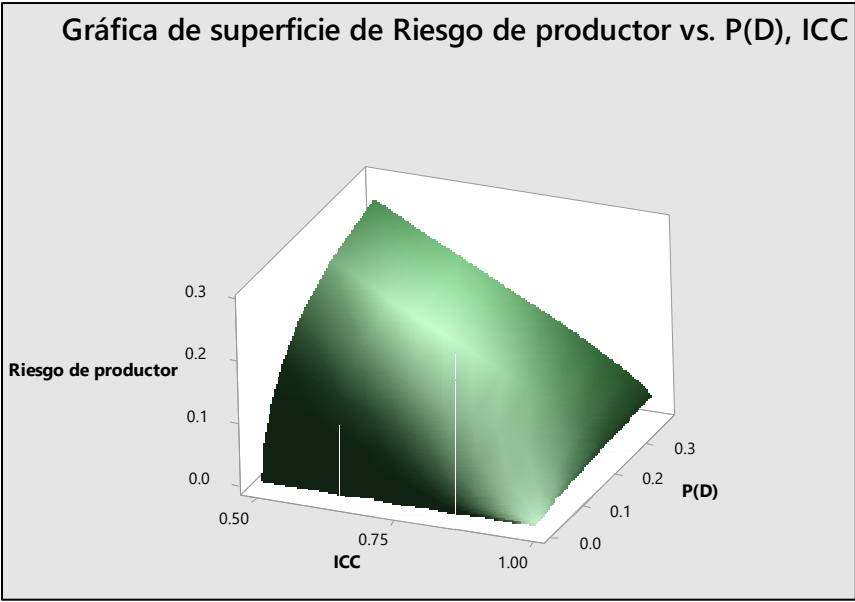


Figura 4.21 Grafica de Superficie del Riesgo del Productor para diferentes niveles de P (D) e ICC (Fuente: Elaboración propia)

Como se puede observar en la figura 4.21 entre un mayor nivel de $P(D)$ y un bajo nivel de ICC el riesgo del productor tiende a disminuir generando una pendiente. De tal forma que el factor que influye la variable de respuesta del riesgo del productor son los diferentes niveles de ICC. Mientras que las figuras 4.22 y 4.23 muestran los gráficos de contorno y de superficie tridimensional para la respuesta del riesgo del consumidor y de igual manera en base a diferentes niveles de $P(D)$ e ICC.

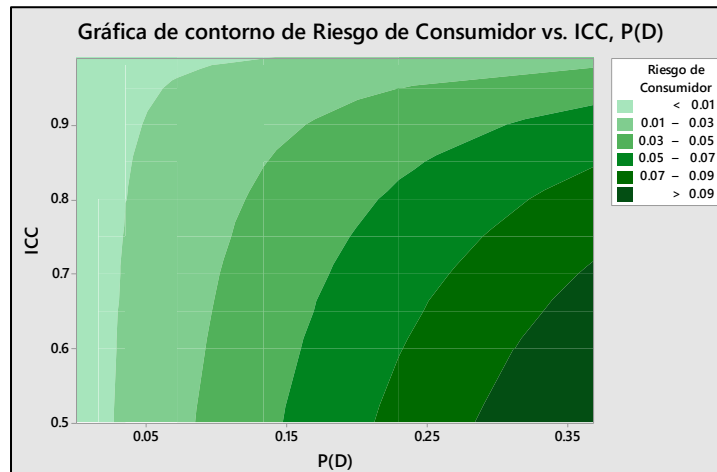


Figura 4.22 Grafica de Contorno del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de $P(D)$ e ICC (Fuente: Elaboración propia)

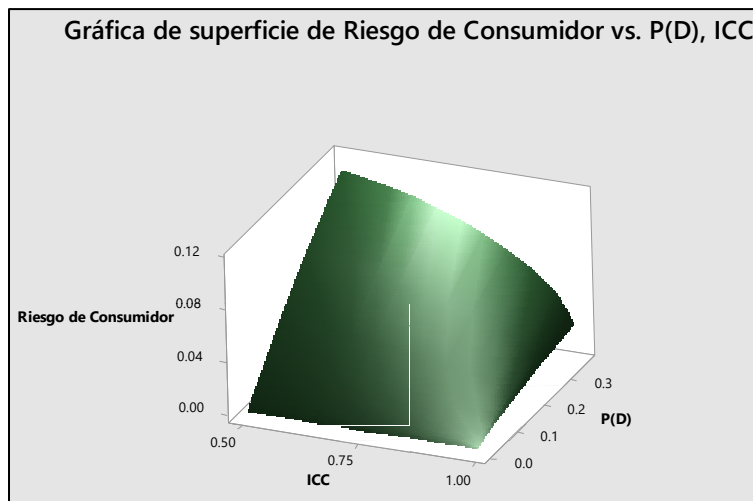


Figura 4.23 Grafica de Superficie del Riesgo del Consumidor para diferentes niveles de $P(D)$ e ICC (Fuente: Elaboración propia)

De igual manera que en la comparación anterior se busca los riesgos del consumidor y productor a través de la tabla 4-17, pero esta vez para un valor de $ICC = 0.925925926$, esto se debe a que $ICC = \sigma_P^2 / \sigma_{GR\&R}^2 + \sigma_P^2$ por lo que $ndc = \sqrt{2} * \sigma_P^2 / \sigma_{GR\&R}^2$ por tanto

$ICC = ndc^2 / ndc^2 + 2$ entonces sí $ndc = 5$ entonces $ICC = 0.92592$ con un valor de $CpX = 0.7$, por medio de interpolación se determina que el valor de $\delta = 0.01460$ y $\beta = 0.0069$ de manera que nos da que el **1.460%** de las piezas estarán dentro de especificación pero pueden ser rechazadas por el sistema de medición, mientras que el **0.69%** de las piezas estarán fuera de especificación pero a la vez podrían ser aceptadas por el sistema de medición.

