



## Tecnológico Nacional de México

Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

## Tesis de Doctorado

Evaluación de la evolución del daño por fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos

## presentada por Víctor Iván Rodríguez Reyes

como requisito para la obtención del grado de Doctor en Ciencias de en Ingeniería Mecánica

> Director de tesis **Dr. Arturo Abúndez Pliego**

Cuernavaca, Morelos, México. Agosto de 2024.





Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Departamento de Ingeniería Mecanica

Cuernavaca, Mor., a 24 de junio de 2024

DR. CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA SUBDIRECTOR ACADÉMICO

PRESENTE

AT'n: DR. MIGUEL ANGEL CHAGOLLA ARANDA PRESIDENTE DEL CLAUSTRO DOCTORAL DEL DEPARTAMENTO DE ING. MECÁNICA

Los abajo firmantes, miembros del Comité Tutorial del estudiante Víctor Iván Rodríguez Reyes manifiestan que después de haber revisado el documento de tesis titulado "Evaluación de la evolución del daño por fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos" realizado bajo la dirección del Dr. Arturo Abúndez Pliego, el trabajo se ACEPTA para proceder a su impresión.

ATENTAMENTE

DR. ANDRÉS BLANCO ORTEGA CENIDET

DRA. CLAUDIA CORTÉS GARCÍA

DR. ARTURO ABUNDEZ PLIEGO CENIDET

DR. JORGE COLÍN OCAMPO CENIDET

DR. JOSÉ ANTONIO ARELLANO CABRERA E. M. VIZCARRA

c.c.p: Mtra. Ma. Elena Gómez Torres Jefa del Departamento de Servicios Escolares c.c.p: Dr. Carlos Manuel Astorga Zaragoza Subdirector Académico c.c.p: Expediente



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 1408, e-mail: dim@cenidet.tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx







Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico Subdirección Academica

Cuernavaca, Mor., No. De Oficio: Asunto: 26/junio/2024 SAC/206/2024 Autorización de impresión de tesis

#### VÍCTOR IVÁN RODRÍGUEZ REYES CANDIDATO AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA P R E S E N T E

Por este conducto, tengo el agrado de comunicarle que el Comité Tutorial asignado a su trabajo de tesis titulado **"Evaluación de la evolución del daño por fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos"**, ha informado a esta Subdirección Académica, que están de acuerdo con el trabajo presentado. Por lo anterior, se le autoriza a que proceda con la impresión definitiva de su trabajo de tesis.

Esperando que el logro del mismo sea acorde con sus aspiraciones profesionales, reciba un cordial saludo.



CARLOS MANUEL ASTORGA ZARAGOZA SUBDIRECTOR ACADÉMICO

C. c. p. Departamento de Ingeniería Mecánica Departamento de Servicios Escolares

CMAZ/Imz



Interior Internado Palmira S/N, Col. Palmira, C. P. 62490, Cuernavaca, Morelos Tel. 01 (777) 3627770, ext. 4104, e-mail: acad\_cenidet@tecnm.mx tecnm.mx | cenidet.tecnm.mx

PUERTO

## Agradecimientos

Al CONAHCYT por su apoyo mediante el programa de becas, que permite que los estudiantes podamos dedicarnos de tiempo completo a consolidar nuestra formación profesional. Pero sobre todo, al pueblo de México, ya que a través de su trabajo y contribuciones existen los recursos para que la educación siga siendo pública.

Al CENIDET por recibirme para realizar mis estudios de posgrado y así poder culminar un importante paso más en mi vida profesional. Igualmente, a la plantilla docente que comparte con nosotros, los tesistas, sus conocimientos y experiencias para seguir logrando la excelencia; especialmente, a aquellos que fueron mis profesores. Iguamente, al TecNM por el apoyo financiero a través de las convocatorias de proyectos.

Al Dr. Arturo Abúndez Pliego, por recibirme en el doctorado y por guiarme durante el desarrollo de este trabajo de investigación, por sus enseñanzas y por brindarme su confianza y amistad.

Al comité revisor: Dr. José Antonio Arellano Cabrera, Dr. Andrés Blanco Ortega, Dr. Jorge Colín Ocampo y Dra. Claudia Cortés García, por su apoyo en la revisión de este trabajo y los comentarios y observaciones pertinentes para mejorarlo.

A la Sra. Rocío Salazar por su apoyo en todo lo referente a trámites administrativos y documentación.

A las amistades desarrolladas a lo largo de este trabajo, gracias a las cuales la estancia en Cuernavaca fue como un segundo hogar: Demetrio Pérez Vigueras, Cuauhtémoc Mazón, Arturo Acevedo, Luis Adrián López, Luis Torres, Agustín Erasmo, Julio César Hernández Jerónimo, Benjamín Álvarez, Fernando Oliveros, Marcelino Bautista, Wendy Baez.

Al Sensei Kenneth Rodríguez, por inculcarme mediante la disciplina marcial y su filosofía los preceptos del dojo-kun, rindiendo también sus frutos en este trabajo. Igualmente a los compañeros de la Academia Yume Do por sus enseñanzas y compartirme sus experiencias, tanto del arte marcial como de la vida, durante los últimos años de mi estancia en Cuernavaca, y sobre todo su amistad.

A mi familia que me enseñó el valor del trabajo y el estudio, como medio para alcanzar a ser una mejor persona. Pero, sobre todo, por su apoyo y cariño ante toda circunstancia.

A mi mujer Leydi López, por su apoyo y comprensión para mi persona y para esta meta profesional, desde que decidimos unir nuestras vidas. Todo logro derivado de este trabajo es para los dos.

## Resumen

En este trabajo se evaluaron modelos de daño por fatiga en materiales metálicos basados en la entropía, buscando conseguir la extensión de su aplicabilidad. Los modelos de daño se identificaron con base en una exhaustiva revisión de la literatura, mediante la cual se reconocieron los principales métodos y corrientes de investigación en el campo de la fatiga de materiales metálicos bajo un modelado energético. Se encontró que el objetivo de este nuevo enfoque es modelar el proceso de fatiga a través de las leyes de la termodinámica, ya que es un fenómeno donde se presenta disipación de energía, la cual se puede representar con la primera ley. Por otra parte, en este enfoque se busca modelar la degradación del material a través de la cuantificación de la entropía mediante la segunda lev, va que se ha demostrado que la entropía es un parámetro que unifica diversas formas de daño en los materiales. Partiendo de la revisión de la literatura, se planteó una metodología para ampliar la aplicabilidad de los modelos de daño por fatiga con base en la entropía, ya que al momento en que se propuso este proyecto, solo existían casos reportados aplicados a cargas de amplitud constante (sinusoidales) o en secuencias de bloques, por lo que se buscó extender la aplicabilidad a cargas de amplitud variable (no sinusoidales). Para ello, se revisaron las técnicas más comunes para el tratamiento de historiales de carga de amplitud variable, con el fin de identificar aquella que pueda ser combinada con los modelos de daño. De la evaluación mencionada se encontró que, comparándolos con datos reportados en la literatura, la técnica de conteo de ciclos, combinada con el modelo de daño presentado por Naderi y Khonsari, es mejor para obtener resultados de vida a la fatiga bajo cargas de amplitud variable en historiales de carga de banda estrecha. De esta forma, se aportó al estado del arte en el ámbito de la fatiga de materiales, con la extensión de la aplicabilidad del enfoque termodinámico, obteniéndose una metodología combinada para estimar la vida útil de materiales metálicos sometidos a cargas de amplitud variable a través de un modelo que utiliza la entropía como índice de daño.

# Índice general

1.	Intr	oducción	1
2.	Esta	ado del arte	<b>5</b>
	2.1.	Modelos de daño basados en la entropía	6
		2.1.1. Modelo basado en la <i>Teoría Unificada de la Mecánica</i> de Basaran	7
		2.1.2. Modelo de Daño por Fatiga de Khonsari	8
		2.1.3. Modelo para <i>Monitoreo de Salud Estructural</i> de Modarres	9
	2.2.	Evaluación de los modelos para un caso de Aluminio 6061-T6	11
	2.3.	Conclusiones del capítulo	13
3.	Obj	etivos de la Tesis	17
	3.1.	Justificación	17
	3.2.	Objetivo general	18
	3.3.	Objetivos específicos	18
	3.4.	Alcances y limitaciones	18
4.	Mar	co Teórico	19
	4.1.	Modelo de disipación de energía cíclica de Morrow	19
	4.2.	Termodinámica del cuerpo sólido	20
	4.3.	4.2.1. Estimación de entropía de un proceso de fatiga Técnicas de procesamiento de historiales para simplificar cargas de am-	21
		plitud variable	22
		4.3.1. Técnica en el dominio del tiempo: conteo de ciclos	23
		4.3.2. Técnica en el dominio de la frecuencia: análisis espectral	24
	4.4.	Conclusiones del capítulo	26
5.	Aná	lisis del modelo de Morrow	27
	5.1.	Material y métodos	28
	5.2.	Resultados y discusión	29
		5.2.1. Evaluación de la disipación de energía $\Delta W$	29
		5.2.2. Evaluación de los efectos e interacciones de los parámetros del material	33
		5.2.3. Estimación de la entropía de fractura por fatiga basada en las propiedades del material de diferentes fuentes: caso de estudio	37
	5.3.	Conclusiones del capítulo	40
		-	

6.	Eva	luación de los modelos de daño en amplitud variable	43	
	6.1.	Material e historial evaluado	43	
	6.2.	Procesamiento del historial de carga	44	
	6.3.	Evaluación termodinámica del historial tratado	49	
	6.4.	Evaluación del daño	49	
	6.5.	Metodología propuesta para extensión de aplicabilidad de modelo de		
		daño de Khonsari	55	
	6.6.	Conclusiones del capítulo	56	
7.	Eva	luación termográfica y fractográfica de la vida a la fatiga de Al6061-		
	T6		<b>59</b>	
	7.1.	Material y equipo	60	
	7.2.	Resultados de termografías y fractografías	61	
	7.3.	Evaluación de la entropía de fractura	63	
	7.4.	Conclusiones del capítulo	67	
8.	Con	clusiones y comentarios finales	69	
А.	Pro	ductos derivados de este trabajo	71	
в.	B. Permisos de reproducción de material de Wiley 7:			

# Índice de figuras

<ul><li>2.1.</li><li>2.2.</li></ul>	Evolución de la acumulación de entropía hasta la fractura para probetas de aluminio 6061-T6 en pruebas de flexión cíclica Evolución del parámetro de daño para los tres modelos comparados	11 12
<ul><li>4.1.</li><li>4.2.</li></ul>	Ejemplo de historial de carga de amplitud variable trabajado con la técni- ca de <i>rainflow</i>	24
	dominio de la frecuencia.	26
5.1. 5.2.	Sensibilidad de la disipación de energía $\Delta W$ al cociente $\sigma'_f / \sigma_U$ Acercamiento a la disipación de energía $\Delta W$ alrededor de la mediana	30
5.3.	$\sigma_f/\sigma_U = 1.9$	30
5.4	a la fatiga $\sigma'_f$	31
0.4.	coeficiente de resistencia a la fatiga $\sigma'_f = 933$ MPa	32
5.5.	Comparación de la disipación de energía $\Delta W$ mostrada en las Figuras 5.2 & 5.4.	32
5.6.	Sensibilidad de la disipación de energía $\Delta W$ al coeficiente de ductilidad a la fatira c'	22
5.7.	Sensibilidad de la disipación de energía $\Delta W$ al exponente de endureci-	00
5.8.	miento por deformación cíclica $n$	$\frac{34}{34}$
5.9.	Diagrama estandarizado de Pareto donde se muestran los efectos en orden	26
5.10.	Interacción entre el coeficiente de resistencia a la fatiga $\sigma'_f$ y el exponente	50
5 1 1	de endurecimiento por deformación cíclica $n'$	36
J.11.	de ductilidad a la fatiga $\epsilon'_f$	37
5.12.	Interacción entre el coeficiente de ductilidad a la fatiga $\epsilon'_f$ y el exponente	27
5.13.	Estimación del daño por fatiga con el modelo de Naderi y Khonsari usando los datos de entropía mostrados en la Tabla $5.4$	37 39
6.1.	Historial de carga de amplitud variable al que se somete el material objeto de estudio	44

6.2.	Probeta para pruebas de fatiga de viga rotativa. Todas las dimensiones están en mm.	45
6.3.	Histograma con el conteo de ciclos cerrados ve rango de esfuerzo $\sigma_r$	45
6.4.	Densidad espectral de potencia del historial de carga de amplitud variable analizado	46
6.5.	(a) Función de densidad de probabilidad $p_R$ y (b) función de distribución acumulada $P_R$ del historial de carga.	47
6.6.	Comparación entre los ciclos contados con <i>rainflow</i> y la función de den- sidad de probabilidad agrupados en formato de histograma	18
6.7.	Comportamiento de los modelos de daño de los tres principales autores	51
6.8.	Ciclos a la falla calculados con los modelos de daño energéticos. Se mues-	50
6.9.	Diagrama de caja y bigotes de los ciclos a la falla calculados con los	52
6.10.	modelos de daño energéticos	53 55
7.1. 7.2.	Geometría de las probetas en función del diámetro d	60 60
7.3.	Imagen térmica de una probeta durante una prueba de fatiga de viga rotativa	61
7.4.	Variación de la temperatura en pruebas de fatiga de viga rotativa del aluminio Al6061-T6	62
7.5.	Superficie de fractura plana de la probeta OO	63
7.6.	Superficie de fractura dúctil de la probeta T4	64
7.7. 7.8.	Superficie de fractura mixta de la probeta C1	64
	térmico	65
7.9.	Curvas de daño por fatiga de los tratamientos OO, T4 y C1	66

## Índice de tablas

5.1.	Propiedades del alumminio 2024-T3.	28
5.2.	Varables analizadas en el estudio paramétrico de $\Delta W$	29
5.3.	Diseño factorial para el análisis de los efectos e interacciones entre los parámetros del material.	35
5.4.	Entropía de Fractura a la Fatiga $s_g$ estimada con propiedades del material	
	de Al 2024-T3 de diferentes fuentes	38
6.1.	Valores de los momentos espectrales del historial analizado, y parámetros	17
62	Valores de generación de entropía obtenidos para cada amplitud de es-	41
0.2.	fuerzo considerada	50
6.3.	Ciclos a la falla calculados para los diferentes modelos de daño	53
6.4.	Comparación de los ciclos calculados a la falla con los diferentes modelos	
	de daño, del análisis del diagrama de caja	54
7.1.	Datos utilizados para el cálculo de la entropía por fractura por fatiga de	
	cada tratamiento térmico.	66

## Capítulo 1 Introducción

La fatiga es un proceso de acumulación del daño en un material sometido a cargas cíclicas, el cual conduce finalmente a una falla por fractura, incluso en casos donde el material está sometido a cargas que no superen el límite elástico. Este proceso reduce la resistencia de los materiales, tanto metálicos, como polímeros y compuestos. De acuerdo al Departamento de Estándares de EE.UU, el costo total por afectaciones por fracturas por fatiga ha llegado a ser de hasta 4% de su producto interno bruto [1]. Actualmente se siguen reportando eventos de gran impacto relacionados a fallas por fatiga, que seguramente responden a la cantidad de variantes en las que se puede dar este fenómeno y que no están completamente comprendidas, llegando a representar hasta un 90% del total de las fallas reportadas en estructuras y elementos de máquinas [2].

Muchos investigadores han intentado estudiar la fatiga con el propósito de hacer una estimación de la vida útil hasta la falla que soportarán los materiales y elementos de máquinas sometidos a cargas cíclicas. Entre los pioneros se encuentra Basquin [3], quien relacionó el pico del esfuerzo aplicado con el número de ciclos a la falla a través de un par de parámetros empíricos. Los parámetros de ajuste son fáciles de determinar de la curva S-N, aunque no se ajustan totalmente a los datos experimentales. Más adelante, Miner [4] propuso que la acumulación del daño por fatiga puede ser cuantificada sumando las fracciones individuales de daño que causa cada ciclo de carga. Posteriormente, Coffin y Manson [5,6] propusieron la ley empírica que lleva su nombre, la cual relaciona el número de ciclos a la falla con la amplitud de la deformación plástica cíclica, conociendo un par de constantes del material. En la misma época, Paris y Erdogan [7] publicaron la ecuación que lleva su nombre, con la cual se puede calcular la vida a la fatiga a través de la mecánica de la fractura. Éstos, a pesar de sus limitaciones, han sido los modelos que, con algunas variaciones, han sido la base más importante para los trabajos empíricos hasta la actualidad enfocados a establecer una relación más precisa en la estimación de la vida a fatiga.

Desde la década de 1980 se ha estado proponiendo una relación entre la fractura por fatiga y la generación de entropía a través de la termodinámica, empleando la disipación de energía por deformación plástica de materiales sólidos isotrópicos como un índice de daño. Whaley *et al.* [8,9] fueron pioneros en el uso de la entropía cómo una métrica para simulaciones de crecimiento de grietas de fatiga. Llevaron a cabo simulaciones numéricas relacionando la entropía con la disipación plástica de energía, sin considerar la variación de la temperatura, por lo que el alcance de sus trabajos quedó inconcluso. Sin embargo, este enfoque energético empezó a llamar la atención de los investigadores a partir de los años 2000, gracias a los trabajos de Basaran y sus colaboradores [10-13], quienes relacionaron formalmente el daño por fatiga con la generación de entropía del sistema a través de la segunda ley de la termodinámica derivada por Boltzmann [14]. Así, establecieron que el enfoque de la termodinámica no requiere de constantes empíricas, pero sí una derivación analítica que parte de principios físicos fundamentales. Además, el trabajo de Bryant *et al.* [15] en el que se formaliza la relación entre los procesos de degradación irreversible y la generación de entropía a través de las leyes de la termodinámica representó un gran avance en el desarrollo de este enfoque, proponiendo el Teorema de Degradación - Generación de Entropía. Finalmente, con la presentación del concepto de Entropía de Fractura por Fatiga (FFE, por sus siglas en inglés) por Naderi et al. [16], quienes identificaron que la acumulación de la generación de entropía alcanza un valor constante al momento de la falla del material, y es independiente de la geometría, carga y frecuencia, surgió un gran interés por estudiar el fenómeno de fatiga con bases termodinámicas.

La base principal de los trabajos que usan la entropía como métrica de daño es que la tasa de disipación cíclica de energía  $\Delta W$  se mantiene constante durante el proceso de fatiga [17–20]. Bajo esta suposición, Morrow [18] desarrolló un trabajo pionero en el que estableció una relación entre la vida a la fatiga y la disipación cíclica de energía. Posteriormente se publicaron trabajos que permitieron respaldar la relación entre el esfuerzo cíclico requerido para producir la falla y la disipación de energía por histéresis [21,22]. El trabajo de Morrow ha sido ampliamente usado como parte del proceso para estimar la generación de entropía en los enfoques energéticos, ya que al igual que la disipación de energía, la tasa de generación cíclica de entropía en procesos de fatiga alcanza un valor constante.

Actualmente, el tema de fatiga de materiales bajo un enfoque energético se mantiene vigente, debido a que se busca extender su aplicabilidad, además de que permite darle un sentido físico al análisis de fatiga, y no solo depender de constantes empíricas. En esta investigación se propone trabajar con el enfoque energético con el fin de extender su aplicabilidad, con base en los alcances y limitaciones que actualmente presenta. Específicamente, se busca ampliar la aplicabilidad de la evaluación de daño a escenarios de carga de amplitud variable, ya que actualmente se han presentado resultados para daño por fatiga en amplitud constante, o en secuencias de carga de dos o hasta tres bloques [23–26]. Por lo tanto, su uso en amplitud variable aún es escaso. Para tal fin, se desarrolló el trabajo de acuerdo a la descripción dada a continuación.

En el Capítulo 2 se presenta una revisión exhaustiva de la literatura en el ámbito de la aplicación de la termodinámica para estudios de vida a la fatiga. Se identificaron los principales grupos de investigación de este enfoque, liderados por Michael M. Khonsari, Cemal Basaran y Mohammad Modarres, quienes son líderes en investigación de la termodinámica aplicada a diversos fenómenos de degradación. Con base en esta revisión, se reconocieron y compararon los alcances y limitaciones de los principales modelos de daño por fatiga con base en la entropía termodinámica. En el Capítulo 3 se planteó el aporte principal del trabajo, el cual es una metodología para estimar la vida útil en fatiga de amplitud variable, utilizando el daño basado en la entropía. En el Capítulo 4 se presentan los fundamentos y antecedentes teóricos necesarios para comprender este enfoque, tales como las leyes de la termodinámica y los parámetros de energía disipada cíclica, temperatura estacionaria y entropía cíclica. Así mismo, se presenta la teoría de dos técnicas de tratamiento de historiales de amplitud variable, una en el dominio del tiempo, y otra en el dominio de la frecuencia.

Dado que la evaluación de la disipación de energía se suele hacer a través del modelo de Morrow, el cual requiere de algunas propiedades de material para su uso, se realizó una evaluación de su sensibilidad a las mismas, el cual se presenta en el Capítulo 5. Se encontró de este análisis que el modelo de disipación de Morrow es altamente sensible a todas las propiedades del material y, dado que aún existen dispersiones en las propiedades reportadas en diferentes fuentes provenientes de la literatura especializada, se hacen las recomendaciones pertinentes para trabajar con dicho modelo.

Posteriormente, en el Capítulo 6, se realizó la evaluación de los modelos de daño por fatiga basados en la entropía presentados en el Capítulo 2. Para ello, se recurrió a datos reportados en la literatura de pruebas de aluminio 2024-T3 sometido a cargas de fatiga de amplitud variable. Se evaluaron las técnicas para el tratamiento de historiales presentados en la Sección 4.3 con el fin de determinar sus alcances y limitaciones. Se determinó que el conteo de ciclos combinado con el modelo de daño por fatiga de Khonsari ofrece resultados de vida a la fatiga más cercanos a los reflejados en los datos experimentales reportados en la literatura. Con ello, se propuso la metodología óptima para utilizar la entropía como índice de daño por fatiga en materiales metálicos para la estimación de la vida útil.

En el Capítulo 7, se presenta la evaluación experimental de la evolución de temperatura de probetas de aluminio 6061-T6 sometidas a cargas de fatiga de flexión rotativa, a las cuales se les aplicaron diferentes tratamientos térmicos previamente. Por lo tanto, cada una de las probetas demostró un comportamiento mecánico diferente, el cual se vio reflejado en el crecimiento de la grieta por fatiga hasta la fractura, que se observó a través de fractografías. Se comparó cualitativamente el comportamiento del crecimiento de la grieta de fatiga con el de la evolución de la temperatura, realizándose una discusión del cómo los tratamientos térmicos influyen en la microestructura del material, afectando su *autoorganización* y, por lo tanto, su equilibrio energético.

Finalmente, la discusión y conclusiones se presentan en el Capítulo 8 donde se reafirma la originalidad de este trabajo, la cual yace en la evaluación y extensión de los trabajos de los investigadores presentados en el Capítulo 2, aplicando criterios de fatiga para amplitud variable en los modelos de daño de este novedoso enfoque como lo es el termodinámico.