El cálculo de que $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ del total de las piezas, y la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ de las piezas es estimada por medio del árbol de eventos en base a los riesgos del consumidor y productor cuando $P(X_{Aceptada}, Y_{Rechazada}) = 0.01460$ y $P(X_{Rechazada}, Y_{Aceptada}) = 0.00697$ respectivamente, quedando el árbol de eventos de la siguiente manera:

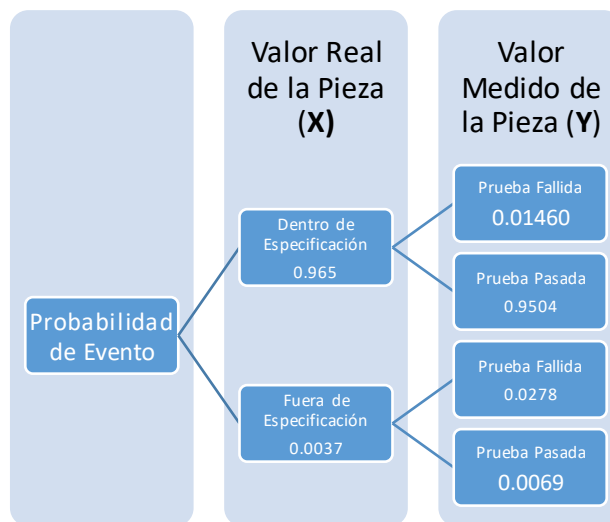


Figura 4.24 Árbol de Eventos para $\delta = 0.01460$ y $\beta = 0.0069$ (Fuente: Elaboración propia)

Se tiene el valor de $C_pX = 0.7$ igual que el caso anterior de manera que su probabilidad de defecto ($P(D)$) es de 0.035728 es decir por cada millón de piezas 35,728 serán categorizadas como defectuosas, por ello la $P(X_{Aceptada}, Y_{Aceptada})$ es de 0.9504 es decir el 95.04% de las piezas serán aceptadas categorizadas como buenas como se muestra en la fig.4.24, mientras que la $P(X_{Rechazada}, Y_{Rechazada})$ es de 0.0278 o más bien el 2.78% de las piezas estarán tanto fuera de especificación y rechazadas al mismo tiempo por el sistema de medición categorizadas como piezas malas.

Teniendo las probabilidades de aceptación y rechazo de piezas así como también los riesgos de productor y consumidor, usa los dos criterios de aceptación que en este caso es el estadístico *C.A. Isoplot* para el método del Isoplot® extraídos de la fig.4.13 y el ICC para el método EMP obtenido de la fig.4.24, realizando una comparativa entre ambos métodos como se muestra en la tabla 4.16 a continuación:

Tabla 4-18 Comparación entre el método AIAG y el método Isoplot® (Fuente: Elaboración propia)

	EMP	Isoplot®
	<i>ICC = 0.9259, C_pX = 0.7</i>	<i>C.A. Isoplot = 3.5355, C_pX = 0.7</i>
Riesgo del Productor (δ)	0.01460	0.01448
Riesgo del Consumidor (β)	0.0069	0.00705
Probabilidad de Aceptación	0.9504	0.9498
Probabilidad de Rechazo	0.0278	0.02867

Como se puede observar en la tabla 4-20 el método Isoplot® tiene un pequeño menor en el porcentaje de aceptación de un 94.98% en comparación al método EMP que tiene un 95.04%, también con un pequeño cambio en la probabilidad de rechazo entre ambos métodos de un 2.867% y 2.78% para el Isoplot® y el EMP respectivamente aunque la diferencia en los diferentes riesgos es casi idéntica el cual está conformada con un 1.448% en el riesgo del productor del Isoplot® y 1.460% en el EMP es poca la diferencia a simple vista pero si se tratara de una producción a gran escala en donde se fabrican miles de productos al día se consideraría como un riesgo grande por ejemplo una empresa que fabricara un millón de productos al día, la diferencia entre ambos métodos sería de 120 productos categorizados como riesgo de productor, por lo que estos 120 de productos pueden estar dentro de especificación pero pueden ser rechazados por el sistema de medición, mientras que la diferencia entre riesgo del consumidor para ambos métodos es de 150 productos es decir productos que estarán fuera de especificación pero a la vez podrían ser aceptadas por el sistema de medición lo que generaría como en los peores casos costos o doble re-trabajo a la empresa.

Por lo que se puede concluir en esta comparación es que el criterio de aceptación del método Isoplot® es un poco menor que el EMP para estimar un mayor porcentaje de aceptación de piezas y rechazo, también para la estimación de la probabilidad del riesgo de consumidor solo en el caso del riesgo del productor en donde se tiene una estimación mejor, se debe considerar que para este caso que para el EMP su índice de aceptación es aceptable al tener un $ICC = 0.92592$, en cambio para el método de Isoplot® se considera que el sistema de medición es ineficaz debido a que $C.A. Isoplot = 3.5355$ en donde este estadístico debe ser igual o mayor a 6 descrito por Chen (2014) o también mayor a 8.5 que es especificado por Qiaolin & Wenkui (2008), de manera que para ambos caso es considerado menor a 6 y a 8.5 respectivamente, por lo que el sistema de medición es incapaz o inaceptable.

¿Pero cuál es mejor de los dos? Para resolver esta pregunta se agregó una comparativa de riesgos de consumidor y productor en base a diferentes niveles de *ICC* y *C.A. Isoplot* con un mismo nivel de *Cpx* para ambos casos, considerando diferentes situaciones, en donde primero se encuentre un sistema de medición ineficaz, después uno donde sea apenas aceptable y otro en donde sea aceptable. La figura 4.25 muestra una comparativa para cuando *C.A. Isoplot* = 3 y *ICC* = 0.70 mostrando que el método EMP tiene un nivel alto de probabilidad de riesgo en comparación al Isoplot® que tiene un menor riesgo de productor, de igual manera que en la fig. 4.26 en donde el método Isoplot® persiste con un grado menor de riesgo de consumidor que el método EMP.