## Capítulo 2 Estado del arte

Desde las primeras investigaciones de fatiga de August Wöhler en 1860, quien planteó las bien conocidas curvas de esfuerzo-vida (S-N), se han desarrollado una serie de modelos para la estimación de la vida a la fatiga, en su mayoría basados en trabajos experimentales. Los modelos más populares son las ya mencionadas ecuaciones de Basquin, de Miner, de Coffin-Manson y de Paris-Erdogan, siendo sólo una muestra de todos los que se han propuesto para la estimación de la vida a la fatiga. Sin embargo, ninguno ha recibido aceptación universal, ya que sacrifican el rango de aplicabilidad en favor de ganar precisión en la estimación de la vida a la fatiga, generando las siguientes dificultades [27]: la predicción de vida útil bajo cargas de amplitud variable y multiaxiales, la transferencia de información de probetas pequeñas a componentes o estructuras reales, la influencia de la corrosión y de la fluencia viscosa (*creep*), así como el tipo de distribución probabilística y el tratamiento de las dispersiones observadas experimentalmente. Muchos modelos se enfocan en cargas uniaxiales y se basan en que el material es homogéneo. Fatemi y Yang [28] clasificaron los modelos de acumulación del daño por fatiga en seis principales categorías, de las cuales señalaron que las teorías basadas en energía tienen el potencial de unificar el daño causado por diferentes tipos de cargas.

Como se ha reportado en la literatura [29–31], el daño por fatiga es un proceso termodinámicamente irreversible que está acompañado por disipación de energía, llevando a la generación de entropía. La entropía ofrece una medida de la degradación de los materiales con la cual es posible predecir la vida a la fatiga. Es útil como indicador de daño, ya que es independiente de varios parámetros involucrados en el proceso. Además, este enfoque energético permite inferir experimentalmente el daño por fatiga a partir de la medición de la distribución de la temperatura en el material. La relación que liga a la generación de entropía y la degradación del material por fatiga puede emplearse para realizar avances fundamentales en el estudio y comprensión de este fenómeno. Estudiar las características de la fatiga mediante un marco termodinámico implica dejar atrás los enfoques tradicionales que dependen de modelos empíricos.

En este capítulo se presenta una revisión sobre el enfoque energético para el estudio de fatiga con énfasis en los modelos de daño con base en entropía. Se discuten las semejanzas, diferencias, alcances y limitaciones de tres de ellos. Para esto, se emplearon datos de la evolución de la acumulación de la entropía existentes en la literatura de aluminio 6061-T6, sometido a cargas cíclicas de flexión totalmente invertidas. Se identificaron las principales variables y parámetros empleados en cada uno de los modelos reportados. Se encontró que los tres modelos de daño evaluados se deducen de manera particular, lo que hace que presenten una tendencia de evolución diferente. En los tres casos, se han realizado suposiciones con el fin de simplificar el cálculo de la disipación de energía y la entropía, limitando su rango de aplicación.

### 2.1. Modelos de daño basados en la entropía

El daño es el cambio en la composición, construcción, estructura, tamaño, forma, volumen, continuidad, masa y, por lo tanto, en las propiedades fisicoquímicas, mecánicas u otras correspondientes al material. Está relacionado con la discontinuidad e integridad de un sólido hasta su descomposición. Se describe a través de variables observables subjetivas, tales como la reducción del módulo de Young, la acumulación de un número de ciclos determinados, la reducción en la capacidad de carga, la longitud de grieta o la disipación de energía. Además, la definición del daño varía de acuerdo a las variables observables que lo describen, tales como el desgaste por fricción en daño tribológico o el cambio de impedancia en daño por polarización [29]. En la falla por fatiga los daños se desarrollan lentamente durante los primeros ciclos, y se aceleran cerca del final de la vida útil, presentándose primero la iniciación de la grieta, la cual está localizada usualmente en un área pequeña con alta concentración de esfuerzos. En una segunda etapa se propaga la grieta dominante, además de que se forma la característica más típica del daño por fatiga, las *marcas de playa*. En la etapa final se lleva a cabo la fractura súbita.

En los últimos años se han realizado estudios para plantear modelos de estimación de vida a la fatiga partiendo de principios termodinámicos. Por ejemplo, Basaran y Yan [10] plantearon una medida de daño por fatiga basada en la segunda ley de la termodinámica y la mecánica estadística. Para ello se asume al cuerpo sólido como un sistema termodinámico en el que la producción de entropía es no negativa. Mediante la ecuación de Boltzmann y la energía libre de Helmholtz, desarrollaron un parámetro de daño en función de la entropía y de propiedades del material. Bryant et al. [15] desarrollaron el teorema de degradación-generación de entropía (DEG, por sus siglas en inglés), que relaciona la generación de entropía con procesos de degradación irreversible a través de fuerzas termodinámicas generalizadas y fuerzas de degradación. Naderi etal. [16] postularon que la entropía en el punto de fractura en metales que experimentan cargas cíclicas repetidamente es constante, independientemente de la geometría de las probetas, tipo y amplitud o frecuencia de carga, concepto nombrado como Entropía de Fractura a la Fatiqa (FFE, por sus siglas en inglés). Con base en esta hipótesis, se propuso una metodología para la prevención de fallas en metales que experimentan cargas cíclicas [32].

La entropía ha sido útil para evaluar la evolución del daño por fatiga de materiales metálicos sometidos a cargas uniaxiales de amplitud constante [33–35] y en secuencias de bloques de carga [23–26]. Además, se ha empleado como índice de daño para estudiar la fatiga en ambientes corrosivos y con fines de monitoreo de la salud estructural [35–37].

Por otra parte, se han desarrollado modelos para la estimación de la velocidad del crecimiento de la grieta en función del flujo de entropía, partiendo del teorema DEG [38–40]. Los resultados mostraron una relación lineal entre el flujo de entropía y la velocidad del crecimiento de la grieta por fatiga. Por lo tanto, el flujo de la entropía es un parámetro prometedor para la predicción de la velocidad de crecimiento de la grieta, tanto en fatiga de bajo y alto ciclaje.

Sin embargo, en alto ciclaje existe disipación de energía asociada tanto a las deformaciones microplásticas como a la fricción interna. Se ha determinado que la fricción interna es despreciable en fatiga de bajo ciclaje, pero se acumula con el tiempo y se vuelve un factor a considerar en fatiga de alto ciclaje para el cálculo de la FFE [24,41,42].

A continuación, se presentan tres modelos que han sido desarrollados por distintos grupos de investigación, los cuales usan la entropía como índice de daño, partiendo de un modelado teórico. En los trabajos de Basaran se empleó el desorden, el cual se puede cuantificar mediante la entropía a través de la ecuación de Boltzmann [14], como un *índice del estado termodinámico* del material durante el proceso de fatiga, aplicándolo como un parámetro de daño. En los trabajos de Khonsari se partió de un modelo empírico de la literatura basado en el agotamiento de la tenacidad a la fractura [43] para desarrollar uno que estuviera en función de la generación de entropía del proceso de fatiga. En los trabajos de Modarres se planteó un parámetro de daño más pragmático, dada la relación aparentemente lineal que existe entre la generación de entropía y el número de ciclos de carga aplicados al material. Tras una breve descripción de los modelos, se describe su comportamiento, así como los procesos experimentales llevados a cabo por los investigadores para su verificación y validación

## 2.1.1. Modelo basado en la *Teoría Unificada de la Mecánica* de Basaran

Basaran ha propuesto una Teoría Unificada de la Mecánica, en la cual ha buscado la unificación de las leves de Newton con las de la termodinámica a partir de los primeros principios [31, 44, 45]. De acuerdo con su argumentación, las leves de Newton no toman en cuenta la pérdida de energía ni la degradación, sino que solo gobiernan lo que sucede en un sistema en el momento inicial en que una carga es aplicada. Por ejemplo, si a una pelota se le aplica una aceleración, el valor de esa aceleración se mantiene constante de manera indefinida de acuerdo con la segunda ley de Newton. Sin embargo, con las leves de la termodinámica se puede estudiar qué sucede después de la reacción inicial, ya que la pelota finalmente se detendrá. En la mecánica del medio continuo tradicional, se estudia la pérdida de energía y la degradación a través de modelos fenomenológicos ajustados con resultados experimentales. Sin embargo, en la teoría unificada de la mecánica, la entropía y las variables del movimiento son independientes, añadiéndose un eje que describe al Índice de Estado Termodinámico (TSI por sus siglas en inglés) al tradicional sistema de coordenadas Newtoniano (x, y, z, t). El TSI informa sobre la disipación en procesos irreversibles, siendo linealmente independiente. La ventaja que argumenta para esta unificación es que se emplea la entropía como eslabón, eliminando la necesidad de modelos fenomenológicos.

A través de diversos trabajos [12,34,46] Basaran y sus colaboradores presentaron un

modelo para daño por fatiga basado en la generación de entropía, el cual se basó en un método físico que combina la mecánica estadística con las leyes de la termodinámica. El modelo de daño D de Basaran se muestra en la Ecuación (2.1), donde  $(s_i - s_{i0})$  es la diferencia de la producción de entropía instantánea y la de un estado de referencia inicial,  $m_s$  la masa molar y R la constante universal de los gases. La obtención de está ecuación con dichos parámetros se debe a su derivación a partir de la ecuación de Boltzmann.

$$D = 1 - e^{-(s_i - s_{i0})\frac{m_s}{R}}$$
(2.1)

Este modelo de daño, que es una interpretación del TSI, es igual a cero en el estado inicial del material e incrementa progresivamente hasta alcanzar el valor de la unidad en el momento de la falla. Temfack y Basaran [34] probaron el modelo con probetas de acero estructural A36 en fatiga de bajo ciclaje, con cargas uniaxiales a tensión-compresión, siendo controladas mediante desplazamientos. Para el cálculo de la entropía, los autores obtuvieron la desigualdad de Clausius-Duhem, con tres términos en la desigualdad que representan la generación de entropía por cargas mecánicas, por cargas térmicas y uno adicional para otros tipos de carga actuando en el material. Simplificaron la desigualdad, considerando solo la generación de entropía en función de las cargas mecánicas (deformación). Los autores también sugieren que, para una aplicación práctica, su parámetro de daño debería multiplicarse por un factor de seguridad  $D_{cr}$ . Este modelo de daño también fue evaluado por Bin Jamal M et al. [46] con una aleación de Ti-6Al-4V sometida a fatiga de bajo ciclaje con cargas uniaxiales. Sólo consideraron el proceso de disipación mecánica por deformación plástica como generador de entropía en el material, realizando el análisis en un paquete comercial de elementos finitos, escribiendo una subrutina para la disipación plástica la cual cargaron al software y modelaron la parte central de una probeta a tensión como un cilindro tridimensional. Este parámetro de daño D tiene una tendencia particular a crecer aceleradamente durante los primeros ciclos de la prueba hasta alcanzar un valor asintótico cercano a la unidad.

#### 2.1.2. Modelo de Daño por Fatiga de Khonsari

Naderi y Khonsari [23,33] mostraron que la generación de entropía puede usarse de manera efectiva para evaluar la evolución del daño por fatiga. Calcularon la entropía igualmente con la desigualdad de Clausius-Duhem, con tres términos en la desigualdad que representan las componentes de generación de entropía por disipación de energía por deformación plástica, la energía almacenada en el material y la disipación térmica por conducción de calor. En sus estudios, Naderi y Khonsari consideraron que la generación de entropía debida a variables internas es pequeña, y que no existe transferencia de calor. Con esto, dos de los términos de la desigualdad se desprecian, siendo la entropía calculada solo en función de la disipación por deformación plástica. Para ello, emplearon el modelo de Morrow [18], con el cual se estima la energía por deformación plástica en pruebas de fatiga, calculando la energía por ciclo.

Naderi y Khonsari propusieron un parámetro de daño adimensional D en función de

la generación de entropía. Para su desarrollo, tomaron como base el modelo empírico de daño de Duyi y Zhenlin [43] que está en función del agotamiento de la tenacidad estática. Inicialmente, Naderi y Khonsari propusieron un modelo de daño para diferentes tipos de cargas de amplitud constante [33]. Posteriormente extendieron el análisis con el fin de evaluar la vida a la fatiga de un componente sujeto a secuencias de bloques de carga [23]. El modelo de daño D resultante se representa mediante la ecuación (2.2), donde  $D_c$  es el valor del daño crítico del material, el cual debe ser  $\leq 1, s_i$  es la generación de entropía,  $s_c$  es el valor crítico de la generación de entropía y  $s_g$  es la generación total de entropía en el punto de la fractura, es decir, la FFE.

$$D = D_0 + \frac{D_c - D_0}{\ln(1 - s_c/s_g)} \ln(1 - s_i/s_g)$$
(2.2)

El valor del daño crítico  $D_c$  es una constante empírica del material previamente caracterizada [47]. Naderi y Khonsari evaluaron la vida a la fatiga con cargas cíclicas a flexión, tensión-compresión y torsión en amplitud constante y a diferentes secuencias de carga. Sin embargo, el cambio de los niveles de carga en las pruebas con secuencias de bloques se realizó manualmente, apagando el banco experimental y reconfigurándolo antes de correr la prueba de nuevo. Los autores encontraron que el daño para distintas geometrías de probetas, sometidas a diferentes tipos, amplitudes y secuencias de bloques de carga, evoluciona con una tendencia general similar para todos los casos al normalizar las curvas de acumulación de entropía con respecto a la entropía máxima. También observaron que el parámetro de daño crece con una pendiente constante hasta que alcanza aproximadamente el 90 % de la FFE. En este punto, el daño crece rápidamente hasta alcanzar la unidad. Este cambio coincide con el punto en el que la macrogrieta comienza a crecer hasta la falla.

#### 2.1.3. Modelo para *Monitoreo de Salud Estructural* de Modarres

De acuerdo con Amiri y Modarres [29], el daño solo puede ser detectable en una escala macroscópica. Sin embargo, su medición a través de la segunda ley de la termodinámica implica una estrategia universal aplicable a todas las escalas, ya que, termodinámicamente, todos los mecanismos de daño comparten la característica de presentar disipación de energía, que es una medida fundamental de la irreversibilidad de un proceso y que puede ser cuantificada por la generación de entropía. Por lo tanto, la disipación, o la generación de entropía equivalente, puede ser considerada como una representación alternativa de la acumulación del daño. Amiri y Modarres realizaron una presentación de las formulaciones termodinámicas para la generación de entropía de varios mecanismos de daño en materiales, tales como fatiga, corrosión, desgaste, radiación y termofluencia; posteriormente plantearon el efecto sinérgico de varios procesos de degradación con el fin de emplear la entropía como un parámetro de daño para el diagnóstico y pronóstico de la confiabilidad y salud estructural.

A partir de lo anterior, Imanian y Modarres [35–37,48] estudiaron el proceso combinado de corrosión-fatiga, experimentando con aluminio 7075-T6, en el que el proceso de corrosión ocurre en la superficie de la probeta bajo cargas cíclicas, con las subsecuentes reacciones de oxidación y reducción para un electrodo metálico. Las pruebas se llevaron a cabo con el material en una solución acuosa con 3.5 % de concentración de cloruro de sodio, acidificado con una solución de un mol de ácido clorhídrico, con un pH de 3. El tipo de carga fue uniaxial a tensión con relación de esfuerzo de 0.01 y frecuencia de 0.04 Hz para asegurar un tiempo de corrosión adecuado, con un potencial de corrosión libre. Obtuvieron, al igual que los otros dos grupos de trabajo antes mencionados, la desigualdad de Clausius-Duhem para la estimación de la entropía, en la que obtuvieron un término para las pérdidas de calor, uno para pérdidas electroquímicas resultado de un potencial de activación, uno para pérdidas electroquímicas resultado de un sobrepotencial óhmico, uno para pérdidas por difusión y dos correspondientes a pérdidas mecánicas.

De los términos anteriores, Imanian y Modarres calcularon la entropía sólo en términos del área de la curva de histéresis debida a los esfuerzos y deformaciones (pérdidas mecánicas) y a la variación de la corriente eléctrica y el potencial corrosivo en cada ciclo de carga, realizando algunas suposiciones que les permitieron eliminar los efectos de la conducción de calor, la difusión, la fragilización por hidrógeno y el sobrepotencial óhmico, debido a que su contribución a la generación de entropía es insignificante. Obtuvieron una distribución fina de los resultados de entropía que justifica la capacidad de esta propiedad para tratar las incertidumbres asociadas con las variabilidades del microestado, además de una independencia a la condición de carga. Por otra parte, explicaron la dispersión obtenida, entre otras cosas, por errores en los instrumentos de medida, las consideraciones hechas en la evaluación de la entropía, el control del experimento, condiciones ambientales y operacionales y al error humano.

Propusieron el parámetro de daño D para el pronóstico y la gestión de la salud estructural con una base en la evolución de la generación de entropía, como se muestra en la ecuación (2.3), donde  $s_i$  es la generación de entropía,  $s_{i0}$  la entropía en el punto inicial del proceso de daño, y  $s_g$  el valor del *límite de la entropía*, es decir, la FFE. En este modelo, la falla ocurre cuando la generación total de entropía alcanza el nivel del límite de entropía.

$$D = \frac{s_i - s_{i0}}{s_g - s_{i0}} \tag{2.3}$$

La evolución de este parámetro de daño presenta una tendencia lineal desde el comienzo de la prueba hasta el punto de la falla, lo que la asemeja a la regla de Miner, en la que el daño se mide en proporción al número de ciclos.

Debido a que Modarres trabaja la línea de confiabilidad y salud estructural, argumenta que el límite de entropía no debe coincidir con una señal de daño observable, sino que debe seleccionarse para un punto en el que el daño no sea tolerable y que la falla sea inminente. Por otra parte, Yun y Modarres [49] probaron el modelo de estimación del daño en materiales metálicos empleando acero inoxidable 304L bajo cargas uniaxiales de tensión, con probetas planas con concentradores de esfuerzos para el control del crecimiento de la grieta y realizando medidas de la longitud de la grieta, definiendo la vida a la fatiga del material a longitudes de grieta específicas. Como se había determinado previamente [41, 50, 51], el límite de entropía tiene una pequeña variación positiva con la amplitud del esfuerzo, sobre todo en la etapa de la iniciación de la grieta.

### 2.2. Evaluación de los modelos para un caso de Aluminio 6061-T6

A continuación, se presenta una evaluación realizada a los modelos de daño presentados en la Sección 2.1. Para ello, los modelos se alimentaron con datos de entropía obtenidos de la literatura. Específicamente, se obtuvieron datos de la generación de entropía de Khonsari y Amiri [30], quienes probaron aluminio 6061-T6 a diversas condiciones de carga y con diferentes geometrías, obteniendo la tasa de generación de entropía y la FFE. En este ejercicio, se emplearon los datos experimentales de la prueba de flexión, llevada a cabo con una serie de probetas planas, las cuales se fijaron en un extremo, mientras que en el otro se sometían a flexión a diferentes niveles de desplazamiento  $\delta$ . Los resultados de dichas pruebas se muestran en la Figura 2.1, donde el eje de las ordenadas representa el valor de la acumulación de entropía y el eje de las abscisas el número de ciclos hasta la falla.



Figura 2.1: Evolución de la acumulación de entropía hasta la fractura para probetas de aluminio 6061-T6 en pruebas de flexión cíclica. Modificado de [30].

A partir de tres condiciones de carga distintas, los autores determinaron un valor medio de la FFE del aluminio 6061-T6 en 4.07 MJ/m<sup>3</sup>. Para la evaluación de los modelos de daño realizada en esta sección, se emplearon los valores de la prueba de flexión de 49.53 mm. La tendencia de evolución del daño de los tres modelos se presenta en la Figura 2.2. Para efectos comparativos, también se muestran los datos obtenidos del modelo de daño de Duyi y Zhenlin [43], que fue formulado con base en datos experimentales del agotamiento de la tenacidad del material.



Figura 2.2: Evolución del parámetro de daño para los tres modelos comparados.

Se observa que el parámetro de daño de Basaran crece de manera acelerada durante los primeros ciclos y, tras cierto punto, se aproxima asintóticamente al valor del daño igual a la unidad. El parámetro de Khonsari tiene una tendencia a crecer con una pendiente casi constante hasta alcanzar aproximadamente el 90 % de la vida útil, valor que también coincide con la constante experimental de daño crítico. Tras esto, la pendiente crece de manera acelerada hasta el punto de la fractura. El parámetro de Modarres crece de manera lineal, ya que la relación con la acumulación de entropía es análoga a la regla del daño lineal de Miner.

El modelo (2.1) propuesto por Basaran parece tener una tendencia a mostrar más bien el comportamiento de la entropía cíclica en vez de la acumulación del daño, ya que alcanza un nivel de estabilidad tras cierto número de ciclos. La disipación cíclica de energía y temperatura también alcanzan un valor medio estable para aproximadamente el 90 % de la vida útil. Eso explicaría que el parámetro D crece aceleradamente durante los primeros ciclos y posteriormente alcanza un valor asintótico aproximado a la unidad, siendo ese comportamiento asintótico el que representa más bien la estabilidad de la curva de histéresis. Se debe tener en cuenta que el modelo propuesto por Basaran es en sí el índice del estado termodinámico, el cual, en sus trabajos de fatiga, adapta como un parámetro de daño. Por otra parte, el parámetro del daño D en función del desorden se plantea mediante una relación que tiene semejanza con la de la deformación verdadera de un ensayo de tensión. Eso explicaría también el tipo de comportamiento de la curva de daño, ya que su tendencia parece ser como la de la curva esfuerzo-deformación obtenida en dicho ensayo. En otro orden de ideas, el trabajar el desorden en función de la entropía a través de la ecuación de Boltzmann reformula la ecuación del daño D en un modo que es matemáticamente correcto. Sin embargo, una función del tipo exponencial como la de la ecuación (2.1) siempre tendrá la tendencia de evolución que se observa en la Figura 2.2, donde se tiene una pendiente pronunciada al inicio de la curva y

paulatinamente se alcanza un valor asintótico cerca de la unidad. Un detalle para notar es que, a diferencia de los modelos de Khonsari y Modarres, el modelo de Basaran no hace uso de algún límite de entropía a la fatiga, dejando que el modelo se alimente con valores crecientes de entropía de manera indefinida. Por lo tanto, es pertinente revisar la formulación de este modelo, para precisar si hace falta la implementación de alguna constante que ajuste la curva a un comportamiento más acorde con el concepto de daño observable experimentalmente, especialmente, el de la tasa de crecimiento de grieta.

El modelo de daño (2.2) de Khonsari es logarítmico y tiene su origen en uno de la literatura que está basado en la pérdida de propiedades del material. Específicamente, de la tenacidad estática medida por Duyi y Zhenlin [43], quienes ajustaron una curva a datos experimentales para desarrollar un modelo del agotamiento de la tenacidad en función del número de ciclos de fatiga aplicados, a partir del cual desarrollaron posteriormente un modelo de daño. Khonsari aprovechó la relación aparentemente lineal que hay entre la acumulación de entropía y el número de ciclos para reformular el modelo de Duyi y Zhenlin y establecerlo en función de la entropía.

En cambio, el modelo de daño (2.3) presentado por Modarres presenta una tendencia de evolución lineal debido a su estructura pragmática, donde la entropía calculada se emplea para alimentar el numerador, mientras que el denominador permanece constante, ya que los valores de límite de entropía y entropía inicial lo son.

Los tres grupos de investigación utilizan la desigualdad de Clausius-Duhem para el cálculo de la entropía, con la cual, posteriormente, alimentan los modelos de daño. En ese sentido, el origen y la estructura de las desigualdades de cada grupo de investigación para el cálculo de la generación de entropía es idéntico, derivándose al menos tres términos. Por otra parte, los tres grupos de investigación han utilizado la suposición de que la disipación de energía por deformaciones plásticas es la dominante, simplificando la desigualdad de Clausius-Duhem. Por lo tanto, es de suponer que, si se emplea correctamente la desigualdad, ésta no es un factor que influya en las variaciones estimadas por los modelos de daño. Es decir, alimentar los modelos de daño a partir de la misma desigualdad de Clausius-Duhem y la misma disipación de energía cíclica no debería ser el factor para que los modelos presenten un comportamiento con la diferencia observada en la Figura 2.2, sino que la causa debe encontrarse en el desarrollo de los modelos de daño D.

### 2.3. Conclusiones del capítulo

Se observa que el parámetro de daño de Khonsari crece con pendiente constante hasta aproximadamente el 90% de la vida a la fatiga, momento en el cual presenta un incremento súbito hasta la fractura, donde el valor del daño se aproxima a la unidad. Este cambio repentino coincide con el punto en el cual el material ha alcanzado físicamente el daño crítico, el cual se debe determinar experimentalmente. En cambio, el parámetro de Basaran crece de manera acelerada durante los primeros ciclos; posteriormente el comportamiento de la evolución del daño es asintótico hasta alcanzar Dla unidad en el momento de la falla. El parámetro de Modarres crece de manera lineal a lo largo de toda la vida a la fatiga del material. Al considerarse un material prístino con  $s_{i0} = 0$ , la ecuación (2.3) se convierte en un cociente entre el valor de la entropía en el instante medido y el del límite de entropía, lo que termina siendo una relación análoga a la regla del daño lineal de Miner.

El modelo de Basaran hace uso la ecuación de Boltzmann para incorporar la entropía como índice de daño. En los casos reportados en este documento, para el cálculo de la entropía se realizan suposiciones de tal manera que sólo se requiera generación de entropía debida a la disipación plástica. El parámetro de daño se planteó a partir de la variación del estado de desorden presente con respecto a un estado de referencia inicial. La evolución del parámetro de daño es atípica, comparada con otros modelos, dado su crecimiento acelerado en los primeros ciclos de carga, hasta alcanzar un valor asintótico alrededor de la unidad. Este comportamiento es matemáticamente correcto, debido al exponente negativo, pero es contrario al conocimiento que se tiene sobre el comportamiento del crecimiento de grietas por fatiga adquirido con mediciones experimentales. Se requiere revisar su formulación, ya que, si bien es matemáticamente correcta, puede llegar a minimizar los ciclos a la falla del material debido a su alta tasa de cambio inicial.

En los trabajos de Khonsari el modelo de daño se derivó de otro de la literatura y se aprovecha la FFE como una propiedad del material, que es constante en el punto de la fractura, independientemente de la geometría de la probeta, amplitud, frecuencia y tipo de carga. La entropía se calculó considerando a la deformación plástica como el único proceso de disipación de energía generador de entropía. Se caracterizó experimentalmente el punto de daño crítico, siendo una constante necesaria para alimentar el modelo. Tras este punto crítico, la pendiente de la evolución del daño crece a un ritmo más acelerado con respecto a su comportamiento previo, alcanzando el valor de la unidad en unos pocos ciclos. De esta forma, se tiene la ventaja de retirar de operación a una pieza sometida a fatiga con suficiente anticipación a la falla.

En los trabajos de Modarres se estudió el proceso combinado de corrosión-fatiga, por lo que la desigualdad de Clausius-Duhem que derivaron está compuesta por una serie de términos que incluyen procesos electroquímicos y eléctricos, pero que finalmente queda en función de la suma del producto de fuerzas y flujos termodinámicos. En ellos también se utiliza un concepto de límite de fatiga, mediante el cual se argumenta que la probabilidad de la falla se incrementará conforme la entropía acumulada en el proceso de degradación del material alcanza dicho límite. El modelo de daño es bastante simple, lo que resulta en una evaluación semejante a la de la regla del daño lineal de Miner. Esto resulta en una aplicabilidad sencilla, aunque no permite advertir algún punto de daño crítico en el material.

Resumiendo, los tres modelos discutidos emplean la entropía como índice de daño, siendo la única variable independiente y cuantificándola mediante las leyes de la termodinámica. Con ellas, todos los autores plantean una desigualdad de Clausius-Duhem acorde a las condiciones sus escenarios estudiados. Los tres grupos de investigación comparten una serie de suposiciones en las que desprecian algunos de los procesos disipativos, con el fin de simplificar el cálculo de la entropía. Solo en los estudios de Modarres se conservan algunos términos más de la desigualdad de Clausius-Duhem para considerar el proceso de corrosión.

Para concluir, con el tipo de escenarios de carga evaluados, el modelo de Khonsari es

muy ventajoso, ya que permite distinguir un punto crítico en la evolución del daño que permita al usuario tomar una decisión anticipada. El modelo de Modarres es simple y de evaluación rápida, pero de comportamiento lineal. En cambio, si se quisiera emplear el modelo Basaran, se deben tomar precauciones, debido a que resulta en una evolución de daño bastante acelerada en los primeros ciclos de carga.

# Capítulo 3 Objetivos de la Tesis

### 3.1. Justificación

La fatiga es un fenómeno altamente probabilístico, dependiente de una gran cantidad de variables, tanto de los materiales, geometría, ambientales, como del historial de carga. La mayoría de los métodos disponibles para la predicción de la falla por fatiga requieren parámetros de entrada que deben ser obtenidos experimentalmente. A pesar de la gran cantidad de modelos que se han propuesto en las últimas décadas para evaluar la evolución del daño por fatiga, ninguno de ellos cuenta con aceptación generalizada entre la comunidad de diseñadores mecánicos.

El daño causado por la fatiga se considera actualmente como uno de los mayores retos en el análisis de la confiabilidad de estructuras y partes de maquinaria. Este daño se incrementa junto con los ciclos de carga aplicada y la predicción de cuándo se alcanzará el límite crítico de daño es una de las etapas cruciales en el Diseño Mecánico, orientado a evitar fallas inesperadas que puedan comprometer recursos humanos, económicos y materiales.

Se han desarrollado estudios de fatiga de materiales mediante un enfoque energético y sus alcances y aplicaciones ofrece buenas oportunidades para el futuro. Una ventaja que ofrece el enfoque energético es que los modelos derivados se basan en principios físicos fundamentales, mientras que en otros modelos tradicionales se ajustan curvas a partir de datos experimentales. Además, está documentado que los enfoques basados en parámetros energéticos y, especialmente, en la entropía, son menos sensibles a la variabilidad de las condiciones de carga y proporciona una medida confiable del daño. Sin embargo se necesita un mayor entendimiento de los parámetros y condiciones de carga que tienen efecto en la vida a la fatiga.

Se sugiere entonces continuar con estudios hacia nuevos escenarios de carga, materiales o geometrías que permitan desarrollar modelos con un mayor rango de aplicaciones orientadas a la predicción de la vida útil a la fatiga. Por lo tanto, en este trabajo se propone extender la aplicabilidad del enfoque energético basado en las leyes de la termodinámica para estimar la vida útil de materiales metálicos sometidos a cargas de amplitud variable, a partir de la estimación del daño por entropía y la disipación de energía ciclica, principalmente.

### 3.2. Objetivo general

Desarrollar, implementar y evaluar una metodología de estimación de la acumulación del daño por cargas cíclicas con base en el enfoque energético a partir del modelado de los mecanismos de falla en metales con las leyes de la termodinámica, para la estimación de la vida útil a fatiga.

### 3.3. Objetivos específicos

- Evaluar la influencia de las variables asociadas con el historial de carga en los parámetros de salida, especialmente la energía disipada y la temperatura, con el fin de cuantificar la generación de entropía y su relación con la degradación por fatiga del material.
- Evaluar el comportamiento a la fatiga en función de la entropía a través de pruebas de cargas cíclicas.
- Proponer un modelo teórico calibrado y validado experimentalmente para la acumulación del daño por fatiga.

### 3.4. Alcances y limitaciones

- Se trabajará con al menos dos variables del historial de carga.
- Se trabajará con el enfoque de generación de entropía por cargas cíclicas.
- El trabajo será teórico con calibración experimental sobre aleaciones de aluminio.
- Se trabajará con cargas de fatiga de flexión rotativa.
- La temperatura se medirá experimentalmente con una cámara térmica H<br/>ti HT-18 $220\,\times\,160.$

## Capítulo 4 Marco Teórico

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos para comprender cómo modelar el fenómeno de fatiga partiendo de principios termodinámicos. Además de ello, se presentan los dos enfoques principales para trabajar historiales de carga de amplitud variable, con el fin de evaluar cuál se puede combinar con los modelos de daño presentados en el Capítulo 2.

### 4.1. Modelo de disipación de energía cíclica de Morrow

Investigadores han propuesto que el total de disipación de energía  $W_f$  de un material sometido a un proceso de fatiga es constante en el punto de la falla [17–20,52]. Por lo tanto, es posible establecer una relación entre el total de energía disipada y los ciclos a la falla  $N_f$ . La base principal de este planteamiento es que la tasa de disipación cíclica de energía  $\Delta W$  durante un proceso de fatiga alcanza un valor constante tras cierto número de ciclos, que se mantiene por todo el proceso hasta la falla del material.

Morrow [18] desarrolló un trabajo pionero en el que estableció una relación entre la vida a la fatiga y la disipación de energía cíclica. Morrow supuso que el área dentro del ciclo de histéresis del diagrama esfuerzo-deformación es constante, y la evaluó mediante la ecuación (4.1), que es un modelo enfocado a calcular la disipación de energía cíclica  $\Delta W$  en función de una sóla variable de entrada, la amplitud del esfuerzo  $\sigma_a$ , y siendo el resto de los parámetros constantes que representan propiedades de fatiga del material y que pueden ser caracterizadas mediante ensayos controlados por deformación: el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$ , el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ , y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'. Sin embargo, a pesar de ser una ecuación en teoría de una sóla variable, los diseñadores que la usen deben ser precavidos de su sensibilidad a las propiedades del material, como se demostrará en el Capítulo 5.

$$\Delta W = \frac{4\epsilon'_f(\frac{1-n'}{1+n'})}{(\sigma'_f)^{\frac{1}{n'}}} \sigma_a^{\frac{n'+1}{n'}}$$
(4.1)

Muchos de los estudios de fatiga donde se utiliza la termodinámica se han realizado bajo una hipótesis de que la entropía cíclica es constante, al igual que la energía disipada por deformación plástica, la cual es la que se considera como el principal factor que aporta a la generación de entropía. Con esta suposición, ha sido muy carácterístico el uso del modelo de Morrow [18]. Con esto, los investigadores simplifican la estimación de la entropía. El modelo de Morrow ha sido útil para el cálculo de la disipación de energía para diferentes tipos de cargas, tales como tensión-compresión [53–55], flexión [16,32,56,57], torsión [16,33,57] y tensión compacta [38,50,58], a diferentes magnitudes tanto de amplitud como de frecuencia, por lo que su uso para trabajar con diferentes tipos de carga es factible.

### 4.2. Termodinámica del cuerpo sólido

La termodinámica es una rama de la física encargada del estudio de la interacción entre el calor y otras manifestaciones de la energía y se basa en cuatro leyes principales. Para el estudio de los sólidos, en conjunción con la mecánica del medio continuo, generalmente se emplean dos leyes: la primera ley, o la ley de la conservación de la energía; y la segunda ley, o la ley de la entropía o de la irreversibilidad de un proceso.

La primera ley de la termodinámica es la correspondiente a la conservación de la energía, la cual establece que la energía puede transformarse de una forma a otra, pero no puede ser creada o destruida. Se expresa mediante la ecuación (4.2), donde E es la energía interna, K la energía cinética, Q el flujo de calor y  $P_{(x)}$  el trabajo hecho por fuerzas externas [59].

$$\frac{d}{dt}(E+K) = P_{(x)} + Q \tag{4.2}$$

La segunda ley explica los fenómenos de naturaleza irreversible y de degradación y deriva en otra propiedad llamada entropía, la cual dicta la dirección de un proceso, cuantificando la energía disipada como calor que no se puede convertir en trabajo útil. Por ello, esta propiedad se relaciona con una *flecha del tiempo* y se recurre a ella para determinar la evolución de un sistema durante un proceso irreversible [30].

La entropía se expresa como una variación de la disipación de energía con respecto a una variación de temperatura, de acuerdo con la ecuación (4.3), donde  $\rho$  es la densidad, s la entropía específica,  $J_q$  el flujo de calor y T la temperatura. Esta ecuación plantea la irreversibilidad de un proceso termodinámico, ya que el cambio de entropía será siempre creciente comparado con un proceso reversible. Hay dos caminos mediante los cuales se puede incrementar la entropía de un sistema: por la transmisión de calor al sistema y por procesos irreversibles. Para un proceso adiabático, donde la transferencia de calor es igual a cero, el incremento de entropía siempre se asocia con irreversibilidades [59].

$$\rho \frac{ds}{dt} >= -div(\frac{J_q}{T}) \tag{4.3}$$

Cuando se trata de estimar la entropía acumulada en un proceso de degradación como la fatiga, los investigadores recurren a la primera y la segunda ley de la termodinámica, lo que los lleva a derivar la desigualdad de Clausius-Duhem, expresión que usualmente queda conformada por tres términos. Uno de ellos corresponde a la disipación plástica, mientras que otro a la disipación asociada con la evolución de otras variables internas. La suma de estos dos términos se conoce como disipación intrínseca (o mecánica) y el sistema la lleva a cabo en forma de calor. El tercer término es la disipación térmica asociada con la conducción de calor.

Las dificultades para estudiar la fatiga resultan de la existencia de factores internos y externos que afectan su comportamiento, tales como las propiedades del material, condiciones de carga, geometría, entre otros. Estos factores no suelen ser independientes unos de otros, por lo que se han hecho suposiciones y simplificaciones para entender los procesos de fatiga. En problemas de fatiga de bajo ciclaje, como lo son la mayoría de los trabajos reportados en este ámbito, la entropía se ha cuantificado por la disipación asociada a la deformación plástica, siendo suficiente para evaluar el proceso de degradación.

Se necesitan variables que se clasifican en observables e internas para el estudio del comportamiento térmico de sólidos. Las variables observables son la temperatura y la deformación total. Los estudios se encuentran limitados a estas variables, siendo las únicas medibles tanto en elasticidad, plasticidad, viscoelasticidad, daño y fractura. A partir de estas variables se puede estimar la disipación de energía, con el auxilio del esfuerzo asociado a dichas variables.

Las otras variables internas del material que representan el estado interno de la materia, son tales como la microestructura cristalina, densidad de dislocaciones, posición de microgrietas y cavidades, entre otras. Estas variables no pueden ser medidas por observación directa, además de no aparecer explícitamente en las leyes de la termodinámica. Definir a las variables internas que se ajustan al estudio de un fenómeno requiere muchas veces de la experiencia subjetiva y los sentidos del investigador, e igualmente de las condiciones del tipo de aplicación estudiada [59].

#### 4.2.1. Estimación de entropía de un proceso de fatiga

La generación de entropía del proceso de fatiga se calcula a partir de la disipación de energía presente como calor y la temperatura del sistema. Con el uso del modelo de Morrow es posible conocer la disipación de energía, por lo que la ecuación (4.2) puede resolverse para obtener la temperatura T. Sustituyendo los parámetros por aquéllos correspondientes a un problema de valor de frontera unidimensional de conducción de calor en una región finita  $0 \le x \le L$  con generación de calor dentro del sólido, la ecuación (4.2) se puede reescribir como la ecuación diferencial parcial parabólica (4.4), en la que T(x, t) es la temperatura del cuerpo, que depende de la distancia longitudinal xy el tiempo  $t, \rho$  es la densidad del material, c su capacidad calorífica, k su conductividad térmica y  $\Delta W$  la tasa de disipación del trabajo mecánico. Una vez que se conoce la tasa de disipación de energía y la temperatura, la entropía s se calcula en función de ambas, de tal forma que la ecuación (4.3) para evaluar la acumulación de la generación de entropía desde un momento inicial  $t_0$  a un momento arbitrario t se reescribe como la ecuación (4.5).

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \Delta W \tag{4.4}$$

$$s = \int_{t_0}^t \frac{\Delta W}{T} dt \tag{4.5}$$

La tasa de disipación de energía  $\Delta W$  se calcula con la ecuación (4.1); entonces, se puede resolver la ecuación diferencial parcial (4.4). Considerando una temperatura ambiente  $T_0$  como un valor de frontera, la solución de la ecuación (4.4) se puede obtener con la técnica de la Transformada-Integral [60], en la que la distribución de la temperatura se expresa como una serie, como se muestra en la ecuación (4.6), en la que  $\beta_m$  son los valores propios descritos por la ecuación (4.7).

$$T = T_0 + \frac{2\Delta W}{kL} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\beta_m^3} \cos(\beta_m x) (1 - e^{-(k/\rho c)\beta_m^2 t})$$
(4.6)

$$\beta_m = \frac{(2m+1)\pi}{2L}$$
 con  $m = 0, 1, 2, 3, ...$  (4.7)

De acuerdo con observaciones experimentales reportadas en la literatura [61–63], el incremento de la temperatura generado por el trabajo mecánico disipado  $\Delta W$  en un proceso de fatiga alcanza un valor estacionario  $T_s$ , relacionado con el área de histéresis estabilizada que se alcanza al observar el diagrama esfuerzo-deformación. Este valor de temperatura es el presente en la mayor parte del proceso de fatiga. Por lo tanto, si la ecuación (4.6) se evalúa con  $t \to \infty$ , la expresión se puede reescribir como la ecuación (4.8).

$$T_s = T_0 + \frac{2\Delta W}{kL} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\beta_m^{-3}} \cos(\beta_m x)$$
(4.8)

Por otra parte, si se considera que la temperatura de interés se localiza en el centro del sistema, y el origen del sistema de coordenadas se asume en el centro geométrico del sólido, entonces x = 0, por lo que  $\cos(\beta_m x) = 1$ , y la ecuación (4.8) se puede reescribir como la ecuación (4.9).

$$T_{s_{x=0}} = T_0 + \frac{2\Delta W}{kL} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\beta_m^3}$$
(4.9)

### 4.3. Técnicas de procesamiento de historiales para simplificar cargas de amplitud variable

En los estudios de fatiga bajo un enfoque termodinámico, se han usado variables medibles directamente como temperatura o deformación. Cuando las cargas a las que se somete una prueba de fatiga son de amplitud constante, la disipación de energía (y por ende la generación de entropía) se puede calcular con el modelo de Morrow. Sin embargo, cuando se estudian escenarios con historiales de carga de amplitud variable, sería mejor que la información de dichos historiales sea simplificada a una distribución de procesos simples con amplitud constante  $\sigma_{ai}$  cada uno con  $N_i$  número de repeticiones.

Tradicionalmente, existen dos técnicas para la evaluación de vida a la fatiga de materiales sujetos a historiales de carga de amplitud variable: (a) el enfoque en el dominio del tiempo, el cual consiste en una combinación de un algoritmo de conteo de ciclos y una regla de acumulación del daño, empleado las características de la curva esfuerzo-vida del material [64]; y (b) el enfoque en el dominio de la frecuencia que usa análisis de Fourier para descomponer el historial en sus componentes de frecuencia y después, usar la densidad espectral de potencia y las propiedades de área de su periodograma, con el fin de formular distribuciones de probabilidad que se puedan combinar con algún modelo de daño [65].

Ambos enfoques buscan obtener los ciclos cerrados presentes en el historial analizado, y entonces usarlos en un modelo de daño. El modelo más tradicionalmente empleado es la regla de Miner, presentada en la ecuación (4.10), en la que  $N_i$  son los ciclos cerrados para el *i*-ésimo nivel de amplitud de esfuerzo y  $N_{f_i}$  sus correspondientes ciclos a la falla.

$$D = \sum_{i}^{n} \frac{N_i}{N_{f_i}} \tag{4.10}$$

Las dos técnicas antes mencionadas para el tratamiento de historiales de amplitud variable, las cuales se evaluarán con el fin de determinar su factibilidad para ser aplicadas en los modelos de daño por fatiga descritos en la Sección 2.1, se describen brevemente a continuación.

#### 4.3.1. Técnica en el dominio del tiempo: conteo de ciclos

El conteo de ciclos consiste en la extracción de información de una serie de datos de cargas de amplitud variable en el dominio del tiempo, en la que cada ciclo extraído está asociado con un ciclo de histéresis cerrado en el diagrama esfuerzo-deformación. El primer método desarrollado para la extracción de ciclos de carga cerrados, y actualmente uno de los más empleados es el de *rainflow*. Este método fue publicado originalmente en Japón por Matsuichi y Endo en 1968 [66]; posteriormente, se publicó una traducción al inglés en 1974 [67]. Más adelante fue desarrollado por otros autores [68,69], y actualmente es un método estandarizado [64]. Es el más utilizado en diversas cuestiones de diseño y mantenimiento, sobre todo por su capacidad de contar medios ciclos, los cuales posteriormente se emparejan entre los que tengan el mismo rango de esfuerzo y esfuerzo medio. Debido a esto, se puede ajustar el historial de carga con el fin de cerrar *artificialmente* la mayor cantidad de ciclos posibles.

El conteo de ciclos por *rainflow* es en esencia un método semigráfico, en el que el historial de carga se *rota* de forma que el eje del tiempo se posicione verticalmente con dirección hacia abajo, de forma que la gráfica asemeje a un techo tradicional del tipo pagoda. Posteriormente, se *imagina* un flujo de lluvia que comienza en cada extremo

sucesivo. Se define entonces una inversión (o medio ciclo) cuando el flujo de la lluvia continúe hasta que: a) caiga en un punto máximo más grande o un mínimo más pequeño opuesto, b) se encuentra con un flujo previo cayendo de arriba o c) caiga fuera del techo. Un ejemplo de lo mencionado arriba es el ejemplo de Lee y Tjhung [70] mostrado en la Figura 4.1. En ésta se puede apreciar un historial de carga de amplitud variable en el dominio del tiempo, donde se tienen bien definidos los picos y valles de la carga.