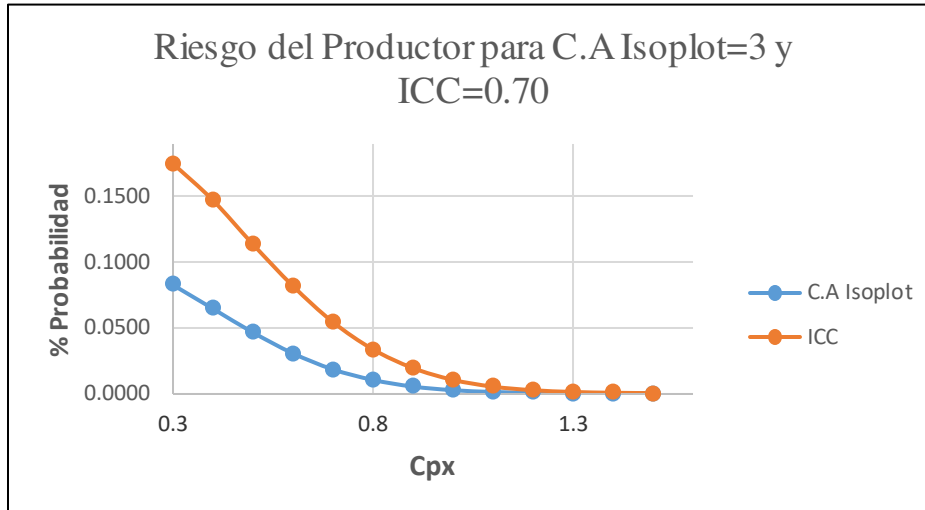


Figura 4.25 Riesgo de Productor para C.A.Isoplot =3 e *ICC*=0.70 (Fuente: Elaboración propia)

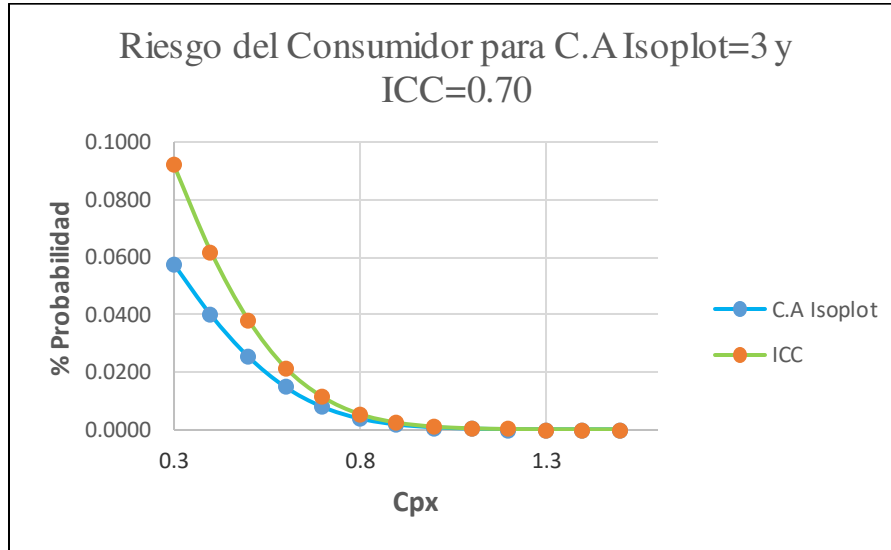


Figura 4.26 Riesgo de consumidor para C.A.Isoplot =3 e ICC=0.70 (Fuente: Elaboración propia)

En las Figuras 4.27 y 4.28 la probabilidad de riesgo proporcionado por el EMP es mayor en ambos casos, además que en ambas graficas se están tomando valores de un sistema de medición capaz en donde se puede apreciar el valor de cada estadístico como ICC=0.80 y C.A.Isoplot=6 a lo que el Isoplot® proporciona un valor en los riesgos menor.

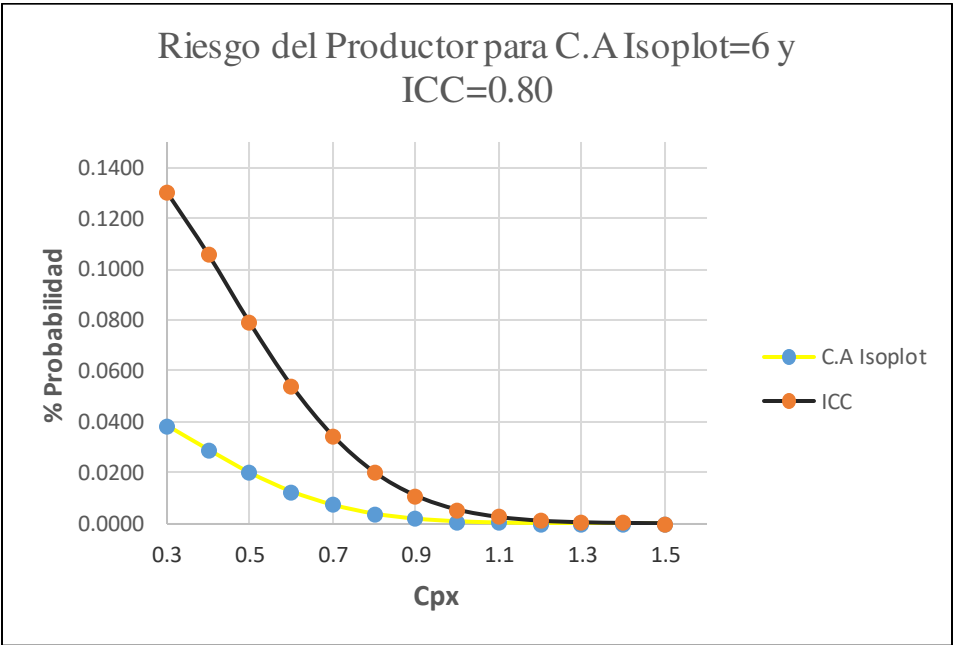


Figura 4.27 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =6 e ICC=0.80 (Fuente: Elaboración propia)