Inversiones	Desde	Hasta	Desde $\sigma$	Hasta σ	Rango	Media
1	А	D	-5	4	9	-0.5
1	D	А	4	-5	9	-0.5
1	В	С	1	-3	4	-1
1	С	В	-3	1	4	-1
1	Е	Н	-4	3	7	-0.5
1	F	G	2	-1	3	0.5
1	G	F	-1	2	3	0.5
1	Н	E	3	-4	7	-0.5
			C)			

Figura 4.1: Ejemplo de historial de carga de amplitud variable trabajado con la técnica de *rainflow* en el que: A) historial de carga en el dominio del tiempo, B) historial de carga rotado para el *flujo de lluvia* y C) matriz de conteo de inversiones, en las que aquellas del mismo color se emparejan en ciclos cerrados. Modificado de [70]

#### 4.3.2. Técnica en el dominio de la frecuencia: análisis espectral

La técnica en el dominio de la frecuencia es una opción a la del dominio del tiempo, ya que permite descomponer un historial complejo en sus componentes más simples a través de un análisis de Fourier [71–73]. La transformada rápida de Fourier Y(k)de una serie de tiempo discreta está dada por la ecuación (4.11), en donde  $W_n = e^{-i(2\pi/n)}$  es la ecuación de Euler para n número de puntos de x(j), lo que se traduce en elementos de salida complejos, que guardan información acerca de la amplitud y la fase. Se asocia entonces cada elemento del vector Y(k) con una frecuencia. En una gráfica
en el dominio de la frecuencia, es común expresar el valor absoluto de los elementos de la transformada en el eje de las ordenadas. Esta puede revelar información importante de las características del historial, principalmente, sus componentes de frecuencia.

$$Y(k) = \sum_{j=1}^{n} x(j) W_n^{(j-1)(k-1)}$$
(4.11)

La densidad espectral de potencia es una gráfica que describe el cuadrado de la amplitud de la transformada de Fourier, normalizada con respecto a su frecuencia. Es de mucha ayuda para conocer cómo la potencia de una historial de carga está distribuida a lo largo de las diferentes frecuencias de la cual está conformada. Ha sido muy utilizada en procesamiento de señales para estudios de fatiga [74–76]. La densidad espectral de potencia tiene la capacidad de mostrar un rango efectivo de frecuencias que domina sobre el resto del historial. Usando los valores obtenidos por la transformada de Fourier Y(k) para los N números complejos, la densidad espectral de potencia de la señal [77].

$$G(k) = \frac{2}{N^2} \frac{|Y(k)|^2}{\Delta f}$$
(4.12)

Entonces, el *i*-ésimo momento espectral general  $m_i$  está dado por la ecuación (4.13), donde G(f) es la densidad espectral de potencia del proceso aleatorio, siendo f la frecuencia y n el número de puntos del historial muestreado.

$$m_{i} = \int_{0}^{\infty} f^{i}G(f)df = \sum_{k=1}^{n} f_{k}^{i}G(f_{k})\delta f$$
(4.13)

Entre los parámetros que se pueden encontrar con los momentos espectrales se encuentra el valor medio eficaz  $\sigma_{sd} = \sqrt{m_0}$ , la tasa de picos esperados  $E(P) = \sqrt{m_4/m_2}$ , la tasa de cruces con el cero  $\nu_0^+ = \sqrt{m_2/m_0}$ , y el factor de irregularidad  $\alpha = m_2/\sqrt{m_0m_4}$ . Estas parámetros y los momentos espectrales son útiles para formular funciones de densidad de probabilidad, las cuales describen la probabilidad relativa de que un intervalo de la variable aleatoria ocurra.

El factor de irregularidad  $\alpha$  es un parámetro entre 0 y 1. Cuando  $\alpha$  está cerca de 1, se dice que la señal del historial de carga es del tipo *banda estrecha*, en la que la densidad espectral de potencia se concentra en una o muy pocas frecuencias. Cuando  $\alpha$  está cerca de 0, se dice que la señal es de *banda ancha*, en la que existen varios picos en la densidad espectral de potencia; por consiguiente, varias frecuencias del sistema están siendo excitadas por la carga. Los tipos de historiales de carga mencionados se muestran en la Figura 4.2, donde en (a) se muestra la forma típica de los historiales en el dominio del tiempo, mientras que en (b) se muestra su correspondiente periodograma de densidad espectral de potencia.



Figura 4.2: Tipos de historial de carga (a) en el dominio del tiempo y (b) en el dominio de la frecuencia. Fuente: [73].

# 4.4. Conclusiones del capítulo

Los modelos de daño por fatiga basados en entropía hasta el momento utilizan parámetros en función de ciclos de carga de amplitud constante (rango de esfuerzos, rango de deformaciones plásticas, disipación de energía cíclica, entropía cíclica), en los cuales se asume que los ciclos de histéresis en la curva esfuerzo-deformación son cerrados. Sin embargo, en historiales de carga de amplitud variable, no todos los ciclos de histéresis se cierran, por lo que no es posible alimentar los modelos, tal como existen en este momento, de la misma forma en la que se haría con una carga de amplitud constante. Entonces, es necesario implementar métodos en los que, con base en la información del historial disponible, se puedan obtener cargas con las cuales alimentar los modelos.

La técnica de conteo de ciclos es en esencia un método semigráfico, que ofrece un cerrado artificial de las inversiones presentes en un historial de carga de amplitud variable, agrupándose en conjuntos que comparten la misma amplitud y valor medio. Las técnicas en el dominio de la frecuencia descomponen mediante métodos matemáticos un historial complejo en componentes más simples, e incluso se puede identificar un ancho de banda donde se concentre la energía del historial de carga medido. A partir de la información del espectro de carga se puede obtener información para el cálculo de momentos estadísticos, los cuales se emplean para el cálculo de propiedades estadísticas para el planteamiento de funciones de densidad de probabilidad. Estas funciones pueden llegar a ser útiles para la evaluación de la fatiga en los modelos energéticos de daño basados en la entropía.

Con base en este marco teórico, se buscará la integración de alguno de los criterios de fatiga a amplitud variable con los modelos de daño basados en entropía, con el fin de determinar la mejor conbinación que arroje una estimación de vida a la fatiga cercana a resultados experimentales.

# Capítulo 5 Análisis del modelo de Morrow

El modelo de Morrow ha sido ampliamente utilizado en años recientes como parte de las nuevas estrategias para la evaluación de la vida a la fatiga de materiales metálicos a través de las leyes de la termodinámica. Se utiliza para cuantificar la tasa de disipación de energía en el proceso de fatiga, la cual se representa como un ciclo de histéresis en los diagramas esfuerzo-deformación del material. En la mayoría de los estudios sobre fatiga con el enfoque energético, se considera que la disipación de energía por deformación plástica es el proceso disipativo dominante, en el que la fuerza termodinámica generalizada es el esfuerzo, y el flujo termodinámico generalizado es la deformación del material [30]. Conociendo la disipación de energía, se puede resolver la ecuación termodinámica fundamental del proceso de fatiga para encontrar la evolución de la temperatura. Entonces, la disipación de energía y la temperatura se utilizan para calcular la generación de entropía del proceso de fatiga. Como se mencionó en la Sección 4.1, el modelo de Morrow se ha utilizado para calcular la disipación de energía en muchos escenarios de fatiga con diferentes tipos de cargas, a diferentes magnitudes y frecuencias [16, 32, 33, 38, 50, 53–58].

El modelo de Morrow es dependiente de la amplitud de la carga cíclica, y de unas pocas constantes que representan propiedades del material: el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_{f}$ , el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_{f}$ , y el exponente de enducerimiento por deformación cíclica n'. Sin embargo, a pesar de su aparente simplicidad, las propiedades del material, cuando se obtienen experimentalmente, suelen exhibir dispersiones que pueden llevar a cálculos inexactos, por lo que se han realizado diversos estudios para obtener de manera exacta las propiedades a la fatiga de materiales metálicos [78–80]. Típicamente, estos parámetros se caracterizan aprovechando el hecho de que el comportamiento de la deformación se estabiliza alrededor del 20% de la vida a la fatiga, generando a partir de cierto punto ciclos de histéresis de área constante [81,82]. Además, se ha encontrado que es posible predecir, a partir de las propiedades monótonas, las propiedades de fatiga de forma precisa al considerar una familia completa de aleaciones metálicas como un sólo grupo [78,83,84]. Las propiedades de fatiga de muchos materiales metálicos han sido estimadas empíricamente y se han presentado en literatura técnica especializada (por ejemplo: [85, 86]), exhibiendo diferencias aunque algunos valores muestran tendencias centrales.

En consecuencia, es importante llevar a cabo un tratamiento estadístico de los re-

sultados de las caracterizaciones experimentales, para obtener valores con tendencias centrales con significancia estadística. En este sentido, Meggiolaro y Castro [78] llevaron a cabo un estudio estadístico extenso en muchos materiales, determinando que es mejor estimar las propiedades del material por medio de medianas en grupos de familias de aleaciones, a lo que llamaron el *Método de la Mediana*. De este modo, determinaron que el cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$ , el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ , el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n' se pueden asumir como constantes, para cada familia de aleaciones.

Debido a que los parametros del material, que a pesar de que suelen asumirse como constantes, pueden presentar variabilidad al momento de ser caracterizados y, por lo tanto, pueden afectar el resultado de la disipación de energía  $\Delta W$ , en este Capítulo se evalúa la sensibilidad del modelo de Morrow a la variabilidad de las propiedades del material. Para hacer esta evaluación, se fijó un valor de amplitud de esfuerzo constante y se variaron: el cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$ , el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ , el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'. Los resultados muestran que el modelo de Morrow es altamente sensible a las propiedades mencionadas, afectando su exactitud, por lo que la entropía y la vida a la fatiga que se lleguen a calcular a partir de esta disipación de energía deben interpretarse y utilizarse cuidadosamente.

# 5.1. Material y métodos

Se utilizaron datos brutos experimentales de pruebas de fatiga de viga rotativa recogidos de la literatura [87] y se procesaron utilizando el método de la mediana [78] para obtener los valores nominales de las propiedades mecánicas de la aleación de aluminio 2024-T3. El método de la mediana utiliza la mediana de los parámetros individuales obtenidos de múltiples ensayos de caracterización, los cuales son ordenados ascendentemente y posteriormente se ajustan mediante una distribución de probabilidad log-logística. Los valores de las propiedades del material estudiado se presentan en la Tabla 5.1 y se utilizan como valores de referencia para el análisis paramétrico descrito más adelante, siendo considerados como valores fijos.

Resistencia última (MPa)	491
Resistencia a la fluencia (MPa)	358
Coeficiente de resistencia a la fatiga $\sigma_{f}^{'}$ (MPa)	933
Coeficiente de ductilidad a la fatiga $\epsilon_f$	0.28
Exponente de endurecimiento por deformación cíclica $n'$	0.167

Tabla 5.1: Propiedades del alumninio 2024-T3.

Meggiolaro y Castro [78] encontraron que tras la corridas experimentales el cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$  llega a presentar un coeficiente de variación de 24 %,  $\epsilon'_f$  de 179 % y n' de 55 %. Esto significa que todos los parámetros de fatiga presentan altas dispersiones al momento de ser caracterizados. Con base en lo anterior encontraron que al momento de ser

caracterizados, el cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$  llega a variar entre valores de 0.5 y 10, el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  entre 0.001 y 400 (considerando a los valores mayores a 2.3 como resultado de una ajuste pobre), y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n' entre 0.03 y 2. Por lo tanto, en este capítulo se realizó un estudio paramétrico enfocado en evaluar la sensibilidad del modelo de Morrow a las propiedades del aluminio 2024-T3, de acuerdo con la Tabla 5.2. Se varió sólo un parámetro por cada caso, manteniendo a los otros fijos en las medianas mostradas en la Tabla 5.1, las cuales son consideradas como las constantes teóricas. A partir de esto, se evaluaron tres casos, con el objetivo de observar cómo la variación de las propiedades del material afectan en la respuesta de la disipación de energía calculada con el modelo de Morrow, presentada previamente en la ecuación (4.1).

Caso	$\sigma_a \ (MPa)$	$\sigma_{f}^{'}/\sigma_{U}$	$\epsilon_{f}^{'}$	n'
C1	345	0.5 - 10	0.28	0.1667
C2	345	1.9	0.001 - 2.3	0.1667
$\mathbf{C3}$	345	1.9	0.28	0.03 - 0.2

Tabla 5.2: Varables analizadas en el estudio paramétrico de  $\Delta W$ 

Posterior al estudio paramétrico descrito arriba, se llevó a cabo un análisis considerando un diseño factorial, con el objetivo de evaluar los efectos y posibles interacciones entre las propiedades del material.

### 5.2. Resultados y discusión

#### 5.2.1. Evaluación de la disipación de energía $\Delta W$

Los resultados del análisis paramétrico del modelo de Morrow usando los datos de la Tabla 5.2 se presentan a continuación. En la Figura 5.1 se representa como una línea sólida la evaluación de la disipación de energía  $\Delta W$  en función del cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$ , el cual es adimensional. Adicionalmente se representa como una línea punteada el cambio de la pendiente de la curva  $\Delta W$  con respecto a  $\sigma'_f/\sigma_U$ , con el propósito de identificar si hay un rango de valores de  $\Delta W$  con una pendiente igual o cercana a cero, indicando que la disipación de energía no es sensible a la propiedad del material dentro de dicho rango. Se observa que la disipación en el punto A, con coordenadas ( $\sigma'_f/\sigma_U = 1.9$ ,  $\Delta W = 0.704 \text{ MJ/m}^3$ ), en la que la abscisa es el valor mejor ajustado de acuerdo con el Método de la Mediana, presenta un ángulo de inclinación de  $\theta_{\Delta W} = -66^\circ$  (punto B). Esto significa que existe una alta tasa de cambio de  $\Delta W$  con respecto a  $\sigma'_f/\sigma_U$ alrededor de la mediana. Por lo tanto, si este cociente no se obtiene de manera exacta, su influencia en la variación de la respuesta del modelo de Morrow puede llegar a ser muy alta.

Aunque la escala de la Figura 5.1 pudiera sugerir que la disipación tiene influencia escasa de  $\sigma'_f/\sigma_U$  para valores mayores de 1, un acercamiento a la región alrededor de la mediana, como se muestra en la Figura 5.2 permite observar que una pequeña disminución o aumento de incluso un decimal del cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$  alrededor de A, indicado



Figura 5.1: Sensibilidad de la disipación de energía  $\Delta W$  al cociente  $\sigma'_f / \sigma_U$ 

por las coordenadas  $A1 = (\sigma'_f/\sigma_U = 1.8, \Delta W = 0.973 \text{ MJ/m}^3)$  y  $A2 = (\sigma'_f/\sigma_U = 2.0, \Delta W = 0.517 \text{ MJ/m}^3)$ , respectivamente, que representa un cambio de alrededor del 5%, conlleva a una variación de  $\Delta W$  de hasta 38%. Por lo tanto, se puede concluir que el modelo de Morrow es altamente sensible a la variación del cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$ ; entonces, los diseñadores deben ser precavidos cuando decidan qué valor tomar para este parámetro.



Figura 5.2: Acercamiento a la disipación de energía  $\Delta W$  al<br/>rededor de la mediana  $\sigma'_f/\sigma_U = 1.9$ 

Por otro lado, en la Figura 5.3 se muestra como una línea sólida a la curva de la disipación de energía  $\Delta W$  como una función del coeficiente de resistencia a la fatiga

 $\sigma'_f$ . En este caso, la mediana corresponde al punto A, con coordenadas ( $\sigma'_f = 933$  MPa,  $\Delta W = 0.704 \text{ MJ/m}^3$ ). Se observa en el punto B que, para esta mediana, aparentemente el ángulo de inclinación es despreciable ( $-0.3^\circ$ ), sin cambios en  $\Delta W$  para valores mayores a dicho punto. Sin embargo, es posible observar cambios significativos para los valores por debajo de 933 MPa, como se puede observar en la Figura 5.4, en la que se muestra un acercamiento alrededor de la mediana con coordenadas  $A = (\sigma'_f = 933 \text{ MPa}, \Delta W = 0.704 \text{ MJ/m}^3)$ . Se observa en la Figura 5.4 que un incremento del 5 % en  $\sigma'_f$ , representado por el punto  $A2 = (\sigma'_f = 982 \text{ MPa}, \Delta W = 0.518 \text{ MJ/m}^3)$ , lleva a un incremento de 26 % en  $\Delta W$ , mientras que una disminución de 5 % en  $\sigma'_f$ , representada por el punto  $A1 = (\sigma'_f = 888 \text{ MPa}, \Delta W = 0.941 \text{ MJ/m}^3)$ , lleva a un incremento de 34 % in  $\Delta W$ .



Figura 5.3: Sensibilidad de la disipación de energía  $\Delta W$  al coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_{f}$ 

Esto es,  $\Delta W$  está directamente influenciada por  $\sigma'_f$  en aproximadamente la misma proporción que  $\sigma'_f/\sigma_U$ , como se muestra en la Figura 5.5. Por lo tanto, aunque los valores de  $\sigma'_f$  sean obtenidos directamente de las pruebas experimentales o de tablas de propiedades de los materiales, aún existe alta probabilidad de variación en el cálculo de  $\Delta W$ , pero estas variaciones serán menores que las obtenidas al usar el cociente  $\sigma'_f/\sigma'_U$ , dado que  $\sigma'_f$  puede variar alrededor de la mediana en términos de unidades e incluso unas cuantas decenas sin representar un cambio significativo en  $\Delta W$ .

En la Figura 5.6 se muestra como una línea sólida la evaluación de la disipación de energía  $\Delta W$  como una función del coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$ , donde se observa una relación lineal entre ellos a través de todo el dominio de la curva, con un ángulo de inclinación constante de 68°, como se observa mediante la línea punteada. Esto es, mientras que variaciones de unas cuantas centésimas en  $\epsilon'_f$  puede llevar a variaciones despreciables en  $\Delta W$ , una variación de incluso una décima lleva a  $\Delta W$  a variar en hasta 36%, como se observa en los puntos A, A1 y A2, donde A representa



Figura 5.4: Acercamiento a la disipación de energía  $\Delta W$  alrededor de la mediana del coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f = 933$  MPa



Figura 5.5: Comparación de la disipación de energía  $\Delta W$ mostrada en las Figuras 5.2 & 5.4.

el valor de la mediana con coordenadas ( $\epsilon_{f}^{'}=0.28$ ,  $\Delta W=0.702~{\rm MJ/m^3}$ ) y A1 y A2 son las coordenadas ( $\epsilon_{f}^{'}=0.18$ ,  $\Delta W=0.452~{\rm MJ/m^3}$ ) y ( $\epsilon_{f}^{'}=0.38$ ,  $\Delta W=0.953~{\rm MJ/m^3}$ ) respectivamente. Por lo tanto, se puede observar que la disipación de energía está fuertemente influenciada por el valor del coeficiente de ductilidad a la fatiga $\epsilon_{f}^{'}$ . Dado que  $\epsilon_{f}^{'}$  es un parámetro usualmente reportado en tablas técnicas con una exactitud de dos decimales, su caracterización incorrecta puede llevar a imprecisiones al calcular



Figura 5.6: Sensibilidad de la disipación de energía  $\Delta W$  al coeficiente de ductilidad a la fatiga $\epsilon_{f}^{'}$ 

Finalmente, en la Figura 5.7 se muestra como una línea sólida la curva de la disipación de energía  $\Delta W$  como una función del exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'. Se puede observar que, alrededor de la mediana representada por  $A = (n' = 0.1667, \Delta W = 0.703 \text{ MJ/m}^3)$ , la disipación de energía  $\Delta W$  exhibe una alta variación, como se observa por el ángulo de inclinación de casi 90° (indicado por el punto B). Esto es, un pequeño cambio en n' lleva a una variación grande en  $\Delta W$ .

Al realizar un acercamiento del área alrededor de la mediana, marcada como A con coordenadas (n' = 0.1667,  $\Delta W = 0.703 \text{ MJ/m}^3$ ), como se muestra en la Figura 5.8, se puede observar que un incremento de 5% de n', representado por el punto A3 con coordenadas (n' = 0.175,  $\Delta W = 0.917 \text{ MJ/m}^3$ ), lleva a un incremento de  $\Delta W$  de 30%, mientras que una disminución de 5% de n', representada por el punto A2 con coordenadas (n' = 0.1583,  $\Delta W = 0.521 \text{ MJ/m}^3$ ), lleva a una disminución de 26% de  $\Delta W$ . Esto es,  $\Delta W$  es menos sensible a los valores debajo de la mediana de n', aún así, presenta variación alta. Al igual que en el caso de  $\epsilon'_f$ , dado que es un parámetro con una exactitud de decimales, se debe caracterizar cuidadosamente. El valor obtenido debe ser usado con precaución y los ingenieros de diseño deben ser precavidos de cualquier imprecision que pueda obtenerse al calcular  $\Delta W$ .

### 5.2.2. Evaluación de los efectos e interacciones de los parámetros del material

Se llevó a cabo un análisis multifactorial sencillo utilizando el software estadístico Statgraphics. Se consideraron como los factores del diseño los tres parámetros del material evaluados en la sección 5.2.1, cada uno con tres niveles diferentes, teniéndose un



Figura 5.7: Sensibilidad de la disipación de energía  $\Delta W$  al exponente de endurecimiento por deformación cíclica $n^{'}$ 



Figura 5.8: Acercamiento a la disipación  $\Delta W$  al<br/>rededor de la mediana  $n^{'} = 0.1667$ 

diseño con 27 tratamientos, como se muestra en la Tabla 5.3. Para la representación en el software, los efectos se encuentran denominados de la siguiente manera: A:FSC (coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ ), B:FDC (coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$ ) y C:CSHC (exponente de endurecimiento por deformación cíclica n').

El diagrama de Pareto estandarizado se muestra en la Figura 5.9, en el que los efectos se ordenaron de manera decreciente con respecto a su significanción, con una línea vertical que sirve para determinar cuáles son aquellos estadísticamente significativos.

A: $\sigma'_{f}$ (MPa)	<b>B:</b> $\epsilon'_{f}$	<b>C:</b> <i>n</i> ′
245	0.001	0.03
2577.5	0.001	0.03
4910	0.001	0.03
245	1.1505	0.03
2577.5	1.1505	0.03
4910	1.1505	0.03
245	2.3	0.03
2577.5	2.3	0.03
4910	2.3	0.03
245	0.001	0.115
2577.5	0.001	0.115
4910	0.001	0.115
245	1.1505	0.115
2577.5	1.1505	0.115
4910	1.1505	0.115
245	2.3	0.115
2577.5	2.3	0.115
4910	2.3	0.115
245	0.001	0.2
2577.5	0.001	0.2
4910	0.001	0.2
245	1.1505	0.2
2577.5	1.1505	0.2
4910	1.1505	0.2
245	2.3	0.2
2577.5	2.3	0.2
4910	2.3	0.2

Tabla 5.3: Diseño factorial para el análisis de los efectos e interacciones entre los parámetros del material.

El color de las barras muestra si el efecto del factor es positivo o negativo. La longitud de cada barra es proporcional al valor estadístico calculado para el correspondiente efecto. Las barras más allá de la línea vertical son estadísticamente significativas al nivel de confianza definido, situado al 5 % en este estudio.

En este caso, el efecto más sifnificativo está dado por A, que es el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ , y la interacción más significativa es la dada por AC, es decir, la interacción entre el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'.

Las interacciones se muestran en las figuras a continuación, en las que se presentan por gráfica dos factores que se mueven entre sus valores bajos y altos, con el otro factor fijado como constante en un valor central del camino entre su valor bajo y alto.

La interacción entre  $\sigma_{f}^{'}$  y  $n^{'}$  se muestra en la Figura 5.10. Se puede observar que



Figura 5.9: Diagrama estandarizado de Pareto donde se muestran los efectos en orden decreciente de significancia.

para valores bajos del coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  (FSC), el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n' (CSHC) tiene una influencia alta en el resultado de la disipación de energía  $\Delta W$ , alcanzando  $\Delta W$  el valor máximo cuando n'es bajo. Por el contrario, si  $\sigma'_f$  es alto, la influencia de n' en  $\Delta W$  disminuye hasta el punto de que se vuelve practicamente insignificante cuanto  $\sigma'_f$  alcanza el valor máximo del rango.



Figura 5.10: Interacción entre el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'.

Con menos significancia, las interacciones AB y BC se presentan en las Figuras 5.11 y 5.12, respectivamente. Se puede observar que, para la interacción AB de la Figura 5.11, el efecto del coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  (FDC) en la disipación de energía  $\Delta W$  es alto cuando los valores del coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  (FSC) son pequeños, y este efecto disminuye cuando los valores de  $\sigma'_f$  son altos. Para la interación BC de la Figura 5.12, el efecto del exponente de endurecimiento por deformación cíclica n' (CSHC) es grande, independientemente de si el valor del coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  (FDC) es bajo o alto.



Figura 5.11: Interacción entre el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  y el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$ .



Figura 5.12: Interacción entre el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'.

# 5.2.3. Estimación de la entropía de fractura por fatiga basada en las propiedades del material de diferentes fuentes: caso de estudio

Como se mencionó anteriormente, las propiedades del material están usualmente reportadas en diferentes documentos técnicos especializados de la literatura, en forma de gráficas o tablas. Aunque existen métodos estandárizados para la determinación de estas propiedades del material (por ejemplo, la norma ASTM E606 [88]), aún se reportan variaciones para los valores de las propiedades de un mismo material. Como un caso de estudio, se evaluó la disipación de energía y la entropía de fractura a la fatiga que se puede estimar partiendo del modelo de Morrow, usando propiedades del material obtenidas de diferentes fuentes. Se fijó una amplitud de esfuerzo de  $\sigma_a = 345$ MPa para la probeta de aluminio 2024-T3 de [87] y se varió  $\sigma'_f$ ,  $\epsilon'_f$  y n' de acuerdo con las referencias mostradas en la Tabla 5.4. La generación de entropía s de un proceso de fatiga se calcula de acuerdo con la ecuación (4.5) donde  $\Delta W$  es la disipación de energía calculada con el modelo de Morrow (ecuación (4.1)) y la temperatura T del proceso

Caso	Fuente	$\sigma'_f$ (MPa)	$\epsilon'_{f}$	$n^{'}$	$\Delta W (MJ/m^3)$	$s_g (MJ/m^3K)$
S1	[78]	933	0.28	0.1667	0.702	24.76
S2	[89]	707	0.28	0.1607	3.175	40.81
S3	[79]	820	0.35	0.1377	0.676	24.28
S4	[90]	850	0.22	0.1862	1.633	34.79

Tabla 5.4: Entropía de Fractura a la Fatiga  $s_g$  estimada con propiedades del material de Al 2024-T3 de diferentes fuentes

a través de la ecuación termodinámica fundamental basada en la primera ley de la termodinámica (ecuación (4.9)). Naderi *et al.* [16] propusieron la entropía de fractura a la fatiga FFE como una propiedad del material, que alcanza su valor máximo en el punto de la fractura, siendo una constante independiente del tipo y magnitud de la carga, frecuencia o geometría. La FFE se obtiene al evaluar la ecuación (4.5) desde el principio de la prueba  $t_0$  hasta el punto de la fractura  $t_f$ . La ecuación (4.5) es directamente proporcional a la disipación de energía  $\Delta W$ . Por lo tanto, es importante realizar la evaluación de la influencia de las propiedades del material en el modelo de Morrow utilizado, de forma que los usuarios de dicho modelo estén conscientes de la posibilidad de inexactitudes en el cálculo de la disipación de energía, y en consecuencia, de la generación de entropía.

En la literatura se han reportado diferentes valores de las propiedades del material, como se observa en la Tabla 5.4. Aunque se pueden observar algunas tendencias centrales entre todas las fuentes, especialmente para  $\epsilon'_f$  y n', se requiere sólo una pequeña variación para obtener diferencias significativas al calcular  $\Delta W$ , como se observó en la sección 5.2.1 a través de las Figuras 5.6 y 5.7, y confirmado por los resultados presentados en la Tabla 5.4. Por lo tanto, se concluye que la disipación de energía obtenida con el modelo de Morrow es altamente sensible a las propiedades del material. En consecuencia, los ingenieros de diseño a la fatiga deben ser precavidos de este inconveniente para interpretar apropiadamente posibles inexactitudes en los resultados, no sólo de la disipación de energía, sino en los parámetros termodinámicos que la utilizan dentro del enfoque energético, tal como lo es la generación de entropía y la entropía de fractura a la fatiga.

Se presenta a continuación una evaluación extendida de lo mencionado anteriormente. Para la probeta evaluada de acuerdo a las condiciones reportadas por Hardrath y Utley Jr [87], se evaluó el daño por fatiga utilizando el modelo de Naderi y Khonsari mostrado en la ecuación (2.2). Considerando al material prístino con un daño inicial  $D_0 = 0$ , se hipotetizó un escenario en el que el material está sometido a una carga de amplitud constante de 276 MPa (valor cercano al de su resistencia a la fluencia), y las diferentes propiedades de la Tabla 5.4 se utilizaron para obtener tanto la disipación de energía  $\Delta W$  del proceso, la generación de entropía cíclica  $s_i$ , y la entropía de fractura a la fatiga  $s_g$ . Las curvas de daño correspondientes a cada fuente se muestran en la Figura 5.13.

Como se puede observar en la Figura 5.13, aún al considerar la misma carga y condiciones, la variación en las propiedades del material lleva a diferencias grandes



Figura 5.13: Estimación del daño por fatiga con el modelo de Naderi y Khonsari usando los datos de entropía mostrados en la Tabla 5.4.

en la evolución del daño por fatiga y, en consecuencia, en la estimación de la vida a la fatiga. Aunque las curvas presentadas en la Figura 5.13 representan al daño por fatiga del mismo material, sus propiedades fueron obtenidas de diferentes fuentes. Como resultado, se obtienen diferentes valores de vida a la fatiga cuando el material alcanza D=1,y, por lo tanto, la falla. Por ejemplo, se puede observar una diferencia de 14%para  $\sigma'_{f}$ , 25 % para  $\epsilon'_{f}$ , y -14 % para n' entre S3 y S2, lo que lleva a una diferencia de 116 % en los ciclos a la falla por fatiga cuando D = 1. Se puede apreciar que S2 exhibe el menor coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_{f}$  y el menor coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_{t}$ , y el mayor exponente de endurecimiento por deformación cíclica n'. Como se pudo observar a través de las Figuras 5.3, 5.6 y 5.7, la disipación de energía  $\Delta W$  está fuertemente influenciada por la disminución del valor de  $\sigma'_{f}$  e incrementos en el valor de n'. Por una parte, la diferencia entre los valores de  $\sigma'_f$  y n' son los suficientemente grandes para generar que el efecto de  $\epsilon_{f}^{'}$  sea despreciable, ya que la pequeña disminición de  $\Delta W$  que pudiera generarse por un  $\epsilon_f^{'}$ menor que da eclipsada por el mayor incremento de  $\Delta W$ influenciado por unos valores de  $\sigma_{f}^{'}$  y  $n^{'}$ mayores, lo que lleva a S2 a tener una tasa de disipación de energía más grande y, como resultado, una vida a la fatiga más corta. Por otro lado, las diferencias en las propiedades del material de S3 con respecto a S1, aunque en las mismas proporciones  $(-13\% \sigma'_f, 25\% \epsilon'_f \text{ and } -17\% n')$ , influyen en el resultado en una forma diferente. En esta comparación,  $\sigma'_f$  tiene la mayor influencia en la cuantificación de la disipación de energía dado que, entre más grandes son los valores de  $\sigma'_{f}$ , menor es la variación de  $\Delta W$ , por lo que se obtuvo una diferencia de -4% en  $\Delta W$  y -2% de la entropía de fractura a la fatiga. Aún así, hay una diferencia de la vida a la fatiga de 28 % entre esos dos casos, lo que significa que la estimación de la vida a la fatiga a través de modelos de daño basados en la entropía está fuertemente influenciada por las propiedades del material.

En consecuencia, los hallazgos de este estudio sugieren que, en caso de que ingenieros de diseño usen el enfoque energético para estimar la vida a la fatiga de materiales metálicos al evaluar la disipación de energía a través del modelo de Morrow, deben obtener las propiedades del material a través de un tratamiento estadístico meticuloso de las pruebas experimentales de su material de trabajo. Por otra parte, si hacen uso de propiedades reportadas en la literatura, deben ser precavidos durante la interpretación de los resultados, dado que puede haber inexactitudes. En este sentido, de acuerdo con la revisión de la literatura presentada al inicio de este capítulo, el *Método de la Mediana* es la opción más factible para determinar las propiedades a la fatiga de forma precisa, dado que la media aritmética es una medida de tendencia central que se ve afectada en gran medida por los valores extremos de las muestras, que llegan a representar un muy bajo porcentaje de los datos. Por el contrario, la mediana ofrece un parámetro mucho más robusto, especialmente cuando las distribuciones de las variables son asimétricas [78].

## 5.3. Conclusiones del capítulo

Se observó que el modelo de Morrow es altamente sensible a todas las propiedades empíricas del material. Se debe tener especial cuidado con el coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n', dado que son cantidades muy pequeñas que se miden con precisión de decimales. El coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  es una cantidad expresada en números relativamente grandes, comparado con  $\epsilon'_f$  y n', por lo que su variación en el orden de los decimales no afecta en gran medida el valor de la disipación de energía  $\Delta W$ , e incluso en las decenas cercanas a la mediana, se observó un valor relativamente conservativo de la disipación de energía  $\Delta W$ . Además, el valor del cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$ , que es la relación entre el coeficiente de resistencia a la fatiga y la resistencia última, genera mucha mayor variación en la disipación de energía  $\Delta W$  que el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$ , dado que la magnitud de  $\sigma'_f/\sigma_U$  también está en el orden de los decimales. Además, se determinó que existen interacciones importantes entre los parámetros del material, los cuales también afectan el resultado de la disipación de energía.

Entonces, con base en los resultados mostrados en este capítulo, se concluye que el valor de la disipación de energía  $\Delta W$  que se calcula con el modelo de Morrow tendrá influencia escasa de las propiedades del material si el cociente  $\sigma'_f/\sigma_U$  se encuentra entre valores mayores a 4, el coeficiente de resistencia a la fatiga  $\sigma'_f$  entre valores mayores a 900 MPa, y el exponente de endurecimiento por deformación cíclica n' entre 0.03 y 0.06. Si el ingeniero de diseño utiliza el modelo de Morrow con propiedades del material dentro de los valores mencionados, puede tener la confianza de que los resultados de disipación de energía apenas se verán afectados por la sensibilidad del modelo a la variación de dichas propiedades. El coeficiente de ductilidad a la fatiga  $\epsilon'_f$  genera variabilidad en la disipación de energía  $\Delta W$  independientemente de su valor. Además, se debe tener especial cuidado cuando se tiene valores de  $\sigma'_f$  bajos, dado que el efecto de la variabilidad de  $\epsilon'_f$  y n' en  $\Delta W$  será alta.

La variación de las propiedades del material afecta el cálculo de la generación de entropía cuando se utiliza el modelo de Morrow para la estimación de la disipación de energía. Por lo tanto, es necesario que el técnico a cargo de la caracterización de las propiedades del material lleve a cabo un ejercicio riguroso para garantizar la confiabilidad de los valores de las propiedades, dado que, en la práctica, se consideran como constantes y, si no son caracterizadas adecuadamente, pueden llevar a imprecisiones en los resultados del modelo de Morrow y consecuentemente en los modelos de predicción de vida a la fatiga. Este estudio mostró que pequeñas variaciones en las propiedades del material lleva a grandes diferencias en las curvas del daño por fatiga de los modelos basados en la entropía. Los ingenieros de diseño que utilizen el modelo de Morrow deben ser conscientes de estas variaciones, de manera que interpreten los valores de la disipación de energía  $\Delta W$  de manera cuidadosa, así como de los cálculos que deriven de ella, especialmente aquellos de los enfoques modernos que utilizan las leyes de la termo-dinámica en estudios de fatiga, como los revisados en el Capítulo 2, dado que el modelo de Morrow se ha utilizado ampliamente como parte para el cálculo de la generación de entropía de procesos de fatiga, y consecuentemente, de la vida a la fatiga.

Las conclusiones descritas arriba son aplicables a aleaciones de aluminio, específicamente al aluminio 2024-T3 evaluado en este estudio. Sin embargo, otras aleaciones, como las de acero, o las superaleaciones, presentan propiedades del material que no se encuentran dentro de los rangos de las medianas evaluadas. Por lo tanto, es necesario que a futuro se lleve a cabo una evaluación más extensa, con el fin de determinar de la forma más rigurosa posible para qué tipos de materiales el modelo de Morrow será más sensible a la variabilidad de las propiedades y por lo tanto, determinar los escenarios para los cuales será más aplicable.

# Capítulo 6

# Evaluación de los modelos de daño en amplitud variable

Como se comentó en el Capítulo 2, existen modelos de daño basados en la entropía con potencial para que su aplicabilidad sea extendida, ya que fueron desarrollados y probados originalmente para evaluar procesos de fatiga de amplitud constante (sinusoidal). Sin embargo, con un tratamiento adecuado del historial de carga, se busca que puedan ser utilizados también para escenarios de amplitud variable.

En este capítulo se presenta la evaluación de las dos técnicas para tratar historiales de carga de amplitud variable presentados en la sección 4.3, con el fin de obtener procesos simplificados con amplitud constante y, con esta información, probar cuál modelo de daño por fatiga basado en la entropía presentado en la sección 2.1 ofrece una respuesta de vida útil que corresponda con resultados experimentales encontrados en la literatura.

# 6.1. Material e historial evaluado

Se evaluó el historial de carga mostrado en la Figura 6.1, el cual fue obtenido de la referencia NACA-TN-2798 [87]. En ella, se reportan una gran cantidad de resultados experimentales de pruebas de fatiga a las que se sometió una aleación de aluminio 2024-T3, el cual es un material metálico para estructuras aeroespaciales, bajo historiales de carga tanto de amplitud constante como de amplitud variable.

El banco de prueba utilizado para dichas pruebas fue uno de tipo viga rotativa bajo el principio de una flexión a cuatro puntos, con una velocidad nominal de trabajo de 10 000 rpm y con carga completamente invertida, el cual fue modificado para incluir un mecanismo que permitiera la variación de la amplitud del esfuerzo a lo largo del tiempo de manera periódica cada 60 segundos. El historial de carga presentado en la Figura 6.1 es una representación gráfica de una función sinusoidal con amplitud modulada, cuya escala fue modificada para propósitos visuales.

Se observó en dicho historial que existe un patrón repetitivo de variación de la amplitud de carga, que ocurre cada 60 segundos, hasta la falla. En este patrón, la probeta gira 10 000 revoluciones, a diferentes magnitudes de esfuerzo a lo largo del



Figura 6.1: Historial de carga de amplitud variable al que se somete el material objeto de estudio. Escala modificada de [87].

tiempo. Por lo tanto, se realizó el análisis de un solo bloque de carga de 60 segundos y extrapoló sus resultados a lo largo del historial completo. Las propiedades mecánicas y de fatiga del material se presentaron en la Tabla 5.1, determinadas a través del Método de la Mediana de Meggiolaro y Castro [78] a partir de los datos obtenidos experimentalmente por Hardrath y Utley Jr [87].

La probeta usada por Hardrath y Utley Jr [87] se muestra en la Figura 6.2. Es una probeta simétrica del tipo *dog-bone* sometida a un momento de flexión pura, gracias a la configuración de la máquina de pruebas de viga rotativa.

La señal del historial de carga mostrado en la Figura 6.1 se procesó con el fin de obtener información requerida para trabajar con los modelos de daño basados en la entropía. Primero, se contó el número de ciclos usando tanto el conteo de ciclos de rainflow como la densidad espectral de potencia. Una vez que los ciclos obtenidos se compararon con los reportados en [87], se calculó tanto la disipación de energía como la temperatura mediante las ecuaciones (4.1) y (4.9), respectivamente, con el objetivo de calcular la generación de entropía y, en consecuencia, la evolución del daño por fatiga. La meta es transformar el historial de carga de amplitud variable en una distribución de procesos simples con valores de amplitud constante  $\sigma_{ai}$ , para que así las ecuaciones termodinámicas puedan ser evaluadas. Esto se describe en la Sección 6.2.

# 6.2. Procesamiento del historial de carga

A través del conteo de ciclos de *rainflow* se determinó el número de ciclos cerrados presente en el patrón de 60 segundos del historial analizado. Estos se muestran agrupados como histograma en la Figura 6.3, en la que los ciclos se agrupan por rangos de esfuerzo  $\sigma_r$  en clases con tamaño de intervalo de 10.



Figura 6.2: Probeta para pruebas de fatiga de viga rotativa. Todas las dimensiones están en mm [87]



Figura 6.3: Histograma con el conteo de ciclos cerrados verango de esfuerzo  $\sigma_r$ 

Los datos brutos de este conteo se utilizaron para el cálculo de la disipación de energía asociado a cada ciclo de carga, sumando todos los valores al final. De acuerdo con el conteo de *rainflow*, hay 9 999 ciclos cerrados con diferentes amplitudes de esfuerzo dentro del patrón de 60 segundos estudiado, lo que conllevaría a un cálculo del mismo número de valores de disipación de energía para cada ciclo. La precisión de los valores de amplitud de esfuerzo requiere muchas posiciones decimales. Por lo tanto, para facilitar el cálculo, las amplitudes de esfuerzo se redondearon a cantidades enteras, dejando al final 249 niveles de amplitud de esfuerzo, en vez de los 9 999 originalmente obtenidos con el conteo de ciclos. Una vez que se agruparon los ciclos para cada amplitud, se usó la ecuación (4.1) para estimar la disipación de energía de cada una, y entonces, cada disipación se multiplicó por su correspondiente número de ciclos. De esta forma, se obtuvo que en el patrón de 60 segundos se disipa una energía de 175.31  $MJ/m^3$ .

Para facilitar aún más los cálculos de disipación de energía, se evaluó el número de ciclos de acuerdo con los intervalos mostrados en el histograma de la Figura 6.3. Por lo tanto, se calculó la disipación de energía con sólo 26 de los 249 niveles de amplitud de esfuerzo previamente obtenidos, y estos valores se multiplicaron por el tamaño de cada grupo, es decir, el número de ciclos contenido en cada grupo, considerando la mediana de la amplitud de esfuerzo de cada uno. Esto resultó en una disipación de energía calculada de 179.17 MJ/m<sup>3</sup>, que representa sólo una diferencia del 2.22 % con respecto al cálculo previo. Por lo tanto, se puede inferir que reagrupar los valores de esfuerzo en clases y evaluar la disipación de energía de acuerdo a estos grupos no influye de manera considerable el valor de la disipación de energía calculada.

Posteriormente también se usó la transformada de Fourier (ecuación (4.11)) para analizar el historial de carga, con lo que se calculó su densidad espectral de potencia con la ecuación (4.12), la cual se muestra en la Figura 6.4. Como se puede observar, se obtuvo una frecuencia dominante para el patrón analizado de 166.683 Hz, lo que significa que el proceso del cual el historial se extrajo es de banda estrecha.



Figura 6.4: Densidad espectral de potencia del historial de carga de amplitud variable analizado

Se integró la densidad espectral de potencia a lo largo de todo el dominio de la frecuencia para obtener los momentos espectrales de acuerdo con la Ecuación 4.13, y estos son mostrados en la Tabla 6.1, junto con los parámetros estadísticos calculados a partir de dichos momentos, de acuerdo con los criterios presentados en la Sección 4.3.2. En este caso, el factor de irregularidad indica que el historial de carga puede ser tratado de mejor manera con la densidad de probabilidad de Rayleigh para banda estrecha [71,91].

La función de probabilidad de Rayleigh, en función del momento espectral  $m_0$  y de la amplitud de esfuerzo  $\sigma_a$  se muestra en la Ecuación (6.1), y los resultados se pueden observar en la Figura 6.5(a), donde el límite de integración se definió con el fin de lograr la totalidad de ocurrencia de eventos. La función de distribución acumulada de las amplitudes de esfuerzo  $\sigma_a$ , que es la integral de la función de densidad de probabilidad, se muestra en la Figura 6.5(b), donde se observa que la probabilidad de ocurrencia de la totalidad de los eventos se da cuando la amplitud de esfuerzo alcanza un valor cercano a los 483 MPa, correspondiente con la resistencia última del material.

Tabla 6.1: Valores de los momentos espectrales del historial analizado, y parámetros estadísticos calculados a partir de ellos.

$m_0$	$m_1$	$m_2$	$m_4$	$\nu_0^+$	E(P)	$\alpha$
$1.89 \times 10^4 \text{ MPa}^2$	$3.15 \times 10^6 \text{ MPa}^2 \text{Hz}$	$5.26 \times 10^8 \text{ MPa}^2 \text{Hz}^2$	$1.46 \times 10^{13} \mathrm{MPa^{2}Hz^{4}}$	$166.688~\mathrm{Hz}$	$166.691 { m ~Hz}$	1

 $p_R(\sigma_a) = \frac{\sigma_a}{m_0} e^{-(\frac{\sigma_a^2}{2m_0})}$ 

(6.1)



Figura 6.5: (a) Función de densidad de probabilidad  $p_R$  y (b) función de distribución acumulada  $P_R$  del historial de carga.

Para estimar el número de ciclos de un determinado intervalo de esfuerzos  $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2$  contenido en el periodo T se debe usar la Ecuación (6.2). Integrando desde 0 hasta 483 MPa, la cantidad total de ciclos obtenidos es de 9 991. Esta es una cantidad cercana a la determinada con la técnica de conteo de ciclos de *rainflow*.

$$N = E(P) \cdot T \cdot \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} p(\sigma) d\sigma$$
(6.2)

Aunque en un primer momento pudiera parecer que ambas técnicas resultan en la misma cantidad de ciclos contados, hay un inconveniente con el uso de la función de densidad de probabilidad. Ésta es que requiere de un intervalo de integración grande, y, en este caso, ambos límites inferior y superior de integración no están presentes, al menos aparentemente, en el historial de carga. Esto hace que, aunque el método en el dominio de la frecuencia sea fácil de usar y tenga bases matemáticas, sobreestima las amplitudes de esfuerzo involucradas en el historial analizado.

Para comparar ambos métodos, la curva de distribución de Rayleigh se integró en intervalos del mismo tamaño, reagrupando el número de ciclos en 26 grupos, en semejanza con los resultados obtenidos con el análisis de *rainflow* mostrados en la Figura 6.3. Una vez que se obtuvieron los ciclos con base en esos intervalos, se usó la Ecuación (4.1) con la mediana de la amplitud de esfuerzo  $\sigma_a$  de cada intervalo y la disipación total estimada en el bloque fue de 70.90 MJ/m<sup>3</sup>. Además, limitando las amplitudes de esfuerzo a los mismos intervalos que *rainflow* se reduce la cantidad total de ciclos contados a 5 067, que es un número mucho menor que el de los ciclos obtenidos directamente con *rainflow*.

Los ciclos contados se muestran en la Figura 6.6, tanto los provenientes del conteo de ciclos de *rainflow* como de los de la función de densidad de probabilidad. Las diferencias entre los resultados obtenidos por ambas técnicas son claras. Como se puede observar, se debe escoger un límite de integración apropiado al usar la función de densidad de probabilidad, siendo un inconveniente previamente reportado en la literatura [92, 93], dado que se requiere un intervalo de integración grande y, en este caso, ambos límites de integración no están presentes, aparentemente, en el tipo de historial de carga analizado.



Figura 6.6: Comparación entre los ciclos contados con rainflow y la función de densidad de probabilidad, agrupados en formato de histograma

Además, la resolución de la señal del historial de carga en el dominio de la frecuencia está limitada a la duración disponible, y, al fin y al cabo, el tratamiento es estadístico. Por lo tanto, la técnica en el dominio de la frecuencia sobreestima en nivel de amplitud de esfuerzos presentes en el historial analizado, lo que lleva a discrepancias con respecto a los resultados obtenidos por el conteo de ciclos de *rainflow*.