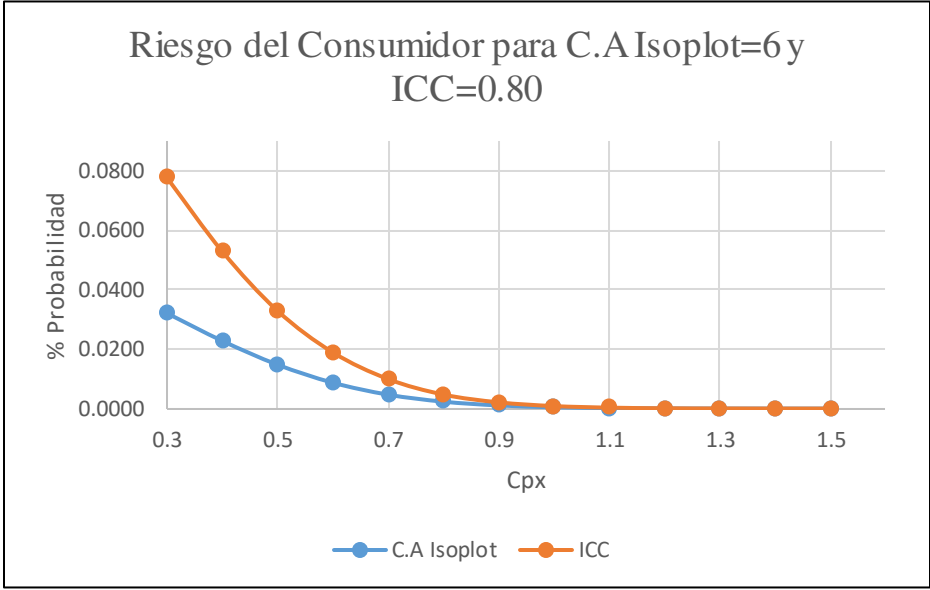


Figura 4.28 Riesgo del consumidor para C.A.Isoplot =6 e ICC=0.80 (Fuente: Elaboración propia)

Mientras que las figuras 4.29 y 4.30 simulan un proceso más aceptable que del que se tiene en las figuras 4.27 y 4.28 al tener un $ICC=0.99$ y un $C.A.Isoplot=12.5$, de igual manera se puede observar que el método EMP proporciona un riesgo de consumidor y productor más alto que el Isoplot®.

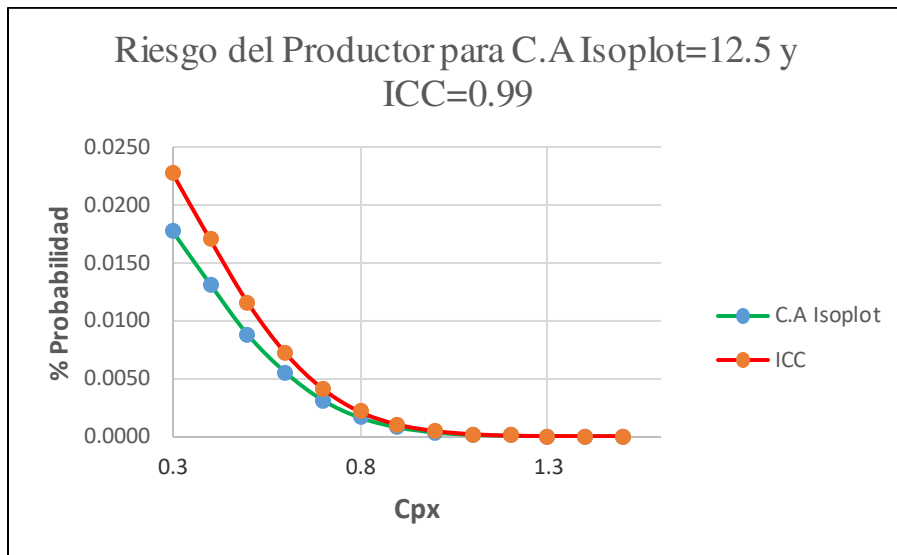


Figura 4.29 Riesgo del Productor para C.A.Isoplot =12.5 e $ICC=0.99$ (Fuente: Elaboración propia)

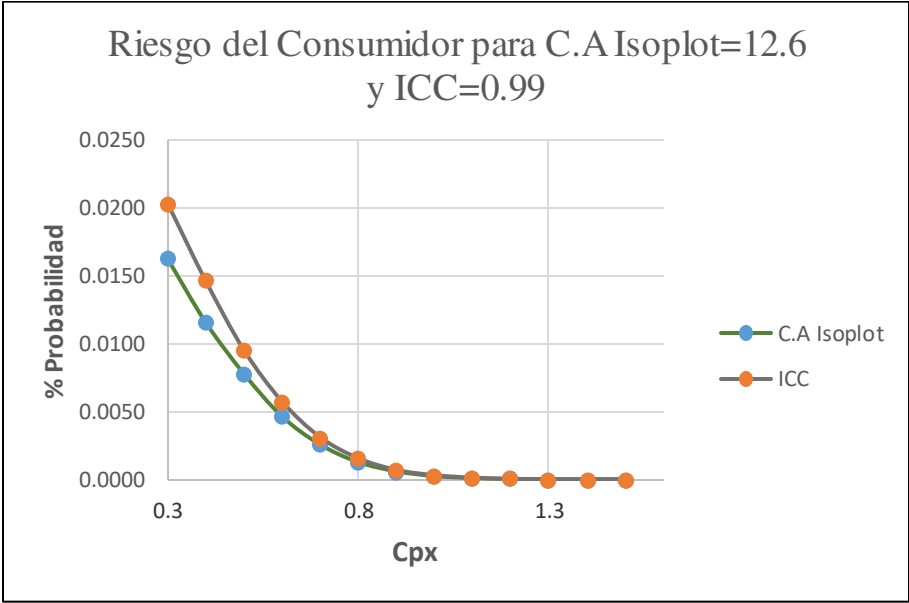


Figura 4.30 Riesgo del Consumidor para C.A.Isoplot =12.5 e ICC=0.99 (Fuente: Elaboración propia)

4.3. Conclusiones

Se analizaron los diferentes métodos alternativos de repetibilidad y reproducibilidad para la variabilidad en los sistemas de medición como fue mencionado en el objetivo general también se compararon para la reducción de la repetibilidad y reproducibilidad validando el método más preciso.