La disipación de energía calculada con los ciclos contados con la función de densidad

de probabilidad es 58.21 % menor que la que se predicen con los ciclos contados con la técnica de *rainflow*, considerando los mismos intervalos de esfuerzos. La técnica de conteo de ciclos de *rainflow* aplicada a los datos reportados por Hardrath y Utley [87] derivó en una mejor aproximación de ciclos de carga a los reportados por dichos autores, lo que significa que dicha técnica es la más efectiva, al menos para historiales de banda estrecha. Por lo tanto, a partir de este punto, se emplearán los datos extraídos con la técnica de *rainflow* para este estudio.

### 6.3. Evaluación termodinámica del historial tratado

Se calculó analíticamente la generación de entropía con base en las clases presentadas en la Figura 6.3, agrupadas con el conteo de ciclos de rainflow. Primero, usando la ecuación (4.1), se calculó la disipación de energía  $\Delta W_i$  para la mediana de la amplitud de esfuerzo  $\sigma_{ai}$  de cada clase. A continuación, con la ecuación (4.9) se calculó la temperatura en estado estacionario  $T_{si}$  para cada  $\Delta W_i$ . Entonces, se obtuvo con la ecuación (4.5) la generación de entropía cíclica  $s_i$  correspondiente a cada nivel de amplitud de esfuerzo  $\sigma_{ai}$ . Esta generación de entropía cíclica se multiplicó entonces por el total de número de ciclos  $N_i$  de cada clase para obtener la generación de entropía total  $s_{Ti}$  para cada proceso con amplitud  $\sigma_{ai}$ . Finalmente, se sumó la totalidad de la generación de entropía  $s_{Ti}$  para obtener la entropía generada durante el bloque de 60 segundos analizado. Esto resultó en una generación de entropía en el bloque  $s_{bl}$  de 565.6 kJ/m<sup>3</sup>K. Los pasos descritos arriba y sus resultados se presentan en la Tabla 6.2.

Los valores presentados en la última columna de la Tabla 6.2 representan toda la generación de entropía a nivel de macroescala considerando la disipación por deformación del material e incluida la relacionada con la fricción interna, que se disipa sin dañar al material. La cantidad de entropía generada por la fricción interna suele considerarse despreciable; sin embargo, estudios recientes [94] han demostrado que la generación de entropía debido a la fricción interna debe restarse apropiadamente de la entropía total para calcular correctamente el FFE. Por lo tanto, se debe considerar esto durante la discusión final de los resultados.

# 6.4. Evaluación del daño

Se evaluaron los modelos de daño por fatiga descritos en el Capítulo 2. Además, sus resultados se compararon con los de la estimación por la regla de Miner (ecuación (4.10)). Primero, se estimó la FFE del material utilizando los datos de los resultados experimentales reportados por Hardrath y Utley [87]: se utilizaron los resultados del material probado con una amplitud de esfuerzo constante de 345 MPa (cerca de su límite elástico) debido a la uniformidad de los ciclos a la falla, en promedio, 20 900 ciclos. La disipación de energía para este nivel de esfuerzo se obtuvo con la Ecuación (4.1) y su temperatura en estado estacionario con la Ecuación (4.9). Su cociente es la generación de entropía por ciclo, que multiplicada por el número total de ciclos, produce un FFE de 24.8 MJ/m<sup>3</sup>K.

$\begin{array}{c} {\bf Amplitud \ de} \\ {\bf esfuerzo \ } \sigma_{ai} \\ {\rm (MPa)} \end{array}$	Disipación cíclica de energía por amplitud de esfuerzo $\Delta W (J/m^3)$	$\begin{array}{l} {\bf Temperatura}\\ {\bf estacionaria}\\ {T_{si}} \ {\bf (K)} \end{array}$	$egin{array}{l} { m Generación} \ { m de entropía} \ { m cíclica} \ { m s}_i \ ({ m J/m^3} \ { m K}) \end{array}$	$\frac{\mathbf{Ciclos}}{N_i}$	Generación de entropía por amplitud de esfuerzo $s_{Ti}$ (kJ/m <sup>3</sup> K)
117.5	375.3	300.2	1.3	907	1.1
122.5	502.4	300.2	1.7	675	1.1
127.5	664.7	300.3	2.2	475	1.1
132.5	870.1	300.4	2.9	395	1.1
137.5	1127.7	300.5	3.8	349	1.3
142.5	1448.0	300.6	4.8	321	1.5
147.5	1843.4	300.8	6.1	300	1.8
152.5	2327.9	301.0	7.7	285	2.2
157.5	2917.7	301.2	9.7	275	2.7
162.5	3631.2	301.5	12.0	267	3.2
167.5	4489.3	301.9	14.9	261	3.9
172.5	5515.7	302.3	18.2	259	4.7
177.5	6737.0	302.8	22.2	257	5.7
182.5	8183.1	303.4	27.0	257	6.9
187.5	9887.5	304.1	32.5	259	8.4
192.5	11887.6	304.9	39.0	262	10.2
197.5	14224.9	305.9	46.5	269	12.5
202.5	16945.5	307.0	55.2	276	15.2
207.5	20100.5	308.3	65.2	288	18.8
212.5	23746.1	309.8	76.6	304	23.3
217.5	27944.4	311.6	89.7	325	29.1
222.5	32763.4	313.6	104.5	357	37.3
227.5	38278.0	315.9	121.2	407	49.3
232.5	44569.7	318.5	139.9	499	69.8
237.5	51727.9	321.4	160.9	769	123.8
242.5	59849.7	324.8	184.3	701	129.2

Tabla 6.2: Valores de generación de entropía obtenidos para cada amplitud de esfuerzo considerada

El comportamiento de los modelos de daño se muestra en la Figura 6.7. Se puede observar que el daño en el modelo de Basaran aumenta rápidamente al inicio de la vida a la fatiga, alcanzando un comportamiento asintótico cercano a D = 1. Este comportamiento asintótico se alcanza súbitamente, y el número de ciclos hasta la falla asociados con este *punto de inflexión* es apenas 162 755, lo cual está muy por debajo del promedio de vida experimental, incluso cuando se resta una desviación estándar. Esta evolución del daño es atípica y contraria a las observaciones experimentales del crecimiento de grietas y otros modelos empíricos de daño. El término exponencial en el modelo presentado en la Ecuación 2.1 produce valores con una pendiente que disminuye de tal manera que las calculadoras no pueden trabajar con tal precisión, lo que significa que, incluso cuando se supone que el modelo se comporta asintóticamente hasta el infinito, un valor de daño de 1 se alcanza aproximadamente en 559 944 ciclos. El cambio de pendiente después del punto de inflexión mencionado es insignificante para la capacidad de cómputo del equipo utilizado en este cálculo. El valor del daño D representa la probabilidad de falla, por lo que la falla ocurre cuando D es igual a 1 o casi 1. Por lo tanto, los diseñadores deben tener mucho cuidado con la interpretación de cuándo ocurrirá la falla debido a que, si hay poco cambio de pendiente después de cierto valor, el momento correcto a partir del cual la falla ocurrirá sería indistinguible entre dos puntos arbitrarios consecutivos.



Figura 6.7: Comportamiento de los modelos de daño de los tres principales autores analizados en este trabajo

En contraste, también se puede observar en la Figura 6.7 que el daño en el modelo de Khonsari tiende a crecer suavemente hasta que el daño alcanza un valor crítico, y luego la pendiente aumenta rápidamente hasta el punto de fractura, prediciendo 510 580 ciclos a la falla. Este cambio de pendiente está relacionado con el punto en que el material alcanza el daño crítico, representando al inicio de la fractura; por lo tanto, la identificación de la falla se puede realizar antes de que ocurra una fractura. Este modelo aprovecha la FFE como propiedad del material, considerada como una constante en el punto de falla. Al monitorear este comportamiento, los ingenieros tienen la ventaja de sacar de funcionamiento piezas o componentes estructurales con suficiente anticipación al fallo.

Finalmente, el daño en el modelo Modarres aumenta linealmente. Cuando se considera un material prístino con daño inicial de cero, el daño en el modelo de Modarres se convierte en un cociente entre la generación de entropía acumulada y la entropía de fractura por fatiga, a semejanza de la regla de Miner, prediciendo 500 000 ciclos hasta la falla. Esta es una forma muy sencilla de evaluar el daño basada en principios fundamentales, aunque no permite identificar un valor crítico de daño en el material.

Los ciclos a falla obtenidos utilizando los modelos de daño se presentan gráficamente

en la Figura 6.8 y se compararon con los resultados de las pruebas experimentales presentadas por Hardrath y Utley [87], las cuales se obtuvieron de un conjunto de 11 muestras bajo las mismas condiciones experimentales de fatiga, probadas de acuerdo con el procedimiento descrito al inicio del Capítulo, y fueron marcados como barras blancas. A través de ella se puede observar visualmente la dispersión existentes entre las pruebas de fatiga bajo las mismas condiciones, obteniéndose un valor de promedio alto, al igual que la desviación estándar.



Figura 6.8: Ciclos a la falla calculados con los modelos de daño energéticos. Se muestran la media aritmética y desviación estándar experimentales

Además, los datos fueron procesados estadísticamente con el objetivo de obtener el promedio y la desviación estándar, los cuales se presentan en la Tabla 6.3. Se observa que la vida útil calculada utilizando el punto de inflexión del modelo de Basaran está fuertemente subestimada, exhibiendo una desviación estándar de -1.19. Pero, si se estima la vida útil a la falla cuando el daño alcanza el valor más cercano posible a la unidad, se predicen 559 944 ciclos, lo que presenta una desviación estándar de -0.62, un valor cercano al obtenido utilizando los otros dos modelos examinados. En cambio, utilizando el modelo de Khonsari se estiman 510 580 ciclos hasta la falla, lo que supone una desviación estándar de -0.69. Esto significa que el modelo de Khonsari también subestima los ciclos a la falla, pero el valor sigue siendo estadísticamente significativo. En cuanto al modelo de Modarres, predice 500 000 ciclos hasta la falla, lo que supone una desviación estándar de -0.71. De manera similar, el modelo de Modarres subestima los ciclos hasta la falla, aunque se mantiene con significancia estadística.

Para comparar los resultados de los modelos de daño por fatiga con base en la entropía con un enfoque clásico, también se evaluó la regla de Miner. Con ésta, se estimaron 1 671 796 ciclos hasta la falla, con una desviación estándar de 0.97. Se trata de una vida útil mucho mayor, en comparación con aquella obtenida con el enfoque energético. Toda esta información se resume en la Tabla 6.3.

Modelo	Ciclos a la falla	Promedio experimental	Desviación estándar	Desviación para cada modelo	Aproximación al promedio
Decemen	162 755			$-1.19\sigma$	73%
Basaran	$559 \ 944$			$-0.62\sigma$	8%
Khonsari	510 580	994 000	669 829	$-0.69\sigma$	16%
Modarres	500  000	-		$-0.71\sigma$	18%
Miner	1 621 243	•		$0.97\sigma$	168%

Tabla 6.3: Ciclos a la falla calculados para los diferentes modelos de daño

Otra forma de representar los resultados de la Tabla 6.3 es usando un diagrama de caja como se muestra en la Figura 6.9, donde se puede ver en forma de barras la dispersión de los resultados experimentales mostrados en la Figura 6.8, así como el rango donde se concentra el 50 % de los resultados. Se muestra que el 50 % de los datos se concentran bajo la mediana de 606 000 ciclos, que está marcada en el gráfico con una línea roja. Los valores por encima de la mediana están muy dispersos, y hay un valor atípico fuera del límite superior, ya que se ubica por encima del tercer cuartil Q3 más 1.5 del rango intercuartil, según la regla de Tukey.



Figura 6.9: Diagrama de caja y bigotes de los ciclos a la falla calculados con los modelos de daño energéticos.

Cabe recordar que la fatiga es un proceso de degradación sometido a muchas variables incontrolables, lo que conduce a resultados experimentales dispersos, que requieren ser tratados estadísticamente. Esta dispersión puede ser causada por incertidumbres como defectos de mecanizado y metalúrgicos, imprecisiones en las mediciones, variables no consideradas, fallas en el diseño del experimento, condiciones operativas y ambientales y errores humanos, entre otros.

A pesar de antes mencionado, se demuestra que los resultados experimentales reportados tienen precisión en aquellos resultados localizados debajo del segundo cuartil Q2, en el que los modelos de daño por fatiga energéticos arrojan sus resultados también. Respecto a la mediana, el modelo de Khonsari presenta un error de aproximación del 16 %, el modelo de Modarres del 18 %, y el modelo de Basaran del 73 % cuando la falla se considera en el punto de inflexión, o del 8 % cuando se considera que el fallo se produce cuando el cómputo del daño tiene el valor más cercano a 1. La regla de Miner tiene un error de aproximación a la mediana del 168 %. Toda esta información se resume en la Tabla 6.4.

Modelo	Ciclos a la falla	Q1	$\mathbf{Q2}$	$\mathbf{Q3}$	Aproximación a la Mediana
Basaran	162  755				73%
	559 944				8%
Khonsari	510 580	464 000	606000	$1\ 212\ 500$	16%
Modarres	500 000	_			18%
Miner	$1 \ 621 \ 243$	-			168%

Tabla 6.4: Comparación de los ciclos calculados a la falla con los diferentes modelos de daño, del análisis del diagrama de caja.

Con base en la información resumida en las Tablas 6.3 y 6.4, se puede inferir que tanto los modelos de Khonsari como el Modarres podrían usarse para predecir la vida a fatiga de las aleaciones de aluminio, exhibiendo altos valores conservativos. El daño en el modelo de Khonsari evoluciona de forma logarítmica y presenta un cambio de pendiente, a diferencia del modelo de Modarres, que evoluciona linealmente como resultado de su formulación pragmática. Sin embargo, estos dos modelos utilizan la entropía de fractura por fatiga como un límite.

En contraste, se puede observar que el modelo de Basaran no incluye un límite de entropía. Al revisar su formulación, se puede observar que se deriva de fundamentos de la mecánica estadística, sin requerir ajuste de curvas. Por lo tanto, su significado y comportamiento están asociada con el índice de estado termodinámico del material.

El daño, en el contexto de la ingeniería, es la manifestación de fuerzas externas en forma de una alteración en la materia. Por ejemplo, en un proceso de fatiga, el daño se manifiesta en forma de grietas o defectos en el material. La falla también tiene un significado diferente, según cada aplicación de ingeniería. La falla por fatiga generalmente se considera como la fractura frágil y repentina del material o estructura.

El modelo de Basaran se deriva analíticamente de la mecánica estadística mediante la ecuación de Boltzmann; por lo tanto, puede interpretarse como el índice de estado termodinámico del material bajo cargas de fatiga y, cuando alcanza 1 o está lo más cercano a 1, es cuando la generación de entropía, y el desorden asociado, ha alcanzado su valor máximo, lo que lleva al estado de equilibrio termodinámico y, en consecuencia, al final de la vida útil del material. Por otro lado, el modelo de daño de Khonsari se deriva de trabajos empíricos [43], utilizando la tasa de generación de entropía normalizada en lugar del agotamiento de las propiedades del material durante la fatiga. Por lo tanto, el modelo de daño basado en entropía de Khonsari es consistente con las observaciones experimentales. El modelo de Modarres tiene un origen más pragmático, siendo una reinterpretación de la regla de Miner, pero utilizando la generación de entropía como métrica de daño.

# 6.5. Metodología propuesta para extensión de aplicabilidad de modelo de daño de Khonsari

Para finalizar, se propone la metodología, como se muestra en la Figura 6.10, en donde se especifica que la mejor combinación es la técnica de conteo de ciclos de *rainflow* junto con el modelo de daño de Khonsari, dado que este último permite identificar un momento crítico en el que el material puede ser retirado de operación antes de la falla por fractura, siendo un índice de fatiga confiable para el diseño y monitoreo del daño gracias a su cambio de pendiente.



Figura 6.10: Flujo de trabajo de la metodología propuesta para evaluar la vida a fatiga utilizando el modelo de daño de Khonsari extendido a cargas de amplitud variable.

Esta metodología, aplicable a materiales metálicos sometidos a historiales de carga de banda estrecha (ver Figura 4.2) con disipación de energía unidimensional, se divide en tres etapas, las cuales tienen que ver: 1) con el tratamiento del historial, 2) con la evaluación termodinámica del historial, y 3) con la evaluación del daño.

En la Etapa 1, se debe tener primero el historial de carga disponible en forma de datos brutos, preferentemente, los picos y valles de la magnitud del esfuerzo en función del tiempo. En procesos de banda estrecha se puede identificar un patrón periódico de carga, en el que el esfuerzo varía en su magnitud dentro de cierto rango, tras lo cual, dichas variaciones vuelven a repetirse. Por lo tanto, se debe definir un patrón ciclico, el cual es el que se analiza. A continuación, se deben obtener los ciclos de carga cerrados que contiene, clasificados en función del rango de esfuerzos y esfuerzo medio, mediante la técnica de *rainflow*, tal como se describe en la sección 4.3.1. Finalmente, una vez se aplica *rainflow* al historial de carga, para facilidad y practicidad de los cálculos, se deben clasificar y distribuir los esfuerzos en rangos de valores, a partir de los cuales, se obtiene el valor medio del esfuerzo  $\sigma_{ai}$  y el tamaño de cada rango  $N_i$ . De esta forma en historial de carga de amplitud variable queda simplificado en procesos más simples de amplitud constante.

En la Etapa 2, se procede con la evaluación termodinámica del historial una vez simplificado en la Etapa 1. Primero se cálcula con la ecuación (4.1) la disipación de energía cíclica  $\Delta W_i$  para la amplitud de esfuerzo  $\sigma_{ai}$  de cada proceso de amplitud constante obtenido. Una vez se tiene la  $\Delta W_i$  de cada  $\sigma_{ai}$ , se procede a calcular su correspondiente temperatura estacionaria  $T_i$  mediante la ecuación (4.9). Una vez conocidas la disipación de energía  $\Delta W_i$  y la temperatura estacionaria  $T_i$  de cada *i*-ésimo proceso, se evalúa la entropía cíclica  $s_i$  con la ecuación (4.5), para posteriormente obtener la entropía producida por cada proceso en función de sus respectivos ciclos totales  $N_i$ , es decir,  $s_{Ti} = s_i \cdot N_i$ . Finalmente, se suma la entropía de cada proceso individual  $s_{Ti}$  para obtener la entropía total  $s_{bl}$  generada en el patrón de carga.

Por último, en la Etapa 3, se procede a usar el modelo de daño de Khonsari (ecuación (2.2)), en la que la variable de entrada es la entropía por bloque de carga  $s_{bl}$ . Una vez que el daño D alcanza la unidad, que es cuando el material alcanza su entropía de fractura por fatiga FFE, se considera que ha fallado. Hay que volver a hacer notar que el modelo de Khonsari permite advertir un momento en el cual el daño se vuelve crítico (al haber un cambio de pendiente y volverse más pronunciada), en el que es posible sacar de operación el material antes de la falla total.

### 6.6. Conclusiones del capítulo

Se analizó una historia de carga de amplitud variable mediante técnicas de tratamiento de historiales complejos, en el dominio del tiempo y la frecuencia, con el objetivo de convertirla en una distribución de procesos con amplitudes constantes que pudieran ser utilizadas en los modelos termodinámicos.

Se eligió la técnica de conteo de ciclos de *rainflow* sobre los métodos de dominio de frecuencia con base en la comparación entre los ciclos contados y los reportados en los resultados experimentales referenciados. Con la técnica del dominio de la frecuencia se sobreestiman las amplitudes de esfuerzo presentes en el historial de carga, debido a que se tuvo que seleccionar un intervalo de integración grande para alcanzar los mismos ciclos cerrados contados por la técnica de *rainflow*. A partir de esto se propuso la metodología para ampliar la aplicabilidad de los modelos de daño por fatiga con base en la entropía.

Se encontró que el modelo de daño de Khonsari permite estimar mejor los ciclos a la falla del material, con base en cuan alejados están los resultados calculados con el modelo con respecto a la media aritmética de los resultados experimentales. Se observó que el modelo de Khonsari presenta una desviación estándar de -0.69 respecto a la media. Además, se encontró que los resultados obtenidos con el modelo de Khonsari se encuentran debajo del segundo cuartil, donde los resultados experimentales se encuentran más concentrados y con la menor dispersión, con un error de aproximación con respecto a la mediana de 16%. Igualmente, se observó que la tasa de cambio del modelo de daño de Khonsari se puede asociar con la naturaleza del crecimiento de la grieta por fatiga.

Con el modelo de Modarres se obtiene una estimación de vida a la fatiga con una desviación estandar de -0.71 con respecto a la media, y un error aproximado a la mediana de 18%, estando también en el segundo cuartil. Sin embargo, presenta un comportamiento lineal que no permite identificar algún punto crítico del daño físico.

En cuanto al modelo de Basaran, su evolución no permite tener una clara interpretación de un momento crítico de daño en el material, o de cuándo ocurrira la falla, lo que podría resultar en una subestimación de la vida a la fatiga.

Por lo tanto, se propuso como la mejor alternativa para evaluar materiales sometidos a cargas de fatiga de amplitud variable usando métodos energéticos al modelo de Khonsari, trabajado junto con la técnica de conteo de ciclos de *rainflow*. Sin embargo, se tiene que considerar que la entropía calculada no toma en cuenta el efecto de fricción interna del material, la cual no contribuye al daño pero que se considera globalmente en el cálculo de la energía disipada por deformación plástica, por lo que su fracción debe ser debidamente sustraída de la entropía total.

# Capítulo 7

# Evaluación termográfica y fractográfica de la vida a la fatiga de Al6061-T6

La relación entre la vida a la fatiga y la evolución de la temperatura del material, la cual es una manifestación de un proceso irreversible como lo es la disipación de energía, ha sido de interés para los investigadores, como literatura reciente lo indica [95]. Específicamente, a partir del trabajo de Naderi *et al.* [16] se han propuesto metodologías para la prevención de fallas por fatiga en materiales metálicos a partir de mediciones de temperatura [32, 37, 54, 96–98]. Éstas se basan en la medición de la evolución de la temperatura durante las pruebas de fatiga, que se puede realizar mediante termografía infrarroja, técnica que tiene la ventaja de ser no destructiva y no tener contacto directo con el material.

La disipación de energía que se manifiesta como calor en un material que es sometido a cargas cíclicas, que a su vez se manifiesta como una evolución de temperatura, se distingue por un comportamiento con tres etapas características: un incremento rápido de la temperatura inicial, una temperatura en estado estacionario que dura la mayor parte del proceso de fatiga, y un incremento final abrupto de temperatura seguido de una disminución tras la fractura del material. Por lo tanto, la evolución de la temperatura durante la fatiga puede usarse como un índice para medir la acumulación del daño con fines de predecir la vida útil, ya sea usando la temperatura estacionaria  $T_s$  u otros valores, como la pendiente de temperatura inicial o la temperatura máxima [99].

En este capítulo, se realizó una evaluación de la vida a la fatiga de probetas de aluminio 6061-T6, las cuales se habían sometido a tratamientos térmicos en un trabajo previo [100], con el fin de mejorar su vida útil. El objetivo fue medir la temperatura del material durante una serie de pruebas de fatiga de viga rotativa. Adicional a esto, se realizaron fractografías a las probetas fracturadas, con el fin de observar cómo la tasa de crecimiento de la grieta se relaciona con la evolución de la temperatura. Esto con la meta de tener una mejor comprensión del uso de la temperatura como índice para evaluar la vida a la fatiga, además de relacionar cualitativamente el parámetro de la temperatura, típicamente usado en trabajos de fatiga con enfoque termodinámico, con los mecanismos de daño del material metálico analizado.

# 7.1. Material y equipo

Se probó el material Al6061-T6 a través de una serie de probetas manufacturadas con base en los lineamientos de la norma ASTM E466 [101]. La geometría se muestra en la Figura (7.1), donde el diámetro d en la sección de calibre tiene un valor de 6.35 mm (1/4 in). Las probetas se sometieron previamente a tratamientos térmicos [100], lo que ofreció la posibilidad de obtener diferentes duraciones de vida a la fatiga, y, por ende, diferentes mediciones de temperatura.



Figura 7.1: Geometría de las probetas en función del diámetro d.

El aparato de fatiga empleado fue la máquina de viga rotativa, que tiene una velocidad de trabajo de 1740 rpm. La máquina somete a cargas de flexión a las probetas a través del acoplamiento de peso muerto, y al rotar la flecha gracias a un motor eléctrico, se hace fluctuar las fibras de la probeta entre tensión y compresión. Se empleó un peso que generó en las probetas una carga fluctuante completamente invertida de 150 MPa de amplitud. Todas las pruebas se corrieron con material prístino hasta la fractura. Se usó la cámara infrarroja Hti HT-18 para capturar imágenes térmicas de las probetas cada cinco segundos. En la Figura 7.2 se muestra el montaje experimental para la prueba de la cámara termográfica.



Figura 7.2: Montaje de la cámara termográfica para la medición de temperatura en una prueba de fatiga de viga rotativa.

Antes de las pruebas, todas las probetas se pintaron de negro mate para incrementar su emisividad y, por lo tanto, mejorar la precisión de la medición de temperatura. En la Figura 7.3 se muestra una imagen térmica de una probeta de fatiga, donde el incremento de la temperaratura con respecto al ambiente es evidente.

Para complementar el estudio de fatiga, se realizó una inspección visual básica de las superficies de fractura mediante el uso de un Microscopio Mitutoyo Steren, con una capacidad de aumento de  $20\times$ , mientras que las fotografías fueron hechas con una cámara True Chrome II.


Figura 7.3: Imagen térmica de una probeta durante una prueba de fatiga de viga rotativa.

#### 7.2. Resultados de termografías y fractografías

A continuación se presentan los resultados de la medición de temperatura y fractografías realizadas a las probetas. La evolución de la temperatura de las probetas bajo las cargas de fatiga de flexión rotativa se presentan en la Figura 7.4, donde es posible observar un comportamiento similar en tres fases para la mayor parte de las pruebas. En la primera fase la temperatura se alcanza rápidamente. La segunda fase comienza cuando la temperatura se estabiliza y alcanza un valor constante. La tercera y última fase ocurre rápidamente antes de la falla, cuando la temperatura presenta un incremento repentino, de modo que la cámara termográfica es incapaz de registrar la mayor parte de la evolución de la temperatura en esta fase de las pruebas. La nomenclatura de la Figura 7.4 corresponde a los tratamientos térmicos de diseño propio presentados en la referencia [100], mientras que OO indica el material sin tratamiento térmico.

El calentamiento en las probetas, si no existen fuentes de calor externas, es causado en su mayor parte por la deformación plástica. En este caso, las pruebas fueron hechas a temperatura ambiente, sin control de posibles flujos de aire, aunque estos no fueron considerados como variables de estudio y, por lo tanto, su influencia se consideró como despreciable. Por otra parte, se ha encontrado en la literatura que la temperatura es un parámetro dependiente de la frecuencia [63], por lo que probar el material a frecuencias más altas supondría una tasa de incremento de temperatura mayor, y viceversa para frecuencias más bajas. Debido a que el motor de la máquina de pruebas de fatiga usado trabaja a una velocidad de giro constante, la influencia de la frecuencia en la evolución de la temperatura se consideró como despreciable también.

La meseta de temperatura alcanzada en muchas de las pruebas se explica debido al fenómeno de endurecimiento/ablandamiento del material, causado por el movimiento y generación de dislocaciones al comienzo del proceso de fatiga [61]. Entonces, se desarrolla una resistencia a la deformación que causa un comportamiento que se refleja en la correspondiente curva esfuerzo-deformación como un área de histéresis constante, siendo este comportamiento el reflejado en la temperatura estacionada alcanzada [61].

Se observó que en algunas pruebas (OO, T1, T6, C1) no se alcanzó la temperatura estacionaria (fase II). En estas pruebas, la vida a la fatiga fue muy corta comparada con,



Figura 7.4: Variación de la temperatura en pruebas de fatiga de viga rotativa del aluminio Al6061-T6

por ejemplo, la prueba T4, siendo la que más vida útil alcanzó. Esto indica una diferencia en la composición microestructural entre las probetas, reflejándose en el cambio en la deformación plástica del material. Por ende, la disipación de energía en forma de calor también cambió. Entre las causas que pudieran explicar que el material no alcance la temperatura estacionaria está que el material es muy frágil o que presenta alta difusividad térmica [99].

Además de la medición de temperatura realizada con la cámara termográfica, a continuación se presentan imágenes de las superficies de fractura obtenidas por microscopio, donde se pueden apreciar algunos de los mecanismos de fractura. Se pueden observar múltiples puntos de comienzo de la grieta, propagándose hasta la fractura en un régimen estable. A la escala en que las imágenes fueron tomadas, no es posible percibir del todo las marcas de playa, aunque la duración de la propagación de la grieta puede ser cualitativamente inferida.

En la Figura 7.5 se muestra una imagen de fractografía del material sin el tratamiento térmico. Se pueden observar múltiples zonas de nucleación de la grieta, marcadas por las líneas amarillas. A partir de ellas, la grieta se extendió de una forma que muestra una fractura frágil, extendiéndose la zona de fractura en hasta el 90 % de la superficie, como lo muestra la zona plana delimitada por el círculo rojo. La fractura final ocurrió en la zona representada por la línea verde, donde se aprecian protuberancias a  $45^{\circ}$ .

En la Figura 7.6 se observan patrones similares para la probeta T4, que alcanzó la vida a la fatiga más larga. Se observa una zona de fractura dúctil en casi el 100% del área, evidenciadas por la las protuberancias a  $45^{\circ}$  que se muestran con líneas verdes y la zona de fractura frágil más pequeña, remarcada dentro del círculo rojo. Esto es una evidencia de que la propagación de la grieta tuvo una mayor duración, al tener esta probeta una mayor resistencia a los esfuerzos de fatiga. Se observan también los puntos



Figura 7.5: Superficie de fractura plana de la probeta OO.

de inicio de la grieta así como algunas marcas de playa. Los cambios entre las Figuras 7.6 y 7.5 indican una diferencia en los esfuerzos actuantes o un incremento en la resistencia del material. El área de propagación de la fractura frágil en la Figura 7.5 está centrada en la superficie de fractura, lo que indica que la probeta estuvo sometida a esfuerzos nominales mayores que los de la Figura 7.6. En esta última, el área de propagación de fractura frágil está ligeramente desplazada del centro de la superficie fracturada, en dirección opuesta a la rotación de la prueba, característica de las fracturas que ocurren bajo cargas de viga rotativa con esfuerzos nominales bajos [102]. Entre los factores que pueden explicar estas diferencias están: diferencias microestructurales locales, variación del medio en el cual la grieta se propaga, variaciones locales en el estado de esfuerzos, entre otros.

Finalmente, en la Figura 7.7 se muestra la fractografía de la prueba C1. Se observa una superficie de fractura mixta, dado que una zona de fractura frágil se extiende en hasta 70% del área de fractura, delimitada por el círculo rojo, mientras que la zona de fractura dúctil está asociada con las protuberancias a  $45^{\circ}$  delimitadas por las líneas verdes, con una extensión de hasta el 30% del área. Esta probeta mostró un comportamiento de aumento de temperatura constante hasta la falla, sin alcanzar la temperatura estacionaria.

#### 7.3. Evaluación de la entropía de fractura

A continuación se presenta una evaluación exploratoria sobre la estimación de la entropía de fractura por fatiga FFE y la evolución del daño con el modelo de Khonsari, utilizando los datos generales de las propiedades físicas de la aleación de aluminio 6061-T6, dado que no se obtuvieron para cada tratamiento térmico al no ser parte de los objetivos del estudio reportado en [100]. Esto es:  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3 \text{ y } k = 167 \text{ W/mK}$ , así como la frecuencia de la prueba f = 29 Hz y la longitud de calibre de la probeta en



Figura 7.6: Superficie de fractura dúctil de la probeta T4.



Figura 7.7: Superficie de fractura mixta de la probeta C1

 $L_c = 34$  mm. Para esto, se utilizó el modelo de disipación de energía en función de la temperatura propuesto por Jiang *et al* [61], el cual se muestra en la ecuación (7.1), con  $\Delta T_{ind}$  siendo la diferencia entre la temperatura estacionaria  $T_s$  y la temperatura inicial  $T_0$  de la prueba.

$$\Delta W = \frac{2k\Delta T_{ind}}{fL_c^2} \tag{7.1}$$

Se obtuvieron los valores de temperatura estacionaria  ${\cal T}_s$  de las mediciones de ter-

mografía reportadas en la Figura 7.4, tras lo cual se calculó la disipación de energía  $\Delta W$  con la ecuación (7.1). La entropía cíclica *s* se calculó como el cociente de  $\Delta W$  y  $T_s$ , y, finalmente, la entropía de fractura por fatiga FFE se determinó como el producto de la entropía cíclica *s* de cada caso y sus respectivos ciclos a la falla  $N_f$ . Los resultados de la FFE de cada tratamiento se muestran a continuación en el gráfico de barras de la Figura 7.8.



Figura 7.8: Entropía de Fractura por Fatiga FFE alcanzado por cada tratamiento térmico.

Tomando como referencia la aleación denominada OO, la cual es sin tratamiento térmico, se observa una FFE de  $5.14 \text{ MJ/m}^3\text{K}$ , la cual es un valor aproximado al reportado para el Al6061-T6 en otras fuentes de la literatura [16,30], donde se encuentran valores entre  $3.95 \text{ a} 4.1 \text{ MJ/m}^3\text{K}$ . La diferencia entre el valor reportado en otras fuentes y la obtenida en este estudio es de aproximadamente 26 % en promedio, que puede deberse principalmente al tipo de prueba, ya que Naderi y Khonsari [16] utilizaron una máquina de fatiga servohidráulica, y en el caso de este estudio, se utilizó una máquina de fatiga de viga rotativa. Especialmente, es posible que exista una componente de generación de calor debido a la fricción presente entre la flecha y los cojinetes, lo que puede generar una componente de fuerza y desplazamiento cortante, la cual no se está considerando en la medición de temperatura. La FFE del resto de los tratamientos se muestran en la Tabla 7.1.

Con base en los resultados de la Tabla 7.1 y la Figura 7.8, se puede observar que efectivamente, es el tratamiento térmico T4 en el que se obtiene mayor FFE, de 57.72  $MJ/m^{3}K$ , lo que implica un aumento de 1022% con respecto a la aleación sin tratamiento térmico OO. Esto implica que dicho tratamiento es el que incrementa en mayor medida la autoorganización del material, visto desde el enfoque termodinámico, y, por ende, incrementa su vida útil a la fatiga.

Con respecto a lo mostrado de la Figura 7.5 a la 7.7, en la Figura 7.9 se muestran las

Caso	$T_s$ (°C)	$\Delta W (\mathbf{J}/\mathbf{m}^3)$	$s (J/m^{3}K)$	Ciclos	FFE $(MJ/m^3K)$
00	33.3	70904.5	231.5	22214	5.14
T1	36.9	89409.4	288.5	45530	13.14
T2	39.7	161694.6	517.0	106616	55.13
T3	36.8	153649.8	495.9	91002	45.13
$\mathbf{T4}$	38.3	103205.8	331.6	174074	57.72
T5	34.0	117220.9	381.9	96135	36.71
<b>T6</b>	34.8	70209.0	228.1	25752	5.87
C1	34.1	83024.9	270.3	31726	8.58
C2	35.8	105101.3	340.3	60366	20.54
C3	40.0	142354.9	454.8	78996	35.93
$\mathbf{C4}$	36.8	152584.9	492.5	75145	37.01
C5	37.2	100310.4	323.4	86276	27.90
C6	36.9	96957.1	312.8	69252	21.66

Tabla 7.1: Datos utilizados para el cálculo de la entropía por fractura por fatiga de cada tratamiento térmico.

curvas de daño de los tratamientos OO, T4 y C1, obtenidas al usar la ecuación (2.2) con los valores de la Tabla 7.1. En dicha figura se muestra que las curvas de los tratamientos OO y C1 tienen una tendencia similar, tanto cualitativa como cuantitativamente. Al comparar esta tendencia con las fractografías mostradas en las Figuras 7.5 y 7.7, se puede observar que en el comportamiento de fractura mixta del tratamiento C1, el efecto de la fractura frágil domina más que el de la fractura dúctil, resultando en un comportamiento de la fractura similar al de la aleación OO, que se refleja en la tendencia de sus curvas de daño.



Figura 7.9: Curvas de daño por fatiga de los tratamientos OO, T4 y C1.

Por el contrario, al comparar la curva del tratamiento T4 con la fractografía de la Figura 7.6, se puede observar que el aumento de la autoorganización, y, por lo tanto, el incremento de la FFE, se ve reflejado en una fractura dúctil dominante.

#### 7.4. Conclusiones del capítulo

Con base en los resultados observables en las fractografías y en el estudio térmico exploratorio, se infiere que la temperatura a la que se sometió el material a través de los tratamientos térmicos generó precipitados que incrementaron la ductilidad en aquellos casos en los que se mejoró la vida útil, evidenciado por las protuberancias observadas en las fractografías.

Dentro del enfoque con el que se planteó este proyecto de tesis, es decir, el uso de la termodinámica para el estudio de la fatiga de materiales metálicos, los resultados de esta sección permiten comprender mejor el concepto de *estructuras disipativas* y *autoorganización*, presentado por el ganador del premio Nobel, Ilya Prigogine [103], y posteriormente tratado por Khonsari y Amiri [30] y por Naderi [104] para el estudio del mejoramiento de la vida a la fatiga de materiales. Cuando un material alcanza el estado de equilibrio termodinámico, su entropía (y su desorden asociado) es máximo. Por lo tanto, para alcanzar el orden, el material debe de alejarse de dicho estado de equilibrio. En ese sentido, la autoorganización del material se puede alcanzar a través de la formación de las estructuras disipativas. En un proceso de fatiga, estas estructuras disipativas corresponden a un arreglo de nuevos patrones de la microestructura del material, tales como una densidad crítica de dislocaciones, una distribución crítica de tamaños de partícula, orientación cristalina, bandas persistentes de deslizamiento, entre otras. Gracias a esta formación de estructuras disipativas se incrementa la vida a la fatiga al retrasar su aproximación al estado de equilibrio termodinámico.

En ese sentido, se requiere seguir investigando sobre la generación de estructuras disipativas dentro de los materiales de ingeniería, ya que una comprensión más profunda de éstas y de la autoorganización puede conducir a los investigadores a mejorar o diseñar nuevos materiales con una vida útil más larga o con mejores propiedades.

Las técnicas termográfica y fractográfica permitieron interpretar cómo la evolución de la temperatura de un material sometido a cargas de fatiga está relacionada con el comportamiento de la grieta, sobre todo en la etapa del estado estacionario, ya que se observó que efectivamente, la temperatura estacionaria se alcanzó debido a la estabilización de la deformación plástica, como lo demuestra la fractura dúctil que se observó en la fractografía de la prueba T4. Por lo tanto, se observa que los materiales dúctiles presentarán un mejor orden y un estado de no-equilibrio. Por el contrario, en las pruebas donde no se alcanzó una temperatura estacionaria, se observó que la propagación de la grieta por fatiga tiende a generar una falla frágil o mixta. Entonces, se concluye que la mejor evaluación de la vida a la fatiga de materiales metálicos, empleando la temperatura estacionaria mediante ecuaciones termodinámicas fundamentales, se realiza en materiales dúctiles. Por otra parte, en caso de no presentarse una temperatura estacionaria, se ha encontrado en la literatura alternativas para poder estudiar la fatiga con el enfoque termodinámico [99].

## Capítulo 8

## Conclusiones y comentarios finales

El proceso de fatiga de los materiales es un fenómeno irreversible, en el que hay disipación de energía involucrada. Varios autores han planteado que este problema pueda ser tratado mediante un enfoque energético, partiendo de las leyes de la termodinámica. Específicamente, es la entropía el parámetro de la termodinámica que se relaciona con procesos irreversibles en los que se involucran procesos disipativos. Los resultados obtenidos por los investigadores con estos modelos demuestran que la entropía es un parámetro prometedor para emplearse como índice de daño en procesos de daño bajo cargas cíclicas.

La principal ventaja que tiene este enfoque es que se basa en leyes físicas, lo que permite un modelado teórico. Con esto, se deja atrás el enfoque tradicional que consiste en el ajuste de curvas a datos experimentales, el cual es un método muy arraigado en la comunidad científica e ingenieril.

El modelado de la entropía a través de las leyes de la termodinámica permite considerar una amplia gama de procesos de degradación involucrados. La integración de la termodinámica en este campo puede proveer de una función de daño válida para diversas condiciones de carga, tales como mecánicas, térmicas, químicas, eléctricas, entre otras.

En este trabajo se demostró, mediante una exhaustiva revisión de la literatura, que el modelado del daño con un enfoque energético basado en las leyes de la termodinámica es un campo fructífero actualmente, ya que se siguen presentando trabajos en revistas de importante arbitraje, que tienen como fin mejorar la comprensión de cómo este enfoque puede aplicarse a escenarios de fatiga cada vez mas complejos,

Se demostró que el modelo de Morrow, el cual es el más utilizado para el cálculo de la disipación de energía, presenta alta sensibilidad a todas las propiedades del material que requiere. Además, al ser todas estas propiedades del orden de decimales (excepto el coeficiente de resistencia a la fatiga), basta con solo una pequeña variación para afectar en gran medida el valor de la energía disipada resultante. Esto es crítico, ya que del valor de la disipación calculada con el modelo de Morrow dependen el cálculo tanto de la temperatura como de la generación de entropía.

Se evaluaron técnicas para tratamiento de historiales de carga de fatiga de amplitud variable, con el fin de determinar cuál sería la mejor combinación para aplicarlo en los modelos de daño por fatiga basados en la entropía. Se encontró que la técnica de *rain*- *flow*, en combinación con el modelo de daño de Khonsari, ofrece una mejor estimación de la vida útil a la fatiga al compararla con los datos de los resultados experimentales de historiales de carga de banda estrecha, con disipación de calor unidireccional, ya que ese fue el tipo de historial evaluado. Además, la mayor ventaja del modelo de Khonsari es que permite observar una tendencia en la evolución del daño con la cual se puede identificar un momento crítico tras el cual se puede sacar de operación el material, antes de que sufra una falla catastrófica. En futuros trabajos se debe verificar la factibilidad de esta combinación para historiales de carga de banda ancha y bimodal, así como más términos de intercambio de calor, y considerar la energía intrínseca del proceso de disipación de energía.

Finalmente, se observó mediante pruebas experimentales de fatiga, a través de la medición de la evolución de temperatura con una cámara de termografía infrarroja y fractografías hechas con microscopio óptico, que la temperatura estacionaria típica de los procesos de fatiga está ligada a la ductilidad del material. Esto implica que la temperatura estacionaria, como índice para medir el daño, solo podría ser utilizada de manera confiable en materiales de alta ductilidad, ya que los materiales fragilizados presentaron una pendiente de temperatura constante hasta la fractura. Se observó también que los materiales, o específicamente, la aleación de aluminio 6061-T6, al ser sometida a tratamientos térmicos, presenta un cambio en su microestructura que se ve reflejado principalmente en el tamaño de las zonas de fractura frágil observadas en las fractografías. Esto quiere decir que los tratamientos térmicos son una opción viable para mejorar la autoorganización de los materiales de ingeniería, con el fin de aumentar sus estructuras disipativas, y con ello alejarlos de su estado de equilibrio termodinámico, representado por el estado de entropía máximo. Todo esto con el fin de mejorar su vida útil.

## Apéndice A

## Productos derivados de este trabajo

#### Publicaciones

- Rodríguez-Reyes V.I., Abúndez-Pliego A., Oliveros-Riego O.F. (2024). Assessment of the material properties effect on the response of Morrow's Model for estimating the dissipation of energy in fatigue of metals. Aceptado para publicación en *Meccanica*.
- Rodríguez-Reyes VI, Abúndez-Pliego A, Petatan-Bahena KE, Miranda-Acatitlan KR, Colín-Ocampo J, Blanco-Ortega A. Comparative evaluation of fatigue life estimation under variable amplitude loading through damage models based on entropy. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures.* 2024; 47(5): 1584-1601.
- Rodríguez-Reyes V. I., Petatan Bahena K. E., Abúndez-Pliego A., & González Vizcarra B. (2023). Thermographic and fractographic analysis of the heat treatments effect on Al 6061-T6 fatigue life. *Tecnología y Ciencia Aplicada*, 6(2), 381–386.
- Rodríguez-Reyes V. I., & Abúndez-Pliego A. (2021). Revisión y evaluación de modelos de daño a la fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos basados en la entropía. Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada, 4(1), 271–277.

#### Ponencias en congresos

- Thermographic and fractographic analysis of the effect of thermal treatments on aluminum 6061-T6 alloy on its fatigue life. 1er Congreso Internacional de Tecnología y Ciencia Aplicada. 15 a 17 de noviembre de 2023. Cuernavaca, Morelos, México.
- Revisión y evaluación de modelos de daño a la fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos basados en la entropía. 6<sup>a</sup> Jornada de Ciencia y Tecnología Aplicada. 21 al 23 de octubre de 2021. Cuernavaca, Morelos, México.

### Divulgación

- Ponencia: Evaluación de modelos de daño a la fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos basados en la entropía. Foro Internacional de Vinculación Científica y Tecnológica FODICyT 2023. Universidad Veracruzana. 26 de octubre de 2023. Xalapa, Veracruz, México.
- Conferencia: Un enfoque actual para la predicción de la vida a la fatiga de materiales aeroespaciales: entropía. Semana Mundial del Espacio 2021. 6 de octubre de 2021. Universidad Autónoma de Baja California. Tijuana, B.C., México.

#### Financiamientos

- Proyecto 16909.23-P de la Convocatoria Proyectos de Investigación Científica, Desarrollo Tecnológico e Innovación 2023, del Tecnológico Nacional de México.
- Proyecto 15268.22-P de la Convocatoria 2022 Proyectos de Desarrollo Tecnológico e Innovación para ESTUDIANTES, del Tecnológico Nacional de México.

# Apéndice B

# Permisos de reproducción de material de Wiley

JOHN WILEY AND SONS LICENSE TERMS AND CONDITIONS Mar 07, 2024

This Agreement between Mr. Víctor Rodríguez-Reyes ("You") and John Wiley and Sons ("John Wiley and Sons") consists of your license details and the terms and conditions provided by John Wiley and Sons and Copyright Clearance Center.