Ambos métodos comienzan esencialmente con las mismas estimaciones, el método ANOVA por parte del AIAG es más estricto en cuanto se refiere a la aceptación, pero esto no quiere decir que el método este en lo correcto o sea mejor debido a que existe la probabilidad que este rechazando “valores” aceptables en el criterio de aceptación y también de manera viceversa aceptando “valores” negativos. Por tanto ambos brindan resultados teóricamente sólidos, fáciles de interpretar y útiles mostrando que este sistema de medición tiene una muy buena utilidad para medir este producto. Por lo que la comparación entre el AIAG y el EMP se concluyó que el método AIAG es menos preciso en cuanto al EMP, esto se observó al comparar los diferentes coeficientes de variación obtenidos por medio de la desviación estándar y la media del número de categorías, así también como la desviación estándar y la media del coeficiente de correlación intraclase de ambos métodos determinado que el EMP tiene un rango de variación menor que el AIAG por lo que es más preciso el método EMP.

En cuanto a la comparación del AIAG e Isoplot® se examinó el cálculo de los riesgos del consumidor y productor ocasionados por el sistema de medición, determinando que el valor de C_pX y ndc son factores que influyen en los riesgos, se encontró que teniendo un valor alto en C_pX se reduce considerablemente los diferentes tipos de riesgos, en cambio un menor ndc genera una mayor incertidumbre en la mediciones creando una mayor dispersión de los datos en el plano bidimensional, también se presentaron diferentes tablas que contienen algunas estimaciones de valores de probabilidad para los riesgos de consumidor y productor para diferentes niveles de C_pX y ndc , además otras tablas para diferentes valores de C_pX y C.A.Isoplot, apreciando que las probabilidades del riesgo de consumidor en las

diferentes tablas son mayores a las del consumidor, suponiendo que el mayor problema del proceso es causado por el sistema de medición, es decir, que aunque se produzcan bien las piezas, si el sistema de medición está mal existirá un gran número de rechazos, generando costos y doble re-trabajo a la empresa debido a que primero, se pueden considerar las piezas como defectos o malas cuando en realidad no lo son y segundo, al tener que realizar otra medición de las piezas para comprobar si están fuera o no de especificación, en otras palabras, aun que nuestro proceso tenga un buen valor en C_pX , aun así existirá un porcentaje de rechazos de piezas debido a nuestro mal valor en ndc o C.A.Isoplot.

Por lo cual se puede decir que el método Isoplot® es mejor que el AIAG esto se puede apreciar en la tabla 4-16 en donde se tiene un menor riesgo de consumidor y productor por parte del Isoplot® y reiterando esto en las Fig.4-14 hasta 4-19 en donde para diferentes niveles de ndc y C.A.Isoplot el método Isoplot® mantiene un valor bajo en los dos riesgos, de modo que cuantifica el rendimiento del sistema de medición de una manera mejor.

En la tercera comparación entre el método Isoplot® y el EMP se pudo apreciar que el EMP estimó los porcentajes de aceptación y rechazo mejor que el Isoplot® y un muy poco la diferencia entre los riesgos observándolo en la tabla 4.20 pero solamente en este ejercicio realizado, ya que las fig. 4.25 - 4.30 fue un caso contrario al apreciar que el EMP tiene valores más grandes en los riesgos determinando que el método Isoplot® tienen menor riesgo de consumidor y productor, debido a que el EMP tiene un gran valor en ambos riesgos desde su primer valor de C_{px} (que en este caso 0.3) viendo la diferencia cuando este valor es mayor reduciendo en gran número los riesgos por lo que iguala casi al Isoplot® pero este último teniendo una mejor estimación lo cual es considerado mejor y eficaz que el EMP.

Como recomendación personal los valores estimados de los riesgos pueden ser empleados para evaluaciones de costos de calidad y para toma de decisiones sobre problemas de calidad y medición así también como guía en donde se es necesaria una rápida estimación

de estos riesgos en la área de producción de manera que el operador o ingeniero puede estimarlos con el hecho de solo conocer el valor inmediato de C_pX y ndc que se tiene en ese momento.

Bibliografía

- AIAG. (2010). *Measurement Systems Analysis Reference Manual* (4 ed.). Detroit, MI., EE.UU.: Automotive Industry Action Group (AIAG).
- Al-Refai, A. &. (2010). Evaluating measurement and process capabilities by GR&R with four quality measures. *Measurement*, 43(6), 842-851.
- Asplund, M. &. (2016). Evaluating the measurement capability of a wheel profile measurement system by using GR&R. *Measurement*, 92, 19-27.
- Badiru, A. B. (2015). *Handbook of Measurements: Benchmarks for Systems Accuracy and Precision* (Vol. 37). CRC Press.
- Barrentine, L. B. (2003). *Concepts for R&R studies* (2 ed.). Milwaukee, Wisconsin, EE.UU.: ASQ Quality Press.
- Bayes, T., Price, R., & Canton, J. (1763). An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Phil. Trans*, 53, 370–418.
- Burdick, R. K., Borror, C. M., & Montgomery, D. C. (2003). A review of methods for measurement systems capability analysis. *Journal of Quality Technology*, 35(4), 342-354.
- Burdick, R. K., Borror, C. M., & Montgomery, D. C. (2005). *Design and analysis of gauge R&R studies: making decisions with confidence intervals in random and mixed ANOVA models*. (Vol. 17). Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Cecconi, M. R. (2009). Bench to bedside review: the importance of the precision of the reference technique in method comparison studies with specific reference to the measurement of cardiac output. *Critical Care*, 13(1), 201.
- Chen, W. K. (2014). Is the Isoplot an Ellipse? A Study on Isoplot for the Measurement System Analysis. *Quality Engineering*, 26(3), 350-358.
- Cox, S. (2011). Concise process improvement methods. (*Doctoral dissertation*). Durham University, England.