License Number	5743880560004			
License date	Mar 07, 2024			
Licensed Content Publisher	John Wiley and Sons			
Licensed Content Publication	Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures			
Licensed Content Title	Comparative evaluation of fatigue life estimation under variable amplitude loading through damage models based on entropy			
Licensed Content Author	Andrés Blanco-Ortega, Jorge Colín-Ocampo, Kevin R. Miranda Acatitlan, et al			
Licensed Content Date	Feb 13, 2024			
Licensed Content Volume	0			
Licensed Content Issue	0			
Licensed Content Pages	18			
Type of use	Dissertation/Thesis			
Requestor type	Author of this Wiley article			
Format	Electronic			
Portion	Full article			
Will you be translating?	Yes, without English rights			
Number of languages	1			
Title of new work	Evaluación de la evolución del daño por fatiga en materiales metálicos a través de métodos energéticos			
Institution name	TecNM Cenidet			
Expected presentation date	Aug 2024			
Order reference number	FFEMS14262			
Specific Languages	Spanish Mr. Víctor Rodríguez-Reyes Avenida Palmira SN			
Requestor Location				
•	Cuernavaca, other Mexico Attn: Mr. Víctor Rodríguez-Reyes			
Publisher Tax ID	EU826007151			
Total	0.00 USD			

## Bibliografía

- R. Reed, J. Smith, y B. Christ, *The economic effects of fracture in the United States*. US Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1983, vol. 647. [Online]. Disponible en: https://www.govinfo.gov/app/details/GOVPUB-C13-831b1a5d974bb0b32ccfc5f0e249362c
- [2] K. A. Zakaria, S. Abdullah, y M. J. Ghazali, "A Review of the Loading Sequence Effects on the Fatigue Life Behaviour of Metallic Materials," *Journal of Engineering Science and Technology Review*, vol. 9, no. 5, pp. 189–200, oct 2016.
- [3] O. H. Basquin, "The exponential law of endurance tests," en American Society for Testing and Materials Proceedings, vol. 10, 1910, pp. 625–630.
- M. A. Miner, "Cumulative fatigue damage," *Journal of applied mechanics*, vol. 12, no. 3, pp. A159—-A164, 1945.
- [5] J. F. Tavernelli y L. F. Coffin, "Experimental Support for Generalized Equation Predicting Low Cycle Fatigue," *Journal of Basic Engineering*, vol. 84, no. 4, pp. 533–537, dec 1962.
- [6] S. S. Manson, "Discussion: "Experimental Support for Generalized Equation Predicting Low Cycle Fatigue" (Tavernelli, J. F., and Coffin, Jr., L. F., 1962, ASME J. Basic Eng., 84, pp. 533–537)," *Journal of Basic Engineering*, vol. 84, no. 4, pp. 537–541, dec 1962.
- [7] P. Paris y F. Erdogan, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws," Journal of Basic Engineering, vol. 85, no. 4, pp. 528–533, dec 1963.
- [8] P. Whaley, Y. Pao, y K. Lin, "Numerical simulation of material fatigue by a thermodynamic approach," en 24th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Reston, Virigina: American Institute of Aeronautics and Astronautics, may 1983.
- [9] P. W. Whaley, "Entropy Production during Fatigue as a Criterion for Failure. The Critical Entropy Threshold: A Mathematical Model for Fatigue." Nebraska Univ Lincoln Coll of Engineering and Technology, Tech. Rep., 1983. [Online]. Disponible en: https://apps.dtic.mil/sti/citations/ADA134767

- [10] C. Basaran y C.-Y. Yan, "A Thermodynamic Framework for Damage Mechanics of Solder Joints," *Journal of Electronic Packaging*, vol. 120, no. 4, pp. 379–384, dec 1998.
- [11] H. Tang y C. Basaran, "A Damage Mechanics-Based Fatigue Life Prediction Model for Solder Joints," *Journal of Electronic Packaging*, vol. 125, no. 1, pp. 120–125, mar 2003.
- [12] C. Basaran y S. Nie, "An Irreversible Thermodynamics Theory for Damage Mechanics of Solids," *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 13, no. 3, pp. 205–223, jul 2004.
- [13] J. Gomez y C. Basaran, "A thermodynamics based damage mechanics constitutive model for low cycle fatigue analysis of microelectronics solder joints incorporating size effects," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, no. 13, pp. 3744–3772, jun 2005.
- [14] K. Sharp y F. Matschinsky, "Translation of Ludwig Boltzmann's Paper "On the Relationship between the Second Fundamental Theorem of the Mechanical Theory of Heat and Probability Calculations Regarding the Conditions for Thermal Equilibrium" Sitzungberichte der Kaiserlichen Akademie d," *Entropy*, vol. 17, no. 4, pp. 1971–2009, apr 2015.
- [15] M. Bryant, M. Khonsari, y F. Ling, "On the thermodynamics of degradation," Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 464, no. 2096, pp. 2001–2014, aug 2008.
- [16] M. Naderi, M. Amiri, y M. M. Khonsari, "On the thermodynamic entropy of fatigue fracture," *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 466, no. 2114, pp. 423–438, 2010.
- [17] C. E. Feltner y J. D. Morrow, "Microplastic Strain Hysteresis Energy as a Criterion for Fatigue Fracture," *Journal of Basic Engineering*, vol. 83, no. 1, pp. 15–22, mar 1961.
- [18] J. Morrow, "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals," en Internal Friction, Damping, and Cyclic Plasticity, B. J. Lazan, Ed. West Conshohocken, PA: ASTM International, jan 1965, pp. 45–87.
- [19] O. Scott-Emuakpor, T. George, C. Cross, y M.-H. H. Shen, "Hysteresis-loop representation for strain energy calculation and fatigue assessment," *The Journal* of Strain Analysis for Engineering Design, vol. 45, no. 4, pp. 275–282, may 2010.
- [20] T. Letcher, S. Nesaei, C. Auen, M. Nielsen, y F. Delfanian, "Hysteresis Strain Energy Behavior of Al6061-T6 With Multi-Fatigue Load Levels as Applied to an Energy-Based Fatigue Life Prediction Method," en Volume 9: Mechanics of Solids, Structures and Fluids. San Diego, California, USA: American Society of Mechanical Engineers, nov 2013.

- [21] G. R. Halford, "The energy required for fatigue(Plastic strain hystersis energy required for fatigue in ferrous and nonferrous metals)," *Journal of materials*, vol. 1, pp. 3–18, 1966.
- [22] C. S. Chang, W. T. Pimbley, y H. D. Conway, "An analysis of metal fatigue based on hysteresis energy," *Experimental Mechanics*, vol. 8, no. 3, pp. 133–137, mar 1968.
- [23] M. Naderi y M. Khonsari, "A thermodynamic approach to fatigue damage accumulation under variable loading," *Materials Science and Engineering: A*, vol. 527, no. 23, pp. 6133–6139, sep 2010.
- [24] M. Mehdizadeh y M. Khonsari, "On the role of internal friction in low-and highcycle fatigue," *International Journal of Fatigue*, vol. 114, pp. 159–166, sep 2018.
- [25] R. Idris, S. Abdullah, P. Thamburaja, y M. Z. Omar, "Predicting fatigue crack growth rate under block spectrum loading based on temperature evolution using the degradation-entropy generation theorem," *International Journal of Fracture*, vol. 228, no. 2, pp. 145–158, apr 2021.
- [26] J. Fan y Y. Zhao, "Quantitative thermography for fatigue damage assessment and life prediction of welded components," *Mechanics of Materials*, vol. 164, p. 104120, jan 2022.
- [27] W. Cui, "A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures," *Journal of Marine Science and Technology*, vol. 7, no. 1, pp. 43–56, 2002.
- [28] A. Fatemi y L. Yang, "Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials," *International Journal* of Fatigue, vol. 20, no. 1, pp. 9–34, jan 1998.
- [29] M. Amiri y M. Modarres, "An Entropy-Based Damage Characterization," Entropy, vol. 16, no. 12, pp. 6434–6463, dec 2014.
- [30] M. M. Khonsari y M. Amiri, Introduction to Thermodynamics of Mechanical Fatigue. Boca Raton, FL: CRC Press Taylor & Francis Group, sep 2012.
- [31] C. Basaran, Introduction to Unified Mechanics Theory with Applications. Cham: Springer International Publishing, 2021.
- [32] M. Naderi y M. Khonsari, "Real-time fatigue life monitoring based on thermodynamic entropy," *Structural Health Monitoring*, vol. 10, no. 2, pp. 189–197, mar 2011.
- [33] —, "An experimental approach to low-cycle fatigue damage based on thermodynamic entropy," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, no. 6, pp. 875–880, mar 2010.

- [34] T. Temfack y C. Basaran, "Experimental verification of thermodynamic fatigue life prediction model using entropy as damage metric," *Materials Science and Technology*, vol. 31, no. 13, pp. 1627–1632, oct 2015.
- [35] A. Imanian y M. Modarres, "Corrosion-Fatigue Structural Integrity Assessment Using a Thermodynamic Entropy Based Damage Approach," en Volume 14: Emerging Technologies; Safety Engineering and Risk Analysis; Materials: Genetics to Structures. American Society of Mechanical Engineers, nov 2015.
- [36] —, "A Thermodynamic Entropy Approach to Reliability Assessment with Applications to Corrosion Fatigue," *Entropy*, vol. 17, no. 12, pp. 6995–7020, oct 2015.
- [37] —, "A thermodynamic entropy-based damage assessment with applications to prognostics and health management," *Structural Health Monitoring*, vol. 17, no. 2, pp. 240–254, mar 2018.
- [38] R. Idris, S. Abdullah, P. Thamburaja, y M. Z. Omar, "The need to generate entropy characteristics for fatigue life prediction in low-carbon steel," *Journal of* the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, vol. 40, no. 9, p. 409, sep 2018.
- [39] —, "Prediction of Fatigue Crack Growth Rate Based on Entropy Generation," *Entropy*, vol. 22, no. 1, p. 9, dec 2019.
- [40] B. Hajshirmohammadi y M. Khonsari, "On the entropy of fatigue crack propagation," *International Journal of Fatigue*, vol. 133, p. 105413, apr 2020.
- [41] V. Ontiveros, M. Amiri, A. Kahirdeh, y M. Modarres, "Thermodynamic entropy generation in the course of the fatigue crack initiation," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 40, no. 3, pp. 423–434, mar 2017.
- [42] J. Jang y M. Khonsari, "On the evaluation of fracture fatigue entropy," Theoretical and Applied Fracture Mechanics, vol. 96, pp. 351–361, aug 2018.
- [43] Y. Duyi y W. Zhenlin, "A new approach to low-cycle fatigue damage based on exhaustion of static toughness and dissipation of cyclic plastic strain energy during fatigue," *International Journal of Fatigue*, vol. 23, no. 8, pp. 679–687, sep 2001.
- [44] C. Basaran, "Entropy Based Fatigue, Fracture, Failure Prediction and Structural Health Monitoring," *Entropy*, vol. 22, no. 10, p. 1178, oct 2020.
- [45] H. W. Lee y C. Basaran, "A Review of Damage, Void Evolution, and Fatigue Life Prediction Models," *Metals*, vol. 11, no. 4, p. 609, apr 2021.
- [46] N. Bin Jamal M, A. Kumar, C. Lakshmana Rao, y C. Basaran, "Low Cycle Fatigue Life Prediction Using Unified Mechanics Theory in Ti-6Al-4V Alloys," *Entropy*, vol. 22, no. 1, p. 24, dec 2019.

- [47] M. Amiri, M. Naderi, y M. Khonsari, "An Experimental Approach to Evaluate the Critical Damage," *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 20, no. 1, pp. 89–112, jan 2011.
- [48] A. Imanian y M. Modarres, "Thermodynamics as a fundamental science of reliability," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability, vol. 230, no. 6, pp. 598–608, dec 2016.
- [49] H. Yun y M. Modarres, "Measures of Entropy to Characterize Fatigue Damage in Metallic Materials," *Entropy*, vol. 21, no. 8, 2019.
- [50] M. Yousefi Faal, H. Salimi, M. Pourgol-Mohammad, y R. Khoshbakhti Saray, "Life Assessment Based on Numerical Thermodynamic Entropy Estimation: Case Study of Metal Fatigue," en Volume 14: Emerging Technologies; Materials: Genetics to Structures; Safety Engineering and Risk Analysis. American Society of Mechanical Engineers, nov 2017.
- [51] S. F. Karimian, H. A. Bruck, y M. Modarres, "Thermodynamic entropy to detect fatigue crack initiation using digital image correlation, and effect of overload spectrums," *International Journal of Fatigue*, vol. 129, p. 105256, dec 2019.
- [52] O. Scott-Emuakpor, T. George, C. Cross, y M.-H. H. Shen, "Hysteresis-loop representation for strain energy calculation and fatigue assessment," *The Journal* of Strain Analysis for Engineering Design, vol. 45, no. 4, pp. 275–282, may 2010.
- [53] M. Liakat y M. Khonsari, "An experimental approach to estimate damage and remaining life of metals under uniaxial fatigue loading," *Materials & Design*, vol. 57, pp. 289–297, may 2014.
- [54] Z. Teng, H. Wu, C. Boller, y P. Starke, "Thermodynamic entropy as a marker of high-cycle fatigue damage accumulation: Example for normalized SAE 1045 steel," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 43, no. 12, pp. 2854–2866, dec 2020.
- [55] M. R. Moghanlou y M. M. Khonsari, "On the kinetic formulation of fracture fatigue entropy of metals," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 45, no. 2, pp. 565–577, feb 2022.
- [56] M. Amiri y M. Khonsari, "Rapid determination of fatigue failure based on temperature evolution: Fully reversed bending load," *International Journal of Fatigue*, vol. 32, no. 2, pp. 382–389, feb 2010.
- [57] Osara y Bryant, "Thermodynamics of Fatigue: Degradation-Entropy Generation Methodology for System and Process Characterization and Failure Analysis," *Entropy*, vol. 21, no. 7, p. 685, jul 2019.
- [58] M. A. Fauthan, S. Abdullah, M. F. Abdullah, y I. F. Mohamed, "Multiple linear regression parameters for determining fatigue-based entropy characterisation of

magnesium alloy," Frattura ed Integrità Strutturale, vol. 16, no. 62, pp. 289–303, sep 2022.

- [59] J. Lemaitre y J.-L. Chaboche, *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, feb 1990.
- [60] M. N. Ozisik, *Boundary value problems of heat conduction*. Courier Corporation, 2013.
- [61] L. Jiang, H. Wang, P. K. Liaw, C. R. Brooks, y D. L. Klarstrom, "Characterization of the temperature evolution during high-cycle fatigue of the ULTIMET superalloy: Experiment and theoretical modeling," *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 32, no. 9, pp. 2279–2296, sep 2001.
- [62] G. Fargione, A. Geraci, G. La Rosa, y A. Risitano, "Rapid determination of the fatigue curve by the thermographic method," *International Journal of Fatigue*, vol. 24, no. 1, pp. 11–19, jan 2002.
- [63] G. Meneghetti, "Analysis of the fatigue strength of a stainless steel based on the energy dissipation," *International Journal of Fatigue*, vol. 29, no. 1, pp. 81–94, jan 2007.
- [64] ASTM E1049, "Standard practices for cycle counting in fatigue analysis," ASTM International, Tech. Rep. Reapproved 2017, 2017.
- [65] A. Zorman, J. Slavič, y M. Boltežar, "Vibration fatigue by spectral methods—A review with open-source support," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 190, p. 110149, may 2023.
- [66] M. Matsuishi y T. Endo, "Fatigue of metals subjected to varying stress," Japan Society of Mechanical Engineers, vol. 68, no. 2, pp. 37–40, 1968.
- [67] T. Endo, K. Mitsunaga, K. Takahashi, K. Kobayashi, y M. Matsuishi, "Damage Evaluation of Metals for Random on Varying Loading-Three Aspects of Rain Flow Method," *Proceedings Symposium on Mechanical Behavior of Materials*, vol. 1-2, pp. 371–380, 1974.
- [68] S. Downing y D. Socie, "Simple rainflow counting algorithms," International Journal of Fatigue, vol. 4, no. 1, pp. 31–40, jan 1982.
- [69] I. Rychlik, "A new definition of the rainflow cycle counting method," International Journal of Fatigue, vol. 9, no. 2, pp. 119–121, apr 1987.
- [70] Y.-L. Lee y T. Tjhung, "Rainflow Cycle Counting Techniques," en Metal Fatigue Analysis Handbook. Elsevier, 2012, pp. 89–114.
- [71] C. E. Larsen y T. Irvine, "A Review of Spectral Methods for Variable Amplitude Fatigue Prediction and New Results," *Proceedia Engineering*, vol. 101, pp. 243– 250, 2015.

- [72] M. Jimenez-Martinez, "Fatigue of offshore structures: A review of statistical fatigue damage assessment for stochastic loadings," *International Journal of Fatigue*, vol. 132, p. 105327, mar 2020.
- [73] T. Dirlik y D. Benasciutti, "Dirlik and Tovo-Benasciutti Spectral Methods in Vibration Fatigue: A Review with a Historical Perspective," *Metals*, vol. 11, no. 9, p. 1333, aug 2021.
- [74] G. M. Teixeira, "Random Vibration Fatigue A Study Comparing Time Domain and Frequency Domain Approaches for Automotive Applications," en SAE 2014 World Congress & Exhibition, apr 2014, pp. 1–11.
- [75] A. Niesłony, M. Böhm, T. Łagoda, y F. Cianetti, "The Use of Spectral Method for Fatigue Life Assessment for Non-Gaussian Random Loads," Acta Mechanica et Automatica, vol. 10, no. 2, pp. 100–103, jun 2016.
- [76] X. Zeng, Y. Jiang, y Z. Fan, "Analysis of random vibration fatigue of aluminum alloy beam with a hole based on frequency domain method," *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 1043, p. 052013, feb 2021.
- [77] D. J. Whitford, M. E. C. Vieira, y J. K. Waters, "Teaching time-series analysis. I. Finite Fourier analysis of ocean waves," *American Journal of Physics*, vol. 69, no. 4, pp. 490–496, apr 2001.
- [78] M. Meggiolaro y J. Castro, "Statistical evaluation of strain-life fatigue crack initiation predictions," *International Journal of Fatigue*, vol. 26, no. 5, pp. 463–476, may 2004.
- [79] C. Boller y T. Seeger, Materials Data for Cyclic Loading: Aluminium and Titanium Alloys. Elsevier, 2013.
- [80] A. Lipski y S. Mroziński, "Approximate determination of a strain-controlled fatigue life curve for aluminum alloy sheets for aircraft structures," *International Journal of Fatigue*, vol. 39, pp. 2–7, jun 2012.
- [81] N. R. LaPointe, "Monotonic and Fatigue Characterizations of Metals," SAE Transactions, vol. 91, no. 2, pp. 2289–2303, feb 1982.
- [82] F. Brennan, "The use of approximate strain-life fatigue crack initiation predictions," *International Journal of Fatigue*, vol. 16, no. 5, pp. 351–356, jul 1994.
- [83] B. E. Boardman, "Crack Initiation Fatigue Data, Analysis, Trends and Estimation," SAE Transactions, vol. 91, no. 2, pp. 2312–2326, feb 1982.
- [84] M. Roessle, "Strain-controlled fatigue properties of steels and some simple approximations," *International Journal of Fatigue*, vol. 22, no. 6, pp. 495–511, jul 2000.
- [85] W. A. Wong, "Monotonic and Cyclic Fatigue Properties of Automotive Aluminum Alloys," en *SAE International Congress and Exposition*, feb 1984, p. 11.

- [86] SAE, "Technical report on low cycle fatigue properties," J1099, SAE International, Warrendale, PA, 2002.
- [87] H. F. Hardrath y E. C. Utley Jr, "An experimental investigation of the behavior of 24S-T4 aluminum alloy subjected to repeated stresses of constant and varying amplitudes," National Advisory Committee for Aeronautics. Langley Aeronautical Laboratory, Langley Field, Va, Tech. Rep., 1952. [Online]. Disponible en: http://hdl.handle.net/2060/19930083502
- [88] ASTM International, "ASTM E606/E606M-21 Standard Test Method for Strain-Controlled Fatigue Testing," p. 16, 2021.
- [89] U. Muralidharan y S. S. Manson, "A Modified Universal Slopes Equation for Estimation of Fatigue Characteristics of Metals," *Journal of Engineering Materials* and Technology, vol. 110, no. 1, pp. 55–58, jan 1988.
- [90] O. Karakaş y J. Szusta, "Monotonic and low cycle fatigue behaviour of 2024-T3 aluminium alloy between room temperature and 300 °C for designing VAWT components," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 39, no. 1, pp. 95–109, jan 2016.
- [91] N. W. M. Bishop y F. Sherratt, "Fatigue life prediction from power spectral density data," *Environmental Engineering*, vol. 2, no. 1-2, pp. 1–10, 1989.
- [92] Y. Eldoğan y E. Cigeroglu, "Vibration Fatigue Analysis of a Cantilever Beam Using Different Fatigue Theories," en Allemang, R., De Clerck, J., Niezrecki, C., Wicks, A. (eds) Topics in Modal Analysis, Volume 7. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. New York, NY: Springer, 2014, pp. 471–478.
- [93] I. Gadolina, N. Makhutov, y A. Erpalov, "Varied approaches to loading assessment in fatigue studies," *International Journal of Fatigue*, vol. 144, p. 106035, mar 2021.
- [94] A. Haghshenas, J. Jang, y M. Khonsari, "On the intrinsic dissipation and fracture fatigue entropy of metals," *Mechanics of Materials*, vol. 155, p. 103734, apr 2021.
- [95] Z. Teng, "Thermo-based fatigue life prediction: A review," Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, vol. 46, no. 9, pp. 3121–3144, sep 2023.
- [96] M. Mehdizadeh y M. Khonsari, "On the application of fracture fatigue entropy to multiaxial loading," *International Journal of Fatigue*, vol. 150, p. 106321, sep 2021.
- [97] J. Jang y M. Khonsari, "Experimentally validated thermodynamic theory of metal fatigue," *Mechanics of Materials*, vol. 160, p. 103927, sep 2021.
- [98] D. A. García Lavariega, A. Abúndez Pliego, C. J. García López, y J. Mayén Chaires, "Relación entre el crecimiento y la temperatura en la punta de la grieta por fatiga en acero AISI 1018," *Revista De Ciencias Tecnológicas*, vol. 6, no. 1, pp. 14–27, mar 2023.

- [99] R. de Finis, D. Palumbo, M. da Silva, y U. Galietti, "Is the temperature plateau of a self-heating test a robust parameter to investigate the fatigue limit of steels with thermography?" *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 41, no. 4, pp. 917–934, apr 2018.
- [100] K. Е. Petatan Bahena, "Evaluación del efecto de los tratamientérmicos sobre la vida a fatiga de aleaciones de aluminio,"  $\operatorname{tos}$ TecNM/CENIDET, Tesis de maestría, 2022.[Online]. Disponible en: http://187.188.90.136:8880/file.php?code=QGsPqPweylv6
- [101] ASTM International, "ASTM E466-96, Standard Practice for Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials," 2002.
- [102] ASM Handbook Committee, "P/M Aluminum Alloys: Atlas of Fractographs," en Fractography. ASM International, 1987, pp. 440–440.
- [103] I. Prigogine, "Time, Structure, and Fluctuations," Science, vol. 201, no. 4358, pp. 777–785, sep 1978.
- [104] M. Naderi, "On the Evidence of Thermodynamic Self-Organization during Fatigue: A Review," *Entropy*, vol. 22, no. 3, p. 372, mar 2020.