- David, H. A. (1951). Further applications of range to the analysis of variance. *Biometrika*, 38(3/4), 393-409.
- Deming, W. E. (1943). *Statistical Adjustment of Data* (1 ed.). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Dhawale, M. R. (2013). Evaluating Measurement Capabilities by Gauge R&R Using ANOVA for Reliability. *system*, 3(3), 726-730.
- Doganaksoy, N. (2001). Assessment of impact of measurement variability in the presence of multiple sources of product variability. *Quality Engineering*, 13(1), 83-89.
- Duncan, A. J. (1974). *Quality control and industrial statistics* (5 ed.). Homewood, Illinois, EE.UU.: Richard D. Irwin, Inc.
- Eisenhart, C. (1963). Realistic Evaluation of the Precision and Accuracy of Instrument Calibration Systems. *Journal of Research, NBS - C - Engineering and Instrumentation*, 67c(2), 161-187.
- Hoffa, D. W. (2007). Gauge R&R: an effective methodology for determining the adequacy of a new measurement system for micron-level metrology. *Agricultural and Biosystems Engineering Conference Proceedings and Presentations*, 347, 139-145.
- Hoffman, P. (1998). The Man Who Loved Only Numbers: The Story of Paul Erdos and the Search for Mathematical Truth. *Hyperion*, 238-239.
- ISO 5725-1. (1994). *Accuracy (Trueness and Precision) of Measurement Methods and Results-Part 1: General Principles and Definitions*. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization.
- Johnson, R. (2008). *Estadística Elemental: Lo esencial* (10 ed.). Cengage Learning Editores, S.A.
- Mader, D. P., Prins, J., & Lampe, R. E. (1999). The economic EVIPACT of measurement error. *Quality Engineering*, 11(4), 563-574.
- Maibaum, G. (1976). *Teoría de probabilidades y estadística matemática* (1 ed.). Berlin, Alemania: Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- McCarville, D. R., & Montgomery, D. C. (1996). Optimal Guard Bands for Gauges in Series. *Quality Engineering*, 9(2), 167-177.

- Metropolis, N. a. (1949). "The Monte Carlo Method.". *J. Amer. Stat. Assoc.*, 44, 335-341.
- Minitab Inc. (2010). MINITAB 16 statistical software. State College, PA, EE. UU.
- Montgomery, D. C. (1993). Gauge capability and designed experiments. Part I: basic methods. *Quality Engineering*, 6(1), 115-135.
- Mottonen, M., Belt, P., Harkonen, J., Haapasalo, H., & Kess, P. (2008). Manufacturing process capability and specification limits. *Open Industrial & Manufacturing Engineering Journal*, 1, 29-36.
- Nelson, L. S. (1975). Use of the range to estimate variability. *Journal of Quality Technology*, 7(1), 46-48.
- Northrop, R. B. (2005). *Introduction to instrumentation and measurements* (2 ed.). Boca Raton, FL: Taylor & Francis Group.
- Patnaik, P. B. (1950). The use of mean range as an estimator of variance in statistical tests. *Biometrika*, 37(1/2), 78-87.
- Platon, V. &. (2014). Monte Carlo Method in risk analysis for investment projects. *Procedia Economics and Finance*, 14, 393-400.
- Pulido, G. &. (2004). *Control estadístico de calidad y seis sigma* (2 ed.). Mexico: McGraw-Hill.
- Qiaolin, Z., & Wenkui, C. (2008). *An Analysis on Measurement System using Isoplot (Master's degree)*. I-Shou University, Department of Industrial Engineering and Management, People's Republic of China.
- Raman Bhakhri, D. R. (2017). Quality Improvement Using GR&R: A Case Study. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 4(6), 3018-3023.
- Robert, C. P. (2004). *Monte Carlo Statistical* (2 ed.). New York, EE.UU: Springer-Verlag Inc.
- Saikaew, C. (2018). An implementation of measurement system analysis for assessment of machine and part variations in turning operation. *Measurement.*, 118, 246-252.
- Seo, S. K. (2014). Two-Dimensional Assessment for Measurement System Analysis. *Journal of the Korean Society for Quality Management*, 42(4), 607-616.

- Shainin, P. D. (1992). Managing SPC, a critical quality system element. In: Proceedings of 46th Annual Quality Congress ASQC. *Shainin Consultants Inc.*, (pp. 251-257). Mt. Vernon WA.
- Shi, L. R. (2016). Latin square design for chip length machine vision measurement system analysis. *Quality Engineering*, 28(4), 381-387.
- Solé, A. C. (1997). *Instrumentación Industrial* (6 ed.). España: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V.
- SPC. (2005). *Statistical Process Control Reference Manual* (2 ed.). Detroit, MI., EE.UU: Automotive Industry Action Group (AIAG).
- Steiner, S. H. (2005). *Statistical Engineering: an algorithm for reducing variation in manufacturing processes* (Vol. 1). Milwaukee, Wisconsin, EE.UU: ASQ Quality Press.
- Stevens, N. T. (2013). Gauge R&R studies that incorporate baseline information. *IIE Transactions*, 45(11), 1166-1175.
- Stevens, N. T. (2014). *Assessment and Comparison of Continuous Measurement Systems*. UWSpace. Retrieved from <http://hdl.handle.net/10012/8976>
- TSAI, P. (1988). Variable gauge repeatability and reproducibility study using the analysis of variance method. *Quality Engineering*, 1(1), 107-115.
- Wheeler, D. J. (2006). *EMP III - Using Imperfect Data*. Knoxville, Tennessee, EE.UU.: SPS Press.
- Wheeler, D. J. (2011). The Evaluating the Measurement Process Approach. In *ASQC Quality Congress Transactions*.
- Wheeler, D. J. (2013). *A Better Way to Do R&R Studies*. Retrieved from Quality Digest: <https://www.qualitydigest.com/inside/twitter-ed/better-way-do-rr-studies.html>
- Wittwer, J. W. (2004, Junio 1). *Monte Carlo Simulation Basics*. Retrieved from Vertex42.com: <https://www.vertex42.com/ExcelArticles/mc/MonteCarloSimulation.html>
- Woodall, W. H. (2000). Using ranges to estimate variability. *Quality Engineering*, 13(2), 211-217.

Woodall, W. H., & Borror, C. M. (2008). Some Relationships Between Gage R&R Criteria.

Quality and Reliability Engineering International, 24(1), 99-106.

Yeh, T. M. (2013). Using the Monte Carlo simulation methods in gauge repeatability and

reproducibility of measurement system analysis. *Journal of applied research and technology*, 11(5), 780-796.

Zanobini, A. S. (2016). Repeatability and reproducibility techniques for the analysis of

measurement systems. *Measurement*, 86, 125-132.

APENDICE A

Tabla A.1 Constantes de tabla de Control (Fuente: adaptación de Duncan 1974)

Número de observaciones en la muestra, N	Tabla de Promedios					Tabla de desviaciones estándar										Factores para la línea central					Factores para los límites de control									
	Factores para los límites de control					Factores para la línea central					Factores para los límites de control					Factores para la línea central					Factores para los límites de control									
	A	A1	A2	A3	A4	c2	1/c2	c4	B1	B2	B3	B4	B5	B6	d2	1/d2	d3	D1	D2	D3	D4	d2	1/d2	d3	D1	D2	D3	D4		
2	2.121	3.760	1.880	2.659	0.5642	1.7725	0.7979	0.000	1.843	0.000	3.267	0.000	2.666	1.128	0.8862	0.853	0.000	3.686	0.000	3.267	1.128	0.8862	0.853	0.000	3.686	0.000	3.267			
3	1.732	2.395	1.023	1.954	0.7236	1.3820	0.8862	0.000	1.858	0.000	2.568	0.000	2.276	1.693	0.5908	0.888	0.000	4.358	0.000	2.575	1.693	0.5908	0.888	0.000	4.358	0.000	2.575			
4	1.500	1.880	0.729	1.628	0.7879	1.2533	0.9213	0.000	1.808	0.000	2.266	0.000	2.088	2.059	0.4857	0.880	0.000	4.698	0.000	2.282	2.059	0.4857	0.880	0.000	4.698	0.000	2.282			
5	1.342	1.596	0.577	1.427	0.8407	1.1894	0.9400	0.000	1.756	0.000	2.089	0.000	1.964	2.326	0.4299	0.864	0.000	4.918	0.000	2.114	2.326	0.4299	0.864	0.000	4.918	0.000	2.114			
6	1.225	1.410	0.483	1.287	0.8686	1.1512	0.9515	0.026	1.711	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0.000	5.079	0.000	2.004	2.534	0.3946	0.848	0.000	5.079	0.000	2.004			
7	1.134	1.277	0.419	1.182	0.8882	1.1259	0.9594	0.105	1.672	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.204	0.076	1.924	2.704	0.3698	0.833	0.205	5.204	0.076	1.924			
8	1.061	1.175	0.373	1.099	0.9027	1.1078	0.9650	0.167	1.638	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.307	0.136	1.864	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.307	0.136	1.864			
9	1.000	1.084	0.337	1.032	0.9139	1.0942	0.9693	0.219	1.609	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.394	0.184	1.816	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.394	0.184	1.816			
10	0.949	1.028	0.308	0.975	0.9227	1.0837	0.9727	0.262	1.584	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.686	5.469	0.223	1.777	3.078	0.3249	0.797	0.686	5.469	0.223	1.777			
11	0.905	0.973	0.285	0.927	0.9300	1.0753	0.9754	0.299	1.561	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.533	0.256	1.744	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.533	0.256	1.744			
12	0.866	0.925	0.266	0.886	0.9359	1.0684	0.9776	0.331	1.541	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.923	5.594	0.283	1.717	3.258	0.3069	0.778	0.923	5.594	0.283	1.717			
13	0.832	0.884	0.249	0.850	0.9410	1.0627	0.9794	0.359	1.523	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693			
14	0.802	0.848	0.235	0.817	0.9453	1.0579	0.9810	0.384	1.507	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672			
15	0.775	0.816	0.223	0.789	0.9490	1.0537	0.9823	0.406	1.492	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.740	0.347	1.653	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.740	0.347	1.653			
16	0.750	0.788	0.212	0.763	0.9523	1.0501	0.9835	0.427	1.478	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637			
17	0.728	0.762	0.203	0.739	0.9551	1.0470	0.9845	0.445	1.465	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622			
18	0.707	0.738	0.194	0.718	0.9576	1.0442	0.9854	0.461	1.454	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.609	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.609			
19	0.688	0.717	0.187	0.698	0.9599	1.0418	0.9862	0.477	1.443	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.733	1.489	5.889	0.404	1.596	3.689	0.2711	0.733	1.489	5.889	0.404	1.596			
20	0.671	0.687	0.180	0.680	0.9619	1.0396	0.9869	0.491	1.433	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585			
21	0.655	0.679	0.173	0.663	0.9638	1.0376	0.9876	0.504	1.424	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.608	5.951	0.425	1.575	3.778	0.2647	0.724	1.608	5.951	0.425	1.575			
22	0.640	0.662	0.167	0.647	0.9655	1.0358	0.9882	0.516	1.415	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.660	5.979	0.435	1.565	3.819	0.2618	0.720	1.660	5.979	0.435	1.565			
23	0.626	0.647	0.162	0.633	0.9670	1.0342	0.9887	0.527	1.407	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.711	6.006	0.443	1.557	3.858	0.2592	0.716	1.711	6.006	0.443	1.557			
24	0.612	0.632	0.157	0.619	0.9684	1.0327	0.9892	0.538	1.399	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.032	0.452	1.548	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.032	0.452	1.548			
25	0.600	0.619	0.153	0.606	0.9696	1.0313	0.9896	0.548	1.392	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.805	6.056	0.459	1.541	3.931	0.2544	0.708	1.805	6.056	0.459	1.541			

Tabla A.2 Factores de Corrección de Sesgo (Fuente: Duncan, 1974)

n	d_2	c_2	c_4	d_3	d_4	n	d_2	c_2	c_4	d_3	d_4
2	1.128	0.5642	.7979	0.8525	0.954	21	3.778	0.9638	.9876	0.7242	3.730
3	1.693	0.7236	.8862	0.8884	1.588	22	3.819	0.9655	.9882	0.7199	3.771
4	2.059	0.7979	.9213	0.8798	1.978	23	3.858	0.9670	.9887	0.7159	3.811
5	2.326	0.8407	.9400	0.8641	2.257	24	3.895	0.9684	.9892	0.7121	3.847
6	2.534	0.8686	.9515	0.8480	2.472	25	3.931	0.9695	.9896	0.7084	3.883
7	2.704	0.8882	.9594	0.8332	2.645	30	4.086	0.9748	.9915	0.6927	4.037
8	2.847	0.9027	.9650	0.8198	2.791	35	4.213	0.9784	.9927	0.6799	4.166
9	2.970	0.9139	.9693	0.8078	2.915	40	4.322	0.9811	.9936	0.6692	4.274
10	3.078	0.9227	.9727	0.7971	3.024	45	4.415	0.9832	.9943	0.6601	4.372
11	3.173	0.9300	.9754	0.7873	3.121	50	4.498	0.9849	.9949	0.6521	4.450
12	3.258	0.9359	.9776	0.7785	3.207	55	4.572	0.9863	.9954	0.6452	4.521
13	3.336	0.9410	.9794	0.7704	3.285	60	4.639	0.9874	.9957	0.6389	4.591
14	3.407	0.9453	.9810	0.7630	3.356	65	4.699	0.9884	.9961	0.6333	4.649
15	3.472	0.9490	.9823	0.7562	3.422	70	4.755	0.9892	.9964	0.6283	4.707
16	3.532	0.9523	.9835	0.7499	3.482	75	4.806	0.9900	.9966	0.6236	4.757
17	3.588	0.9551	.9845	0.7441	3.538	80	4.854	0.9906	.9968	0.6194	4.806
18	3.640	0.9576	.9854	0.7386	3.591	85	4.898	0.9911	.9970	0.6154	4.849
19	3.689	0.9599	.9862	0.7335	3.640	90	4.939	0.9916	.9972	0.6118	4.892
20	3.735	0.9619	.9869	0.7287	3.686	100	5.015	0.9925	.9975	0.6052	4.968

Given k subgroups of size n , the *Adjusted Average Dispersion Statistics*:

$\frac{\bar{s}_n}{c_2}$ or $\frac{\bar{s}}{c_4}$ or $\frac{\bar{R}}{d_2}$ or $\frac{\bar{R}}{d_2^*}$ or $\frac{\tilde{R}}{d_4}$ will be denoted by the generic symbol $Sigma(X)$.

Likewise denote the following ratios:

$\frac{\bar{s}_n}{c_2 \sqrt{n}}$ or $\frac{\bar{s}}{c_4 \sqrt{n}}$ or $\frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$ or $\frac{\bar{R}}{d_2^* \sqrt{n}}$ or $\frac{\tilde{R}}{d_4 \sqrt{n}}$ by the generic symbol $Sigma(\bar{X})$,

and let $Sigma(R)$ denote either $\frac{d_3 \bar{R}}{d_2}$ or $\frac{d_3 \tilde{R}}{d_4}$

Análisis de alternativas para estudios de repetibilidad y reproducibilidad

Tabla A.3 Factores de corrección de sesgo utilizando el rango promedio para estimar una varianza d_2^* (Fuente: Wheeler, 2006)

k = number of subgroups used for \bar{R} n = number of observations per subgroup
 Entries in table are d_2^* where $(d_2^*)^2$ = bias correction factor for $(\bar{R})^2$

k	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$
1	1.414	1.906	2.237	2.477	2.669	2.827	2.961	3.076	3.178	3.268	3.348
2	1.276	1.806	2.149	2.404	2.603	2.767	2.905	3.024	3.129	3.221	3.304
3	1.227	1.767	2.120	2.378	2.580	2.746	2.886	3.006	3.112	3.205	3.289
4	1.206	1.749	2.105	2.365	2.569	2.736	2.876	2.997	3.104	3.197	3.281
5	1.189	1.738	2.096	2.358	2.562	2.729	2.870	2.992	3.098	3.192	3.276
6	1.179	1.731	2.090	2.352	2.557	2.725	2.867	2.988	3.095	3.189	3.273
7	1.172	1.726	2.086	2.349	2.554	2.722	2.864	2.986	3.093	3.187	3.271
8	1.167	1.722	2.082	2.346	2.552	2.720	2.862	2.984	3.091	3.185	3.270
9	1.163	1.718	2.080	2.344	2.550	2.718	2.860	2.982	3.089	3.184	3.268
10	1.159	1.716	2.078	2.342	2.548	2.717	2.859	2.981	3.088	3.183	3.267
11	1.157	1.714	2.076	2.341	2.547	2.716	2.858	2.980	3.087	3.182	3.266
12	1.154	1.712	2.075	2.339	2.546	2.715	2.857	2.979	3.087	3.181	3.266
13	1.152	1.711	2.073	2.338	2.545	2.714	2.856	2.978	3.086	3.180	3.265
14	1.151	1.709	2.072	2.337	2.544	2.713	2.855	2.978	3.085	3.180	3.265
15	1.149	1.708	2.071	2.337	2.543	2.713	2.855	2.977	3.085	3.179	3.264
16	1.148	1.707	2.071	2.336	2.543	2.712	2.854	2.977	3.084	3.179	3.264
17	1.147	1.707	2.070	2.335	2.542	2.712	2.854	2.976	3.084	3.179	3.263
18	1.145	1.706	2.069	2.335	2.542	2.711	2.854	2.976	3.084	3.178	3.263
19	1.145	1.705	2.069	2.334	2.541	2.711	2.853	2.976	3.083	3.178	3.263
20	1.144	1.705	2.068	2.334	2.541	2.710	2.853	2.975	3.083	3.178	3.263
21	1.143	1.704	2.068	2.333	2.541	2.710	2.853	2.975	3.083	3.178	3.262
22	1.143	1.704	2.068	2.333	2.540	2.710	2.852	2.975	3.083	3.177	3.262
23	1.142	1.703	2.067	2.333	2.540	2.710	2.852	2.975	3.082	3.177	3.262
24	1.141	1.703	2.067	2.333	2.540	2.709	2.852	2.975	3.082	3.177	3.262
25	1.141	1.702	2.066	2.332	2.540	2.709	2.852	2.974	3.082	3.177	3.262
∞	1.128	1.693	2.059	2.326	2.534	2.704	2.847	2.970	3.078	3.173	3.258

$d_2^* = d_2 + \frac{d_2}{4v}$ where v is the degrees of freedom for the Average Range.